Π Α Ν Ε Π Ι Σ Τ Η Μ Ι Ο Μ Α Κ Ε Δ Ο Ν Ι Α Σ
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΚΑΙ ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

«ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΟΥΡΩΝ ΣΤΑ ΝΟΣΟΚΟΜΕΙΑ»

ΕΠΙΒΛΕΠΟΥΣΑ: ΘΩΜΟ ΛΗΔΑ

ΤΖΩΤΖΟΥ ΕΛΙΣΣΑΒΕΤ (Α.Μ. 06/05)

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ, ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2008

Copyright © Τζώτζου Ελισσάβετ, 2008

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved

Περιεχόμενα

1. Πρόλογος…….....……2
2. Εισαγωγή…….....…….…2
3. Βιβλιογραφική Επισκόπηση…….....…5
4. Θεωρητικά Μοντέλα.…….……...…10
   4.1 Μοντέλο Διακοπής Προτεραιότητας Esogbue και Singh…….....…..10
   4.2 Μοντέλο Διακοπής Προτεραιότητας Taylor και Templeton…..…...…..16
5. Τελικό Μοντέλο……...…..…20
   5.1 Το Νοσοκομείο ως ένα Σύστημα Ουρών…….…..……20
   5.2 Αφίξεις και Εξυπηρέτηση…….……..….22
   5.3 Εξισώσεις του Συστήματος.…….……...…...24
   5.4 Συνάρτηση Κόστους…….…….……..……..26
6. Εμπειρική Εφαρμογή…...…….……..….27
   6.1 Συλλογή και Ανάλυση Δεδομένων……...……..…….27
   6.2 Αποτελέσματα εφαρμογής μοντέλου……...……..……..……....32
   6.3 Αμφιλεγόμενα Σημεία της Εφαρμογής…...…….....36
7. Σύνοψη…….....37
8. Βιβλιογραφία.....38

1. Πρόλογος

Μία από τις μεγαλύτερες βιομηχανίες στον αναπτυγμένο κόσμο είναι η βιομηχανία της υγεία. Οι περισσότερες αναπτυγμένες χώρες ξοδεύουν μεταξύ 7 και 15 % του ΑΕΠ για τον συγκεκριμένο κλάδο. Αυτό ανάγει την διαχείριση των οικονομικών της υγείας σε μείζον ζήτημα. Στην παρούσα εργασία θα επικεντρωθούμε στο κομμάτι των οικονομικών της υγείας που αφορά την νοσοκομειακή περίθαλψη και συγκεκριμένα με τον σχεδιασμό μίας πολιτικής εισόδου ασθενών διαφόρων κατηγοριών που οδηγεί σε η μείωση του οικονομικού κόστους με τη μικρότερη δυνατή κοινωνική απώλεια. Αναλύοντας τα δεδομένα των αφίξεων και εξαγωγών των ασθενών και χρησιμοποιώντας τη θεωρία ουρών για να μοντελοποιήσουμε το σύστημα του νοσοκομείου, προσπαθούμε να καθορίσουμε τον άριστο αριθμό κλινών με σκοπό την ελαχιστοποίηση του κόστους και την άριστη κατά συνέπεια χρησιμοποίηση αυτού του τόσο σημαντικού πόρου.

2. Εισαγωγή

Η θεωρία ουρών (queueing theory) είναι ένας κλάδος των εφαρμοσμένων μαθηματικών και συγκεκριμένα των πιθανοτήτων και της επιχειρησιακής έρευνας. Ασχολείται με μαθηματικά μοντέλα που σκοπό έχουν να μελετήσουν και να εξηγήσουν το φαινόμενο της συμφόρησης που προκύπτει από την τυχαία προσέλευση πελατών σε κάποιο σύστημα και την τυχαιότητα που παρατηρείται στο χρόνο εξυπηρέτησης τους. Ξεκίνησε να αναπτύσσεται στις αρχές του εικοστού αιώνα και αρχικά υποκινήθηκε από προβλήματα που υπήρχαν στην κλάδο της τηλεφωνίας. Τις τελευταίες τρεις δεκαετίες παρατηρείται μία άνθιση, εξαιτίας κυρίως των εφαρμογών που βρίσκει στους κλάδους των τηλεπικοινωνιών και των ηλεκτρονικών υπολογιστών. Πέρα όμως από αυτούς τους τομείς ένα ακόμα πεδίο στο οποίο αναπτύχθηκε η θεωρία ουρών είναι αυτό της υγείας και είναι αυτό με το οποίο θα ασχοληθούμε.

Τα τέσσερα κυριότερα συστήματα που συναντάμε στη θεωρία ουρών είναι :

1) Ένας μόνο υπηρέτης (σημείο εξυπηρέτησης)
2) Πολλοί υπηρέτες (πολλά σημεία εξυπηρέτησης, τοποθετημένα παράλληλα και ανεξάρτητα)
3) Άπειροι υπηρέτες

4) Δίκτυο ουρών (εδώ παρατηρείτε εξάρτηση μεταξύ των σημείων εξυπηρέτησης)

Και τα τέσσερα αυτά συστήματα μπορούν να βρουν εφαρμογή στο χώρο της υγείας. Για παράδειγμα ένας απλός υπηρέτης θα μπορούσε να περιγράψει την ουρά που δημιουργείτε σε ένα φαρμακείο, το σύστημα των πολλών υπηρετών να περιγράψει το τμήμα των επειγόντων περιστατικών στο οποίο εξετάσουν ταυτόχρονά πολλοί γιατροί, τα δίκτυα ουρών μπορούν να αντικατοπτρίσουν όλη την ροή που υπάρχει σε ημερήσια βάση σε μία πολυκλινική ενώ το σύστημα με τους άπειρους υπηρέτες σε μακροσκοπικό επίπεδο μπορεί να προσομοιώσει το εθνικό σύστημα παροχής επείγουσας βοήθειας όπου οι πελάτες – ασθενείς εξυπηρετούνται αμέσως μόλις φτάσουν στο σημείο εξυπηρέτησης.

Οι εφαρμογές της θεωρίας ουρών στον ιατρικό χώρο ταξινομήθηκαν από τους Stimson και Stimson [17] με βάση τους επί μέρους τομείς δραστηριότητας του κάθε συστήματος παροχής νοσοκομειακής περίθαλψης σε πέντε κατηγορίες:

1) Τράπεζα αίματος
2) Προσωπικό νοσοκομείου
3) Σχεδιασμός εξωτερικών ιατρείων
4) Κίνηση ασθενών (εισαγωγές-εξαγωγές)
5) Έλεγχος αποθεμάτων και σχεδιασμός συσσιτίου

Στην παρούσα εργασία θα ασχοληθούμε με ένα από τα πιο σημαντικά προβλήματα που αντιμετωπίζει η διοίκηση κάθε νοσοκομείου, το πρόβλημα του σχεδιασμού και ελέγχου εισαγωγής των ασθενών σε ένα νοσοκομείο. Οι νοσοκομειακές κλίνες στις πτέρυγες είναι ένας πρωταρχικός πόρος κάτω από τον έλεγχο της διοίκησης των νοσοκομείων(ή του κράτους στην περίπτωση των δημόσιων νοσοκομείων). Θα παρουσιάσουμε δύο βασικά άρθρα, το " A Stochastic Model for an Optimal Priority Bed Distribution Problem in a Hospital Ward" των Esogbue και Singh[12] και το "Waiting Time in a Multi-Server Cutoff-Priority Queue, and Its Application to an Urban Ambulance Service" των Taylor και Templeton [18] .Στο άρθρο τους οι Esogbue και Singh [12], αναπτύσσουνε μια μέθοδο καθορισμού μίας άριστης κατανομής των κλινών σε μια νοσοκομειακή πτέρυγα. Υποθέτουν ότι οι ασθενείς μπορούν να κατηγοριοποιηθούν σε δύο βασικές κατηγορίες (κανονικά και επείγοντα), και με την ελαχιστοποίηση μίας πρωτοποριακής για την εποχή της αντικειμενικής συνάρτησης κόστους, προσδιορίζουν τον άριστο αριθμό των κλινών που πρέπει να κρατηθούν ελεύθερες για την άμεση εξυπηρέτηση των επειγόντων περιστατικών (cut off priority level).

Από την πλευρά τους οι Taylor και Templeton[18] κάτω από παρόμοιες υποθέσεις ως προς την κατηγοριοποίηση των ασθενών και την πειθαρχία της ουράς αναπτύσσουνε δύο μοντέλα στα οποία όμως οι ασθενείς υψηλής προτεραιότητας δεν λαμβάνουν άμεσα εξυπηρέτηση στην περίπτωση που δεν υπάρχουν ελεύθεροι υπηρέτες αλλά είτε χάνονται είτε δημιουργούν μία ουρά. Και στα δύο άρθρα η αποτελεσματικότητα εξετάζεται από το χρόνο αναμονής των ασθενών.

Στη συνέχεια, προσπαθούμε να συνδυάσουμε τα δύο παραπάνω μοντέλα. Θεωρούμε και πάλι ότι οι ασθενείς χωρίζονται σε δύο βασικές κατηγορίες, τακτικά και επείγοντα περιστατικά. Ακολουθούμε έναν παρόμοιο τρόπο σκέψης με τους Taylor και Templeton[18] για τον τρόπο σχηματισμού των εξισώσεων που περιγράφουν το σύστημα. Δηλαδή στο νέο αυτό μοντέλο υπεισέρχεται και ένας περιορισμός που αφορά το μέγεθος της ουράς η οποία σχηματίζεται μετά την διακοπή της εισαγωγής των ασθενών που χαρακτηρίζονται ως κανονικά περιστατικά. Όμως για τον καθορισμό της άριστης διανομής κλινών χρησιμοποιούμε μία εξίσωση κόστους ανάλογη αυτής των Esogbue και Singh. Τέλος παρουσιάζουμε την εφαρμογή και των δύο μοντέλων στην ορθοπεδική κλινική του Γενικού Πανεπιστημιακού Νοσοκομείου Γεώργιος Παπανικολάου. Το χρονικό διάστημα λήψης των δεδομένων μας έχει μήκος 60 ημερών, ενώ για την ανάλυση των δεδομένων και την επίλυση του συστήματος, χρησιμοποιήθηκαν το στατιστικό πακέτο SPSS και το υπολογιστικό πακέτο Mathematica.

Η προσπάθεια αυτή δεν θα είχε ευδοκιμήσει χωρίς την ουσιαστική βοήθεια κάποιων ανθρώπων. Θα ήθελα λοιπόν, να ευχαριστήσω θερμά την επιβλέπουσα καθηγήτρια κ. Θώμο Λήδα για την επιστημονική καθοδήγηση που μου προσέφερε, τις πολύτιμες υποδείξεις της και κυρίως για την διάθεση, αλλά και το φιλικό και ευχάριστο κλίμα συνεργασίας που υπήρχε καθ’ όλη την διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας. Δεν θα πρέπει να παραλείψω να ευχαριστήσω και τη διοίκηση του νοσοκομείου Γεώργιος Παπανικολάου και το προσωπικό του τμήματος επειγόντων περιστατικών, του τμήματος νοσηλίων και της ορθοπεδικής κλινική για την βοήθεια που μου προσέφεραν, τη συνεργασία, την ανοχή και τη στήριξη.

3. Βιβλιογραφική Επισκόπηση

Στοχαστικά προβλήματα για την εισαγωγή ασθενών σε νοσοκομεία και διανομή των κλινών έχουν μελετηθεί από διάφορους συγγραφείς, συνήθως χρησιμοποιώντας εργαλεία είτε προσομοίωσης είτε θεωρίας ουρών. Και οι δύο αυτοί τρόποι ανάλυσης έχουν τόσο τα πλεονεκτήματα όσο και τα μειονεκτήματα τους. Είναι φανερό ότι τα μοντέλα των ουρών είναι πιο απλά, απαιτούν λιγότερα δεδομένα και παράγουν πιο γενικά αποτελέσματα απ' ότι η προσομοίωση. Παρόλα αυτά η προσομοίωση διακριτών γεγονότων μας επιτρέπει να μοντελοποιήσουμε ακόμα και τις λεπτομέρειες της σύνθετης ροής ασθενών. Στη συνέχεια παραθέτουμε κάποιες από τις πιο χαρακτηριστικές εργασίες που έχουν δημοσιευτεί τις τελευταίες δεκαετίες.

Ξεκινώντας ο Balintfy[1] θεώρησε ένα μοντέλο πρόβλεψης απογραφής ασθενών το οποίο περιγραφόταν από μία διαδικασία Markov.Οι ασθενείς κατατάχθηκαν σε τρεις κατηγορίες ανάλογα με την κατάστασή τους (καλή - κακή-μέτρια).

Ο Blumberg [2] επικεντρώθηκε στη « διαφορετικότητα κάθε ασθενή» και θεώρησε μόνο ένα τύπο ασθενών. Χρησιμοποιώντας την Poisson κατανομή για την διαδικασία ζήτησης και μία ντετερμινιστική συμπεριφορά εξυπηρέτησης ανέπτυξε πίνακες χρήσιμους στη μελέτη των επιπτώσεων διάφορων πολιτικών κατανομής κλινών κάτω από διαφορετικές συνθήκες.

Ο Weckewerth [3] χρησιμοποιεί μία παρόμοια προσέγγιση μοντελοποίησης αλλά θεωρεί ότι η αρνητική εκθετική κατανομή περιγράφει επαρκώς τον χρόνο παραμονής των ασθενών στο νοσοκομείο (χρόνος εξυπηρέτησης).

Ο Young [4] παρουσιάζει δύο μοντέλα για της εισαγωγές και τις εξαγωγές ασθενών. Χωρίζει και αυτός τους ασθενείς σε 2 κατηγορίες, τακτικά και επείγοντα περιστατικά. Το πρώτο μοντέλο (B model) είναι ένα μοντέλο τύπου κλειστού βρόγχου και προσομοιώνεται με σκοπό να βρεθεί η επίδραση της μεταβολής του προκαθορισμένου αριθμού κλινών N_1 σε μία δεδομένη πτέρυγα, έτσι ώστε αν το επίπεδο κάλυψης των κλινών N_2 πέφτει κάτω από το N_1 τότε επιτρέπεται η εισαγωγή N_1-N_2 τακτικών περιστατικών, διαφορετικά η μη χρησιμοποιούμενη χωρητικότητα θα μείνει κρατημένη για επείγοντα περιστατικά. Στο δεύτερο μοντέλο (S model) ένας σταθερός αριθμός τακτικών περιστατικών εισάγεται, ανεξάρτητα από το επίπεδο

κάλυψης των κλινών, εκτός αν δεν υπάρχουν άδειες κλίνες. Το πρόβλημα στον Young είναι ότι ο κρίσιμος αριθμός N_1 είναι είτε σταθερός είτε δεδομένος.

Ο Kolesar [5], ακολουθώντας τον Young[4] , αναπτύσσει ένα Μαρκοβιανό μοντέλο αποφάσεων για τον σχεδιασμό των εισαγωγών στα νοσοκομεία. Περιγράφοντας την κατάσταση του συστήματος σαν τον αριθμό των κατειλημμένων κλινών στην αρχή μίας δοσμένης περιόδου t, μας δίνει ένα μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού το οποίο χρησιμοποιεί την Μαρκοβιανή δομή για να δώσει μία βάση για τον καθορισμό μίας άριστης πολιτικής ελέγχου για τον σχεδιασμό των εισαγωγών. Η αποτελεσματικότητα του συστήματος εκφράζεται τόσο από τη μέση κάλυψη (μεγιστοποίηση), με περιορισμούς στην υπερκάλυψη, όσο και από την υπερκάλυψη (ελαχιστοποίηση), με περιορισμούς στη χρήση διαθέσιμων μέσων. Η χρησιμότητα του μοντέλου του Kolesar στη διοίκηση του νοσοκομείου έχει πολλές φορές αμφισβητηθεί. Οι ενστάσεις κυρίως επικεντρώθηκαν στην υπεραπλούστευση του δυναμικού συστήματος, στην προσπάθεια να εφαρμόσει ένα Μαρκοβιανό μοντέλο λήψης αποφάσεων σε ένα πρόβλημα που στην βάση του είναι μη Μαρκοβιανό και στην δυσκολία συλλογής πραγματικών δεδομένων.

Ο Dantzig [6] ανάπτυξε ένα σύστημα σχεδιασμού κάτω από ντετερμινιστικές υποθέσεις σαν ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού. Παρουσίασε ένα μοντέλο με σκοπό τον έλεγχο της κάλυψης και την ελαχιστοποίηση του χρόνου μεταξύ του επιθυμητού και του πραγματικού χρόνου εισόδου του ασθενούς στο νοσοκομείο. Με την επιλογή κατάλληλου κόστους (πχ απώλεια εσόδων), το πρόβλημα κατανομής των κλινών μπορεί να λυθεί από γενικευμένες ανώτερες φραγμένες τεχνικές. Αυτό αντιπροσωπεύει την πρώτη απόπειρα να χρησιμοποιηθεί μία αντικειμενική συνάρτηση η οποία ρητά ενσωματώνει συγκεκριμένα στοιχεία κόστους , όπως το κόστος να χαθεί ένας ασθενής. Το μοντέλο του Dantzig παρόλα αυτά, θεωρεί τη ζήτηση ντετερμινιστική, τα κόστη γραμμικά και περιορίζεται στον σχεδιασμό της εισαγωγής ασθενών σε μία μονάδα με σταθερό αριθμό κλινών χωρίς να επιτρέπει μεταβολή ως προς τον αριθμό τον κλινών που θα κρατηθούν ρεζερβέ για μία δεδομένη κατηγορία ασθενών.

Ο Shonick [7] παρουσιάζει ένα Μαρκοβιανό μοντέλο σε συνεχές χρόνο, με σκοπό να εξετάσει την συμπεριφορά του αριθμού των ημερησίως νοσηλευομένων ασθενών. Υποθέτει και αυτός ότι οι ασθενείς χωρίζονται σε 2 κατηγορίες. Οι εισαγωγές και των δύο κατηγοριών ασθενών ακολουθούν την κατανομή Poisson ενώ η διάρκεια νοσηλείας τους την αρνητική εκθετική. Από την εφαρμογή του μοντέλου

αυτού προκύπτουν ο αριθμός των νοσηλευομένων ασθενών ημερησίως, ο αριθμός των ασθενών στον κατάλογο αναμονής και ο χρόνος αναμονής των ασθενών που δεν ανήκουν στα επείγοντα περιστατικά.

Ο Offensend [8] χρησιμοποιώντας σειρές Markov και αυτός και σύγκρινε δύο εναλλακτικές μεθόδους για το σχεδιασμό της εισαγωγής ασθενών. Στην πρώτη ο έλεγχος των εισαγωγών γίνεται βάσει του αριθμού των νοσηλευόμενων ασθενών ενώ στη δεύτερη βάσει της ζήτησης για νοσηλευτικό προσωπικό, στηριζόμενος στην υπόθεση ότι όλοι οι ασθενείς δεν έχουν την ίδια ανάγκη παροχής υπηρεσιών από νοσηλευτικό προσωπικό. Η δεύτερη εναλλακτική μέθοδος απεδείχθη ότι οδηγεί σε καλύτερα αποτελέσματα.

Ο Connors [9] περιγράφει έναν αλγόριθμο που βασίζεται σε στοχαστικούς και προσδιοριστικούς περιορισμούς. Στο σχεδιασμό της εισαγωγής ασθενών χρησιμοποίησε τις αρχές της «υπό συνθήκη πιθανότητας» για την υπόλοιπη διάρκεια νοσηλείας του ασθενή. Το βασικό χαρακτηριστικό του αλγόριθμου αυτού είναι ότι επιτυγχάνεται κάποια ισορροπία μεταξύ της ικανοποίησης του ασθενούς (ως προς την ημέρα εισαγωγής στο νοσοκομείο) και της αποτελεσματικής λειτουργίας του νοσοκομείου (μικρή απόκλιση από την επιθυμητή κάλυψη).

Οι George Canvin και Fox [10] παρουσίασαν ένα μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού με σκοπό τη μείωση του χρόνου αναμονής και το μήκος της ουράς, βελτιώνοντας τον αριθμό των νοσηλευθέντων ασθενών, την κάλυψη κλινών και τη λειτουργία των άλλων υπηρεσιών του νοσοκομείου. Η ταξινόμηση των ασθενών έγινε σε κατηγορίες με βάση τη διάγνωσης. Σαν μεταβλητές απόφασης χρησιμοποιήθηκαν ο αριθμός των εισερχόμενων ασθενών ανά κατηγορία διάγνωσης και μορφή ασθένειας (σοβαρή ή ελαφρά μορφή). Ως σχέση σκοπού ορίσθηκε ο αριθμός νοσηλευθέντων ασθενών, με προτεραιότητα στις κατηγορίες που έχουν τη χειρότερη ασθένεια και με περιορισμούς σε ότι αφορά τον αριθμό των διαθέσιμων ασθενών ανά κατηγορία, τον αριθμό των διαθέσιμων κλινών και τον διαθέσιμο χρόνο των χειρουργείων.

Οι Altinel kai Ulas [11] προσομοίωσαν ένα μοντέλο για να εξετάσουν διάφορα σενάρια χωρητικότητας και διανομής κλινών στην περίπτωσή μίας πολυκλινικής. Οι ασθενείς κατατάχθηκαν ανάλογα με τη φύση του περιστατικού και την επιτακτικότητα αντιμετώπισής του σε εφτά κατηγορίες, ενώ θεώρησαν ότι υπάρχουν και τρία είδη κλινών (εντατικής φροντίδας, ημι-εντατικής και απλές κλίνες). Το μοντέλο κωδικοποιήθηκε σε SLAM-II γλώσσα προσομοίωσης και έδωσε

σημαντικές πληροφορίες στην διοίκηση της πολυκλινικής όσον αφορά την κατάσταση του συστήματος και τα σχέδια επέκτασης που υπήρχαν, τονίζοντας ταυτόχρονα το σημαντικό πρόβλημα της έλλειψης μίας πλήρους και αξιόπιστης βάσης δεδομένων

Οι Dexter και Macario [13] αναλύοντας τα δεδομένα εισόδου και εξόδου ασθενών αναπτύσσουν ένα μοντέλο που έχει στόχο να καθορίσει τον άριστο αριθμό των επανδρωμένων κλινών, χρησιμοποιώντας straightforward στατιστικές μεθόδους, με σκοπό την ελαχιστοποίηση του εργασιακού κόστους. Θεωρούν την ύπαρξη μίας μόνο κατηγορίας ασθενών και τα αποτελέσματα του δείχνουν πως η κατανομή Poisson ταιριάζει καλύτερα στα δεδομένα για όλο το χρονικό διάστημα που χρησιμοποιήθηκε.

Οι Esogbue και Singh [12], των οποίων την εργασία θα αναπτύξουμε αναλυτικότερα παρακάτω, παρουσίασαν ένα στοχαστικό πρότυπο για τον προσδιορισμό της άριστης κατανομής κλινών σε μία κλινική υποθέτοντας ότι:

α. η ροή των εισερχόμενων ασθενών ακολουθεί κατανομή Poisson και η διάρκεια της νοσηλεία την εκθετική

β. οι εισερχόμενοι ασθενείς ανήκουν σε δύο κατηγορίες(ελαφρά και σοβαρά περιστατικά)

Μετά τον προσδιορισμό του αριθμού των κατειλημμένων κλινών που αποτελεί το όριο για μη εισαγωγή ασθενών της πρώτης κατηγορίας αναπτύχθηκε το μαθηματικό πρότυπο που βασίσθηκε στη διαδικασία γέννησης – θανάτου (birth and death process) με σκοπό την ελαχιστοποίηση μιας αντικειμενικής συνάρτησης που αποτελείται από τα ακόλουθα είδη κόστους

Α. κόστος συντήρησης (holding cost) μίας άδειας κλινικής

Β. κόστος έλλειψης (shortage) δηλαδή το κόστος της μη ύπαρξης διαθέσιμης κλίνης

Γ. σταθερό κόστος λειτουργίας (fixed operating cost).

Στη λογική της ελαχιστοποίησης του κόστους εργάστηκαν και οι Keller and Laughhunn [14]. Προσπάθησαν να καθορίσουν την χωρητικότητα ελαχιστοποιώντας το κόστος για να εξυπηρετηθούν οι ασθενείς στο Duke University Medical Center. Βρήκαν ότι η υπάρχουσα δυναμικότητα σε κλίνες ήταν καλή αλλά χρειαζόταν να γίνει διαφορετική διανομή των κλινών.

Οι Gorunescu et al [15] χρησιμοποίησαν εφεδρικές κλίνες (επανδρωμένες μόνο κατά την περίοδο της αυξημένης ζήτησης) για να μειώσουν την πιθανότητα να χαθεί ένας ασθενείς στο οριακό κόστος. Θέλουν να δείξουν πως αλλαγές στο ρυθμό

εισαγωγών, τη διάρκεια διαμονής στο νοσοκομείο και τη διανομή των κρεβατιών μπορούν να επηρεάσουν την κάλυψη των κλινών και την απώλεια ασθενών σε τμήματα γηριατρικών κλινικών. Διευρύνοντας το μοντέλο και στην περίπτωση κλινών αναμονής, έδειξαν πως η προμήθεια με έξτρα μη επανδρωμένες εφεδρικές κλίνες μπορεί να βελτιώσει την απόδοση του συστήματός του νοσοκομείου , κρατώντας το κόστος υπό έλεγχο. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η κράτηση άδειων κλινών σε ένα ποσοστό 10-15% είναι απαραίτητη για τη διατήρηση της αποδοτικότητας της εξυπηρέτησης και καταδεικνύει πως τα εφεδρικά κρεβάτια μπορούν να χρησιμεύσουν για να παράσχουν υπηρεσίες πιο ανταποδοτικές και οικονομικά αποδοτικές.

Οι Broyles και Cochran [16] υπολόγισαν το ποσοστό των ασθενών που φεύγουν από το τμήμα των επειγόντων περιστατικών ενός νοσοκομείου χωρίς να δεχθούν την απαραίτητη βοήθεια, εξαιτίας του μεγάλου χρόνου αναμονής. Για να το πετύχουν αυτό χρησιμοποιούν ρυθμό άφιξης, ρυθμό εξυπηρέτησης, την χρησιμότητα και την χωρητικότητα. Στη συνέχεια με δεδομένο αυτό το ποσοστό καθορίζουν την απώλεια εσόδων που συνεπάγεται η μη εξυπηρέτηση των ασθενών αυτών.

Οι Cochran και Bharti [27] προσπαθούν να συνδυάσουν τη θεωρία ουρών με την προσομοίωση διακριτών γεγονότων. Έτσι παρουσιάζουν μία στοχαστική μεθοδολογία δύο σταδίων, η οποία αναλύει την ροή των ασθενών σε ένα ολόκληρο νοσοκομείο. Και εδώ οι ασθενείς ταξινομούνται σε διάφορες κατηγορίες. Στόχος της μεθοδολογίας αυτής είναι να ισορροπηθεί η χρησιμότητα της χρήσης κλινών με τα οφέλη από τη μείωση τόσο του χρόνου αναμονής των ασθενών όσο και του μπλοκαρίσματος τους(άρνηση εισόδου).

4. Θεωρητικά Μοντέλα

4.1 Μοντέλο Διακοπής Προτεραιότητας Esogbue και Singh

Μία από τις βασικότερες εισροές σε μία νοσοκομειακή μονάδα είναι οι κλίνες νοσηλείας. Κυριότερη προϋπόθεση για να χρησιμοποιηθούν αποτελεσματικά είναι να σχεδιαστούν έτσι οι εισαγωγές των ασθενών ώστε ο χρόνος που παραμένουν άδειες οι κλίνες να είναι ο ελάχιστος δυνατός. Αν υποθέσουμε ότι όλοι οι ασθενείς που περιμένουν να εισαχθούν μπορούν να επωφεληθούν εξίσου από μία ημέρα στην νοσηλείας στην κλίνη και ότι τυχών καθυστερήσεις στην εισαγωγή τους δεν επηρεάζουν στο αρνητικό το αποτέλεσμα της θεραπείας τους, τότε η σχεδίαση των εισαγωγών μπορεί να γίνει σχετικά εύκολα και έτσι να επιτύχουμε μεγάλη κάλυψη των κλινών. Παρόλα αυτά σε ένα πιο σύνθετο σύστημα στο οποίο ο χρόνος αναμονής πριν την εισαγωγή για κάποιους ασθενείς είναι ένας παράγοντας που επηρεάζει σημαντικά την έκβαση της θεραπείας, ενώ για κάποιους άλλους όχι , ίσως είναι απαραίτητο να υποστούμε μία μικρότερη κάλυψη των κλινών, κάτω από μία αποδεκτή πιθανότητα φυσικά, ώστε να υπάρχουν διαθέσιμες κλίνες για μία τυχαία άφιξη ενός επείγοντος ή ειδικού περιστατικού.

Οι Esogbue και Singh στο άρθρο τους “A Stochastic Model for an Optimal Priority Bed Distribution Problem in a Hospital Ward” παρουσιάζουν ένα μαθηματικό μοντέλο χρήσιμο στη σχεδίαση μίας πολιτικής εισαγωγών σε πτέρυγες για διαφορετικούς τύπους ασθενών. Το μοντέλο αριστοποιεί τις εισαγωγές με σεβασμό σε μία αντικειμενική συνάρτηση που είναι ένας συνδυασμός ενός παραδοσιακού μέτρου αποτελεσματικότητας (μεγιστοποίηση κάλυψης) και ενός νέου μέτρου (ελαχιστοποίηση μη ικανοποιημένων αναγκών). Συγκεκριμένα ο στόχος του μοντέλου που ανέπτυξαν είναι να δώσει μία ποσοτική, ορθολογική και λειτουργική βάση για την εγκατάσταση μίας πολιτικής διακοπής της προτεραιότητας, λόγω κάλυψης, η οποία θα μεγιστοποιεί τα ιατρικά οφέλη που μπορούν να προκύψουν από ένα σύνολο κλινών σε μια πτέρυγα όπου είναι δυνατή η διαφοροποίηση των ασθενών σε τύπους. . Μία τέτοια πολιτική διακοπής της προτεραιότητας καθορίζει τον αριθμό των κατειλημμένων κλινών πάνω από τον οποίο ένας συγκεκριμένος τύπος ασθενών δεν θα εισάγεται στο νοσοκομείο.

Ξεκινώντας, οι Esogbue και Singh υπέθεσαν ότι οι ασθενείς που προσέρχονται στο νοσοκομείο μπορούν να διαχωριστούν σε δύο κατηγορίες: τύπου 1

(σοβαρά περιστατικά) και τύπου 2 (μη σοβαρά - κανονικά περιστατικά). Έτσι αν έχουμε N κλίνες σε μία πτέρυγα, ψάχνουμε για το άριστο επίπεδο m κάλυψης των κλινών και διακοπής της προτεραιότητας, τέτοιο ώστε όταν ο αριθμός των χρησιμοποιούμενων κλινών γίνει μεγαλύτερος ή ίσος του m, να σταματούν οι εισαγωγές ασθενών του τύπου 2. Έστω ότι κάθε τύπος ασθενών έχει ρυθμό άφιξης λ_i και ρυθμό εξυπηρέτησης μ_i, όπου $i = 1, 2$ οι κατηγορίες των ασθενών. Υποθέτοντας ότι ο αριθμός των αφίξεων κάθε τύπου ασθενών είναι μία τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί την κατανομή Poisson, η διάρκεια παραμονής ακολουθεί την αρνητική εκθετική κατανομή και ότι οι εισαγωγές και εξαγωγές είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους ανέπτυξαν ένα σύστημα εξισώσεων γέννησης - θανάτου ώστε να περιγράψουν την κατάσταση του συστήματος μας.

Γενικά ένα σύστημα ουρών ονομάζεται διαδικασία γέννησης – θανάτου όταν ισχύουν οι παρακάτω συνθήκες (Βασιλείου [20]) :

- Για τις αφήξεις:

Αν ο αριθμός των πελατών στο σύστημα είναι n στο χρόνο t, κατά τη διάρκεια του επόμενου απειροελάχιστου διαστήματος $(t, t+\Delta t)$ η πιθανότητα ενός πελάτη να καταφθάσει είναι:

$$\lambda_n \Delta t + 0(\Delta t)$$

Η πιθανότητα να μην έρθει κανένας πελάτης είναι:

$$1 - \lambda_n \Delta t + 0(\Delta t)$$

και η πιθανότητα να καταφθάσουν περισσότεροι από έναν πελάτες είναι $0(\Delta t)$ όπου $0(\Delta t)$ είναι τέτοιο ώστε $\dfrac{0(\Delta t)}{\Delta t \to 0}$ καθώς $\Delta t \to 0$.

Υποθέτουμε επίσης ότι η άφιξη ενός πελάτη στο διάστημα $(t, t+\Delta t)$ είναι ανεξάρτητη από τη χρονική στιγμή της τελευταίας άφιξης.

- Για την εξυπηρέτηση:

Η διαδικασία εξυπηρέτησης είναι τέτοια ώστε αν ο αριθμός των πελατών στο σύστημα είναι n στο χρόνο t κατά τη διάρκεια του επόμενου απειροελάχιστου διαστήματος $(t, t+\Delta t)$ η πιθανότητα να έχουμε μία αναχώρηση είναι:

$$\mu_n \Delta t + 0(\Delta t)$$

η πιθανότητα να μην έχουμε αναχώρηση είναι

$$1 - \mu_n \Delta t + 0(\Delta t)$$

και η πιθανότητα να έχουμε περισσότερες από μία αναχωρήσεις είναι $0(\Delta t)$. Επίσης υποθέτουμε ότι η συμπλήρωση της εξυπηρέτησης είναι ανεξάρτητη από το χρόνο που άρχισε η εξυπηρέτηση.

- για την εξάρτηση μεταξύ αφίξεων και αναχωρήσεων

Υποθέτουμε ότι η εξάρτηση μεταξύ αφίξεων και αναχωρήσεων στο σύστημα της ουράς περιορίζεται μόνο στις υποθέσεις (1) και (2), οι οποίες εξαρτώνται από το μήκος της ουράς και ακόμη ότι $\lambda_0 > 0$ και $\mu_0 = 0$.

Με βάση όλες τις παραπάνω συνθήκες οι διαφορικό - διαφορό εξισώσεις που περιγράφουν μία τέτοια διαδικασία είναι οι εξής:

$$\frac{dp_n(t)}{dt} = -(\lambda_n + \mu_n) p_n(t) + \mu_{n+1} p_{n+1}(t) + \lambda_{n-1} p_{n-1}(t)$$

$$\frac{dp_0(t)}{dt} = -\lambda_0 p_0(t) + \mu_1 p_1(t)$$

Με απλά λόγια για κάθε κατάσταση θα πρέπει ο ρυθμός με τον οποίο το σύστημα αφήνει την κατάσταση αυτή να είναι ίδιος με το ρυθμό με τον οποίο μπαίνει στην κατάσταση αυτή.

Όλα τα παραπάνω όμως ισχύουν στην περίπτωση που έχουμε μία διάσταση. Όταν οι ασθενείς διαχωριστούν σε δύο κατηγορίες οι διαστάσεις μας γίνονται δύο. Οι υποθέσεις που πρέπει να γίνουν είναι οι ανάλογες για κάθε κατηγορία ασθενή τόσο

για τους ρυθμούς άφιξης για κάθε κατηγορία χωριστά όσο και για τους ρυθμούς εξυπηρέτησης αλλά και τις εξαρτήσεις. Το αντίστοιχο συμβαίνει και κατά τη δημιουργία των εξισώσεων που θα περιγράφουν το σύστημα, ακολουθώντας πάντοτε το νόμο της διατήρησης της ροής στο σύστημα, δηλαδή εξίσωση του ρυθμού εισόδου με τον ρυθμό εξόδου .

Η προσαρμογή της διαδικασίας γέννησης – θανάτου στο μοντέλο των Esogbue και Singh θεμελιώνεται μαθηματικά ως εξής : με $P_{n,n_2}(t)$ συμβολίζουμε τη πιθανότητα στο χρόνο t σε μία πτέρυγα να έχουμε n ασθενείς από τους οποίους οι n_2 να είναι τύπου 2 και με $\tau_{n,n_2} = \lim_{t\to\infty} P_{n,n_2}(t)$ τις οριακές πιθανότητες για τις οποίες υποθέτουμε ότι υπάρχουν ανεξάρτητα από την αρχική κατάσταση του συστήματος μας . Έστω επίσης ότι m το επίπεδο διακοπής της προτεραιότητας, εκφρασμένα σε αριθμό κλινών. Οι εξισώσεις που περιγράφουν το σύστημά μας στην κατάσταση της στατιστικής ισορροπίας είναι οι εξής:

Περίπτωση 1 : ($n = 0 , n_2 = 0$)

$$0 = -(\lambda_1 + \lambda_2)\tau_{0,0} + \mu_1\tau_{1,0} + \mu_2\tau_{1,1}$$

περίπτωση 2^{α} : ($1 \le n < m \ , \ n_2 < n$)

$$0 = -\left[(\lambda_1 + \lambda_2) + n_2\mu_2 + (n - n_2)\mu_1\right]\tau_{n,n_2} + (n + 1 - n_2)\mu_1\tau_{n+1,n_2} + (n_2 + 1)\mu_2\tau_{n+1,n_2+1} + \lambda_1\tau_{n-1,n_2} + \lambda_2\tau_{n-1,n_2-1}$$

περίπτωση 2^{β} : ($1 \le n < m \ , \ n_2 = n$)

$$0 = -\left[(\lambda_1 + \lambda_2) + n\mu_2 + \right]\tau_{n,n} + \mu_1\tau_{n+1,n} + (n_2 + 1)\mu_2\tau_{n+1,n+1} + \lambda_2\tau_{n-1,n-1}$$

περίπτωση 3^{α}: ($n = m \ , \ n_2 < m$)

$$0 = -\left[\lambda_1 + n_2\mu_2 + (m - n_2)\mu_1\right]\tau_{m,n_2} + (m + 1 - n_2)\mu_1\tau_{m+1,n_2} + (n_2 + 1)\mu_2\tau_{m+1,n_2+1} + \lambda_1\tau_{m-1,n_2} + \lambda_2\tau_{m-1,n_2-1}$$

περίπτωση 3^{β}: ($n_2 = n = m$)

$$0 = -\left[\lambda_1 + m\mu_2\right]\tau_{m,m} + \mu_1\tau_{m+1,m} + \lambda_2\tau_{m-1,m-1}$$

περίπτωση 4^{α}: ($m < n < N$, $n_2 < m$)

$$0 = -\left[\lambda_1 + n_2\mu_2 + \left(n - n_2\right)\mu_1\right]\tau_{n,n_2} + \left(n+1-n_2\right)\mu_1\tau_{n+1,n_2} + \left(n_2+1\right)\mu_2\tau_{n+1,n_2+1} + \lambda_1\tau_{n-1,n_2}$$

περίπτωση 4^{β}: ($m < n < N$, $n_2 = m$)

$$0 = -\left[\lambda_1 + m\mu_2 + \left(n-m\right)\mu_1\right]\tau_{n,m} + \left(n+1-m\right)\mu_1\tau_{n+1,m} + \lambda_1\tau_{n-1,m}$$

περίπτωση 5 : ($n = N$, $n_2 \le m$, $m \ne N$)

$$0 = -\left[n_2\mu_2 + \left(N - n_2\right)\mu_1\right]\tau_{N,n_2} + \lambda_1\tau_{N-1,n_2}$$

Οι εξισώσεις αυτές όπως προαναφέραμε περιγράφουν το σύστημα μας όταν αυτό βρίσκεται σε στατιστική ισορροπία. Η στατιστική ισορροπία έχει την έννοια της κατάστασης στην οποία περιέρχεται το σύστημα μετά από πολύ χρόνο [20], δηλαδή αναφέρεται στην ασυμπτωτική συμπεριφορά του συστήματος. Με άλλα θα λέμε ότι το σύστημα ουράς βρίσκεται σε κατάσταση στατιστικής ισορροπίας αν υπάρχει το $\tau_{n,n_2} = \lim_{t\to\infty} P_{n,n_2}\left(t\right)$ ή διαφορετικά $\frac{dP_{n,n_2}\left(t\right)}{dt} = 0$. Δηλαδή η πιθανότητα να έχουμε n πελάτες δεν εξαρτάτε από τον χρόνο που λειτουργεί το σύστημα αρκεί μόνον αυτός να είναι αρκετά μεγάλος.

Έτσι από ένα σύστημα διαφορικό – διαφορο εξισώσεων αναγόμαστε σε ένα γραμμικό σύστημα εξισώσεων διαφορών. Το σύνολο των εξισώσεων που προκύπτουν είναι:

$$TE = \frac{m\left(m+1\right)}{2} + \left(m+1\right)\left(N-m+1\right)$$

Ένα τέτοιο σύνολο πολυδιάστατων εξισώσεων δεν μπορεί να λυθεί με αναγωγικό τρόπο. Αντίθετα λύνεται με τη βοήθεια της normalization equation $\sum \tau_{n,n_2} = 1$ αρκεί να μην λάβουμε υπ' όψιν μας μία από τις εξισώσεις του

συστήματος, ώστε να μην μας εμφανιστεί το πρόβλημα της υπερταυτοποίησης (Cooper [22]).

Αφού λυθεί το σύστημα υπολογίζονται οι σαγματικές πιθανότητες (steady state probability) να μην εισαχθούν ασθενείς τόσο τύπου 1 όσο και τύπου 2 από τους παρακάτω τύπους αντίστοιχα:

$$\phi_1 = \sum_{n_2=0}^{m} \tau_{N,n_2} \qquad \text{και} \qquad \phi_2 = \sum_{n=m}^{N} \sum_{n_2=0}^{m} \tau_{n,n_2}$$

Στη συνέχεια οι Esogbue και Singh δημιουργήσανε μία αντικειμενική συνάρτηση κόστους, η οποία αποτελείτε από το κόστος συντήρησης μιας κλίνης άδειας (holding cost) και το κόστος έλλειψης (shortage cost), δηλαδή το κόστος της μη ύπαρξης διαθέσιμης κλίνης (λαμβάνεται υπόψη φυσικά και το σταθερό κόστος λειτουργίας (fixed operating cost)).

Έτσι η συνάρτηση κόστους είναι η εξής:

$$c(m,n) = \Psi_b + \Psi_h$$

όπου:

- $\Psi_b = c_2^1 \upsilon_1 + c_2^2 \upsilon_2$ το κόστος έλλειψης (shortage cost)

Όπου c_2^i το κόστος να μην παρασχεθεί κλίνη για μία μονάδα χρόνου σε έναν ασθενή $i = 1,2$ τύπου και υ_i ο προσδοκώμενος αριθμός ασθενών τύπου $i = 1,2$ που δεν θα γίνουν δεκτή στη μονάδα του χρόνου, δηλαδή $\upsilon_1 = \lambda_1 \sum_{n_2=0}^{m} \tau_{N,n_2}$ και $\upsilon_2 = \lambda_2 \sum_{n=m}^{N} \sum_{n_2=0}^{m} \tau_{n,n_2}$

και

- $\Psi_{h=} \begin{cases} c_1 \sum_{n=m+1}^{N} \sum_{n_2=0}^{m} (N-n) \tau_{n,n_2} & \text{αν} \quad \text{n>m} \\ c_1 \sum_{n=0}^{m} \sum_{n_2=0}^{n} (N-n) \tau_{n,n_2} & \text{αν} \quad \text{n} \le \text{m} \end{cases}$ το κόστος συντήρησης μιας κλίνης άδειας (holding cost)

Συνεπώς:

$$c(m,n) = \Psi_b + \Psi_h =$$
$$c_2^1 \upsilon_1 + c_2^2 \upsilon_2 + c_1 \sum_{n=m+1}^{N} \sum_{n_2=0}^{m} (N-n)\tau_{n,n_2} + c_1 \sum_{n=0}^{m} \sum_{n_2=0}^{n} (N-n)\tau_{n,n_2}$$

Όσο αυξάνει ο αριθμός των κλινών σε μία πτέρυγα αυξάνει και το κόστος συντήρησης μιας κλίνης άδειας (holding cost) ενώ σε αντίθεση το κόστος έλλειψης (shortage cost) μειώνεται. Έτσι για κάποια συγκεκριμένη πτέρυγα (N δεδομένο) υπάρχει κάποιο m για το οποίο το συνολικό κόστος γίνεται ελάχιστο. Σκοπός λοιπόν είναι να υπολογιστεί το m. Το συνολικό κόστος όμως έτσι όπως ορίστηκε δεν είναι μία συνεχής συνάρτηση (N, m, n, n_2 ακέραιοι). Κατά συνέπεια δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις κλασικές μεθόδους αριστοποίησης (χρήση παραγώγων). Για αυτό το λόγο υπολογίζουμε το κόστος για κάθε δυνατό ενδεχόμενο (διάφορες τιμές των παραμέτρων, με μοναδικό δεδομένο για κάθε συγκεκριμένη πτέρυγα τον συνολικό αριθμό των κλινών που διαθέτει) και στη συνέχεια επιλέγουμε τον συνδυασμό που μας δίνει το ελάχιστο από όλα τα υπολογισθέντα κόστη.

4.2 Μοντέλο Διακοπής Προτεραιότητας Taylor και Templeton

Οι Taylor και Templeton εξέτασαν στο άρθρο τους “Waiting Time in a Multi-Server Cutoff-Priority Queue, and Its Application to an Urban Ambulance Service”, δύο μοντέλα διακοπής προτεραιότητας SCQL και SCQQ στα οποία όμως λάμβαναν έντονα υπόψη τους την ουρά που δημιουργείται κατά την μη εξυπηρέτηση των πελατών - ασθενών. Καταρχήν θεωρούν ότι έχουν μία ουρά προτεραιότητας σε κατάσταση στατιστικής ισορροπίας με N υπηρέτες στην οποία καταφθάνουν πελάτες οι οποίοι και πάλι χωρίζονται σε δύο κατηγορίες. Η ουρά ακολουθεί μία πειθαρχία εξυπηρέτησης με προτεραιότητα στην οποία οι πελάτες χαμηλής προτεραιότητας που καταφτάνουν δεν τυχαίνουν άμεσης εξυπηρέτησης και τοποθετούνται στην ουρά, όποτε N_1 ή περισσότεροι υπηρέτες είναι απασχολημένοι. Σκοπός είναι να κρατηθούν $N - N_1$ υπηρέτες ελεύθεροι για πελάτες υψηλής προτεραιότητας. Αντιστοιχίζοντας τις υποθέσεις αυτές στο πρόβλημα που εμείς μελετούμε, έχουμε μία νοσοκομειακή πτέρυγα με N κλίνες στην οποία καλούνται να εξυπηρετηθούν ασθενείς που διαχωρίζονται σε δύο κατηγορίες (απλά και

επείγοντα περιστατικά) από τις οποίες η προτεραιότητα της μίας κατηγορίας (απλά περιστατικά) διακόπτεται όταν N_1 ή περισσότερες κλίνες είναι κατειλημμένες. Έτσι κρατάμε ρεζερβέ $N - N_1$ κλίνες για τις επείγουσες περιπτώσεις.

Και τα δύο μοντέλα που εξετάζονται υποθέτουν μία διαδικασία αφίξεων Poisson για κάθε κλάση πελατών με ρυθμούς λ_1 και λ_2 αντίστοιχα, και μία κοινή εκθετική εξυπηρέτηση (δηλαδή ο ρυθμός εξυπηρέτησης και για τις δύο κατηγορίες πελατών είναι ίδιος). Η διαφορά των δύο μοντέλων έγκειται στην επιλογή που έχουν οι ασθενείς υψηλές προτεραιότητας όταν όλοι οι υπηρέτες του συστήματος είναι κατειλημμένο, δηλαδή στο πως θα διαχειριστούμε τα περιστατικά που χαρακτηρίζονται ως επείγοντα όταν δεν μπορούμε να τα εξυπηρετήσουμε άμεσα.

Στο πρώτο μοντέλο SCQQ οι πελάτες υψηλής προτεραιότητας περιμένουν σε ουρά μέχρι να εξυπηρετηθούν ενώ στο δεύτερο SCQL φεύγουν από το σύστημα, δηλαδή χάνονται. Τα μέτρα αποτελεσματικότητας που χρησιμοποιήθηκαν και στα δύο μοντέλα δεν έχουν οικονομική φύση. Βασικό κριτήριο είναι ο χρόνος παραμονής στην ουρά (και για τις δύο κλάσεις πελατών-ασθενών). Τα αποτελέσματα εφαρμόστηκαν για να καθοριστεί ο άριστος αριθμός των ασθενοφόρων που χρειάζονται σε έναν σταθμό στον οποίο εξυπηρετούνται τόσο επείγουσες κλίσης αλλά επίσης μεταφέρονται και ασθενείς χαμηλής προτεραιότητας(διακομιδή μεταξύ νοσοκομείων).

Οι εξισώσεις που περιγράφουν τα δύο μοντέλα είναι οι εξής:

<u>Μοντέλο SCQQ:</u>

περίπτωση 1: $0 \le n \le N_1 - 1$

$$(\lambda + n\mu)\, p(0,0,n) = \lambda\, p(0,0,n-1) + (n+1)\,\mu\, p(0,0,n+1)$$

περίπτωση 2: $n = N_1 - 1$

$$(\lambda + N_1\mu)\, p(0,0,N_1) = \lambda\, p(0,0,N_1 - 1) + (\mathrm{N}_1 + 1)\,\mu\, p(0,0,N_1 + 1) + N_1\mu\, p(0,1,N_1)$$

περίπτωση 3: $m_2 > 0$

$$(\lambda + N_1\mu)\, p(0, m_2, N_1) = \lambda_2 p(0, m_2 - 1, N_1 - 1) + (N_1 + 1)\mu p(0, m_2, N_1 + 1) + N_1\mu p(0, m_2 + 1, N_1)$$

περίπτωση 4: $N_1 + 1 \le n \le N - 1$

$$(\lambda + n\mu)\, p(0, m_2, n) = \lambda_1 p(0, m_2, n-1) + \lambda_2 p(0, m_2 - 1, n) + (n+1)\mu p(0, m_2, n+1)$$

περίπτωση 5: $n = N - 1$

$$(\lambda + N\mu)\, p(0, m_2, N) = \lambda_1 p(0, m_2, N-1) + \lambda_2 p(0, m_2 - 1, N) + N\mu p(1, m_2, N)$$

περίπτωση 6: $m_1 > 0$

$$(\lambda + N\mu)\, p(m_1, m_2, N) = \lambda_1 p(m_1, m_2, N-1) + \lambda_2 p(m_1, m_2 - 1, N) + N\mu p(m_1 + 1, m_2, N)$$

Μοντέλο SCQL:

περίπτωση 1: $0 \le n \le N_1 - 1$

$$(\lambda + n\mu)\, p(0, 0, n) = \lambda p(0, 0, n-1) + (n+1)\mu p(0, 0, n+1)$$

περίπτωση 2: $n = N_1 - 1$

$$(\lambda + N_1\mu)\, p(0, 0, N_1) = \lambda p(0, 0, N_1 - 1) + (N_1 + 1)\mu p(0, 0, N_1 + 1) + N_1\mu p(0, 1, N_1)$$

περίπτωση 3: $m_2 > 0$

$$(\lambda + N_1\mu)\, p(0, m_2, N_1) = \lambda_2 p(0, m_2 - 1, N_1 - 1) + (N_1 + 1)\mu p(0, m_2, N_1 + 1) + N_1\mu p(0, m_2 + 1, N_1)$$

περίπτωση 4: $N_1 + 1 \le n \le N - 1$

$$(\lambda + n\mu)\, p(0, m_2, n) = \lambda_1 p(0, m_2, n-1) + \lambda_2 p(0, m_2 - 1, n) + (n+1)\mu p(0, m_2, n+1)$$

περίπτωση 5: $n = N$

$$(\lambda_2 + N\mu)\, p(0, m_2, n) = \lambda_1 p(0, m_2, N-1) + \lambda_2 p(0, m_2 - 1, N)$$

Η θεωρητική συνεισφορά αυτού του άρθρου είναι ότι αποδεικνύει διάφορα αποτελέσματα για την ουρά διακοπής προτεραιότητας. Έτσι οι Taylor Templeton βασιζόμενοι σε παλιότερες έρευνες και επεκτείνοντας την δουλειά τους, καταλήγουν σε σαφής εκφράσεις για:

- την πιθανότητα να έχουμε Ν υπηρέτες απασχολημένους {να δω άρθρο}
- τον μετασχηματισμό Laplace – Stieltjes για την κατανομή του χρόνου αναμονής των πελατών χαμηλής προτεραιότητας
- τον αναμενόμενο χρόνο αναμονής των πελατών χαμηλής προτεραιότητας και
- την πλήρη κατανομή του χρόνου αναμονής των πελατών χαμηλής προτεραιότητας (την αντιστροφή του μετασχηματισμό Laplace – Stieltjes) στο μοντέλο SCQL και σε δύο ειδικές περιπτώσει του μοντέλου SCQQ

5. Τελικό Μοντέλο

5.1 Το Νοσοκομείο ως ένα Σύστημα Ουρών

Σύστημα ουράς αναμονής είναι ένα σύστημα στο οποίο έχουμε κανονική ή τυχαία άφιξη πελατών με σκοπό να τους παρασχεθεί κάποιου είδους εξυπηρέτηση από περιορισμένες όμως πηγές. Οι ουρές αναμονής οφείλουν την ύπαρξη τους στη διαφορά μεταξύ των αναγκών που υπάρχουν και των δυνατοτήτων για κάλυψη τους. Κύρια χαρακτηριστικά ενός συστήματος ουράς είναι τα παρακάτω

- Η διαδικασία των αφίξεων
- Η διαδικασία εξυπηρέτησης
- Η πειθαρχία της ουράς
- Δυνατότητα του συστήματος της ουράς
- Αριθμός των σημείων εξυπηρέτησης
- Φάσεις εξυπηρέτησης

Σε ένα νοσοκομείο υπάρχουν πάρα πολλές λειτουργίες οι οποίες θα μπορούσαν να περιγραφούν από ένα σύστημα ουρών. Από την εισαγωγή των ασθενών, την αναμονή τους στα εξωτερικά ιατρεία, την εξυπηρέτησή τους είτε σε κανονική κλίνη είτε σε εφεδρική (ράντζα), μέχρι την επάνδρωση του νοσοκομείου από προσωπικό ικανό να αντιμετωπίσει τη ζήτηση υπηρεσιών από τους υπάρχοντες ασθενείς. Σε όλες αυτές τις περιπτώσεις αλλά και σε πολλές άλλες μπορούμε να εφαρμόσουμε διάφορα στοχαστικά μοντέλα με σκοπό να προβλέψουμε το τι θα συμβεί σε τυχών μεταβολές στα δεδομένα και τις παραμέτρους του συστήματος και έτσι να βελτιώσουμε την κατάσταση που επικρατεί και να μειώσουμε τα προβλήματα.

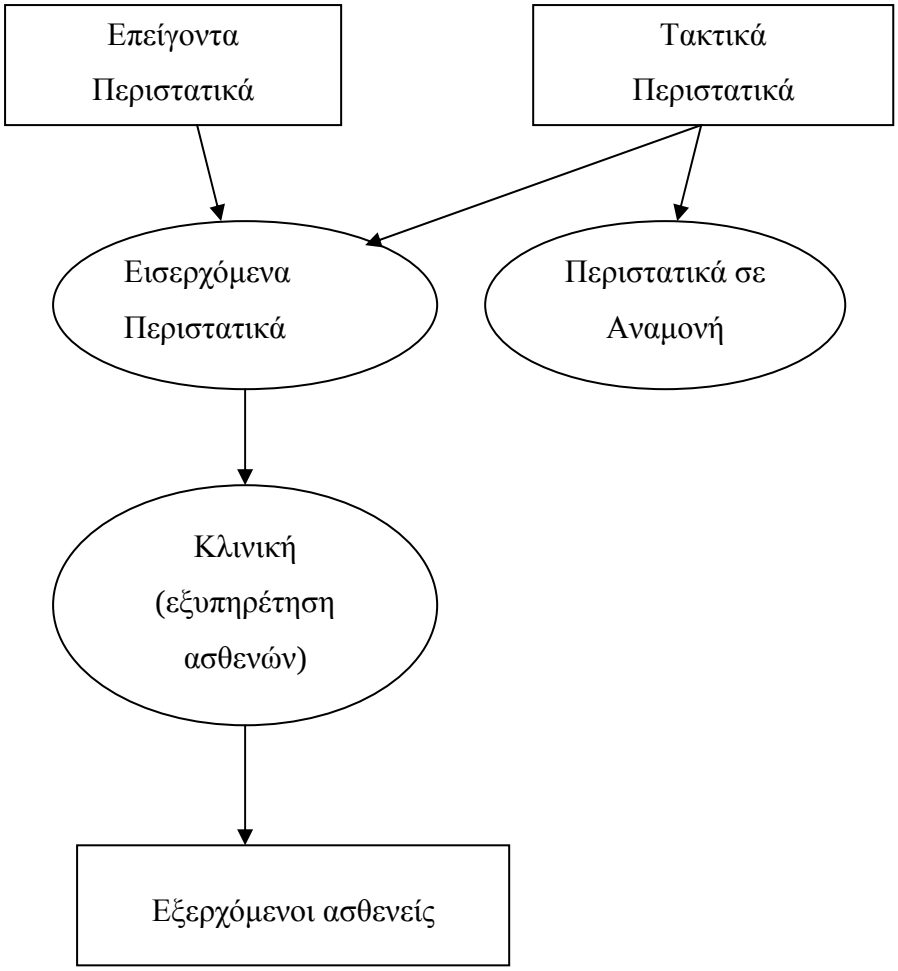
Κατά την εφαρμογή της θεωρίας ουρών στην πράξη υπάρχουν δύο βασικά σημεία στα οποία πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή [20].

1) η επιλογή του κατάλληλου στοχαστικού μοντέλου που θα προβλέπει επαρκώς το πραγματικό σύστημα με αντικειμενικό σκοπό να υπολογιστούν σωστά οι δείκτες λειτουργικότητας του συστήματος
2) η λήψη βέλτιστων αποφάσεων για το σχεδιασμό της ουράς και τον προγραμματισμό λειτουργίας της με βάση τους δείκτες λειτουργικότητας

Μοντελοποιώντας λοιπόν ένα σύστημα μπορούμε να δούμε τα προβλήματά του και να προτείνουμε αλλαγές στις παραμέτρους του οι οποίες θα οδηγούν σε βελτίωση των δεικτών λειτουργίας του. Οι αλλαγές αυτές μπορεί να είναι είτε μεταβολές στον ρυθμό των αφίξεων (με κατάλληλο σχεδιασμό), είτε αύξηση του αριθμού των υπηρετών, είτε μείωση του χρόνου εξυπηρέτησης.

Μία ανάλογη διαδικασία θα ακολουθήσουμε και στο πρόβλημα που μελετάμε, στον σχεδιασμό δηλαδή μίας άριστης πολιτικής για την εισαγωγή ασθενών με σκοπό την αποτελεσματικότερη λειτουργία μίας πτέρυγας ενός νοσοκομείου. Θα επιλέξουμε ένα στοχαστικό μοντέλο που θα περιγράφει την διαδικασία αφίξεων και εισαγωγής των ασθενών στην πτέρυγα. Στη συνέχεια θα εξετάσουμε πως διάφορες μεταβολές στις παραμέτρους του συστήματος μας (όπως αριθμός κλινών που θα κρατηθούν ρεζερβέ ή μέγεθος ουράς) επηρεάζει τη συνάρτηση κόστους της νοσοκομειακής πτέρυγας.

Ξεκινώντας μπορούμε να δούμε το νοσοκομείο σαν ένα σύστημα εισροών – εκροών. Οι εισροές του συστήματος είναι οι ασθενείς που εισάγονται σε όσες κατηγορίες και αν καταταγούν. Στην περίπτωση μας οι ασθενείς θα διαχωρίζονται σε δύο κατηγορίες, τα επείγοντα περιστατικά που προσέρχονται κατά τις εφημερίες του νοσοκομείου και τακτικά περιστατικά που εισέρχονται όλες τις ημέρες εκτός Σαββάτου και Κυριακής. Οι εκροές του συστήματος είναι οι ασθενείς που εξέρχονται (έχουν δηλαδή εξυπηρετηθεί) ενώ η κατάσταση του συστήματος περιγράφεται από τον αριθμό των κλινών του που είναι κατειλημμένοι κάποια χρονική στιγμή. Γενικά οι ασθενείς εξυπηρετούνται με σειρά προτεραιότητας εκτός εάν δεν υπάρχουν διαθέσιμες κλίνες (ή γενικότερα σταθμοί εξυπηρέτησης) οπότε είτε περιμένουν σε μία ουρά είτε χάνονται από το σύστημα (φεύγουν από το νοσοκομείο και αναζητούν αλλού εξυπηρέτηση). Ένα τέτοιο σύστημα μπορούμε να δούμε στο παρακάτω διάγραμμα:



Διάγραμμα 5.1: Το νοσοκομείο ως ένα σύστημα ουρών

5.2 Αφίξεις και Εξυπηρέτηση

Το πρώτο πρόβλημα που πρέπει να εξεταστεί είναι ο προσδιορισμός της κατανομής την οποία ακολουθούν οι αφίξεις των ασθενών και ο χρόνος εξυπηρέτησης τους (τόσο για τα επείγοντα όσο και για τα τακτικά περιστατικά). Οι διάφορες μέθοδοι που εκτίθενται στη βιβλιογραφία για τον υπολογισμό των κατανομών μπορούν αν χωριστούν σε δύο μεγάλες κατηγορίες. Στην πρώτη κατηγορία ο προσδιορισμός της κατανομής στηρίζεται στην χρήση στατιστικών μεθόδων ενώ στη δεύτερη κατηγορία στην υποκειμενική κρίση του ιατρικού

προσωπικού. Ποια από τις δύο επιλέγεται εξαρτάτε από τη φύση των δεδομένων που έχει κάθε ερευνητής στη διάθεση του. Και στις δύο πάντως κατηγορίες μπορούμε να βρούμε και πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα. Οι μέθοδοι που ανήκουν στην πρώτη κατηγορία λαμβάνουν υπόψη αρκετούς προσδιοριστικούς παράγοντες με την χρήση των αντίστοιχων στατιστικών δεδομένων και είναι πιο προσιτοί στα διάφορα πρότυπα που έχουν αναπτυχθεί, ενώ αγνοούν βασικούς κοινωνικό –οικονομικούς, θεραπευτικούς, προσωπικούς κτλ παράγοντες που επιδρούν τόσο στην ζήτηση των ασθενών για νοσηλεία όσο και στη διάρκεια της νοσηλείας. Αντίστοιχα στηριζόμενοι στην κρίση του ιατρικού προσωπικού δεν χρειάζεται η συλλογή και ανάλυση στατιστικών στοιχείων, οι εκτιμήσεις που παίρνουμε είναι μάλλον πιο κοντά στην πραγματικότητα όμως σε αυτές τις περιπτώσεις υπεισέρχονται προβλήματα μεροληψίας και επικοινωνίας μεταξύ ιατρών, τμήματος κίνησης ασθενών και ερευνητών.

Εμείς, ακολουθώντας τις υποθέσεις των Esogbue και Singh και λαμβάνοντας υπόψη ότι αυτό ο Flagle [25] έχει αποδείξει ότι η ζήτηση για εισαγωγή ασθενών σε ένα νοσοκομείο καθορίζεται από τυχαία και μεταξύ τους ανεξάρτητα γεγονότα , εξαιρουμένων φυσικά των περιπτώσεων όπου η κοινωνία αντιμετωπίζει κάποιες ειδικές καταστάσεις όπως φυσικές καταστροφές, πολέμους, επιδημίες κτλ, θεωρούμε ότι οι αφίξεις και των δύο κατηγοριών ασθενών ακολουθούν την κατανομή Poisson με παραμέτρους λ_1 και λ_2 αντίστοιχα. Δηλαδή η κατανομή τους θα δίνεται από τον παρακάτω τύπο[21]:

$$P\left(X = x\right) = \frac{e^{-\lambda_i} \cdot {\lambda_i}^x}{x!} \quad \text{με} \quad i = 1, 2$$

Αντίστοιχα για το χρόνο παραμονής σε μία κλίνη (χρόνο νοσηλείας) υποθέτουμε ότι ακολουθεί την αρνητική εκθετική κατανομή με παραμέτρους μ_1 και μ_2 αντίστοιχα. Δηλαδή [21]:

$$f\left(x\right) = \mu_i e^{-\mu_i x}, x > 0 \quad \text{με} \quad i = 1, 2$$

5.3 Εξισώσεις του Συστήματος

Πέρα από τις υποθέσεις που κάναμε για το είδος των ασθενών (επείγοντα-τακτικά περιστατικά) και τους ρυθμούς άφιξης και εξυπηρέτησης τους θα πρέπει να κάνουμε και τις παρακάτω υποθέσεις που αφορούν περισσότερο τη λειτουργία του νοσοκομείου.

Έτσι υποθέτουμε ότι ο διαθέσιμος αριθμός κλινών στη νοσοκομειακή πτέρυγα που εξετάζουμε είναι σταθερός και της ίδιας κατηγορίας ανεξάρτητα από την πάθηση ή τη βούληση του ασθενή. Δηλαδή οι κλίνες δεν διαχωρίζονται ούτε με βάση οικονομικά κριτήρια (σε κατηγορίες Α, Β, Γ ανάλογα με το αριθμό των κλινών ανά δωμάτιο και τις επιπλέον παρεχόμενες υπηρεσίες), αλλά ούτε και με βάση την ιδιαίτερη ιατρική ανάγκη των ασθενών (κλίνες εντατικής θεραπείας και απλές).

Ακόμα υποθέτουμε ότι οι ασθενείς υψηλής προτεραιότητας εξυπηρετούνταί άμεσα πάντοτε. Σε αντίθεση η εξυπηρέτηση των ασθενών χαμηλής προτεραιότητας σταματάει όταν ένας συγκεκριμένος αριθμός κλινών στην πτέρυγα είναι κατειλημμένος και οι ασθενείς των οποίων η είσοδος μπλοκάρεται περιμένουν σε μία ουρά πεπερασμένου μέγιστου μήκους.

Με βάση τα παραπάνω οι εξισώσεις που περιγράφουν το σύστημα μας σε κατάσταση στατιστικής ισορροπίας είναι οι εξής:

Περίπτωση 1: $0 \le n_1 \le N$ και $0 \le n_2 \le m$ και $0 < n_1 + n_2 \le m$

$$\left(\lambda_1 + \lambda_2 + n_1 \cdot \mu_1 + n_2 \cdot \mu_2\right)\tau_{0,n_1,n_2} = \lambda_1\tau_{0,n_1-1,n_2} + \lambda_2\tau_{0,n_1,n_2-1} + (n_1+1)\mu_1\tau_{0,n_1+1,n_2} + (n_2+1)\mu_2\tau_{0,n_1,n_2+1}$$

Περίπτωση 2^{α}: $0 \le n_2 \le N$ και $0 \le n_2 \le m$ και $n_1 + n_2 < m$ και $r = 0$

$$\left(\lambda_1 + \lambda_2 + n_1 \cdot \mu_1 + n_2 \cdot \mu_2\right)\tau_{0,n_1,n_2} - \lambda_1\tau_{0,n_1-1,n_2} - \lambda_2\tau_{0,n_1,n_2-1} - (n_1+1)\mu_1\tau_{0,n_1+1,n_2} - (n_2+1)\mu_2\tau_{0,n_1,n_2+1}$$
$$-\mu_1\left(n-j\right)\tau_{1,n-j,j} - \mu_2 j\tau_{1,n-j,j}$$

Περίπτωση 2^{β}: $0 \le n_1 \le N$ και $0 \le n_2 \le m$ και $n_1 + n_2 = m$ και $r = 0$

$$\left(\lambda_1 + \lambda_2 + n_1 \cdot \mu_1 + n_2 \cdot \mu_2\right)\tau_{r,n_1,n_2} - \lambda_2\tau_{r-1,n_1,n_2} - (n_1+1)\mu_1\tau_{r,n_1+1,n_2} - (n_2+1)\mu_2\tau_{r,n_1,n_2+1}$$
$$-\mu_1\left(n_1\right)\tau_{r+1,n_1,n_2} - \mu_2 j\tau_{r+1,n_1,n_2}$$

Περίπτωση 3^{α} $0 \le n_1 \le N$ και $0 \le n_2 \le m$ και $m+1 \le n_1 + n_2 < N$

$$\left(\lambda_2 + \lambda_2 + n_2\mu_2 + n_1\mu_1\right)\tau_{r,n_1,n_2} - \lambda_1\tau_{r,n_1-1,n_2} - \lambda_2\tau_{r-1,n_1,n_2} - \left(n_1+1\right)\mu_1\tau_{r,n_1+1,n_2} - \left(n_2+1\right)\mu_2\tau_{r,n_1,n_2+1}$$

Περίπτωση 3β $0 \le n_1 \le N$ και $0 \le n_2 \le m$ και $n_1 + n_2 = N$

$$\left(\lambda_2 + n_2\mu_2 + n_1\mu_1\right)\tau_{r,n_1,n_2} - \lambda_1\tau_{r-1,n_1-1,n_2} - \lambda_2\tau_{r-1,n_1,n_2}$$

όπου:

- N το σύνολο των ανεπτυγμένων κλινών στο νοσοκομείου
- n_1 το πλήθος των ασθενών υψηλής προτεραιότητας(έκτακτα περιστατικά) στο σύστημα
- n_2 το πλήθος των ασθενών χαμηλής προτεραιότητας(τακτικά περιστατικά) στο σύστημα
- m ο αριθμός διακοπής προτεραιότητας
- r το πλήθος των ασθενών που περιμένουν στην ουρά
- q το μέγιστο μήκος της ουράς

Λύνοντας το σύστημα μπορούμε να βρούμε την πιθανότητα μη εισαγωγής τόσο των ασθενών χαμηλής προτεραιότητας όσο και των ασθενών υψηλής προτεραιότητας ως αθροίσματα πιθανοτήτων στοιχειωδών ενδεχομένων από τους παρακάτω τύπους:

$$\phi_1 = \sum_{n_1=0}^{N}\sum_{n_2=0}^{m}\sum_{r=0}^{q}\tau_{r,n_1,n_2} \quad \text{όταν} \quad n_1 + n_2 = N$$

και

$$\phi_2 = \sum_{n_1=0}^{N}\sum_{n_2=0}^{m}\sum_{r=0}^{q}\tau_{r,n_1,n_2} \quad \text{όταν} \quad m \le n_1 + n_2 \le N$$

5.4 Συνάρτηση Κόστους

Στη συνέχεια δημιουργούμε μία συνάρτηση κόστους ανάλογη με αυτή των Esogbue και Singh. Δηλαδή έχουμε μία συνάρτηση κόστους που αποτελείτε από δύο βασικές συνιστώσες, το κόστος να μείνει μία κλίνη άδεια για μία μονάδα του χρόνου και το κόστος που προκύπτει από την μη παροχή της κλίνης σε κάποιον ασθενή (τακτικό περιστατικό) στην ίδια μονάδα του χρόνου.

Αναλυτικότερα το κόστος μας θα είναι:

$$c = \Psi_{lost} + \Psi_{empty}$$

όπου:

- $\Psi_{lost} = c_1 \cdot (\upsilon_1 + \upsilon_2)$ το κόστος να χαθεί ένας ασθενής από το σύστημα

  $\upsilon_1 = \lambda_1 \phi_1$ και $\upsilon_2 = \lambda_2 \phi_2$ το αναμενόμενο πλήθος ασθενών κάθε τύπου που δεν θα εξυπηρετηθούν στη μονάδα του χρόνου.

και

- $\Psi_{empty} = c_2 [sum_1 + sum_2]$ το κόστος να μείνει μία κλίνη άδεια

  όπου $sum_1 = \sum_{n_1=0}^{N} \sum_{n_2=0}^{m} \tau_{0,n_1,n_2}$ όταν $n_1 + n_2 < m$

  και $sum_2 = \sum_{n_1=0}^{N} \sum_{n_2=0}^{m} \sum_{r=0}^{q} \tau_{r,n_1,n_2}$ όταν $m \le n_1 + n_2 \le N$

6. Εμπειρική Εφαρμογή

6.1 Συλλογή και Ανάλυση Δεδομένων

Το μοντέλο που περιγράψαμε παραπάνω εφαρμόστηκε στη ορθοπεδική κλινική του Γενικού Νοσοκομείου Γεώργιος Παπανικολάου για το έτος 2006. Τα στατιστικά στοιχεία αφορούν δύο διακριτές χρονικές περιόδους , τον Απρίλιο του 2006 και τον Οκτώβριο του ίδιου έτους. Δηλαδή το συνολικό χρονικό διάστημα λήψεις δεδομένων είναι 60 ημέρες. Η επιλογή αυτή των δύο διαφορετικών και μη συνεχόμενων μηνών έγινε με σκοπό να μειωθούν τυχών επιδράσεις από το φαινόμενο της εποχικότητας.

Τα στατιστικά στοιχεία λήφθηκαν κυρίως από τις ημερήσιες αλλά και συνολικές αναφορές που στέλνει το νοσοκομείο στο Σ.Ο.Τ.Υ.. Το Σ.Ο.Τ.Υ. είναι το κέντρο επιχειρήσεων συντονιστικό όργανο του τομέα υγείας του υπουργείου υγείας και κοινωνικής αλληλεγγύης και υπάγεται απευθείας στο υπουργείο. Αποστολή του είναι ο συντονισμός των φορέων που αφορούν στη δημόσια υγεία και στο χώρο της υγείας γενικότερα, η παρακολούθηση και ο συντονισμός των συστημάτων εφημερίας των νοσοκομείων, με σκοπό τη βελτίωση και την ποιοτική αναβάθμιση των παρεχόμενων υπηρεσιών υγείας προς τον πολίτη.

Η ορθοπεδική κλινική διαθέτει 51 ανεπτυγμένες κλίνες. Η εισαγωγή των ασθενών γίνεται με δύο τρόπους. Ο ένας είναι να εισαχθούν ως επείγοντα περιστατικά κατά τις ημέρες εφημερίας του νοσοκομείου. Ο κύκλος εφημεριών του νοσοκομείου για το 2006 καθορίζεται ως εξής: το νοσοκομείο έχει 4 συνεχόμενες μερικές εφημερίες (δηλαδή από τις 8πμ μέχρι τις 14μμ), ακολουθεί μία ημέρα γενικής εφημερίας (δηλαδή από τις 8πμ της μίας ημέρας μέχρι τις 8πμ της επομένης) και τέλος μετά την γενική εφημερία δεν εφημερεύει καθόλου. Ο δεύτερος τρόπος είναι μέσω των εξωτερικών ιατρείων, όπου οι ασθενείς πριν κριθεί αναγκαία η εισαγωγή τους συνήθως παρακολουθούνται τακτικά. Τα εξωτερικά ιατρεία του νοσοκομείου λειτουργούν πέντε ημέρες την εβδομάδα, Δευτέρα έως Παρασκευή. Το νοσοκομείο πέρα από το γενικό ορθοπεδικό ιατρείο διαθέτει και έξι ειδικά ιατρεία τα οποία όμως δεν εξετάζουν σε καθημερινή βάση, το ιατρείο της σπονδυλικής στήλης, ιατρείο χειρός & αγκώνα, ιατρείο ώμου, ιατρείο οστεοπόρωσης, ιατρείο αθλητικών κακώσεων και ιατρείο επιμηκύνσεων.

Ξεκινώντας την μελέτη για τους ρυθμούς άφιξης και εξυπηρέτησης αντιμετωπίσαμε πρόβλημα με τον καθορισμό του ρυθμού άφιξης των ασθενών χαμηλής προτεραιότητας, δηλαδή των τακτικών περιστατικών. Οι εισαγωγές τακτικών περιστατικών που υπήρχαν στη βάση δεδομένων του νοσοκομείου ήταν ήδη φιλτραρισμένες. Δηλαδή είχε ήδη ληφθεί υπόψη ο αριθμός των διαθέσιμών κλινών. Για το λόγο αυτό δεν στηριχθήκαμε στα στατιστικά δεδομένα για τον υπολογισμό αυτού του ρυθμού αλλά στην εκτίμηση του ιατρικού προσωπικού. Σύμφωνα λοιπόν με την εκτίμηση αυτή από το σύνολο των εξεταζόμενων στα εξωτερικά ιατρεία ασθενών ένα ποσοστό της τάξης του 10 – 15 % μόνο χρήζει νοσηλείας, ενώ οι υπόλοιποι ασθενείς αντιμετωπίζονται με φαρμακευτική αγωγή. Επίσης σύμφωνα με της εκτιμήσεις του ιατρικού προσωπικού ο χρόνος αναμονής των τακτικών περιστατικών κυμαίνεται από ένας έως τρεις μήνες, ενώ παρατηρούνται και διαρροές ασθενών λόγω του χρόνου αναμονής. Δεδομένων όλων των παραπάνω από το σύνολο των εξετασθέντων ασθενών σε κάθε ιατρείο (12566 ασθενείς για το 2006) υπολογίστηκε ο μέσος όρος εξεταζόμενων ανά ημέρα ασθενών (περίπου 35)και βρέθηκε ότι ο ρυθμός αφίξεων τακτικών περιστατικών στην ορθοπεδική κλινική είναι (12 % των εξετασθέντων ανά ημέρα):

$$\lambda_2 = 4.3$$

Στην περίπτωση των επειγόντων περιστατικών τα πράγματα ήταν πιο ξεκάθαρα και έτσι υπολογίσαμε το μέσο όρο των αφίξεων ασθενών στη μονάδα του χρόνου καθώς και την τυπική τους απόκλιση. Τα αποτελέσματα έχουν ως εξής:

Mean = 3.556 και Std.Deviation=3.368

Παρατηρούμε ότι η μέση τιμή είναι σχεδόν ίση με την τυπική απόκλιση. Κατά συνέπεια η υπόθεση που έχουμε κάνει ότι οι αφίξεις ακολουθούν την κατανομή Poisson φαίνεται ορθή. Έτσι για την κατηγορία των επειγόντων περιστατικών έχουμε ρυθμό αφίξεων:

$$\lambda_1 = 3.556$$

Συνεχίζοντας με τους ρυθμούς εξυπηρέτησης, υπολογίσαμε το χρόνο παραμονής στην πτέρυγα κάθε ασθενούς (και για τις δύο κατηγορίες). Έτσι για τα τακτικά περιστατικά ο μέσος χρόνος νοσηλείας τους είναι 5.305 ημέρες ενώ για τα επείγοντα περιστατικά είναι σημαντικά μεγαλύτερος 8.071 ημέρες. Οι ρυθμοί εξυπηρέτησης λοιπόν θα είναι:

$$\mu_1 = 0.1884 \quad \text{και} \quad \mu_2 = 0.1238$$

Δικαιολογείται λοιπόν η επιλογή μας να μην ακολουθήσουμε σε αυτό το σημείο την υπόθεση των Taylor και Templeton ότι ο ρυθμός εξυπηρέτησης είναι κοινός.

Θα πρέπει όμως να εξετάσουμε εάν ο χρόνος εξυπηρέτησης μας προσαρμόζεται καλά στην εκθετική κατανομή. Ένα από τα στατιστικά κριτήρια για τον έλεγχο της υπόθεσης της εκθετικής κατανομής είναι το τεστ των Kolmogorov – Smirnov [21]. Το τεστ αυτό συγκρίνει την υποθετική αθροιστική συνάρτηση κατανομής με την αθροιστική συνάρτηση κατανομής που δίνουν τα δεδομένα. Η στατιστική που χρησιμοποιείται είναι:

$$K = \max_j \left[\max \left\{ \left| \frac{1}{n} - F\left(t_j\right) \right|, \left| \frac{j-1}{n} - F\left(t_j\right) \right| \right\} \right]$$

όπου t_j είναι η j διατεταγμένη παρατήρηση και $F\left(t_j\right)$ είναι η αθροιστική συνάρτηση κατανομής για την εκθετική , δηλαδή : $F\left(t_j\right) = 1 - e^{\frac{-t_j}{\bar{t}}}$.

Τρέξαμε το τεστ αυτό στο στατιστικό πακέτο SPSS [24] και τα αποτελέσματα είναι τα παρακάτω.

Για τα τακτικά περιστατικά:

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		CHRONOS1
N		203
Exponential parameter.(a,b)	Mean	5,3054
Most Extreme Differences	Absolute	,172
	Positive	,115
	Negative	-,172
Kolmogorov-Smirnov Z		1,448
Asymp. Sig. (2-tailed)		,050

a Test Distribution is Exponential.
b Calculated from data.

Για τα επείγοντα περιστατικά:

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		CHRONOS2
N		140
Exponential parameter.(a,b)	Mean	8,0714
Most Extreme Differences	Absolute	,117
	Positive	,113
	Negative	-,117
Kolmogorov-Smirnov Z		1,379
Asymp. Sig. (2-tailed)		,111

a Test Distribution is Exponential.
b Calculated from data.

Παρατηρώντας τα αποτελέσματα των δύο δειγμάτων βλέπουμε ότι και τα δύο οριακά προσαρμόζονται στην κατανομή μας. Να τονίσουμε ότι σε αντίθεση με τα άλλα τεστ, ένα στατιστικά σημαντικό αποτέλεσμα δεν αποτελεί καλό αποτέλεσμα για εμάς [24] . Δηλαδή όταν Asymp. Sig. (2-tailed) < 0.05 δεν έχουμε καλή προσαρμογή των δεδομένων μας στη θεωρητική κατανομή που εξετάζουμε. Παρόλη την οριακή κατάσταση των δεδομένων μας εμείς θα θεωρήσουμε ότι η κατανομή μας είναι η εκθετική.

Αφού υπολογίσαμε τους ρυθμούς άφιξης και εξυπηρέτησης συνέχεια είχε ο υπολογισμός των συνιστωσών κοστών . Γενικά, θα μπορούσαμε να πούμε ότι οι υπηρεσίες του νοσοκομείου χωρίζονται σε 3 μεγάλες κατηγορίες:

1. Υπηρεσίες υποδοχής
2. Υπηρεσίες διαμονής
3. Διαγνωστικές και θεραπευτικές υπηρεσίες

Καθώς λοιπόν αντιμετώπιση κάθε νοσηλευόμενου ασθενή στο νοσοκομείο είναι μια υπηρεσία που περιλαμβάνει πράξεις σε καθεμιά από τις παραπάνω κατηγορίες εμείς για τη δημιουργία μίας συνάρτησης κόστους θα πρέπει να έχουμε υπόψη μας διάφορους προσδιοριστικούς παράγοντες όπως:

- Αριθμός ασθενών στις διάφορες ομάδες ασθενειών
- Ημέρες νοσηλείας
- Αριθμός κλινών
- Τύπος νοσοκομείου (είδος, ιδιοκτησία κτλ)
- Διάφορες υπηρεσίες ή/& τεχνολογία του νοσοκομείου
- Δείκτης μέτρησης της ποιότητας: εισροές ανά ασθενή (π.χ. εργαστηριακές πράξεις) ή με το αποτέλεσμα (π.χ. θνησιμότητα)
- Σοβαρότητα της νόσου ανάλογα με τη διάγνωση
- Μέτρηση των τιμών των παραγωγικών συντελεστών
- Σχέση με πανεπιστήμια και ερευνητικά προγράμματα
- Άλλες διαφορές στη νοσοκομειακή αποδοτικότητα που δε σχετίζονται με το μέγεθος του νοσοκομείου
- Άλλα χαρακτηριστικά των νοσοκομειακών υπηρεσιών (π.χ. εξετάσεις στα εξωτερικά ιατρεία ή των ίδιων των ασθενών ανάλογα με την περίπτωση

Η επιλογή της μεθοδολογίας για τη συλλογή των στοιχείων κόστους εξαρτάται κάτω από ποια προοπτική γίνεται η ανάλυση. Στην περίπτωσή μας ενδιαφερόμαστε για τα κόστη που επωμίζεται το νοσοκομείο καθώς και για τα έσοδα που έχει από τα ταμεία ασφάλισης των ασθενών. Έτσι για τη μέτρηση του κόστους του συντελεστή εργασία χρειάζονται στοιχεία για το χρόνο που απαιτεί κάθε δραστηριότητα και για το μισθολόγιο κάθε βαθμίδας εργαζομένων που απασχολούνται σε αυτή. Για το

συντελεστή κεφάλαιο/ πάγιο εξοπλισμό (μηχανήματα, κλίνες κτλ) χρειάζονται στοιχεία για: κόστος κτήσης, κόστος εγκατάστασης, λειτουργίας και συντήρησης , ετήσιο ποσοστό απόσβεσης, αντικατάστασης μηχανημάτων, χρόνος που απαιτείται για την πραγματοποίηση μιας διαγνωστικής εξέτασης, πόσες εξετάσεις μπορεί να πραγματοποιήσει σε ένα χρόνο. Για τους άλλους παραγωγικούς συντελεστές (αναλώσιμα, άλλα υλικά) χρειάζονται: ποσότητα (για κάθε πράξη χωριστά) και τιμή του προϊόντος (π.χ. πόσα κιλά βαμβάκι απαιτούνται για τη σκωληκοειδίτιδα και πόσο κοστίζει το κιλό). Όλα τα παραπάνω στοιχεία εμείς τα πήραμε από τους ετήσιους λογαριασμούς του νοσοκομείου που αφορούσαν τόσο τα έξοδα του νοσοκομείου όσο και τα έσοδα του από τα διάφορα ασφαλιστικά ταμεία.

Με βάση τα παραπάνω στοιχεία που συλλέξαμε καθορίσαμε τους συντελεστές των δύο συνιστωσών της συνάρτησης κόστους μας, δηλαδή του κόστους να κρατήσουμε μία κλίνη άδεια (λειτουργικό κόστος κτλ) και του κόστους να μην διαθέσουμε μία κλίνη σε έναν ασθενή (απώλεια εσόδων κτλ). Έτσι έχουμε (σε Ευρώ ανά ημέρα):

$$c_1 = 340.75 \quad \text{και} \quad c_2 = 209.8$$

6.2 Αποτελέσματα Εφαρμογής

Για να μπορέσουμε να λύσουμε το σύστημα των γραμμικών εξισώσεων διαφορών που περιγράφουν το σύστημα μας στην κατάσταση της στατιστικής ισορροπίας, χρησιμοποιήσαμε το υπολογιστικό πακέτο MATHEMATICA 5 [23],[26]. Αναπτύξαμε ένα υπολογιστικό πρόγραμμα, αρχικά για τις 51 ανεπτυγμένες κλίνες της νοσοκομειακής πτέρυγας που εξετάζουμε, χρησιμοποιώντας τις παρακάτω παραμέτρους:

- cut off m : τον αριθμό των κλινών πάνω από τις οποίες διακόπτεται η προτεραιότητα των τακτικών περιστατικών και δεν εισάγονται στην πτέρυγα
- ϕ_1 : την πιθανότητα να μην εξυπηρετηθεί ένας ασθενής υψηλής προτεραιότητας
- ϕ_2 : την πιθανότητα να μην εξυπηρετηθεί ένας ασθενής χαμηλής προτεραιότητας

- Ψ_{lost} : το κόστος να χαθεί ένας ασθενής από το σύστημα
- Ψ_{empty} : το κόστος να μείνει μία κλίνη άδεια
- c : το συνολικό κόστος

Και τα αποτελέσματά που πήραμε είναι τα εξής:

- Όταν το μέγιστο μήκος της ουράς είναι $q = 10$ ασθενείς

Cut off m	ϕ_1	ϕ_2	Ψ_{lost}	Ψ_{empty}	c
47	0.00705557	0.339197	504.541	2729.17	3233.71
48	0.0166415	0.338664	515.353	2446.45	2961.8
49	0.0410582	0.345251	554.512	2064.11	2618.62
50	0.109182	0.353034	648.274	1461.64	2109.91

- Όταν το μέγιστο μήκος της ουράς είναι $q = 15$ ασθενείς

Cut off m	ϕ_1	ϕ_2	Ψ_{lost}	Ψ_{empty}	c
47	0.0096949	0.471743	701.554	2115.97	2817.53
48	0.0225552	0.467934	711.536	1814.45	2525.99
49	0.0542409	0.463363	743.17	1441.22	2184.39
50	0.132424	0.430188	789.202	999.813	1789.01

Τα αποτελέσματα όσον αφορά της πιθανότητες μη εισαγωγής ασθενών και των δύο τύπων είναι τα αναμενόμενα. Δηλαδή όσο λιγότερες κλίνες κρατάμε ρεζερβέ για τα τακτικά περιστατικά τόσο μεγαλώνει η πιθανότητα να χαθούν ασθενείς υψηλής προτεραιότητας και αντίστοιχα μικραίνει η πιθανότητα να χαθούν ασθενείς χαμηλής προτεραιότητας.

Όμως ότι τα αποτελέσματα όσον αφορά το συνολικό κόστος δεν είναι τα αναμενόμενα. Το κόστος να χαθεί ένας ασθενείς μας βγαίνει πραγματικά αύξων όπως το περιμέναμε. Αντίστοιχα αναμενόμενα είναι τα αποτελέσματα (φθίνων κόστος)και στο κόστος διατήρησης της κλίνης άδειας. Το πρόβλημα εντοπίζεται στο ότι δεν παρατηρούμε αλλαγή στη μονοτονία του συνολικού κόστους και κατά συνέπεια δεν έχουμε ελαχιστοποίηση του κόστους μας για κάποιο πλήθος κρατημένων κλινών.

Ένας από τους παράγοντες που υποθέτουμε ότι μπορεί να ευθύνεται για την παρουσίαση αυτής της ανωμαλίας στο σύστημα είναι ότι, με δεδομένους τους ρυθμούς που βρήκαμε για την άφιξη και την εξυπηρέτηση των ασθενών, το σύστημα δεν ικανοποιεί την συνθήκη για την ύπαρξη στατιστικής ισορροπίας που ισχύει για μία ουρά με S εξυπηρετητές. Η συνθήκη αυτή λέει ότι για να υπάρχει στατιστική ισορροπία σε μία ουρά M/M/S θα πρέπει η τάση συνωστισμού να είναι μικρότερη της μονάδας, δηλαδή :

$$\rho = \frac{\lambda}{S\mu} < 1$$

όπου λ και μ οι συνολικοί ρυθμοί άφιξης και εξυπηρέτησης.

Στην περίπτωση μας λοιπόν το λ είναι ίσο με το άθροισμα των ρυθμών άφιξης, δηλαδή $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$ ενώ για να βρούμε το μ υπολογίζουμε το συνολικό μέσο χρόνο εξυπηρέτησης όλων των ασθενών που νοσηλεύονται στην πτέρυγα και παίρνουμε το αντίστροφο. Έτσι καταλήγουμε στα εξής αποτελέσματα:

$$\lambda = 7.856 \quad \text{και} \quad \mu = 0.15 \text{ κατά συνέπεια } \rho = \frac{\lambda}{S\mu} = \frac{7.856}{51 \cdot 0.15} = 1.03$$

Μία πιθανή αιτία για αυτό το φαινόμενο είναι μία σημαντική αλλαγή που σημειώθηκε στο χώρο της υγείας τα τελευταία χρόνια. Η αλλαγή αυτή είναι η κατάργηση των εφεδρικών κλινών, δηλαδή των ράντζων, που χρησιμοποιούνταν για τη φιλοξενία ασθενών σε περιόδους μεγάλης ζήτησης για κλίνες (εφημερίες) . Η αλλαγή αυτή θεωρείται με την πρώτη ματιά θετική, καθώς οδηγεί σε βελτίωση της ποιότητας των παρεχόμενων υπηρεσιών στον ασθενή. Παρόλα αυτά όμως δεν συνοδεύτηκε από ταυτόχρονη αύξηση των ανεπτυγμένων κλινών στις πτέρυγες. Η νέα πολιτική θέλει όταν δεν υπάρχουν διαθέσιμες κλίνες σε κάποια πτέρυγα του νοσοκομείου που εφημερεύει, να φιλοξενούνται οι ασθενείς υψηλής προτεραιότητας σε κλίνες άλλων πτερύγων του νοσοκομείο μέχρι να αδειάσει κάποιά κλίνη στην κατάλληλη πτέρυγα. Καθώς όμως το πρόβλημα της έλλειψης κλινών συναντάται λίγο έως πολύ σε όλες τις πτέρυγες των νοσοκομείων, η αλλαγή αυτή πολιτικής είχε και κάποιες δυσάρεστες παρενέργειες.

Για να μπορέσουμε να προσπεράσουμε αυτό το πρόβλημα ελέγξαμε την τάση συνωστισμού που προκύπτει εάν αυξήσουμε τον αριθμό των ανεπτυγμένων κλινών, δηλαδή τον αριθμό των υπηρετών. Σκοπός μας είναι να πάρουμε και να εφαρμόσουμε το μοντέλο μας για το πρώτο πλήθος ανεπτυγμένων κλινών για το οποίο η τάση συνωστισμού είναι μικρότερη της μονάδος. Ο αριθμός αυτός μετά από υπολογισμούς προκύπτει ότι είναι οι 53 κλίνες.

Τρέχουμε λοιπόν το μοντέλο μας θεωρώντας αυτή τη φορά πλήθος κλινών 53. Τα αποτελέσματα για τα διάφορα μέγιστα μήκη ουράς είναι τα παρακάτω.

- Για μέγιστο μήκος ουράς 10 άτομα:

Cut off m	ϕ_1	ϕ_2	Ψ_{lost}	Ψ_{empty}	c
49	0.00600167	0.320022	475.227	2697.98	3173.21
50	0.0143815	0.315508	478.76	2414.11	2892.87
51	0.0357669	0.315344	504.381	2039.74	2544.12
52	0.0937105	0.309735	566.249	1985.55	2551.8

- Ενώ για μέγιστο μήκος ουράς 15 άτομα:

Cut off m	ϕ_1	ϕ_2	Ψ_{lost}	Ψ_{empty}	c
49	0.00820519	0.442782	657.403	2073.51	2730.92
50	0.0193184	0.430999	653.612	1790.17	2443.78
51	0.0464801	0.415058	663.147	1455.78	2118.92
52	0.110956	0.367945	772.225	1395.4	2167.63

Βλέπουμε ότι αυξάνοντας τον αριθμό των ανεπτυγμένων κλινών στην πτέρυγα, η κατάσταση βελτιώνεται. Αν και παρακινδυνευμένο να γίνουν συγκρίσεις μεταξύ των δύο περιπτώσεων (ανεπτυγμένες κλίνες 51 και 53), μία γενική και φυσικά αναμενόμενη παρατήρηση είναι ότι μειώνεται η πιθανότητα να χαθούν οι ασθενείς και των δύο τύπων (για τον ίδιο αριθμό διακοπής προτεραιότητας Cut off- m). Επίσης μειώνεται και το συνολικό κόστος κράτησης μίας κλίνης ρεζερβέ για τα επείγοντα περιστατικά.

Το σημαντικότερο όμως είναι ότι στην περίπτωσή μας εξαλείφεται το πρόβλημα της μη ύπαρξης ελάχιστου συνολικού κόστους. Παρατηρούμε λοιπόν ότι και στις δύο περιπτώσεις που εξετάσαμε στην περίπτωση των 53 ανεπτυγμένων κλινών έχουμε ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους όταν κρατηθούν ρεζερβέ για περιπτώσεις επειγόντων περιστατικών 2 κλίνες. Κατά συνέπεια η εισαγωγή τακτικών περιστατικών στην πτέρυγα θα πρέπει να σταματάει όταν υπάρχουν σε αυτήν 51 κατειλημμένες κλίνες.

6.3 Αμφιλεγόμενα Σημεία της Εφαρμογής

Πριν όμως τελειώσουμε θα πρέπει να τονίσουμε της αδυναμίες που παρουσιάστηκαν κατά την εφαρμογή του μοντέλου στην νοσοκομειακή πτέρυγα και οι οποίες ενδεχομένως να επηρεάζουν τα αποτελέσματά της εφαρμογής μας σε σημαντικό βαθμό.

Το πρώτο είναι ο εμπειρικός προσδιορισμός του ρυθμού άφιξης των τακτικών περιστατικών. Σύμφωνα με το ιατρικό προσωπικό από το σύνολο των εξετασθέντων ασθενών στα εξωτερικά ιατρεία, ένα ποσοστό της τάξης του 10 – 15% χρήζει εισαγωγής. Το εύρος όμως αυτού του ποσοστού είναι αρκετά μεγάλο ώστε να δημιουργούνται σημαντικές διαφορές ανάλογα με το ποιο ακριβώς ποσοστό τελικά θα επιλεγεί να χρησιμοποιηθεί (στην περίπτωση μας χρησιμοποιήσαμε το 12% αυθαίρετα).

Μία δεύτερη και ιδιαιτέρως σημαντική παρατήρηση που πρέπει να γίνει είναι ότι δεν ήταν ευδιάκριτη μέσα από τη βάση δεδομένων μας η ενδονοσοκομειακή κίνηση των ασθενών από πτέρυγα σε πτέρυγα. Έτσι για της περιπτώσεις των ασθενών οι οποίοι τοποθετούνταν αρχικά σε διαφορετική πτέρυγα από αυτήν που θα έπρεπε είτε λόγω έλλειψης κλινών είτε λόγω λάθους διάγνωσης δεν υπήρχαν επαρκεί στοιχεία.

Ένα ακόμα θολό σημείο είναι το κόστος της νοσηλείας των ασθενών. Το ημερήσιο κόστος παραμονής σε μία κλίνη καθορίζεται με βάση υπουργικές αποφάσεις οι οποίες όμως δεν αναπροσαρμόζονται όμως σε τακτά χρονικά διαστήματα ώστε να ανακλούν τις πραγματικές ανά στιγμή τιμές. Ακόμη δεν ήταν δυνατή η διάκριση του κόστους ανάμεσα στις δύο κατηγορίες ασθενών που διακρίναμε. Έτσι θεωρήσαμε ότι το μέσο κόστος νοσηλείας είναι κοινό τόσο για τα επείγοντα περιστατικά όσο και για τα τακτικά περιστατικά.

7. Σύνοψη

Σκοπός αυτής της μελέτης ήτανε τόσο η περιγραφή του συστήματος εισαγωγής και εξυπηρέτησης ασθενών σε ένα νοσοκομείο ως ένα σύστημα ουρών αναμονής όσο και ο καθορισμός μίας άριστης πολιτικής σχεδιασμού των εισαγωγών ασθενών σε μία πτέρυγα ώστε να επιτευχθεί μία όσο το δυνατόν καλύτερη αξιοποίηση των ανεπτυγμένων κλινών. Έτσι παρουσιάσαμε δύο προϋπάρχουσες προσεγγίσεις και τις συνδυάσαμε σε ένα νέο μοντέλο ουρών. Το μοντέλο αυτό περιγράφει το νοσοκομείο σαν ένα σύστημα εξυπηρέτησης στο οποίο προσέρχονται ασθενείς με δύο διαφορετικούς τρόπους, είτε μέσω των εξωτερικών ιατρείων οπότε χαρακτηρίζονται ως τακτικά περιστατικά, είτε στη διάρκεια των εφημερίων του νοσοκομείου οπότε χαρακτηρίζονται ως επείγοντα περιστατικά . Στη συνέχεια υπολογίζει τον άριστο αριθμό κλινών που πρέπει να κρατηθούν ρεζερβέ για τα επείγοντα περιστατικά. Δηλαδή βρίσκει τον αριθμό τον κατειλημμένων κλινών στον οποίο σταματάει η εισαγωγή των τακτικών περιστατικών. Η αριστοποίηση αυτή γίνεται ως προς μία συνάρτηση κόστους που λαμβάνει υπόψη της τόσο το κόστος διατήρησης μίας κλίνης άδειας όσο και το κόστος μη χορήγησης της κλίνης σε ένα τακτικό περιστατικό. Τέλος εφαρμόζουμε το μοντέλο αυτό για την περίπτωση της ορθοπεδικής πτέρυγας του Γενικού Νοσοκομείου Γεώργιος Παπανικολάου και προτείνουμε μία πολιτική εισαγωγών που ταυτόχρονα όμως προϋποθέτει και αύξηση των υπαρχόντων κλινών.

8. Βιβλιογραφία

1. J. L. Balitfy, “A Stochastic Model for the Analysis and Prediction of Admissions and Discharges in Hospitals”, Management Sci.2, pp. 288-299, (1960)
2. M. S. Blumberg, “DPF Concept Helps Predict Bed Needs”, Modern Hospital,vol 97,pp. 75-81, (1961)
3. V. E. Weckwertr, “Determining Bed Needs from Occupancy and Census Figures, “ Hospital,vol 40, pp. 52-54, (1966)
4. J. P. Young, “A queueing Theory Approach to the Control of Hospital Impatient Census”, Ph.D. Dissetration, School of Engineering, The Johns Hopkins University, Baltimore, 1962
5. P. Kolesar, “A Markovian Model for Hospital Admission Scheduling”, Management Sci. vol 16,pp. 384-396, (1970)
6. G. B. Dantzig, “A Hospital Admission Problem”, Technical Report 69-15, Operationw Research House, Stanford University, Stanford, California, 1969
7. W. Shonick, ”A stochastic model for Occypancy-Related Random Variables in General-Acute Hospitals”, Joyrnal of the American Statistical Association,vol 65, pp. 1474-1500, (1970)
8. F. L. Offensend, “A Hospital Admission System Based on Nursing Work Load”, Management science, vol 19, pp. 646-666, (1973)
9. M. M. Conors,”A Stochastic Elective Admissions Scheduling Algorithm”, Health Services Research, vol 5, pp. 308-319,(1970)
10. J. A. George, D. R. Fox, R. W. Canvin, “A Hospital Thoughput Model in thw Contex of Long Waiting Lists”, Journal of the Operational Research Society, vol 34, pp. 27-35, (1983)
11. I. K. Altinel, E. Ulas,”Simulation Modeling for Emergency Bed Requirement Planning”, Annals of Operations Research,vol 6, pp. 183-210, (1996)
12. A.O.Esogbue, A.J.Singh, “A Stochastic Model for an Optimal Priority Bed Distribution Problem in a Hospital Ward”, Operations Research, vol 24, pp. 884-898, (1976)

13. F. Dexter, A. Macario," Optimal Number of Beds and Occupancy to Minimize Staffing Costi in an Ostetrical Unit",
14. T. F. Keller, D. J. Laughhunn, "An Application of Queueing Theory to a Congestion Problem in an Outpatient Clinic", Decision Sciendes, vol 4, pp. 379-394, (1973)
15. F. Gorunescu, S. I. McClean, P. H. Millard, "Using a Queueing Model to Help Plan Bed Allocation in a Department od Geriatric Medicine", Health Care Management Science, vol 5, pp. 302-307, (2002)
16. J.R. Broyles, J.K. Cochran, "Estimating Business Loss to a Hospital Emergency Department from Patient Reneging by Queueing-Based Regression", Proceedings of the Industrial Engineering Research Conference, pp. 613-618, (2007)
17. D.H.Stimson, R.H.Stimson, "Operation Research in Hospitals: Diagnosis and Prognosis", Hospital Research and Educational Trust, Chicago (1972)
18. I.D.S.Taylor, J.G.C.Templeton, Waiting Time in a Multi-Server Cutoff-Priority Queue, and Its Application to an Urban Ambulance Service", Operations Research, vol 28, pp. 1168-1188, (1980)
19. Σχέδιο Νόμου, «οργάνωση και λειτουργία των υπηρεσιών δημόσιας υγείας και λοιπές διατάξεις», Άρθρο 15, (2005)
20. Π.Χ.Γ.Βασιλείου, «Στοχαστικές Μέθοδοι στις Επιχειρησιακές Έρευνες», εκδόσεις ΖΗΤΗ, (2000)
21. Φ.Κολυβά-Μαχαίρα, Ε.Μπόρα-Σέντα, «Στατιστική : θεωρία και εφαρμογές», εκδόσεις ΖΗΤΗ, (1998)
22. R.B.Cooper, "Introduction to Queueing Theory", second edition, North Holland
23. Σ.Τραχανάς, "Mathematica και εφαρμογές για μαθηματικούς φυσικούς και μηχανικούς", Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, (2004)
24. A.Fields, "Discovering Statistics using SPSS",(2005)
25. C.D.Flagle, "Operations Research in Hospitals, in Operations Research and Systems Enginneering", pp 763,Md Johns Hopking Press (1960)
26. C.J.Huang, PS.Crooke, "Mathematics and Mathematica for Economists",Blackwell Publishers, (1997)

27. J.K.Cochran, A.Bharti, “A Multi-Stage Stochastic Methodology for whole Hospital Bed Planning under Peak Loading”, Int. J. Industrial and Systems Engineering, vol. 1,pp. 8-36, (2006)