
**Μέθοδοι Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης
και Αιτιότητας σε Μικροοικονομικά και
Μακροοικονομικά Μεγέθη της Ελληνικής
Οικονομίας**

Ευστράτιος Δ. Τσερκέζος

Ευχαριστίες

Η παρούσα διατριβή εκπονήθηκε στο πλαίσιο των διδακτορικών μου σπουδών στο τμήμα Εφαρμοσμένης Πληροφορικής του Πανεπιστημίου Μακεδονίας. Η ολοκλήρωση της δεν θα ήταν δυνατή χωρίς την ενθάρρυνση και υποστήριξη του επιβλέποντος Καθηγητή κ. Αναστάσιου Κάτου τον οποίο και ευχαριστώ για την υπομονή, την επιμονή και την κατανόηση που έδειξε κατά τη διάρκεια της συγγραφής της.

Εκτιμώ και είμαι υπόχρεος για τη σημαντική συνεισφορά του σε χρόνο, ιδέες και το ερευνητικό ενδιαφέρον όσον αφορά το αντικείμενο της Οικονομικής Επιστήμης και δη της ποσοτικής της εκφάνσεως μέσω της Οικονομετρικής Προτυποποίησης.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω παράλληλα τους καθηγητές κ Κωνσταντίνο Κατρακυλίδη, κα Ζωή Γεωργαντά και κ Μοσχίδη Οδυσσέα για τις παρατηρήσεις τους και διερευνητικές κατευθύνσεις που απλόχερα μου πρόσφεραν τα συγκεκριμένα έτη.

Ιδιαίτερο ευχαριστώ οφείλω στον πατέρα μου καθηγητή Δικαίο Τσερκέζο ο οποίος και αποτέλεσε την έμπνευση μου στην επιλογή της Οικονομικής Επιστήμης ως αντικείμενο σπουδών αλλά και της θεωρητικής και εφαρμοσμένης Οικονομετρίας ως αντικείμενο ειδίκευσης αλλά και τη σημαντικότητα της χρήσης κατάλληλων στατιστικών προγραμμάτων για την διενέργεια αναπαραξίμων ερευνητικών αποτελεσμάτων.

Τέλος θα ήθελα να αφιερώσω την παρούσα μελέτη στην μνήμη του Παππού μου, Ευστράτιου Δ. Τσερκέζου για την στήριξη και παραίνεση του στο κυνήγι της γνώσης.

Ευστράτιος Δ. Τσερκέζος

Απόφοιτος τμήματος Οικονομικής Επιστήμης Πανεπιστημίου Πειραιώς

MSc Μαθηματικής προτυποποίησης στην Οικονομία – ΣΕΜΦΕ- Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Θεσσαλονίκη 2022

Επιβλέπων Καθηγητής: κ. Κάτος Αναστάσιος

Μέλη Συμβουλευτικής Επιτροπής:

κ. Κατρακυλίδης Κωνσταντίνος

κ. Μοσχίδης Οδυσσέας

Περίληψη

Η διατριβή αυτή προτείνει και παρουσιάζει αναλυτικά δυο μεθόδους ελέγχου ευσταθών μη γραμμικών βραχυχρόνιων και μακροχρόνιων σχέσεων συμμεταβολής μεταξύ των Οικονομικών μεγεθών, γνωστή και ως διαδικασία ελέγχου της συνολοκλήρωσης.

Όπως ερευνήθηκε αναλυτικά στα πλαίσια αυτής, υπάρχει πληθώρα αιτιών όπως περιγράφονται στην προϋπάρχουσα θεωρητική αλλά και εμπειρική βιβλιογραφία τα οποία κρίνουν αναγκαία την μετάβαση της έννοιας της συνολοκλήρωσης στο μη γραμμικό πλαίσιο με τέτοιο τρόπο ώστε ανερμήνευτες από τις γραμμικές μεθόδους μη γραμμικότητες να συμπεριλαμβάνονται κατά την προτυποποίηση με στόχο την βελτίωση της αποτελεσματικότητας του υποδείγματος.

Η φιλοσοφία της πρώτης από τις προτεινόμενες μεθόδους βασίζεται στην διατήρηση των βασικών χαρακτηριστικών των ομοιογενών ή ασυμπτωτικά ομοιογενών σχέσεων που πιθανόν να συνδέουν τις σχέσεις ισορροπίας των εξεταζόμενων μεγεθών. Εφ' όσον αυτές οι μη γραμμικές σχέσεις γραμμοποιηθούν χωρίς να χάσουν την όποια πληροφόρηση για την διαμόρφωση των μακροχρόνιων σχέσεων που πιθανόν να τις διακρίνει, τότε μπορούμε να εφαρμόσουμε την ήδη υπάρχουσα μεθοδολογία ελέγχου της γραμμικής συνολοκλήρωσης.

Αυτό που επιπλέον χρειάζεται είναι να γίνει μια αναθεώρηση των ελέγχων στασιμότητας χρησιμοποιώντας Bootstrapping τεχνικές για τον υπολογισμό και την χρήση κατάλληλων κριτικών τιμών.

Η συγκεκριμένη μέθοδος βασίζεται και επεκτείνει στην ίδια μεθοδολογική προσέγγιση των Engle και Granger (1987) ακολουθώντας ακριβώς τα δυο στάδια υλοποίησης αυτής τη μεθόδου. Η δεύτερη μέθοδος ουσιαστικά αποτελεί επέκταση της προηγούμενης επιτρέποντας Threshold προσαρμογή στον συντελεστή διόρθωσης του υποδείγματος διόρθωσης σφαλμάτων λόγω της χρήσης της γραμμοποιημένης μακροχρόνιας σχέσης, δίνοντας την δυνατότητα να συμπεριλάβουμε μη γραμμικότητες που παρέμειναν ανερμήνευτες μετά τον μη γραμμικό μετασχηματισμό των αρχικών δεδομένων στην προσπάθεια γραμμοποίησης του διανύσματος ισορροπίας. Η προταθείσα μέθοδος ουσιαστικά αποτελεί επέκταση της πρώτης σε Threshold μορφές συνολοκλήρωσης ενσωματώνοντας την μεθοδολογική προσέγγιση των Balke and Fomby (1997) ακολουθώντας ανάλογα στάδια κατά τον έλεγχο Threshold μη γραμμικοτήτων και την εφαρμογή της στα δεδομένα. Για την γραμμοποίηση των μη γραμμικών σχέσεων μεταξύ των οικονομικών μεγεθών εξετάζεται σειρά πιθανών μετασχηματισμών (μεταξύ των οποίων και ο μετασχηματισμός Box- Cox).

Η διατριβή πέρα από την ανάλυση της υπάρχουσας βιβλιογραφίας στη Μη Γραμμική Συνολοκλήρωση και στην εξέταση των συγκεκριμένων μεθόδων σε πλήθος εναλλακτικών μεγεθών στο πλαίσιο της βιβλιογραφικής αποτύπωσης προχωράει στην εξέταση της σχετικής βιβλιογραφίας σε ένα σύνολο δεδομένων ενδιαφέροντος (Μακροοικονομικά και Χρηματοοικονομικά) όπου εφαρμόζει σειρά από τις υπάρχουσες Γραμμικές και Μη Γραμμικές μεθόδους σε σύγκριση με την προτεινόμενη μεθοδολογία για την εξέταση της αποτελεσματικότητας της.

Από τις πραγματοποιηθείσες εμπειρικές αναλύσεις, χρησιμοποιώντας αρκετές φορές γνωστά λογισμικά περιβάλλοντα, προέκυψαν μη γραμμικές μακροχρόνιες συμπεριφορές αλλά και αντίστοιχοι μηχανισμοί διόρθωσης. Εξυπακούεται η δυνατότητα αξιοποίησής αυτής της

τεχνικής με μια πληθώρα από ανάλογα εμπορικά οικονομετρικά υπολογιστικά περιβάλλοντα. Ακόμα στο πλαίσιο της διατριβής εξετάζονται συγκεκριμένα μεγέθη ενδιαφέροντος (ενδεικτικά Αμυντικές Δαπάνες, Spread, ανεργία) για την εξέταση και εύρεση των ιδιαιτεροτήτων οι οποίες μπορούν να αποδοθούν και να αποτυπωθούν με Μη Γραμμικά εργαλεία και τεχνικές. Τέλος αποτυπώνονται οι πιθανές επεκτάσεις της και με χρήση άλλων πιθανών μετασχηματισμών που ενέχουν τη δυνατότητα να αξιοποιηθούν αντίστοιχα.

Λέξεις κλειδιά: Συνολοκλήρωση, Μη Γραμμικότητα, Box-Cox μετασχηματισμός, γραμμικοποίηση, Μακροοικονομία

ABSTRACT

This thesis proposes and presents extensively two methods of testing for stable non-linear short and long-term relationships between Economic variables of interest, also known as Cointegration.

As investigated in detail within this framework, there are a number of causes as described in the pre-existing theoretical and empirical literature that deem necessary to transition the notion of Cointegration to the non-linear framework in such a way that uninterpreted by linear methods behaviors are included in the modelling process in order to improve the efficiency of the utilized models.

The thought process for the first of the proposed methods is based on the hypothesis that the basic characteristics of homogeneous or asymptotically homogeneous relationships that may link the equilibrium relationships of the variables considered are maintained. Since these non-linear relations are linearized without losing any information on the formation of long-term relations, then we can apply the already existing methodology of testing for linear Cointegration.

It's also important to perform a review of the stationary tests using Bootstrapping techniques to calculate and use appropriate critical values.

This method builds on and expands on the same methodological approach of Engle and Granger (1987) following exactly the two stages of implementation of this method. The second method is essentially an extension of the previous one allowing Threshold adjustment to the correction term of the error correction model due to the use of the linearized long-term relationship, allowing for the inclusion of non-linearities that remained uninterpreted after the non-linear transformation of the original data in the attempt to linearize the equilibrium vector. The proposed method is essentially an extension of the first to Threshold forms of integration by incorporating the methodological approach of Balke and Fomby (1997) by following similar steps in the Threshold non-linearity check and its application to the data. The linearization of nonlinear relations between the economic variables is considered in a series of possible transformations (including the Box-Cox transformation).

The thesis beyond the analysis of existing literature in non-linear Cointegration and the examination of specific methods in a number of alternative variables of interest within the literature proceeds to the examination of the relevant literature in a number of data sets

(Macroeconomics and Finance) where it applies a series of existing Linear and Non-linear methods compared to the proposed methodology to examine its effectiveness.

From the empirical analysis performed, using several known software packages, non-linear long-term behaviors as well as corresponding correction mechanisms were derived. The possibility of using this technique with a multitude of analogous commercial econometric computing environments is implicit. Also in the context of this thesis, specific sizes of interest (indicatively Defense Spending, Spread, unemployment) are considered to examine and find the peculiarities that can be attributed and captured with Non-linear tools and techniques. Finally, the possible extensions are illustrated by using other possible transformations that can be exploited accordingly.

Keywords: Cointegration, Non-Linearity, Box-Cox Transformation, Linearization, Macroeconomics

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

1. Εισαγωγή	1
1.1. Εκφάνσεις της Μη Γραμμικότητας στην Ανθρώπινη Ιστορία	1
<i>Εξέταση εντός Γραμμικού και Μη Γραμμικού πλαισίου - ανεργία στις Η.Π.Α.</i>	15
<i>Εξέταση εντός Γραμμικού και Μη Γραμμικού πλαισίου - Το μέγεθος της ανεργίας στην Ελληνική Οικονομία</i>	19
<i>Εξέταση εντός Γραμμικού και Μη Γραμμικού πλαισίου - Το μέγεθος της ανεργίας στην Ελληνική Οικονομία σε σχέση με το Χρέος ως % του ΑΕΠ – Εξέταση στο γραμμικό πλαίσιο της Συνολοκλήρωσης και στο Μη γραμμικό πλαίσιο των TAR υποδειγμάτων</i>	21
<i>Αρχικά συμπεράσματα σχετικά με τη Μη Γραμμικότητα</i>	29
1.2. Η έννοια και ο ορισμός της Μη Γραμμικότητας: Νεότερες Προσεγγίσεις	30
1.3. Πηγές Μη Γραμμικότητας στην Πραγματική Οικονομία	38
1.4. Χρονική και Διαστρωματική Αθροιστικότητα και Αποαθροιστικότητα στην Μη Γραμμικότητα	40
1.5. Η έννοια της συνολοκλήρωσης (γραμμικό πλαίσιο): Το πρόβλημα της νόθου παλινδρόμησης.....	42
1.6. Ορισμός και Έννοια της γραμμικής Συνολοκλήρωσης (για δύο μεταβλητές)	46
1.7. Το Υπόδειγμα Διόρθωσης Λαθών (Error Correction Model – ECM)	47
1.8. Η σημασία της έννοιας της συνολοκλήρωσης στην Οικονομική Θεωρία	48
1.9. Μη Γραμμική Συνολοκλήρωση: Σύγχρονες Απόψεις.....	49
1.10. Εξεταζόμενα Μακροοικονομικά μεγέθη	59
1.10.1. <i>Διαχρονικές σχέσεις αλληλεξάρτησης Αμυντικών Δαπανών Ελλάδας – Τουρκίας</i>	60
1.10.2. <i>Ισοδυναμία Αγοραστικής Δύναμης (Purchasing Power Parity—PPP)</i>	69
1.10.3. <i>Σχέση μεταξύ Κρατικών Δαπανών και Εσόδων</i>	77
1.11. Εξεταζόμενα Χρηματοοικονομικά μεγέθη	83
1.11.1. <i>Σχέση τιμών – όγκου για τις Χρηματιστηριακές Μετοχές</i>	83
1.11.2. <i>Σχέση μεταξύ των αποδόσεων 10ετων Ομολόγων για την Ευρωζώνη</i>	91
1.12. Σκοπός και ερευνητικές ερωτήσεις της διατριβής	95
1.13. Μεθοδολογία	96
1.14. Διάρθρωση της διατριβής	97
2. Βασικές έννοιες – Ανασκόπηση της βιβλιογραφίας	98
2.1. Γενικοί έλεγχοι εντοπισμού Μη Γραμμικότητας	98
1. <i>BDS έλεγχος (1986)</i>	99
2. <i>Neural Network Test (1989)</i>	100
3. <i>Reset έλεγχος του Ramsey (1969)</i>	102
4. <i>Hinich Portmanteau Bicorrelation Test (1996)</i>	104
5. <i>McLeod - Li Test (1983)</i>	105
6. <i>Test for nonadditivity (1985)</i>	105
7. <i>ARCH Test(1982)</i>	107
2.1.1. <i>Εφαρμογή Monte Carlo εξομοίωσης για την εξέταση της δύναμης των ελέγχων Μη Γραμμικότητας</i>	107
2.2. Η έννοια της μοναδιαίας ρίζας στο Μη Γραμμικό πλαίσιο.....	110
2.2.1. <i>Ορισμός mixing διαδικασίας</i>	110
1. <i>R/S test του Lo</i>	111
2. <i>KPPS</i>	112
3. <i>Mutual information test</i>	112
2.3. Μη Γραμμικά υποδείγματα (παραμετρικές μέθοδοι συγκεκριμένης μορφής Μη Γραμμικότητας)	114

1.	TAR (Threshold Autoregressive)	114
2.3.1.	Έλεγχοι εντοπισμού Μη Γραμμικότητας Threshold μορφής	115
2.3.2.	Ο Arranged Autoregression έλεγχος του Tsay (1989) με Recursive Least Squares	116
2.3.3.	Έλεγχος του Tsay (1998) για την πολυμετάβλητη περίπτωση	119
2.3.4.	Η μέθοδος του Hansen με την χρήση fixed regressor Bootstrapping	124
2.3.5.	Έλεγχος του Hansen (1996) για την περίπτωση περισσότερων του ενός threshold	126
2.3.6.	Λοιπές μέθοδοι ελέγχου για 2 Threshold	128
2.3.7.	Chow test	129
2.3.8.	Harvey-Collier test	129
2.3.9.	Άλλες προτεινόμενες TAR προτυποποιήσεις	130
	Equilibrium TAR	130
	Band TAR	130
	RD- TAR	130
2.	Smooth Transition Autoregressive Υποδείγματα	131
2.3.10.	Σχετικά με τις συγκεκριμένες διαδικασίες:	134
2.3.11.	Έλεγχος για γραμμικότητα ενάντια σε STAR εναλλακτικές	137
2.3.12.	Εκτίμηση του STAR υποδείγματος	138
2.3.13.	Διαγνωστικοί έλεγχοι	139
2.3.14.	Εναλλακτικές συναρτήσεις μετάβασης μεταξύ των Regimes: Rational Polynomial και Cubic function	142
2.3.15.	Ο Έλεγχος για μοναδιαία ρίζα των Kapetanios et al. (2003)	143
2.3.16.	Διενέργεια πρόβλεψης	143
3.	Impulse Response Functions (Συναρτήσεις Αιφνιδίων Αντιδράσεων)	146
2.3.17.	Εφαρμογή GIRF σε TAR υπόδειγμα με εξομοιωμένα δεδομένα	149
2.3.18.	Εφαρμογή LSTAR εκτίμησης και GIRF σε πραγματικά δεδομένα	150
4.	Threshold Vector Autoregressive (TVAR) υποδείγματα	153
5.	Vector Smooth Transition Autoregressive υποδείγματα	154
6.	SUR (Seemingly Unrelated Regressions)-TAR υπόδειγμα	155
2.4.	Ορισμοί της Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης	159
2.4.1.	Ορισμός 1ος (Μη Γραμμική προσαρμογή-NECM)	161
2.4.2.	Ορισμός 2ος (Μη Γραμμικότητα στο διάνυσμα συνολοκλήρωσης)	163
2.4.3.	Ορισμός 3ος (Μη Γραμμικότητα στο διάνυσμα συνολοκλήρωσης και στον μηχανισμό προσαρμογής)	164
2.4.1.	Ορισμός 4ος (Μεθοδολογία των Lin και Granger)	164
2.5.	Έλεγχοι Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης με Μη Γραμμικότητα στο διάνυσμα συνολοκλήρωσης	166
2.6.	Μεθοδολογίες εύρεσης Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης	169
1.	Asymmetric Cointegration	169
2.	Μη Γραμμική ARDL μεθοδολογία	176
3.	Threshold Cointegration	177
4.	Ο έλεγχος των Balke και Fomby (1997)	178
5.	Threshold Cointegration Hansen and Seo two regime	191
6.	Seo (2006)	198
7.	Gonzalo Pitarakis (2005) / Krischnakumar and Netto (2009) external variable for threshold	198
8.	Gonzalo and Pitarakis (2006)	198
9.	Ο έλεγχος του Breitung (2001) των δυο βημάτων	199
10.	Bec, Ben Salem and Carrasco (BBC)	201
11.	Kapetanios and Shin (KS)	202

12.	<i>Seo (2008)</i>	202
2.7.	Μη Γραμμική αιτιότητα	203
1.	<i>Ο έλεγχος των Hiemstra Jones (1994)</i>	203
2.	<i>Ο έλεγχος των Peguin- Feissolle and Terasvirta (1999)</i>	207
3.	<i>Threshold Causality</i>	209
2.8.	Συμπεράσματα.....	211
3.	Γραμμοποιημένοι έλεγχοι ευσταθών Μακροχρόνιων και Βραχυχρόνιων συμμεταβολών.....	213
3.1.	Εισαγωγή.....	213
3.1.	Προτεινόμενη Μεθοδολογική Προσέγγιση	213
3.1.1.	<i>Η προτεινόμενη μέθοδος Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης</i>	215
3.1.2.	<i>Μη Γραμμικές Μακροχρόνιες Συμμεταβολές</i>	218
3.1.3.	<i>Έλεγχοι Μη Γραμμικής ευσταθούς βραχυχρόνιας και μακροχρόνιας συμμεταβλητότητας (Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης)</i>	221
3.1.4.	<i>Οι έλεγχοι Στασιμότητας</i>	222
3.1.5.	<i>Επεκτάσεις στην διαδικασία των προβλέψεων</i>	225
3.2.	Εφαρμογές των Στοχαστικών Πειραματισμών.....	226
3.2.1.	<i>Ο Σχεδιασμός των Πειραματισμών</i>	227
3.2.2.	<i>Δοκιμή της Μεθόδου Ελέγχου Μη γραμμικής Συνολοκλήρωσης – Αποτελέσματα πειραματισμών</i>	230
3.2.3.	<i>Εφαρμογές σε Οικονομικά Μεγέθη</i>	231
3.2.4.	<i>Μη Γραμμικές Σχέσεις Συνολοκλήρωσης μεταξύ του Ακαθάριστου Εγχώριου Προϊόντος (ΑΕΠ) και της Προσφοράς του Χρήματος στην Αμερικανική Οικονομία</i>	232
3.2.5.	<i>Μη Γραμμική Συνολοκλήρωση μεταξύ Ιδιωτικής Κατανάλωσης και Διαθέσιμου Ιδιωτικού Εισοδήματος της Αμερικανικής Οικονομίας</i>	249
3.2.6.	<i>Έλεγχος ύπαρξης μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης μεταξύ των τιμών των δεικτών καταναλωτή και της ισοτιμίας των νομισμάτων της Ιταλίας και των Ηνωμένων Πολιτειών της Αμερικής</i>	258
3.2.7.	<i>Στοχαστικοί Πειραματισμοί – Παρουσίαση Αποτελεσμάτων</i>	261
4.	Μέθοδοι Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης και Αιτιότητας σε Μικροοικονομικά και Μακροοικονομικά Μεγέθη της Ελληνικής Οικονομίας	264
4.1.	Αμυντικές Δαπάνες Ελλάδας – Τουρκίας.....	264
4.1.1.	<i>Παρουσίαση των δεδομένων</i>	264
4.1.2.	<i>Προκαταρκτικοί Έλεγχοι</i>	266
4.1.3.	<i>Έλεγχοι Συνολοκλήρωσης – Γραμμικές και Μη Γραμμικές μέθοδοι</i>	270
4.1.4.	<i>Εφαρμογή της προτεινόμενης μεθόδου Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης – δεδομένα ως % του ΑΕΠ</i>	300
4.1.5.	<i>Αμυντικές Δαπάνες – μια διαφορετική θεώρηση με ανάλυση Παιγνίων</i>	310
4.2.	Σχέση Κρατικών Εσόδων- Κρατικών Εξόδων.....	314
4.2.1.	<i>Παρουσίαση των δεδομένων</i>	314
4.2.2.	<i>Προκαταρκτικοί Έλεγχοι</i>	315
4.2.3.	<i>Έλεγχοι Συνολοκλήρωσης – Γραμμικές και Μη Γραμμικές Μέθοδοι</i>	319
4.3.	Σχέση Μεταξύ αποδόσεων 10ετών Ομολόγων χωρών της Ε.Ε.	337
4.3.1.	<i>Παρουσίαση των δεδομένων</i>	337
4.3.2.	<i>Προκαταρκτικοί Έλεγχοι</i>	337
4.3.3.	<i>Έλεγχοι Συνολοκλήρωσης – Γραμμικές και Μη Γραμμικές μέθοδοι</i>	340
4.3.4.	<i>Χαρτοφυλάκιο με την χρήση Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης</i>	348
4.3.5.	<i>Μη Γραμμική Συνολοκλήρωση</i>	351
5.	Συμπεράσματα.....	353

Παράρτημα Α΄ : γραμμικό πλαίσιο 354

A) Βασικές έννοιες : Η έννοια της στασιμότητας και της μοναδιαίας ρίζας (γραμμικό πλαίσιο)	354
1. Στοχαστική διαδικασία	354
2. Χρονοσειρά.....	354
3. Αυστηρή Στασιμότητα	354
4. Ασθενής Στασιμότητα	354
5. Λευκός Θόρυβος.....	355
6. Τυχαίος περίπατος	355
7. Τυχαίος περίπατος με περιπλάνηση	356
8. Προσδιοριστική τάση	357
9. AR (Autoregressive) υποδείγματα.....	358
10. Κριτήρια επιλογής χρονικών υστερήσεων σε AR(p) υποδείγματα	359
Έλεγχοι Στασιμότητας - Οι έλεγχοι μοναδιαίας ρίζας	360
1. Augmented Dickey Fuller.....	360
2. Ο έλεγχος των Phillips και Perron	363
3. KPSS	366
4. Ο έλεγχος του Perron για ύπαρξη Structural Break.....	368
5. Ο έλεγχος των Zivot Andrews	369
6. Ο έλεγχος των Lumsdaine και Papell test.....	370
7. DF- GLS Detrended	370
8. Ο έλεγχος των Ng και Perron (Modified Z- test).....	372
B) Η έννοια της Συνολοκλήρωσης (Γραμμικό πλαίσιο) - Λοιπές Έννοιες	373
Μέθοδοι Ελέγχου Γραμμικής Συνολοκλήρωσης	373
1. Η Μέθοδος των Engle και Granger.....	373
2. Η μέθοδος με χρήση του κριτηρίου Durbin – Watson	382
3. Η μέθοδος του Αυτοπαλίνδρομου υποδείγματος κατανεμημένων υστερήσεων (ADL).....	383
4. Η ARDL (Autoregressive Distributed Lag) μέθοδος των Pesaran and Shin (1999).....	384
5. Η μέθοδος των Engle-Granger-Yoo των τριών βημάτων	385
6. Η Fully Modified Ordinary Least Squares (FMLS) μέθοδος.....	386
7. Kanioura and Turner 2005 F-test method.....	389
8. GLS Detrending based Cointegration test Perron- Rodriguez (2001).....	389
9. Dynamic Ordinary Least Squares (DOLS).....	390
10. Gregory Hansen Cointegration έλεγχος	394
Γ) Αιτιότητα- Γραμμικό πλαίσιο.....	396
Έννοια της αιτιότητας	396
1. Έλεγχος Granger.....	398
2. Έλεγχος Sims	399
3. Έλεγχος των Geweke-Meese-Dent.....	399
Δ) Ο Μετασχηματισμός των Box – Cox	401

Παράρτημα Β΄ Παρουσίαση των εφαρμογών σε συγκεκριμένο Οικονομετρικό λογισμικό Περιβάλλον (R.A.T.S της Estima) 404

1. Έλεγχος Tsay(1989) για εύρεση Threshold Μη Γραμμικότητας: εφαρμογή σε εξομοιωμένα δεδομένα	404
2. Έλεγχος Tsay(1998) για εύρεση Threshold Μη Γραμμικότητας: εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα.....	408
3. Έλεγχος Hansen(1996) για ύπαρξη Threshold Μη Γραμμικότητας: εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα ..	413

4.	<i>Εφαρμογή LSTAR ελέγχου και εκτίμησης σε πραγματικά δεδομένα.....</i>	<i>416</i>
5.	<i>Εφαρμογή πρόβλεψης με χρήση TAR υποδειγμάτων σε εξομοιωμένα δεδομένα.....</i>	<i>421</i>
6.	<i>Εφαρμογή LSTAR εκτίμησης και GIRF σε πραγματικά δεδομένα.....</i>	<i>426</i>
7.	<i>Asymmetric Cointegration – Εφαρμογή της διαδικασίας των Enders & Siklos 2001.....</i>	<i>432</i>
8.	<i>Ο έλεγχος των Balke & Fomby για εύρεση Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης.....</i>	<i>437</i>
9.	<i>Balke and Fomby εκτίμηση των τιμών του Threshold από το VECM υπόδειγμα.....</i>	<i>446</i>
10.	<i>Εφαρμογή του ελέγχου των Hansen & Seo σε πραγματικά δεδομένα.....</i>	<i>452</i>
11.	<i>Εκτίμηση VAR υποδείγματος με LSTAR Μη Γραμμικότητα.....</i>	<i>458</i>
12.	<i>Εφαρμογές στο μέγεθος της ανεργίας - Ελλάδα.....</i>	<i>461</i>
13.	<i>Εξομοίωση Κεφαλαίου 3 – μετασχηματισμός box cox.....</i>	<i>479</i>
14.	<i>Εφαρμογή Χαρτοφυλακίου – Spread – κεφάλαιο 4 (ενότητα 4.3).....</i>	<i>485</i>
15.	<i>Εφαρμογή Αμυντικών Δαπανών – Box Cox.....</i>	<i>501</i>
Παράρτημα Γ- Βιβλιογραφικές αναφορές.....		514

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ

Διάγραμμα 1-1. Εξέλιξη παγκόσμιου πληθυσμού (10.000 πχ – 2021 μ.Χ.).....	3
Διάγραμμα 1-2. Εξέλιξη παγκόσμιου πληθυσμού (1950 – 2015).....	3
Διάγραμμα 1-3. Σύγκριση Γραμμικής και Μη Γραμμικής Εκτίμησης στον λογάριθμο του Πληθυσμού για την περίοδο 1950-2015	5
Διάγραμμα 1-4. Σύγκριση σειράς με ρυθμό αύξησης αριθμητικής προόδου (Food Supply- Παραγωγή Τροφής) με σειρά με ρυθμό αύξησης γεωμετρικής προόδου (Population-Πληθυσμός).....	5
Διάγραμμα 1-5. Εξέλιξη συνολικού πληθυσμού του πλανήτη (Popbase) και συνολική παραγωγή τροφής (Foodbase) με έτος βάσης το 1961 (τιμή = 100)	6
Διάγραμμα 1-6. Εξέλιξη πραγματικής Αγροτικής παραγωγής στην Αγγλία 1500-1909	6
Διάγραμμα 1-7. Αριθμός ηλιακών κηλίδων για την περίοδο 1700-1979.....	7
Διάγραμμα 1-8. Δεδομένα του Καναδικού Lynx για την περίοδο 1821-1934.....	7
Διάγραμμα 1-9. Μέγεθος μεγαλύτερης αυτοκρατορίας σε τετραγωνικά Μm περίοδος 3000π.Χ.-1975 μ.Χ.	8
Διάγραμμα 1-10. Φάσεις ανόδου και καθόδου της Μ. Βρετανίας, Ισπανίας, Ρωσίας και Γαλλίας	9
Διάγραμμα 1-11. Μέγιστη επιφάνεια των Σπουδαίων Αυτοκρατοριών με κριτήριο την Μέγιστη Επιφάνεια.....	10
Διάγραμμα 1-12. Αθροιστική Επιφάνεια των Μεγαλύτερων Αυτοκρατοριών με κριτήριο την Μέγιστη Επιφάνεια	10
Διάγραμμα 1-13. Ρυθμός αύξησης Λογιστικής συνάρτησης έναντι Εκθετικής συνάρτησης.....	11
Διάγραμμα 1-14. Διάγραμμα Ημερησίων τιμών κλεισίματος του Nasdaq Composite Index για την περίοδο 1994-2004.....	12
Διάγραμμα 1-15. Ποσοστό ανεργίας για τις Η.Π.Α. για την περίοδο 1960-2010.....	15
Διάγραμμα 1-16. Διενέργεια πρόβλεψης με το γραμμικό AR(4) υπόδειγμα για την περίοδο Ιανουάριος 2009- Οκτώβριος 2010	16
Διάγραμμα 1-17. Διενέργεια πρόβλεψης με το μη γραμμικό SETAR(2) υπόδειγμα για την περίοδο Οκτώβριος 2010- Δεκέμβριος 2011	16
Διάγραμμα 1-18. Γραμμική και μη γραμμική πρόβλεψη του επιπέδου της ανεργίας.....	17
Διάγραμμα 1-19. Διάγραμμα του ελέγχου του Hansen(1996).....	17
Διάγραμμα 1-20. Σύγκριση της γενικευμένης συνάρτησης αιφνίδιων αντιδράσεων με τις προσομοιωμένες αντιδράσεις (20 στην παρούσα περίπτωση) από τις οποίες προκύπτει	18
Διάγραμμα 1-21. Παρουσίαση προσομοιώσεων 10 συναρτήσεων αιφνίδιων αντιδράσεων με έναρξη την περίοδο 1984:1 και 10 με έναρξη την περίοδο 2009:1	18
Διάγραμμα 1-22. Διενέργεια πρόβλεψης με το γραμμικό AR(3) υπόδειγμα για την περίοδο Ιανουάριος 2004- Μάρτιος 2022	19
Διάγραμμα 1-23. Διενέργεια πρόβλεψης με το γραμμικό AR(15) υπόδειγμα για την περίοδο Ιανουάριος 2004- Μάρτιος 2022	19
Διάγραμμα 1-24. Διενέργεια πρόβλεψης με το TAR υπόδειγμα για την περίοδο Ιανουάριος 2019- Μάρτιος 2020	20
Διάγραμμα 1-25. Χρέος Γενικής κυβέρνησης ως ποσοστό του ΑΕΠ και ανεργία, περίοδος 1960-2023	21
Διάγραμμα 1-26. Χρέος Γενικής κυβέρνησης ως ποσοστό του ΑΕΠ και ανεργία, περίοδος 1960-2023, σε λογαριθμους	21
Διάγραμμα 1-27. Σύνοψη αποτελεσμάτων ελέγχου Engle Granger – σχέση ανεργίας και χρέους – τιμές σε λογαριθμους	22
Διάγραμμα 1-28. Εξέταση των καταλοίπων του VECM υποδείγματος	23
Διάγραμμα 1-29. Διάγραμμα Συνολοκλήρωσης	24
Διάγραμμα 1-30. Εξομοίωση υποδείγματος περίοδος 1990-2022.....	25
Διάγραμμα 1-31. Εξομοίωση υποδείγματος περίοδος 2010-2022.....	25
Διάγραμμα 1-32. Εξομοίωση υποδείγματος περίοδος 1990-2022.....	26
Διάγραμμα 1-33. Εξομοίωση υποδείγματος περίοδος 2010-2022.....	26
Διάγραμμα 1-34. Εξομοίωση υποδείγματος περίοδος 1990-2022.....	26
Διάγραμμα 1-35. Εξομοίωση υποδείγματος περίοδος 2010-2022.....	26
Διάγραμμα 1-36. Εξομοίωση υποδείγματος περίοδος 1990-2022.....	27
Διάγραμμα 1-37. Εξομοίωση υποδείγματος περίοδος 2010-2022.....	27
Διάγραμμα 1-38. Εξομοίωση υποδείγματος περίοδος 1990-2022.....	27
Διάγραμμα 1-39. Εξομοίωση υποδείγματος περίοδος 2010-2022.....	27
Διάγραμμα 1-40. Εξομοίωση υποδείγματος περίοδος 1990-2022. Threshold μεταβλητή ο μέσος όρος των τελευταίων 2 πρώτων διαφορών του χρέους με 2 χρονικές υστερήσεις	28
Διάγραμμα 1-41. Εξομοίωση υποδείγματος περίοδος 1990-2022. Threshold μεταβλητή η παράμετρος της τάσης του χρέους ως προς το χρόνο (χρήση OLS, υπόδειγμα με σταθερά και τάση) επανυπολογιζόμενη ανά 5 έτη, μια χρονική υστέρηση	28
Διάγραμμα 1-42.. Εξομοίωση υποδείγματος περίοδος 1990-2022. Threshold μεταβλητή η παράμετρος της τάσης του χρέους ως προς το χρόνο (χρήση OLS, υπόδειγμα με σταθερά και τάση) επανυπολογιζόμενη ανά 5 έτη, μια χρονική υστέρηση	28
Διάγραμμα 1-43. Συνολικό επίπεδο ανεργίας για τις Η.Π.Α. την περίοδο 1959-1978 (Μηνιαία).....	33
Διάγραμμα 1-44. Εξομοίωση της μεταβλητής x της παραπάνω εξίσωσης	34
Διάγραμμα 1-45. Συντελεστής γραμμικής συσχέτισης για τις πρώτες 50 υστερήσεις (χρήση δείγματος 201 παρατηρήσεων από την 100 ^η έως την 300 παρατήρηση)	34
Διάγραμμα 1-46. Limit Cycle περιόδου 3	35
Διάγραμμα 1-47. Limit Cycle παρουσία σφάλματος για δυο προσομοιώσεις του ίδιου υποδείγματος	36
Διάγραμμα 1-48. Δεδομένα του Yule (1926) για την περίοδο 1866-1911	43
Διάγραμμα 1-49. Τιμές της στατιστικής Durbin Watson για 10.000 επαναλήψεις του πειράματος	45
Διάγραμμα 1-50. Τιμές R ² στις 10.000 επαναλήψεις του πειράματος.....	45
Διάγραμμα 1-51. Κατανομή των τιμών της t-statistic για 10.000 επαναλήψεις του πειράματος.....	45
Διάγραμμα 2-1. Εξομοιωμένα δεδομένα της διαδικασίας.....	117
Διάγραμμα 2-2. Εναλλαγές μεταξύ των διαφορετικών regimes στα εξομοιωμένα δεδομένα.....	118
Διάγραμμα 2-3. Οι τιμές της εξομοιωμένης μεταβλητής για ένα σύνολο 200 παρατηρήσεων	118
Διάγραμμα 2-4. Ρυθμοί αύξησης των Αμερικανικών Επιτοκίων (μηνιαία δεδομένα).....	123
Διάγραμμα 2-5. Τιμές κριτηρίου του Akaike για το Grid Search σε Πραγματικά δεδομένα (Tsay 1998).....	124
Διάγραμμα 2-6. Τιμές του επιπέδου της ανεργίας των ΗΠΑ για την περίοδο Ιανουάριος 1960 – Σεπτέμβριος 2010.....	127
Διάγραμμα 2-7. Αποτύπωση της λογιστικής συνάρτησης σε σχέση με την εξέλιξη των τιμών της Threshold μεταβλητής.....	132
Διάγραμμα 2-8. Αποτύπωση της λογιστικής συνάρτησης σε σχέση με διαφορετικές τιμές της παραμέτρου γ	132

Διάγραμμα 2-9. Αποτύπωση της εκθετικής συνάρτησης σε σχέση με την εξέλιξη των τιμών της Threshold μεταβλητής.....	133
Διάγραμμα 2-10. Αποτύπωση της εκθετικής συνάρτησης σε σχέση με διαφορετικές τιμές της παραμέτρου γ	133
Διάγραμμα 2-11. Τιμές του επιπέδου της ανεργίας της Ελλάδος, Μηνιαία δεδομένα για την περίοδο Ιανουάριος 1999 – Μάρτιος 2022	140
Διάγραμμα 2-12. Τιμές των πρώτων διαφορών της ανεργίας της Ελλάδος, Μηνιαία δεδομένα για την περίοδο Ιανουάριος 1999 – Μάρτιος 2022.....	140
Διάγραμμα 2-13. Αποτύπωση της συνάρτησης μετάβασης μεταξύ των Regime όπως προκύπτουν από την εκτίμηση του υποδείγματος.....	141
Διάγραμμα 2-14. Πρόβλεψη με μέσο 5000 επαναλήψεων εξομοίωσης για 15 βήματα μπροστά σε SETAR(1) υπόδειγμα	145
Διάγραμμα 2-15. Πρόβλεψη με 1 επανάληψη εξομοίωσης για 15 βήματα μπροστά σε SETAR(1) υπόδειγμα.....	145
Διάγραμμα 2-16. Generalized Impulse Response Function στην σειρά της εξίσωσης 2.83 με έναρξη του σοκ στην 780η παρατήρηση.....	149
Διάγραμμα 2-17. Generalized Impulse Response Function με έναρξη του σοκ στην 720η παρατήρηση.....	149
Διάγραμμα 2-18. Τιμές της σειράς του Καναδικού Lynx	150
Διάγραμμα 2-19. Τιμές της σειράς του πηλίκου του λογαρίθμου του Καναδικού Lynx προς τον λογάριθμο του 10.....	150
Διάγραμμα 2-20. Αποτύπωση της συνάρτησης μετάβασης όπως προσαρμόζεται στα πραγματικά δεδομένα	151
Διάγραμμα 2-21. Generalized Impulse Response Function για την εκτιμώμενη LSTAR διαδικασία	152
Διάγραμμα 2-22. Generalized Impulse Response Function με χρήση του αλγόριθμου Metropolis- Hastings ο οποίος λαμβάνει τιμές από μια πολυμετάβλητη t επικεντρωμένη στις NLLS εκτιμήσεις	152
Διάγραμμα 2-23. Τιμές για τις αποδόσεις των ομολόγων της Fed και των 10ετών ομολόγων των ΗΠΑ	173
Διάγραμμα 2-24. Τα κατάλοιπα της γραμμικής εκτίμησης του διανύσματος συνολοκλήρωσης.....	174
Διάγραμμα 2-25. Τιμές των αποδόσεων των Ομολόγων της Fed και Μέσου Επιτοκίου Δανεισμού	183
Διάγραμμα 2-26. Τιμές του Spread μεταξύ των δυο επιτοκίων.....	184
Διάγραμμα 2-27. Πορεία των τιμών της t στατιστικής σε σχέση με εναλλακτικές επιλογές για την τιμή του Threshold.....	185
Διάγραμμα 2-28. Πορεία των τιμών της στατιστικής t σε σχέση με τις τιμές της Threshold μεταβλητής.....	186
Διάγραμμα 2-29. Τιμές της συνάρτησης πιθανοφάνειας για διαφορετικές τιμές του αριστερού Threshold θεωρώντας την τιμή του δεξιού Threshold δεδομένη.....	187
Διάγραμμα 2-30. Πρόβλεψη για την τιμή του Spread από τον Ιανουάριο του 1981 και για 40 βήματα (μήνες).....	189
Διάγραμμα 2-31. Πρόβλεψη για την τιμή του DR από τον Ιανουάριο του 1981 και για 40 βήματα (μήνες)	190
Διάγραμμα 2-32. Generalized Impulse Response Function για τις αποδόσεις των ομολόγων της Fed μετά από σοκ μιας τυπικής απόκλισης στο DR	190
Διάγραμμα 2-33. Generalized Impulse Response Function για τις αποδόσεις του DR μετά από σοκ μιας τυπικής απόκλισης στο DR.....	190
Διάγραμμα 2-34. Generalized Impulse Response Function για την τιμή του Spread μετά από σοκ μιας τυπικής απόκλισης στο DR	191
Διάγραμμα 2-35. Αποδόσεις ετήσιων και αποδόσεις 10ετών Ομολόγων.....	196
Διάγραμμα 2-36. Grid search για την εύρεση της τιμής της παραμέτρου β που θα χρησιμοποιήσουμε στην εκτίμηση	197
Διάγραμμα 3-1. Γραφικές Συσχετίσεις δυο μη γραμμικά συμμεταβαλλόμενων μεταβλητών για διαφορετικές τιμές του συντελεστή των Box-Cox	216
Διάγραμμα 3-2. Εξομοιωμένες τιμές δυο (οικονομικών) μεγεθών που εμφανίζουν ευσταθείς μακροχρόνιες συμμεταβολές.....	217
Διάγραμμα 3-3. Εξομοιωμένες τιμές δυο (οικονομικών) μεγεθών που εμφανίζουν ευσταθείς μακροχρόνιες συμμεταβολές.....	217
Διάγραμμα 3-4. Εξομοιωμένες τιμές δυο (οικονομικών) μεγεθών που εμφανίζουν ευσταθείς μακροχρόνιες συμμεταβολές.....	218
Διάγραμμα 3-5. Γραφικές Συσχετίσεις δυο μη γραμμικά συμμεταβαλλόμενων μεταβλητών για διαφορετικές τιμές του συντελεστή των Box-Cox	219
Διάγραμμα 3-6. Γραφική παρουσίαση της διαδικασίας πρόβλεψης με την προτεινόμενη μέθοδο Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης	225
Διάγραμμα 3-7. Κατανομές Συχνοτήτων των $t_{\delta} = \frac{\delta}{S_{\delta}}$ για διαφορετικό αριθμό διαθέσιμων δεδομένων(Οι έγχρωμες κατανομές αναφέρονται στην εφαρμογή του μετασχηματισμού των Box-Cox.....	230
Διάγραμμα 3-8. Ποσότητα του χρήματος (X_t) και ΑΕΠ (Y_t) της Αμερικανικής Οικονομίας (1959:1-2000:4).....	232
Διάγραμμα 3-9. Φίλτραρισμένες (Εξομαλυμένες) τιμές της ποσότητας του χρήματος και του ΑΕΠ	232
Διάγραμμα 3-10. Φίλτραρισμένες (Εξομαλυμένες) τιμές της Ποσότητας του Χρήματος και του ΑΕΠ.....	233
Διάγραμμα 3-11. Γραφική Αντιστοίχιση των τιμών του ΑΕΠ και της Ποσότητας Χρήματος	233
Διάγραμμα 3-12. Γραφική Αντιστοίχιση των τιμών του ΑΕΠ και της Ποσότητας Χρήματος μετά την εφαρμογή του μετασχηματισμού των Box-Cox	234
Διάγραμμα 3-13. Bootstrapped εκτιμήσεις του ελέγχου KPSS για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου του μετασχηματισμού των Box-Cox	238
Διάγραμμα 3-14. Σύγκριση των τιμών του κριτηρίου KPSS με ανάλογες τιμές του συντελεστή λ του μετασχηματισμού των Box-Cox.....	239
Διάγραμμα 3-15. Σχηματοποίηση των Διαχρονικών Αλληλεπιδράσεων μεταξύ του Ακαθάριστου Εγχώριου Προϊόντος (ΑΕΠ) και της Προσφοράς του Χρήματος στην Αμερικανική Οικονομία.....	239
Διάγραμμα 3-16. Επιλογή του βαθμού του Αυτοπαλίνδρομου σχήματος με βάση τα κριτήρια AIC και Schwarz.....	241
Διάγραμμα 3-17. Επιλογή του βαθμού του Αυτοπαλίνδρομου σχήματος με βάση τα κριτήρια AIC και Schwarz.....	242
Διάγραμμα 3-18. Επιλογή του βαθμού του Αυτοπαλίνδρομου σχήματος με βάση τα κριτήρια AIC και Schwarz.....	243
Διάγραμμα 3-19. Σύγκριση των Λόγων των Μέσων τετραγωνικών σφαλμάτων.....	244
Διάγραμμα 3-20. Γραφική παρουσίαση της διαδικασίας πρόβλεψης με την προτεινόμενη μέθοδο μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης.....	245
Διάγραμμα 3-21. Κατανομή των Μέσων Τετραγωνικών Σφαλμάτων Πρόβλεψης χρησιμοποιώντας Γραμμικές και μη Γραμμικές τεχνικές Συνολοκλήρωσης για 1-20 χρονικές περιόδους πρόβλεψης.....	246
Διάγραμμα 3-22. Σύγκριση των Λόγων των Προβλέψεων του μη Γραμμικού VAR με το Γραμμικό VAR και το απλό VAR.....	247
Διάγραμμα 3-23. Διαχρονική Συμμεταβολή Ιδιωτικής Κατανάλωσης και Διαθέσιμου Ιδιωτικού Εισοδήματος.....	249
Διάγραμμα 3-24. Συγκριτική Διαχρονική Συμμεταβολή της Ιδιωτικής Κατανάλωσης και του Διαθέσιμου Ιδιωτικού Εισοδήματος	249
Διάγραμμα 3-25. Αντιστοιχίες στις τιμές της Ιδιωτικής Κατανάλωσης και του Διαθέσιμου Ιδιωτικού Εισοδήματος	249
Διάγραμμα 3-26. Η διαχρονική Συμμεταβολή των Ποσοστιαίων Μεταβολών της Ιδιωτικής Κατανάλωσης και του Διαθέσιμου Εισοδήματος	250

Διάγραμμα 3-27. Πραγματικές και Μετασχηματισμένες τιμές του Διαθέσιμου Ιδιωτικού Εισοδήματος και της Ιδιωτικής Κατανάλωσης...	250
Διάγραμμα 3-28. Σύγκριση των τιμών του κριτηρίου KPSS με ανάλογες τιμές του συντελεστή λ του μετασχηματισμού των Box-Cox.....	253
Διάγραμμα 3-29. Σχηματοποίηση των Διαχρονικών Αλληλεπιδράσεων μεταξύ της Κατανάλωσης και του Διαθέσιμου Εισοδήματος.....	253
Διάγραμμα 3-30. Επιλογή του βαθμού του Αυτοπαλίνδρομου σχήματος με βάση τα κριτήρια AIC και Schwarz.....	254
Διάγραμμα 3-31. Επιλογή του βαθμού του Αυτοπαλίνδρομου σχήματος με βάση τα κριτήρια AIC και Schwarz.....	255
Διάγραμμα 3-32. Επιλογή του βαθμού του Αυτοπαλίνδρομου σχήματος με βάση τα κριτήρια AIC και Schwarz.....	256
Διάγραμμα 3-33. Σύγκριση των Λόγων των Προβλέψεων του μη Γραμμικού VAR με το Γραμμικό VAR και το απλό VAR.....	256
Διάγραμμα 3-34. Σύγκριση των Λόγων των Προβλέψεων του Μη Γραμμικού VAR με το Γραμμικό VAR και το απλό VAR.....	257
Διάγραμμα 3-35. Δείκτες Πληθωρισμού στην Ιταλία και στις Ηνωμένες Πολιτείες και η αντίστοιχη συναλλαγματική σχέση Δολαρίου....	258
Διάγραμμα 3-36. Ομαδοποιημένα (Normalized) στοιχεία για τους Δείκτες Τιμών και Καταναλωτών και την σχέση ισοτιμίας Αμερικάνικου δολαρίου και Ιταλικής Λίρας.....	258
Διάγραμμα 3-37. Εκτιμήσεις του Σφάλματος Ισορροπίας από τον έλεγχο Συνολοκλήρωσης.....	258
Διάγραμμα 3-38. Γραφικές Παρουσιάσεις των Πραγματικών και των Μετασχηματισμένων Χρονοσειρών με βάση τον Box-Cox Μετασχηματισμό.....	260
Διάγραμμα 3-39. Γραφική Παρουσίαση της «Σύγκλισης» των εκτιμήσεων των $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ (Figure 1, 2 και 3 αντιστοίχως).....	260
Διάγραμμα 3-40. Γραφική Παρουσίαση των εξομοιωμένων δεδομένων για 100 παρατηρήσεις.....	261
Διάγραμμα 3-41. Γραφική Παρουσίαση των εξομοιωμένων δεδομένων για 400 παρατηρήσεις.....	262
Διάγραμμα 3-42. Γραφική Παρουσίαση της κατανομής της παραμέτρου διόρθωσης στην EC μορφή.....	263
Διάγραμμα 4-1. Αμυντικές Δαπάνες Ελλάδα – Τουρκίας, σταθερές τιμές σε δολάρια Η.Π.Α. 2014, 1949-2015.....	264
Διάγραμμα 4-2. Αμυντικές Δαπάνες Ελλάδα – Τουρκίας, ως ποσοστό του Α.Ε.Π., 1960-2014.....	264
Διάγραμμα 4-3. Αμυντικές Δαπάνες Ελλάδα – Τουρκίας, σταθερές τιμές σε δολάρια Η.Π.Α. 2018, 1949-2019.....	265
Διάγραμμα 4-4. Αμυντικές Δαπάνες Ελλάδα – Τουρκίας, ως ποσοστό του Α.Ε.Π., 1949-2019.....	265
Διάγραμμα 4-5. Αμυντικές Δαπάνες Ελλάδα – Τουρκίας, απόλυτα μεγέθη και λογάριθμοι.....	266
Διάγραμμα 4-6. Σταθερά και τάση στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης – EG στατιστική.....	270
Διάγραμμα 4-7. Μόνο σταθερά στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης – EG στατιστική.....	271
Διάγραμμα 4-8. Εκτίμηση σε λογαρίθμους, Ltrk εξαρτημένη μεταβλητή, διαγραμματική απεικόνιση.....	272
Διάγραμμα 4-9. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – Αποτύπωση αυτοσυσχετίσεων καταλοίπων ελέγχου Μοναδιαίας Ρίζας.....	273
Διάγραμμα 4-10. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – Λογάριθμος Αμυντικών Δαπανών Ελλάδα.....	275
Διάγραμμα 4-11. Κατάλοιπα με εξαρτημένη μεταβλητή την Dlgr.....	277
Διάγραμμα 4-12. Κατάλοιπα με εξαρτημένη μεταβλητή την Dltrk.....	277
Διάγραμμα 4-13. Σχέση Συνολοκλήρωσης, εκτίμηση της απόκλισης από την ισορροπία με την χρήση βραχυχρόνιας δυναμικής και ντετερμινιστικών παραμέτρων και παρουσίαση της διορθωμένης απόκλισης από την ισορροπία.....	279
Διάγραμμα 4-14. Εκτίμηση σε λογαρίθμους, Ltrk εξαρτημένη μεταβλητή, διαγραμματική απεικόνιση.....	280
Διάγραμμα 4-15. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – Αποτύπωση αυτοσυσχετίσεων καταλοίπων ελέγχου Μοναδιαίας Ρίζας.....	282
Διάγραμμα 4-16. Εκτίμηση σε λογαρίθμους, Ltrk εξαρτημένη μεταβλητή, διαγραμματική απεικόνιση.....	283
Διάγραμμα 4-17. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – Αποτύπωση αυτοσυσχετίσεων καταλοίπων ελέγχου Μοναδιαίας Ρίζας.....	285
Διάγραμμα 4-18. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – Αποτύπωση τιμών ADF στατιστικής βάσει του ελέγχου Gregory Hansen για την περίοδο 1953-1995.....	286
Διάγραμμα 4-19. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – Αποτύπωση τιμών ADF στατιστικής βάσει του ελέγχου Gregory Hansen για την περίοδο 1953-2012.....	288
Διάγραμμα 4-20. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – Αυτοσυσχετίσεις των καταλοίπων του παραπάνω Vector Error Correction Model.....	289
Διάγραμμα 4-21. Εκτίμηση σε λογαρίθμους, Ltrk εξαρτημένη μεταβλητή, διαγραμματική απεικόνιση.....	291
Διάγραμμα 4-22. Εκτίμηση σε λογαρίθμους, Ltrk εξαρτημένη μεταβλητή, διαγραμματική απεικόνιση, γραμμικό ARDL.....	295
Διάγραμμα 4-23. Αμυντικές δαπάνες ως ποσοστό του ΑΕΠ – Ελλάδα, Τουρκία, 1960-2019.....	300
Διάγραμμα 4-24. Διαγραμματική απεικόνιση, έλεγχος Bai – Perron, Ελλάδα.....	301
Διάγραμμα 4-25. Διαγραμματική απεικόνιση, έλεγχος Bai – Perron, Τουρκία.....	302
Διάγραμμα 4-26. Διαγραμματική απεικόνιση ισορροπίας Ελλάδα- Τουρκία.....	303
Διάγραμμα 4-27. Διαγραμματική απεικόνιση ισορροπίας Ελλάδα- Τουρκία.....	303
Διάγραμμα 4-28. Διαγραμματική αποτύπωση για τη χρονοσειρά της Τουρκίας.....	304
Διάγραμμα 4-29. Διαγραμματική αποτύπωση για τη χρονοσειρά της Ελλάδας.....	304
Διάγραμμα 4-30. EG-Statistic για διάφορες τιμές του λ στο μετασχηματισμό Box-Cox.....	305
Διάγραμμα 4-31. Αρχικά δεδομένα ως % ΑΕΠ και μετασχηματισμένα δεδομένα.....	306
Διάγραμμα 4-32. Ποσοστιαίες μεταβολές - μετασχηματισμένα δεδομένα.....	307
Διάγραμμα 4-33. Ποσοστιαίες μεταβολές - μετασχηματισμένα δεδομένα.....	307
Διάγραμμα 4-34. Εκτίμηση – Πραγματικά δεδομένα.....	308
Διάγραμμα 4-35. Εξομοιωμένες τιμές - Τουρκία (ZZY(1) οι πραγματικές τιμές των Αμυντικών Δαπανών ως % του ΑΕΠ).....	308
Διάγραμμα 4-36. Εξομοιωμένες τιμές - Ελλάδα (ZZX(1) οι πραγματικές τιμές των Αμυντικών Δαπανών ως % του ΑΕΠ).....	308
Διάγραμμα 4-37. Αμυντικές Δαπάνες Ελλάδα – Τουρκίας, σταθερές τιμές σε δολάρια Η.Π.Α.....	310
Διάγραμμα 4-38. Αμυντικές Δαπάνες Ελλάδα – Τουρκίας, ως ποσοστό του Α.Ε.Π., 1960-2014.....	310
Διάγραμμα 4-39. Διαχρονική Εξέλιξη των Συντελεστών των Διαχρονικών Μητρών του Παίγνιου.....	311
Διάγραμμα 4-40. Διαχρονική Εξέλιξη της Ισορροπίας του Παίγνιου.....	311
Διάγραμμα 4-41. Εξομοιωμένη διαχρονική ισορροπία του Παίκτη Ελλάδα εξ αιτίας των πιθανών.....	312
Διάγραμμα 4-42. Διαχρονική Σύγκριση της Μακροχρόνιας Ισορροπίας με τα πραγματικά μεγέθη.....	312
Διάγραμμα 4-43. Πιθανά σενάρια για την Εξέλιξη της Μακροχρόνιας Ισορροπίας μεταξύ των δυο χωρών.....	313
Διάγραμμα 4-44. Σύνολο Δαπανών και Εσόδων Γενικής Κυβέρνησης για την περίοδο 1999-2021. Τριμηνιαία δεδομένα.....	314
Διάγραμμα 4-45. Σύνολο Δαπανών και Εσόδων Γενικής Κυβέρνησης για την περίοδο 1995-2019. Ετήσια δεδομένα.....	314

Διάγραμμα 4-46. Σύνολο Δαπανών και Εσόδων Γενικής Κυβέρνησης για την περίοδο 1999-2021. Τριμηνιαία μεγέθη, απόλυτα και λογαριθμικοί μετασχηματισμοί.....	315
Διάγραμμα 4-47. Έλεγχος αυτοσυσχέτισης των καταλοίπων της ADF – Λογάριθμος εσόδων.....	316
Διάγραμμα 4-48. Έλεγχος αυτοσυσχέτισης των καταλοίπων της ADF – Λογάριθμος εξόδων.....	317
Διάγραμμα 4-49. Έλεγχος αυτοσυσχέτισης των καταλοίπων της ADF – Κατάλοιπα Engle- Granger.....	319
Διάγραμμα 4-50. Διαγραμματική απεικόνιση της παραπάνω επαναληπτικής διαδικασίας.....	320
Διάγραμμα 4-51. Διαγραμματικός έλεγχος ύπαρξης αυτοσυσχέτισης – κατάλοιπα της EG για τη περίοδο 1999:01-2013:02.....	321
Διάγραμμα 4-52. Διαγραμματικός έλεγχος ύπαρξης αυτοσυσχέτισης – κατάλοιπα της EG για τη περίοδο 2006:04-2021:04.....	322
Διάγραμμα 4-53. Αποτύπωση των καταλοίπων για τις μεταβλητές Dlxp και Dlxn.....	324
Διάγραμμα 4-54. Αποτύπωση της σχέσης Συνολοκλήρωσης.....	324
Διάγραμμα 4-55. Συναρτήσεις αιφνιδίων αντιδράσεων.....	326
Διάγραμμα 4-56. Κατάλοιπα VECM – Σχέση Συνολοκλήρωσης.....	328
Διάγραμμα 4-57. Αθροιστικές συναρτήσεις αιφνιδίων αντιδράσεων.....	329
Διάγραμμα 4-58. Ενδεικτικά αποτελέσματα ελέγχων Gregory Hansen.....	330
Διάγραμμα 4-59. Εκτίμηση των καταλοίπων της σχέσης Συνολοκλήρωσης για αξιοποίηση στην εξέταση της ύπαρξης ασυμμετρίας των Enders-Siklos.....	331
Διάγραμμα 4-60. Εκτίμηση των τιμών της Στατιστικής $\rho_1=\rho_2$ των Enders Siklos για όλα τα χρονικά υποσύνολα της περιόδου εξέτασης..	333
Διάγραμμα 4-61. Εκτίμηση των τιμών της Στατιστικής $\rho_1=\rho_2$ των Enders Siklos για όλα τα χρονικά υποσύνολα της περιόδου εξέτασης, καθορισμός αριθμός χρονικών υστερήσεων στον έλεγχο των Enders Siklos βάσει της μη αυτοσυσχέτισης των καταλοίπων στην εξίσωση ενδιαφέροντος.....	333
Διάγραμμα 4-62. Αποδόσεις 10ετών Ομολόγων για επιλεγμένες χώρες της Ευρωζώνης, 1997-2020, μηνιαία δεδομένα.....	337
Διάγραμμα 4-63. Αυτοσυσχετίσεις στα κατάλοιπα της ADF.....	338
Διάγραμμα 4-64. Απεικόνιση των αποδόσεων 10ετών ομολόγων για την περίοδο 1997-2008.....	340
Διάγραμμα 4-65. Απεικόνιση των αυτοσυσχετίσεων των καταλοίπων της ADF για τον έλεγχο EG.....	341
Διάγραμμα 4-66. Παρουσίαση καταλοίπων βάση της παραπάνω προτυποποίησης.....	342
Διάγραμμα 4-67. Παρουσίαση καταλοίπων βάση της παραπάνω προτυποποίησης.....	346
Διάγραμμα 4-68. Threshold χαρακτηριστικά των αποδόσεων.....	350
Διάγραμμα 4-69. Διαχρονική Συνεξέλιξη του δείκτη του χαρτοφυλακίου με τον ΓΔ του ΧΑΑ.....	352
Διάγραμμα 4-70. Ο δείκτης του χαρτοφυλακίου μετά την εφαρμογή της διαδικασίας μηνιαίας αναπροσαρμογής.....	352

ΠΙΝΑΚΕΣ

Πίνακας 1-1. Μη Γραμμική Εκτίμηση με NLLS	4
Πίνακας 1-2. Γραμμική Εκτίμηση με OLS	4
Πίνακας 1-3. Αποτελέσματα ελέγχων Tsay(1989) και Hansen(1996) για ύπαρξη Threshold συμπεριφοράς στην χρονοσειρά	15
Πίνακας 1-4. Αποτελέσματα ελέγχων Tsay(1989) και Hansen(1996) για ύπαρξη Threshold συμπεριφοράς στην χρονοσειρά	20
Πίνακας 1-5. Αποτελέσματα ελέγχου Συνολοκλήρωσης με trace statistic – με εξομοίωση κριτικών τιμών	23
Πίνακας 1-6. Εκτίμηση VECM και συναρτήσεις αφινιδίων αντιδράσεων του εκτιμηθέντος υποδείγματος	24
Πίνακας 1-7. Αποτελέσματα ελέγχων Tsay και Hansen για εύρεση threshold Μη Γραμμικότητας	25
Πίνακας 1-8. Αποτελέσματα ελέγχων Tsay και Hansen για εύρεση threshold Μη Γραμμικότητας	26
Πίνακας 1-9. Αποτελέσματα ελέγχων Tsay και Hansen για εύρεση threshold Μη Γραμμικότητας	26
Πίνακας 1-10. Αποτελέσματα ελέγχων Tsay και Hansen για εύρεση threshold Μη Γραμμικότητας	27
Πίνακας 1-11. Αποτελέσματα ελέγχου του Hansen για εύρεση threshold Μη Γραμμικότητας	27
Πίνακας 2-1. Δύναμη των ελέγχων ύπαρξης Μη Γραμμικότητας σε σχέση με τον αριθμό των διαθέσιμων παρατηρήσεων. Εξειδίκευση 1 ^η : Bilinear υπόδειγμα	108
Πίνακας 2-2. Δύναμη των ελέγχων ύπαρξης Μη Γραμμικότητας σε σχέση με τον αριθμό των διαθέσιμων παρατηρήσεων. Εξειδίκευση 2 ^η : Exponential Autoregressive υπόδειγμα	108
Πίνακας 2-3. Δύναμη των ελέγχων ύπαρξης Μη Γραμμικότητας σε σχέση με τον αριθμό των διαθέσιμων παρατηρήσεων. Εξειδίκευση 3 ^η : Μη Γραμμικό Autoregressive υπόδειγμα	108
Πίνακας 2-4. Δύναμη των ελέγχων ύπαρξης Μη Γραμμικότητας σε σχέση με τον αριθμό των διαθέσιμων παρατηρήσεων. Εξειδίκευση 4 ^η : Μη Γραμμικό Moving Average υπόδειγμα	109
Πίνακας 2-5. Δύναμη των ελέγχων ύπαρξης Μη Γραμμικότητας σε σχέση με τον αριθμό των διαθέσιμων παρατηρήσεων. Εξειδίκευση 5 ^η : Threshold Autoregressive υπόδειγμα	109
Πίνακας 2-6. Αποτελέσματα ελέγχου για μια χρονική υστέρηση	141
Πίνακας 3-1. Μέσες τιμές των κριτηρίων $t_{\delta} = \frac{\hat{\delta}}{S\hat{\delta}}$ από την εφαρμογή γραμμικών και μη γραμμικών τεχνικών συνολοκλήρωσης	230
Πίνακας 3-2. Γραμμική Συν-Ολοκλήρωση	235
Πίνακας 3-3. Έλεγχος Συνολοκλήρωσης για διαφορετικό Αριθμό Χρονικών Υστερήσεων (Lags)	235
Πίνακας 3-4. Γραμμική Συν-Ολοκλήρωση	235
Πίνακας 3-5. Έλεγχος Συνολοκλήρωσης για διαφορετικό Αριθμό Χρονικών Υστερήσεων	236
Πίνακας 3-6. Γραμμική Συν-Ολοκλήρωση	236
Πίνακας 3-7. Εκτιμήσεις των Ελάχιστων τιμών του Κριτηρίου $V = T^{-1} \sum_{t=1}^T \frac{S_t^2}{S^2(I)}$ για διαφορετικές τιμές των χρονικών υστερήσεων από 2 έως 10	237
Πίνακας 3-8. Προβλέψεις με το Γραμμικό Σχήμα Αυτοπαλινδρόμης Διόρθωσης	241
Πίνακας 3-9. Προβλέψεις με βάση το Απλό Αυτοπαλινδρόμο Σχήμα (Unrestricted VAR)	242
Πίνακας 3-10. Μέσα MSFE χρησιμοποιώντας Γραμμική και μη Γραμμική Συνολοκλήρωση	246
Πίνακας 3-11. Έλεγχος Engle-Granger Cointegration για γραμμική Συνολοκλήρωση	251
Πίνακας 3-12. Έλεγχος για γραμμική Συνολοκλήρωση με βάση το KPSS Έλεγχος Στασιμότητας	251
Πίνακας 3-13. Εκτιμήσεις των Ελάχιστων τιμών του Κριτηρίου $V = T^{-1} \sum_{t=1}^T \frac{S_t^2}{S^2(I)}$ για διαφορετικές τιμές των χρονικών υστερήσεων από 2 έως 10	252
Πίνακας 3-14. Αποτελέσματα ελέγχων Engle Granger και προτεινόμενης μεθόδου, επιτυχής εύρεση Συνολοκλήρωσης	262
Πίνακας 4-1. Αποτελέσματα του ελέγχου ADT στα μεγέθη των Αμυντικών Δαπανών	266
Πίνακας 4-2. Αποτελέσματα του ελέγχου Phillips Perron στα δεδομένα των Αμυντικών Δαπανών	267
Πίνακας 4-3. Αποτελέσματα του ελέγχου Phillips Perron στα δεδομένα των Αμυντικών Δαπανών	267
Πίνακας 4-4. Αποτελέσματα του ελέγχου KPSS στα μεγέθη των Αμυντικών Δαπανών	268
Πίνακας 4-5. Αποτελέσματα του ελέγχου ADF GLS στα μεγέθη των Αμυντικών Δαπανών	268
Πίνακας 4-6. Αποτελέσματα του ελέγχου Zivot Andrews στα μεγέθη των Αμυντικών Δαπανών	268
Πίνακας 4-7. Αποτελέσματα του ελέγχου Lumsdaine – Papell στα μεγέθη των Αμυντικών Δαπανών	269
Πίνακας 4-8. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – simple OLS	271
Πίνακας 4-9. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – έλεγχος Engle Granger	272
Πίνακας 4-10. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – έλεγχος καταλοίπων ελέγχου μοναδιαίας ρίζας (με χρήση 5 χρονικών υστερήσεων βάσει του κριτηρίου του Akaike)	272
Πίνακας 4-11. Εκτίμηση με το λογισμικό Eviews – χρήση Fully Modified Least Squares	273
Πίνακας 4-12. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – Vector Error Correction Model	274
Πίνακας 4-13. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – έλεγχος καταλοίπων	274
Πίνακας 4-14. Εκτίμηση με επιλογής αριθμού χρονικών υστερήσεων – χρήση Cats προγράμματος της Estima	276
Πίνακας 4-15. Έλεγχος Συνολοκλήρωσης με Trace Statistic – χρήση Cats προγράμματος της Estima	277
Πίνακας 4-16. Διαγνωστικοί έλεγχοι καταλοίπων – χρήση Cats προγράμματος της Estima	278
Πίνακας 4-17. Εκτίμηση διανύσματος Συνολοκλήρωσης – χρήση Cats προγράμματος της Estima	278
Πίνακας 4-18. Εκτίμηση διανύσματος Συνολοκλήρωσης, μηδενική ταχύτητα προσαρμογής της Ελλάδας στην μακροχρόνια ισορροπία – χρήση Cats προγράμματος της Estima	279
Πίνακας 4-19. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – simple OLS	280

Πίνακας 4-20. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – έλεγχος Engle Granger.....	281
Πίνακας 4-21. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – έλεγχος καταλοίπων ελέγχου μοναδιαίας ρίζας (με χρήση 2 χρονικών υστερήσεων βάσει του κριτηρίου του Akaike).....	281
Πίνακας 4-22. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – Vector Error Correction Model	282
Πίνακας 4-23. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – simple OLS	283
Πίνακας 4-24. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – έλεγχος Engle Granger.....	284
Πίνακας 4-25. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – έλεγχος καταλοίπων ελέγχου μοναδιαίας ρίζας (με χρήση μίας χρονικής υστέρησης βάσει του κριτηρίου του Akaike).....	284
Πίνακας 4-26. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – Vector Error Correction Model	285
Πίνακας 4-27. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – Έλεγχος των Gregory Hansen	286
Πίνακας 4-28. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – VECM με break στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης το έτος 1985.....	287
Πίνακας 4-29. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – Έλεγχος των Gregory Hansen	288
Πίνακας 4-30. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – Έλεγχος Hansen Stability στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης.....	288
Πίνακας 4-31. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – VECM με break στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης το έτος 1985, περίοδος 1953-2012.....	289
Πίνακας 4-32. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – Trace Statistic, 6 χρονικές υστερήσεις στο υπόδειγμα	290
Πίνακας 4-33. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – simple OLS	291
Πίνακας 4-34. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima και Eviews – Enders Siklos.....	292
Πίνακας 4-35. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima και Eviews – Enders Siklos.....	292
Πίνακας 4-36. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima και Eviews – Enders Siklos.....	293
Πίνακας 4-37. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima και Eviews – Enders Siklos.....	293
Πίνακας 4-38. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima.....	294
Πίνακας 4-39. Εκτίμηση με το λογισμικό E-views	295
Πίνακας 4-40. Εκτίμηση με το λογισμικό E-views	295
Πίνακας 4-41. Εκτίμηση με το λογισμικό E-views	296
Πίνακας 4-42. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima- επιλογή με χρήση κριτηρίου Akaike.....	296
Πίνακας 4-43. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima- επιλογή με χρήση κριτηρίου Akaike.....	297
Πίνακας 4-44. Εκτίμηση με το λογισμικό Eviews – Bound Tests και Error Correction Form	297
Πίνακας 4-45. Εκτίμηση με το λογισμικό EViews – Bound Tests και παραγωγή κριτικών τιμών.....	298
Πίνακας 4-46. Αποτελέσματα ελέγχων Γραμμικής και Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης.....	298
Πίνακας 4-47. Αποτελέσματα Bai Perron – περίπτωση Ελλάδας	301
Πίνακας 4-48. Αποτελέσματα Bai Perron – περίπτωση Τουρκίας.....	302
Πίνακας 4-49. Αποτελέσματα ελέγχου Engle Granger	304
Πίνακας 4-50. Αποτελέσματα Stepwise Regression	305
Πίνακας 4-51. EG-Statistic για διάφορες τιμές του λ στο μετασχηματισμό Box-Cox.....	305
Πίνακας 4-52. Αποτελέσματα ελέγχου Συνολοκλήρωσης	306
Πίνακας 4-53. Αποτελέσματα εκτίμησης προσαρμογής των μετασχηματισμένων τιμών της Τουρκίας σε ισορροπία σε σχέση με το διάνυσμα Συνολοκλήρωσης.....	307
Πίνακας 4-54. Λογάριθμος εσόδων – κριτήριο Akaike – 7 χρονικές υστερήσεις	316
Πίνακας 4-55. Πρώτες διαφορές – Λογάριθμος εσόδων – κριτήριο Akaike – 6 χρονικές υστερήσεις.....	317
Πίνακας 4-56. Λογάριθμος εξόδων – κριτήριο Schwarz – 4 χρονικές υστερήσεις.....	317
Πίνακας 4-57. Πρώτες διαφορές – Λογάριθμος εξόδων – κριτήριο Schwarz – 3 χρονικές υστερήσεις.....	318
Πίνακας 4-58. Αποτελέσματα ελέγχου KPSS στα μεγέθη Κρατικών Εσόδων και Κρατικών Δαπανών	318
Πίνακας 4-59. Αποτελέσματα ελέγχου Zivot Andrews στα μεγέθη Κρατικών Εσόδων και Κρατικών Δαπανών.....	318
Πίνακας 4-60. Αποτελέσματα ελέγχου Engle Granger (σταθερά και τάση στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης) για το σύνολο της περιόδου εξέτασης	319
Πίνακας 4-61. Αποτελέσματα ελέγχου Engle Granger (σταθερά και τάση στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης) για την περίοδο 1999:01-2013:02	321
Πίνακας 4-62. Αποτελέσματα ελέγχου Engle Granger (σταθερά και τάση στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης) για την περίοδο 2006:04-2021:04	321
Πίνακας 4-63. Εκτίμηση VECM για τη σχέση Συνολοκλήρωσης την περίοδο 1999:01 2013:02, χρήση 10 χρονικών υστερήσεων	322
Πίνακας 4-64. Έλεγχος πλήθους διανυσμάτων συνολοκλήρωσης με την Trace Statistic.....	323
Πίνακας 4-65. Έλεγχος πλήθους διανυσμάτων συνολοκλήρωσης με την Trace Statistic – Simulated Critical Values	323
Πίνακας 4-66. Εκτίμηση υποδείγματος με SUR	325
Πίνακας 4-67. Υποβολή περιορισμών στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης.....	326
Πίνακας 4-68. Έλεγχος Johansen-Juselius, Trace statistic, περίοδος 2006:4-2021:04, σταθερά ως όρος του VECM όχι όμως εντός του διανύσματος Συνολοκλήρωσης.....	327
Πίνακας 4-69. Έλεγχος Johansen-Juselius, Trace statistic, περίοδος 2006:4-2021:04, χωρίς σταθερά και τάση	327
Πίνακας 4-70. VECM 2006:4-2021:04, χωρίς σταθερά και τάση.....	329
Πίνακας 4-71. Εκτίμηση με το λογισμικό Eviews – Enders Siklos, κριτικές τιμές με παραγωγή εξομοίωσης (50000 επαναλήψεις).....	331
Πίνακας 4-72. Εκτίμηση με το λογισμικό Eviews – Enders Siklos, κριτικές τιμές με παραγωγή εξομοίωσης (10000 επαναλήψεις).....	332
Πίνακας 4-73. Εκτίμηση με το λογισμικό Eviews – Enders Siklos, κριτικές τιμές με παραγωγή εξομοίωσης (10000 επαναλήψεις).....	332
Πίνακας 4-74. ARDL – έλεγχος Συνολοκλήρωσης.....	334
Πίνακας 4-75. NARDL – έλεγχος Συνολοκλήρωσης.....	334
Πίνακας 4-76. ARDL – Εκτίμηση Υποδείγματος	335
Πίνακας 4-77. ARDL – Εκτίμηση VECM – ενδεικτικά αποτελέσματα.....	335
Πίνακας 4-78. Εκτίμηση των δύο regimes όσον αφορά τη προσαρμογή των μεγεθών στην ισορροπία.....	336
Πίνακας 4-79. Περίοδος 1997:06-2008:04.....	338
Πίνακας 4-80. Αποτελέσματα ελέγχου KPSS στις αποδόσεις των 10ετών ομολόγων	339

Πίνακας 4-81. Αποτελέσματα ελέγχου Engle Granger περίοδος 1997:06-2008:04	341
Πίνακας 4-82. Αποτελέσματα ελέγχου Engle Granger περίοδος 1999:12-2008:04	341
Πίνακας 4-83. Αποτελέσματα ελέγχου Συνολοκλήρωσης – trace statistic 1997:06-2008:04	342
Πίνακας 4-84. Ενδεικτικά αποτελέσματα εκτίμησης VECM 1997:06-2008:04	344
Πίνακας 4-85. Αποτελέσματα ελέγχου Συνολοκλήρωσης – trace statistic 2008:1-2015:12	345
Πίνακας 4-86. Στατική Επενδυτική Στρατηγική	348
Πίνακας 4-87. Δυναμική Επενδυτική Στρατηγική	349
Πίνακας 4-88. Επενδυτικές Στρατηγικές με τεχνικές Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης	351

1. Εισαγωγή

1.1. Εκφάνσεις της Μη Γραμμικότητας στην Ανθρώπινη Ιστορία

Πριν αναφερθούμε στην ύπαρξη της Μη Γραμμικότητας στην πραγματική Οικονομία και τις προσεγγίσεις που η Οικονομική Επιστήμη έχει χρησιμοποιήσει για να ενσωματώσει αυτήν την πληροφόρηση (κυρίως μέσω της χρήσης ενός συνόλου εναλλακτικών υποδειγμάτων), **κρίνεται σκόπιμο να αναφερθούμε γενικότερα στην έννοια της Μη Γραμμικότητας όπως αυτή αποτυπώνεται στις διάφορες εκφάνσεις της πραγματικότητας, από το επίπεδο της ανθρώπινης ύπαρξης, την προβολή της ύπαρξης αυτής μέσω της Ιστορίας έως και τον επηρεασμό της στο σύνολο των Επιστημών.**

Ερευνώντας την Ιστορία της Μη Γραμμικότητας και την εφαρμογή της στις Επιστήμες βλέπουμε ότι οι κλασικές υποθέσεις σε σχεδόν κάθε ακαδημαϊκή δραστηριότητα από την κοινωνική έως την αυστηρά επιστημονική σκέψη, **διέπονται από γραμμικότητα.** Η κλασική σκέψη χρησιμοποιεί γραμμικές μεθόδους για να προσεγγίσει συμπεριφορές που αναμφίβολα εμφανίζουν Μη Γραμμικά χαρακτηριστικά¹. **Η εμφάνιση μιας σειράς ανάλογων σκέψεων οι οποίες αμφισβήτησαν τις κλασικές (γραμμικές) υποθέσεις και μεθόδους ήταν η αιτία του ενδιαφέροντος και της ανάγκης για την εύρεση μιας διαφορετικής, Μη Γραμμικής οπτικής.**

Εξετάζοντας την έννοια βρισκόμαστε μπροστά σε μια πλούσια βιβλιογραφία η οποία εξετάζει τον ορισμό της Μη Γραμμικότητας από μια σειρά διαφορετικών πλευρών. Ο Alwyn C. Scott (2007)² στο βιβλίο του “The Nonlinear Universe: Chaos, Emergence, Life” **παραφράζει τον Αριστοτέλη στα Μεταφυσικά λέγοντας ότι η «Μη Γραμμική Επιστήμη είναι η μελέτη εκείνων των δυναμικών φαινομένων για τα οποία το όλον διαφέρει από το άθροισμα των μερών του».** Το ενδιαφέρον στην συγκεκριμένη προσέγγιση το οποίο θα μας χρησιμεύσει και αργότερα είναι η έννοια της ασυμμετρίας, που κρύβει διαισθητικά ο συγκεκριμένος ορισμός, όσον αφορά την έννοια της Μη Γραμμικότητας στην αντίδραση ενός μεγέθους σε σχέση με ένα σύνολο άλλων μεγεθών τα οποία το επηρεάζουν. Στην συγκεκριμένη περίπτωση **το όλον μπορεί να είναι η συνολική αντίδραση ενός υπό εξέταση μεγέθους η οποία μπορεί να είναι μη αναλογική (Μη Γραμμική) των μεταβολών που την προκαλούν και οι οποίες συμβαίνουν σε ένα σύνολο άλλων μεγεθών.** Βάσει αυτής της οπτικής άλλωστε ένα Μη Γραμμικό σύστημα αφορά σε ένα σύστημα στο οποίο η μεταβολή στις εκροές του συστήματος δεν είναι αναλογική των μεταβολών των εισροών του.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον έχει η περίπτωση το σύνολο των μεγεθών αυτών να είναι αλληλοεπηρεαζόμενο, κάτι που συχνά περιμένουμε να συμβαίνει μεταξύ των υπό εξέταση μεταβλητών ιδιαίτερα στην Οικονομική Επιστήμη, και οι οποίες σχέσεις αλληλεπίδρασης μπορούν κατ’ αντιστοιχία να είναι επίσης Μη Γραμμικές μεταξύ τους.

¹ Nonlinearity: The History and Philosophy of the Science Burke, Kenneth M. Online Submission, Paper presented at the Biennial Qualitative Research Conference: Generations in Qualitative Research (7th, St. Louis, MO, Feb 6-7, 2009)

² Alwyn C. Scott (2007), The Nonlinear Universe: Chaos, Emergence, Life (The Frontiers Collection), Springer, p.04.

Η Μη Γραμμική μελέτη των εξελίξεων έχει επηρεάσει ένα τεράστιο αριθμό Επιστημονικών κλάδων, από την Φυσική όπου βρίσκει και τις πρώτες της διατυπώσεις, την Βιολογία, μέχρι την Ψυχολογία και σχεδόν όλες τις Κοινωνικές Επιστήμες.

Η Γραμμικότητα αποτελεί μια σύμβαση της κλασικής επιστήμης. Οι Νόμοι του Νεύτωνα στη Φυσική βασίστηκαν στην ιδέα ενός σταθερού και στατικού σύμπαντος. **Ο χρόνος και ο χώρος παρέμειναν γραμμικές έννοιες, ένα απλό πλαίσιο όπου τα γεγονότα συμβαίνουν και αποτελούν ξεχωριστά και ανεξάρτητα μέτρα χωρίς αρχή ή τέλος. Από την πολιτική επιστήμη και την μελέτη της Οικονομίας τον 18^ο αιώνα μέχρι την πρώιμη χρήση ποσοτικών μεθόδων στην ψυχολογία κατά την διάρκεια του 19^{ου} αιώνα, η ακαδημαϊκή γνώση περιόρισε τον εαυτό της στον τρόπο της ερμηνείας που ακολούθησε η επιστήμη της Φυσικής, ως η βασικότερη και ενοποιός μεταξύ των επιστημών³. Στο τέλος του 19^{ου} αιώνα, το ντετερμινιστικό αυτό και απόλυτο σύστημα γνώσης που βασιζόταν στην Νευτώνεια Μηχανική και την Ευκλείδεια γεωμετρία για να περιγράψει τον φυσικό κόσμο άρχισε να ξετυλίγεται.**

Η μετάβαση στην ανάγκη χρήσης μη γραμμικών υποδειγμάτων μπορεί να εντοπιστεί στις αρχές του 20ου αιώνα και τον **Henri Poincaré (1903)⁴**, ο οποίος θεωρείται και ο «ιδρυτής» της Μη Γραμμικότητας, αναμένοντας ότι οι γραμμικές μέθοδοι θα αδυνατούσαν να επεξηγήσουν έναν Μη Γραμμικό κόσμο ενώ ο ίδιος εντόπισε το φαινόμενο της εξάρτησης στις αρχικές συνθήκες προσφέροντας έναν διαισθητικό ορισμό για το χάος.

Συγκεκριμένα ανέφερε ότι «αν γνωρίζαμε επακριβώς τους νόμους της φύσης και την κατάσταση στην οποία βρισκόταν το σύμπαν στην αρχική του στιγμή, θα μπορούσαμε να προβλέψουμε ακριβώς την κατάσταση στην οποία το σύμπαν θα βρισκόταν στις ακολουθούμενες της αρχικής στιγμές. Αλλά ακόμα και με την υπόθεση ότι οι νόμοι της φύσης δεν κρύβουν άλλα μυστικά για εμάς, θα μπορούσαμε να είμαστε σίγουροι μόνο ότι γνωρίζουμε ακριβώς την κατάσταση του, την αρχική στιγμή προσεγγιστικά. **Αν αυτό μας έδινε την δυνατότητα να προβλέψουμε τις καταστάσεις του μετά την αρχική στιγμή με την ίδια σιγουριά, αυτό μόνο θα χρειαζόμασταν, και θα λέγαμε ότι το φαινόμενο αυτό έχει προβλεφθεί και ότι υπόκειται σε νόμους.** Αλλά δεν είναι πάντα έτσι, μπορεί να συμβαίνει ότι μικρές διαφορές στις αρχικές συνθήκες παράγουν πολύ διαφορετικά αποτελέσματα. Ένα μικρό σφάλμα στην αρχή θα παράγει τεράστια σφάλματα αργότερα. Η πρόβλεψη γίνεται αδύνατη και τότε έχουμε ένα τυχαίο φαινόμενο».

Η παραπάνω διατύπωση, όπως θα παρουσιαστεί και στην συνέχεια, βρίσκει αλήθεια ακόμα και σε μη χαστικά υποδείγματα όπου θα τεθεί το βασικό ερώτημα-στόχος που έχει σχέση με την δυνατότητα των Μη Γραμμικών σχημάτων να πραγματοποιούν προβλέψεις, αλλά είναι εξαιρετικά ενδιαφέρον γεγονός το πώς από τις αρχές του 20^{ου} αιώνα αναγνωρίζονται οι περιορισμοί της συνθήκης της γραμμικότητας σε όλους τους τομείς της πραγματικότητας.

Σχετικά με την Βιολογία και την ανθρώπινη ύπαρξη είναι αποδεκτό ότι οι ίδιες οι βιοχημικές αντιδράσεις οι οποίες διέπουν την ύπαρξη της ζωής είναι πολύ συχνά Μη Γραμμικές⁵ αλλά

³ Nonlinearity: The History and Philosophy of the Science Burke, Kenneth M. Online Submission, Paper presented at the Biennial Qualitative Research Conference: Generations in Qualitative Research (7th, St. Louis, MO, Feb 6-7, 2009)

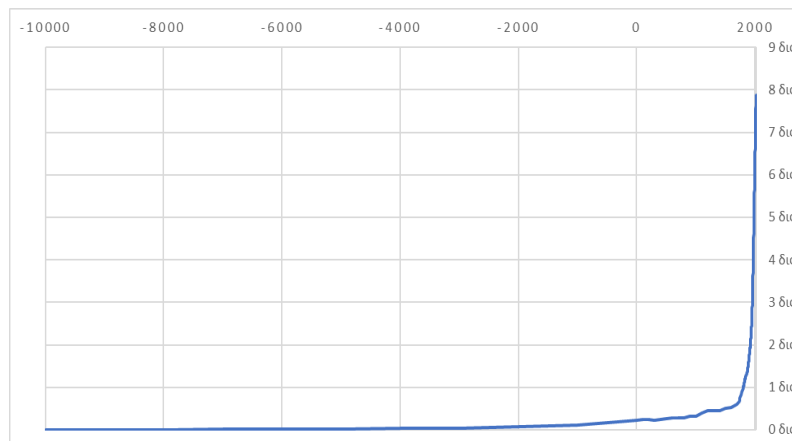
⁴ Henri Poincaré, (1903), Science and Method p.68.

⁵ Francesco Mosconi, Thomas Julou, Nicolas Desprat, Deepak Kumer Sinha, Jean- Francois Allemand, Vincent Croquette and David Bensimon (2008), "Some Nonlinear Challenges in biology", Nonlinearity 21, T113-147.

και οι αλληλεπιδράσεις σε όλα τα επίπεδα (από το κύτταρο έως τον εγκέφαλο, από οργανισμούς έως πληθυσμούς) φαίνεται να διέπονται από τέτοιες (μη αναλογικές) συμπεριφορές.

Η αύξηση του πληθυσμού ως προς τον χρόνο φαίνεται να ακολουθεί Μη Γραμμικά υποδείγματα, με εναλλακτικές προσεγγίσεις να προτείνουν περιγραφές από την λογιστική (logistic growth), την εκθετική (exponential growth) η και για περιόδους την υπερβολική αύξηση (hyperbolic growth) του μεγέθους

Διάγραμμα 1-1. Εξέλιξη παγκόσμιου πληθυσμού (10.000 πχ – 2021 μ.Χ.)



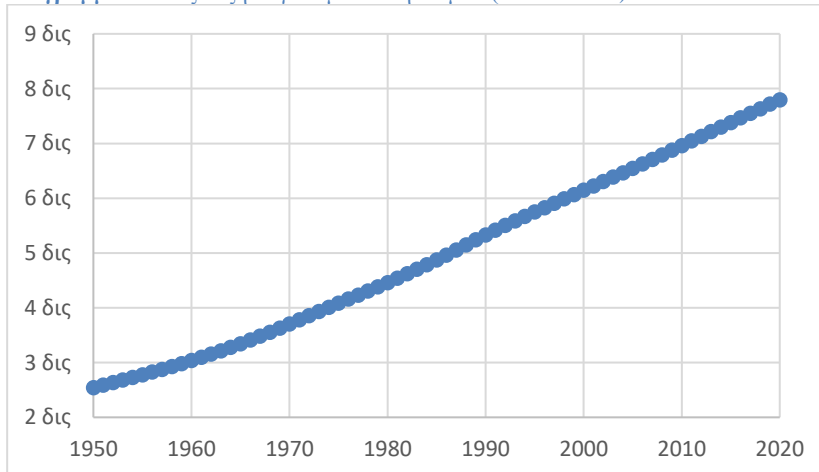
Πηγή: United Nations Population Division

συμπεριλαμβανομένων και των άλλων δημογραφικών χαρακτηριστικών.

Σύμφωνα με τα δεδομένα του Τμήματος Οικονομικών και Κοινωνικών Σχέσεων των Ηνωμένων Εθνών (United Nations Department of Economic and Social Affairs) ο παγκόσμιος πληθυσμός αυξήθηκε από το 1500 έως το 1800 από 500 εκατομμύρια σε 978 εκατομμύρια (σχεδόν διπλασιάστηκε σε 5 αιώνες) ενώ ανάλογη αύξηση (διπλασιασμός πληθυσμού) συντελέστηκε από το 1800 έως το 1910 (όπου ο παγκόσμιος πληθυσμός έφτασε προσεγγιστικά το 1 δις. 750 εκατομμύρια).

Τέλος από το 1910 έως το 2020 ο παγκόσμιος πληθυσμός έχει τετραπλασιαστεί ενισχύοντας της υπόθεση της Μη Γραμμικότητας (μη αναλογικότητας) στην αύξηση του μεγέθους σε σχέση με τον χρόνο. Αποτυπώνοντας την βραχυχρόνια αύξηση του πληθυσμού μεταξύ των ετών 1950-2020 παρατηρείται ότι η σχέση

Διάγραμμα 1-2. Εξέλιξη παγκόσμιου πληθυσμού (1950 – 2015)



Πηγή: United Nations Department of Economic and Social Affairs

για το συγκεκριμένο χρονικό διάστημα φαίνεται γραμμική ή τουλάχιστον μπορεί να προσεγγιστεί γραμμικά (παρότι η συνολική συμπεριφορά της χρονοσειράς είναι Μη Γραμμική). Η συμπεριφορά αυτή αξίζει να σημειώσουμε ότι θα αποτυπωθεί αργότερα σαν τοπική γραμμικότητα (local linearity) σε μια χρονοσειρά που η συνολική συμπεριφορά της πιθανώς χαρακτηρίζεται από Μη Γραμμικότητα (globally nonlinear). Ακόμα όμως και αυτή η "τοπική" γραμμικότητα όσον αφορά την πορεία του πληθυσμού μπορεί να «κρύβει» μέσα της Μη Γραμμικές συμπεριφορές.

Πράγματι προχωρώντας στην εκτίμηση ενός Μη Γραμμικού Υποδείγματος για την συμπεριφορά του Παγκόσμιου Πληθυσμού την περίοδο 1950-2020 με την χρήση του λογιστικού υποδείγματος $Y_t = \frac{b_1}{1 + e^{(b_2 + b_3 * t)}} + u_t$, η εκτίμηση των παραμέτρων οδηγεί σε μια σχεδόν γραμμική αποτύπωση της σχέσης, λόγω των εκτιμήσεων των παραμέτρων του υποδείγματος.

Πίνακας 1-1. Μη Γραμμική Εκτίμηση με NLLS

```
Dependent Variable LPOP
Annual Data From 1950:01 To 2020:01
Usable Observations          71
Degrees of Freedom            68
Centered R^2                  0.9992421
R-Bar^2                       0.9992198
Uncentered R^2                0.9999996
Mean of Dependent Variable    15.363075702
Std Error of Dependent Variable 0.341264072
Standard Error of Estimate    0.009531938
Sum of Squared Residuals     0.0061783335
Log Likelihood                231.1586
Durbin-Watson Statistic      0.0334
```

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. B1	16.92414536	0.05377014	314.74990	0.00000000
2. B2	-1.88737462	0.02284870	-82.60314	0.00000000
3. B3	-0.01174226	0.00037032	-31.70810	0.00000000

Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Αν ληφθεί το απλό γραμμικό υπόδειγμα της τάσης ως προς τον χρόνο στον λογάριθμο της τιμής του πληθυσμού λαμβάνεται η κάτωθι εκτίμηση:

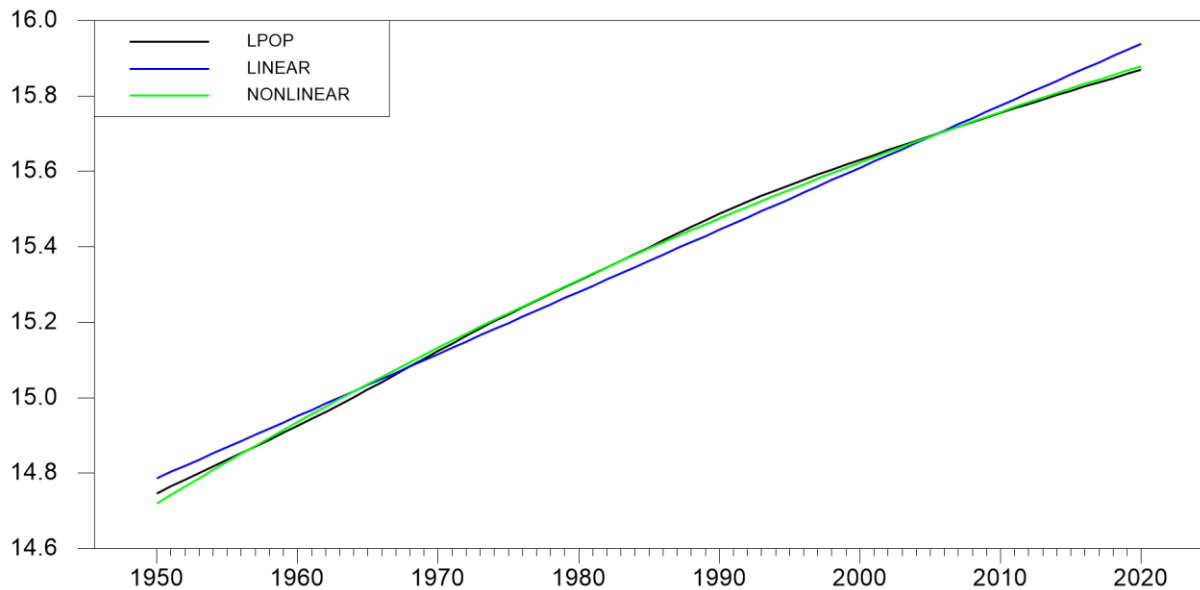
Πίνακας 1-2. Γραμμική Εκτίμηση με OLS

```
Linear Regression - Estimation by Least Squares
Dependent Variable LPOP
Annual Data From 1950:01 To 2020:01
Usable Observations          71
Degrees of Freedom            69
Centered R^2                  0.9914082
R-Bar^2                       0.9912837
Uncentered R^2                0.9999958
Mean of Dependent Variable    15.363075702
Std Error of Dependent Variable 0.341264072
Standard Error of Estimate    0.031860883
Sum of Squared Residuals     0.0700429966
Regression F(1,69)           7961.8877
Significance Level of F       0.00000000
Log Likelihood                144.9624
Durbin-Watson Statistic      0.0100
```

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Constant	14.770403556	0.007642978	1932.54549	0.00000000
2. TIME	0.016463115	0.000184503	89.22941	0.00000000

Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Διάγραμμα 1-3. Σύγκριση Γραμμικής και Μη Γραμμικής Εκτίμησης στον λογάριθμο του Πληθυσμού για την περίοδο 1950-2015

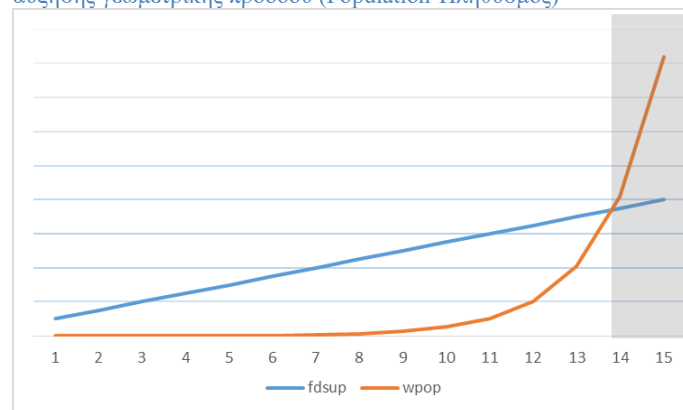


Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Γίνεται κατανοητό λοιπόν ότι ένα Μη Γραμμικό υπόδειγμα μπορεί να ενσωματώνει εσωτερικά πληροφόρηση που ομοιάζει σε γραμμική συμπεριφορά, παρά την διαφοροποίηση στην γενεσιουργό διαδικασία (βάσει του γραμμικού υποδείγματος ο παγκόσμιος πληθυσμός αυξάνεται με ρυθμό 1.64% κατ' έτος). **Παράλληλα είναι ένα κρίσιμο αντικείμενο μελέτης η επιλογή μεταξύ γραμμικού και Μη Γραμμικού υποδείγματος για την διαδικασία των προβλέψεων, καθώς γραμμικές εναλλακτικές μπορεί να εμφανίζουν καλύτερη προβλεψιμότητα ιδιαίτερα στον βραχυχρόνιο ορίζοντα.**

Ειδικά για την περίπτωση των προβλέψεων της εξέλιξης του πληθυσμού δεν μπορούμε να μην αναφερθούμε στην περίπτωση όπου μια Μη Γραμμική σχέση λαμβάνεται ως γραμμική, όπως η περίπτωση της «Μαλθουσιανής καταστροφής» όπως έφτασε να αποκαλείται η συγκεκριμένη πρόβλεψη, βασισμένη στην δημοσίευση του Thomas Malthus το 1798⁶. Ο Malthus παρατηρώντας την Μη Γραμμική (εκθετική) αύξηση του πληθυσμού σε σχέση με αυτό που θεώρησε ως γραμμική/αναλογική αύξηση της παραγωγής τροφίμων (με την μορφή αριθμητικής προόδου) οδηγήθηκε στο να γράψει ότι «η δύναμη αύξησης του πληθυσμού είναι τόσο ανώτερη της δύναμης της γης να παράγει τροφή για τον άνθρωπο ώστε ο πρόωρος θάνατος θα πρέπει να εμφανιστεί σε κάποια μορφή στο ανθρώπινο είδος». Στο

Διάγραμμα 1-4. Σύγκριση σειράς με ρυθμό αύξησης αριθμητικής προόδου (Food Supply- Παραγωγή Τροφής) με σειρά με ρυθμό αύξησης γεωμετρικής προόδου (Population-Πληθυσμός)



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

⁶ Malthus Thomas, (1798), An Essay on the Principle of Population.

σημείο στο οποίο οι δυο σειρές τέμνονται ξεκινάει η Μαλθουσιανή καταστροφή καθώς πλέον ο πληθυσμός ξεπερνάει σε μέγεθος τους διαθέσιμους πόρους. **Η Μαλθουσιανή καταστροφή δεν συνέβη ποτέ λόγω μιας σειράς τεχνολογικών ανακαλύψεων οι οποίες και οδήγησαν την αγροτική παραγωγή να αυξάνεται Μη Γραμμικά και με μεγαλύτερο ρυθμό από τον ρυθμό αύξησης του πληθυσμού.**

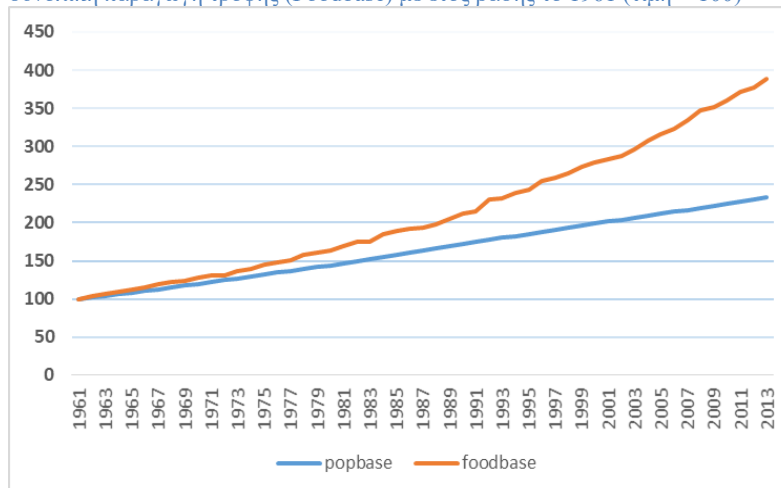
Στο παρακάτω διάγραμμα αποτυπώνεται η σύγκριση της σειράς του συνολικού πληθυσμού σε σχέση με την συνολική παραγωγή σε παγκόσμια κλίμακα. Οι σειρές προσαρμόστηκαν με τιμή 100 στο έτος βάσης 1961 και παρατηρείται ότι η αύξηση της συνολικής παραγωγής ξεπερνάει την αύξηση του παγκόσμιου πληθυσμού.

Ένα ενδιαφέρον ερώτημα που προκύπτει από τα παραπάνω είναι αν λαμβάνοντας τα δεδομένα της περιόδου που έζησε ο Malthus και εξετάζοντας το σύνολο της παραγωγής τροφίμων, **αυτή η φαινομενικά γραμμική σχέση "έκρυβε" μέσα της κάποια Μη Γραμμική δυναμική η αν αυτή η σχέση μετασχηματίστηκε σε Μη Γραμμική αργότερα.**

Φυσικά υποστηρικτές για μια νέο-Μαλθουσιανή καταστροφή υπάρχουν ακόμα και σήμερα, αλλά αυτό ξεπερνάει την σκοπιμότητα της συγκεκριμένης αναφοράς,

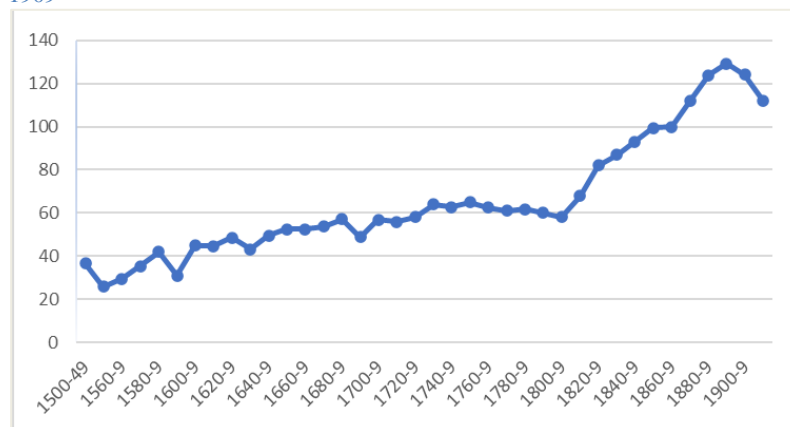
η οποία θέλει να καταδείξει πως η ερμηνεία ενός μεγέθους ως γραμμικού μπορεί να οδηγήσει σε εσφαλμένα συμπεράσματα (ιδιαίτερα στο θέμα των προβλέψεων και στην διατύπωση συμπερασμάτων βάσει των προβλέψεων αυτών). Δεν είναι όμως μόνο η πληθυσμιακή αύξηση η οποία συμπεριφέρεται κατά αυτόν τον μη αναλογικό τρόπο.

Διάγραμμα 1-5. Εξέλιξη συνολικού πληθυσμού του πλανήτη (Popbase) και συνολική παραγωγή τροφής (Foodbase) με έτος βάσης το 1961 (τιμή = 100)



Πηγή: Food and Agriculture Organization of the United Nations

Διάγραμμα 1-6. Εξέλιξη πραγματικής Αγροτικής παραγωγής στην Αγγλία 1500-1909⁷

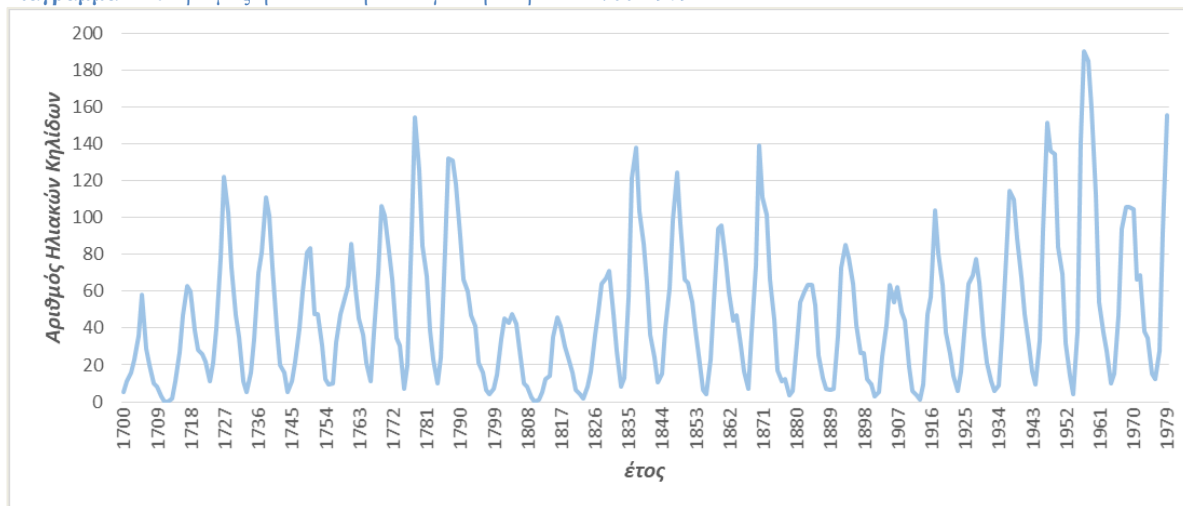


Πηγή: Εκτιμήσεις από Clark 1991

⁷ Clark, Gregory. "Yields Per Acre in English Agriculture, 1250-1860: Evidence from Labour Inputs." *The Economic History Review* 44, no. 3 (1991): 445-60. <https://doi.org/10.2307/2597538>.

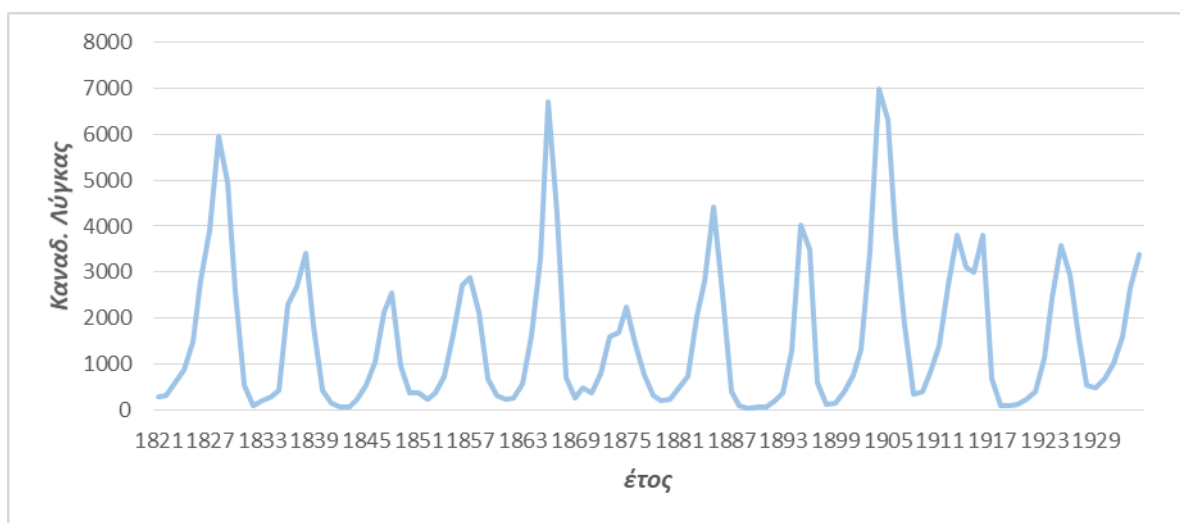
Οι χρονοσειρές του αριθμού των ηλιακών κηλίδων και του Καναδικού Lynx⁸ αποτελούν κάποια κλασικά (ως προς την χρήση τους) σύνολα δεδομένων τα οποία έχουν αξιοποιηθεί στην μελέτη της Μη Γραμμικότητας αλλά και στην ανάπτυξη σχημάτων τα οποία αργότερα χρησιμοποιήθηκαν και χρησιμοποιούνται στην Οικονομική Επιστήμη.

Διάγραμμα 1-7. Αριθμός ηλιακών κηλίδων για την περίοδο 1700-1979



Πηγή: World Data Center for the Sunspot Index, Royal Observatory of Belgium

Διάγραμμα 1-8. Δεδομένα του Καναδικού Lynx για την περίοδο 1821-1934



Πηγή: Elton and Nicolson (1942)⁹

Η χρήση του αριθμού των ηλιακών κηλίδων δεν πρέπει να μας εκπλήσσει καθώς σύμφωνα με τους Tong & Lim (1980)¹⁰ «μπορεί να ειπωθεί ότι η χρήση γραμμικών υποδειγμάτων στις χρονοσειρές ξεκίνησε με την χρήση τέτοιων υποδειγμάτων όπως το αυτοπαλίνδρομο (AR)

⁸ Αφορά τον αριθμό του καναδικού Λύγκα (θηλαστικό) οι οποίοι παγιδεύτηκαν στην περιοχή του ποταμού Mackenzie στον Βορειοδυτικό Καναδά την περίοδο 1821-1934 και η οποία παρουσιάζει διακυμάνσεις και αποτυπώνει σε έναν βαθμό τον πληθυσμό και άρα τα δυναμικά χαρακτηριστικά του πληθυσμού στο συγκεκριμένο οικοσύστημα. Τα δεδομένα παρουσιάζονται όπως αποτυπώθηκαν από τους Elton και Nicolson (1942).

⁹ Charles Elton and Mary Nicholson, The Ten-Year Cycle in Numbers of the Lynx in Canada, Journal of Animal Ecology, Vol. 11, No. 2 (Nov., 1942), pp. 215-244.

¹⁰ H. Tong; K. S. Lim, Threshold Autoregression, Limit Cycles and Cyclical Data Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological), Vol. 42, No. 3. (1980), pp.245-292.

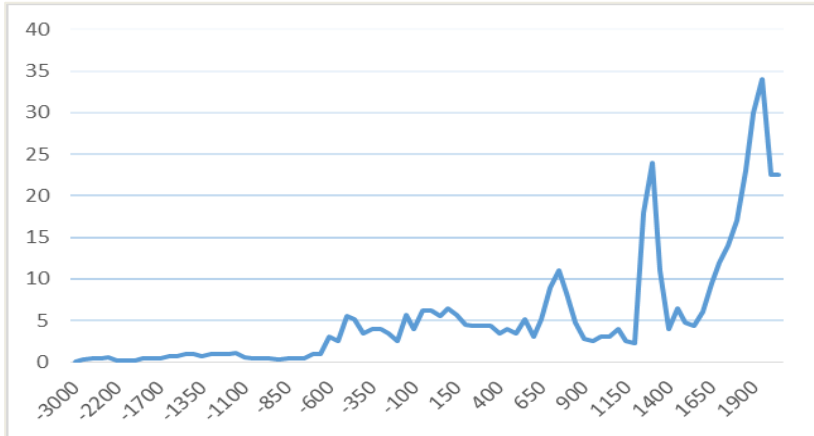
υπόδειγμα του Yule (1927), το οποίο χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά στην μελέτη του αριθμού των ηλιακών κηλίδων». Οι συγκεκριμένες χρονοσειρές εμφανίζουν επίμονες ταλαντώσεις με σχετικά σταθερή περίοδο αλλά σημαντικές διαφορές στο πλάτος οι οποίες δεν δείχνουν συστηματική τάση¹¹, δηλαδή παρουσιάζουν ασυμμετρική περιοδική συμπεριφορά.

Προχωρώντας στον επιστημονικό κλάδο της Ψυχολογίας, η χρήση Μη Γραμμικών δυναμικών συστημάτων και χάους μπορεί να αποτελέσει έναν τρόπο εξήγησης της ανθρώπινης συμπεριφοράς. Αυτή η μελέτη γίνεται τόσο σε επίπεδο μονάδας (όπως οι εναλλαγές διάθεσης σε κάποιες ψυχοπαθολογίες¹²), σε επίπεδο ομάδας αλλά και στο επίπεδο του πληθυσμού. Η αναγνώριση της πολυπλοκότητας της ανθρώπινης συμπεριφοράς είναι επίσης και αναγνώριση ότι η δυναμική ή οι αιτιώδεις διεργασίες που βρίσκονται πίσω από την ανθρώπινη συμπεριφορά είναι θεμελιωδώς μη γραμμικές.

Ο Bertenthal(2007)¹³ αναφερόμενος στην Μη Γραμμική ανάλυση την αναγνώρισε ως ένα αναγκαίο μέσο για «την κατανόηση της ανθρώπινης συμπεριφοράς» καθώς τα κλασσικά στατιστικά εργαλεία ενός ερευνητή ψυχολόγου «περιορίζονται στην γραμμικότητα και άρα δεν περιλαμβάνουν το μέρος της δομής η οποία είναι Μη Γραμμική».

Ένα ακόμα παράδειγμα Μη Γραμμικότητας, εντοπίζεται στην πορεία των μεγαλύτερων αυτοκρατοριών της Ιστορίας, οι οποίες πέρα από την κυκλικότητα που παρουσιάζουν (τον κύκλο της ανόδου και της πτώσης) εμφανίζουν μια ασύμμετρη εξέλιξη τόσο στα μεγέθη που τις αφορούν διαχρονικά όσο και ως προς τον ίδιο τον κύκλο.

Διάγραμμα 1-9. Μέγεθος μεγαλύτερης αυτοκρατορίας σε τετραγωνικά Μm περίοδος 3000π.Χ.-1975 μ.Χ.



Πηγή: Taagepera R. (1978)

Ο Hart (Hart, 1945)¹⁴ ήταν ο πρώτος που πρότεινε την χρήση λογιστικής καμπύλης (S σχήματος) για την αποτύπωση του εδαφικού μεγέθους διαδοχικών αυτοκρατοριών το οποίο και φαίνεται να αυξάνει συνεχώς.

Ο Taagepera (1978)¹⁵ περιγράφει αυτήν την εξέλιξη ως εξής «Σε μια περιοχή 0,1 εκατομμυρίων τετραγωνικών μιλίων, η αρχαία Αίγυπτος ήταν η μεγαλύτερη αυτοκρατορία του κόσμου πριν από 5000 χρόνια. Σήμερα τα περισσότερα μέλη των Ηνωμένων εθνών έχουν συγκρίσιμες με αυτή εκτάσεις. Πριν 2.500 χρόνια η Περσία ήταν η πρώτη αυτοκρατορία που είχε υπό τον έλεγχο της 2 εκατομμύρια τετραγωνικά μίλια, ένα μέγεθος το οποίο ξεπερνούν σήμερα 6

¹¹ M. J. Campbell and A. M. Walker, A Survey of Statistical Work on the Mackenzie River Series of Annual Canadian Lynx Trappings for the Years 1821-1934 and a New Analysis, Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General), Vol. 140, No. 4 (1977), pp.411-431.

¹² Heath A. Richard (2000), Nonlinear Dynamics: Techniques and Application in Psychology, Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

¹³ Bertenthal, B.I., "Dynamical Systems: It's About Time," in Boker & Wenger (eds.), Data Analytic Techniques for Dynamical Systems: The Notre Dame Series on Quantitative Methodology (New Jersey: Laurence Erlbaum Associates, Inc., 2007).

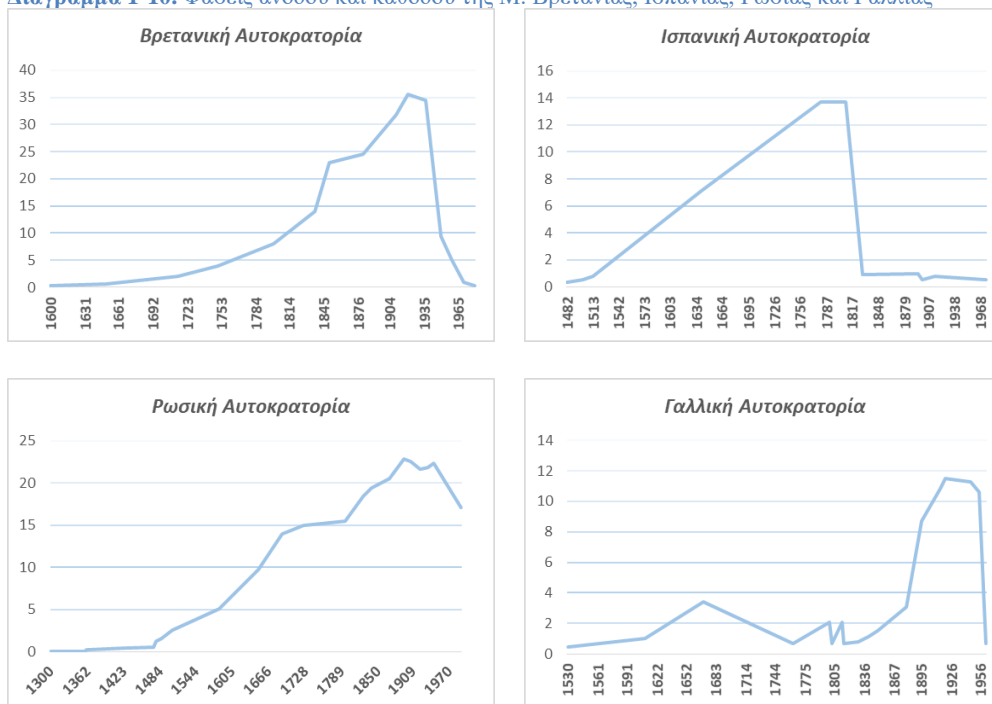
¹⁴ Hart, H. (1945), "Logistic social trends," American Journal of Sociology 50, 337-352.

¹⁵ Taagepera, R. (1978) Size and Duration of Empires: Growth-Decline Curves, 3000 to 600 B.C. Social Science Research 7:180-196.

σύγχρονα κράτη (Ρωσία, Καναδάς, Κίνα, ΗΠΑ, Βραζιλία, Αυστραλία). Κατά την διάρκεια των τελευταίων 800 ετών τρεις αυτοκρατορίες (Μογγολική, Αγγλική, Ρωσική) έφτασαν να ελέγχουν περισσότερα από 8 εκατομμύρια τετραγωνικά μίλια εδάφους». Ο Taagepera θέλοντας να εξετάσει ποσοτικά την παράμετρο της ισχύος μιας αυτοκρατορίας χρησιμοποιεί ως κρίσιμο μέγεθος, λόγω της αντικειμενικότητας του αλλά και της διαθεσιμότητας των δεδομένων, το έδαφος που καταλαμβάνει. Για πληρότητα της εικόνας παραθέτουμε και το αντίστοιχο διάγραμμα για την περίοδο 3000 π.Χ. – 1975 μ.Χ.

Τέλος ο Taagepera(1997)¹⁶ αποτυπώνει χρησιμοποιώντας τον ίδιο δείκτη (αυτόν του μεγέθους) την φάση ανόδου και καθόδου για την κάθε εξεταζόμενη αυτοκρατορία σημειώνοντας μάλιστα ότι «αυτοκρατορίες οι οποίες επεκτείνονται γρηγορότερα έχουν την τάση να καταρρέουν νωρίτερα». Εξετάζοντας τις λεγόμενες «Ευρωκεντρικές» αυτοκρατορίες μπορούμε να παρατηρήσουμε την ασυμμετρία μεταξύ της ανοδικής και καθοδικής φάσης για κάθε μια από αυτές.

Διάγραμμα 1-10. Φάσεις ανόδου και καθόδου της Μ. Βρετανίας, Ισπανίας, Ρωσίας και Γαλλίας



Πηγή: Taagepera R. (1997)

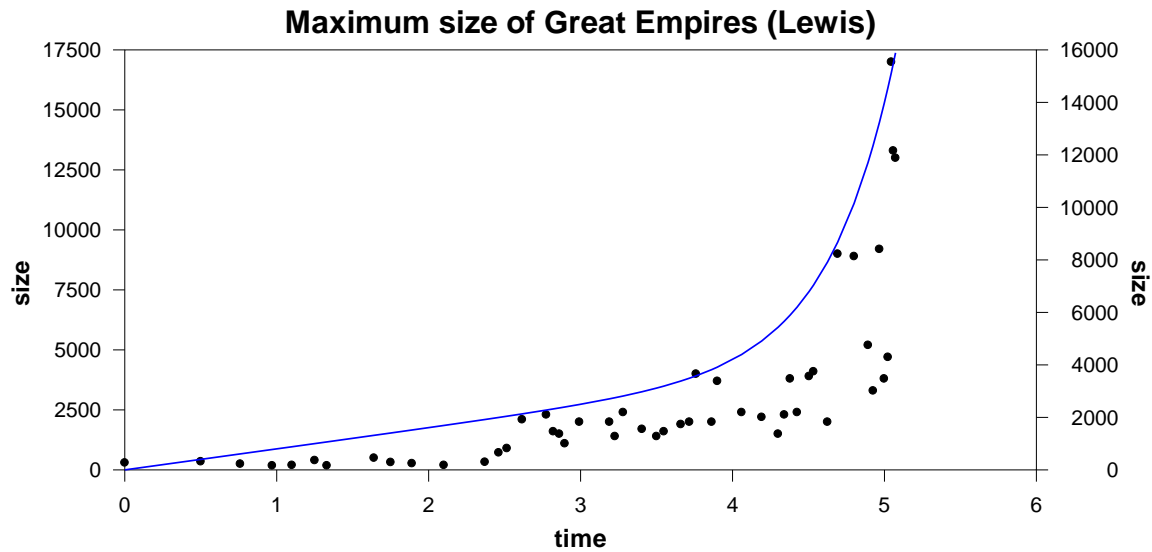
Σε ανάλογα συμπεράσματα οδηγείται και ο Lewis¹⁷ εξετάζοντας τις μεγάλες αυτοκρατορίες της Ιστορίας. Επιλέγοντας παραμέτρους όπως το μέγεθος, την διάρκεια και την συχνότητα εμφάνισης καταλήγει στο ότι:

- Το μέγεθος των αυτοκρατοριών βαίνει συνεχώς αυξανόμενο με μη αναλογικό (Μη Γραμμικό - καμπυλοειδή) τρόπο σε σχέση με τον χρόνο
- Η συχνότητα εμφάνισης των αυτοκρατοριών σε σχέση με τον χρόνο βαίνει συνεχώς αυξανόμενη καθώς η μέση διάρκεια τους μειώνεται

¹⁶ Taagepera Rein, "Expansion and Contraction Patterns of Large Polities: Context for Russia", International Studies Quarterly(1997) 41, 475-504.

¹⁷ Lewis Peter (1982), "Insights from history: The next great empire", Futures Vol.42, Issue 1, p.47-61.

Διάγραμμα 1-11. Μέγιστη επιφάνεια των Σπουδαίων Αυτοκρατοριών με κριτήριο την Μέγιστη Επιφάνεια



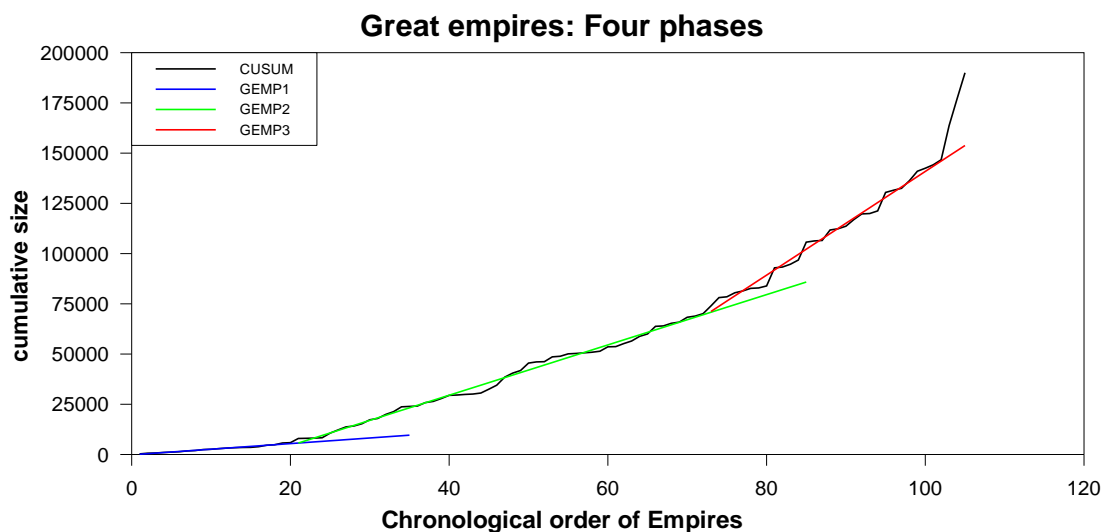
Πηγή: Lewis Peter, Insights from history: the next great empire (1982)

Στα παραπάνω στοιχεία σημειώνουμε ότι ο Lewis για να θεωρήσει μια αυτοκρατορία ως "μεγάλη" (great) λαμβάνει ως κριτήριο το να ξεπερνάει το 1/3 του μεγέθους της προηγούμενης "μεγάλης" αυτοκρατορίας.

Ο Lewis καθορίζει τέσσερις περιόδους στις οποίες η γραμμική εξέλιξη του αθροιστικού μεγέθους των αυτοκρατοριών ως προς τον χρόνο φαίνεται να αλλάζει με τρόπο που όπως θα δούμε παρακάτω προσομοιάζει δομικές αλλαγές (regime shifts) στην πορεία της χρονοσειράς.

Συγκεκριμένα όπως αποτυπώνεται στο παρακάτω διάγραμμα εκτιμήσαμε με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων τρεις γραμμικές σχέσεις όσον αφορά την εξέλιξη της σειράς ως προς τον χρόνο σύμφωνα με τις περιόδους που ο ίδιος ο Lewis δίνει στο άρθρο του.

Διάγραμμα 1-12. Αθροιστική Επιφάνεια των Μεγαλύτερων Αυτοκρατοριών με κριτήριο την Μέγιστη Επιφάνεια



Πηγή: Lewis Peter, Insights from history: the next great empire (1982)

Η Μη Γραμμικότητα στην ανθρώπινη συμπεριφορά όπως αυτή αποτυπώνεται στην άνοδο και την πτώση των αυτοκρατοριών που είδαμε παραπάνω αποτελεί μόνο μια περίπτωση ανάμεσα

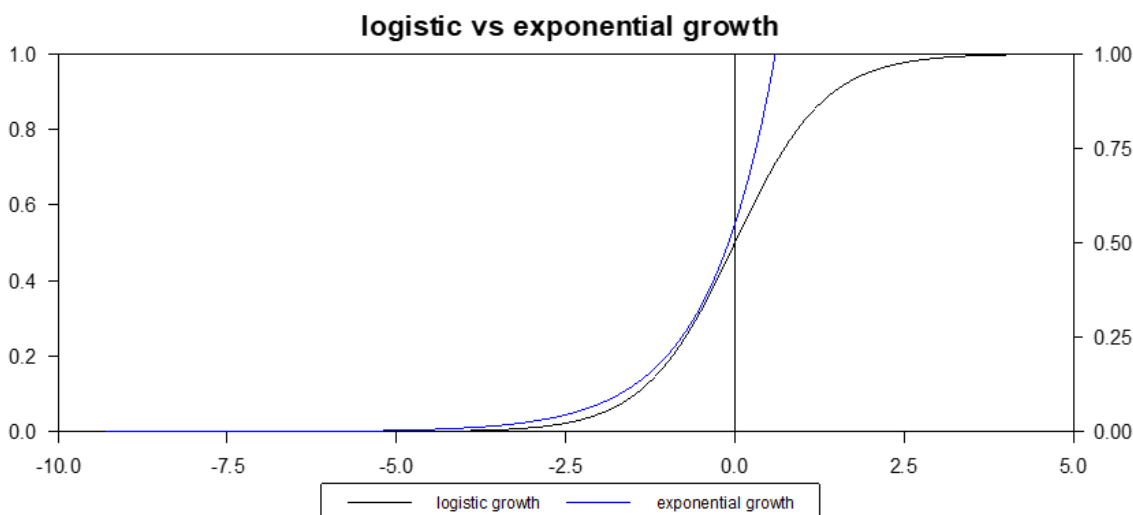
σε τόσες άλλες εκφάνσεις, όπως είναι και η συχνότητα των ανακαλύψεων/εφευρέσεων οι οποίες επηρεάζουν την πορεία της ανθρωπότητας.

Ο Theodore Modis στο άρθρο του "the limits of complexity and change"¹⁸ αλλά και στο paper "Forecasting the growth of complexity and change"¹⁹ αναφέρεται στην Μη Γραμμικότητα της εμφάνισης σημαντικών γεγονότων που επηρέασαν την πορεία της ανθρωπότητας (συγκεκριμένα με την μορφή ανακαλύψεων/εφευρέσεων).

Τονίζει μεταξύ άλλων το ότι τα σημαντικά γεγονότα (turning points) που επηρέασαν την πορεία της ανθρωπότητας τον 20^ο αιώνα ξεπερνούν σε αριθμό το πλήθος του αθροίσματος των αντίστοιχων γεγονότων για τους προηγούμενους πέντε αιώνες, το οποίο σκιαγραφεί την μη αναλογική συμπεριφορά.

Η συγκεκριμένη πορεία του αριθμού αλλά και της συχνότητας αυτών των γεγονότων μοιάζει να είναι εκθετική μέχρι τώρα αν και όσον αφορά το μέλλον, ο συγγραφέας αφήνει το ενδεχόμενο να είναι λογιστικής μορφής και άρα να έχει κάποιο συγκεκριμένο άνω όριο.

Διάγραμμα 1-13. Ρυθμός αύξησης Λογιστικής συνάρτησης έναντι Εκθετικής συνάρτησης



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Η επιλογή ανάμεσα στις δυο πραγματοποιείται διότι και η λογιστική συνάρτηση η οποία συνολικά αποτυπώνεται ως μια S καμπύλη σχηματικά στα αρχικά της στάδια συμπεριφέρεται όπως η εκθετική, όπως αποτυπώνεται στο παραπάνω σχεδιάγραμμα.

«Από την ανακάλυψη της Γεωργίας πριν 19.200 χρόνια, την εφεύρεση της τυπογραφικής μηχανής πριν 5,5 αιώνες έως και την ευρεία χρήση του ίντερνετ και την αποτύπωση του ανθρώπινου γονιδιώματος την δεκαετία του 1990, η εμφάνιση τέτοιων γεγονότων πραγματοποιείται σε συνεχώς μειούμενα διαστήματα αποδεικνύοντας μια ακόμα έκφραση της Μη Γραμμικότητας στην ανθρώπινη ιστορία ανακαλύψεων, εφευρέσεων και ιστορικών γεγονότων».

Η ύπαρξη της συγκεκριμένης Μη Γραμμικότητας που παρατηρήσαμε παραπάνω μέσω των ανακαλύψεων/εφευρέσεων οι οποίες αποτελούν και σημαντικά γεγονότα για την ανθρωπότητα

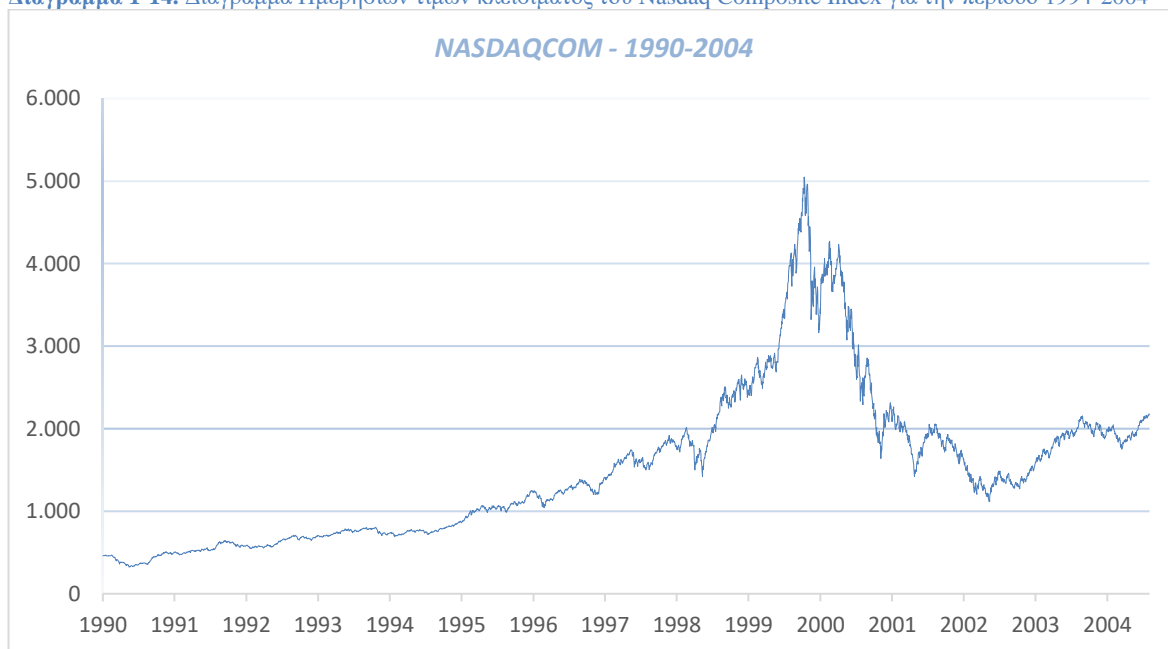
¹⁸ T. Modis, "The limits of complexity and change" The Futurist, May-June, 2003.

¹⁹ T.Modis, "Forecasting the growth of complexity and change", Technological Forecasting & Social Change 69 (2002) 377 – 404.

επηρεάζουν μεταξύ άλλων και την Οικονομία αφού μπορούν να πυροδοτήσουν έναν ανοδικό κύκλο από το Μακροοικονομικό επίπεδο μέχρι και το επίπεδο των χρηματιστηριακών αγορών.

Αξίζει να παρατηρηθεί ότι αυτή η αντίδραση των χρηματιστηριακών αγορών περιλαμβάνει και η ίδια Μη Γραμμικότητες έχοντας οδηγήσει πολλαπλά σε υπερεκτίμηση της αξίας της ανακάλυψης/εφεύρεσης, δημιουργία Rational bubble²⁰ και όταν αυτή η υπερεκτίμηση γίνει εμφανής οδηγεί σε κατάρρευση των τιμών των μετοχών που σχετίζονταν με την συγκεκριμένη ανακάλυψη. Χαρακτηριστικά παραδείγματα σε αυτά είναι η ευρεία χρήση σιδηροδρόμων στις ΗΠΑ η οποία οδήγησε στον πανικό του 1893 αλλά και η ευρεία χρήση του Internet η οποία οδήγησε στην “dot com” bubble το 1997-2000 (όπως αποτυπώνεται στο παρακάτω σχεδιάγραμμα).

Διάγραμμα 1-14. Διάγραμμα Ημερησίων τιμών κλεισίματος του Nasdaq Composite Index για την περίοδο 1994-2004



Πηγή: Nasdaq database

Η Μη Γραμμικότητα ιδιαίτερα στις τιμές των χρηματιστηριακών μετοχών και των σχέσεων της εξέλιξης των τιμών αυτών με άλλα Οικονομικά μεγέθη (ενδοχρηματιστηριακά αλλά και γενικότερα μεγέθη της εκάστοτε υπό εξέταση Οικονομίας) έχουν κεντρίσει το ερευνητικό ενδιαφέρον με πλήθος εφαρμογών και εναλλακτικών μορφών Μη Γραμμικότητας μεταξύ των οποίων και αιτιοκρατικού χάους.

Οι Scheinkman και LeBaron (1989)²¹ με την χρήση της μεθοδολογίας της διάστασης συσχέτισης (correlation dimension) εντοπίζουν Μη Γραμμικότητες υψηλής διάστασης εξετάζοντας χρηματιστηριακά δεδομένα, η όπως το θέτουν καλύτερα οι ίδιοι «τα δεδομένα δεν είναι ασύμβατα με την θεωρία ότι ένα μέρος της μεταβλητότητας προέρχεται από Μη Γραμμικότητες και όχι από τυχαιότητα και δεν είναι συμβατά με την θεωρία ότι οι αποδόσεις παράγονται από i.i.d. τυχαίες μεταβλητές».

²⁰ Ο όρος Rational bubble αφορά σε υπερβολική αύξηση των τιμών και η οποία παράγεται από εξωγενή γεγονότα ή φήμες και ακολουθεί αυτό-εκπληρούμενες προσδοκίες που δεν έχουν καμία σχέση με τα θεμελιώδη μεγέθη

²¹ Scheinkman, J.A., LeBaron, B. (1989). Nonlinear dynamics and stock returns. Journal of Business, 62 (3), 311–337.

Οι Kyrtzou και Terraza (2003)²² χρησιμοποιούν χαοτικό σχήμα (Mackey Glass) το οποίο δέχεται διαταραχές από μια δυναμική διαδικασία θορύβου (GARCH) και εκτιμάται για την περίπτωση των τιμών του δείκτη CAC40 του χρηματιστηρίου του Παρισιού.

Το συγκεκριμένο υπόδειγμα φαίνεται να **λαμβάνει υπόψη του και να προτυποποιεί ένα σημαντικό μέρος των Μη Γραμμικοτήτων της χρονοσειράς.**

Ο Kanas (2003)²³ εξετάζει την ύπαρξη Μη Γραμμικής μακροχρόνιας σχέσης (συνολοκλήρωσης) μεταξύ των τιμών των μετοχών και των μερισμάτων για τις ΗΠΑ προσπαθώντας να εκτιμήσει την σχέση αυτή μη παραμετρικά με την χρήση του Alternating Conditional Expectations (ACE) αλγόριθμου και **βρίσκοντας ενδείξεις για την ύπαρξη της εκεί που το γραμμικό πλαίσιο αδυνατούσε να την εντοπίσει.**

Ενώ όμως μια νέα επιστημονική θεωρία ή έστω ένα νέο επιστημονικό πρίσμα, μέσα από το οποίο μπορούμε να έχουμε μια καλύτερη κατανόηση της πραγματικότητας που μελετάμε, **μπορεί να ακυρώσει πλήρως τις προηγούμενες θεωρίες αυτό δεν είναι απαραίτητο όσον αφορά την Μη Γραμμικότητα.**

Η συγκεκριμένη θεώρηση όπως αναφέρεται στον Yoshida (2010)²⁴ βλέπει την Μη Γραμμικότητα σαν μια νέα θεωρία η οποία «αυξάνει τον ορίζοντα της γνώσης αφομοιώνοντας την παλαιότερη θεωρία».

Έτσι και σύμφωνα με την θεώρηση αυτή, η παλαιότερη θεωρία περιορίζεται σε ένα συγκεκριμένο επίπεδο μιας «κλίμακας» η οποία δεν υπήρχε πριν αλλά εισήχθη από την εισαγωγή της νεότερης θεωρίας π.χ. η κλασική μηχανική του Νεύτωνα ακόμα ισχύει σε μακροσκοπικό (υψηλής ενέργειας) όριο κβαντικής μηχανικής, όπως και σε μικροσκοπικό (χαμηλή ενέργεια) όριο της σχετικότητας. Βλέπουμε λοιπόν ότι και σε αυτήν την περίπτωση παρότι η Νευτώνεια κλασική μηχανική περιορίστηκε, ακόμα έχει θέση στην επεξήγηση του κόσμου (πάντα υπό συνθήκη μιας συγκεκριμένης κλίμακας).

Ιδιαίτερα στα Οικονομικά μεγέθη είναι κάτι το οποίο θα συναντήσουμε στην συνέχεια, **το πώς δηλαδή η έννοια της γραμμικότητας παραμένει χρήσιμη σε μια συγκεκριμένη κλίμακα ανάλογα με το Οικονομικό μέγεθος και η οποία κλίμακα μπορεί να ορίζεται μεταξύ άλλων από το επίπεδο χρονικής αθροιστικότητας των δεδομένων έως και μια σειρά καταστάσεων μέσα στα όρια των οποίων το Οικονομικό μέγεθος συμπεριφέρεται αναλογικά και άρα γραμμικά.**

Η έννοια της Μη Γραμμικότητας έρχεται και στην περίπτωση εναλλακτικών σεναρίων για την πορεία μιας Οικονομίας ως προς την εξέλιξη μιας κατάστασης αναλογικά με το παρελθόν της (γραμμικό σενάριο) ή οδηγούμενη σε μια διαφορετική μη αναλογική πορεία ως προς αυτό (Μη Γραμμικό σενάριο).

Ακόμα και σε τομείς της επιχειρηματικότητας όπως η διοίκηση, έννοιες όπως η στρατηγική και ο προγραμματισμός δράσεων για επιχειρήσεις διαφοροποιούνται μεταξύ τους πέρα από το

²² Kyrtzou C, Terraza M (2003), Is it Possible to Study Chaotic and ARCH Behaviour Jointly? Application of a Noisy Mackey- Glass Equation with Heteroskedastic Errors to the Paris Stock Exchange Return Series, Computational Economics 21: 257-276.

²³ Kanas, A.(2003)'Non-linear cointegration between stock prices and dividends', Applied Economics Letters,10:7,401— 405.

²⁴ Yoshida Z.(2010), Nonlinear Science : The Challenge of Complex Systems. Springer.

ενοσιολογικό πλαίσιο και από το πλαίσιο στο οποίο αναφέρονται το οποίο μπορεί να είναι γραμμικό ή Μη Γραμμικό.

Ο Παπαδάκης Β.²⁵ αναφερόμενος στο ότι ο στρατηγικός προγραμματισμός δεν είναι στρατηγική διατυπώνει την άποψη αυτή ως εξής: «ο στρατηγικός προγραμματισμός σε μεγάλο βαθμό ασχολείται με την εφαρμογή της στρατηγικής με τα προϊόντα που προϋπάρχουν, με τα τμήματα που προϋπάρχουν, συνήθως όμως δεν είναι στρατηγική». Συγκεκριμένα ο συγγραφέας αναφέρεται στην κριτική όσον αφορά την διαφοροποίηση ότι ο στρατηγικός προγραμματισμός στερείται ευελιξίας και θεωρεί ότι «ο κόσμος παραμένει σταθερός καθώς η επιχείρηση καταστρώνει ένα σχέδιο». **Βλέπουμε λοιπόν ότι ο στρατηγικός προγραμματισμός λόγω του σταθερού περιβάλλοντος φαίνεται να αναφέρεται σε ένα γραμμικό πλαίσιο ενώ η προσαρμοστικότητα της στρατηγικής δεδομένου ότι στηρίζεται σε ανθρώπινες αποφάσεις και συμπεριφορές προσαρμοζόμενη μη αναλογικά με την εναλλαγή των συνθηκών (οι οποίες επίσης συμβαίνουν με μη προβλέψιμο τρόπο) μας παραπέμπει σε ένα Μη Γραμμικό πλαίσιο.**

Ο Δασκαλόπουλος²⁶ τότε πρόεδρος του Συλλόγου Ελλήνων Βιομηχάνων αναφερόμενος στο γεγονός της παγκοσμιοποίησης και των συνεπειών της για την Ελληνική Βιομηχανία αναφέρεται σε δυο σενάρια:

- Το γραμμικό σενάριο: Ένα δυσσίωνο περιβάλλον για την Ελληνική Οικονομία στο οποίο αναμένεται η Ελληνική επιχείρηση να περάσει στο περιθώριο και η Ευρωπαϊκή Ένωση να δημιουργεί ισχυρούς ανταγωνιστές με αναμενόμενη την σταδιακή της συρρίκνωση. Κρίνοντας την γραμμικότητα του σεναρίου, αυτή προσεγγίζεται με την υπόθεση της συνέχισης της παρελθοντικής κατάστασης χωρίς καμία δυνατότητα προσαρμογής στις νέες συνθήκες
- Το Μη Γραμμικό σενάριο: Η Ελληνική βιομηχανική επιχείρηση προσαρμόζεται στις νέες συνθήκες, σημειώνει επιτυχία στην εγχώρια και εξωτερική αγορά και αναδιαρθρώνεται, ανασυντάσσεται και ισχυροποιείται παίζοντας τον περιφερειακό της ρόλο (Βαλκάνια και ΝΑ Ευρώπη) σε μια ενωμένη Οικονομικά Ευρώπη. Η Μη Γραμμικότητα του συγκεκριμένου σεναρίου σε αντιστοιχία με την προηγούμενη περίπτωση προέρχεται από την προσαρμοστικότητα στις νέες συνθήκες και την διαφοροποίηση της κατάστασης στην βιομηχανία από το παρελθόν ανταποκρινόμενη Μη Γραμμικά στην συνθήκη της παγκοσμιοποίησης και της διευρυμένης Ε.Ε.

Με αφορμή την θεώρηση αυτή, και θέλοντας να επιδείξουμε την σημαντικότητα του πλαισίου στο οποίο λειτουργεί η Οικονομία παρουσιάζουμε την σύγκριση ανάμεσα στο γραμμικό και μη γραμμικό πλαίσιο με κάποιες ενδεικτικές εφαρμογές σε πραγματικά δεδομένα. Τα μεθοδολογικά εργαλεία τα οποία αξιοποιήθηκαν αφορούν υπάρχουσες μεθόδους οι οποίες αναλύονται στα πλαίσια της βιβλιογραφικής ανασκόπησης του 2^{ου} Κεφαλαίου.

²⁵ Παπαδάκης Δ. Βασίλης, "Στρατηγική των Επιχειρήσεων: Ελληνική και Διεθνής Εμπειρία", Τόμος Α, 4^η έκδοση, σελ.44

²⁶ Δασκαλόπουλος Δ., "Δύο σενάρια για το Μέλλον της Ελληνικής Βιομηχανίας", Εφημερίδα κέρδος, ένθετο επιχειρήσεων (Σεπ.2000), σελ.202-205

Εξέταση εντός Γραμμικού και Μη Γραμμικού πλαισίου - ανεργία στις Η.Π.Α.

Με αφορμή την θεώρηση αυτή, και θέλοντας να επιδείξουμε την σημαντικότητα του πλαισίου στο οποίο λειτουργεί η Οικονομία αναπαράγουμε την σύγκριση ανάμεσα σε ένα γραμμικό και ένα Μη Γραμμικό (Threshold μορφής) υπόδειγμα για την ανεργία στην Οικονομία των ΗΠΑ για την περίοδο 1960:2010 και κατόπιν εξετάζουμε το αντίστοιχο Ελληνικό μέγεθος.

Διάγραμμα 1-15. Ποσοστό ανεργίας για τις Η.Π.Α. για την περίοδο 1960-2010²⁷



Πηγή: United States Bureau of Labor Statistics

Η εκτίμηση και πρόβλεψη (δυναμική) θα γίνει για την περίοδο 1960:01 έως 2008:12 και θα κρατήσουμε τις πραγματικές τιμές της περιόδου 2009:01 έως 2010:09 για την σύγκριση των προβλέψεων μεταξύ των 2 εναλλακτικών.

Λαμβάνουμε πρώτες διαφορές της σειράς της ανεργίας (όπως υποδεικνύουν οι έλεγχοι για την επίτευξη στασιμότητας που διενεργήσαμε) και τα κριτήρια SBC (Schwarz/Bayesian Criterion) και HQ (Hannan-Quinn) προτείνουν και τα δυο την επιλογή 4^{ov} χρονικών υστερήσεων για το γραμμικό υπόδειγμα. Οι έλεγχοι ύπαρξης Threshold Μη Γραμμικότητας παρουσιάζουν εμφανή στοιχεία για την ύπαρξη της με επιλογή της μεταβλητής threshold την πρώτη χρονική υστέρηση των πρώτων διαφορών της ανεργίας.

Πίνακας 1-3. Αποτελέσματα ελέγχων Tsay(1989) και Hansen(1996) για ύπαρξη Threshold συμπεριφοράς στην χρονοσειρά

TSAY Arranged Autoregression Test

$F(5, 573) = 2.53709$ $P = 0.02765$

Test of Null of No Threshold Against Alternative of Threshold (Hansen)

From 1960:01

To 2008:12

Maximum F-Test 5.6884

Achieved at 0.0000

Bootstrap Replications 500

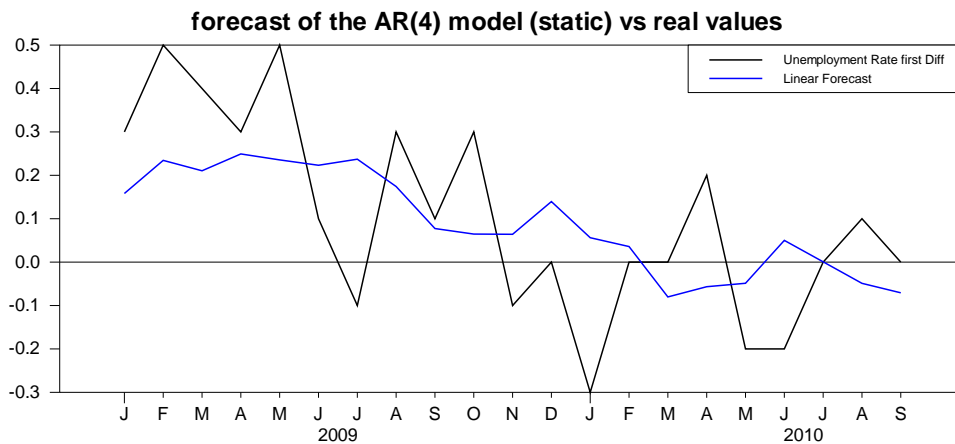
Bootstrap P-Value 0.0000

Πηγή: Εκτιμήσεις μας

²⁷ RATS Handbook for Switching Models and Structural Breaks, Thomas A. Doan, Estima 2017

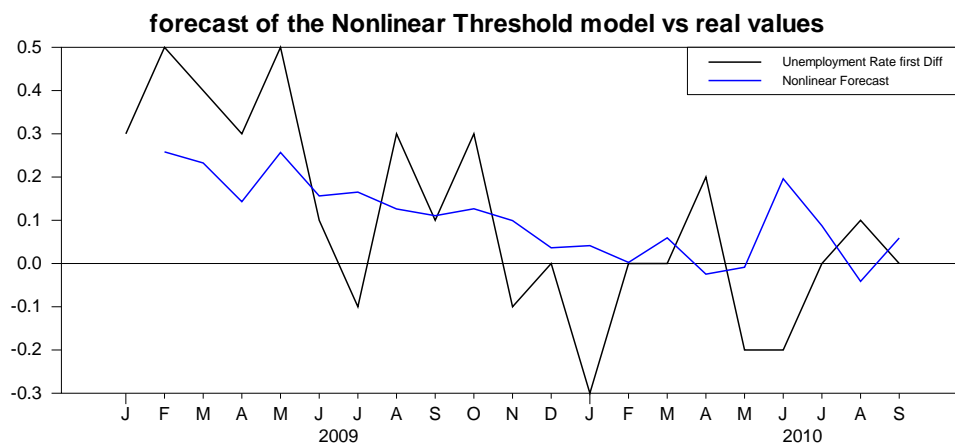
Για την διενέργεια της πρόβλεψης χρησιμοποιούμε την μεταβλητή των πρώτων διαφορών (dur – first difference of unemployment rate) και πραγματοποιούμε μια γραμμική πρόβλεψη και μια Μη Γραμμική (threshold) πρόβλεψη με threshold παράμετρο την ίδια την μεταβλητή και threshold την τιμή μηδέν όπως μας υποδεικνύει ο έλεγχος του Hansen (Πίνακας 1-3).

Διάγραμμα 1-16. Διενέργεια πρόβλεψης με το γραμμικό AR(4) υπόδειγμα για την περίοδο Ιανουάριος 2009- Οκτώβριος 2010



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

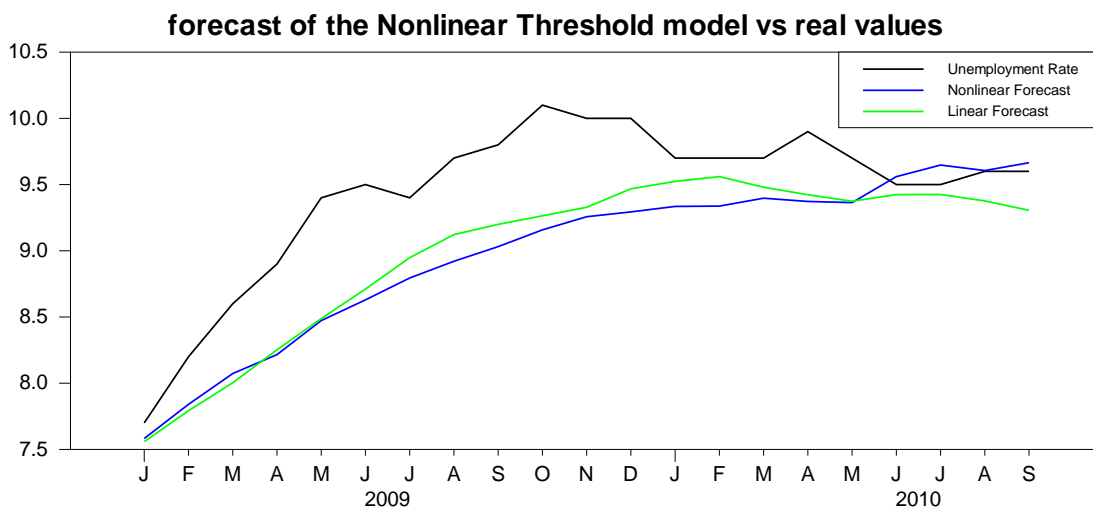
Διάγραμμα 1-17. Διενέργεια πρόβλεψης με το μη γραμμικό SETAR(2) υπόδειγμα για την περίοδο Οκτώβριος 2010- Δεκέμβριος 2011



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Προχωρώντας τώρα στην συμπεριφορά της μεταβλητής ενδιαφέροντος (που είναι η ίδια η μεταβλητή της ανεργίας και όχι μόνον οι πρώτες διαφορές της) και αποτυπώνοντας τις εναλλακτικές προβλέψεις καταλήγουμε στο κάτωθι σχεδιάγραμμα.

Διάγραμμα 1-18. Γραμμική και μη γραμμική πρόβλεψη του επιπέδου της ανεργίας

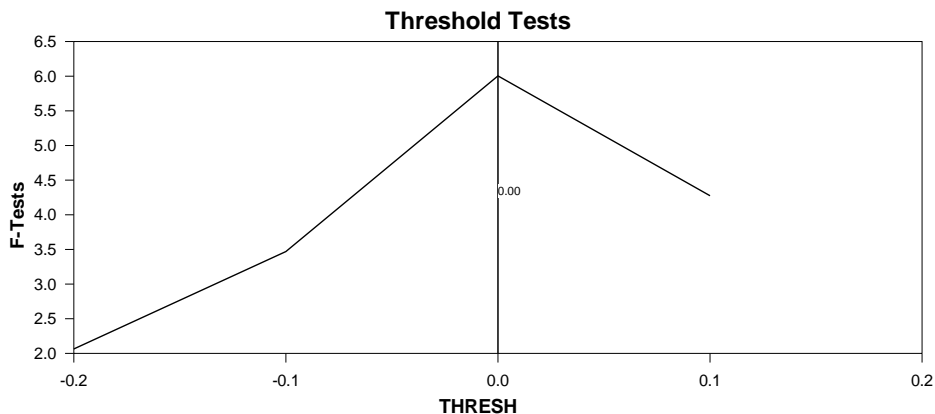


Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Σημειώνεται εδώ ότι προχωρήσαμε στην Μη Γραμμική εναλλακτική καθώς οι έλεγχοι Μη Γραμμικότητας Threshold μορφής όπως παρουσιάσαμε παραπάνω μας έδιναν ενδείξεις για ύπαρξη τέτοιων Μη Γραμμικών συμπεριφορών.

Με χρήση ως threshold της μεταβλητής dur με μια χρονική υστέρηση ο έλεγχος του Hansen μας προτείνει την τιμή μηδέν ως τιμή όπου αλλάζει η συμπεριφορά μεταξύ των threshold την οποία χρησιμοποιήσαμε και στην παραπάνω προτυποποίηση.

Διάγραμμα 1-19. Διάγραμμα του ελέγχου του Hansen(1996)



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

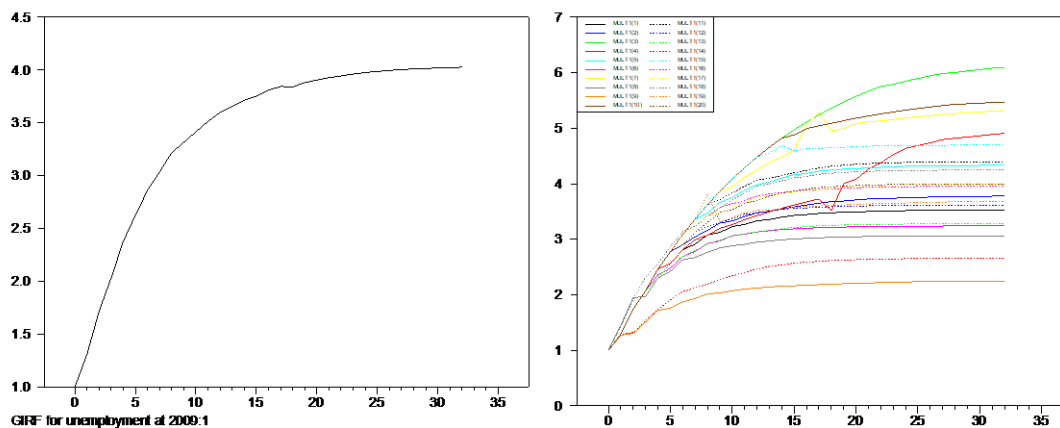
Όπως θα δούμε και παρακάτω στο θέμα της διενέργειας προβλέψεων με Μη Γραμμικά υποδείγματα υπάρχουν πολλές ενδιαφέρουσες προκλήσεις καθώς το παραπάνω αποτέλεσμα είναι αποτέλεσμα εξομοίωσης της συμπεριφοράς του υποδείγματος το οποίο όμως έχει εξαιρετική εξάρτηση από τις αρχικές συνθήκες για την μετέπειτα πορεία του.

Αντίστοιχα λοιπόν μια άλλη εξομοίωση θα μπορούσε να δώσει χειρότερα αποτελέσματα πρόβλεψης με αποτέλεσμα την επικράτηση της γραμμικής εναλλακτικής.

Αυτό είναι εμφανές και στις συναρτήσεις αιφνίδιων αντιδράσεων όπου για το Μη Γραμμικό Threshold υπόδειγμα πρέπει να λάβουμε τον μέσο όρο πολλών διαφορετικών τέτοιων προσομοιώσεων όπως παρουσιάζεται στο Σχεδιάγραμμα 1-20.

Διάγραμμα 1-20. Σύγκριση της γενικευμένης συνάρτησης αιφνίδιων αντιδράσεων με τις προσομοιωμένες αντιδράσεις (20 στην παρούσα περίπτωση) από τις οποίες προκύπτει

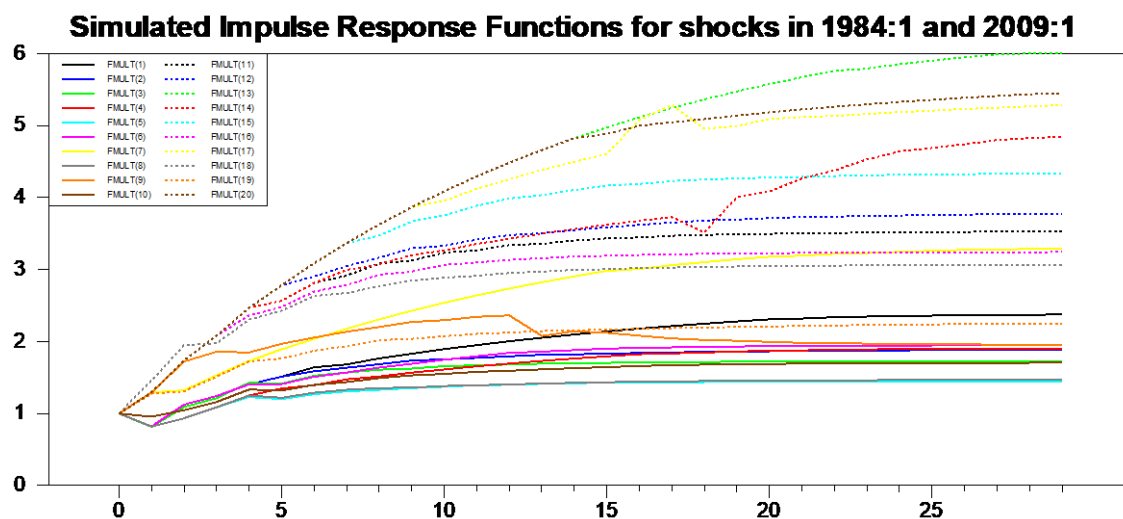
Generalized Impulse Response Function and 20 Possible Simulations



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Για να γίνει κατανοητό αυτό παρουσιάζουμε στο παρακάτω σχεδιάγραμμα 10 διαφορετικές προσομοιωμένες αιφνίδιες αντιδράσεις του υποδείγματος με έναρξη την περίοδο 1984:1 (Ιανουάριος 1984) και 10 με έναρξη την περίοδο 2009:1 (Ιανουάριος 2009)

Διάγραμμα 1-21. Παρουσίαση προσομοιώσεων 10 συναρτήσεων αιφνίδιων αντιδράσεων με έναρξη την περίοδο 1984:1 και 10 με έναρξη την περίοδο 2009:1

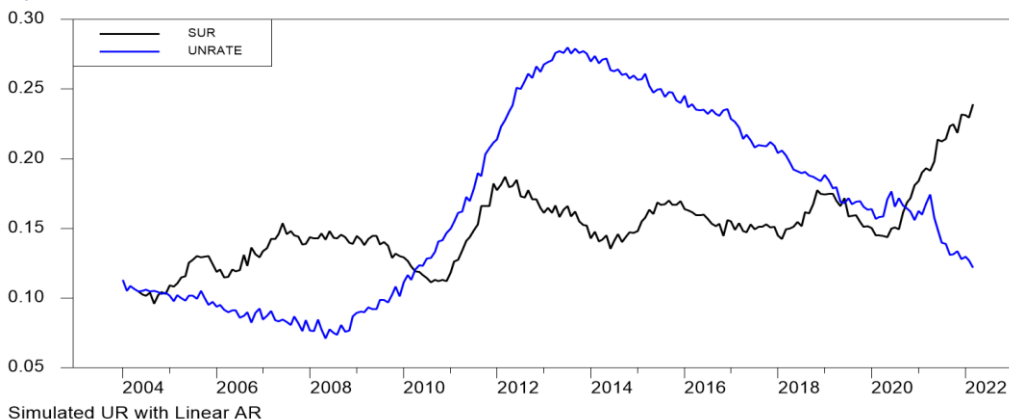


Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Εξέταση εντός Γραμμικού και Μη Γραμμικού πλαισίου - Το μέγεθος της ανεργίας στην Ελληνική Οικονομία

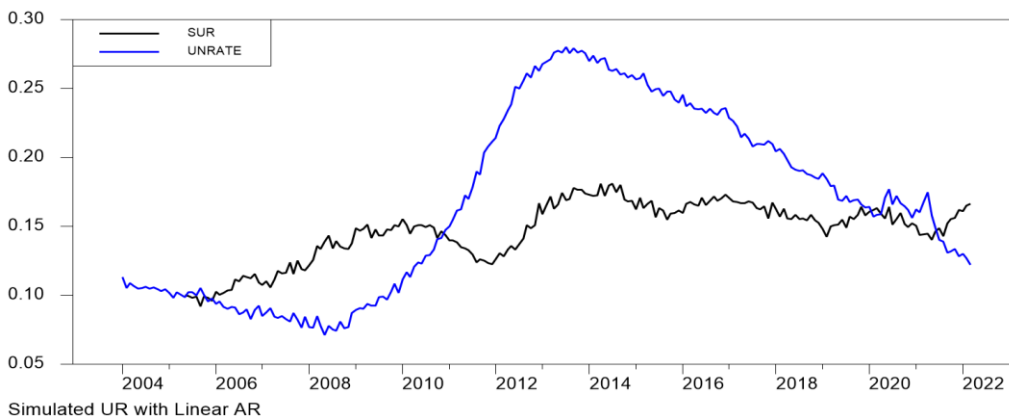
Λαμβάνοντας από την Ελληνική Στατιστική Υπηρεσία τα δεδομένα ανεργίας για την περίοδο Ιανουάριος 2004 – Μάρτιος 2022²⁸ προχωρούμε στην εκτίμηση γραμμικού υποδείγματος στις πρώτες διαφορές του μεγέθους. Μετά την εκτίμηση και την αποτύπωση των δεδομένων με τις πραγματικές τιμές γίνεται κατανοητό ότι το απλό αυτοπαλίνδρομο γραμμικό υπόδειγμα αδυνατεί να προτυποποιήσει την ασυμμετρία στην αντίδραση του μεγέθους της ανεργίας την εξεταζόμενη περίοδο.

Διάγραμμα 1-22. Διενέργεια πρόβλεψης με το γραμμικό AR(3)²⁹ υπόδειγμα για την περίοδο Ιανουάριος 2004-Μάρτιος 2022



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Διάγραμμα 1-23. Διενέργεια πρόβλεψης με το γραμμικό AR(15) υπόδειγμα για την περίοδο Ιανουάριος 2004-Μάρτιος 2022



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Εξετάζοντας με τη παραπάνω διαδικασία το μέγεθος της ανεργίας για τη συγκεκριμένη περίοδο για ύπαρξη threshold συμπεριφοράς, με χρήση ως threshold την μεταβολή της ανεργίας μεταξύ δύο περιόδων.

²⁸ Τα δεδομένα επανυπολογίστηκαν με επεξεργασία δεδομένων της ΕΛΣΤΑΤ για την ύπαρξη τριών δεκαδικών στα ποσοστά της ανεργίας.

²⁹ Το AR(3) παρουσιάζεται για λόγους πληρότητας καθώς επιλέγεται από το κριτήριο του Schwarz. Πάρα ταύτα δεν μπορεί να περάσει τον έλεγχο των καταλοίπων όσον αφορά την κανονικότητα και τη μη ύπαρξη αυτοσυσχέτισης (σε αντίθεση με το AR(15) το οποίο όμως οδηγεί σε υψηλό αριθμό παραμέτρων στο υπόδειγμα). Τα δεδομένα που αξιοποιούνται είναι εποχικά διορθωμένα από την ΕΛ.ΣΤΑΤ.

Πίνακας 1-4. Αποτελέσματα ελέγχων Tsay(1989) και Hansen(1996) για ύπαρξη Threshold συμπεριφοράς στην χρονοσειρά

TSAY Arranged Autoregression Test
 $F(4,207) = 5.355$ $P = 0.0000$

Test of Null of No Threshold Against Alternative of Threshold Under Maintained Assumption of Homoskedastic Errors

From 2004:05

To 2022:03

Maximum F-Test 5.6603

Achieved at -0.0038

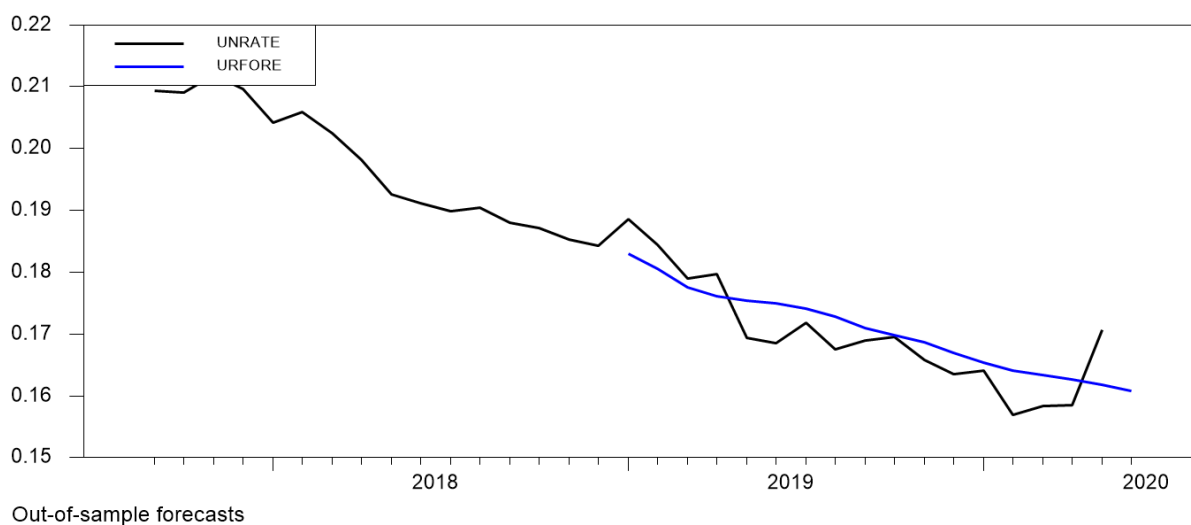
Bootstrap Replications 500

Bootstrap P-Value **0.0080**

Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Με την εκτίμηση Threshold Autoregressive υποδείγματος πραγματοποιείται η κάτωθι πρόβλεψη (η οποία παρότι απαιτεί περαιτέρω εξειδίκευση όσον αφορά το παρόν υπόδειγμα αρκεί ως μια ένδειξη της ανάγκης λήψης ασυμμετρίας στην εξέλιξη του μεγέθους της ανεργίας καθώς βάσει της γραμμικής εναλλακτικής – διάγραμμα 1-23 η ανεργία θα έπρεπε να αυξάνεται).

Διάγραμμα 1-24. Διενέργεια πρόβλεψης με το TAR υπόδειγμα για την περίοδο Ιανουάριος 2019- Μάρτιος 2020



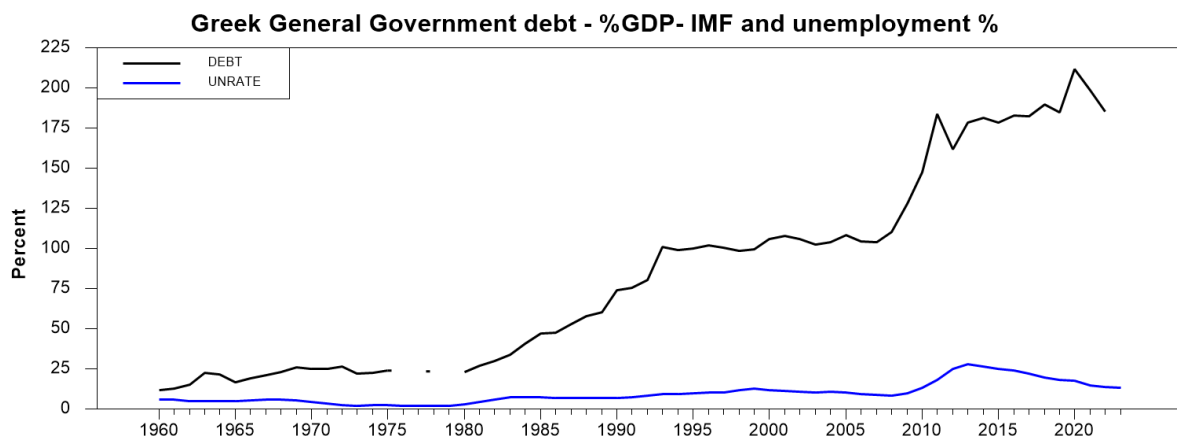
Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Παρατηρούμε λοιπόν ότι ακόμα και αν η Μη Γραμμικότητα είναι "πιο κοντά" στην πραγματική οικονομία (ιδιαίτερα με την ιδιότητα της ασύμμετρης αντίδρασης) αποτελεί έναν χώρο που περιλαμβάνει πολλές προκλήσεις ιδιαίτερα στο θέμα της προβλεψιμότητας καθώς λόγω της εξάρτησης του παρόντος υποδείγματος στις αρχικές συνθήκες για την διενέργεια της πρόβλεψης υπάρχει σειρά διαφορετικών εναλλακτικών μονοπατιών που η χρονοσειρά μπορεί να λάβει.

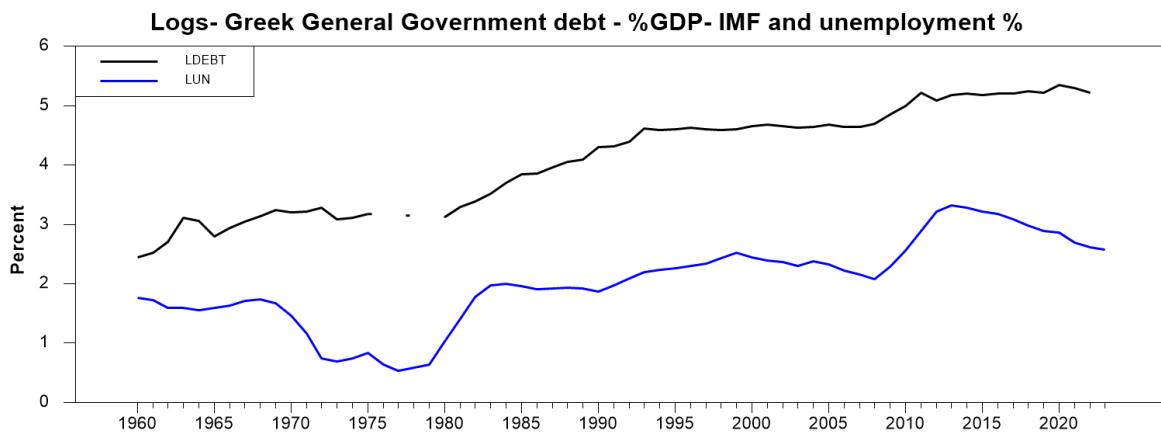
Εξέταση εντός Γραμμικού και Μη Γραμμικού πλαισίου - Το μέγεθος της ανεργίας στην Ελληνική Οικονομία σε σχέση με το Χρέος ως % του ΑΕΠ – Εξέταση στο γραμμικό πλαίσιο της Συνολοκλήρωσης και στο Μη γραμμικό πλαίσιο των TAR υποδειγμάτων

Ως τελευταία ενδεικτική εφαρμογή εξετάστηκε η σχέση μεταξύ του ποσοστού της ανεργίας στην Ελλάδα και του ποσοστού δημοσίου χρέους για την περίοδο 1960-2022³⁰. Αξιοποιήθηκαν ετήσια δεδομένα ώστε να διατηρηθεί το εκτιμώμενο γραμμικό υπόδειγμα σε συμπερίληψη περιορισμένου αριθμού χρονικού υστερήσεων και να γίνει με τη παράλληλη χρήση του ετήσιου ποσοστού χρέους ως προς το ΑΕΠ.

Διάγραμμα 1-25. Χρέος Γενικής κυβέρνησης ως ποσοστό του ΑΕΠ και ανεργία, περίοδος 1960-2023



Διάγραμμα 1-26. Χρέος Γενικής κυβέρνησης ως ποσοστό του ΑΕΠ και ανεργία, περίοδος 1960-2023, σε λογαρίθμους



Πηγή: Για το χρέος ως ποσοστό του ΑΕΠ χρησιμοποιήθηκαν δεδομένα του IMF και για το ποσοστό της ανεργίας η βάση δεδομένων AMECO

Ο Γραμμικός έλεγχος των Engel Granger εντοπίζει Συνολοκλήρωση στα αρχικά δεδομένα (ως %) αλλά για την εξασφάλιση της κανονικότητας των καταλοίπων απαιτείται η χρήση Dummy μεταβλητών για την περίοδο 2010-2013. Για τη διευκόλυνση των υπολογισμών αξιοποιούνται τα λογαριθμικά μετασχηματισμένα δεδομένα του Διαγράμματος 1-26.

Η μεθοδολογία των Engle Granger οδηγεί σε απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης σε σημαντικότητα μικρότερη του 10% ενώ τα κατάλοιπα δεν εμφανίζουν αυτοσυσχέτιση ενώ

³⁰ Προφανώς τα δεδομένα για τα έτη 2022 και 2023 που περιλαμβάνονται στο σύνολο των δεδομένων αποτελούν εκτιμήσεις των μεγεθών

εμφανίζονται κανονικά. Τα αποτελέσματα συνοψίζονται αναλυτικά στον πίνακα που ακολουθεί:

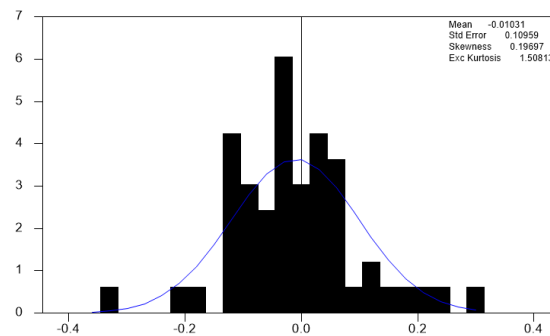
Διάγραμμα 1-27. Σύνοψη αποτελεσμάτων ελέγχου Engle Granger – σχέση ανεργίας και χρέους – τιμές σε λογαριθμούς

Αποτελέσματα ελέγχου Engle Granger

```
Engle-Granger Cointegration Test
Null is no cointegration (residual has unit root)
Regression Run From 1962:01 to 2022:01
Observations      56
With 1 lags chosen from 15 by AIC
Constant in cointegrating vector
Critical Values from MacKinnon for 2 Variables

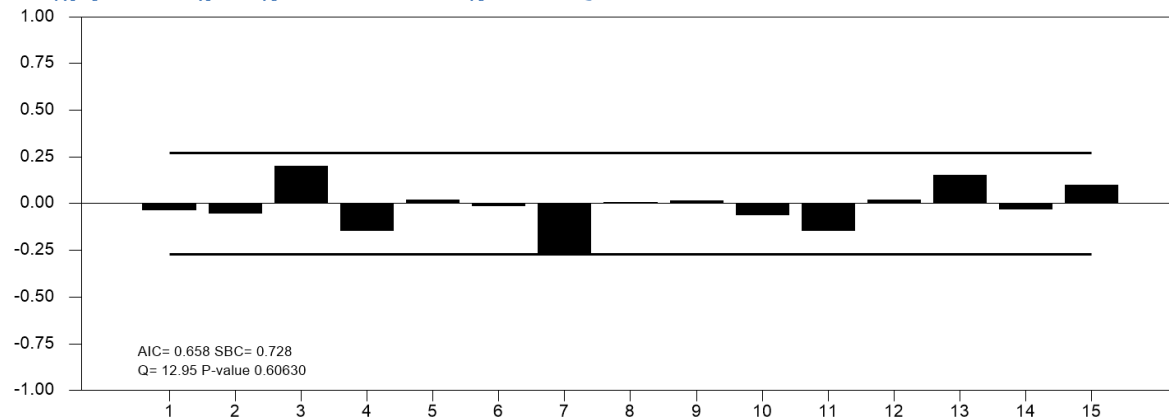
Test Statistic -3.35057
1% (**)        -4.09778
5% (*)         -3.44712
10%           -3.12069
```

Ιστόγραμμα των καταλοίπων της ADF



Signif Level (JB=0) 0.061792

Έλεγχος αυτοσυσχέτισης στα κατάλοιπα της ADF – Q statistic



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Στην συνέχεια πραγματοποιείται η εκτίμηση της σχέσης Συνολοκλήρωσης με τη μεθοδολογία των Johansen – Juselius. Αξιοποιείται το υπόδειγμα με σταθερά στη σχέση Συνολοκλήρωσης και χωρίς σταθερά στην VECM μορφή του υποδείγματος³¹.

Από τα αποτελέσματα του ελέγχου εντοπίζεται σχέση Συνολοκλήρωσης όπως παρουσιάζεται και στο κάτωθι Πίνακα. Συγκεκριμένα απορρίπτεται η υπόθεση για απουσία Συνολοκλήρωσης και γίνεται αποδοχή για την ύπαρξη ενός διανύσματος Συνολοκλήρωσης μεταξύ των υπό εξέταση μεγεθών.

³¹Εξετάστηκε και η περίπτωση για συμπερίληψη τάσης στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης αλλά στον έλεγχο σημαντικότητας πραγματοποιήθηκε αποδοχή της μηδενικής υπόθεσης για τη παράμετρο της τάσης.

Πίνακας 1-5. Αποτελέσματα ελέγχου Συνολοκλήρωσης με trace statistic – με εξομοίωση κριτικών τιμών

SIMULATION OF THE ASYMPTOTIC TRACE TEST DISTRIBUTION

Deterministic specification : Restricted Constant (CIMEAN)
Number of Replications (N) : 2500
Length of Random Walks (T) : 400

Quantiles of the Simulated Rank Test Distribution

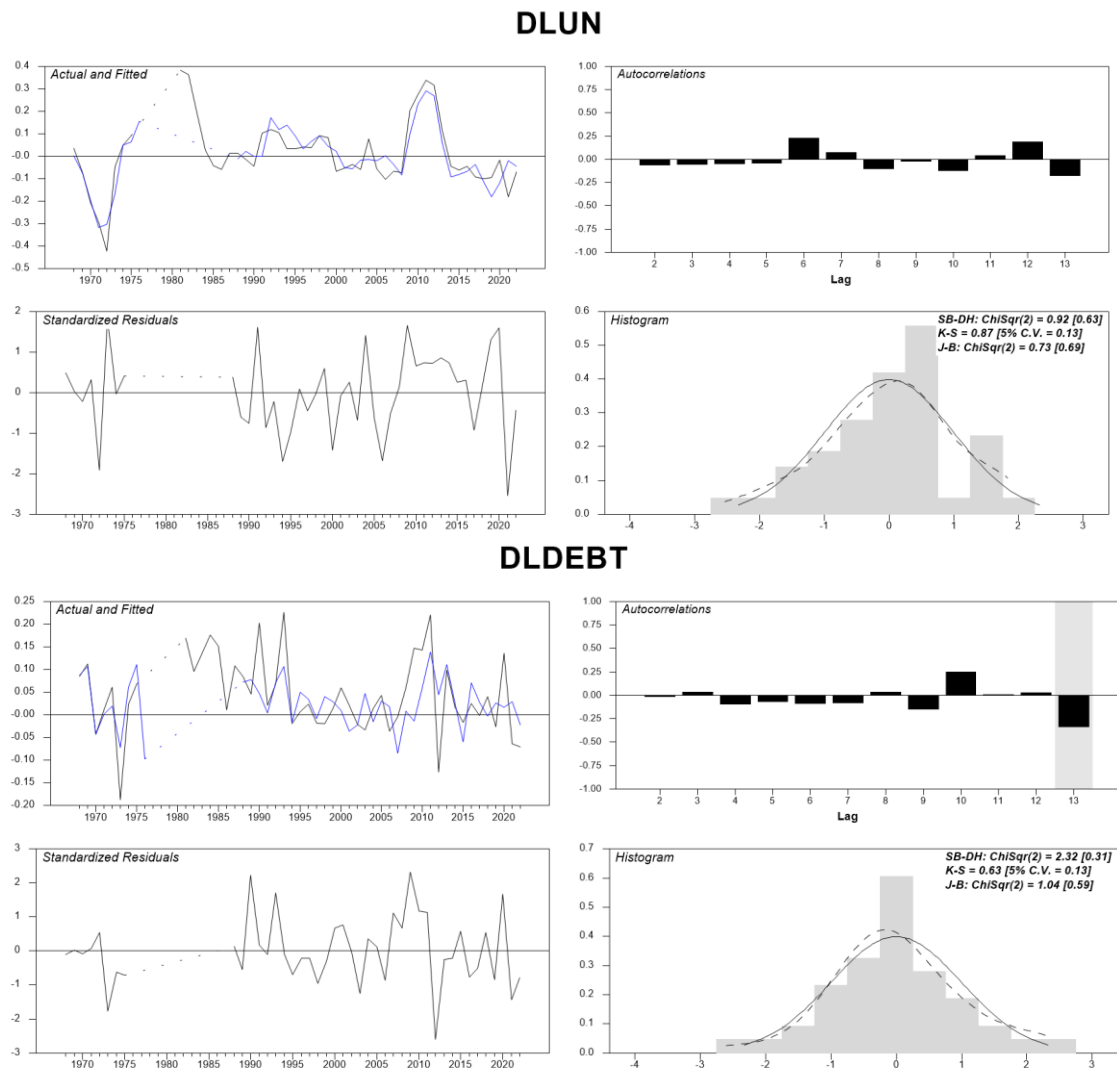
p-r	r	Mean	S.E.	50%	75%	80%	85	90%	95%
2	0	12.002	4.541	11.353	14.557	15.457	16.489	17.841	20.391
1	1	3.996	2.602	3.411	5.282	5.913	6.511	7.479	8.866

I(1)-ANALYSIS

p-r	r	Eig.Value	Trace	Trace*	Frac95	P-Value	P-Value*
2	0	0.495	30.305	30.305	20.391	0.001	0.001
1	1	0.022	0.941	0.941	8.866	0.940	0.940

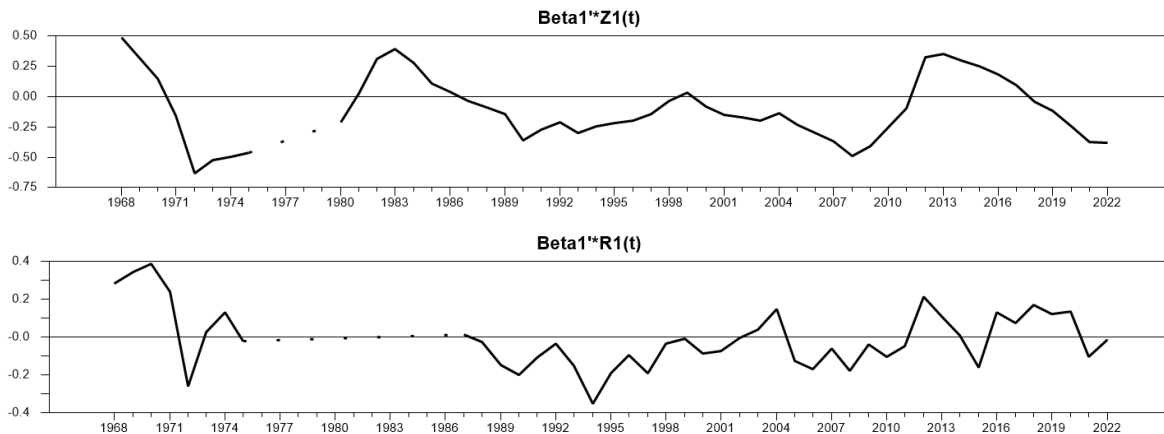
Τα κατάλοιπα εμφανίζονται κανονικά ενώ η σχέση Συνολοκλήρωσης εκτιμάται ως $lun-0.836844*ldebt+1.556595$

Διάγραμμα 1-28. Εξέταση των καταλοίπων του VECM υποδείγματος



Το διάγραμμα Συνολοκλήρωσης εμφανίζεται στο διάγραμμα το οποίο ακολουθεί:

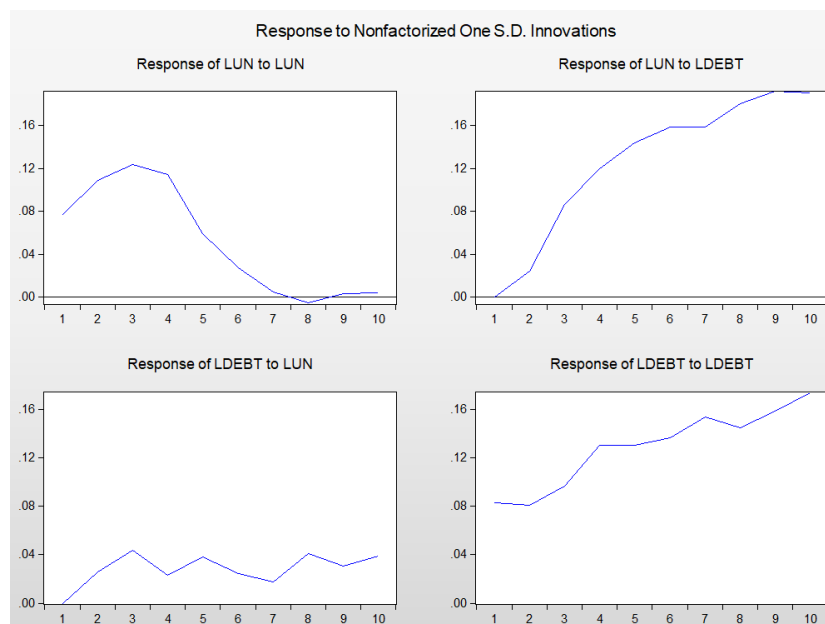
Διάγραμμα 1-29. Διάλυσμα Συνολοκλήρωσης



Από την εκτίμηση του Vector Error Correction υποδείγματος προκύπτει ότι μόνο η ανεργία ως μέγεθος προσαρμόζεται στο διάλυσμα Συνολοκλήρωσης σε αντίθεση το χρέος. Στο ακόλουθο πίνακα εμφανίζονται οι εκτιμήσεις όσον αφορά την VECM της ανεργίας και οι συναρτήσεις αιφνίδιων αντιδράσεων του συγκεκριμένου υποδείγματος. Όπως προκύπτει και από τις συγκεκριμένες συναρτήσεις η ανεργία είναι το μέγεθος το οποίο αντιδρά και επηρεάζεται από τις αλλαγές/σοκ στο μέγεθος του χρέους ως ποσοστού του ΑΕΠ.

Πίνακας 1-6. Εκτίμηση VECM και συναρτήσεις αιφνίδιων αντιδράσεων του εκτιμηθέντος υποδείγματος

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. DLDEBT(1)	-0.069104174	0.191816851	-0.36026	0.72156201
2. DLDEBT(2)	0.323356944	0.183285272	1.76423	0.08944142
3. DLDEBT(3)	-0.064054977	0.198673283	-0.32241	0.74971766
4. DLDEBT(4)	-0.151903819	0.192713345	-0.78824	0.43768613
5. DLDEBT(5)	-0.081482945	0.162742420	-0.50069	0.62080394
6. DLDEBT(6)	0.046118635	0.158152405	0.29161	0.77289972
7. DLDEBT(7)	0.091117984	0.129528966	0.70346	0.48802358
8. DLUN(1)	0.727024023	0.149197035	4.87291	0.00004700
9. DLUN(2)	0.305512398	0.205681453	1.48537	0.14947180
10. DLUN(3)	-0.047268389	0.229960642	-0.20555	0.83874342
11. DLUN(4)	-0.140546278	0.276327007	-0.50862	0.61530549
12. DLUN(5)	0.533130022	0.277931282	1.91821	0.06612925
13. DLUN(6)	0.051118451	0.287553259	0.17777	0.86028109
14. DLUN(7)	0.007422099	0.211652393	0.03507	0.97229384
15. ECT(1)	-0.441337429	0.118898186	-3.71189	0.00098650



Σε αυτή την εφαρμογή και για την εξέταση της σχέσης μεταξύ ανεργίας και χρέους θα πραγματοποιηθεί εξέταση και πιθανή εκτίμηση Threshold Autoregressive υποδειγμάτων. Η διαφοροποίηση που θα ακολουθηθεί θα είναι η χρήση του χρέους και άλλων αντίστοιχων μέτρων της πορείας τους ως threshold μεταβλητών για τον καθορισμό του regime στο οποίο κινείται το αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα της ανεργίας σε πρώτες διαφορές.

$$Dun_t = \varphi_{11}Dun_{t-1} + \varphi_{12}Dun_{t-2} + \dots + \varphi_{1p}Dun_{t-p} + u_t \quad \text{όταν } f(debt)_{t-d} < c$$

$$Dun_t = \varphi_{11}Dun_{t-1} + \varphi_{12}Dun_{t-2} + \dots + \varphi_{1p}Dun_{t-p} + u_t \quad \text{όταν } f(debt)_{t-d} \geq c$$

Όπου Dun_t η χρονοσειρά του ποσοστού της ανεργίας, φ_{ij} οι παράμετροι των εκτιμηθέντων υποδειγμάτων και το $f(debt)$ μια σχέση σε σχέση με το χρέος, η οποία κατά περίπτωση μπορεί να είναι το ίδιο το χρέος, η πρώτη του διαφορά, το άθροισμα των τελευταίων τριών πρώτων του διαφορών κ.α. Τέλος συμπεριλαμβάνεται και μια M-TAR προτυποποίηση με χρήση μόνο των δεδομένων της ανεργίας (η παράμετρος μετάβασης-threshold είναι η πρώτη διαφορά της ανεργίας με χρονική υστέρηση 1). Στα κάτωθι υποδείγματα χρησιμοποιήθηκαν 2 χρονικές υστερήσεις στην αρχική εξίσωση.

M-TAR υπόδειγμα

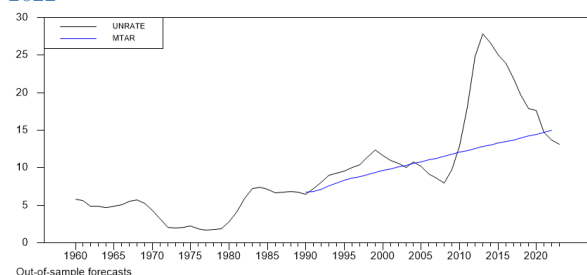
Πίνακας 1-7. Αποτελέσματα ελέγχων Tsay και Hansen για εύρεση threshold Μη Γραμμικότητας

TSAY Arranged Autoregression Test
F(3,55) 2.256 Signif 0.092

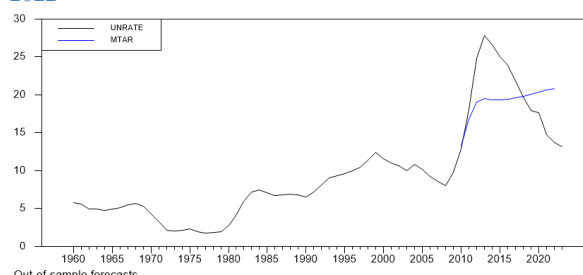
Test of Null of No Threshold Against Alternative of Threshold
Under Maintained Assumption of Homoskedastic Errors

Dependent Variable	DUR
Threshold Variable	DUR{1}
Observations	61
From	1963:01
To	2023:01
Maximum F-Test	7.5931
Achieved at	0.8000
Bootstrap Replications	500
Bootstrap P-Value	0.0060

Διάγραμμα 1-30. Εξομοίωση υποδείματος περιόδου 1990-2022



Διάγραμμα 1-31. Εξομοίωση υποδείματος περιόδου 2010-2022



TAR-Threshold το χρέος με μια χρονική υστέρηση

- Ο έλεγχος του Tsay απορρίπτει την ύπαρξη Threshold συμπεριφοράς
- Ο έλεγχος του Hansen οδηγεί σε αποδοχή της ύπαρξης Threshold συμπεριφοράς
- Δεν υπάρχουν αρκετές διαθέσιμες παρατηρήσεις για τη σαφή εκτίμηση του regime όπου το Threshold (χρέος) είναι μεγαλύτερο της επιλεγείσας τιμής. Τέλος δεδομένου ότι το

χρέος παραμένει σε επίπεδα υψηλότερα της επιλεγείσας *threshold* τιμής (ήτοι πλησίον του 180% του ΑΕΠ) το υπόδειγμα παραμένει στο συγκεκριμένο *regime* οδηγώντας σε σαφή υπερεκτίμηση των προβλέψεων για την ανεργία.

Λόγω αυτού εξετάζονται ως *threshold* μεταβλητές μεγέθη τα οποία αποτυπώνουν την πορεία του χρέους και όχι το επίπεδο του.

TAR-Threshold η πρώτη διαφορά της χρονοσειράς του χρέους

Πίνακας 1-8. Αποτελέσματα ελέγχων Tsay και Hansen για εύρεση *threshold* Μη Γραμμικότητας

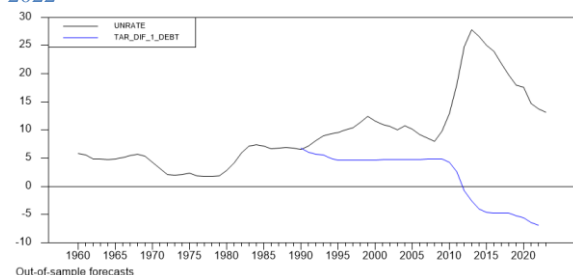
TSAY Arranged Autoregression Test
F(3,51) 6.188 Signif 0.001

Test of Null of No Threshold Against Alternative of Threshold
Under Maintained Assumption of Homoskedastic Errors

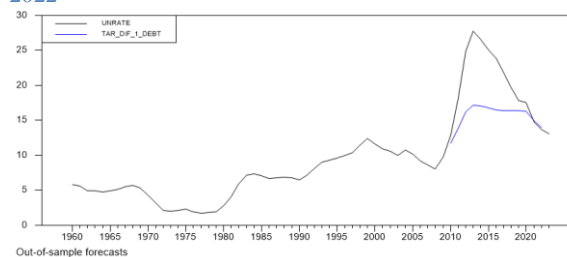
Dependent Variable	DUR
Threshold Variable	DD{1}
Observations	61
From	1963:01
To	2023:01
Maximum F-Test	14.2857
Achieved at	16.7000
Bootstrap Replications	500
Bootstrap P-Value	0.0000

16.70000

Διάγραμμα 1-32. Εξομοίωση υποδείγματος περιόδου 1990-2022



Διάγραμμα 1-33. Εξομοίωση υποδείγματος περιόδου 2010-2022



TAR-Threshold η πρώτη διαφορά της χρονοσειράς του χρέους με 2 χρονικές υστερήσεις

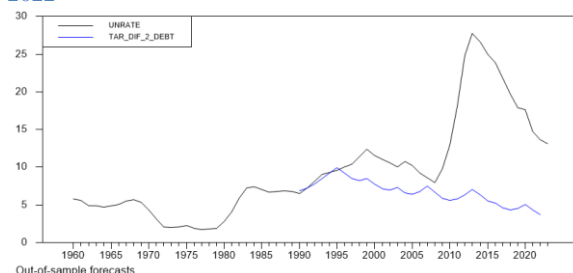
Πίνακας 1-9. Αποτελέσματα ελέγχων Tsay και Hansen για εύρεση *threshold* Μη Γραμμικότητας

TSAY Arranged Autoregression Test
F(3,51) 2.425 Signif 0.076

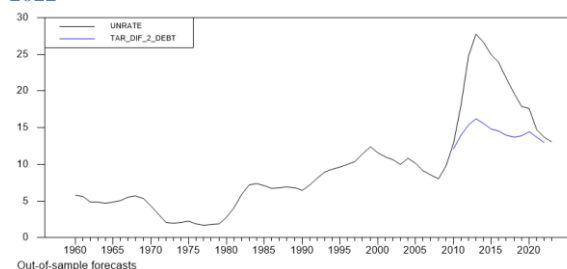
Test of Null of No Threshold Against Alternative of Threshold
Under Maintained Assumption of Homoskedastic Errors

Dependent Variable	DUR
Threshold Variable	DD{2}
Observations	61
From	1963:01
To	2023:01
Maximum F-Test	5.7969
Achieved at	-2.0000
Bootstrap Replications	500
Bootstrap P-Value	0.0080

Διάγραμμα 1-34. Εξομοίωση υποδείγματος περιόδου 1990-2022



Διάγραμμα 1-35. Εξομοίωση υποδείγματος περιόδου 2010-2022



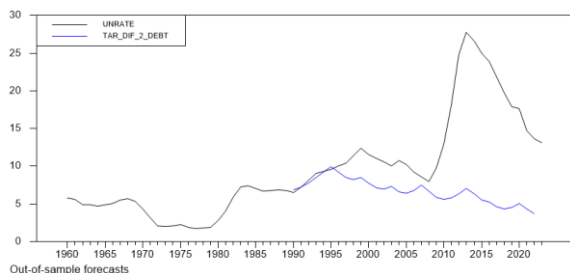
TAR-Threshold η μέση τιμή των τελευταίων 2 πρώτων διαφορών του χρέους με 2 χρονικές υστερήσεις

Πίνακας 1-10. Αποτελέσματα ελέγχων Tsay και Hansen για εύρεση threshold Μη Γραμμικότητας

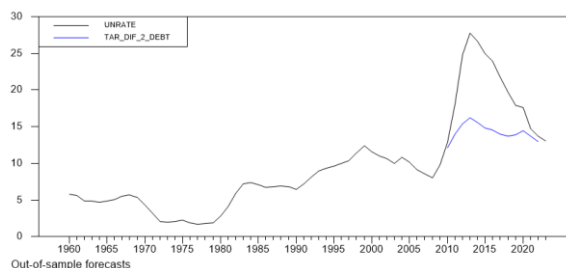
Test of Null of No Threshold Against Alternative of Threshold
Under Maintained Assumption of Homoskedastic Errors

Dependent Variable	DUR
Threshold Variable	DD2{2}
Observations	61
From	1963:01
To	2023:01
Maximum F-Test	5.1693
Achieved at	10.9000
Bootstrap Replications	500
Bootstrap P-Value	0.0240

Διάγραμμα 1-36. Εξομοίωση υποδείγματος περίοδος 1990-2022



Διάγραμμα 1-37. Εξομοίωση υποδείγματος περίοδος 2010-2022



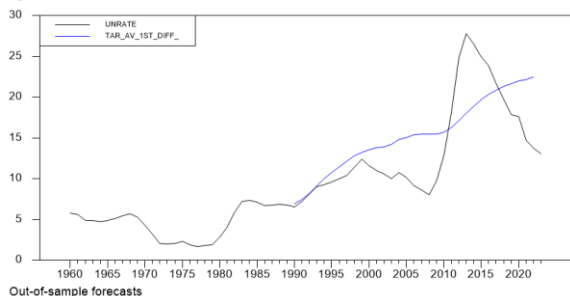
TAR-Threshold η μέση τιμή των τελευταίων 4 πρώτων διαφορών του χρέους με 2 χρονικές υστερήσεις

Πίνακας 1-11. Αποτελέσματα ελέγχου του Hansen για εύρεση threshold Μη Γραμμικότητας

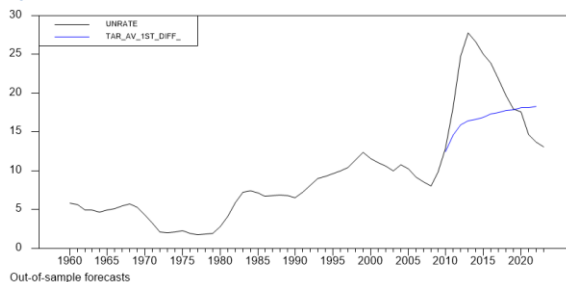
Test of Null of No Threshold Against Alternative of Threshold
Under Maintained Assumption of Homoskedastic Errors

Dependent Variable	DUR
Threshold Variable	DD4{2}
Observations	61
From	1963:01
To	2023:01
Maximum F-Test	3.8940
Achieved at	1.6000
Bootstrap Replications	500
Bootstrap P-Value	0.0900

Διάγραμμα 1-38. Εξομοίωση υποδείγματος περίοδος 1990-2022

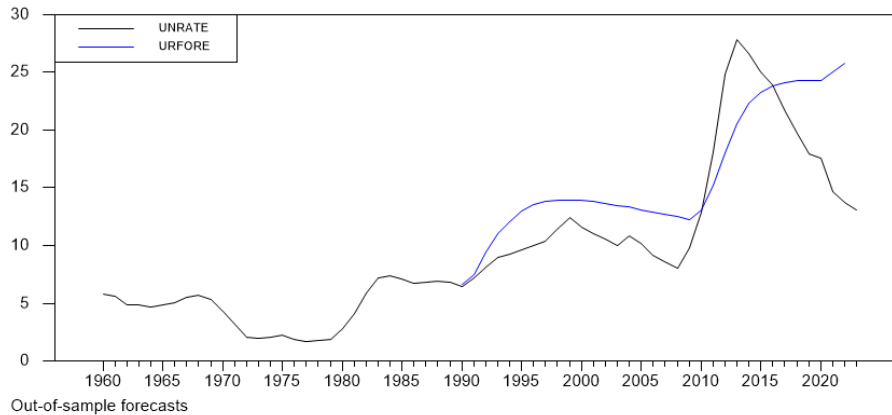


Διάγραμμα 1-39. Εξομοίωση υποδείγματος περίοδος 2010-2022

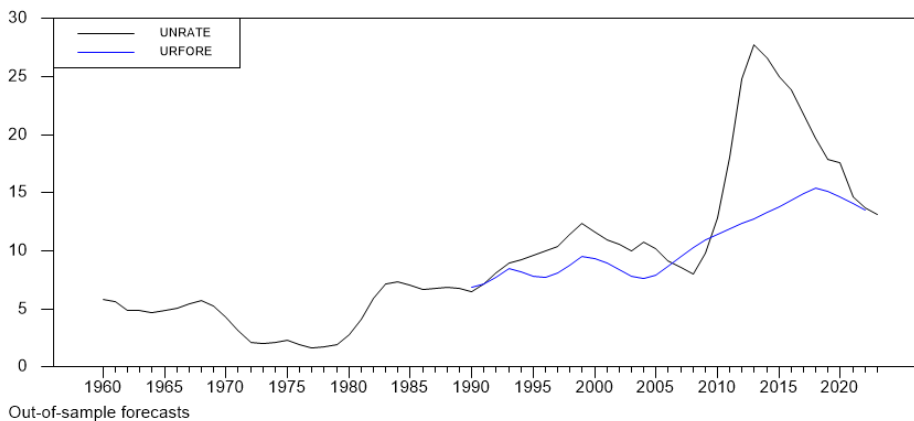


Για οικονομία χώρας παρακάτω αποτυπώνονται αποτελέσματα κάποιων άλλων προτυποποιήσεων της σχέσης όπου ο έλεγχος του Hansen εντόπισε μη γραμμικότητα και εξομοιώθηκαν τα δεδομένα για συγκεκριμένες περιόδους.

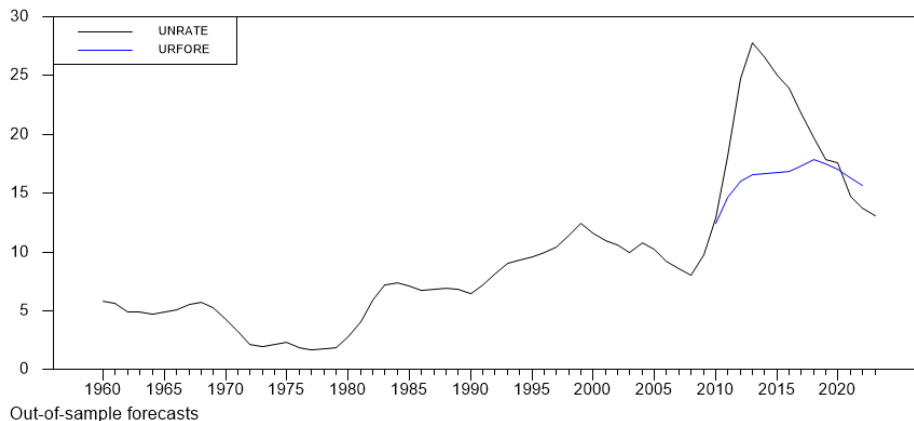
Διάγραμμα 1-40. Εξομοίωση υποδείγματος περιόδου 1990-2022. Threshold μεταβλητή ο μέσος όρος των τελευταίων 2 πρώτων διαφορών του χρέους με 2 χρονικές υστερήσεις



Διάγραμμα 1-41. Εξομοίωση υποδείγματος περιόδου 1990-2022. Threshold μεταβλητή η παράμετρος της τάσης του χρέους ως προς το χρόνο (χρήση OLS, υπόδειγμα με σταθερά και τάση) επανυπολογιζόμενη ανά 5 έτη, μια χρονική υστέρηση



Διάγραμμα 1-42.. Εξομοίωση υποδείγματος περιόδου 1990-2022. Threshold μεταβλητή η παράμετρος της τάσης του χρέους ως προς το χρόνο (χρήση OLS, υπόδειγμα με σταθερά και τάση) επανυπολογιζόμενη ανά 5 έτη, μια χρονική υστέρηση



Παρατηρείται από τις παραπάνω περιπτώσεις ότι ακόμα και σε αυτήν την υποθετικά "απλή" προτυποποίηση της σχέσης η επιλογή του μηχανισμού που θα καθορίζει το threshold παίζει καθοριστικό ρόλο στη διαδικασία της εξομοίωσης και ως εκ τούτου των μετέπειτα προβλέψεων. Η πλειοψηφία αυτών των υποδειγμάτων υπερτερεί σε σύγκριση με τη χρήση του γραμμικού Autoregressive υποδείγματος.

Αρχικά συμπεράσματα σχετικά με τη Μη Γραμμικότητα

Η χρήση Μη Γραμμικών υποδειγμάτων θα μπορούσε να βοηθήσει στην εξεύρεση πιο εκλεπτυσμένων λύσεων σε άλυτα ή ασαφή προβλήματα στον τομέα της Οικονομικής Επιστήμης. Οι συμβατικές εξηγήσεις της συμπεριφοράς ενός οικονομικού συστήματος (όταν βασίζεται σε γραμμικά υποδείγματα) φαίνεται να αντιβαίνουν πολλές φορές τα εμπειρικά δεδομένα. Άρα τροποποιήσεις στην τυποποιημένη γραμμική μορφή ορισμένων οικονομικών υποδειγμάτων (με την χρήση μη γραμμικών) μπορεί επομένως να προτυποποιεί μια πιο ρεαλιστική συμπεριφορά για το εξεταζόμενο σύστημα³². Τα μη γραμμικά υποδείγματα κέρδισαν την προσοχή ενός αυξανόμενου αριθμού Οικονομολόγων, επειδή είναι σε θέση να προτυποποιούν με καλύτερο τρόπο, καθώς και πιο φυσικά, οικονομικές συμπεριφορές που χαρακτηρίζονται ως «μη συνήθεις», όπως η δυναμική των χρηματοπιστωτικών αγορών, διακυμάνσεις του οικονομικού κύκλου και διεργασίες διάχυσης³³.

Μεταξύ των λόγων για το αυξανόμενο ενδιαφέρον της Μη γραμμικής οπτικής συμπεριλαμβάνονται³⁴:

- Οι περιορισμοί των κλασικών υποδειγμάτων που φαίνεται να μην είναι ικανά να ενσωματώσουν και αποτυπώσουν ορισμένα χαρακτηριστικά της Οικονομικής πραγματικότητας
- Την απογοήτευση από τα παραδοσιακά γραμμικά στοχαστικά υποδείγματα τα οποία δεν αποδίδουν ικανοποιητικά σε εμπειρικές εφαρμογές
- Μια αυξανόμενη συνειδητοποίηση ότι η εσωτερική δυναμική μιας οικονομίας ακολουθεί μια πολύ σύνθετη συμπεριφορά η οποία παράγεται ενδογενώς

Άλλωστε ιστορικά τα Μη γραμμικά υποδείγματα γνώρισαν ιδιαίτερο ενδιαφέρον στην Οικονομική Επιστήμη την περίοδο 1930-1950 καθώς αξιοποιήθηκαν στη μακροδυναμική ανάλυση με στόχο την ικανοποίησης της ανάγκης κατανόησης των τότε σύγχρονων οικονομικών φαινομένων, σε αντίθεση με το μετέπειτα ενδιαφέρον για τη μη γραμμική δυναμική το οποίο **συνδέεται κυρίως με μεθοδολογικές ανάγκες**, δηλαδή με μια προσπάθεια να βρεθούν **πιο εξελιγμένα εργαλεία ανάλυσης, τα οποία μπορούν να αντιμετωπίσουν τους περιορισμούς στις παραδοσιακές μεθόδους μέσα στα πλαίσια της προτυποποίησης**³⁵.

Κλείνοντας αυτήν την εισαγωγή στην ιστορία της Μη Γραμμικότητας παρατηρούμε την έννοια αυτή σε όλες τις εκφάνσεις της ανθρώπινης ύπαρξης μέχρι και την ίδια την ύπαρξη, από πιθανές Μη Γραμμικότητες στην εξελικτική θεωρία μέχρι τις τιμές των χρηματιστηριακών μετοχών οι οποίες στηρίζονται στην ασύμμετρη συμπεριφορά των επενδυτών, από τις μικροσκοπικές σχέσεις των σωματιδίων μέχρι την μακροσκοπική παρατήρηση της ανόδου και της πτώσης των μεγαλύτερων αυτοκρατοριών της Ιστορίας, από την επιστήμη της Βιολογίας μέχρι την Οικονομική Επιστήμη.

³² Albu, Lucian-Liviu (2006): Non-linear models: applications in economics, Munich Personal RePEc Archive

³³ Sportelli, Mario and Mastrorillo, Marina, Non-Linear Dynamics and Complexity in Economics: A Historical Overview (December 04, 2014). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2548210> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2548210>

³⁴ Perona, Eugenia, (2005), Birth and Early History of Nonlinear Dynamics in Economics, Revista de Economía y Estadística, XLIII, issue 2, p. 29-60

³⁵ Όπως το υπόδειγμα του Frisch's to 1933 έως τη προτυποποίηση του limit cycle από τον Goodwin to 1951

1.2. Η έννοια και ο ορισμός της Μη Γραμμικότητας: Νεότερες Προσεγγίσεις

Στο εισαγωγικό Κεφάλαιο του βιβλίου τους «Modelling Nonlinear Economic Relationships» οι Granger και Terasvirta (1993)³⁶ θέλοντας να δείξουν την σημαντικότητα της Μη Γραμμικής εξέτασης των Οικονομικών μεγεθών **από την πρώτη παράγραφο αναφέρουν ότι «φαίνεται να είναι γενικά αποδεκτό ότι η Οικονομία είναι Μη Γραμμική, δηλαδή ότι οι Οικονομικές μεταβλητές περιγράφονται από Μη Γραμμικές σχέσεις».**

Ο Grandmont (1994)³⁷ αναφέρει ότι «οι χρονολογικές σειρές Οικονομικών μεγεθών παρουσιάζουν υψηλή "επιμονή (persistence)" (τα αποτελέσματα ενός σοκ κρατούν για μια μακρά χρονική περίοδο). Κάποιοι Οικονομότες εξετάζουν τις εμπειρικές συνέπειες του συγκεκριμένου φαινομένου και υποστηρίζουν ότι γραμμικά υποδείγματα τυχαίου περιπάτου περιγράφουν επαρκώς πολλές χρονολογικές σειρές Οικονομικών μεγεθών. Όμως η πρόσφατη βιβλιογραφία πάνω στην Μη Γραμμική δυναμική δείχνει ότι σε τέτοιες περιπτώσεις, λαμβάνοντας υπόψιν ακόμα και ελάχιστες Μη Γραμμικότητες (δεν είναι ο κόσμος άλλωστε Μη Γραμμικός;) μπορούν να αλλάξουν σημαντικά τα συμπεράσματα της ανάλυσης».

Παρά την αδιαμφισβήτητη σημαντικότητα τους τα απλά γραμμικά υποδείγματα στην ανάλυση των χρονοσειρών και όχι μόνο, συχνά αδυνατούν να αποτυπώσουν διάφορες εκφάνσεις / συμπεριφορές των μακροοικονομικών και χρηματοοικονομικών δεδομένων (όπως θα παρουσιάσουμε με παραδείγματα παρακάτω), οι οποίες μένοντας ανερμήνευτες επηρεάζουν την αποτελεσματικότητα της διαδικασίας της ανάλυσης, της σωστής εξειδίκευσης της γενεσιουργού διαδικασίας, της πρόβλεψης και των συμπερασμάτων στα οποία οδηγούμαστε μέσω αυτής.

Εάν δεχθούμε ότι η προσέγγιση της Μη Γραμμικότητας μεταξύ Οικονομικών μεγεθών γίνεται μέσα από την ανάλυση και χρήση Οικονομικών υποδειγμάτων τότε μπορεί να γίνει ο διαχωρισμός σε Μη Γραμμικότητα στις μεταβλητές και Μη Γραμμικότητα στις παραμέτρους εκτίμησης του εκάστοτε υποδείγματος³⁸ ο οποίος αποτελεί και το "κλασικό" ορισμό της Μη Γραμμικότητας.

Σημειώνεται ότι οι δυο αυτές μορφές Μη Γραμμικότητας μπορούν να συνυπάρχουν σε μία σχέση.

Ένα παράδειγμα αποτύπωσης της Μη Γραμμικότητας στις μεταβλητές μπορεί να αποτυπωθεί ως εξής³⁹:

Το απλό υπόδειγμα της μορφής

$$y_t = a + \beta y_{t-1} + \gamma x_t + \varepsilon_t \text{ με } \varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$$

Εξίσωση 1-1.

μπορεί να θεωρηθεί μια απλή γραμμική εξίσωση αν και εφόσον το X_t είναι μια ανεξάρτητη μεταβλητή από το y_{t-1} και όχι κάποια συνάρτηση του.

³⁶ C.W.J Granger και T. Terasvirta (1993) – Modelling Nonlinear Economic Relationships (Ch.01, p.01)- Oxford University Press.

³⁷ Grandmont, J.M. (1994). "Anticipations et fluctuations economiques endogE'mes nonlineaires", Revue d'Economie Politique 104, 277-293.

³⁸ Κάτος Α., Οικονομετρία: Θεωρία και Εφαρμογές(2004), σελ.90-91.

³⁹ C.W.J Granger και T. Terasvirta (1993) – Modelling Nonlinear Economic Relationships (Ch.01, p.01)- Oxford University Press.

Αν τώρα θεωρήσουμε ότι $y_t = \ln C_t$ όπου C_t είναι το μέγεθος της κατανάλωσης, η εξίσωση παραμένει γραμμική ως προς y_t αλλά όχι ως προς το C_t .

Επεξηγώντας το παραπάνω, η εξίσωση είναι μεν Μη Γραμμική ως προς το C_t (κατανάλωση) αλλά είναι γραμμική ως προς την μεταβλητή y_t η οποία αποτελεί τον λογαριθμικό μετασχηματισμό της C_t .

Η παραπάνω μορφή είναι μια κλασσική **αποτύπωση Μη Γραμμικότητας ως προς τις μεταβλητές**.

Χρησιμοποιώντας τώρα την σχέση

$$y_t = a + \sqrt{\beta} y_{t-1} + \gamma^2 x_t + \varepsilon_t \text{ με } \varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2) \quad \text{Εξίσωση 1-2.}$$

βλέπουμε ότι υπάρχει γραμμικότητα ως προς τις μεταβλητές αλλά υπάρχει Μη Γραμμικότητα ως προς τις παραμέτρους β και γ ⁴⁰.

$$\frac{dy_t}{dy_{t-1}} = \sqrt{\beta}, \frac{dy_t}{dx_t} = \gamma^2 \quad \text{Εξίσωση 1-3.}$$

Η παραπάνω μορφή είναι μια τυπική **αποτύπωση Μη Γραμμικότητας ως προς τις παραμέτρους**.

Οι Lee et al. (1993)⁴¹ σε μια πρώτη προσπάθεια να ορίσουν την Μη Γραμμικότητα μπαίνουν στην διαδικασία ορισμού της γραμμικότητας (ώστε οτιδήποτε διαφορετικό να είναι άρα Μη Γραμμικό) θεωρώντας την εξής σχέση:

$$E\{y_t / z_t\} = a' z_t + g(z_t) \quad \text{Εξίσωση 1-4.}$$

Όπου y_t η εξαρτημένη μεταβλητή και z_t το διάνυσμα των επεξηγηματικών μεταβλητών (το οποίο μπορεί να συμπεριλαμβάνει χρονικές υστερήσεις της y_t).

Το υπόδειγμα αυτό (για τον υπό συνθήκη μέσο) μπορεί να θεωρηθεί γραμμικό αν $g(z_t) \equiv 0$, δηλαδή **δεν χρειάζονται Μη Γραμμικοί επεξηγηματικοί όροι για την προτυποποίηση της σχέσης**.

Ένας ακόμα ενδιαφέρον ορισμός της έννοιας βρίσκεται στο paper των Granger και Lee(1999)⁴², συγκεκριμένα έστω y_t η σειρά την οποία εξετάζουμε και έστω X_t το σύνολο των διαθέσιμων πληροφοριών έως και την περίοδο t , δηλαδή έστω ότι:

$$X_t : y_{t-i}, Z_{t-j} \quad \text{Εξίσωση 1-5.}$$

$$i > 0, j \geq 0$$

⁴⁰ Κάτος Α., Οικονομετρία: Θεωρία και Εφαρμογές(2004σελ.90 (ανάλογο παράδειγμα).

⁴¹ Lee, T.H., White, H., και Granger, C.W.J (1993) – Testing for neglected Nonlinearity in time series models : a comparison of neural network methods and alternative tests, Journal of Econometrics 56, 269-90.

⁴² Clive W. J. Granger & Tae-Hwy Lee (1999) The effect of aggregation on nonlinearity, Econometric Reviews, 18:3, 259-269.

Ορίζουμε ως $g_{n,h} = E(y_{n+h} / X_t)$ την βέλτιστη πρόβλεψη ελαχίστων τετραγώνων **h** περιόδους **στο μέλλον** η οποία γίνεται την στιγμή **n**.

Η $g_{n,h}$ γενικά θα είναι μια Μη Γραμμική συνάρτηση των πληροφοριών που εμπεριέχονται στην X_t . Ορίζουμε ως $f_{n,h}$ την βέλτιστη πρόβλεψη ελαχίστων τετραγώνων αντίστοιχα με τον περιορισμό όμως ότι η σχέση είναι γραμμική συνάρτηση των πληροφοριών που εμπεριέχονται στην X_t .

Ορίζουμε επιπλέον $e_{n,h} = y_{n+h} - g_{n,h}$ το σφάλμα της πρόβλεψης για h περιόδους στο μέλλον.

Η y_t θεωρείται πλήρως γραμμική αν ισχύουν οι κάτωθι δυο συνθήκες :

- $g_{n,h} = f_{n,h}$ για όλα τα n, h
- Η υπό συνθήκη κατανομή της $e_{n,h}$ δεδομένου του X_n είναι ίδια με την κατανομή της $e_{n,h}$ για όλα τα h

Αν ισχύει μόνο η πρώτη συνθήκη για h=1 τότε η σειρά μπορεί να θεωρηθεί γραμμική ως προς τον μέσο.

Το ενδιαφέρον το οποίο εμφανίζει η Μη Γραμμικότητα και το οποίο θεωρητικά την φέρνει πιο κοντά στην πραγματικότητα, σε σχέση με γραμμικές εναλλακτικές, είναι ότι πλέον οι αντιδράσεις μεταξύ των μεταβλητών δεν χρειάζεται να είναι ανάλογες μεταξύ τους αλλά ασύμμετρες (δηλαδή μια μικρή μεταβολή σε μια μεταβλητή μπορεί να προκαλέσει Μη Γραμμικά μεγαλύτερες / μικρότερες μεταβολές σε σειρά άλλων μεταβλητών τις οποίες επηρεάζει) όπως και ένα σύνολο διαφορετικών ιδιοτήτων μεταξύ των οποίων και η ισορροπία (equilibrium) η οποία δεν χρειάζεται πλέον να περιορίζεται σε ένα σημείο (fixed point).

Αυτό το σύνολο των διαφορετικών χαρακτηριστικών ιδιοτήτων αποτελεί από μόνο του έναν ακόμα τρόπο προσέγγισης της έννοιας της Μη Γραμμικότητας.

Από την ανάπτυξη των Αυτοπαλίνδρομων (AR) υποδειγμάτων και την μετέπειτα μετεξέλιξη τους σε Αυτοπαλίνδρομα Υποδείγματα Κινητού Μέσου (ARMA) μέσω της εργασίας των Box και Jenkins(1970) «η γραμμικότητα στην ανάλυση χρονοσειρών κυριάρχησε σε θεωρητικό και πρακτικό επίπεδο»⁴³.

Οι περιορισμοί όμως της γραμμικής προσέγγισης φαίνεται να αποτυπώνονται από πολύ νωρίς και συγκεκριμένα από το βιβλίο του Moran (1953)⁴⁴ ο οποίος εξετάζοντας τα δεδομένα για τον Καναδικό lynx (όπως αναφέραμε παραπάνω) παρατήρησε ένα «περίεργο» χαρακτηριστικό των δεδομένων.

Το χαρακτηριστικό αυτό αφορούσε στο ότι τα κατάλοιπα των παρατηρήσεων του δείγματος που ήταν μεγαλύτερες του μέσου, ήταν σημαντικά μικρότερα από τα κατάλοιπα των

⁴³ Fan J., Yao Q, Nonlinear time series :Nonparametric and Parametric Methods, 2003, Springer.

⁴⁴ Moran, P.A.P. (1953). The statistical analysis of the Canadian lynx cycle, I: Structure and prediction. Australian Journal of Zoology, 1, 163–173.

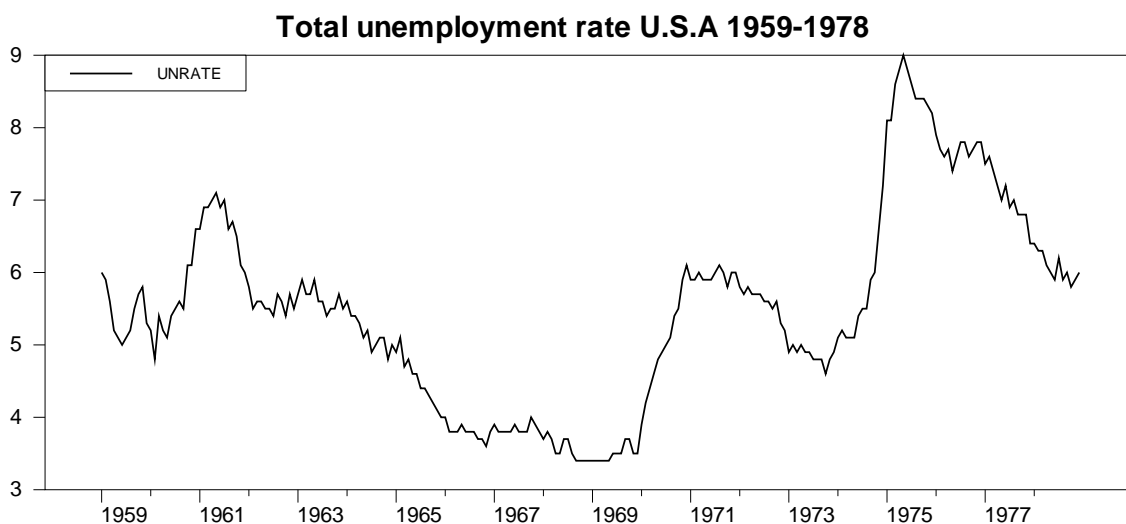
παρατηρήσεων που ήταν μικρότερες του μέσου, κάτι το οποίο μπορεί να ερμηνευτεί ως αλλαγή κατάστασης στα δεδομένα του πληθυσμού η γενικότερα ως ασυμμετρία στην συμπεριφορά της χρονοσειράς βάσει συγκεκριμένου χαρακτηριστικού (στην συγκεκριμένη περίπτωση της τιμής σε σχέση με τον μέσο).

Αυτή η σειρά των χαρακτηριστικών περιλαμβάνει μεταξύ άλλων:

- **Ασύμμετρους κύκλους:** κυκλικές συμπεριφορές των μεγεθών οι οποίες όμως είναι ασύμμετρες μεταξύ τους (μεταξύ ανόδου/καθόδου του κύκλου) διαφοροποιώντας τα χαρακτηριστικά της κάθε φάσης. Αντίθετα τα γραμμικά υποδείγματα υποθέτουν συμμετρικές ταλαντώσεις γύρω από μια τάση⁴⁵.

Όπως αναφέρει και ο Keynes⁴⁶ «η αντικατάσταση μιας καθοδικής από μια ανοδική τάση συχνά συμβαίνει ξαφνικά και απότομα, ενώ ως κανόνας, δεν υπάρχει απότομο σημείο αλλαγής όταν μια ανοδική αντικαθίσταται από μια καθοδική τάση».

Διάγραμμα 1-43. Συνολικό επίπεδο ανεργίας για τις Η.Π.Α. την περίοδο 1959-1978 (Μηνιαία)



Πηγή: United States Bureau of Labor Statistics

Ο Neftci (1984)⁴⁷ εξετάζοντας με μια μη παραμετρική μέθοδο την χρονοσειρά του παραπάνω σχεδιαγράμματος βρίσκει στοιχεία που υποστηρίζουν την παρουσία ασύμμετρων κύκλων, συγκεκριμένα παρατηρώντας ότι οι αυξήσεις στην συγκεκριμένη μεταβλητή είναι πολύ πιο απότομες από τις μειώσεις.

Το συγκεκριμένο χαρακτηριστικό βρίσκει σειρά εφαρμογών στην Οικονομική Επιστήμη όσον αφορά τους επιχειρηματικούς κύκλους και την δραστηριότητα μιας Οικονομίας η οποία συχνά χαρακτηρίζεται από τέτοιας μορφής ασυμμετρίες⁴⁸ καθώς οι φάσεις ύφεσης και επέκτασης των κύκλων εμφανίζουν διαφορετικά στατιστικά χαρακτηριστικά⁴⁹.

⁴⁵ Morley J. and Piger J., The Asymmetric Business Cycles, The Review of Economics and Statistics, February 2012, Vol. 94, No. 1, Pages 208-221.

⁴⁶ Keynes, John Maynard. The General Theory of Employment, Interest and Money. London: Macmillan, 1936, p.314.

⁴⁷ Neftci, Salih N. "Are Economic Time Series Asymmetric over the Business Cycle?" Journal of Political Economy 92, no. 2 (1984): 307-28.

⁴⁸ Ana Beatriz C. Galvão, Can non-linear time series models generate US business cycle asymmetric shape?, Economics Letters, Volume 77, Issue 2, October 2002, Pages 187-194.

⁴⁹ Kim, C-J. and Nelson, C. R (1999): "Friedman's Plucking Model of Business Fluctuations: Tests and Estimates of Permanent and Transitory Components," Journal of Money, Credit and Banking, 31, 317-334.

- **Άμεσες Μη Γραμμικές σχέσεις** μεταξύ των μεταβλητών οι οποίες εξεταζόμενες με γραμμικά εργαλεία μπορεί να δώσουν λανθασμένα συμπεράσματα σχετικά με την μνήμη της σειράς αλλά και τις δυνατότητες προβλεψιμότητας αυτής.

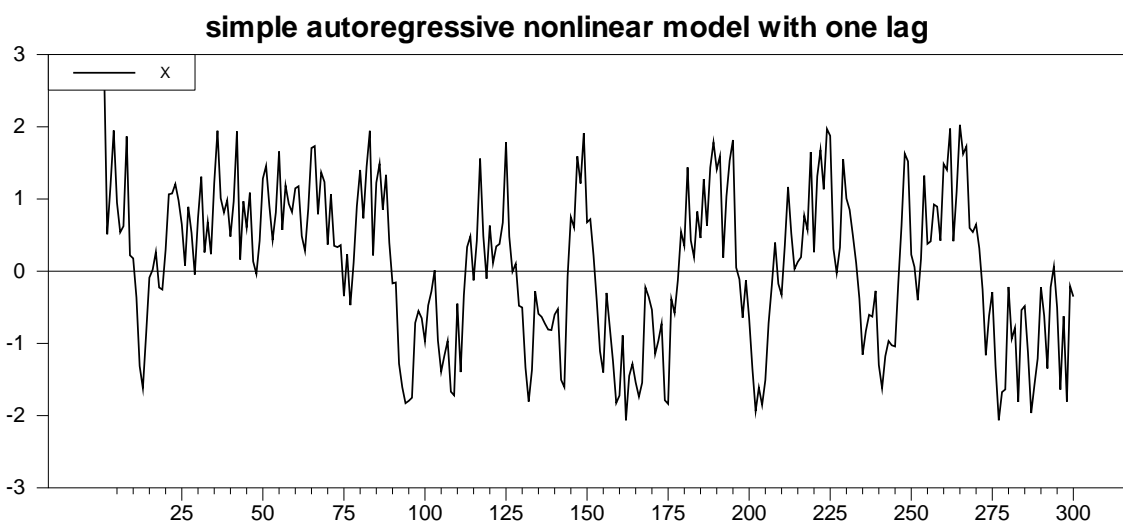
Σχετικά με την χρήση γραμμικών εργαλείων, σε σχέσεις που είναι Μη Γραμμικές, λαμβάνουμε το παράδειγμα⁵⁰ προσομοιώνοντας την παρακάτω Μη Γραμμική σχέση:

$$x_t = 2x_{t-1} / (1 + 0,8x_{t-1}^2) + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \sim U(-1,1)$$

Εξίσωση 1-6.

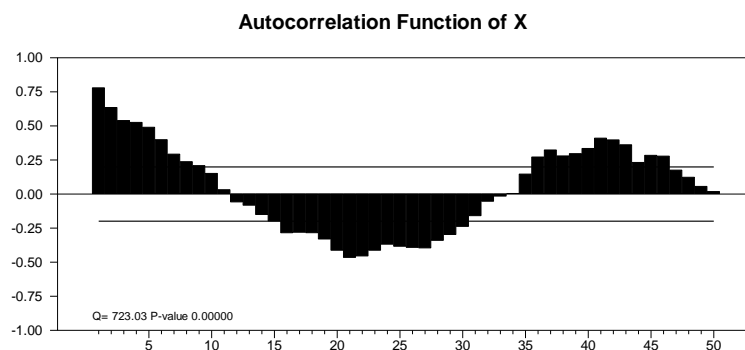
Διάγραμμα 1-44. Εξομοίωση της μεταβλητής x της παραπάνω εξίσωσης



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Με την χρήση ενός ARMA υποδείγματος για την εξειδίκευση της παραπάνω σχέσης βάση της αυτοσυσχέτισης θα χρειαζόμασταν ένα εξαιρετικά μεγάλο αριθμό χρονικών υστερήσεων αφού οι πρώτες 50 αυτοσυσχετίσεις παρουσιάζονται στατιστικά σημαντικές.

Διάγραμμα 1-45. Συντελεστής γραμμικής συσχέτισης για τις πρώτες 50 υστερήσεις (χρήση δείγματος 201 παρατηρήσεων από την 100^η έως την 300 παρατήρηση)



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

⁵⁰ Fan J., Yao Q, Nonlinear time series: Nonparametric and Parametric Methods, 2003, Springer.

- **Ευαισθησία στις αρχικές συνθήκες** όπως η περίπτωση της χαοτικής συμπεριφοράς και η εξέταση αυτής σε διάφορες μορφές δεδομένων (κυρίως χρημ/κων).
- **Ισορροπία (equilibrium)** η οποία δεν ταυτίζεται με ένα σημείο αλλά μπορεί να αποτελεί περιοδικό κύκλο, μη περιοδικό κύκλο η οποιασδήποτε άλλης μορφής ατράκτορα. Παραδείγματα ισορροπιών όπως εκείνη των limit cycles (απουσία σοκ η ισορροπία κάνει κύκλο μεταξύ κάποιων τιμών) μας δείχνει ότι τα Μη Γραμμικά υποδείγματα εμπεριέχουν την συγκεκριμένη δυναμική η οποία ακόμα και με απουσία οποιουδήποτε σοκ οδηγεί τις τιμές να μεταβάλλονται (σε αντίθεση με γραμμικές προσεγγίσεις όπου η μετάβαση από την ισορροπία οφείλεται σε εξωγενές σοκ).

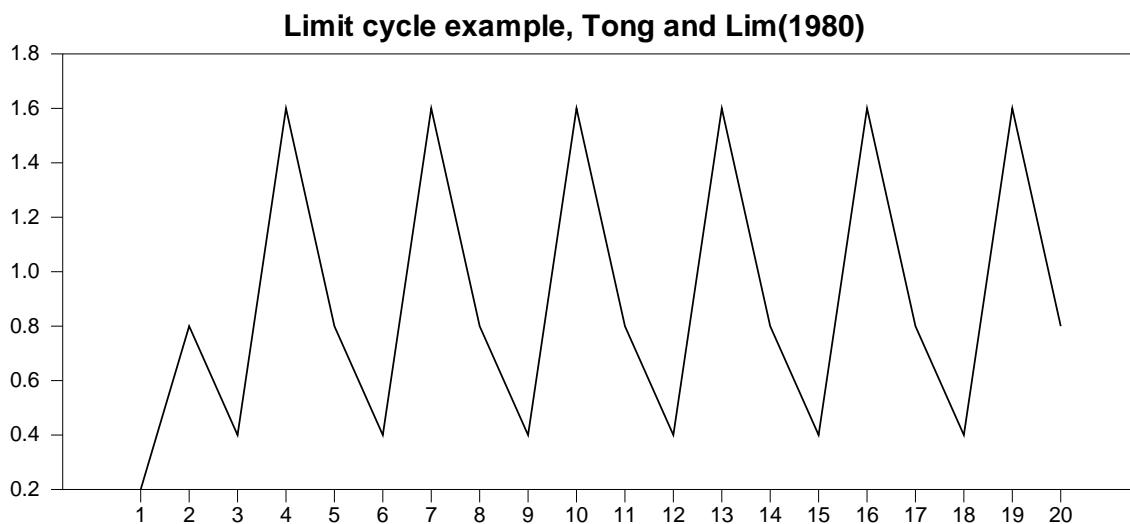
Ένα απλό παράδειγμα limit cycle παρουσιάζεται στο παρακάτω διάγραμμα όπου εξομοιώσαμε το υπόδειγμα

$$x_t = 4.0x_{t-1}, \alpha \nu |x_{t-1}| \leq 0.5$$

$$x_t = 0.5x_{t-1}, \alpha \nu |x_{t-1}| > 0.5$$

Εξίσωση 1-7.

Διάγραμμα 1-46. Limit Cycle περιόδου 3



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Απουσία οποιουδήποτε σοκ η χρονοσειρά ακολουθεί κυκλική συμπεριφορά όπου η ανοδική φάση του κύκλου πραγματοποιείται γρηγορότερα από την καθοδική.

Αν προσομοιώσουμε το ίδιο υπόδειγμα παρουσία σοκ

$$x_t = 4.0x_{t-1} + \varepsilon_t, \alpha \nu |x_{t-1}| \leq 0.5$$

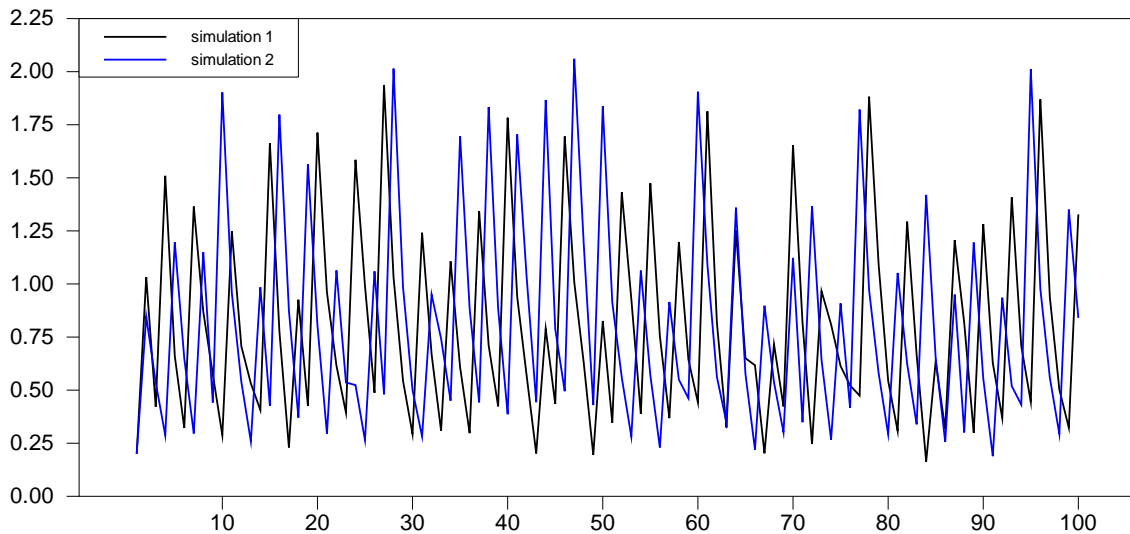
$$x_t = 0.5x_{t-1} + \varepsilon_t, \alpha \nu |x_{t-1}| > 0.5$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, 0.01)$$

Εξίσωση 1-8.

Για δυο διαφορετικές προσομοιώσεις (όπου το μόνο που αλλάζει είναι οι τιμές του σφάλματος και όχι η κατανομή και η διακύμανση του) έχουμε το εξής σχεδιάγραμμα:

Διάγραμμα 1-47. Limit Cycle παρουσία σφάλματος για δυο προσομοιώσεις του ίδιου υποδείγματος



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

- **Regime effects:** η δυναμική συμπεριφορά των οικονομικών μεταβλητών φαίνεται να εξαρτάται από μια ή περισσότερες καταστάσεις/regimes στα οποία όταν βρεθεί η χρονοσειρά έχει διαφορετικά χαρακτηριστικά επηρεάζοντας τον μέσο, την διακύμανση και τις αυτοσυσχετίσεις της. Ο καθορισμός του αν η χρονοσειρά βρίσκεται σε κάποια συγκεκριμένη κατάσταση/regime μπορεί να εξαρτάται από τον χρόνο, την ίδια την μεταβλητή η και την συμπεριφορά άλλων μεταβλητών.
- **Επιμονή (persistence):** Επιμονή της χρονοσειράς για μεγάλα χρονικά διαστήματα σε συνθήκες ανισορροπίας (η οποία μπορεί να προέρχεται π.χ. από εξαιρετικά αργή η και Μη Γραμμική προσαρμογή στις συνθήκες ισορροπίας).

Σημειώνεται ότι απομακρυνόμενοι από το γραμμικό πλαίσιο βρισκόμαστε αντιμέτωποι με ένα σύνολο σχεδόν απείρων Μη Γραμμικών μορφών προς διερεύνηση, η κάθε μια με διαφορετικές ιδιότητες όσον αφορά την αποτύπωση διαφορετικών Μη Γραμμικών ιδιοτεροτήτων.

Μια ακόμα μη παραμετρική προσέγγιση της Μη Γραμμικότητας είναι εκείνη η οποία αποτυπώνεται ως εξής:

$$y_t = f(I_{t-1}) + \sigma(I_{t-1})\varepsilon_t$$

όπου

$$I_{t-1} = \{y_{t-j}, \varepsilon_{t-j}, j \geq 0\}$$

Εξίσωση 1-9.

Όπου $f(\cdot), \sigma(\cdot)$ είναι άγνωστες Μη Γραμμικές συναρτήσεις και $\varepsilon_t \sim IID(0,1)$

Το σύνολο I_{t-1} είναι το σύνολο της διαθέσιμης πληροφορίας έως και την περίοδο $t-1$.

Παρατηρώντας την παραπάνω σχέση μπορούμε να καταλήξουμε στο εξής:
η συγκεκριμένη μη παραμετρική μορφή περιλαμβάνει δυο μορφές Μη Γραμμικότητας:

1. εκείνη στον μέσο η οποία αποτυπώνεται από την συνάρτηση $f(.)$
2. εκείνη στην διακύμανση η οποία αποτυπώνεται από την συνάρτηση $\sigma(.)$

Συγκεκριμένα αν η $f(.)$ είναι μια γραμμική συνάρτηση το παραπάνω υπόδειγμα μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι γραμμικό «ως προς τον μέσο», αν επιπρόσθετα η $\sigma(.)$ είναι μια σταθερά τότε το υπόδειγμα καταλήγει να είναι το απλό γραμμικό υπόδειγμα⁵¹.

Αν η $f(.)$ είναι μια Μη Γραμμική συνάρτηση και η $\sigma(.)$ είναι μια σταθερά τότε έχουμε Μη Γραμμικότητα ως προς τον μέσο της διαδικασίας, αντίθετα αν η $f(.)$ είναι μια γραμμική συνάρτηση αλλά η $\sigma(.)$ είναι Μη Γραμμική τότε αντίστοιχα έχουμε μια διαδικασία που εμφανίζει Μη Γραμμικότητα σε σχέση με την διακύμανση.

Επιστρέφοντας στον αρχικό κλασικό ορισμό (Μη Γραμμικότητα ως προς τις παραμέτρους και ως προς τις μεταβλητές) είναι σημαντικό να αναφερθεί η σημασία του διαχωρισμού η οποία και θα φανεί αργότερα, αφού εξετάζοντας το θέμα της διατριβής, το οποίο είναι η Μη Γραμμική μακροχρόνια ισορροπία/συμμεταβολή (Μη Γραμμική συνολοκλήρωση), θα παρατηρήσουμε ότι συναντώνται και οι δυο περιπτώσεις ανάλογα με την α priori επιλογή της τοποθεσίας που εντοπίζεται η Μη Γραμμικότητα.

Συγκεκριμένα θα παρατηρήσουμε δυο περιπτώσεις/ορισμούς για την Μη Γραμμική συνολοκλήρωση ανάλογα ακριβώς με το που εντοπίζεται η Μη Γραμμικότητα.

- Στην περίπτωση που η Μη Γραμμικότητα θα εντοπίζεται στο διάνυσμα συνολοκλήρωσης (την ίδια την μακροχρόνια σχέση ισορροπίας) θα έχουμε Μη Γραμμικότητα ως προς τις μεταβλητές ή τις παραμέτρους.
- Στην περίπτωση που η Μη Γραμμικότητα θα εμφανίζεται στον μηχανισμό προσαρμογής (πορεία των μεγεθών προς την Μακροχρόνια σχέση) θα έχουμε Μη Γραμμικότητα ως προς τις παραμέτρους.

⁵¹ C.W.J Granger και T. Tirasvirta (1993) – Modelling Nonlinear Economic Relationships (Ch.01, p.08)- Oxford University Press.

1.3. Πηγές Μη Γραμμικότητας στην Πραγματική Οικονομία

Ένα ενδιαφέρον ερώτημα είναι το «**από πού προέρχεται / πως προκύπτει η Μη Γραμμικότητα στην πραγματική Οικονομία**» ώστε να προκύπτει και η θεωρητική αιτιολόγηση της χρήσης Μη Γραμμικών υποδειγμάτων κατά την προτυποποίηση μιας σχέσης.

Η Μη Γραμμικότητα ως έννοια, όπως αναφέραμε περιλαμβάνει (χωρίς να περιορίζεται), την ασυμμετρία όσον αφορά στην αντίδραση μιας μεταβλητής στην μεταβολή κάποιας άλλης (από την οποία εξαρτάται / η οποία αιτιάζει σε αυτήν) και αυτή είναι εμφανής σε ένα πολύ μεγάλο αριθμό Μακροοικονομικών και Χρηματοοικονομικών μεγεθών.

Μερικά παραδείγματα από την πραγματική Οικονομία αποτελούν τα κάτωθι⁵²:

- Το επίπεδο των μισθών δεν αναπροσαρμόζεται το ίδιο εύκολα προς τα κάτω όπως προς τα πάνω λόγω σωματείων, συνδικαλιστικών και άλλων φορέων των εργαζόμενων οι οποίοι αντιδρούν σε οποιαδήποτε μείωση.
- Η αντίδραση των καταναλωτών και η ύπαρξη/εμφάνιση υποκατάστατων αγαθών κάνει την αύξηση τιμών πιο δύσκολη από ότι την μείωση.
- Οι μηχανισμοί των κεντρικών τραπεζών σχετικά με τις συναλλαγματικές ισοτιμίες οι οποίοι (σε κάποιες περιπτώσεις) χρησιμοποιούν target zones (ζώνες στόχους) και επιτρέπουν τις ισοτιμίες να κινούνται ελεύθερα εντός κάποιου διαστήματος αλλά αντιδρούν άμεσα καθώς τα επίπεδα τους πλησιάζουν τα όρια του διαστήματος αυτού (και άρα έχουμε ασυμμετρία ως προς τον τρόπο αντίδρασης).
- Οι περίοδοι υψηλής αστάθειας (υψηλής διακύμανσης) των τιμών διάφορων χρηματοοικονομικών προϊόντων (όπως μετοχές) οι οποίες ακολουθούνται από περιόδους σχετικής ηρεμίας (χαμηλής διακύμανσης).
- Οι χρηματοοικονομικές χρονοσειρές εμφανίζουν συχνά τυπικά Μη Γραμμικά χαρακτηριστικά. Σημαντικά παραδείγματα είναι η περιοδική παρουσία ακραίων παρατηρήσεων και η πιθανή ύπαρξη regimes μέσα στα οποία οι αποδόσεις και η διακύμανση εμφανίζουν διαφορετική δυναμική συμπεριφορά.
- Οι χρηματοοικονομικές χρονοσειρές επίσης εμφανίζουν ασυμμετρική συμπεριφορά. Ένα δείγμα αυτής αποτελεί το γεγονός ότι μεγάλες αρνητικές αποδόσεις εμφανίζονται πιο συχνά από ότι οι μεγάλες θετικές αποδόσεις. Ένα προφανές παράδειγμα αυτού είναι το κραχ στις 19 Οκτωβρίου 1987 με μια απόδοση -23% στον δείκτη S&P. Το αντίστοιχο όμως στην περίπτωση θετικών αποδόσεων δεν εμφανίζεται, σπάνια μια θετική απόδοση έχει παρατηρηθεί εμπειρικά να φτάνει ποσοστό μεγαλύτερο του 10% ⁵³. Επίσης έχει παρατηρηθεί ότι μεγάλες αρνητικές αποδόσεις είναι πρόλογος περιόδου σημαντικής μεταβλητότητας, ενώ δεν ισχύει πάλι το αντίστοιχο για θετικές αποδόσεις. Από τα παραπάνω γίνεται κατανοητή η πιθανή ύπαρξη ασυμμετρίας η οποία επαληθεύεται εμπειρικά από πλήθος ανάλογων περιπτώσεων.

⁵² Dufrenot and Mignon (2002), "Recent Developments in Nonlinear Cointegration with Applications to Macroeconomics and Finance", Springer.

⁵³ Fan J., Yao Q, Nonlinear time series: Nonparametric and Parametric Methods, 2003, Springer.

- Η σχέση τιμών μεταξύ spot και futures για ένα δεδομένο περιουσιακό στοιχείο.
- Η σχέση των αποδόσεων μεταξύ ομολόγων με διαφορετικές λήξεις.
- Η σχέση μεταξύ των τιμών των μετοχών και της απόδοσης των μερισμάτων, όπως και η σχέση μεταξύ τιμών και όγκου συναλλαγών είναι σχέσεις στις οποίες πιθανολογείται η εμφάνιση συνολοκλήρωσης και στις οποίες οι γραμμικές μέθοδοι δεν έχουν παρουσιάσει ικανοποιητικά αποτελέσματα.
- Στην αγορά των συναλλαγματικών ισοτιμιών έχουν παρατηρηθεί σημαντικές αποκλίσεις στην Purchasing Power Parity (Ισοδυναμία της Αγοραστικής Δύναμης) όταν παρουσιάζονται κόστη συναλλαγών. Ένα σύνολο ανάλογων παραγόντων οδηγεί στην αποτυχία γραμμικών μεθόδων στην επίλυση του λεγόμενου PPP puzzle. Η Μη Γραμμική συνολοκλήρωση αποτελεί μια πιθανή λύση η οποία έχει βάσεις και στο πλαίσιο της θεωρίας (ασυμμετρία στην αντίδραση της αγοράς ανάλογα με τις ευκαιρίες για arbitrage συναλλαγές όπως και "ενεργοποίηση" της σχέσης συνολοκλήρωσης υπό κάποιες συνθήκες).
- Η ύπαρξη τριβών που χαρακτηρίζουν την χρηματιστηριακή αγορά (όπως τα φράγματα πληροφόρησης, η παρουσία μη ορθολογικών επενδυτών η αλλιώς noise traders, οι συναλλαγές και το κόστος της πληροφόρησης, η διαφοροποίηση των αγορών κλπ.) μπορεί να προκαλέσουν μια σειρά από Μη Γραμμικά χαρακτηριστικά στην σχέση των τιμών των μετοχών με διάφορα άλλα μεγέθη (π.χ. τιμή πετρελαίου).
- Τιμές μετοχών και απόσταση τους από την θεμελιώδη αξία (στους λόγους μεταξύ άλλων συγκαταλέγονται και παράλογες "μόδες" στις επενδυτικές επιλογές που δημιουργούν επίμονες αποχωρήσεις από την ισορροπία, υπερβολική εμπιστοσύνη επενδυτών που πιθανώς αιτιολογούν τις θετικές αποστάσεις των τιμών από τις θεμελιώδεις, καθυστέρηση στην ανταπόκριση των επενδυτών στα γεγονότα που αφορούν θεμελιώδεις αξίες με σταδιακή ενσωμάτωση τους, ετερογένεια επενδυτών και των προσδοκιών τους, κόστη συναλλαγών τα οποία ουσιαστικά καθορίζουν την ταχύτητα της προσαρμογής σε σχέση με το μέγεθος της απόκλισης⁵⁴).
- Οι περίοδοι ύφεσης των Οικονομιών φαίνεται σε πολλές περιπτώσεις να είναι περισσότερο σύντομες και απότομες ενώ οι περίοδοι ανάκαμψης είναι σταδιακές και για μεγάλη χρονική περίοδο.

Προκύπτει λοιπόν ότι υπάρχει μια σειρά αιτιών που δημιουργεί «στρεβλώσεις» στους μηχανισμούς προσαρμογής αλλά και αντίδρασης των διάφορων μεταβλητών και οι οποίοι αποτελούν μια θεωρητική εξήγηση της ύπαρξης της Μη Γραμμικότητας.

Παρά την ύπαρξη των παραπάνω στρεβλώσεων η Οικονομική θεωρία γενικά προσδίδει για τις παραπάνω περιπτώσεις αλλά και για μια σειρά άλλων την ύπαρξη μακροχρόνιων σχέσεων ισορροπίας, παρά την όποια βραχυχρόνια απόκλιση από αυτές και παρά την πιθανή ύπαρξη Μη Γραμμικότητας στις σχέσεις.

⁵⁴ Fredj Jawadi & Georges Prat, 2009. "Nonlinear Stock Price Adjustment in the G7 Countries," *EconomiX Working Papers 2009-21*, University of Paris West - Nanterre la Défense, EconomiX.

Από το σύνολο των παραπάνω περιπτώσεων αποδεικνύεται η σημαντικότητα επέκτασης της εύρεσης μακροχρόνιων σχέσεων ισορροπίας (συνολοκλήρωσης) σε ένα Μη Γραμμικό περιβάλλον το οποίο θα μπορέσει να τις συμπεριλάβει χρησιμοποιώντας κατάλληλα υποδείγματα τα οποία θα αποτυπώνουν επιτυχημένα τις παραπάνω συμπεριφορές.

1.4. Χρονική και Διαστρωματική Αθροιστικότητα και Αποαθροιστικότητα στην Μη Γραμμικότητα

Δεδομένου ότι η παρούσα διατριβή ασχολείται μεταξύ άλλων και με Μακροοικονομικά δεδομένα, και ειδικότερα στο επίπεδο της Μη Γραμμικότητας, είναι σημαντικό να αναφερθούμε σε ένα πρόβλημα το οποίο συναντάται ιδιαίτερα στην συγκεκριμένη κατηγορία δεδομένων και το οποίο είναι η συχνότητα της συλλογής στοιχείων τα οποία καλούμαστε να αναλύσουμε.

Πολύ συχνά τα δεδομένα ενδιαφέροντος στην Μακροοικονομία βασίζονται σε παρατηρήσεις οι οποίες συνήθως λαμβάνονται σε μηνιαία, τριμηνιαία και σε κάποιες περιπτώσεις ετήσια συχνότητα παρότι η λειτουργία της Οικονομίας είναι συνεχής. Αυτό γίνεται σε αντίθεση με τα Χρη/κα δεδομένα τα οποία είναι συχνά διαθέσιμα σε πραγματικό χρόνο.

Ένα από τα θέματα τα οποία αναφέρουν οι Granger και Terasvirta (1993)⁵⁵ και επαναλαμβάνουν την σημαντικότητα τους οι Granger, Tjøstheim και Terasvirta (2010)⁵⁶ είναι το επίπεδο αθροιστικότητας των δεδομένων και η απάντηση στο ερώτημα «αν η προ-αθροιστικοποιημένη σειρά είναι Μη Γραμμική, θα διατηρηθεί αυτή η Μη Γραμμικότητα μετά την αθροιστικοποίηση;»

Σημειώνουμε όπως και οι συγγραφείς τα είδη της αθροιστικότητας:

1. Διαστρωματική Αθροιστικότητα (Cross-Sectoral Aggregation): Στην περίπτωση αυτή τα αρχικά δεδομένα αποτελούνται από μια σειρά μεγεθών, καθένα από τα οποία αποτελεί ένα τμήμα της Οικονομίας, τα οποία αθροίζονται με διάφορες πιθανές εναλλακτικές (π.χ. Αριθμητικός μέσος όρος, Γεωμετρικός μέσος όρος, Εκθετικός μέσος όρος) για να δημιουργήσουν την Μακρο η Αθροιστικοποιημένη μεταβλητή.

«Π.χ. η συνολική κατανάλωση σε μια Οικονομία αποτελεί το άθροισμα των καταναλώσεων των αυτοτελών καταναλωτικών μονάδων (η νοικοκυριών). Η αθροιστική κατανάλωση στο Τέξας είναι το άθροισμα της κατανάλωσης εκατομμυρίων κατοίκων και οικογενειών. Τα αθροιστικοποιημένα κέρδη αφορούν αθροιστικοποίηση κερδών ενός εκατομμυρίου διαφορετικών επιχειρήσεων. Σε μερικές περιπτώσεις η αθροιστικότητα είναι πάνω σε μεγέθη τα οποία είναι ήδη αθροιστικοποιημένα, όπως π.χ. η κατανάλωση των ΗΠΑ είναι το άθροισμα των καταναλώσεων για τις πενήντα πολιτείες» το οποίο συμπληρώνεται το 2010⁵⁷ από τους συγγραφείς με το παράδειγμα για την Ευρώπη και συγκεκριμένα «το επίπεδο του πληθωρισμού των χωρών της Ευρώπης είναι ένας σταθμισμένος μέσος του πληθωρισμού των χωρών οι οποίοι είναι μέλη της Νομισματικής Ένωσης».

⁵⁵ C.W.J Granger και T. Terasvirta (1993) – Modelling Nonlinear Economic Relationships (Ch.08, p.135-141) Oxford University Press

⁵⁶ Timo Teräsvirta, Dag Tjøstheim, Clive W.J. Granger Modelling Nonlinear Economic Time Series, (Ch.17,p452-458) Oxford University Press (2010)

⁵⁷ Timo Teräsvirta, Dag Tjøstheim, Clive W.J. Granger Modelling Nonlinear Economic Time Series, (Ch.17,p452-458) Oxford University Press (2010)

2. Συστηματική δειγματοληψία (Systematic Sampling): Αν μια σειρά παράγεται σε συνεχές χρονικό διάστημα αλλά μπορεί να παρατηρηθεί μόνο σε συγκεκριμένες περιόδους, τότε λέγεται ότι χρησιμοποιούμε στην αρχική σειρά συστηματική δειγματοληψία για να λάβουμε την παρατηρούμενη χρονοσειρά.
3. Χρονική Αθροιστικότητα (Temporal Aggregation): Αν η σειρά παράγεται σε εβδομαδιαία βάση, και έστω ότι αθροίζεται για να δημιουργήσει μια μηνιαία χρονοσειρά, τότε λέμε ότι είναι χρονικά αθροιστικοποιημένη.

Οι Granger και Terasvirta αναπαράγοντας τα στοιχεία των Granger και Lee (1993)⁵⁸ και Granger και Lee (1999)⁵⁹ μετά από αποτελέσματα εξομοιώσεων για μια σειρά από Μη Γραμμικά υποδείγματα (bilinear, Threshold Autoregressive, Sign Nonlinear Autoregressive, Rational Nonlinear Autoregressive) και για τις τρεις διαφορετικές περιπτώσεις της αθροιστικότητας, ελέγχουν ανά περίπτωση με γενικούς ελέγχους Μη Γραμμικότητας την επιτυχία ή όχι στον εντοπισμό της.

Για τον έλεγχο της Μη Γραμμικότητας χρησιμοποιούν 4ις διαφορετικούς ελέγχους εντοπισμού της (Neural Network test, Tsay Test, RESET test, White Dynamic Information Matrix test) και καταλήγουν ότι «η ύπαρξη Χρονικής Αθροιστικότητας στα δεδομένα συνήθως θα μειώσει την Μη Γραμμικότητα και αυτό συχνά επαληθεύεται και για την περίπτωση της Διαστρωματικής Αθροιστικότητας».

Δεδομένου ότι η συντριπτική πλειοψηφία των χρονοσειρών που εξετάζουμε εμφανίζονται μετά από κάποιο επίπεδο αθροιστικότητας καταλαβαίνουμε την σημασία του παραπάνω συμπεράσματος, ιδιαίτερα όταν αναφερόμαστε στην προσπάθεια Μη Γραμμικής προτυποποίησης.

Ο Granger (1988)⁶⁰ σε ένα survey του θέματος της αθροιστικότητας στις διάφορες μορφές της (και κάνοντας τον διαχωρισμό large scale Cross-Sectional, small scale Cross-Sectional και Systematic Sampling/Temporal Aggregation) καταλήγει ότι η **ύπαρξη αθροιστικότητας φαίνεται να απλοποιεί τις σχέσεις, με κάποιες ιδιότητες να φαίνονται αρκετά ισχυρές παρουσία αθροιστικότητας** (ολοκλήρωση και συνολοκλήρωση στο γραμμικό πλαίσιο όπως εξετάζονται εδώ) και άλλες λιγότερο ισχυρές (αιτιότητα, Μη Γραμμικότητα).

Οι Brännäs και Ohlsson (1999)⁶¹ ελέγχουν τον επηρεασμό του εντοπισμού Μη Γραμμικότητας με ARsMA υποδείγματα (Autoregressive Asymmetric Moving Average) τα οποία περιέχουν τα γραμμικά ARMA ως ειδική περίπτωση.

Στην εργασία τους παρότι η γραμμικότητα απορρίπτεται στα μηνιαία και τριμηνιαία στοιχεία δεν μπορεί να απορριφθεί στα ετήσια (ο έλεγχος αφορά επίπεδο ανεργίας της Σουηδίας, 1955:7 έως 1994:6). **Καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι ο εντοπισμός της Μη Γραμμικότητας μπορεί να βασίζεται στην συχνότητα της δειγματοληψίας και άρα Μη Γραμμικές μηνιαίες**

⁵⁸ C.W.J Granger και T. Terasvirta (1993) – Modelling Nonlinear Economic Relationships (Ch.08, p.135-141) Oxford University Press

⁵⁹ Clive W. J. Granger & Tae-Hwy Lee (1999) The effect of aggregation on nonlinearity, *Econometric Reviews*, 18:3, 259-269

⁶⁰ Clive W. J. Granger, 1988. "Aggregation of time series variables-a survey," Discussion Paper / Institute for Empirical Macroeconomics 1, Federal Reserve Bank of Minneapolis.

⁶¹ K. Brännäs and H. Ohlsson, "Asymmetric Time Series and Temporal Aggregation", *The Review of Economics and Statistics* May 1999, vol. 81, no.2, p.341-344.

σειρές μπορεί να γίνουν γραμμικές κατά την αθροιστικότητα σε τριμηνιαίο και ετήσιο επίπεδο.

Φυσικά ένα μέρος του προβλήματος, το οποίο και πρέπει να λαμβάνεται υπόψιν, εντοπίζεται στο ότι ο αριθμός των παρατηρήσεων λόγω της υψηλής χρονικής αθροιστικότητας στο ετήσιο επίπεδο δεδομένων είναι εξαιρετικά μειωμένος επηρεάζοντας την δύναμη του ελέγχου.

Ο Haug (2002)⁶² αναφέρεται στην σημαντικότητα της διάρκειας (span) μεγέθους των δεδομένων (το χρονικό διάστημα στο οποίο αναφέρεται και όχι τόσο την συχνότητα των δεδομένων) για να δώσει στους ελέγχους συνολοκλήρωσης κατάλληλη δύναμη και το κατά πόσο μια σειρά παρατηρήσεων υψηλότερης συχνότητας, για ένα δεδομένο διάστημα, θα βελτιώνει την δύναμη των ελέγχων. Με την χρήση Monte Carlo εξομοιώσεων καταλήγει και συμφωνεί με το συμπέρασμα του Marcellino (1999)⁶³ ότι η χρονική αθροιστικότητα μπορεί να αυξήσει την τοπική δύναμη του ελέγχου συνολοκλήρωσης αλλά αυτό μπορεί να αντισταθμιστεί από το γεγονός ότι κάτι τέτοιο οδηγεί σε μείωση των διαθέσιμων παρατηρήσεων όταν μιλάμε για πεπερασμένα δείγματα.

Κάποια σημαντικά σημεία/ ερωτήματα που πρέπει να λαμβάνονται υπόψιν:

- Η Μη Γραμμικότητα στην αρχική χρονοσειρά ακόμα και αν διατηρηθεί σαν Μη Γραμμικότητα στα αθροιστικοποιημένα στοιχεία δεν είναι απαραίτητο να είναι της ίδιας μορφής με την αρχική. Οι Terasvirta, Tjøstheim και Granger⁶⁴ αναφέρονται με παραδείγματα στην περίπτωση ενός STAR (Smooth Transition Autoregressive) υποδείγματος και την περίπτωση Cross-Sectional αθροιστικότητας.
- Υπάρχουν συγκεκριμένες περιπτώσεις στις οποίες πράγματι η Μη Γραμμικότητα του αρχικού υποδείγματος μπορεί να διατηρηθεί σε ανάλογη μορφή στα Cross-Sectional αθροιστικοποιημένα δεδομένα αρκεί «τα αρχικά Μη Γραμμικά υποδείγματα να περιλαμβάνουν κοινό τον Μη Γραμμικό παράγοντα/παράμετρο» το οποίο δείχνουν για την περίπτωση ενός Bilinear και ενός STR (Smooth Transition Autoregressive) υποδείγματος⁶⁵.

1.5. Η έννοια της συνολοκλήρωσης (γραμμικό πλαίσιο): Το πρόβλημα της νόθου παλινδρόμησης

Ένα από τα βασικά προβλήματα που αντιμετώπισαν οι Οικονομολόγοι σχετικά με τις εκτιμήσεις και τον έλεγχο των σχέσεων μεταξύ των Οικονομικών μεγεθών είναι το πρόβλημα της «νόθου παλινδρόμησης» (Spurious Regression⁶⁶).

Το συγκεκριμένο πρόβλημα προκύπτει όταν προχωρούμε σε προτυποποίηση των σχέσεων μεταξύ μη στάσιμων (nonstationary) χρονολογικών σειρών λαμβάνοντας εκτιμήσεις οι οποίες

⁶² Alfred A. Haug, Temporal Aggregation and the Power of Cointegration tests, a Monte Carlo study, Oxford bulletin of Economics and Statistics, 64, 4 (2002) 0305-9049.

⁶³ Marcellino, M. (1999). 'Some Consequences of Temporal Aggregation in Empirical Analysis', Journal of Business and Economic Statistics, Vol. 17, pp. 129-36.

⁶⁴ Timo Teräsvirta, Dag Tjøstheim, Clive W.J. Granger "modelling nonlinear economic time series", (ch.17, p 453-4) oxford university press (2010).

⁶⁵ Timo Teräsvirta, Dag Tjøstheim, Clive W.J. Granger "modelling nonlinear economic time series", (ch.17, p 453-4) Oxford university press (2010)

⁶⁶ Granger, C.W.J., Newbold, P., Spurious Regressions in Econometrics, Journal of Econometrics 2 (1974) 111-120.

εμφανίζονται, μετά από διάφορους ελέγχους υποθέσεων, στατιστικά σημαντικές ενώ είναι πλασματικές και εμφανίζονται όχι λόγω πραγματικής ύπαρξης σχέσης συμμεταβολής των μεγεθών αυτών αλλά εξαιτίας κοινών, αλλά ανεξάρτητων μεταξύ τους, στοχαστικών τάσεων στα δεδομένα.

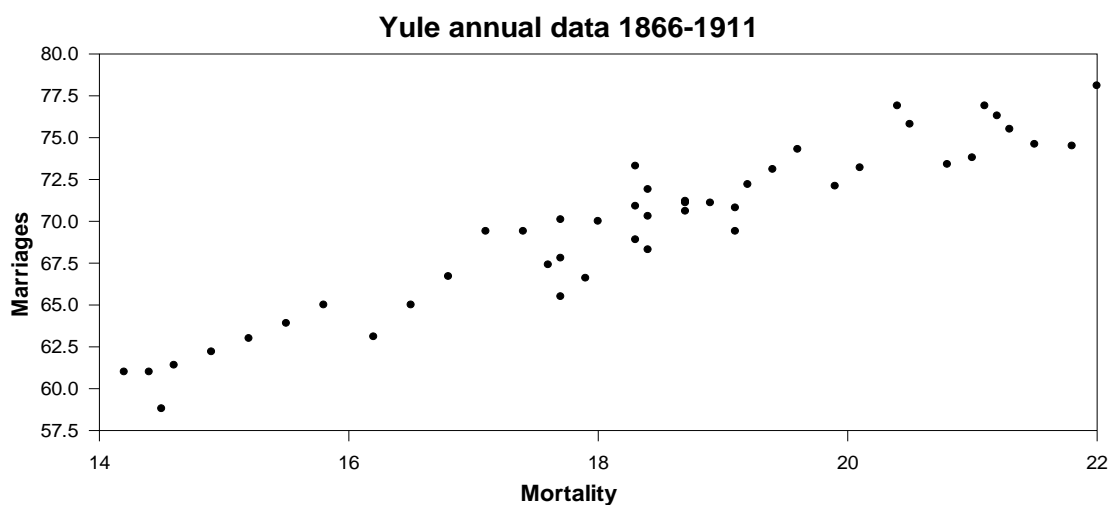
Σε αυτές τις περιπτώσεις η αφαίρεση της μη στάσιμης τάσης δεν λύνει το πρόβλημα και η λήψη πρώτων διαφορών αποτελεί μόνο μέρος της λύσης (αφού με την λήψη τους "χάνεται" ένα μέρος της πληροφορίας που έχουμε στην διάθεση μας).

Η πρώτη αναφορά του συγκεκριμένου προβλήματος παρουσιάζεται σε paper του Yule(1926)⁶⁷ στο οποίο αναφέρεται ως πρόβλημα "χωρίς νόημα/ανούσιων συσχετίσεων" μεταξύ μεγεθών.

Συγκεκριμένα αναφέρει ότι «κάποιες φορές μεταξύ μεγεθών που μεταβάλλονται με τον χρόνο εντοπίζουμε υψηλές συσχετίσεις στις οποίες δεν μπορούμε να προσάψουμε οποιαδήποτε πραγματική σημασία, παρότι κάτω από τους κανονικούς ελέγχους η συσχέτιση αυτή φαίνεται να είναι σίγουρα στατιστικά "σημαντική"».

Στο παράδειγμα του, στο πολυσήμαντο άρθρο του, ο Yule αναφέρει την περίπτωση εύρεσης εξαιρετικά υψηλής συσχέτισης (+0.952) ανάμεσα στο ποσοστό γάμων που πραγματοποιήθηκαν από την Εκκλησία της Αγγλίας (ως προς τον συνολικό αριθμό γάμων) και της θνησιμότητας ανά 1000 άτομα για μια περίοδο από το 1866 έως το 1911.

Διάγραμμα 1-48. Δεδομένα του Yule (1926) για την περίοδο 1866-1911



Πηγή: Yule (1926)

Όπως αναφέρει ο ίδιος « Υποθέτω ότι είναι πιθανόν, με λίγη φαντασία και καλή διάθεση κάποιος να προσπαθήσει να εκλογικεύσει σχεδόν τα πάντα. Επίσης μπορώ να φανταστώ κάποιον να διαφωνεί ενθουσιωδώς ότι η πτώση στο ποσοστό των γάμων της Εκκλησίας της Αγγλίας είναι απλά εξαιτίας της διάδοσης της επιστημονικής σκέψης από το 1866, και η πτώση της θνησιμότητας οφείλεται επίσης ξεκάθαρα στην επιστημονική πρόοδο, άρα και οι δυο μεταβλητές είναι εξαρτημένες σε μεγάλο βαθμό σε έναν κοινό παράγοντα με τον οποίο πρέπει να είναι υψηλά συσχετιζόμενες. **Αλλά οι περισσότεροι άνθρωποι πιστεύω, συμφωνούν μαζί**

⁶⁷ G. Udny Yule, Why do we sometimes get Nonsense- Correlations between Time- Series? – A study in Sampling and the Nature of Time Series, Journal of the Royal Statistical Society, Vol. 89, No.1, Jan.1926, p.1-63

μου ότι αυτή η συσχέτιση είναι απλά καθαρή ανοησία, ότι δεν έχει κανέναν απολύτως νόημα και είναι παράλογο να υποθέτουμε ότι οι δυο μεταβλητές που συζητούμε μπορεί καθ' οποιονδήποτε τρόπο, όσο έμμεσος και αν είναι αυτός, να συσχετίζονται αιτιωδώς μεταξύ τους».

Οι Granger και Newbold (1974)⁶⁸ επισήμαναν ότι η ύπαρξη αυτοσυσχέτισης των καταλοίπων ήταν ένα σύμπτωμα που συσχετιζόταν με τις «χωρίς νόημα παλινδρομήσεις (nonsense regressions)».

Αντίστοιχο και διάσημο παράδειγμα αποτελεί η αναφορά του Hendry (1980)⁶⁹ ανάμεσα στο επίπεδο τιμών και την συνολική (αθροιστική) πτώση βροχής στην Αγγλία (η συγκεκριμένη σχέση η οποία αποδείχτηκε επαρκής σε πολλά οικονομετρικά διαγνωστικά τεστ χρησιμοποιήθηκε σατιρικά στην ύπαρξη μιας «εξελιγμένης» νέας θεωρίας για τον πληθωρισμό).

Μια ενδιαφέρουσα πρακτική εφαρμογή του προβλήματος της νόθου παλινδρόμησης είναι μέσω της εξομοίωσης Monte Carlo όπως εμφανίζεται στους Banerjee et al. (1993)⁷⁰ και την οποία αναπαράγουμε με την χρήση του λογισμικού Rats της Estima.

Έστω δυο χρονολογικές σειρές:

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t \text{ όπου } \varepsilon_t \sim IN(0,1)$$

Εξίσωση 1-10.

$$x_t = x_{t-1} + u_t \text{ όπου } u_t \sim IN(0,1)$$

Οι οποίες όπως είναι μη στάσιμες χρονολογικές σειρές (συγκεκριμένα είναι στάσιμες στις πρώτες διαφορές και στην παραπάνω μορφή αποτελούν τυχαίους περιπάτους).

Αφού δημιουργήσουμε 100 παρατηρήσεις από τα παραπάνω εκτιμούμε την παλινδρόμηση :

$$y_t = a + bx_t + \varepsilon_t$$

Εξίσωση 1-11.

Μέσω της στατιστικής t ελέγχουμε την στατιστική σημαντικότητα του συντελεστή b

$$H_0 : b = 0$$

$$H_1 : b \neq 0$$

Γνωρίζουμε a priori ότι οι δυο μεταβλητές δεν έχουν καμία ουσιαστική σχέση μεταξύ τους και άρα για να είναι επιτυχημένος ο έλεγχος περιμένουμε μη δυνατότητα απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης, δηλαδή ότι ο συντελεστής b δεν είναι στατιστικά σημαντικός).

Λαμβάνοντας ένα επίπεδο σημαντικότητας 5 % (δηλαδή απορρίπτοντας την μηδενική υπόθεση όταν η απόλυτη τιμή της στατιστικής t για τον συντελεστή b είναι μεγαλύτερη του 1.96) και επαναλαμβάνοντας τα παραπάνω βήματα 10.000 φορές μπορέσαμε να μην απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση μόλις στις 2.297 φορές.

⁶⁸ Granger, C.W.J., Newbold, P., Spurious Regressions in Econometrics, Journal of Econometrics 2 (1974) 111-120.

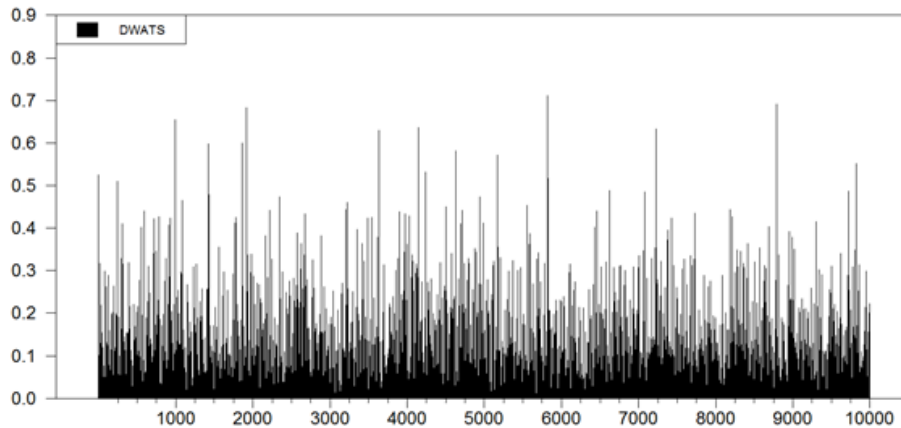
⁶⁹ Hendry F. David, "Econometrics-Alchemy or Science?" Economica, New Series, vol.74, No.188, nov.1980, pp.387-406

⁷⁰ Banerjee, A., Dolado, J.J., Galbraith, J.W. and D.F. Hendry (1993) Co-integration, Error Correction and the Econometric Analysis of Non-Stationary Data, Advanced Text in Econometrics, Oxford University Press.

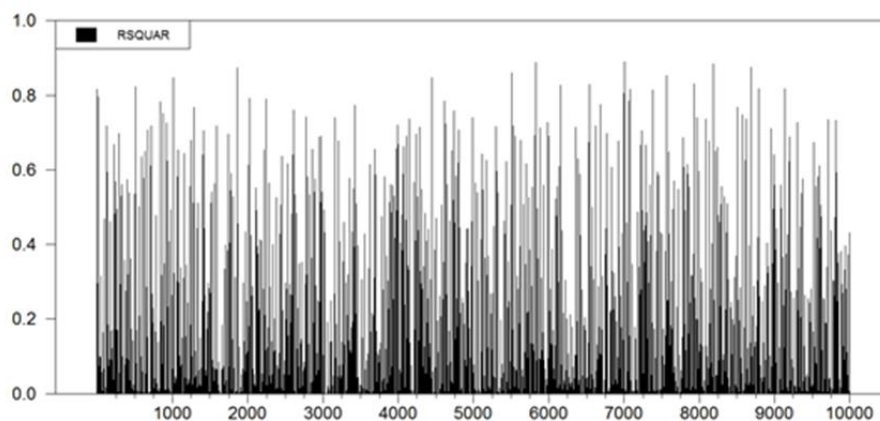
Δηλαδή στο 77,03 % των ελέγχων μπορούσαμε να απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση και άρα η σχέση να εμφανιστεί στατιστικά σημαντική (ενώ όπως αναφέραμε από την αρχή του πειράματος οι δυο σειρές είναι μεταξύ τους ασυσχέτιστες).

Τα παραπάνω συνοδεύτηκαν από χαμηλές τιμές της στατιστικής Durbin Watson (δείχνοντας μας την ύπαρξη αυτοσυσχέτισης) και υψηλές τιμές της στατιστικής R^2 όπως αποτυπώνεται στα κάτωθι Σχεδιαγράμματα.

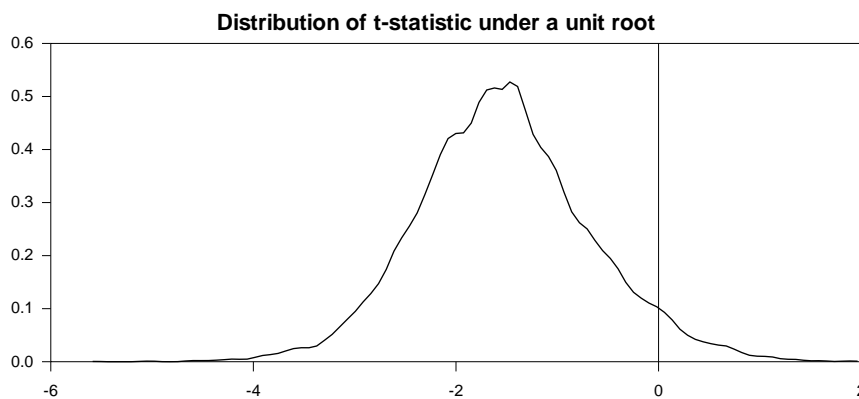
Διάγραμμα 1-49. Τιμές της στατιστικής Durbin Watson για 10.000 επαναλήψεις του πειράματος



Διάγραμμα 1-50. Τιμές R^2 στις 10.000 επαναλήψεις του πειράματος



Διάγραμμα 1-51. Κατανομή των τιμών της t-statistic για 10.000 επαναλήψεις του πειράματος



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Η εμφάνιση της “νόθου παλινδρόμησης” γίνεται γιατί οι σειρές λόγω της μη στασιμότητας θα εμφανίζουν μη στάσιμες τάσεις για ασυσχέτιστους μεταξύ τους λόγους, **όμως αυτή η φαινομενική συσχέτιση που θα εμφανίσουν λόγω αυτών των τάσεων θα παρερμηνευθεί από το υπόδειγμα σαν μια στατιστικά σημαντική σχέση μεταξύ των δυο μεταβλητών.**

Το πρόβλημα μάλιστα φαίνεται να αυξάνει καθώς αυξάνεται και ο αριθμός των παρατηρήσεων που χρησιμοποιούνται. (επαναλαμβάνοντας το πείραμα στο Rats με 1000 και 10.000 παρατηρήσεις για 10.000 επαναλήψεις το ποσοστό απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης αυξήθηκε σε 95,18 % (και άρα μόνο σε 482 περιπτώσεις αδυνατούσαμε να απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση) και σε 98,66 % (αντίστοιχα μόλις σε 134 περιπτώσεις)).

Για το πολύ υψηλό ποσοστό απόρριψης ευθύνεται το γεγονός ότι η στατιστική t δεν ακολουθεί τις τιμές της τυπικής κατανομής t που χρησιμοποιήσαμε για τον έλεγχο.

Υπάρχουν θεμελιώδεις διαφορές στα συμπεράσματα στα οποία καταλήγουμε όταν αναφερόμαστε σε μεγέθη που εμφανίζουν «νόθο παλινδρόμηση» και σε μεγέθη τα οποία είναι συνολοκληρωμένα και εκεί έγκειται και η σημασία του ελέγχου συνολοκλήρωσης μεταξύ των υπό εξέταση μεγεθών.

1.6. Ορισμός και Έννοια της γραμμικής Συνολοκλήρωσης (για δυο μεταβλητές)

Αν σε μια χρονολογική σειρά χρειάζεται να πάρουμε πρώτες διαφορές d φορές για να καταστεί αυτή στάσιμη τότε αυτή περιλαμβάνει d μοναδιαίες ρίζες και συμβολίζεται ως $I(d)$. Σε γενικές γραμμές ένας οποιοσδήποτε γραμμικός συνδυασμός μεταξύ $I(d)$ χρονολογικών σειρών θα είναι $I(d)$.

Αν όμως μεταξύ των δυο χρονολογικών σειρών υπάρχει ένα διάνυσμα $\beta = [a_1, a_2]$ (διάνυσμα συνολοκλήρωσης) για το οποίο θα ισχύει ότι

$$y_t \sim I(d), x_t \sim I(d) \quad \text{τότε } y_t, x_t \sim C.I(d, b)$$

Εξίσωση 1-12.

$$a_1 y_t + a_2 x_t \sim I(d - b)$$

τότε αυτές θα είναι συνολοκληρωμένες τάξεως (d, b) ⁷¹ όπου $0 < b \leq d$

Ιδιαίτερα ενδιαφέρουσα περίπτωση είναι όταν $d = b$ και όταν $d = b = 1$ καθώς τότε το διάνυσμα συνολοκλήρωσης μας δίνει μια $I(0)$ - στάσιμη σειρά (η πλειοψηφία των περιπτώσεων με τις οποίες θα ασχοληθούμε παρακάτω θα είναι $I(1)$ ή $I(2)$ χρονολογικές σειρές).

Ο περιορισμός στην παρούσα περίπτωση (με την χρήση δυο μεταβλητών) χρησιμοποιείτε γιατί όπως αποδεικνύεται στην περίπτωση αυτή και υπό την προϋπόθεση ότι ένας από τους συντελεστές των μεταβλητών τυποποιείται έτσι ώστε να ισούται με την μονάδα, τότε το διάνυσμα συνολοκλήρωσης είναι μοναδικό.

⁷¹ Κάτος Α., Οικονομετρία Θεωρία και Εφαρμογές Κεφ.11 σελ. 1004.

Σε περίπτωση που έχουμε n μεταβλητές που εξετάζουμε μπορούμε να έχουμε μέχρι και $n-1$ διανύσματα συνολοκλήρωσης και προτιμάται η χρήση διαφορετικής μεθοδολογίας ώστε να ελέγξουμε την ύπαρξη και αξιοποίηση αυτών των πληροφοριών.

Η σημασία της ύπαρξης συνολοκλήρωσης είναι εξαιρετικά σημαντική και για αυτό και από την παρουσίαση της ^{72,73} έως σήμερα η βιβλιογραφία έχει εκτενείς αναφορές και επεκτάσεις της αρχικής ιδέας.

Ήταν το paper των Davidson et al. (1978)⁷⁴ το οποίο τόνιζε την σημασία του $\ln(C_t) - \ln(Y_t)$ (διαφορά μεταξύ λογαρίθμου της κατανάλωσης και του εισοδήματος) στην πρόβλεψη του ρυθμού αύξησης της κατανάλωσης $\Delta \ln(C_t)$, κάτι το οποίο κέντρισε το ενδιαφέρον του Clive Granger καθώς γνώριζε ότι οι μεταβλητές είναι μη στάσιμες και άρα δεν θα έπρεπε να βρίσκονται στην παλινδρόμηση. Αυτή ήταν η αρχική ιδέα που οδήγησε τον Granger στην ανάπτυξη της συνολοκλήρωσης και του αντιπροσωπευτικού θεωρήματος του.

Σύμφωνα με τον Granger η ύπαρξη συνολοκλήρωσης μεταξύ μεγεθών υποθέτει ύπαρξη Granger αιτιότητας τουλάχιστον μιας κατεύθυνσης μεταξύ τους. Στην περίπτωση που οι μεταβλητές δεν είναι συνολοκληρωμένες οι έλεγχοι Granger αιτιότητας δείχνουν συσχέτιση παρά αιτιότητα.

Εκείνο το οποίο κάνει ενδιαφέρουσα την συνολοκλήρωση ουσιαστικά είναι ότι παρότι δυο μεγέθη είναι **μη στάσιμα υπάρχει μεταξύ τους μια σχέση μακροχρόνιας ισορροπίας η οποία και δεν επιτρέπει στα μεγέθη αυτά να απομακρύνονται πολύ το ένα από το άλλο ανοίγοντας τον δρόμο και για την εκτίμηση ενός υποδείγματος διόρθωσης λαθών το οποίο περιλαμβάνει την βραχυχρόνια πληροφορία της σχέσης μεταξύ των δυο μεταβλητών αλλά και πορεία προς την μακροχρόνια ισορροπία.**

Όπως αναφέρουν και οι ίδιοι «η συνολοκλήρωση μας δείχνει ότι η απομάκρυνση από την ισορροπία είναι στάσιμη, με πεπερασμένη διακύμανση, ακόμα και όταν οι ίδιες οι σειρές είναι μη στάσιμες και έχουν άπειρη διακύμανση».

1.7. Το Υπόδειγμα Διόρθωσης Λαθών (Error Correction Model – ECM)

Εφόσον λοιπόν εντοπιστεί συνολοκλήρωση μεταξύ δυο μεταβλητών (και άρα υπάρχει μακροχρόνια σχέση ισορροπίας μεταξύ τους) το επόμενο βήμα είναι πως μπορεί αυτή η πληροφορία να συμπεριληφθεί μαζί με την βραχυχρόνια συμπεριφορά των μεταβλητών (η οποία πληροφορία είναι αυτή που “χάναμε” όταν απλά λαμβάναμε πρώτες διαφορές στα επίπεδα των μεταβλητών).

Η απάντηση έρχεται από το αντιπροσωπευτικό θεώρημα του Granger (1986)⁷⁵ το οποίο μας επιτρέπει την προτυποποίηση ενός δυναμικού υποδείγματος για την βραχυχρόνια συμπεριφορά

⁷² Granger, C. W. J. (1981): "Some Properties of Time Series Data and Their Use in Econometric Model Specification," Journal of Econometrics, 121-130.

⁷³ Robert F. Engle and C. W. J. Granger, Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing. Econometrica, Vol. 55, No. 2 (Mar., 1987), pp. 251-276.

⁷⁴ James E.H. Davidson, David F. Hendry, Frank Srba, Stephen Yeo. "Econometric Modelling of the Aggregate Time Series Relationship Between Consumers' Expenditure and Income in the United Kingdom" The Economic Journal, vol.88, no.352, Dec.1978,661-692.

⁷⁵ Granger, Clive W J, 1986. "Developments in the Study of Cointegrated Economic Variables," Oxford Bulletin of Economics and Statistics, Department of Economics, University of Oxford, vol. 48(3), pages 213-28, August.

των μεταβλητών η οποία λαμβάνει υπόψη και την προσαρμογή στην μακροχρόνια ισορροπία και το οποίο ονομάζεται υπόδειγμα διόρθωσης λαθών.

Η μορφή του υποδείγματος είναι η εξής:

$$\Delta y_t = \text{υστερήσεις}(\Delta y_t, \Delta x_t) + \lambda * \varepsilon_{t-1} + u_t$$

Εξίσωση 1-13.

Όπου $-1 < \lambda < 0$, ε_t είναι τα κατάλοιπα από την σχέση συνολοκλήρωσης, u_t είναι ο διαταρακτικός όρος λευκού θορύβου και το λ αποτελεί τον βραχυχρόνιο συντελεστή προσαρμογής στην ισορροπία.

Το συγκεκριμένο υπόδειγμα επιτρέπει την προτυποποίηση της βραχυχρόνιας συμπεριφοράς της y_t εισάγοντας όμως και την πληροφορία σχετικά με το διάνυσμα συνολοκλήρωσης (δηλαδή την σχέση μακροχρόνιας ισορροπίας) ως ένα παράγοντα "διόρθωσης" ο οποίος ενεργοποιείται όταν το ε_t είναι διάφορο του μηδενός, δηλαδή όταν δεν βρισκόμαστε σε ισορροπία.

Με άλλα λόγια το ECM μας επιτρέπει «οι μακροχρόνιοι παράμετροι να υπακούουν στον περιορισμό της ισορροπίας ενώ οι βραχυχρόνιοι παράμετροι έχουν μια ευέλικτη δυναμική εξειδίκευση»⁷⁶.

Η μακροχρόνια σχέση σε επίπεδα μεταξύ των μεταβλητών δίνεται από το διάνυσμα συνολοκλήρωσης ενώ οι βραχυχρόνιες δυναμικές σχέσεις και δυναμικές προσαρμογές μεταξύ των πρώτων διαφορών των μεταβλητών δίνεται από το ECM μηχανισμό.

1.8. Η σημασία της έννοιας της συνολοκλήρωσης στην Οικονομική Θεωρία

Η Οικονομική θεωρία και η μελέτη των Οικονομικών μεγεθών και πραγματικότητας μαρτυράει πλήθος περιπτώσεων μεταξύ των οποίων υπονοείται μια μακροχρόνια σχέση ισορροπίας παρότι εμπειρικά εμφανίζεται η ύπαρξη απόκλισης από αυτήν αλλά και η μη στάσιμη συμπεριφορά των μεγεθών αυτών. Μεταξύ των περιπτώσεων αυτών είναι και:

- Η υπόθεση του μόνιμου εισοδήματος (Permanent income hypothesis) η οποία υπονοεί την ύπαρξη συνολοκλήρωσης μεταξύ κατανάλωσης και εισοδήματος
- Η Ζήτηση χρήματος η οποία υπονοεί την ύπαρξη συνολοκλήρωσης μεταξύ του ονομαστικού εισοδήματος, των τιμών και των επιτοκίων
- Η Ισοδυναμία Αγοραστικής Δύναμης (Purchasing Power Parity) και ο νόμος της μιας τιμής τα οποία υπονοούν την ύπαρξη συνολοκλήρωσης μεταξύ των συναλλαγματικών ισοτιμιών και του επιπέδου τιμών εγχωρίων και εισαγόμενων αγαθών
- Η εξίσωση του Fisher η οποία υπονοεί την ύπαρξη συνολοκλήρωσης μεταξύ των ονομαστικών επιτοκίων και του πληθωρισμού

⁷⁶ Robert F. Engle and C. W. J. Granger, Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing. *Econometrica*, Vol. 55, No. 2 (Mar. 1987), pp. 251-276.

- Η υπόθεση των προσδοκιών σχετικά με την ύπαρξη συνολοκλήρωσης μεταξύ των ονομαστικών επιτοκίων χρημ/κων τίτλων διαφορετικής λήξης.

Όπως αναφέραμε και σε προηγούμενη ενότητα σχετικά με τις πηγές της Μη Γραμμικότητας στην πραγματική Οικονομία (και μέσα στο πλήθος των παραδειγμάτων περιλαμβάνονται και οι παραπάνω περιπτώσεις) μπορούμε να καταλήξουμε στην σημαντικότητα της επέκτασης της Μη Γραμμικότητας στην έννοια της συνολοκλήρωσης.

1.9. Μη Γραμμική Συνολοκλήρωση: Σύγχρονες Απόψεις

Η έννοια της συνολοκλήρωσης όπως την εισήγαγε ο Granger (1981) και εξελίχθηκε από τους Engle και Granger (1987) αφορά έναν γραμμικό συνδυασμό μη στάσιμων μεταβλητών οι οποίες συνδέονται από μια μακροχρόνια σχέση ισορροπίας μέσα σε ένα γραμμικό δυναμικό σύστημα.

Αν η Οικονομική Θεωρία προτείνει γραμμική σχέση ισορροπίας μεταξύ των χρονοσειρών η ιδέα της γραμμικής συνολοκλήρωσης αρκεί για την διερεύνηση της θεωρίας, **αν όμως η θεωρία προτείνει Μη Γραμμική σχέση ισορροπίας η ιδέα της συνολοκλήρωσης πρέπει να επεκταθεί**⁷⁷.

Στα κλασσικά EC (Error Correction) υποδείγματα με συνολοκληρωμένες μεταβλητές ο μηχανισμός προσαρμογής (equilibrium correction) είναι γραμμικός.

Η υπόθεση αυτή της γραμμικότητας όταν γίνεται αποδεκτή, αυτόματα φέρει μαζί τρεις ισχυρούς περιορισμούς στην υποκείμενη οικονομική συμπεριφορά⁷⁸:

1. Η μακροχρόνια σχέση ισορροπίας είναι μοναδική
2. Η προσαρμογή στην ισορροπία είναι συμμετρική
3. Η διόρθωση προς την ισορροπία είναι μια σταθερή αναλογία με το προηγούμενο σφάλμα ανισορροπίας

Αυτός ο περιορισμός της γραμμικότητας και η ύπαρξη πλήθους παραδειγμάτων στα οποία η θεωρία αλλά και η παρατήρηση υπονοεί ύπαρξη Μη Γραμμικών σχέσεων, οδήγησε όπως ήταν αναμενόμενο σε μια σειρά προσπαθειών επέκτασης της γραμμικής συνολοκλήρωσης σε ένα Μη Γραμμικό περιβάλλον με στόχο να ξεπεραστούν οι περιορισμοί της γραμμικότητας.

Όπως αναφέρουν οι Dufrenot και Mignon (2002)⁷⁹ «ξεκάθαρα, υπάρχουν πολλά γεγονότα και στοιχεία τα οποία θα μπορούσαμε να επικαλεστούμε για την μη άμεση προσαρμογή στην συμπεριφορά των Οικονομικών μεταβλητών. Για παράδειγμα στις χρηματοοικονομικές αγορές οι τιμές περιορίζονται από επίμονες βραχυχρόνιες ανισορροπίες εξαιτίας φραγμών στην πληροφόρηση, κόστους συναλλαγών, noise trading κλπ.

Τα παραπάνω υποδηλώνουν μια ταχύτητα προσαρμογής των τιμών η οποία δεν είναι σταθερή σε σχέση με τον χρόνο και έναν γραμμικό μηχανισμό διόρθωσης».

⁷⁷ Granger, C. W. J. and Hallman, J. J. (1991) Long-memory series with attractors, Oxford Bulletin of Economics and Statistics, 53, 11–26.

⁷⁸ Escribano, A. (2004) "Nonlinear Error Correction: The Case of Money Demand in the U.K, 1878–1970," Macroeconomic Dynamics, 8(1): 76–116.

⁷⁹ Gilles Dufrenot και Valerie Mignon (2002) «Recent Developments in Nonlinear Cointegration with Applications to Macroeconomics and Finance».

Για τους παραπάνω λόγους η γραμμικότητα η οποία είναι προ-απαιτούμενο στον ορισμό της ολοκλήρωσης των σειρών και της συνολοκλήρωσης οδηγεί αναγκαία στην επέκταση της έννοιας στην Μη Γραμμικότητα.

Η έρευνα μπορεί να χωριστεί σε τρία πεδία⁸⁰ (ανάλογα με τον τρόπο ορισμού και διερεύνησης της Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης)

- *Εκείνο το οποίο επεκτείνει τα EC υποδείγματα ώστε να συμπεριλαμβάνουν βραχυχρόνια Μη Γραμμικότητα αλλά και Μη Γραμμική προσαρμογή στην ισορροπία (συμπεριλαμβάνοντας στο Error Correction Model έναν Μη Γραμμικό όρο για την μετάβαση στην ισορροπία), διατηρώντας γραμμικό το διάλυσμα συνολοκλήρωσης (δηλ. την σχέση ισορροπίας)*
- *Εκείνο το οποίο μελετά άμεσα την σχέση συνολοκλήρωσης ως Μη Γραμμική*
- *Εκείνο το οποίο επιτρέπει Μη Γραμμικότητα τόσο άμεσα στην σχέση συνολοκλήρωσης όσο και Μη Γραμμική προσαρμογή στην ισορροπία στο Error Correction Model*

Η υπάρχουσα βιβλιογραφία στο θέμα είναι εκτενής με πολύ μεγάλο και συνεχώς αυξανόμενο πλήθος αναφορών και εφαρμογών σε μια σειρά από Μακροοικονομικά και Χρηματοοικονομικά μεγέθη, τεκμηριώνοντας το ερευνητικό ενδιαφέρον αλλά και τις ανάγκες επέκτασης της Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης στους συγκεκριμένους τομείς της Οικονομικής Επιστήμης.

Ο Dumas(1992)⁸¹ στην μελέτη του Purchasing Parity Puzzle δείχνει ότι παρουσία κόστους συναλλαγών δημιουργούνται δυο ζώνες.

Η 1^η ζώνη ονομάζεται "no trade band" όπου το arbitrage και η προσαρμογή στην ισορροπία δεν πραγματοποιούνται αφού τα αναμενόμενα κέρδη είναι μικρότερα από το κόστος συναλλαγής, το οποίο σημαίνει ότι στην συγκεκριμένη περιοχή οι τιμές μπορούν να είναι συνεχώς απομακρυσμένες από την ισορροπία χωρίς οι δυνάμεις της αγοράς να τις επιστρέφουν σε αυτή (θεμελιώδεις τιμές). Οι αποκλίσεις παραμένουν χωρίς διόρθωση εφόσον είναι μικρές σε σχέση με τα κόστη συναλλαγών και είναι ελεύθερες να ακολουθούν μια διαδικασία μοναδιαίας ρίζας στην συγκεκριμένη περιοχή.

Η ανισορροπία διορθώνεται μόνο στην 2^η ζώνη ("trade band"), όπου οι αποκλίσεις τιμών δημιουργούν ευκαιρίες arbitrage αρκετά μεγάλες ώστε τα αναμενόμενα κέρδη να δικαιολογήσουν τα κόστη συναλλαγών.

Η παραπάνω διαδικασία αποτελεί περίπτωση όπου η σχέση συνολοκλήρωσης ενεργοποιείται σε συγκεκριμένες περιπτώσεις συσχετιζόμενες με την πορεία μιας μεταβλητής ελέγχου (εδώ του μεγέθους της απόκλισης σε σχέση με τα κόστη συναλλαγών) αντιδρώντας στην 1^η ζώνη σαν μη στάσιμη διαδικασία.

⁸⁰ Mohamed El Hedi Aroui, Fredj Jawadi and Duc Khuong Nguyen. «Nonlinear Cointegration and Nonlinear Error-Correction Models: Theory and Empirical Applications for Oil and Stock Markets» από το βιβλίο « Nonlinear Financial Econometrics: Markov Switching Models, Persistence and Nonlinear Cointegration», Gregoriou, Pascaulau (2011).

⁸¹ Dumas, B. (1992). "Dynamic Equilibrium and the Real Exchange Rate in a Spatially Separated World", Review of Financial Studies 2, 153-180.

Ανάλογα αποτελέσματα είχαν η Anderson (1997)⁸² στα επιτόκια (χρήση Nonlinear Error Correction υποδείγματος), οι Michael et. Al (1997)⁸³ στις συναλλαγματικές ισοτιμίες και μια σειρά άλλων papers τα οποία απορρίπτουν την γραμμική προσαρμογή (η οποία όπως αναφέραμε είναι συμμετρική, άμεση και συνεχής).

Οι Granger και Teräsvirta (1993)⁸⁴ στον βιβλίο τους “Modelling Nonlinear Economic Relationships” αναφέρονται στην σημαντικότητα της Μη Γραμμικότητας στην προτυποποίηση και προβλέπουν μια ανάλογη πορεία με την εξέλιξη των γραμμικών υποδειγμάτων που αναμένεται να αποκτήσουν οι Μη Γραμμικές επεκτάσεις τους.

Αναφέρονται σε ένα σύνολο περιπτώσεων και απλών Μη Γραμμικών υποδειγμάτων των οποίων η χρήση τεκμηριώνεται και θεωρητικά (TAR, bilinear κ.α.) και θέτει σημαντικές αρχές για την κατασκευή και χρήση αυτών σε μεγέθη που εξετάζει η Οικονομική Επιστήμη.

Σε αυτό επίσης οι συγγραφείς συζητούν τις έννοιες της long range εξάρτησης στον μέσο και την extended memory μιας χρονοσειράς τα οποία χρησιμεύουν στο να γενικεύσουν την γραμμική έννοια της ολοκλήρωσης (I(1)) ώστε να γίνει δυνατή η χρήση της στο Μη Γραμμικό πλαίσιο.

Οι Balke and Fomby (1997)⁸⁵ εισήγαγαν την έννοια της Threshold Cointegration όπως θα εξεταστεί αναλυτικότερα στο επόμενο Κεφάλαιο.

Δημιούργησαν δηλαδή με την χρήση TAR (Threshold AutoRegressive) υποδειγμάτων (τα οποία αργότερα επεκτάθηκαν επιτρέποντας ένα σύνολο διαφορετικών εναλλακτικών για προσαρμογή στην ισορροπία με τα Smooth Transition Threshold) μια διαδικασία προσαρμογής στην μακροχρόνια ισορροπία η οποία ήταν ασυνεχής.

Στο υπόδειγμα τους το σφάλμα ισορροπίας ακολουθεί μια TAR διαδικασία η οποία είναι mean reverting (επιστρέφει δηλαδή στην ισορροπία) όταν βρίσκεται έξω από ένα επίπεδο τιμών (σε σχέση με το threshold) και περιέχει μοναδιαία ρίζα (καμία προσαρμογή στην ισορροπία) όταν βρίσκεται εντός ενός δεδομένου επιπέδου τιμών.

Όπως αναφέραμε και παραπάνω η κεντρική ιδέα για Threshold Cointegration είναι ότι η διαδικασία προσαρμογής στην ισορροπία βρίσκεται ανενεργή όταν μια συγκεκριμένη μεταβλητή ελέγχου (η threshold μεταβλητή, π.χ. η ίδια η ανισορροπία) βρίσκεται εντός κάποιων συγκεκριμένων ορίων (π.χ. το αναμενόμενο έσοδο, το οποίο εδώ είναι η ανισορροπία, είναι μικρότερο του κόστους συναλλαγής για κάποια χρηματιστηριακή συναλλαγή).

Όταν αυτή η απόκλιση ξεπεράσει κάποιο συγκεκριμένο όριο τότε η σχέση συνολοκλήρωσης “ενεργοποιείται” και μαζί της και ο μηχανισμός προσαρμογής (π.χ. το έσοδο είναι μεγαλύτερο του κόστους συναλλαγών και άρα η πώληση της μετοχής έχει κάποιο κέρδος).

Αντίστοιχα παραδείγματα ανάλογων συμπεριφορών (στα οποία εφαρμογή της Threshold Cointegration μπορεί να συμπεριλάβει συμπεριφορές που η απλή γραμμική συνολοκλήρωση

⁸² Heather M. Anderson, Transaction costs and Non-linear adjustment towards equilibrium in the US treasury bill market, Oxford bulletin of Economics and Statistics, 59, 4 (1997) 0305-9049

⁸³ Michael P, Nobay A.R, D.A. Peel 1997, Transaction costs and nonlinear adjustment in real exchange rates: an empirical investigation. Journal of Political Economy 105,803-879

⁸⁴ Granger, C.W.J. and Teräsvirta, T. (1993) Modeling Nonlinear Economic Relationships, Oxford University Press: Oxford, UK.

⁸⁵ Balke S. Nathan, Fomby B. Thomas, Threshold Cointegration,” International Economic Review, vol 38, no.3 (Aug.1997), pp 627-645

αδυνατεί) δίνονται από τους συγγραφείς, όπως ο καθορισμός συναλλαγματικών ισοτιμιών και η εξισορρόπηση του επιπέδου τιμών των προϊόντων (η οποία καθορίζεται από διακριτές παρεμβάσεις και όχι συνεχείς, εξ' ου και η ασυνέχεια στην προσαρμογή), target zones υποδείγματα για συναλλαγματικές ισοτιμίες που προκαλούν παρέμβαση των Κεντρικών Τραπεζών όταν ξεπεράσουν ένα συγκεκριμένο χώρο στα όρια του οποίου μπορούν να κινούνται ελεύθερα (μη στάσιμα) και πλήθος άλλων περιπτώσεων.

Οι Escribano και Granger (1995)⁸⁶ ελέγχουν την ύπαρξη μιας πιθανής μακροχρόνιας σχέσης ισορροπίας μεταξύ των αποδόσεων χρυσού/ασημιού με μια σειρά μεθοδολογιών περιλαμβανομένου και του υποδείγματος Μη Γραμμικής διόρθωσης σφαλμάτων (Non Linear Error Correction).

Χρησιμοποιούν μηνιαία στοιχεία (IMF International Financial Statistics) από το 1971 έως το 1990 λαμβάνοντας και υπόψη μια καταγεγραμμένη «bubble» στην τιμή του ασημιού την περίοδο 1979-80. Η περίοδος 1990-1994 αποτελεί την εκτός δείγματος περίοδο όπου και εξετάζεται η προβλεπτική ικανότητα των προτεινόμενων υποδειγμάτων.

Οι συγγραφείς βρίσκουν ότι τα Μη Γραμμικά υποδείγματα αποδίδουν καλύτερα από την περίπτωση τυχαίου περιπάτου εντός και εκτός δείγματος για τις αποδόσεις του χρυσού ενώ για τις αποδόσεις του ασημιού αποδίδουν καλύτερα εντός δείγματος αλλά εκτός δείγματος η προβλεπτική ικανότητα τους φαίνεται να είναι μικρότερη (το οποίο οι συγγραφείς αποδίδουν στην ύπαρξη δομικής αλλαγής που συμβαίνει στην διακύμανση εκτός δείγματος).

Για τον Μη Γραμμικό συντελεστή διόρθωσης του Error Correction εκτιμούν τέσσερις Μη Γραμμικές εναλλακτικές μεταξύ των οποίων την Cubic Function και Threshold προσαρμογή με μεταβλητή εξάρτησης την πρώτη διαφορά της ανισορροπίας (αν η διαφορά είναι θετική η αρνητική επηρεάζει ασύμμετρα την προσαρμογή).

Οι Escribano και Pfann(1998)⁸⁷ εξετάζουν τα Nonlinear Error Correction υποδείγματα και καταλήγουν στην προτυποποίηση ενός τριμετάβλητου συστήματος μεταξύ της ανεργίας, μισθών και κεφαλαίου (capital stock) για το Ηνωμένο Βασίλειο.

Παρότι και οι δυο μέθοδοι (γραμμική και Μη Γραμμική) δίνουν αποδεκτά αποτελέσματα η χρήση της Μη Γραμμικής μεθόδου αποκαλύπτει την ασυμμετρία της αντίδρασης των μεταβλητών σε σχέση με το αν η ανισορροπία είναι αρνητική η θετική (η προσαρμογή σε ένα υψηλότερο επίπεδο δεν είναι απαραίτητο να είναι συμμετρική με την προσαρμογή σε ένα χαμηλότερο επίπεδο). Επίσης οι συγγραφείς αναφέρονται και στις δυνατότητες των Cubic και Rational Polynomials για την προτυποποίηση τέτοιων σχέσεων.

Στην εφαρμογή καταλήγουν ότι οι “white collar” εργαζόμενοι προσλαμβάνονται πολύ ευκολότερα στις περιόδους οικονομικής ανάπτυξης απ’ ότι απολύονται τις περιόδους ύφεσης.

Ο Sadorsky(1999)⁸⁸ ήταν ανάμεσα στους πρώτους ερευνητές οι οποίοι κατέδειξαν την **ασύμμετρη επίδραση των τιμών πετρελαίου στις αποδόσεις των μετοχών**. Συγκεκριμένα

⁸⁶ Granger, C.W.J. (Clive William John) & Escribano, Álvaro, 1998. "Investigating the relationship between gold and silver prices," DES - Working Papers. Statistics and Econometrics. WS 4517, Universidad Carlos III de Madrid. Departamento de Estadística.

⁸⁷ Escribano, Alvaro & Pfann, Gerard A., 1998. "Non-linear error correction, asymmetric adjustment and cointegration," Economic Modelling, Elsevier, vol. 15(2), pages 197-216, April.

⁸⁸ Sadorsky, P. (1999) Oil price shocks and stock market activity, Energy Economics, 21, 449–69. doi:10.1016/S0140-9883 (99)00020-1.

ότι θετικές μεταβολές στην τιμή του πετρελαίου έχουν μεγαλύτερη επίδραση στην απόδοση των μετοχών των ΗΠΑ απ' ότι αρνητικές μεταβολές. Αυτού του τύπου οι ασυμμετρίες αποτελούν σημαντική πληροφόρηση η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί από τους επενδυτές, τις αρμόδιες αρχές και τις επιχειρήσεις για να ελέγξουν τα χαρτοφυλάκια αλλά και τις επενδυτικές στρατηγικές τους, ελαχιστοποιώντας την έκθεση στο ρίσκο της τιμής του πετρελαίου.

Οι Franses and Vand Dijk (2000)⁸⁹ στο βιβλίο τους «Nonlinear time series in empirical finance» αναλύουν μια σειρά Μη Γραμμικών χαρακτηριστικών που έχουν οι χρηματοοικονομικές χρονοσειρές μεταξύ των οποίων και :

- Υψηλές αποδόσεις εμφανίζονται πιο συχνά απ' ότι αναμένονται βάσει των υποθέσεων του γραμμικού υποδείγματος
- Οι υψηλές αυτές αποδόσεις είναι πιο συχνά αρνητικές απ' ότι θετικές
- Οι υψηλές αποδόσεις συχνά παρουσιάζουν ομαδοποιημένες (clustering) περιόδους υψηλής μεταβλητότητας (και υψηλών αποδόσεων) οι οποίες εναλλάσσονται με περιόδους σχετικής ηρεμίας με μια σχετική σταθερότητα των αποδόσεων
- Περίοδοι υψηλής μεταβλητότητας ακολουθούν συνήθως υψηλές αρνητικές αποδόσεις στην χρηματιστηριακή αγορά

Ο Liu(2001)⁹⁰ χρησιμοποιεί ένα Smooth Transition Error Correction (STECM) υπόδειγμα για την προτυποποίηση του ετήσιου και πενταετούς επιτοκίου επιτρέποντας Μη Γραμμική προσαρμογή στην μακροχρόνια ισορροπία.

Το STECM είτε με

- σταθερά *threshold*
- *time varying threshold*

αποδεικνύεται ότι έχει καλύτερη προσαρμοστικότητα στα δεδομένα και μικρότερα σφάλματα πρόβλεψης απ' ότι η γραμμική εναλλακτική που ελέγχεται.

Το STECM αφορά τρεις καταστάσεις (regimes) όπου η ανισορροπία είναι υψηλή και θετική, μικρή, και υψηλή και αρνητική σε σχέση με τα επιτόκια των αντίστοιχων κρατικών ομολόγων. Το δείγμα καλύπτει την περίοδο Ιανουάριου του 1993 έως Σεπτεμβρίου του 2000 με εβδομαδιαία στοιχεία (μονοετές και πενταετές επιτόκιο σε εβδομαδιαία βάση).

Οι Enders and Siklos(2001)⁹¹ αναφερόμενοι σε μια σειρά εργασιών οι οποίες ασχολούνται με ασύμμετρη (Μη Γραμμική) προσαρμογή σημαντικών Μακροοικονομικών μεταβλητών ενώ αναφέρονται στην περίπτωση του ελέγχου συνολοκλήρωσης με Asymmetric Error Correction με την χρήση δυο τύπων υποδειγμάτων, των TAR (Threshold Autoregressive) και M-TAR (Momentum Threshold Autoregressive) τα οποία αν και θεμελιωδώς ανάλογα μεταξύ τους προτυποποιούν διαφορετικής μορφής ασυμμετρία.

⁸⁹ Franses, Van Dijk, Nonlinear time series models in empirical finance, 2000.

⁹⁰ Liu, Y. (2001) "Modelling Mortgage Rate Changes with a Smooth Transition Error Correction Model," Working Paper, No. 23, Bank of Canada.

⁹¹ Enders, W. and Siklos, P. L. (2001). Cointegration and threshold adjustment. Journal of Business and Economic Statistics 19 166–176.

Αφού παρέχουν τις μεθόδους εκτίμησης των παραπάνω σχέσεων και τον έλεγχο για ύπαρξη η όχι αντίστοιχης μορφής συνολοκλήρωσης (στην περίπτωση γνωστού και αγνώστου threshold) τους εφαρμόζουν στην σχέση μεταξύ του επιτοκίου των Ομοσπονδιακών κεφαλαίων και το δεκαετές κυβερνητικό ομόλογο στα οποία η M-TAR προσαρμογή εντοπίζει σχέση συνολοκλήρωσης.

Οι Escribano and Mira (2002)⁹² προτείνουν ένα θεωρητικό υπόβαθρο βασισμένο στην έννοια του Near Epoch Dependence ώστε να οδηγήσουν στην επέκταση του γραμμικού ECM στο επίπεδο της Μη Γραμμικότητας και στην αντίστοιχη μερική επέκταση του αντιπροσωπευτικού θεωρήματος του Granger.

Με τον τρόπο αυτό και με την χρήση της κλασσικής έννοιας της ολοκλήρωσης των μεταβλητών $I(1)$ οι οποίες ακολουθούν ένα Nonlinear Error Correction (NEC) υπόδειγμα προκύπτει σχέση συνολοκλήρωσης κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες για τον Μη Γραμμικό συντελεστή διόρθωσης.

Οι Dufrénot and Mignon (2002)⁹³ συγκεντρώνουν στο βιβλίο τους την σχετική βιβλιογραφία και το σύνολο των διαφορετικών προσεγγίσεων στην έννοια της Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης αλλά και των διαφορετικών ορισμών και μεθόδων ελέγχου από την κάθε προσέγγιση. Ιδιαίτερη σημασία δίνουν όσον αφορά στην εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα του Threshold Nonlinear ECM.

Ο Escribano (2004)⁹⁴ με την χρήση Nonlinear Error Correction (NEC) υποδείγματος εξετάζει την περίπτωση της ζήτησης χρήματος στο Ηνωμένο Βασίλειο για την περίοδο 1878-2000.

Στο συγκεκριμένο paper εξετάζονται και οι ιδιότητες των Cubic Polynomial και Rational Polynomial για εφαρμογή στα NEC υποδείγματα και το πώς μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην αναγνώριση των άγνωστων threshold σημείων και τον έλεγχο της σταθερότητας της μακροχρόνιας ισορροπίας.

Οι Jawadi and Prat (2009)⁹⁵ με την βοήθεια Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης (Μη Γραμμικότητα στην προσαρμογή στην ισορροπία) εξετάζουν τις τιμές των μετοχών σε σχέση με την θεμελιώδη τους αξία.

Αφού αριθμούν μια σειρά ερευνών οι οποίες αναφέρουν τους θεωρητικούς λόγους ύπαρξης της ασυμμετρίας (παράλογες "μόδες" στις επενδυτικές επιλογές που δημιουργούν επίμονες αποχωρήσεις από την ισορροπία, υπερβολική εμπιστοσύνη επενδυτών που πιθανώς αιτιολογούν τις θετικές αποστάσεις των τιμών από τις θεμελιώδεις, καθυστέρηση στην ανταπόκριση των επενδυτών στα γεγονότα που αφορούν θεμελιώδεις αξίες με σταδιακή ενσωμάτωση τους, ετερογένεια επενδυτών και των προσδοκιών τους, κόστη συναλλαγών τα οποία ουσιαστικά καθορίζουν την ταχύτητα της προσαρμογής σε σχέση με το μέγεθος της

⁹² Alvaro Escribano & Santiago Mira, 2001. "Nonlinear error correction models," Documentos de trabajo conjunto ULL-ULPGC 2001-03, Facultad de Ciencias Económicas de la ULPGC.

⁹³ Dufrenot and Mignon (2002), "Recent Developments in Nonlinear Cointegration with Applications to Macroeconomics and Finance", Springer.

⁹⁴ Escribano, A. (2004) "Nonlinear Error Correction: The Case of Money Demand in the U.K, 1878–1970," Macroeconomic Dynamics, 8(1): 76–116.

⁹⁵ Fredj Jawadi & Georges Prat, 2009. "Nonlinear Stock Price Adjustment in the G7 Countries," Economix Working Papers 2009-21, University of Paris West - Nanterre la Défense, Economix.

απόκλισης), οι συγγραφείς λαμβάνουν υπόψη τα κόστη συναλλαγών και την ετερογένεια των επενδυτών.

Η προτυποποίηση γίνεται με ένα Switching Transition Error Correction Model (SwTECM) όσον αφορά τον μηχανισμό προσαρμογής και τα μερίσματα παρουσιάζονται από ένα Smooth Transition Autoregressive (STAR) υπόδειγμα το οποίο την κατατάσσει στην κατηγορία μελετών της Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης με Μη Γραμμικότητα στον όρο προσαρμογής.

Το δείγμα αφορά τις G7 συμπεριλαμβάνοντας την αλληλεξάρτηση (η contagion effect) ανάμεσα στις χρηματιστηριακές αγορές. Οι συγγραφείς εντοπίζουν ισχυρά στοιχεία Μη Γραμμικής mean reversion για τις χρηματιστηριακές αγορές των G7 με την ταχύτητα προσαρμογής να εξαρτάται με την απόκλιση από τις θεμελιώδεις τιμές.

Οι Ghosh και Kanjilal (2014)⁹⁶ εξετάζουν την σχέση μεταξύ της διεθνούς τιμής του αργού πετρελαίου και του Χρηματιστηρίου της Ινδίας για την περίοδο 2/1/2003-28/7/2011 με την χρήση της μεθοδολογίας των Gregory και Hansen(1996) για 1 break και Hatemi-J (2008)⁹⁷ για δυο break μορφής Regime Shift στο διάνυσμα συνολοκλήρωσης. Οι συγγραφείς δεν μπορούν να βρουν ισχύ για την ύπαρξη συνολοκλήρωσης στο σύνολο του δείγματος αλλά επιτυγχάνουν να βρουν σχέση σε μια εξεταζόμενη υποπερίοδο του συνόλου καταλήγοντας ότι «η ύπαρξη σχέσης συνολοκλήρωσης δείχνει ότι υπήρξε δομική αλλαγή στην λειτουργία του Χρηματιστηρίου της Ινδίας ξεκινώντας από το 2009. Η κρίση των subprime και η εξαιρετική μεταβλητότητα στις τιμές του αργού πετρελαίου πιθανώς άλλαξαν την εμπειρική σχέση μεταξύ του Χρηματιστηρίου και της διεθνούς τιμής αργού πετρελαίου».

Ο Chevalier (2012)⁹⁸ εξετάζει με μεθόδους εύρεσης Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης την σχέση μεταξύ spot και futures τιμών του άνθρακα και συγκεκριμένα με ένα VECM με δομική αλλαγή και την μεθοδολογία των Hansen and Seo (2002). Στην 1^η περίπτωση βρίσκει σχέση συνολοκλήρωσης (και δομικής αλλαγής το 2008) και στην 2^η αφού απορρίπτει την γραμμική συνολοκλήρωση έναντι της Threshold εναλλακτικής εντοπίζει ξανά σχέση Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης με ύπαρξη 2 – regimes και άρα την ύπαρξη ασύμμετρης προσαρμογής στην ισορροπία.

Οι Athanaseas, Katrakilidis και Trachanas (2014)⁹⁹ επανεξετάζουν την μακροοικονομική σχέση μεταξύ Κρατικών δαπανών και εσόδων για την περίπτωση της Ελληνικής Οικονομίας την περίοδο 1999-2010 με την χρήση της μεθόδου asymmetric ARDL συνολοκλήρωσης των Shin, Yu και Greenwood- Nimmo (2011)¹⁰⁰. Οι συγγραφείς εντοπίζουν σχέση συνολοκλήρωσης στην εκτίμηση της Error Correction μορφής του ARDL υποδείγματος και κατόπιν ελέγχουν για την ύπαρξη βραχυχρόνιας και μακροχρόνιας ασυμμετρίας την οποία και εντοπίζουν.

⁹⁶ Sajal Ghosh, Kakali Kanjilal (2014), Co-movement of international crude oil price and Indian Stock Market: Evidences from Nonlinear Cointegration tests, Energy Economics.

⁹⁷ Hatemi-J, A., 2008. Tests for cointegration with two unknown regime shifts with an application to financial market integration. Empir. Econ. 35 (3), 497–505.

⁹⁸ Julien Chevallier, 2012. "Cointegration between carbon spot and futures prices: from linear to nonlinear modeling," Economics Bulletin, AccessEcon, vol. 32(1), pages 160-181.

⁹⁹ Athanasios Athanaseas, Constantinos Katrakilidis, Emmanoyil Trachanas. Government spending and revenues in the Greek economy: evidence for nonlinear cointegration. Empirica, May 2014, volume 41, issue 2, pp 365-376.

¹⁰⁰ Shin, Y., Yu, B., Greenwood-Nimmo, M., (2011) Modelling asymmetric cointegration and dynamic multipliers in a nonlinear ARDL framework. Mimeo.

Καταλήγουν στο ότι τα αποτελέσματα τους επιβεβαιώνουν την υπόθεση δημοσιονομικού συγχρονισμού (όπου τα έσοδα και οι δαπάνες καθορίζονται ταυτόχρονα) αλλά το ένα αντιδρά ασύμμετρα στο άλλο σε σχέση με το αν το ένα μέγεθος αυξάνεται η μειώνεται.

Οι Arac και Yalta (2015)¹⁰¹ εξετάζουν την υπόθεση των προσδοκιών όσον αφορά το επίπεδο του επιτοκίου και την περίοδο ωρίμανσης, επιτρέποντας η προσαρμογή μεταξύ βραχυχρόνιων και μακροχρόνιων επιτοκίων να γίνεται Μη Γραμμικά.

Ο έλεγχος που χρησιμοποιείται είναι των Kapetanios et al. (2006)¹⁰² για εύρεση Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης και λαμβάνοντας υπόψιν τις συνέπειες της παγκόσμιας Οικονομικής κρίσης βρίσκουν υποστηρικτικά δεδομένα για την υπόθεση των προσδοκιών στην περίπτωση της Ελλάδας την περίοδο της κρίσης χρέους.

Στην πλέον πρόσφατη βιβλιογραφία εξακολουθεί να υπάρχει έντονο ερευνητικό ενδιαφέρον για την εφαρμογή αυτής της «Μη Γραμμικής οπτικής» στην εύρεση μακροχρόνιων σχέσεων ισορροπίας και συμμεταβολής των μεγεθών ενδιαφέροντος.

Οι Chang & Chen (2017)¹⁰³ εξετάζουν με μεθόδους γραμμικής και Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης της ύπαρξη σχέσης μεταξύ του Μακροοικονομικού μεγέθους της ανεργίας και του πλήθους των αυτοκτονιών. Συγκεκριμένα αξιοποιούν την γραμμική και Μη Γραμμική ARDL μεθοδολογία ύπαρξης συνολοκλήρωσης για τις ΗΠΑ την περίοδο 1928-2013, με σκοπό την εύρεση ασύμμετρης αντίδρασης μεταξύ των παραπάνω μεγεθών. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα τους εντοπίζεται ασύμμετρη αντίδραση μεταξύ του μεγέθους της ανεργίας και του ποσοστού αυτοκτονιών για την κατηγορία άνω των 45 ετών, υποδηλώνοντας ουσιαστικά ότι το αποτέλεσμα από μια φάση ανόδου της οικονομίας στην μείωση των αυτοκτονιών είναι μεγαλύτερο από την αύξηση του μεγέθους λόγω μιας περιόδου ύφεσης, και άρα σε περιόδους ύφεσης δράσεις για την καταπολέμηση της αυτοκτονίας πρέπει να δώσουν βάρος στην συγκεκριμένη ηλικιακή ομάδα.

Οι συγγραφείς τονίζουν ότι η χρήση του NARDL υποδείγματος των Shin et al (2014)¹⁰⁴ εμφανίζει σημαντικά χαρακτηριστικά τα οποία επιτρέπουν την αποτύπωση της παραπάνω συμπεριφοράς και συγκεκριμένα:

- Προσφέρει μια δυναμική εξειδίκευση του υποδείγματος διόρθωσης σφαλμάτων το οποίο συμπεριλαμβάνει ασύμμετρες αντιδράσεις του ενός μεγέθους σε σχέση με τις μεταβολές του άλλου
- Η Μακροχρόνια σχέση συνολοκλήρωσης μπορεί να καθοριστεί από έναν έλεγχο ορίων (bound test) ανεξάρτητα του αν οι χρονοσειρές είναι $I(0)$ ή $I(1)$

¹⁰¹ Aysen Arac & A.Yasemin Yalta, "Testing the expectations hypothesis in Eurozone: A nonlinear cointegration analysis", Finance Research Letters 15 (2015),41-48.

¹⁰² Kapetanios, G., Shin, Y., Snell, A., 2006. Testing for cointegration in nonlinear smooth transition error correction models. Economet.Theor. 22, 279-303.

¹⁰³ Chang, T., & Chen, W.-Y. (2017). Revisiting the relationship between suicide and unemployment: Evidence from linear and nonlinear cointegration. Economic Systems, 41(2), 266-278.

¹⁰⁴ Shin, Y., B. Yu and M. Greenwood-Nimmo (2014) Modelling asymmetric cointegration and dynamic multipliers in a nonlinear ARDL framework. In: W. C. Horrace and R. C. Sickles (eds.), Festschrift in honor of Peter Schmidt: Econometric methods and applications: New York. Springer Science and Business Media: 281-314.

- Τα αποτελέσματα ενός «σοκ» στην οικονομική μεταβλητή, τα οποία αναμένεται να εμφανίζουν ασυμμετρικά χαρακτηριστικά, δύναται να εντοπιστούν από το συγκεκριμένο υπόδειγμα διόρθωσης σφαλμάτων.

Οι Chlibi, Jawadi, & Sellami (2017)¹⁰⁵ εξετάζουν την υπόθεση συμμεταβολής μεταξύ των χρηματιστηριακών μετοχών των ΗΠΑ και τριών διαφορετικών περιοχών (G6, BRICS, MENA-Middle East North Africa) μεταξύ περιόδων ηρεμίας και κρίσης. Προτυποποιούν την σχέση αυτή με την χρήση ενός Μη Γραμμικού υποδείγματος το οποίο βασίζεται στο πλαίσιο της πολυμετάβλητης Threshold Cointegration όπως αναπτύχθηκε από του Hansen και Seo (2002)¹⁰⁶. Οι συγγραφείς αναφέρονται στην πρόσφατη βιβλιογραφία η οποία αποτυπώνει ενστάσεις στην χρήση γραμμικών υποδειγμάτων καθώς το συγκεκριμένο πλαίσιο δεν μπορεί να προτυποποιήσει Μη Γραμμικότητες, μεταβολή παραμέτρων ως προς τον χρόνο και ασυμμετρία στην κίνηση των τιμών καθώς τα γραμμικά υποδείγματα υποθέτουν γραμμική, συνεχή και συμμετρική προσαρμογή σε σταθερή ταχύτητα. Αποτέλεσμα της συγκεκριμένης εργασίας ήταν η εύρεση σχέσεων Threshold μορφής Συνολοκλήρωσης.

Οι Palaios και Papapetrou (2018)¹⁰⁷ εξετάζουν με χρήση Threshold Συνολοκλήρωσης (TAR και M-TAR υποδείγματα) την ύπαρξη ασυμμετρίας στην αιτιώδη σχέση μεταξύ κοινωνικών παροχών και κοινωνικών εισφορών για την περίπτωση της Ελλάδας την περίοδο 1999-2016 με χρήση τριμηνιαίων δεδομένων. Το **TAR** υπόδειγμα λόγω της δομής του ελέγχει την αντίδραση των κοινωνικών εισφορών στις κοινωνικές παροχές **στην θετική και αρνητική φάση της ανισορροπίας του προϋπολογισμού και το MTAR την αντίδραση σε θετική και αρνητική αλλαγή της ανισορροπίας του προϋπολογισμού**. Αποτέλεσμα των υπολογισμών ήταν το συμπέρασμα ότι η αντίδραση της κυβέρνησης σε μια χειροτέρευση του προϋπολογισμού είναι σημαντικά μεγαλύτερη από εκείνη σε μια καλύτερευση του και ότι η προσαρμογή στην ισορροπία πραγματοποιείται μέσω των κοινωνικών εισφορών όταν ο προϋπολογισμός βρίσκεται σε αρνητική κατάσταση (κάτω από το threshold).

Οι Lacheheb και Sirag(2019)¹⁰⁸ εφαρμόζουν Μη Γραμμική ARDL μεθοδολογία για την εύρεση σχέσης συνολοκλήρωσης και ασυμμετρίας στην σχέση μεταξύ τιμών πετρελαίου και πληθωρισμού για την περίπτωση της Αλγερίας (περίοδος εξέτασης 1970-2014). Μέσω της μεθοδολογίας εντοπίζονται ασύμμετρες αντιδράσεις μεταξύ των δυο μεγεθών, με την αύξηση των τιμών του πετρελαίου να εμφανίζει σημαντική επίδραση στο επίπεδο του πληθωρισμού σε αντίθεση με την μείωση των τιμών όπου και η όποια επίδραση ήταν στατιστικά μη σημαντική. Σε αυτό το σημείο οι συγγραφείς καταλήγουν στο ότι το αποτέλεσμα αυτό (και η ύπαρξη ασυμμετρίας) προέρχεται από την δύναμη που ασκούν οι προμηθευτές στην αγορά για την διατήρηση των τιμών του πληθωρισμού μέσω της διατήρησης των τιμών σε υψηλά επίπεδα,

¹⁰⁵ Chlibi, S., Jawadi, F., & Sellami, M. (2017). Modeling threshold effects in stock price co-movements: a vector nonlinear cointegration approach. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, 21(1). doi:10.1515/sn-de-2016-0049

¹⁰⁶ Hansen, B. E., and B. Seo. 2002. "Testing For Two-Regime Threshold Cointegration in Vector Error Correction Models." *Journal of Econometrics* 110: 293–318.

¹⁰⁷ Palaios, P., & Papapetrou, E. (2018). Asymmetric dynamics in the social contributions and social benefits nexus in Greece. *Economic Change and Restructuring*. doi:10.1007/s10644-018-9234-9

¹⁰⁸ Lacheheb, Miloud and Sirag, Abdalla, (2019), Oil price and inflation in Algeria: A nonlinear ARDL approach, *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 73, issue C, p. 217-222.

και άρα η δύναμη που ασκούν στην αγορά παίζει σημαντικό ρόλο, αντίστοιχα με τα αποτελέσματα των Karantininis, Katrakylidis, & Persson (2011)¹⁰⁹.

Αντίστοιχη Μη Γραμμική ARDL μεθοδολογία εφαρμόζουν οι Sharma και Mittal (2019)¹¹⁰ μεταξύ δημοσιονομικού ελλείμματος και οικονομικής ανάπτυξης για την περίπτωση της Ινδίας. Μετά την εκτίμηση γραμμικού ARDL υποδείγματος καταλήγουν ότι το συγκεκριμένο υπόδειγμα οδηγεί σε λανθασμένη εξειδίκευση της σχέσης λόγω της μη δυνατότητας του να λάβει υπόψιν ασύμμετρες αντιδράσεις μεταξύ των μεγεθών. Μέσω της Μη Γραμμικής εξειδίκευσης του υποδείγματος εντοπίζονται ασύμμετρες σχέσεις μεταξύ του δημοσιονομικού ελλείμματος και του Ακαθάριστου Εγχώριου προϊόντος μακροχρόνια και του ακαθάριστου σχηματισμού κεφαλαίου και του Ακαθάριστου Εγχώριου προϊόντος βραχυχρόνια. Βασικό συμπέρασμα των παραπάνω στον τομέα καθορισμού της Οικονομικής πολιτικής είναι ότι για την περίπτωση της Ινδίας το Δημοσιονομικό Έλλειμμα θα πρέπει να ενισχύσει τον Ακαθάριστο Σχηματισμό Κεφαλαίου για να έχει μακροχρόνια αποτελέσματα στην Οικονομική Ανάπτυξη, όπως αυτή αποτυπώνεται βάσει του Α.Ε.Π.

Οι Polemis και Tsionas (2019)¹¹¹ πραγματοποιούν μια Bayesian μέθοδο για την εύρεση Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης επεκτείνοντας την αντίστοιχη μεθοδολογία του rank test του Breitung (2001)¹¹² σε panel data (αντί χρονοσειρών). Η εφαρμογή γίνεται για τον έλεγχο της υπόθεσης της περιβαλλοντικής καμπύλης του Kuznet (Environmental Kuznets Curve) και την εύρεση σχέσης Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης μεταξύ περιβαλλοντικής μόλυνσης (όπως αποτυπώνονται από τις εκπομπές CO₂) και της Οικονομικής Ανάπτυξης σε παγκόσμιο επίπεδο.

Οι Jareño et.al(2019)¹¹³ εξετάζουν με N.A.R.D.L. μεθοδολογία την επίδραση στις αλλαγές των τιμών, κλίσης και καμπυλότητας των επιτοκίων στις αποδόσεις διάφορων τομέων της οικονομίας των Η.Π.Α. για εύρεση Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης. Αναλύουν την περίοδο εξέτασης σε προ και μετά κρίσης (όπου η κρίση αφορά την περίοδο των sub-prime δανείων των Η.Π.Α. το 2008) και παρατηρούν την σημαντική αλλαγή στην αντίδραση όσον αφορά την υψηλότερη επίδραση των μεγεθών στις αποδόσεις μετά την κρίση. Εντοπίζουν μακροχρόνιες Μη Γραμμικές σχέσεις για σχεδόν τους μισούς τομείς εξέτασης (για το σύνολο του δείγματος και για την περίοδο προ της κρίσης) και βραχυχρόνιες αντιδράσεις την περίοδο μετά της κρίσης, καταλήγοντας στην ασύμμετρη επίδραση των ονομαστικών επιτοκίων στις αποδόσεις των τομέων της Οικονομίας των Η.Π.Α.

Οι Kassouri και Atlintas (2019)¹¹⁴ ελέγχουν για ασύμμετρες επιδράσεις και Μη Γραμμικές σχέσεις μεταξύ των χρηματιστηριακών τιμών και της συναλλαγματικής ισοτιμίας για την Τούρκικη λίρα, με την χρήση Threshold Cointegration της οποίας τα βασικά χαρακτηριστικά

¹⁰⁹ Karantininis, K., Kostas, K., & Persson, M. (2011). Price transmission in the Swedishpork chain: Asymmetric nonlinear ARDL. Paper Presented at the EAAE 2011Congress: Challenges and Uncertainty.

¹¹⁰ Sharma, Vishal & Mittal, Ashok. (2019). Fiscal deficit, capital formation, and economic growth in India: a nonlinear ARDL model. DECISION. 46. 10.1007/s40622-019-00223-8.

¹¹¹ Polemis, Michael and Tsionas, Mike, (2019), Bayesian nonlinear panel cointegration: an empirical application to the EKC hypothesis, Letters in Spatial and Resource Sciences, 12, issue 2, p. 113-120.

¹¹² Breitung, J.: Rank tests for nonlinear cointegration relationships. J. Bus. Econ. Stat. 19, 331–340 (2001)

¹¹³ Francisco Jareño, Marta Tolentino, María de la O González & Alejandro Oliver (2019) Impact of changes in the level, slope and curvature of interest rates on U.S. sector returns: an asymmetric nonlinear cointegration approach, Economic Research-Ekonomska Istraživanja, 32:1, 1275-1297,

¹¹⁴ Kassouri, Y., & Altıntaş, H. (2019). Threshold cointegration, nonlinearity, and frequency domain causality relationship between stock price and Turkish Lira. Research in International Business and Finance, 101097. doi:10.1016/j.ribaf.2019.101097

ασύμμετρης αντίδρασης δεν θα γινόταν να εντοπιστούν από γραμμικές εναλλακτικές εκτιμήσεις. Καταλήγουν στο ότι αυτή η ασυμμετρία με την μορφή Μη Γραμμικότητας λαμβάνει σημαίνοντα ρόλο στην Τουρκική χρηματιστηριακή αγορά.

Οι Siriopoulos και Kassapi (2019)¹¹⁵ εξετάζουν την επένδυση στην εκπαίδευση (όπως αποτυπώνεται στις Δημόσιες Δαπάνες για τον τομέα) και την Οικονομική Ανάπτυξη, για την περίπτωση της Ελλάδας με τις μεθοδολογίες εύρεσης γραμμικής και Μη Γραμμικής κατά Granger αιτιότητας. Οι Husein και Kara(2020)¹¹⁶ ελέγχουν για ύπαρξη Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης μεταξύ της τουριστικής ζήτησης για το Πουέρτο Ρίκο και της Οικονομίας των Η.Π.Α ενώ οι Bahmani-Oskooee, Miteza και Tanku (2020)¹¹⁷ ελέγχουν με αντίστοιχη μεθοδολογία (N.A.R.D.L) την σχέση μεταξύ Ζήτησης Χρήματος και Συναλλαγματικών Ισοτιμιών για την οικονομία της Αλβανίας.

Καταλήγουμε λοιπόν στο ότι η βιβλιογραφία με θέμα την Μη Γραμμική συνολοκλήρωση φαίνεται να αυξάνεται δυναμικά και να επεκτείνεται συνεχώς, τόσο με την εισαγωγή νέων μεθόδων και εναλλακτικών όσο και με την εφαρμογή τους σε πλήθος Οικονομικών μεγεθών στα οποία η ίδια η θεωρία αρκετές φορές προσδίδει πιθανές Μη Γραμμικές συμπεριφορές. **Το παραπάνω τεκμηριώνει το ενδιαφέρον τόσο για την ανάπτυξη όσο και την εφαρμογή μεθόδων οι οποίες θα δύνανται κατά περίπτωση να προτυποποιούν αυτές τις ασύμμετρες (Μη Γραμμικές) επιδράσεις μεταξύ των μεταβλητών ενδιαφέροντος, επιβεβαιώνοντας ή και επεκτείνοντας την υπάρχουσα Οικονομική Θεωρία στο πλαίσιο των πρακτικών εφαρμογών της μέσω της Οικονομετρικής Ανάλυσης.**

1.10.Εξεταζόμενα Μακροοικονομικά μεγέθη

Στα πλαίσια της παρούσας διατριβής αποφασίστηκε μετά την ανάπτυξη της Μεθοδολογίας Εύρεσης Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης η εξέταση/εφαρμογή της προτεινόμενης (σε αντιπαραβολή με τις προϋπάρχουσες μεθοδολογίες) σε συγκεκριμένα Μακροοικονομικά μεγέθη. Στην παρούσα ενότητα πραγματοποιείται η παρουσίαση της υπάρχουσας βιβλιογραφίας σε μεθόδους εύρεσης γραμμικών και Μη Γραμμικών σχέσεων συμμεταβολής για συγκεκριμένα μεγέθη ενδιαφέροντος κάποια από τα οποία θα συμπεριληφθούν σε εκείνα για τα οποία θα πραγματοποιηθούν εμπειρικές εφαρμογές στο Κεφάλαιο 4.

Τα μεγέθη αυτά είναι τα κάτωθι:

- *Αμυντικές Δαπάνες Ελλάδας και Τουρκίας*
- *Ισοδυναμία Αγοραστικής Δύναμης*
- *Σχέση μεταξύ Κρατικών Δαπανών και Εσόδων*

¹¹⁵ Costas Siriopoulos & Sophia Kassapi, 2019. "Is Education an Investment for the Future? The Impact of the Greek case on Economic Growth," *Annals of Social Sciences & Management studies*, Juniper Publishers Inc., vol. 3(5), pages 116-119, July.

¹¹⁶ Husein, J., & Kara, S. M. (2020). Nonlinear ARDL estimation of tourism demand for Puerto Rico from the USA. *Tourism Management*, 77, 103998. doi:10.1016/j.tourman.2019.103998

¹¹⁷ Miteza, Ilir & Tanku, Altin. (2020). Exchange rate changes and money demand in Albania: a nonlinear ARDL analysis. *Economic Change and Restructuring*. 1-15. 10.1007/s10644-019-09261-9.

1.10.1. Διαχρονικές σχέσεις αλληλεξάρτησης Αμυντικών Δαπανών Ελλάδας – Τουρκίας

Για πολλούς και ευνόητους λόγους η σχέση των Αμυντικών Δαπανών μεταξύ Ελλάδας και Τουρκίας είναι μια σχέση που έχει εξετασθεί επανειλημμένως όσον αφορά την επαλήθευση της κυρίως με γραμμικές εκδοχές συνολοκλήρωσης και κατά Granger αιτιότητας. Οι σχέσεις που θα μας απασχολήσουν αφορούν στην διαχρονική σχέση μεταξύ αμυντικών δαπανών και ρυθμού Ανάπτυξης της Οικονομίας (όσον αφορά % ΑΕΠ) αλλά και το αν υπάρχει σχέση Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης και αιτιότητας μεταξύ των δυο χωρών (και άρα δυνατότητα εκτίμησης Nonlinear Error Correction υποδείγματος).

Πριν όμως προχωρήσουμε στην εξέταση της υπάρχουσας βιβλιογραφίας κρίνεται ενδιαφέρον να προχωρήσουμε σε μια ιστορική ανασκόπηση της αμυντικής βιομηχανίας των δυο χωρών και της θέσης τους στην εκάστοτε οικονομία (για τον καθορισμό των θεωρητικών αιτίων που μας οδηγούν στον έλεγχο της σχέσης μεταξύ κρατικών δαπανών και ρυθμού ανάπτυξης) αλλά και των σχέσεων μεταξύ των δυο χωρών οι οποίες μπορούν να χαρακτηριστούν “ασταθείς” (και αφορούν τον καθορισμό των θεωρητικών αιτίων για την σχέση αιτιότητας των αμυντικών δαπανών μεταξύ των δυο χωρών).

Αμυντική Βιομηχανία Ελλάδος και Τουρκίας

Ο Brauer(2002)¹¹⁸ κάνοντας μια ανασκόπηση των αναφορών στην Αμυντική Βιομηχανία της κάθε χώρας προχωρά στην αποτύπωση συγκεκριμένων “κοινών” χαρακτηριστικών αλλά και διαφορών, κάποια από τα οποία είναι τα ακόλουθα:

- Και στις δυο χώρες οι συγκεκριμένες βιομηχανίες έχουν μια ιστορία άνω των 100 ετών
- Μετά το 1974 η εσωτερική παραγωγή οπλικών συστημάτων αυξήθηκε ραγδαία, με στόχο την επίτευξη ενός βαθμού αυτάρκειας
- Η Ελληνική Αμυντική Βιομηχανία είναι κυρίως κρατική, αναποτελεσματική και χωρίς να εκμεταλλεύεται τις πλήρεις δυνατότητες της. Μόνο ένα μέρος της έχει προχωρήσει σε ιδιωτικοποίηση, σε αντίθεση με την Τουρκία η οποία έχει ξεκινήσει ιδιωτικοποιήσεις και συνεργασία με ξένες επιχειρήσεις (πέρα από την άδεια παραγωγής) από το 1983
- Και οι δυο χώρες αποτελούν σημαντικούς εισαγωγείς οπλικών συστημάτων και έχουν διαθέσει διαχρονικά ένα μεγάλο ποσοστό του ΑΕΠ τους για την Άμυνα
- Και οι δυο χώρες εξάγουν ελάχιστα από τα προϊόντα της Αμυντικής τους Βιομηχανίας

Πέρα των παραπάνω ο συγγραφέας αναφέρει και ότι « χωρίς αμφιβολία υπάρχει σε έναν βαθμό δημιουργία θέσεων εργασίας και υποκατάσταση εισαγόμενων προϊόντων, αλλά δεν είναι ξεκάθαρο με τι οικονομικό κόστος.

Για παράδειγμα, με λιγότερο από 10 χιλιάδες θέσεις εργασίας στην Ελλάδα και μεταξύ 20 έως 30 χιλιάδων θέσεων εργασίας στην Τουρκία, το ερώτημα είναι σε τι εναλλακτική δημιουργία θέσεων εργασίας και τι οικονομικά κίνητρα θα λάμβαναν μέρος, αν τα συγκεκριμένα πόσα είχαν επενδυθεί σε μη στρατιωτικούς τομείς της οικονομίας».

¹¹⁸ Jurgen Brauer (2002): Survey and Review of the Defense Economics Literature on Greece and Turkey: What Have We Learned?, Defence and Peace Economics, 13:2, 85-107.

Μετά την Παγκόσμια Χρηματοπιστωτική κρίση του 2008 και των συνεπειών της συνακόλουθης κρίσης χρέους στην Ελλάδα το χάσμα μεταξύ της Ελληνικής και Τουρκικής Αμυντικής Βιομηχανίας μεγάλωσε. Απουσία ενεργών πολιτικών για την ανάπτυξη της και με την μείωση των κρατικών δαπανών για την Άμυνα η Ελληνική Αμυντική Βιομηχανία βρέθηκε σε δεινή θέση, σε αντίθεση με την Τουρκία η οποία φαίνεται να ανέπτυξε στο ενδιάμεσο σημαντική βιομηχανική βάση για την εξυπηρέτηση των ενόπλων δυνάμεων της αλλά και την διενέργεια εξαγωγών¹¹⁹.

Η Ελληνική Αμυντική βιομηχανία ως αποτέλεσμα υποστηρίζει ένα αμελητέο ποσοστό των αναγκών των Ελληνικών ενόπλων δυνάμεων με τη μείωση των πόρων για την ανάπτυξη προγραμμάτων άμυνας και την απουσία ειδικευμένου τεχνικού και διοικητικού προσωπικού. Βάσει των παραπάνω η Ελλάδα εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από ξένους προμηθευτές και το περιβάλλον δεν συμβάλει σχεδόν καθόλου στην οικονομική ανάπτυξη της χώρας, την συγκράτηση της ανεργίας και τη βιωσιμότητα του ισοζυγίου πληρωμών. Αντίθετα η Τουρκία έχει εκσυγχρονίσει την αμυντική της βιομηχανία και προσπαθεί να προωθήσει την εξαγωγική της δραστηριότητα παρότι τα πρόσφατα αποτελέσματα δεν προμηνύουν σημαντική ανάπτυξη στις εξαγωγές της συγκεκριμένης βιομηχανίας βραχυχρόνια¹²⁰.

Ποιοι είναι όμως οι μηχανισμοί με τους οποίους ελπίζουμε ότι η Αμυντική Βιομηχανία θα συνεισφέρει στην Ανάπτυξη της Οικονομίας;

1.10.1.1. Ανασκόπηση της Βιβλιογραφίας

Ξεκινώντας από την έρευνα του Benoit (1978)¹²¹ και έως σήμερα δεν υπάρχει κάποια συμφωνία για το αν οι Αμυντικές Δαπάνες συνδέονται με υψηλούς ή χαμηλούς ρυθμούς Ανάπτυξης. Κάποιοι ερευνητές όπως ο Benoit υποστηρίζουν ότι τα αποτελέσματα είναι θετικά και άλλοι όπως ο Deger (1986)¹²² ότι είναι αρνητικά λόγω της τοποθέτησης σημαντικών παραγωγικών πόρων στην άμυνα με συνέπεια την μείωση των επενδύσεων (διότι το σύνολο των αποταμιεύσεων της οικονομίας αλλά και των κρατικών δαπανών χρησιμοποιείται για την χρηματοδότηση επενδύσεων όπως η άμυνα και άρα με όλα τα υπόλοιπα σταθερά, η αύξηση των αμυντικών δαπανών θα είναι δυνατόν να στερήσει πόρους από τις επενδύσεις και να καθυστερήσει την Ανάπτυξη).

Ακόμα υπάρχει και η άποψη ότι οι υψηλές Αμυντικές Δαπάνες μπορούν να οδηγήσουν σε Οικονομική Ανάπτυξη μέσω Κεϋνσιανού τύπου αύξησης της συνολικής Ζήτησης. Η αύξηση αυτή που δημιουργείται από το ότι υψηλότερο επίπεδο Αμυντικών Δαπανών οδηγεί σε αύξηση αξιοποίησης του υπάρχοντος κεφαλαίου (εάν φυσικά υποτεθεί ότι η αρχική Ζήτηση ήταν μικρότερη της μέγιστης δυνατής Προσφοράς), μείωση ανεργίας, αύξηση εσόδων και άρα υψηλότερες επενδύσεις που μπορούν να επιφέρουν ακόμα περισσότερα βραχυχρόνια πολλαπλασιαστικά αποτελέσματα.

¹¹⁹ Ploumis M(2007): Hellenic Defence industrial base in the era of economic crisis, South- Eastern Europe Journal of Economics 2 (2017) 103-125.

¹²⁰ Mevlutoglu, A. 2017. Commentary on Assessing the Turkish Defence Industry: Structural Issues and Major Challenges. Defence Studies, 17(3).

¹²¹ Benoit, E. (1978) Growth and defence in developing countries. Economic Development and Cultural Change 26 271–280.

¹²² Deger, Saadet, 1986a. 'Economic Development and Defense Expenditure, Economic Development and Cultural Change, vol. 35, no. 1, October, pp. 179-196.

Ο Antonakis (1997)¹²³ εξετάζοντας το θέμα αναφέρει « Οι διάφορες περιοχές του κόσμου διαφέρουν ουσιαστικά μεταξύ τους στο φυσικό περιβάλλον με το οποίο βρίσκονται αντιμέτωπες αλλά και τις κοινωνικό-οικονομικές δομές και άρα δεν είναι σωστό να γενικεύουμε τα αποτελέσματα των Αμυντικών Δαπανών στο σύνολο. Τα γεγονότα αυτά οδηγούν στην ανάγκη για έρευνες χρονοσειρών κατά περίπτωση και για συγκεκριμένες χώρες» και συνεχίζει με μια συνοπτική αναφορά στην προϋπάρχουσα βιβλιογραφία και τα αποτελέσματα της εμπειρικής έρευνας καταλήγοντας στο ότι είναι κάθε άλλο παρά ξεκάθαρα.

Οι Kollias και Makrydakis (2000)¹²⁴ εξετάζουν την περίοδο 1955-1993 για την περίπτωση της Ελλάδας αναφέροντας αρχικά ότι οι Αμυντικές Δαπάνες της χώρας ως ποσοστό του ΑΕΠ είναι από τις υψηλότερες στο NATO και την Ευρωζώνη.

Οι συγγραφείς αφού ελέγχουν για ύπαρξη μοναδιαίων ριζών τις χρονοσειρές με τους ελέγχους ADF, KPSS και Zivot & Andrews καταλήγουν σε στασιμότητα των χρονοσειρών (λαμβάνοντας υπόψη την ύπαρξη ενός regime shift/structural break στον μέσο και την τάση) και προχωρούν στην εκτίμηση ενός VAR υποδείγματος (χωρίς την ανάγκη χρήσης πρώτων διαφορών αφού οι μεταβλητές είναι στάσιμες) περιλαμβάνοντας dummy variables για τον υπολογισμό του regime shift στον μέσο και την διακύμανση κατά το έτος 1973. Τα αποτελέσματα του ελέγχου δείχνουν ότι δεν εντοπίζεται αιτιότητα μεταξύ των υπό εξέταση μεγεθών.

Ο Dritsakis (2004) χρησιμοποιεί δεδομένα για την περίοδο 1960-2001 σε εκατομμύρια δολάρια έτους βάσης 1990 (χρήση δεδομένων σε επίπεδα και όχι ως % του ΑΕΠ όσον αφορά τις αμυντικές δαπάνες) τα οποία μετατρέπει σε λογαρίθμους (πηγές δεδομένων για τις Αμυντικές Δαπάνες το SIPRI και για το ΑΕΠ το IMF) για την Ελλάδα και την Τουρκία.

Αφού ελέγχει τις χρονοσειρές για ύπαρξη μοναδιαίας ρίζας (με την χρήση των ADF, Phillips Perron και KPSS) καταλήγει ότι αυτές είναι I(1).

Για τον έλεγχο ύπαρξης συνολοκλήρωσης χρησιμοποιεί τον έλεγχο του Johansen (1988) και Johansen and Juselius (1990) όπου και καταλήγει στην μη ύπαρξη συνολοκλήρωσης (και άρα μακροχρόνιας σχέσης) και προχωρά σε έλεγχο Granger αιτιότητας καταλήγοντας ότι υπάρχει και για τις δυο χώρες μονής κατεύθυνσης αιτιότητα από την Οικονομική Μεγέθυνση προς τις Αμυντικές Δαπάνες.

Οι Karagianni και Pempetzoglu(2009)¹²⁵ ελέγχουν την ύπαρξη σχέσης αιτιότητας μεταξύ των Αμυντικών Δαπανών και της Οικονομική Μεγέθυνσης για την Τουρκία την περίοδο 1949-2004 (πηγή δεδομένων για τις Αμυντικές Δαπάνες από διάφορα τεύχη του Financial and Economic Data Relating to Nato Defense και το GNP από το Statistical Indicators 1923-2004 που δημοσιεύτηκε από το Τουρκικό Στατιστικό Ινστιτούτο) χρησιμοποιώντας όμως και τον έλεγχο για την ύπαρξη Μη Γραμμικής αιτιότητας (όπως αναπτύχθηκε από τους Baek & Brock(1992) και τροποποιήθηκε από τους Hiemstra και Jones(1994)).

¹²³ Antonakis, N. (1997). Military Expenditure and Economic Growth in Greece, 1960-90. *Journal of Peace Research*, 34(1), 89-100

¹²⁴ Kollias, C. and Makrydakis, S.V. (2000), "Tax and spend or spend and tax? Empirical evidence from Greece, Spain, Portugal and Ireland", *Applied Economics*, Vol. 32, pp. 533-46.

¹²⁵ Karagianni, Stella & Pempetzoglou, Maria. (2009). Defense spending and economic growth in Turkey: A linear and non-linear Granger causality approach. *Defence and Peace Economics*. 20. 139-148.

Οι συγγραφείς ελέγχουν τις σειρές για την ύπαρξη μοναδιαίων ριζών με τον έλεγχο ADF και καταλήγουν ότι είναι $I(1)$ και άρα στάσιμες μετά την λήψη πρώτων διαφορών και στην συνέχεια προχωρούν σε έλεγχο γραμμικής αιτιότητας ο οποίος καταλήγει σε μονής κατεύθυνσης αιτιότητα από την Οικονομική δραστηριότητα προς τις Αμυντικές Δαπάνες (ανάλογα αποτελέσματα με αποτελέσματα άλλων ερευνητών όπως Dritsakis (2004)).

Κατόπιν προχωρούν σε έλεγχο Μη Γραμμικής αιτιότητας εντοπίζοντας μονής κατεύθυνσης Μη Γραμμική επίδραση από τις Αμυντικές Δαπάνες προς την Οικονομική δραστηριότητα καταλήγοντας ότι ένα σοκ στις Αμυντικές Δαπάνες μπορεί να προκαλέσει αλλαγές στην Οικονομική δραστηριότητα με ασύμμετρο τρόπο.

Η Νικολαΐδου (2016)¹²⁶ εξετάζει την επίδραση των Αμυντικών Δαπανών στην Οικονομική Ανάπτυξη για την Ελλάδα, Πορτογαλία και Ισπανία την περίοδο 1960-2014 με τη χρήση ενός υποδείγματος ανάπτυξης του Solow. Καταλήγει στο ότι οι Αμυντικές Δαπάνες δεν εμφανίζουν θετική επίδραση στη Μακροχρόνια Οικονομική Ανάπτυξη των συγκεκριμένων χωρών.

Οι Karadam, Yildirm και Ocal (2016)¹²⁷ αφού αναφέρονται στη χρήση κυρίως γραμμικών εργαλείων για τη διερεύνηση της σχέσης εξετάζουν τις επιπτώσεις των Αμυντικών Δαπανών για χώρες της Μέσης Ανατολής και την Τουρκία για την περίοδο 1988-2012. Τα αποτελέσματα τους δείχνουν ότι η επίδραση του μεγέθους στην Ανάπτυξη είναι μη γραμμική και ότι τα μικτά αποτελέσματα της βιβλιογραφίας προέρχονται λόγω του ότι αξιοποιήθηκαν στη διερεύνηση γραμμικές μέθοδοι.

Οι Dunne και Smith(2019)¹²⁸ επισήμαναν ότι οι Αμυντικές Δαπάνες μπορεί να εμφανίζουν αρνητική επίδραση στην Ανάπτυξη εφόσον ο λόγος αύξησης τους προέρχεται από στρατηγική ανάγκη (strategic shock) και θετική εφόσον προέρχεται από Οικονομικά σοκ.

Οι Doulos et Al (2021)¹²⁹ εκτιμούν ένα σύστημα εξισώσεων και για τις δύο χώρες με τη Γενικευμένη Μέθοδο Ροπών (Generalized Method of Moments) για την εξέταση του πως η εγχώρια αμυντική βιομηχανική βάση της κάθε χώρας μπορεί να συμβάλει στην Ανάπτυξη της οικονομίας μέσω της αντικατάστασης των εισαγωγών του Αμυντικού εξοπλισμού από εγχώρια παραγόμενο εξοπλισμό. Καταλήγουν στο ότι σε αντίθεση με την θετική επίδραση που έχει στην Τουρκική Οικονομία, στην Ελληνική οικονομία λόγω της μικρής συνεισφοράς της Αμυντικής της Βιομηχανίας οδηγεί σε σημαντική επιβάρυνση της Οικονομίας.

1.10.1.2. Σχέσεις μεταξύ των δυο χωρών

Η Ελλάδα και η Τουρκία είναι δυο γειτονικές χώρες με πλούσια ιστορία αντιπαραθέσεων η οποία στο νεότερο τμήμα της ξεπερνάει τους τελευταίους 2 αιώνες καθώς η Ελλάδα υπήρξε υποδουλωμένη στην προηγούμενη μορφή της Τουρκίας που αποτελούσε η Οθωμανική αυτοκρατορία.

¹²⁶ Nikolaidou, E. (2016). Greece, Portugal, Spain: New Evidence on the Economic Effects of Military Expenditure Using the New SIPRI Data. *Economics of Peace and Security Journal*, 11(2): 20-27

¹²⁷ Yolcu Karadam, J., Yildirim, J. & Öcal, N. (2017). Military expenditure and economic growth in Middle Eastern countries and Turkey: A non-linear panel data approach. *Defence and Peace Economics*, 28(6): 719-730.

¹²⁸ Dunne, J. Paul; Smith, Ron P. (2019). Military Expenditure, Investment and Growth. *Defence and Peace Economics*, (), 1–14.

¹²⁹ Dimitrios Doulos Et Al (2021). How to Make Butter out of Guns: The Turkish Case and the Greek Bitter Lesson, *European Research Studies Journal* Volume XXIV Issue 1, 1055-1072

Ακολουθώντας το παράδειγμα του Brauer (2002)¹³⁰ θα κάνουμε μια ανασκόπηση της νεότερης ιστορίας από την ίδρυση της σύγχρονης Τουρκίας το 1923.

Μετά την συνθήκη της Λοζάνης (και την αποτυχία της Μικρασιατικής εκστρατείας για την Ελλάδα) ακολούθησε μια περίοδος ηρεμίας μεταξύ των δυο χωρών.

Το 1952 και οι δυο χώρες εισήλθαν στο NATO δημιουργώντας το νοτιοανατολικό του τμήμα παρουσιάζοντας υψηλότερες αμυντικές δαπάνες (ως ποσοστό του ΑΕΠ τους) σε σχέση με άλλες χώρες μέλη.

Και οι δυο χώρες έχουν στην ιστορία τους στρατιωτικά καθεστώτα όπως η «7ετία» στην Ελλάδα για την περίοδο 1967-74 αλλά και για την Τουρκία τις περιόδους 1960-61, 1971-73, 1980-83.

Από τους βασικότερους τομείς αντιπαραθέσεων τους όμως υπήρξαν σίγουρα τα γεγονότα της Κύπρου, κάτι το οποίο φαίνεται άλλωστε και από τις εμπειρικές έρευνες που θα παρουσιάσουμε παρακάτω.

Το 1974 το πραξικόπημα από την Ελληνική πλευρά αποτέλεσε αφορμή στην εισβολή της Τουρκίας η οποία κατέλαβε και κατέχει ακόμα το 40% της Κύπρου.

Ενδεικτικά αναφέρουμε ότι μεταξύ του 1973-76 οι αμυντικές δαπάνες της Ελλάδος αυξήθηκαν σε ποσοστό 74,8 % και της Τουρκίας 89.5% σε πραγματικούς όρους (Kollias & Makrydakís (1997)¹³¹).

Οι σχέσεις μεταξύ των δυο χωρών και η αντιπαλότητα τους περιγράφεται αναλυτικά στα συγγράμματα διεθνών σχέσεων (Wilson 1979¹³², Conostas 1991¹³³, Larrabee 1992¹³⁴, Clogg 1983¹³⁵, 1991¹³⁶).

Εκτός από το θέμα της Κύπρου άλλες αιτίες έντασης μεταξύ των δυο χωρών αποτελούν:

1. Διενέξεις όσον αφορά αμφισβητούμενες περιοχές του Αιγαίου
2. Διενέξεις όσον αφορά τον εθνικό εναέριο χώρο
3. Το casus belli (αιτία πολέμου) της Τουρκίας για την επέκταση της ζώνης επιρροής στα 12 ναυτικά μίλια από την Ελλάδα

Τον Αύγουστο του 2020, οι εντάσεις μεταξύ Ελλάδας και Τουρκίας κλιμακώθηκαν σε επικίνδυνα επίπεδα μετά από μια σειρά γεγονότων όπως συμφωνία οριοθέτησης ΑΟΖ μεταξύ Ελλάδας και Αιγύπτου, η οποία αγνοεί τις εδαφικές αξιώσεις της. Την ίδια στιγμή, οι δυο στρατοί ενισχύουν τις δυνατότητές τους, με τις δαπάνες του τουρκικού στρατού να αυξήθηκαν κατά 86% κατά την τελευταία δεκαετία και την Ελλάδα, παρά τις σημαντικές οικονομικές

¹³⁰ Jurgén Brauer (2002): Survey and Review of the Defense Economics Literature on Greece and Turkey: What Have We Learned?, Defence and Peace Economics, 13:2, 85-107.

¹³¹ Christos Kollias & Stelios Makrydakís (1997): Is there a Greek-Turkish arms race?: Evidence from cointegration and causality tests, Defence and Peace Economics, 8:4, 355-379.

¹³² Wilson, A. (1979) "The Aegean Dispute", Adelphi Papers, No. 195, International Institute for Strategic Studies, London.

¹³³ Conostas, D. (ed.) (1991) The Greek-Turkish Conflict in the 1990s, Macmillan.

¹³⁴ Larrabee, S. (1992) "Instability And Change In The Balkans", Survival, Vol.34, pp. 31-49.

¹³⁵ Clogg, R. (1983) "Troubled Alliance: Greece And Turkey", in R. Clogg (ed.), Greece in the 1980s, London, pp. 123-143.

¹³⁶ Clogg, R. (1991) "Greek-Turkish Relations In The Post-1974 Period", in D. Conostas (ed.) The Greek-Turkish Conflict in the 1990s, pp.12-23.

ανάγκες, προχώρησε στη προμήθεια 18 υπερσύγχρονων αεροσκαφών Rafale και την προμήθεια τεσσάρων κορβέτων για το Ελληνικό Ναυτικό.

Οι δυο χώρες από τότε έφτασαν κοντά σε ένοπλη σύρραξη το 1987, 1994 και το 1996.

- Το 1987 λόγω προσπάθειας της Τουρκίας για έρευνες εύρεσης πετρελαίου σε αμφισβητούμενες κατά την ίδια περιοχές του Αιγαίου
- Το 1994 λόγω της νέας διεθνής συνθήκης η οποία επιτρέπει στις χώρες να επεκτείνουν τις ζώνες επιρροής τους στα 12 μίλια
- Το 1996 όταν η Τουρκία διεκδίκησε κυριότητα κάποιων μη κατοικήσιμων Ελληνικών νησιών τα οποία, κατά την Τουρκία, δεν είχαν καθορισθεί ξεκάθαρα από τις διεθνείς συνθήκες.
- Η ανακάλυψη σημαντικών ποσοτήτων φυσικού αερίου στην Ανατολική Μεσόγειο και στις Αποκλειστικές Οικονομικές Ζώνες της Κύπρου, του Ισραήλ, της Αιγύπτου και του Λιβάνου περιπλέκουν περισσότερο το γεωπολιτικό σκηνικό.

Ιστορικά λοιπόν βλέπουμε ότι τεκμηριώνονται οι θεωρητικοί λόγοι οι οποίοι υπονοούν την ύπαρξη ενός «ράλι εξοπλισμών» μεταξύ των δυο χωρών, ειδικότερα για τις περιόδους κοντά στο 1974 αλλά και αργότερα λόγω της έντασης που χαρακτηρίζει τις μεταξύ τους σχέσεις.

1.10.1.3. Ανασκόπηση της Βιβλιογραφίας

Σχετικά με τον έλεγχο ύπαρξης η όχι ενός "ράλι εξοπλισμών" μεταξύ των δυο χωρών υπάρχει πλούσια βιβλιογραφία με πολλές και ενδιαφέρουσες μεθοδολογικές προσεγγίσεις.

Τι αποτελεί όμως Οικονομικά ένα "ράλι εξοπλισμών" μεταξύ των δυο χωρών;

Στην εξεταζόμενη βιβλιογραφία υπάρχει μια σχετική συμφωνία μεταξύ των συγγραφέων ότι "ράλι εξοπλισμών" συνιστά η διπλής κατεύθυνσης αιτιότητα μεταξύ των αμυντικών δαπανών των δύο χωρών. Σε αντίθετη περίπτωση δεν έχουμε "ράλι" αλλά η μια χώρα «ακολουθεί» την άλλη προσαρμόζοντας τις αμυντικές της δαπάνες.

Μια ενδιαφέρουσα αντίρρηση στον παραπάνω ορισμό μας δίνει ο Brauer (2002) ο οποίος και αναφέρει « Αν μια χώρα δεν επιθυμεί να "μείνει πίσω", η δεν θέλει να αφήσει κάποια άλλη χώρα να "την φτάσει", αυτό δεν αποτελεί ένα ράλι; Σκεφτείτε για μια στιγμή, μια άλλη περιοχή του κόσμου. Αν η Ινδία ακολουθεί την Κίνα και το Πακιστάν ακολουθεί την Ινδία, η Ινδία και το Πακιστάν βρίσκονται η όχι σε ένα ράλι εξοπλισμών; Υπάρχει ένα τέτοιο ράλι μόνο όταν είναι αμοιβαίο; Δεν θεωρώ ότι είναι έτσι».

Οι Kollias & Makrydakias (1997) μετά από μια αναλυτική περιγραφή των συγκρούσεων μεταξύ των δυο χωρών προχωρούν στην εκτίμηση ενός διμετάβλητου VEC (Vector Error Correction) υποδείγματος για να ελέγξουν την σχέση αιτιότητας των δυο μεταβλητών χρησιμοποιώντας δεδομένα για την περίοδο 1950-1995 (βάση δεδομένων: SIPRI Yearbooks) σε επίπεδα (σταθερές τιμές σε \$1985).

Η διαφορά της συγκεκριμένης εργασίας από προηγούμενες είναι ότι κατά τον έλεγχο της συνολοκλήρωσης, χρησιμοποιώντας του ελέγχους των Hansen(1992) και Gregory & Hansen (1996) εντοπίζεται αλλαγή πολιτικής (regime shift) στην σχέση συνολοκλήρωσης. Οι

συγγραφείς θεωρούν ότι « η αποτυχία να συμπεριληφθούν τέτοιες αλλαγές πολιτικής αποτελεί έναν από τους λόγους που η προϋπάρχουσα βιβλιογραφία δεν έχει οδηγήσει σε συγκεκριμένα συμπεράσματα».

Μετά την εκτίμηση του VEC υποδείγματος και τους ελέγχους σημαντικότητας των συντελεστών, τα δεδομένα δείχνουν ότι οι συντελεστές διόρθωσης (Error Correction Terms) είναι στατιστικά σημαντικοί και άρα τα αποτελέσματα «δεν δύναται να αποκλείσουν την υπόθεση ενός "ράλι εξοπλισμών" μεταξύ των δυο χωρών του NATO σε διάστημα εμπιστοσύνης 91%».

Ο Brauer(2002) κάνει μια εξαιρετική ανασκόπηση της βιβλιογραφίας όσον αφορά την Ελλάδα και την Τουρκία. Συγκεκριμένα σχετικά με τα υποδείγματα για το "ράλι εξοπλισμών" εξετάζει εκτενώς τα αποτελέσματα των Kollias & Makrydakis (1997) και Dunne, Nikolaidou και Smith (1999) αλλά και της διαφοράς που εμφανίζουν όσον αφορά στον εντοπισμό των δομικών αλλαγών (structural breaks) που οι συγγραφείς εντοπίζουν.

Συγκεκριμένα οι πρώτοι εντοπίζουν την πρώτη αλλαγή το 1967 και 1968 και την δεύτερη το 1986, ενώ οι τελευταίοι την πρώτη αλλαγή το 1966 προς 1974 και την δεύτερη το 1989.

Όπως αναφέρει ο Brauer «ο μόνος λόγος που μπόρεσα να εντοπίσω είναι ότι οι Kollias και Makrydakis χρησιμοποιούν δεδομένα SIPRI σε σταθερές τιμές \$ 1985 ενώ οι Dunne, Nikolaidou και Smith χρησιμοποιούν δεδομένα σε σταθερές τιμές \$ 1990. Αν λοιπόν μια αλλαγή στο έτος βάσης κατά πέντε έτη μπορεί να οδηγήσει σε τόσο δραματικές διαφορές, κάποιος οδηγείται να αναρωτηθεί κατά πόσο τα στατιστικά στοιχεία είναι αξιόπιστα, ανεξάρτητα από τον βαθμό στατιστικής ανάλυσης».

Οι Dunne, Nikolaidou και Smith (2005)¹³⁷ αφού εφαρμόζουν μια σειρά από VAR, ECM και ελέγχους Συνολοκλήρωσης δεν βρίσκουν δεδομένα που να συνηγορούν σε "ράλι εξοπλισμών" (παρότι βρίσκουν κάποιες ενδείξεις συνολοκλήρωσης αλλά όχι στην μορφή ενός μακροχρόνιου ράλι εξοπλισμών).

Ο Dritsakis (2004) χρησιμοποιεί δεδομένα σε απόλυτα μεγέθη (levels σε σταθερές τιμές \$ 1990) για την περίοδο 1960-2001 (πηγή: βάση δεδομένων SIPRI) εκτιμώντας πρώτα για κάθε χώρα ξεχωριστά την σχέση μεταξύ ρυθμού ανάπτυξης και αμυντικών δαπανών.

Για τον έλεγχο συνολοκλήρωσης χρησιμοποιεί την μέθοδο των Johansen (1988) και Johansen & Juselius(1990) και προχωρά σε μια σειρά ελέγχων. Συγκεκριμένα αφού απορρίπτει την ύπαρξη συνολοκλήρωσης μεταξύ Ανάπτυξης και Αμυντικών Δαπανών προχωρά σε έλεγχο συνολοκλήρωσης στο τριμετάβλητο υπόδειγμα περιλαμβάνοντας και την μεταβλητή των Αμυντικών Δαπανών της άλλης χώρας χωρίς όμως πάλι να εντοπίζεται συνολοκλήρωση.

Όπως ο συγγραφέας συνοψίζει « η κατά Granger αιτιότητα εντοπίζει μονής κατεύθυνσης αιτιότητα από την Οικονομική Ανάπτυξη προς τις Αμυντικές Δαπάνες και για τις δυο χώρες, δείχνοντας ότι η Οικονομική Ανάπτυξη προηγείται των Αμυντικών Δαπανών (και άρα οι Αμυντικές Δαπάνες "ακολουθούν" την Ανάπτυξη).

¹³⁷ Dunne, J.P., Nikolaidou, E. and Smith, R.P. (2005) Is there an arms race between Greece and Turkey? Peace Economics, Peace Science and Public Policy

Τέλος, μια διπλής κατεύθυνσης αιτιότητα μεταξύ των αμυντικών δαπανών των δυο χωρών μας δείχνει ότι υπάρχει "ράλι εξοπλισμών" ανάμεσα στις δυο χώρες».

Παρότι η πλειοψηφία της βιβλιογραφίας ασχολείται με την οπτική του θέματος με μια γραμμική προσέγγιση υπάρχει σειρά ερευνών που επεκτάθηκαν σε Μη Γραμμικές προσεγγίσεις.

Οι Refenes, Koliass & Zapranis (1995)¹³⁸ προχωρούν στην εκτίμηση νευρωνικού δικτύου για να ελέγξουν την εξάρτηση των αμυντικών δαπανών από εξωτερικούς παράγοντες, για την περίοδο 1960-1992 καταλήγοντας στο ότι το ποσοτικό πλεονέκτημα της Τουρκίας αποτελεί τον σημαντικότερο εξωτερικό παράγοντα για τον καθορισμό των αμυντικών δαπανών για την Ελλάδα.

Οι Smith, Sola και Spagnolo (2000)¹³⁹ εξετάζουν την πιθανότητα να υπάρχουν δυο διαφορετικές καταστάσεις αμυντικών δαπανών (οι οποίες χαρακτηρίζονται ως υψηλές και χαμηλές αμυντικές δαπάνες αν οι δαπάνες είναι πάνω και κάτω από το 5% του ΑΕΠ αντίστοιχα) και το αν μια μεταβολή στις αμυντικές δαπάνες μιας χώρας από την μια κατάσταση στην άλλη μπορεί να επηρεάσει τις αμυντικές δαπάνες της άλλης χώρας.

Για την εξέταση αυτού χρησιμοποιούν ένα 2 επί 2 παίγνιο (όπως το «δίλημμα του φυλακισμένου») στο οποίο κάθε χώρα μπορεί να επιλέξει μεταξύ υψηλού και χαμηλού επιπέδου αμυντικών δαπανών και ελέγχεται κατά πόσο αυτές οι πιθανότητες μεταβολής των καταστάσεων της μιας χώρας εξαρτώνται από της άλλης. Τα αποτελέσματα τους δεν συνηγορούν στην ύπαρξη ενός ράλι εξοπλισμών μεταξύ των δυο χωρών.

Ο Öcal(2002)¹⁴⁰ εξετάζει το θέμα με την χρήση Smooth Transition Regressive (STR) υποδειγμάτων τα οποία επιτρέπουν μια ομαλοποιημένη μετάβαση από την μια κατάσταση στην άλλη. Συγκεκριμένα εξετάζει την σχέση με Logistic STR (L-STR όπου χρησιμοποιείτε η Λογιστική συνάρτηση για την μετάβαση) και Exponential STR (E-STR όπου χρησιμοποιείτε η Εκθετική συνάρτηση για την μετάβαση).

Οι Öcal & Yildirim (2009)¹⁴¹ ακολουθούν μια Μη Γραμμική πάλι προσέγγιση στο θέμα του ράλι εξοπλισμών θεωρώντας ότι **«τα φτωχά αποτελέσματα της προηγούμενης βιβλιογραφίας είναι εξαιτίας της χρήσης γραμμικών τεχνικών συνολοκλήρωσης και αν ο μηχανισμός προσαρμογής στην μακροχρόνια ισορροπία είναι ασύμμετρος, υποδείγματα Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης θα έπρεπε να εφαρμοστούν».**

Στο paper τους προσπαθούν να ελέγξουν την σχέση προσαρμογής στην μακροχρόνια ισορροπία με την χρήση ενός Threshold Autoregressive (TAR) και ενός Momentum Threshold Autoregressive (M-TAR) υποδείγματος ως εναλλακτικές της απλής γραμμικής προσαρμογής.

¹³⁸ Refenes, A., C. Koliass & A. Zapranis (1995) " , Defence Economics and Peace Economics , Vol 6, No 1

¹³⁹ Smith, R., Sola, M., & Spagnolo, F. (2000). The Prisoner's Dilemma and Regime-Switching in the Greek-Turkish Arms Race. Journal of Peace Research, 37(6), 737-750.

¹⁴⁰ Öcal, N. (2002) Asymmetric effects of military expenditure between Turkey and Greece. Defence and Peace Economics 13(5) 405-416

¹⁴¹ Nadir Öcal & Jülide Yildirim (2009) ARMS RACE BETWEEN TURKEY AND GREECE: A THRESHOLD COINTEGRATION ANALYSIS, Defence and Peace Economics, 20:2, 123-129

Χρησιμοποιώντας δεδομένα για την περίοδο 1956-2003 (πηγή δεδομένων: SIPRI Yearbooks) σε επίπεδα ελέγχουν πρώτα για την ύπαρξη σχέσης συνολοκλήρωσης με την μέθοδο των Engle & Granger (1987) και απορρίπτουν την ύπαρξη σχέσης.

Κατόπιν αυτού τα κατάλοιπα από την μεθοδολογία των Engle & Granger χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση ενός TAR και ενός M-TAR υποδείγματος (με εκτίμηση της threshold παραμέτρου). Με την χρήση του M-TAR υποδείγματος η μηδενική υπόθεση (περί μη ύπαρξης συνολοκλήρωσης) μπορεί να απορριφθεί σε μικρότερο από 5% επίπεδο σημαντικότητας.

Τέλος ένα ασύμμετρο Error Correction υπόδειγμα εκτιμάται και οι συγγραφείς καταλήγουν ότι « η τιμή της στατιστικής F ανταποκρινόμενη στην αιτιότητα αποκαλύπτει ότι καμία από τις μεταβλητές δεν αιτιάζει την άλλη βραχυχρόνια» και ότι «φαίνεται να υπάρχουν ισχυρές ενδείξεις για μια ασύμμετρη μακροχρόνια σχέση μεταξύ των μεταβλητών».

Οι Andreou και Zombanakis (2011)¹⁴² εξετάζουν ξανά το θέμα με την χρήση νευρωνικών δικτύων (και συγκεκριμένα χρήση του Multi-layer perceptron νευρωνικού δικτύου) με δεδομένα από το 1961 έως το 2008 (για τις Αμυντικές Δαπάνες χρησιμοποιούνται στοιχεία ως % του ΑΕΠ από την βάση δεδομένων SIPRI). Σύμφωνα με τα αποτελέσματα τους η Ελλάδα φαίνεται να ακολουθεί την Τουρκία ενώ η τελευταία προσαρμόζει τις Αμυντικές της Δαπάνες ανεξάρτητα της Ελλάδας.

Οι Paparas, Richter & Paparas¹⁴³ (2016) εξετάζουν την σχέση μεταξύ Αμυντικών Δαπανών και Οικονομικής Ανάπτυξης όπως και την ύπαρξη ενός ράλι εξοπλισμός μεταξύ Ελλάδας και Τουρκίας. Περιοριζόμενοι σε γραμμικές μεθόδους δεν μπορούν να εντοπίσουν στοιχεία τα οποία θα συνηγορούσαν σε ράλι εξοπλισμών μεταξύ των δυο χωρών.

Οι Kollias, Paleologou και Stergiou (2016)¹⁴⁴ εξετάζουν τους παράγοντες οι οποίοι επηρεάζουν τις Αμυντικές Δαπάνες στο επίπεδο της Ελλάδας καταλήγοντας στο ότι το μέγεθος επηρεάζεται περισσότερο από την αδυναμία της χώρας να κατανείμει τους πόρους της στην Εθνική Ασφάλεια και λιγότερο σε εξωτερικούς παράγοντες όπως οι Αμυντικές Δαπάνες της Τουρκίας, περιοριζόμενοι όμως στην περίοδο 1990-2014.

Οι Tutuncu και Sahizgoz (2020)¹⁴⁵ εξετάζουν την ύπαρξη ράλι εξοπλισμών για την περίοδο 1960-2016 με την χρήση χρονικά μεταβαλλόμενης (time varying) αιτιότητας. bootstrap αιτιότητας και ασυμμετρικής αιτιότητας. Τα συμπεράσματα διαφοροποιούνται ανάλογα με την επιλεγόμενη μέθοδο εξέτασης με την ασυμμετρική αιτιότητα να εντοπίζει διπλής κατεύθυνσης σχέση μεταξύ των αμυντικών δαπανών των δύο χωρών και τη χρονικά μεταβαλλόμενη αιτιότητα να εντοπίζει ράλι εξοπλισμών για την περίοδο 1975-1990 και 2000-2014. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα τους η ύπαρξη ράλι εξοπλισμών δεν είναι συνεχές φαινόμενο και άρα εξαρτάται από την εξεταζόμενη περίοδο.

¹⁴² Andreas S. Andreou & George A. Zombanakis (2011) FINANCIAL VERSUS HUMAN RESOURCES IN THE GREEK-TURKISH ARMS RACE 10 YEARS ON: A FORECASTING INVESTIGATION USING ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS, Defence and Peace Economics, 22:4, 459-469

¹⁴³ D. Paparas, Christian Richter & A. Paparas (2016), "Military Spending and Economic Growth in Greece and the Arms Race between Greece and Turkey, Journal of Economics Library, volume 3 , March 2016, Issue 1

¹⁴⁴ Kollias, Christos & Paleologou, Suzanna-Maria & Stergiou, Andreas. (2016). Military expenditure in Greece: Security challenges and economic constraints. The Economics of Peace and Security Journal. 11. 10.15355/epsj.11.1.28.

¹⁴⁵ Asiye TÜTÜNCÜ & Burak ŞAHİNGÖZ, 2020. "Arms Race Between Turkey and Greece: Time-Varying Causality Analysis," Sosyoekonomi Journal, Sosyoekonomi Society, issue 28(45).

Οι Choulis, Mehrl και Ifantis (2021)¹⁴⁶ αναφερόμενοι στην ανακάλυψη κοιτασμάτων Φυσικού Αερίου στην Ανατολική Μεσόγειο αναφέρονται στην θέσπιση σχεδίων στρατιωτικής επέκτασης από τα δύο κράτη εξετάζουν τα μεγέθη με τη χρήση των μηνιαίων δεδομένων τουρκικών παραβιάσεων του Ελληνικού εναέριου χώρου. Καταλήγουν στο ότι μείωση των Αμυντικών Δαπανών της Ελλάδας θα οδηγούσε σε αύξηση των Τούρκικων παραβιάσεων στον εναέριο χώρο της Ελλάδας, κάτι στο οποίο θα επιδρούσε θετικά και η αύξηση των Τούρκικων Αμυντικών Δαπανών.

Συνοψίζοντας σύμφωνα με την υπάρχουσα βιβλιογραφία:

- Υπάρχουν ενδείξεις για Μη Γραμμική συμπεριφορά στις Αμυντικές Δαπάνες
- Είναι σημαντικό να ελέγξουμε κατά πόσο υπάρχουν δομικών αλλαγών (ιδιαίτερα εντός της δεκαετίας του 80)
- Για τον έλεγχο Συνολοκλήρωσης και εκτίμησης ECM στις αμυντικές δαπάνες κρίνεται καλύτερη η χρήση δεδομένων σε levels (και όχι ως % του ΑΕΠ)
- Δεν υπάρχει ιδιαίτερη συμφωνία στα αποτελέσματα της βιβλιογραφίας

1.10.2. Ισοδυναμία Αγοραστικής Δύναμης (Purchasing Power Parity—PPP)

Οι Granger και Hallman(1991) ξεκινούν το εξαιρετικό τους paper «long memory series with attractors» με το παράδειγμα το οποίο αποτελεί την αρχική θεωρητική βάση περί της Ισοδυναμίας Αγοραστικής Δύναμης (PPP).

Λαμβάνοντας υπόψη ένα αγροτικό προϊόν και δυο περιοχές της χώρας, τον Βορρά και τον Νότο και δυο τιμές για το συγκεκριμένο προϊόν ως PN και PS αντίστοιχα (Price North, Price South). Οποιαδήποτε στιγμή t ο συνδυασμός των τιμών αυτών θα είναι ένα σημείο στο σύστημα συντεταγμένων με άξονες PN και PS. Σε αυτό το επίπεδο η ευθεία $PN=PS$ (η αντίστοιχη της $y=x$) μπορεί να θεωρηθεί ως ατράκτορας, διότι αν οι τιμές είναι διαφορετικές θα υπάρχει πίεση από την αγορά οι τιμές αυτές να εξισωθούν μεταξύ τους. Αν το PN είναι μεγαλύτερο του PS θα είναι κερδοφόρα δραστηριότητα η αγορά ντομάτας στον Νότο και η πώληση τους στον Βορρά. Η δραστηριότητα αυτή θα αυξήσει την ζήτηση (θα μειωθεί η προσφερόμενη ποσότητα) και άρα τις τιμές στον Νότο και η υπερβάλλουσα προσφορά στον Βορρά (λόγω της υψηλότερης τιμής) θα μειώσει τις τιμές.

Όσο οι τιμές θα πλησιάζουν την ευθεία $PN=PS$ η κερδοφορία της συγκεκριμένης δραστηριότητας θα μειώνεται και άρα η “δύναμη” του ατράκτορα θα εξασθενεί.

Η ίδια η θεωρία του PPP απλοποιημένη στην άνω αναφορά του παραδείγματος όταν αφορά ένα συγκεκριμένο προϊόν, οδηγεί στον «νόμο της μιας τιμής» (Law of one price), ερμηνευμένη σαν μια περίπτωση χωρικού arbitrage με την προϋπόθεση ότι τα κόστη συναλλαγών είναι αμελητέα.

Πάρα ταύτα η υπόθεση του αμελητέου κόστους συναλλαγών είναι πολύ περιοριστική καθώς στην πραγματική Οικονομία υπάρχει σειρά μικρών εξόδων για την πραγματοποίηση των συναλλαγών τα οποία δεν μπορούν να θεωρηθούν αμελητέα (κόστος μεταφοράς, δασμοί κλπ.)

¹⁴⁶ Ioannis Choulis, Marius Mehrl & Kostas Ifantis (2021) Arms Racing, Military Build-Ups and Dispute Intensity: Evidence from the Greek-Turkish Rivalry, 1985-2020, Defence and Peace Economics

και έτσι η συγκεκριμένη υπόθεση ακόμα και σε επίπεδο προϊόντος καταλήγει να απορρίπτεται από τον έλεγχο των πραγματικών δεδομένων .

Η υπόθεση της Ισοτιμίας Αγοραστικής Δύναμης (PPP από εδώ και πέρα) δηλώνει ότι οι συναλλαγματικές ισοτιμίες μεταξύ χωρών θα είναι σε κατάσταση "ισορροπίας" όταν η αγοραστική δύναμη είναι η ίδια ανάμεσα στις δυο χώρες.

Άρα σύμφωνα με τα παραπάνω ο λόγος ανάμεσα στις συναλλαγματικές ισοτιμίες μεταξύ δυο χωρών θα πρέπει να είναι ίσος με τον λόγο του επιπέδου τιμών των δυο χωρών για ένα συγκεκριμένο "καλάθι" αγαθών και υπηρεσιών.

Η αιτιολόγηση προκύπτει από το ότι στις διεθνείς αγορές προϊόντων και υπηρεσιών κάποια ανισορροπία στην παραπάνω σχέση θα προκαλούσε ευκαιρίες arbitrage οι οποίες θα επανάφεραν την σχέση σε ισορροπία.

Ο Holmes(2001) σχολιάζοντας την PPP υπόθεση (και το πώς εξετάζεται με μεγάλη συχνότητα από την διεθνή βιβλιογραφία η εμπειρική επαλήθευση της) αναφέρεται στην σημαντικότητα της, ιδιαίτερα για τους φορείς αποφάσεων Οικονομικής Πολιτικής των λιγότερο αναπτυγμένων χωρών.

Συγκεκριμένα αναφέρει ότι :

- Η PPP υπόθεση γίνεται ένα υπόδειγμα πρόβλεψης των συναλλαγματικών ισοτιμιών και ένα κριτήριο για το αν το εκάστοτε νόμισμα είναι υπέρ η υπό εκτιμημένο. Αυτό έχει ιδιαίτερη σημασία για τις συγκεκριμένες λιγότερο ανεπτυγμένες Οικονομίες αλλά και για εκείνες οι οποίες βιώνουν μεγάλη διαφορά μεταξύ των επιπέδων πληθωρισμού τους με τις άλλες χώρες με τις οποίες συναλλάσσονται.
- Πολλές θεωρίες για τον καθορισμό των συναλλαγματικών ισοτιμιών εισαγάγουν με κάποια μορφή την έννοια του PPP στις παραδοχές τους και άρα η ποιότητα των λύσεων που προτείνουν αυτές οι θεωρίες εξαρτάται άμεσα από την ισχύ η όχι της συγκεκριμένης παραδοχής.
- Από μια θεωρητική οπτική η περίπτωση να μην ισχύει εμπειρικά η σχέση PPP οδηγεί σε αμφιβολίες την διενέργεια μακροοικονομικών προβλέψεων στις "ανοιχτές" οικονομίες οι οποίες επίσης στηρίζονται στην παραδοχή της ισχύος της παραπάνω σχέσης στον μακροχρόνιο ορίζοντα.

1.10.2.1. Ανασκόπηση της Βιβλιογραφίας

Η υπόθεση του PPP με την μορφή που την γνωρίζουμε σήμερα στηρίζεται στα γραπτά του Gustav Cassel κατά την διάρκεια της δεκαετίας του 1920.

Αυτά τα γραπτά έπαιξαν σημαντικό ρόλο στο να αναζωπυρωθεί το ενδιαφέρον για την συγκεκριμένη υπόθεση ιδιαίτερα εμπειρικά και μετά την εισαγωγή της έννοιας της συνολοκλήρωσης.

Στα πλαίσια της εκτενούς βιβλιογραφίας διάφοροι έλεγχοι με την χρήση γραμμικής προσαρμογής συχνά δεν μπορούν να τεκμηριώσουν την ύπαρξη της συγκεκριμένης σχέσης.

Οι Corbae και Ouliaris (1988)¹⁴⁷ προσπαθώντας να επιβεβαιώσουν την ύπαρξη της PPP και αναφερόμενοι στην μη στασιμότητα των μεταβλητών που εξετάζονται (συναλλαγματικές ισοτιμίες, εγχώριο και ξένο επίπεδο τιμών) για την επιβεβαίωση ή μη της συγκεκριμένης σχέσης κρίνουν απαραίτητη την ύπαρξη συνολοκλήρωσης. Εξετάζοντας 5 χώρες (Καναδά, Γαλλία, Ιταλία, Ηνωμένο Βασίλειο, Δυτική Γερμανία σε σχέση με τις ΗΠΑ) με χρήση μεθόδων γραμμικής συνολοκλήρωσης αδυνατούν σε όλες τις περιπτώσεις να απορρίψουν την μηδενική υπόθεση (μη ύπαρξη συνολοκλήρωσης) ενδεικνύοντας την αδυναμία της εμπειρικής επαλήθευσης της σχέσης από τα δεδομένα.

Η σχέση που εξετάζουν είναι η $P_t = S_t P_t^*$ όπου P_t, P_t^* είναι το εγχώριο και το μη εγχώριο επίπεδο τιμών αντίστοιχα και S_t η συναλλαγματική ισοτιμία. Η παραπάνω σχέση σε λογαριθμική μορφή γράφεται ως

$$\ln P_t = \ln S_t + \ln P_t^* \rightarrow$$

$$\ln P_t - \ln S_t - \ln P_t^* = 0 \rightarrow$$

$$\gamma' X_t = 0$$

όπου

$$\gamma' = (1, -1, -1)$$

$$X_t' = (\ln P_t, \ln S_t, \ln P_t^*)$$

Εξίσωση 1-14.

Στο $\gamma' X_t$ (που είναι η πραγματική συναλλαγματική ισοτιμία) πραγματοποιείται ο έλεγχος στασιμότητας για να ελεγχθεί η απόλυτη μορφή του PPP (absolute version of PPP) με a priori γνώση του διανύσματος συνολοκλήρωσης.

Ο Taylor (1988)¹⁴⁸ παρουσιάζει με την χρήση γραμμικής συνολοκλήρωσης «εξαιρετικά δυσμενή» αποτελέσματα για την υπόθεση PPP (επιτρέποντας παράλληλα την ύπαρξη σφαλμάτων μέτρησης αλλά και συνυπολογισμού του κόστους μεταφορών λαμβάνοντας τις υπόψιν κατά την προτυποποίηση).

Χρησιμοποιούνται μηνιαία δεδομένα (1973 έως 1985) για το Ηνωμένο Βασίλειο, την Δυτική Γερμανία, την Γαλλία τον Καναδά και την Ιαπωνία σε σχέση με τις ΗΠΑ.

Ο συγγραφέας αδυνατεί να απορρίψει την μηδενική υπόθεση (μη ύπαρξη συνολοκλήρωσης) για το σύνολο των χωρών που εξετάζει.

Ο Enders (1988)¹⁴⁹ λαμβάνει τις πραγματικές συναλλαγματικές ισοτιμίες (real exchange rates) μεταξύ των ΗΠΑ και των σημαντικότερων χωρών με τις οποίες συναλλάσσονται (Γερμανία, Καναδά και Ιαπωνία). Οι περίοδοι που λαμβάνει προς εξέταση είναι σε μηνιαία βάση για τις περιόδους Ιανουάριος 1960- Απρίλιος 1971 (περίοδος σταθερών συναλλαγματικών ισοτιμιών) και Ιανουάριος 1973- Νοέμβριος 1986 (περίοδος προσαρμοζόμενων συναλλαγματικών ισοτιμιών) και χρησιμοποιεί τον έλεγχο γραμμικής συνολοκλήρωσης των Engle & Granger.

¹⁴⁷ Corbae, D. and Ouliaris, S. (1988) Cointegration and tests of purchasing power parity, Review of Economics and Statistics, 70, 508–11.

¹⁴⁸ Taylor, M. (1988) An empirical examination of long-run purchasing power parity using cointegration techniques, Applied Economics, 20, 1369–81.

¹⁴⁹ Walter Enders (1988) Arima and Cointegration Tests of PPP under Fixed and Flexible Exchange Rate Regimes. The Review of Economics and Statistics, Vol. 70, No. 3. (Aug., 1988), pp. 504-508.

Ο έλεγχος οδήγησε στο συμπέρασμα ότι σε περιορισμένο αριθμό περιπτώσεων (Ιαπωνία για την περίοδο 1960-71 και Καναδάς για την περίοδο 1973-86) μπορούν να εκτιμηθούν οι αποκλίσεις από την PPP ως ένα Error Correction υπόδειγμα το οποίο μάλιστα δείχνει ότι η προσαρμογή είναι μονόπλευρη από τις υπόλοιπες χώρες οι οποίες ακολουθούν και προσαρμόζουν τις τιμές τους σε αντίθεση με τις ΗΠΑ.

Ο Mark (1990)¹⁵⁰ ελέγχει την ύπαρξη γραμμικής συνολοκλήρωσης μεταξύ των ονομαστικών συναλλαγματικών ισοτιμιών και του σχετικού επιπέδου τιμών για τις ΗΠΑ, το Βέλγιο, τον Καναδά, την Γαλλία, την Γερμανία, την Ιταλία, την Ιαπωνία και το Ηνωμένο Βασίλειο, την περίοδο των προσαρμοζόμενων συναλλαγματικών ισοτιμιών (μηνιαία στοιχεία για την περίοδο Ιούλιος 1983 έως Φεβρουάριος 1988).

Οι εξεταζόμενες σχέσεις λαμβάνουν σε ζεύγη τις σχέσεις των ΗΠΑ, Αγγλίας και Γερμανίας ξεχωριστά με κάθε μια από τις άλλες χώρες με σχετικά "φτωχά" αποτελέσματα τα οποία απορρίπτουν την ύπαρξη γραμμικής συνολοκλήρωσης.

Ο Patel (1990)¹⁵¹ ελέγχει 15 ζεύγη χωρών για την ύπαρξη σχέσης PPP (χαλαρώνοντας την υπόθεση ότι οι συντελεστές στην διαφορά των λογαρίθμων του επιπέδου τιμών στην σχέση συνολοκλήρωσης πρέπει να είναι μονάδα, καθώς αιτιολογείται στην βάση ότι διαφορετικές χώρες χρησιμοποιούν διαφορετικά βάρη στον υπολογισμό του δείκτη τιμών καταναλωτική (CPI- Consumer Price Index)) μην μπορώντας στην πλειοψηφία των περιπτώσεων να απορρίψει την απουσία ύπαρξης της.

Εξετάζει τις συναλλαγματικές ισοτιμίες μεταξύ των εξής έξι χωρών : ΗΠΑ, Ηνωμένο Βασίλειο, Καναδά, Δυτική Γερμανία, Ολλανδία και Ιαπωνία (τεκμηριώνει την επιλογή αναφέροντας ότι η PPP σχέση είναι πιο πιθανόν να εντοπιστεί μεταξύ ανεπτυγμένων χωρών με ανοικτές ελεύθερες οικονομίες) για την περίοδο 1974-1986 (Πηγή δεδομένων OECD Main Economic Indicators).

Σε πέντε από τις δεκαπέντε περιπτώσεις ακόμα και όταν εντοπίζεται σχέση PPP δεν δείχνει να έχει οποιαδήποτε προβλεπτική χρησιμότητα όσον αφορά τις μελλοντικές ονομαστικές ισοτιμίες.

Ο συγγραφέας μετά την απουσία προβλεπτικής χρησιμότητας καταλήγει ότι «οποιαδήποτε ήπια/ασθενή υποστήριξη μπορεί να υπάρξει για την σχέση του PPP, έχει ελάχιστες συνέπειες για έναν κερδοσκόπο των συναλλαγματικών ισοτιμιών»

Οι Cheung και Lai (1993)¹⁵² εξετάζουν το ερώτημα με την χρήση Fractional Cointegration. Χρησιμοποιώντας δεδομένα για την περίοδο 1914-1989 με την σχέση να επιβεβαιώνεται σε τρεις από τις πέντε εξεταζόμενες χώρες (Ηνωμένο Βασίλειο, Γαλλία, Ιταλία, Καναδάς, Ιαπωνία σε σχέση με ΗΠΑ).

Τα συμπεράσματα οδηγούν σε υποστήριξη της μακροχρόνιας σχέσης παρότι σημειώνεται ότι μπορούν να υπάρχουν σημαντικές βραχυχρόνιες αποκλίσεις.

¹⁵⁰ Mark (1990), Real and Nominal Exchange Rates in the Long Run, an empirical investigation. Journal of International Economics 28 (1990) 115-136. North-Holland.

¹⁵¹ Patel, J. (1990) Purchasing power parity as a long-run relation, Journal of Applied Econometrics, 5, 367-79.

¹⁵² Yin-Wong Cheung, Kon S. Lai, "A Fractional Cointegration Analysis of Purchasing Power Parity" Journal of Business & Economic Statistics, January 1993, vol.11, No.1.

Οι Sercu et al. (1995)¹⁵³ εξέτασαν το πώς τα έξοδα μετακίνησης μπορούν να δημιουργήσουν ένα band γύρω από την ονομαστική ισοτιμία όπου η προσαρμογή γίνεται όταν οι σχετικές τιμές κινούνται αναμεσά στις χώρες σε ένα δεδομένο επίπεδο και μένει «ανενεργή» όταν οι σχετικές τιμές βρίσκονται εκτός του συγκεκριμένου επιπέδου. Χρησιμοποίησαν ένα υπόδειγμα δυο χωρών με ένα αγαθό να ανταλλάσσεται μεταξύ τους. Σε πολλαπλάσιο αριθμό αγαθών όπου τα αγαθά έχουν διαφορετικά κόστη μεταφοράς όπως και η ύπαρξη μη ανταλλάξιμων αγαθών, ένα σενάριο όπου η προσαρμογή εξαρτάται από το μέγεθος της διαφοράς των τιμών φαίνεται πιο λογικό από μια συμμετρική και συνεχή προσαρμογή. Όσο μεγαλύτερη είναι η διαφορά ανάμεσα στην εσωτερική τιμή και την εξωτερική για μια δεδομένη περίοδο, τόσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός των αγαθών των οποίων οι συναλλαγές είναι κερδοφόρες. Άρα όσο πιο μακριά οι σχετικές τιμές των αγαθών μεταξύ των δυο χωρών, τόσες περισσότερες ευκαιρίες arbitrage υπάρχουν και θα είναι μεγαλύτερη η ταχύτητα προσαρμογής του ονομαστικού επιπέδου συναλλαγματικής ισοτιμίας.

Οι Michael et al. (1997)¹⁵⁴ αναφερόμενοι στα κόστη συναλλαγών υπογραμμίζουν την σημασία τους στο διεθνές εμπόριο, στα πλαίσια του οποίου και μελετάμε την συγκεκριμένη σχέση και ουσιαστικά απορρίπτουν τις γραμμικές προσεγγίσεις συνολοκλήρωσης για την μελέτη της σχέσης.

Τα κόστη αυτά περιλαμβάνουν την αγορά ξένου συναλλάγματος (forward cover), την πληρωμή δασμών, την εισαγωγή licensing fees, τα κόστη μεταφοράς κ.α.

Η εναλλακτική την οποία προτείνουν αντί του γραμμικού πλαισίου είναι μια ESTAR διαδικασία. Η χρήση μιας Smooth Transition διαδικασίας γίνεται με το σκεπτικό ότι η προσαρμογή που αποτυπώθηκε στο paper του Dumas (1992) είναι smooth και όχι διακριτή (το οποίο θα σήμαινε ένα TAR υπόδειγμα) και ότι οι Οικονομικοί παράγοντες δεν λαμβάνουν αποφάσεις ούτε αλλάζουν την συμπεριφορά τους ταυτόχρονα.

Οι συγγραφείς χρησιμοποιούν μηνιαία δεδομένα από το 1920 και ετήσια για την διάρκεια 2 αιώνων. Στον έλεγχο γραμμικής σχέσης ενάντια της ESTAR εναλλακτικής σε όλες τις περιπτώσεις απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση.

Οι Enders και Falk (1998)¹⁵⁵ εξετάζουν την σχέση με την χρήση του ελέγχου Dickey Fuller (μοναδιαίων ριζών) με threshold autoregressive προτυποποίηση και έλεγχο συνολοκλήρωσης.

Χρησιμοποίησαν δεδομένα από το IMF (International Monetary Fund's International Financial Statistics) και συγκεκριμένα τον δείκτη τιμών καταναλωτή (CPI) και τις ονομαστικές συναλλαγματικές ισοτιμίες για τις χώρες Βέλγιο, Καναδά, Γαλλία, Γερμανία, Ελλάδα, Ιταλία, Ιαπωνία, Λουξεμβούργο, Ολλανδία, Ισπανία, Σουηδία, Ηνωμένο Βασίλειο και ΗΠΑ (περίοδος Ιανουάριος 1973-Δεκεμβρίου 1996).

Ο έλεγχος πραγματοποιήθηκε για το PPP μεταξύ των χωρών αυτών και των Η.Π.Α., Γερμανίας και Ηνωμένου Βασιλείου.

¹⁵³ Sercu, P., Uppal, R. and Van Hulle, C. (1995) The exchange rate in the presence of transaction costs: implications for tests of purchasing power parity, *Journal of Finance*, 50, 1309–19.

¹⁵⁴ Michael, P., Nobay, R. and Peel, D. (1997) Transaction costs and nonlinear adjustment in real exchange rates: an empirical investigation, *Journal of Political Economy*, 105(4), 862–79.

¹⁵⁵ Enders, Walter & Falk, Barry, 1998. "Threshold-autoregressive, median-unbiased, and cointegration tests of purchasing power parity," *International Journal of Forecasting*, Elsevier, vol. 14(2), pages 171-186, June

Καταλήγουν ότι κανένας από τους ελέγχους που χρησιμοποιούν δεν οδηγεί σε σαφή συμπεράσματα. Μεταξύ αυτών των ελέγχων είναι:

- Η μεθοδολογία των *Dickey Fuller* η οποία κρίνεται αδύναμη στον διαχωρισμό μεταξύ σχεδόν στάσιμης και μη στάσιμης διαδικασίας (καθώς η προσαρμογή εφόσον φαίνεται να υπάρχει είναι εξαιρετικά «αργή» όπως παρουσιάζεται και από τα αποτελέσματα).
- Η χρήση του *Threshold Autoregressive* υποδείγματος με στασιμότητα (παρά της άμεσης χρήσης του ελέγχου *Dickey Fuller* στην γραμμική προτυποποίηση). Ο έλεγχος γίνεται με την μηδενική υπόθεση της μοναδιαίας ρίζας με την εναλλακτική της *Threshold* στασιμότητας (*Engle Granger (1997)*¹⁵⁶)
- Γραμμική συνολοκλήρωση για έλεγχο ασθενούς σχέσης PPP (αναγνώριση της ύπαρξης σφαλμάτων μέτρησης στους δείκτες τιμών ώστε το εθνικό επίπεδο τιμών και η ονομαστική συναλλαγματική ισοτιμία να ελέγχονται για το αν είναι συνολοκληρωμένες ώστε η πορεία της συναλλαγματικής ισοτιμίας να μην είναι ίση με την διαφορά μεταξύ εσωτερικού και εξωτερικού επιπέδου τιμών). Δεν βρίσκουν ιδιαίτερα στοιχεία υποστήριξης της ασθενούς PPP σχέσης.

Ο Sarno (2000)¹⁵⁷ εξετάζει την σχέση για 11 χώρες της Μέσης Ανατολής (επανεξετάζοντας και επεκτείνοντας αντίστοιχο paper των Bahmani- Oskooee (1998)¹⁵⁸).

Σύμφωνα με τον ίδιο ο έλεγχος μπορεί να γίνει στην στασιμότητα η μη των πραγματικών συναλλαγματικών ισοτιμιών δεδομένου ότι ο λογάριθμος της πραγματικής διμερούς συναλλαγματικής ισοτιμίας μπορεί να οριστεί ως η απομάκρυνση από την PPP ισορροπία σύμφωνα με την ταυτότητα:

$$q_t \equiv s_t + p_t^* - p_t$$

Εξίσωση 1-15.

s_t είναι ο λογάριθμος της ονομαστικής συναλλαγματικής ισοτιμίας (εγχώρια τιμή ξένου συναλλάγματος)

p_t^* και p_t οι λογάριθμοι του μη εγχώριου και του εγχώριου επιπέδου τιμών.

Ο Sarno αναφέρεται στην σημασία εισαγωγής Μη Γραμμικότητας στην προσαρμογή της πραγματικής συναλλαγματικής ισοτιμίας προς την ισορροπία, δεδομένου ότι γραμμικοί έλεγχοι στασιμότητας μπορεί να μην εντοπίσουν αυτήν την *mean reversion* αν η γενεσιουργός διαδικασία είναι Μη Γραμμική, κάτι το οποίο υποστηρίζεται από μεγάλο μέρος της βιβλιογραφίας και με εμπειρικά δεδομένα όπως το γεγονός ότι η PPP φαίνεται να εντοπίζεται περισσότερο όταν υπάρχουν μεγάλες διακυμάνσεις στις σχετικές τιμές (υπονοώντας ότι η ταχύτητα προσαρμογής στην μακροχρόνια ισορροπία φαίνεται να μην έχει απλή αναλογική/γραμμική σχέση σχετικά με την ανισορροπία).

¹⁵⁶ Enders, W., Granger, C.W.J., 1997. Unit-root tests and asymmetric adjustment with an example using the term structure of interest rates. Forthcoming. *Journal of Business and Economic Statistics*.

¹⁵⁷ Sarno, L., 2000. Real Exchange Rate Behavior in the Middle East: A Re-examination. *Economics Letters*, 66, pp.127–36.

¹⁵⁸ Bahmani-Oskooee, M., 1998. Do exchange rates follow a random walk process in Middle Eastern countries? *Economics Letters* 58, 339–344.

Το υπόδειγμα που χρησιμοποιεί είναι ένα ECM (Error Correction Model) με ESTR μηχανισμό προσαρμογής, αιτιολογώντας την χρήση της Exponential συνάρτησης (και όχι της Logistic για μια LSTR προσαρμογή) με το γεγονός ότι είναι συμμετρική γύρω από την threshold μεταβλητή και η συγκεκριμένη επιλογή έχει την επιθυμητή ιδιότητα να επιστρέφει πίσω στην ισορροπία τόσο ισχυρότερα όσο μεγαλύτερη είναι η απόσταση από εκείνη.

$$\Delta(s + p^* - p)_t = a_0 + r(s + p^* - p)_{t-1} + a_1 \Delta p_t - a_2 \Delta p^*_t + \sum_{i=1}^n a_{3i} \Delta s_{t-i} - \sum_{i=1}^n a_{4i} \Delta p_{t-i} + \sum_{i=1}^n a_{5i} \Delta p^*_{t-i} + \left[a_0 + \rho(s + p^* - p)_{t-1} + a_1 \Delta p_t - a_2 \Delta p^*_t + \sum_{i=1}^n a_{3i} \Delta s_{t-i} - \sum_{i=1}^n a_{4i} \Delta p_{t-i} + \sum_{i=1}^n a_{5i} \Delta p^*_{t-i} \right] F(\cdot) + u_t$$

Εξίσωση 1-16.

Το ESTAR το οποίο εμπεριέχεται στο παραπάνω έχει την μορφή:

$$\Delta q_t = b_0 + r' q_{t-1} + \sum_{i=1}^n b_j \Delta q_{t-j} + \left(\beta_0 + p' q_{t-1} + \sum_{i=1}^n \beta_j \Delta q_{t-j} \right) F(\cdot) + u_t$$

Εξίσωση 1-17.

Λαμβάνοντας όπως σειρά άλλων papers την δεύτερη μορφή του υποδείγματος ουσιαστικά επιβάλλουμε μια σειρά περιορισμών η οποία οδηγεί από το γενικό υπόδειγμα στο ειδικό και οι οποίοι είναι οι εξής:

$$\begin{aligned} a_1 &= a_2 = a_3 = a_4 = 0 \\ a_{i1} &= a_{i2} = a_{i3}, i = 3, 4, 5 \\ \beta_{i1} &= \beta_{i2} = \beta_{i3}, i = 3, 4, 5 \end{aligned}$$

Εξίσωση 1-18.

Τα δεδομένα είναι τριμηνιαίες σειρές από το IMF (International Financial Statistics) και η εργασία καταλήγει στις ισχυρές ενδείξεις για την ύπαρξη Μη Γραμμικότητας στην διαδικασία προσαρμογής όπως και ότι η a priori χρήση ενός STAR υποδείγματος μπορεί να οδηγήσει σε misspecification λόγω των αρχικών περιορισμών που εμπεριέχει η χρήση του συγκεκριμένου υποδείγματος (χρησιμοποιώντας ESTR μηχανισμό απορρίπτουν τους περιορισμούς που θα το μετέτρεπαν σε ESTAR).

Ο Holmes (2001)¹⁵⁹ εξετάζει ένα δείγμα 30 λιγότερο αναπτυγμένων χωρών με την χρήση του ελέγχου των Im, Pesaran και Shin για έλεγχο μοναδιαίας ρίζας σε ετερογενή panel δεδομένα. Χρησιμοποιώντας τριμηνιαία δεδομένα για την περίοδο 1973-1999 καταλήγει σε συμπεράσματα κατά της ύπαρξης της σχέσης PPP στις λιγότερο αναπτυγμένες χώρες.

Οι Chang και Su (2013)¹⁶⁰ αφού αναφέρουν τον περιορισμό της γραμμικότητας στον έλεγχο της σχέσης, ελέγχουν την ισχύ της σε 10 ανατολικές Ασιατικές χώρες με την χρήση του Rank

¹⁵⁹ Holmes, M.J., 2001. New Evidence on Real Exchange Rate Stationarity and Purchasing Power Parity in Less Developed Countries. Journal of Macroeconomics, 23, pp.601-614.

¹⁶⁰ Tsangyao Chang & Chi-Wei Su (2013): Revisiting purchasing power parity for East Asian countries using the rank test for nonlinear cointegration, Applied Economics, 45:19, 2847-2852.

test του Breitung(2001)¹⁶¹ για την ύπαρξη Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης για την περίοδο Μάρτιος 1985-Σεπτέμβριος 2008.

Τα δυο υποδείγματα που χρησιμοποιούν είναι το με περιορισμούς διμετάβλητο:

$$e_t = a + f(p_t - p_t^*) + u_y \quad \text{Εξίσωση 1-19.}$$

Και το χωρίς περιορισμούς τριμετάβλητο

$$e_t = a + f(p_t, p_t^*) + u_y \quad \text{Εξίσωση 1-20.}$$

Όπου e_t η συναλλαγματική ισοτιμία του εκάστοτε νομίσματος προς 1 δολάριο, p_t, p_t^* το εσωτερικό(της εκάστοτε χώρας) και ξένο(των ΗΠΑ) επίπεδο τιμών.

Στην περίπτωση της γραμμικότητας οι σχέσεις είναι αντίστοιχα

$$e_t = a + \beta(p_t - p_t^*) + u_t$$

και

$$e_t = a + \beta_1 p_t - \beta_2 p_t^* + u_t$$

Εξίσωση 1-21.

Η με περιορισμούς εκδοχή θέτει την αναλογικότητα και την συμμετρία σαν συνθήκη εξ' αρχής και αποτελεί την «δυνατή μορφή» της σχέσης, η χωρίς περιορισμούς σχέση υποθέτει ότι η συμμετρία υπάρχει αλλά η αναλογικότητα μπορεί να εξεταστεί ως υπόθεση από την σχέση $\beta_1 = -\beta_2$.

Στα αποτελέσματα που δίνεται

- Στο rank test του ελέγχου (για ύπαρξη η όχι συνολοκλήρωσης οποιασδήποτε μορφής) και στις 10 περιπτώσεις βρίσκονται στοιχεία για την ύπαρξη της σχέσης
- Στο score test του ελέγχου (ύπαρξη γραμμικής η Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης) κρίνεται η γραμμικότητα της σχέσης για όλες τις περιπτώσεις των χωρών εκτός της Κίνας (και αυτής μόνο για την περίπτωση του τριμετάβλητου υποδείγματος)

Οι Moosa και Ming (2018)¹⁶² εξετάζοντας το PPP για την περίοδο 1973-2015 εντοπίζουν σημαντικά στοιχεία για την εύρεση Μη Γραμμικότητας, όχι μόνο στην προσαρμογή της διαδικασίας προς την ισορροπία αλλά και στην ίδια την Μακροχρόνια σχέση ισορροπίας. Οι συγγραφείς ενσωματώνουν την Μη Γραμμικότητα είτε με την άμεση χρήση Μη Γραμμικού ατράκτορα είτε με την Μη Γραμμική προσαρμογή σε έναν γραμμικό ατράκτορα, το οποίο ακολουθεί και η πλειοψηφία της βιβλιογραφίας όπως αποτυπώθηκε παραπάνω. Εντοπίζουν σχέση ακόμα και για την περίπτωση που γραμμική προσαρμογή εφαρμόζεται σε γραμμικό ατράκτορα, πάρα ταύτα η χρήση Μη Γραμμικής προσαρμογής εκτιμάται να πραγματοποιείται ταχύτερα από την αντίστοιχη γραμμική.

¹⁶¹ Breitung, J. (2001) Rank tests for nonlinear cointegration, Journal of Business and Economic Statistics, 19, 331-40.

¹⁶² Moosa, Imad A. & Ma, Ming, 2018. "Linear and Nonlinear Attractors in Purchasing Power Parity," Economia Internazionale / International Economics, Camera di Commercio Industria Artigianato Agricoltura di Genova, vol. 71(2), pages 149-172.

Οι Bhatti και Al-Nassar (2020)¹⁶³ εξετάζουν το PPP και το ex-ante PPP¹⁶⁴ για την περίπτωση των ΗΠΑ και έξι χωρών του GCC (Gulf Cooperation Council) μεταξύ εγχώριων και εξωτερικών τιμών προσαρμοσμένων στη συναλλαγματική ισοτιμία. Οι έλεγχοι στο PPP-Puzzle απορρίπτουν την υπόθεση ύπαρξης συνολοκλήρωσης ενώ η στασιμότητα των πραγματικών συναλλαγματικών ισοτιμιών επίσης απορρίπτονται από ένα σύνολο γραμμικών και Μη γραμμικών ελέγχων. Αντίθετα εμφανίζεται συνολοκλήρωση στην εξέταση της ex-ante PPP για το σύνολο των εξεταζόμενων περιπτώσεων υποστηρίζοντας την ύπαρξη μακροχρόνιας σχέσης μεταξύ του εγχώριου επιπέδου τιμών και του επιπέδου τιμών των ΗΠΑ προσαρμοσμένο ως προς τη συναλλαγματική ισοτιμία συν την αναμενόμενη πραγματική συναλλαγματική ισοτιμία.

Οι Anderl και Caporale(2021)¹⁶⁵ εξετάζουν το PPP για πέντε χώρες (Ηνωμένο Βασίλειο, Καναδά, Νέα Ζηλανδία, Αυστραλία και Σουηδία) για την περίοδο 1993-2019 με την χρήση ARDL και NARDL υποδειγμάτων. Τα αποτελέσματα καταδεικνύουν την ανωτερότητα του μη γραμμικού πλαισίου να προτυποποιήσει την συμπεριφορά των πραγματικών συναλλαγματικών ισοτιμιών δεδομένης της παρουσίας ασυμμετριών τόσο βραχυχρόνια όσο και μακροχρόνια. Συγκεκριμένα σε σύγκριση με το γραμμικό υπόδειγμα η προσαρμογή στην ισορροπία πραγματοποιείται τρεις φορές ταχύτερα με τον αναμενόμενο πληθωρισμό να εμφανίζει σημαίνοντα ρόλο.

Οι Arize και Bahmani(2021)¹⁶⁶ επανεξετάζουν το PPP με την μέθοδο εύρεσης Ασύμμετρης Συνολοκλήρωσης του Shin et al.(2014) σε ένα Μη γραμμικό ARDL πλαίσιο. Βρίσκουν συνολοκλήρωση σε 51 από τις 82 εξεταζόμενες χώρες (σε σχέση με 22 με τη χρήση του ελέγχου συμμετρικής Συνολοκλήρωσης των Pesaran et al.(2001). Καταλήγουν στο ότι η αύξηση του αριθμού των περιπτώσεων επιτυχής εύρεσης πρέπει να αποδοθεί στη Μη γραμμική προσαρμογή των μεγεθών και να αποτελεί παράμετρο σχετικά με την επίδραση του εγχώριου πληθωρισμού στην υποτίμηση του νομίσματος. Πάρα ταύτα δε κρίνουν τα αποτελέσματα αρκετά ισχυρά ώστε να συμμορφώνονται με την υπόθεση του PPP ανεξαρτήτου των αξιοποιηθέντων μεθόδων.

1.10.3. Σχέση μεταξύ Κρατικών Δαπανών και Εσόδων

Όπως αναφέρει ο Bohn (1991) «δεδομένου ότι η κυβερνητική πολιτική βρίσκεται σε έναν διαχρονικό περιορισμό του προϋπολογισμού της, υψηλά ελλείμματα πρέπει κάποια στιγμή να ακολουθηθούν είτε από αύξηση της φορολογίας είτε από μείωση των δαπανών».

Αυτός ακριβώς ο περιορισμός σύμφωνα με τον Bohn είναι η αιτία για την ύπαρξη σχέσης συνολοκλήρωσης αφού « δεδομένου ότι τα ελλείμματα συμπεριλαμβανομένων και των τόκων πρέπει να είναι στάσιμα – όπως απαιτεί ο διαχρονικός περιορισμός του προϋπολογισμού – οι φόροι, οι δαπάνες και το χρέος πρέπει να έχουν μια σχέση συνολοκλήρωσης».

¹⁶³ Razzaque H. Bhatti & Nassar S. Al-Nassar (2021) Price convergence and goods market integration in GCC countries, *Macroeconomics and Finance in Emerging Market Economies*, 14:1, 86-104,

¹⁶⁴ Το ex-ante PPP υποδηλώνει ότι οι εγχώριες τιμές αντιστοιχούν στις προσαρμοσμένες βάσει συναλλαγματικής ισοτιμίας τιμές του εξωτερικού μείον την αναμενόμενη πραγματική συναλλαγματική ισοτιμία στον χρόνο.

¹⁶⁵ Anderl, C. and Caporale, G.M. (2021), "Nonlinearities and asymmetric adjustment to PPP in an exchange rate model with inflation expectations", *Journal of Economic Studies*, Vol. ahead-of-print No. ahead-of-print

¹⁶⁶ Augustine c. Arize and Mohsen Bahmani-Oskooee, Nonlinear ARDL approach and PPP: evidence from 82 countries, *Global Economy Journal* Vol. 21, No. 01, 2150002 (2021)

Υπάρχει μια σειρά εναλλακτικών υποθέσεων οι οποίες έχουν προταθεί για να εξηγήσουν την σχέση μεταξύ Κρατικών δαπανών και εσόδων.

Spend-and-tax: Οι δαπάνες μπορούν να οδηγήσουν σε έσοδα και άρα η αύξηση των Κρατικών δαπανών οδηγεί σε αύξηση των φόρων. Έτσι η αιτιότητα είναι μονής κατεύθυνσης και με θετικό πρόσημο από τις κρατικές δαπάνες προς τα έσοδα. Η υπόθεση αυτή προέρχεται από τους Peacock και Wiseman(1979) . Αυτή η οπτική σύμφωνα με τον Anderson et al. (1986) «οδηγεί σε μια εικόνα του κόσμου στην οποία το πολιτικό σύστημα με κάποιον τρόπο καθορίζει πρώτα τις δαπάνες και μετά βρίσκει πηγές εσόδων για να χρηματοδοτήσει αυτό το επίπεδο δαπάνης, συμπεριλαμβανομένης και άμεσης φορολόγησης, δανεισμού και δημιουργίας χρήματος».

Tax-and-Spend: Οι δαπάνες προσαρμόζονται σε ένα επίπεδο σε σχέση με τους φόρους, δηλαδή η σχέση αιτιότητας είναι μονής κατεύθυνσης από τους φόρους προς τις δαπάνες και άρα υψηλότεροι φόροι για να περιορίσουν το έλλειμμα θα οδηγήσουν αντίθετα σε αύξηση του. Η υπόθεση αυτή προέρχεται από τον Friedman (1978) .

Financial Synchronization: Οι δαπάνες και οι φόροι καθορίζονται ταυτόχρονα και άρα η αιτιότητα είναι διπλής κατεύθυνσης μεταξύ των μεγεθών. Η υπόθεση αυτή προέρχεται από τους Meltzer και Richard (1981) .

Institutional Separation: Οι δαπάνες και τα έσοδα καθορίζονται ανεξάρτητα μεταξύ τους. Η υπόθεση αυτή προέρχεται από τον Wildavsky (1988) .

Η Paleologou (2013) αναφέρει τρεις πιθανούς λόγους για τους οποίους η σχέση μπορεί να εμφανίζει Μη Γραμμικότητες:

1. Η ύπαρξη στενής σχέσης μεταξύ του προϋπολογισμού και του επιχειρηματικού κύκλου και το γεγονός ότι οι επιχειρηματικοί κύκλοι παρουσιάζουν ασυμμετρική συμπεριφορά.
2. Η πιθανή ασυμμετρική αντίδραση των φορολογουμένων σε ενδεχόμενες αλλαγές του επιπέδου φορολογίας η της φορολογικής βάσης
3. Η ασυμμετρική διακύμανση στα επιτόκια και στις συναλλαγματικές ισοτιμίες στην διεθνή Οικονομία η οποία μπορεί να οδηγεί σε αλλαγές στα κρατικά έσοδα από το εμπόριο.

1.10.3.1. Ανασκόπηση της Βιβλιογραφίας

Ο Bohn (1991)¹⁶⁷ θέλοντας να κρατήσει μια ιστορική οπτική στο θέμα του αν τα ελλείμματα μπορούν να εξαφανιστούν από αύξηση των φόρων (και άρα των κρατικών εσόδων) η από την μείωση των δαπανών χρησιμοποιεί δεδομένα για την περίοδο 1790-1988 για τις ΗΠΑ και εντοπίζει σχέση γραμμικής συνολοκλήρωσης μεταξύ των μεγεθών ως ποσοστά του ΑΕΠ.

Η χρήση μιας τόσο μεγάλης χρονικής περιόδου γίνεται για δύο λόγους:

1. Ο περιορισμός του προϋπολογισμού δεν εμποδίζει την εκάστοτε κυβέρνηση να διατηρεί υψηλά ελλείμματα για σημαντικές χρονικές περιόδους δεδομένου ότι η πολιτική αυτή κάποια στιγμή θα αλλάξει (και άρα όσο μεγαλύτερη η εξεταζόμενη χρονική περίοδος

¹⁶⁷Bohn, H. (1991). Budget balance through revenue or spending adjustments? Some historical evidence for the United States. Journal of Monetary Economics 27: 333-359.

τόσο μεγαλύτερη η πιθανότητα να βρεθούν στοιχεία για την προσαρμογή της πολιτικής σε αυτόν τον περιορισμό).

2. Το δημόσιο χρέος είναι μια μεταβλητή η οποία πολύ συχνά κινείται εξαιρετικά αργά αλλά αλλάζει απότομα σε περίπτωση σπάνιων γεγονότων (όπως του πολέμου). Ένα μεγάλο εξεταζόμενο δείγμα επιτρέπει την μείωση της σημαντικότητας τέτοιων γεγονότων (μετριάζοντας την σημασία τους) τα οποία μπορεί να επηρεάσουν τα συμπεράσματα σε μικρότερα δείγματα.

Το εξαιρετικά ενδιαφέρον στα αποτελέσματα του Βοην είναι ότι βρίσκει σημαντικά στοιχεία υπέρ δύο υποθέσεων, συγκεκριμένα για το 50-65 % των ελλειμμάτων τα οποία προκλήθηκαν (με την στατιστική έννοια) από μια ξαφνική μείωση των φόρων και για το 65-70% των ελλειμμάτων που προκλήθηκαν από αύξηση των κρατικών δαπανών η καταπολέμηση γίνεται με ακόλουθη μείωση των δαπανών ενώ για τα υπόλοιπα από αύξηση των εσόδων (και άρα των φόρων).

Βλέπουμε λοιπόν ένα "αρνητικό" γεγονός από την χρήση ενός μεγάλου χρονικού διαστήματος στην εξέταση, ότι η εκάστοτε υπόθεση δεν είναι απαραίτητο να ισχύει καθολικά αλλά σε συγκεκριμένα διαστήματα και μεγαλύτερα χρονικά διαστήματα προς εξέταση αυξάνουν την πιθανότητα για μια τέτοια μετάβαση μεταξύ των υποθέσεων.

Οι Jones και Joulfaian(1991)¹⁶⁸ χρησιμοποιούν ετήσια δεδομένα για την περίοδο 1792-1860 και καταλήγουν ότι οι δαπάνες και τα έσοδα ανταποκρίνονται σε ανισορροπίες του προϋπολογισμού. Χρησιμοποιώντας τριμηνιαία στοιχεία βρίσκουν υποστήριξη για μια διπλής κατεύθυνσης αιτιότητα μεταξύ των μεγεθών.

Ο Owoye (1995)¹⁶⁹ εξετάζει την σχέση μεταξύ των φόρων και των κρατικών δαπανών στις χώρες της G7 για την περίοδο 1961-1990. Ο έλεγχος γίνεται με την χρήση γραμμικής συνολοκλήρωσης και EC υποδειγμάτων με την μεθοδολογία των Engle- Granger. Για την Ιταλία και την Ιαπωνία τα αποτελέσματα των ελέγχων υποστηρίζουν την tax-and-spend υπόθεση ενώ για τις άλλες χώρες την ύπαρξη διπλής αιτιότητας και άρα της υπόθεσης περί fiscal synchronization.

Οι Hondroyiannis και Papapetrou (1996)¹⁷⁰ εξετάζουν την ισχύ η μη της αιτιώδους σχέσης μεταξύ των δυο μεγεθών για την περίπτωση της Ελλάδας την περίοδο 1957-1993 με την χρήση γραμμικής συνολοκλήρωσης.

Όπως αναφέρουν οι συγγραφείς η μελέτη της σχέσης μπορεί να προσφέρει σημαντική πληροφόρηση και κατανόηση του πως διαφορετικές πολιτικές μπορούν να βοηθήσουν στον έλεγχο της αύξησης του κράτους και ως συνέπεια να περιορίσουν το μέγεθος του ελλείμματος το οποίο για την υπό εξέταση περίπτωση έφτασε από το 2 % του ΑΕΠ το 1957 στο 24,1 % του ΑΕΠ το 1993. Αν η αιτιότητα έρχεται από τα κρατικά έσοδα στις δαπάνες τότε η επιβολή

¹⁶⁸ Jones, J. D. and Joulfaian, D. (1991). Federal government expenditures and revenues in the early years of the American Republic: Evidence from 1792 to 1860. *Journal of Macroeconomics* 13: 133-155.

¹⁶⁹ Oluwole Owoye (1995) The causal relationship between taxes and expenditures in the G7 countries: cointegration and error-correction models, *Applied Economics Letters*, 2:1, 19-22.

¹⁷⁰ Hondroyiannis, George & Papapetrou, Evangelia, 1996. "An Examination of the Causal Relationship between Government Spending and Revenue: A Cointegration Analysis," *Public Choice*, Springer, vol. 89(3-4), pages 363-74, December.

επιπλέον φόρων θα αυξήσει το μέγεθος του ελλείμματος, αντίθετα αν η κατεύθυνση είναι η αντίθετη τότε η μείωση των κρατικών δαπανών θα οδηγήσει σε περιορισμό του ελλείμματος.

Ο έλεγχος γίνεται με την διαδικασία εύρεσης γραμμικής συνολοκλήρωσης των Johansen & Juselius και μετά την επιβεβαίωση της ύπαρξης της σχέσης προχωρούν στην εκτίμηση ενός Vector Error Correction Model (VECM) το οποίο περιλαμβάνει την σχέση συνολοκλήρωσης στον Error Correction Term (ECT).

Τα αποτελέσματα τους δείχνουν ότι τα έσοδα είναι εκείνα τα οποία ακολουθούν και προσαρμόζονται σταδιακά στην μακροχρόνια σχέση ενώ το αντίστοιχο δεν μπορεί να ειπωθεί για τις δαπάνες στις οποίες ο συντελεστής του ECT δεν είναι στατιστικά σημαντικός, όσον αφορά για το συνολικό συμπέρασμα είναι ότι οι κρατικές δαπάνες είναι μια εξωγενής μεταβλητή (και άρα επιβεβαιώνεται η spend-and-tax υπόθεση για την συγκεκριμένη περίπτωση και εξεταζόμενη περίοδο).

Η σημασία της παραπάνω σχέσης φαίνεται από το συμπέρασμα των συγγραφέων ότι «σύμφωνα με τα αποτελέσματα μας οποιαδήποτε προσπάθεια για μείωση των ελλειμμάτων χωρίς δραστική μείωση του επιπέδου των κρατικών δαπανών είναι καταδικασμένη να αποτύχει» και ότι «η ανάπτυξη υψηλού επιπέδου ελλειμμάτων για την Ελλάδα για την συγκεκριμένη μεγάλη χρονική περίοδο είναι κυρίως στις αποφάσεις για τις δαπάνες και όχι στην δυναμική των κρατικών εσόδων».

Ο Katrakilidis(1997)¹⁷¹ εφάρμοσε τον γραμμικό έλεγχο συνολοκλήρωσης των Johansen & Juselius για την περίπτωση της Ελληνικής Οικονομίας της περίοδο 1974-1991 και κατέληξε σε διπλής κατεύθυνσης σχέση αιτιότητας.

Οι Narayan and Narayan (2006)¹⁷² εφαρμόζουν τον έλεγχο Granger αιτιότητας των Toda και Yamamoto (1995) για την περίπτωση 12 αναπτυσσόμενων χωρών. Η προτυποποίηση της σχέσης γίνεται συμπεριλαμβάνοντας το ΑΕΠ της εκάστοτε χώρας καθώς όπως αναφέρουν οι συγγραφείς «είναι μια σημαντική μεταβλητή διότι τα κρατικά έσοδα και δαπάνες εξαρτώνται από το επίπεδο οικονομικής δραστηριότητας. Για παράδειγμα μια αναπτυσσόμενη οικονομία θα απαιτεί αύξηση των κρατικών δαπανών για την κατασκευή έργων υποδομής και θα προσφέρει αυξημένα έσοδα για την κυβέρνηση».

Οι Kollias και Paleologou (2006)¹⁷³ εξέτασαν την σχέση για 15 κράτη μέλη της Ευρωπαϊκής Ένωσης για την περίοδο 1960-2002 με την χρήση VECM υποδειγμάτων. Για την Ελλάδα κατέληξαν στην fiscal synchronization υπόθεση.

Η Paleologou (2013)¹⁷⁴ ακολουθεί ένα Μη Γραμμικό πλαίσιο με δομικές αλλαγές και ασυμμετρίες ελέγχοντας την Γερμανία, την Σουηδία και την Ελλάδα για την περίοδο 1965-2009.

¹⁷¹ Constantinos Katrakilidis, 1997. "Spending and revenues in Greece: new evidence from error correction modelling," Applied Economics Letters, Taylor & Francis Journals, vol. 4(6), pages 387-391.

¹⁷² Paresh Kumar Narayan & Seema Narayan (2006) Government revenue and government expenditure nexus: evidence from developing countries, Applied Economics, 38:3, 285-291.

¹⁷³ Christos Kollias & Susana-Maria Paleologou, 2006. "Fiscal policy in the European Union: Tax and spend, spend and tax, fiscal synchronisation or institutional separation?" Journal of Economic Studies, Emerald Group Publishing, vol. 33(2), pages 108-120, May.

¹⁷⁴ Paleologou, S-M, (2013) Asymmetries in the revenue – expenditure nexus: a tale of three countries, Economic Modelling 30, 52-60.

Η μεθοδολογία που χρησιμοποιεί αφορά χρήση TAR και M-TAR υποδειγμάτων και εκτίμηση ενός ασύμμετρου Error Correction Model συνδέοντας έτσι την αντίδραση των κυβερνητικών πολιτικών με κάποια Threshold τιμή στην οποία και ενεργοποιείται ο μηχανισμός διόρθωσης. Συγκεκριμένα η εκτίμηση της σχέσης συνολοκλήρωσης γίνεται με την μεθοδολογία των Gregory & Hansen η οποία επιτρέπει ύπαρξη break στο διάνυσμα συνολοκλήρωσης και η εκτίμηση της συμπεριφοράς των καταλοίπων με TAR και M-TAR υποδείγματα. Σε περίπτωση εύρεσης Μη Γραμμικότητας ακολουθείτε και η διαδικασία των Hansen & Seo (2002) για την ύπαρξη Threshold συμπεριφοράς στο VECM.

Για τις πρώτες δυο χώρες καταλήγει στην fiscal synchronization υπόθεση (χωρίς ύπαρξη ασυμμετρίας) ενώ για την Ελλάδα στην spend-and-tax υπόθεση με ασυμμετρική προσαρμογή στην μακροχρόνια ισορροπία.

Οι Athanaseas, Katrakilidis & Trachanas (2014)¹⁷⁵ εξετάζουν την σχέση για την Ελληνική Οικονομία με τριμηνιαία στοιχεία της περιόδου 1999 έως 2010 με έλεγχο Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης και συγκεκριμένα με την μέθοδο asymmetric ARDL των Shin, Yu και Greenwood-Nimmo (2011)¹⁷⁶.

Η ασυμμετρική σχέση συνολοκλήρωσης είναι της μορφής:

$$y_t = \beta_t^+ x_t^+ + \beta_t^- x_t^- + u_t$$

Όπου β_t^+ και β_t^- συμβολίζει τις μακροχρόνιες παραμέτρους, x_t το $k \times 1$ διάνυσμα μεταβλητών με $x_t = x_0 + x_t^+ + x_t^-$

$$x_t^+ = \sum_{i=1}^t \Delta x_i^+ = \sum_{i=1}^t \max(\Delta x_i, 0)$$

$$x_t^- = \sum_{i=1}^t \Delta x_i^- = \sum_{i=1}^t \min(\Delta x_i, 0)$$

Εξίσωση 1-22.

Και το Nonlinear ARDL(p,q) υπόδειγμα είναι της μορφής:

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \rho y_{t-1} + \theta^+ x_{t-1}^+ + \theta^- x_{t-1}^- + \sum_{i=1}^{p-1} \varphi_i \Delta y_{t-i} + \sum_{i=0}^q (\pi_i^+ \Delta x_{t-i}^+ + \pi_i^- \Delta x_{t-i}^-) + e_t$$

$$t = 1, \dots, q$$

$$\theta^+ = -\rho\beta^+, \theta^- = -\rho\beta^-$$

Εξίσωση 1-23.

Η μηδενική υπόθεση για μη ύπαρξη συνολοκλήρωσης είναι της μορφής $\rho = \theta^+ = \theta^- = 0$.

Το υπόδειγμα επιτρέπει διαφορετική αντίδραση της σχέσης ανάλογα με το αν η μεταβολή του μεγέθους είναι θετική η αρνητική και στο διάνυσμα συνολοκλήρωσης (μακροχρόνια ισορροπία) αλλά και στις χρονικές υστερήσεις των πρώτων διαφορών του (βραχυχρόνια ισορροπία).

¹⁷⁵ Athanasios Athanaseas, Constantinos Katrakilidis, Emmanoyil Trachanas. Government spending and revenues in the Greek economy: evidence for nonlinear cointegration. *Empirica*, May 2014, volume 41, issue 2, pp 365-376.

¹⁷⁶ Shin, Y., Yu, B., Greenwood-Nimmo, M., (2011) Modelling asymmetric cointegration and dynamic multipliers in a nonlinear ARDL framework. *Mimeo*.

Συγκεκριμένα αν $-\theta^+/\rho = -\theta^-/\rho$ η προσαρμογή στην μακροχρόνια ισορροπία είναι συμμετρική, αντίστοιχα αν $\sum_{i=0}^q \pi_i^+ = \sum_{i=0}^q \pi_i^-$ υπάρχει βραχυχρόνια συμμετρία στις αντιδράσεις.

Καταλήγουν στην εύρεση σχέσης συνολοκλήρωσης και την υποστήριξη της υπόθεσης για fiscal synchronization παρέχοντας αποτελέσματα τα οποία συνηγορούν στην ύπαρξη ασύμμετρων αντιδράσεων μεταξύ των δυο μεγεθών σε βραχυχρόνιο και μακροχρόνιο ορίζοντα.

Ο Mutascu (2015)¹⁷⁷ χρησιμοποιεί bootstrap panel Granger αιτιότητα για να εξετάσει τη σχέση για την Πορτογαλία, Ιρλανδία, Ιταλία, Ελλάδα και Ισπανία. Εντοπίζουν για την περίοδο 1988-2014 μόνης κατεύθυνσης αιτιότητα από τα Κρατικά έσοδα στις Κρατικές δαπάνες για την Ιταλία και την Ελλάδα, μόνης κατεύθυνσης αιτιότητα για την Πορτογαλία από τις Κρατικές Δαπάνες στα Κρατικά Έσοδα και μη ύπαρξη σχέσης για την Ιρλανδία και την Ιταλία.

Οι Karakas και Turan (2019)¹⁷⁸ διερευνούν την σχέση Κρατικών Εσόδων – Δαπανών για την Κροατία, Τσεχία, Ουγγαρία, Πολωνία, Ρουμανία και Σλοβενία χρησιμοποιώντας τριμηνιαία δεδομένα και εξέταση NARDL συνολοκλήρωσης. Τα εμπειρικά τους δεδομένα υποδηλώνουν μεταξύ άλλων fiscal synchronization για τη Σλοβενία, Spend-Tax για τη Τσεχία και Tax-Spend για τη Κροατία και την Ουγγαρία. Εντοπίζουν Μη γραμμικότητες με τη μορφή ασύμμετρης συμπεριφοράς για το σύνολο των χωρών βραχυχρόνια και για την Κροατία, Τσεχία, Ουγγαρία και Πολωνία μακροχρόνια, υποδηλώνοντας τη σημασία της στην εξέταση της συγκεκριμένης σχέσης.

Οι Petrakos et al (2021)¹⁷⁹ εξετάζουν τη δημιουργία πολιτικών κύκλων στον προϋπολογισμό (αύξηση δαπανών τα έτη των εθνικών εκλογών) με χρήση δεδομένων της Ελληνικής Οικονομίας για την περίοδο 1980-2018. Διαπιστώνουν ότι προκύπτει χειραγώγηση των δημόσιων δαπανών όχι μέσω των εσόδων που προκύπτουν αλλά από την ύπαρξη ευκαιριών στην πολιτικό-οικονομική συμπεριφορά. Εφαρμόζουν ένα εμπειρικό υπόδειγμα για τη σύνδεση των κρατικών δαπανών και εσόδων και καταλήγουν ότι τις χρονιές των εθνικών εκλογών η δημόσια δαπάνη αυξάνεται κατά 2,2% του ΑΕΠ ενώ επεξηγούν ότι στην περίπτωση αυτή τα γραμμικά υποδείγματα δεν είναι ικανά για τη σαφή αποτύπωση των μεγεθών.

¹⁷⁷ Mutascu, M. 2015. "A Bootstrap Panel Granger Causality Analysis of Government Revenues and Expenditures in the PIIGS Countries." *Economics Bulletin* 35 (3):2000-04.

¹⁷⁸ Mesut Karakas & Taner Turan, 2019. "The Government Spending-Revenue Nexus in CEE Countries: Some Evidence for Asymmetric Effects," *Prague Economic Papers*, Prague University of Economics and Business, vol. 2019(6), pages 633-647.

¹⁷⁹ Petrakos, G., Rontos, K., Vavoura, C., Vavouras, I. (2021). The Mechanism of Political Budget Cycles in Greece. In: Tsounis, N., Vlachvei, A. (eds) *Advances in Longitudinal Data Methods in Applied Economic Research*. ICOAE 2020. Springer Proceedings in Business and Economics. Springer, Cham

1.11. Εξεταζόμενα Χρηματοοικονομικά μεγέθη

Στα πλαίσια της παρούσας διατριβής αποφασίστηκε μετά την ανάπτυξη της Μεθοδολογίας Εύρεσης Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης η εξέταση/εφαρμογή της προτεινόμενης (σε αντιπαραβολή με τις προϋπάρχουσες μεθοδολογίες) σε συγκεκριμένα Χρηματοοικονομικά μεγέθη. Στην παρούσα ενότητα πραγματοποιείται η παρουσίαση της υπάρχουσας βιβλιογραφίας σε μεθόδους εύρεσης γραμμικών και Μη Γραμμικών σχέσεων συμμεταβολής στα κάτωθι μεγέθη:

- Σχέση τιμών και όγκου για τις Χρηματιστηριακές Μετοχές
- Σχέση μεταξύ των αποδόσεων των 10ετών Ομολόγων και του επίπεδου του ελλείμματος για την Ευρωζώνη

1.11.1. Σχέση τιμών – όγκου για τις Χρηματιστηριακές Μετοχές

Ο Karpoff (1987)¹⁸⁰ σε μια ανασκόπηση του θέματος αναφέρει τέσσερις λόγους για τους οποίους έχει νόημα η μελέτη της σχέσης μεταξύ του όγκου συναλλαγών και των τιμών των μετοχών.

Πρώτον, παρέχει πληροφόρηση για την δομή των χρηματαγορών. Υποθέσεις για την δομή της σχέσης αυτής έχουν οδηγήσει διάφορα υποδείγματα τα οποία την προτυποποιούν εξετάζοντας τον ρυθμό της ροής πληροφοριών, το πώς αυτές οι πληροφορίες διαδίδονται, την έκταση στην οποία η αγορά ερμηνεύει αυτές τις πληροφορίες, το μέγεθος της και την ύπαρξη περιορισμών στις βραχυχρόνιες πωλήσεις. Η εμπειρική σχέση μεταξύ τιμών και όγκου μπορεί να μας οδηγήσει στο να καταλήξουμε στην επιλογή μεταξύ εναλλακτικών υποθέσεων για την δομή της αγοράς και των χαρακτηριστικών της.

Δεύτερον η σχέση αυτή είναι σημαντική για ένα σύνολο ερευνών οι οποίες χρησιμοποιούν τον συνδυασμό τιμών- όγκου για να καταλήξουν σε ελέγχους υποθέσεων για την λειτουργία της αγοράς καθώς :

- ο όγκος έχει χρησιμοποιηθεί για να καταδείξει εάν ένα συγκεκριμένο γεγονός έχει "πληροφοριακό περιεχόμενο" για την αγορά και του κατά πόσο οι επενδυτές αξιολογούν το γεγονός αυτό με τον ίδιο ή με διαφορετικό τρόπο
- οι αλλαγές στις τιμές των μετοχών μπορεί να ληφθούν ως η ερμηνεία των νέων πληροφοριών και ο αντίστοιχος όγκος των συναλλαγών το κατά πόσο η αγορά συμφωνεί ή όχι με αυτήν την ερμηνεία.

Εάν οι τιμές και ο όγκος καθορίζονται από κοινού η συγκεκριμένη πληροφορία θα αυξήσει την δύναμη αυτών των ελέγχων και θα οδηγήσει σε πιο ασφαλή συμπεράσματα.

Τρίτον η σχέση τιμών και όγκου είναι σημαντική στην συζήτηση για την εμπειρική κατανομή των αποδόσεων. Συγκεκριμένα όταν λαμβάνονται σε συγκεκριμένη συχνότητα (ημερήσια) οι αλλαγές των τιμών φαίνεται να είναι ασυσχέτιστες μεταξύ τους και συμμετρικά κατανομημένες αλλά εμφανίζουν μεγαλύτερη κύρτωση από την κανονική κατανομή.

¹⁸⁰ Karpoff, Jonathan M., 1987. "The Relation between Price Changes and Trading Volume: A Survey," Journal of Financial and Quantitative Analysis, Cambridge University Press, vol. 22(01), pages 109-126, March.

Μια επεξήγηση για αυτό είναι γνωστή ως υπόθεση «μείγματος κατανομών» (mixture of distributions hypothesis) η οποία και υποστηρίζει την ύπαρξη σχέσης μεταξύ του ρυθμού των αποδόσεων των μετοχών και του όγκου συναλλαγών.

Σύμφωνα με την υπόθεση αυτή οι ημερήσιες αλλαγές στις τιμές προέρχονται από ένα σύνολο κατανομών οι οποίες χαρακτηρίζονται από διαφορετικές διακυμάνσεις (μεταβαλλόμενη παράμετρος διακύμανσης) το οποίο πιθανώς μπορεί να αποτυπωθεί από τον όγκο και άρα η γνώση της σχέσης αυτής μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε έρευνες για να μετρηθεί η αλλαγή στην διακύμανση των τιμών από περιόδους χωρίς γεγονότα σε περιόδους με γεγονότα (όπου ως γεγονός ορίζεται η ύπαρξη νέας πληροφορίας).

Τέταρτον η σχέση τιμών όγκου είναι σημαντική στον έλεγχο της αγοράς futures προϊόντων καθώς η μεταβλητότητα των τιμών επηρεάζει τον όγκο των συναλλαγών σε futures συμβόλαια (συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης).

Οι Hiemstra & Jones (1994)¹⁸¹ αναφέρουν τέσσερις πιθανές εξηγήσεις της ύπαρξης αιτιώδους σχέσης μεταξύ τιμών και όγκου

- Τα υποδείγματα διαδοχικής ροής πληροφοριών (Copeland (1976)¹⁸², Jennings, Starks & Fellingham (1981)¹⁸³) υποθέτουν θετική αιτιώδη σχέση μεταξύ των δυο μεγεθών. Οι πληροφορίες έρχονται διαδοχικά (μια την φορά) και ερμηνεύονται από τους επενδυτές οδηγώντας μέσα από μια πορεία προσωρινών ισορροπιών στην τελική ισορροπία (που περιέχει το σύνολο των πληροφοριών). Λόγω αυτής της διαδοχικής πληροφόρησης ερμηνεύεται η ύπαρξη αυτής της αιτιώδους σχέσης καθώς οι χρονικές υστερήσεις του όγκου συναλλαγών περιέχουν πληροφόρηση η οποία μπορεί να βοηθήσει στην καλύτερη πρόβλεψη της απόλυτης τιμής των αποδόσεων των μετοχών και vice versa.
- Οι Lakonishok & Smidt (1989)¹⁸⁴ φέρνουν το θέμα της σχέσης σε εξάρτηση από φορολογικά και μη φορολογικά κίνητρα συναλλαγών. Συγκεκριμένα η δυναμική σχέση είναι αρνητική για φορολογικά κίνητρα και θετική για παρουσία μη φορολογικών κινήτρων στις συναλλαγές.
- Υποδείγματα mixture of distributions όπως του Clark (1973)¹⁸⁵ στο οποίο η ροή πληροφοριών προσεγγίζεται από τον όγκο συναλλαγών καθώς είναι ένας κοινός παράγοντας και για τα δυο μεγέθη, δεν υπάρχει πραγματική αιτιώδης σχέση μεταξύ τιμών και όγκου αλλά η χρήση του όγκου συναλλαγών μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αξιοποίηση της ροής πληροφοριών ως μεγέθους.
- Οι noise traders οι οποίοι δεν λειτουργούν αξιολογώντας τα θεμελιώδη μεγέθη της εκάστοτε μετοχής και οδηγούν στην ύπαρξη παροδικών βραχυχρόνιων κινήσεων στις τιμές των μετοχών, η θετική αιτιώδης σχέση μεταξύ τιμών και όγκου είναι συμβατή με αυτήν την θεώρηση ότι οι επενδυτικές στρατηγικές των noise traders οδηγούν σε κίνηση

¹⁸¹ Hiemstra, C. and Jones, J. D. (1994), Testing for Linear and Nonlinear Granger Causality in the Stock Price-Volume Relation. The Journal of Finance, 49: 1639–1664.

¹⁸² Copeland, T., 1976, A model of asset trading under the assumption of sequential information arrival, Journal of Finance 31, 135-155.

¹⁸³ Jennings, R., L. Starks, and J. Fellingham, 1981, An equilibrium model of asset trading with sequential information arrival, Journal of Finance 36, 143-161.

¹⁸⁴ Lakonishok, J., and S. Smidt, 1989, Past price changes and current trading volume, The Journal of Portfolio Management 15, 18-24.

¹⁸⁵ Clark, P., 1973, A subordinated stochastic process model with finite variances for speculative prices, Econometrica 41, 135-155.

των τιμών των μετοχών. Συγκεκριμένα μια θετική σχέση μεταξύ τιμών και όγκου είναι συμβατή με τις επενδυτικές στρατηγικές των noise traders οι οποίες εξαρτώνται από παρελθοντική κίνηση των τιμών των μετοχών.

1.11.1.1. Ανασκόπηση της Βιβλιογραφίας

Οι Granger και Morgenstern (1963)¹⁸⁶ χρησιμοποιώντας φασματική ανάλυση σε εβδομαδιαία και μηνιαία δεδομένα από το 1939 έως το 1961 για την μελέτη της σχέσης τιμών και όγκου στο χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης (Dow- Jones, S & P, επιλεγμένοι δείκτες και κάποιες επιλεγμένες μετοχές) κατέληξαν σε δυο συμπεράσματα:

- Επιβεβαίωσαν την υπόθεση τυχαίου περιπάτου για τα εβδομαδιαία και μηνιαία δεδομένα (χωρίς να μπορέσουν να ελέγξουν για μικρότερη συχνότητα δεδομένων λόγω του πλήθους των δεδομένων που είχαν στην διάθεση τους)
- Δεν βρέθηκε καμία σχέση μεταξύ των τιμών των σειρών και του αντίστοιχου όγκου συναλλαγών.

Οι Godfrey, Granger και Morgenstern (1964)¹⁸⁷ χρησιμοποιώντας στοιχεία από διάφορες σειρές (μεταξύ των οποίων και ημερήσια στοιχεία) δεν μπόρεσαν να βρουν συσχέτιση μεταξύ της απόλυτης τιμής των πρώτων διαφορών των τιμών και του όγκου συναλλαγών.

Η θεωρητική βάση αυτής της σχέσης (της απόλυτης τιμής των διαφορών των τιμών και του όγκου συναλλαγών) στηρίζεται στο σκεπτικό ότι από την αρχική τιμή μιας μετοχής και υποθέτοντας την ύπαρξη μιας αύξησης στην ζήτηση για την μετοχή, η αγορά θα οδηγήσει αντίστοιχα την μετοχή σε μια ανώτερη τιμή της αρχικής μέσω μιας διαδικασίας συνεχών συναλλαγών το οποίο θα σημαίνει και αύξηση του όγκου συναλλαγών. Αντίστοιχη πορεία θα έχει μια μείωση της ζήτησης η οποία επίσης θα οδηγήσει όμως σε αύξηση του όγκου συναλλαγών αιτιολογώντας την μελέτη της σχέσης του όγκου συναλλαγών σε σχέση με την απόλυτη μεταβολή της τιμής.

Τα αποτελέσματα των ερευνών σε συνδυασμό με την παραπάνω θεωρία οδήγησε σε αμφιβολίες του κατά πόσο η χρήση συμβατικής θεωρίας ζήτησης και προσφοράς μπορούσε να χρησιμοποιηθεί στην μελέτη της συμπεριφοράς του χρηματιστηρίου¹⁸⁸.

Ο Clark (1973)¹⁸⁹ λαμβάνοντας ημερήσια στοιχεία, για cotton futures συμβόλαια, την περίοδο 1945-58 χρησιμοποιεί ένα υπόδειγμα (latent common factor) στην λογική ότι ο όγκος μπορεί να ερμηνευθεί ως προσέγγιση της ροής των πληροφοριών στην στοχαστική διαδικασία η οποία παράγει την μεταβλητότητα στις αποδόσεις των μετοχών και έτσι εξετάζει την συσχέτιση της απόλυτης τιμής των πρώτων διαφορών με τον όγκο συναλλαγών.

Σύμφωνα με αυτό το υπόδειγμα (μικτών κατανομών - mixture of distributions model) η ροή πληροφοριών είναι ένας κρυμμένος κοινός παράγοντας που επηρεάζει τις αποδόσεις των μετοχών και τον όγκο συναλλαγών. Για το υπόδειγμα του Clark δεν υπάρχει πραγματική

¹⁸⁶ CWJ Granger, O Morgenstern, Spectral analysis of New York Stock Market Prices- Kyklos, 1963

¹⁸⁷ Godfrey, M. D., Granger, C. W. J. and Morgenstern, O. (1964), The random-walk hypothesis of stock market behavior a. Kyklos, 17: 1-30

¹⁸⁸ Godfrey, M. D., Granger, C. W. J. and Morgenstern, O. (1964), The random-walk hypothesis of stock market behavior a. Kyklos, 17: 1-30

¹⁸⁹ Clark, P. K. "A Subordinated Stochastic Process Model with Finite Variance for Speculative Prices." *Econometrica*, 41 (Jan. 1973), 135-155.

αιτιώδης σχέση μεταξύ του όγκου συναλλαγών και των αποδόσεων των μετοχών (η σχέση οφείλεται στον κοινό παράγοντα).

Οι Epps & Epps (1976)¹⁹⁰ χρησιμοποιούν ένα υπόδειγμα που προσφέρει μια διαφορετική εξήγηση για την θετική σχέση μεταξύ των αποδόσεων των μετοχών και του όγκου συναλλαγών. Συγκεκριμένα στο δικό τους mixture of distributions υπόδειγμα ο όγκος συναλλαγών χρησιμοποιείται για την μέτρηση της ασυμφωνίας, οι επενδυτές επαναξιολογούν τις εκτιμήσεις των τιμών των μετοχών καθώς έρχονται νέες πληροφορίες στην αγορά. Όσο μεγαλύτερος ο βαθμός της ασυμφωνίας ανάμεσα στους επενδυτές τόσο μεγαλύτερος ο όγκος συναλλαγών. Το υπόδειγμα τους δείχνει θετική αιτιώδη σχέση από τον όγκο συναλλαγών στην απόλυτη τιμή των αποδόσεων των μετοχών.

Ο Copeland (1976)¹⁹¹ προσπάθησε να θεμελιώσει την κατεύθυνση της σχέσης ανάμεσα στην απόλυτη τιμή των πρώτων διαφορών των τιμών των μετοχών και του όγκου συναλλαγών κάτω από την υπόθεση της διαδοχικής ροής πληροφοριών.

Η υπόθεση αφορά στο ότι η πληροφορία έρχεται διαδοχικά σε έναν επενδυτή την φορά, οι συναλλαγές πραγματοποιούνται αφού κάθε επενδυτής λάβει την πληροφόρηση αλλά οι μη πληροφορημένοι επενδυτές δεν συμπεραίνουν το περιεχόμενο της πληροφορίας από τις πράξεις των πληροφορημένων επενδυτών και επίσης απαγορεύονται οι ανοικτές πωλήσεις.

Χρησιμοποιεί τον όγκο συναλλαγών σαν προσέγγιση της μέτρησης του ρυθμού των πληροφοριών που έρχονται στην αγορά και καταλήγει σε μια θετική και γραμμική σχέση εφόσον η παραπάνω υπόθεση ισχύει.

Αυτή η ροή των πληροφοριών σύμφωνα με τον Copeland δημιουργεί μιας σειρά από παροδικές ισορροπίες που συνδέονται με διάφορους συνδυασμούς τιμών- όγκου και οι οποίες σταδιακά οδηγούν στην τελική ισορροπία (με την πλήρη γνώση των πληροφοριών).

Ο Rogalski (1978)¹⁹² χρησιμοποιώντας για έλεγχο αιτιότητας την διαδικασία του Haugh(1976)¹⁹³ εξετάζει μηνιαία δεδομένα για δέκα μετοχές με έλεγχο αιτιότητας μεταξύ της μεταβολής τιμής των μετοχών και του όγκου συναλλαγών.

Καταλήγει στο συμπέρασμα ότι υπάρχει εξάρτηση και η γνώση της συμπεριφοράς του όγκου συναλλαγών μπορεί να οδηγήσει οριακά σε καλύτερη πρόβλεψη των τιμών των μετοχών σε σύγκριση με μια πρόβλεψη που προκύπτει μόνο με την χρήση της πληροφόρησης των παρελθοντικών τιμών της μετοχής. Σημειώνει όμως ότι δεν βρήκε συσχέτιση (η γενικότερα κάποια μορφή εξάρτησης) μεταξύ τρέχουσας μεταβολής τιμών και χρονικών υστερήσεων των τιμών του όγκου.

¹⁹⁰ Epps, T. W., and M. L. Epps. "The Stochastic Dependence of Security Price Changes and Transaction Volumes: Implications for the Mixture-of-Distributions Hypothesis." *Econometrica*, 44 (March 1976), 305-321.

¹⁹¹ Copeland, T. E. "A Model of Asset Trading under the Assumption of Sequential Information Arrival." *Journal of Finance*, 31 (Sept. 1976), 1149-1168.

¹⁹² Richard J. Rogalski, The Dependence of Prices and Volume, *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 60, No. 2 (Apr. 1978), pp. 268-274.

¹⁹³ Haugh, Larry D., "Checking the Independence of Two Covariance-Stationary Time Series: A Univariate Residual Cross-Correlation Approach," *Journal of the American Statistical Association* 71 (June 1976), 378-385.

Ο Karpoff (1987)¹⁹⁴ αναφέρεται στο κλείσιμο του review της μέχρι τότε βιβλιογραφίας, και αφού συνοψίζει τα συμπεράσματα, στην πιθανή ασυμμετρία για την σχέση μεταξύ τιμών και όγκου όπου «η σχέση είναι δομικά διαφορετική για θετικές και αρνητικές αλλαγές στις τιμές».

Συγκεκριμένα υποθέτοντας ότι αν «για θετικές αλλαγές του επιπέδου των τιμών η υπό συνθήκη αναμενόμενη σχέση μεταξύ τιμών και όγκου είναι $V^+ = f(\Delta p | \Delta p \geq 0)$ και για αρνητικές αλλαγές $V^- = g(\Delta p | \Delta p \leq 0)$ με $f' > |g'|$ τότε $E(V^+ / \Delta p) > E(V^- / \Delta p)$ το οποίο είναι σύμφωνο με τα ευρήματα του Erps (1975,1977), Hanna (1978)¹⁹⁵, Smirlock and Starks(1984)¹⁹⁶, Jain and Joh(1986)¹⁹⁷.

Αντίστοιχα ένας έλεγχος γραμμικής εξάρτησης μεταξύ του V και Δp , παρότι θα ήταν λανθασμένα ορισμένη θα έβρισκε θετική συσχέτιση».

Οι Scheinkman και LeBaron(1989)¹⁹⁸ εξετάζουν αποδόσεις με την χρήση αλγορίθμων για τον διαχωρισμό μεταξύ τυχαίων και ντετερμινιστικών συστημάτων με "μικρή" παρουσία θορύβου για την εύρεση Μη Γραμμικότητας.

Συγκεκριμένα δείχνουν ότι η θεωρία τυχαίου περιπάτου είναι ανεπαρκής και ότι Μη Γραμμικότητες μπορεί να παίζουν έναν σημαντικό ρόλο στην επεξήγηση των αποδόσεων. Σημειώνουν ότι οι έλεγχοι που χρησιμοποιούν δεν μπορούν να δώσουν στοιχεία για την μορφή της Μη Γραμμικότητας η οποία εντοπίζεται στα δεδομένα.

Ο έλεγχος έγινε σε εβδομαδιαία στοιχεία με την χρήση των διαγραμμάτων Grassberger-Procaccia και τον υπολογισμό της correlation dimension (διάστασης συσχέτισης).

Καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι «τα δεδομένα δεν είναι ασύμβατα με την θεωρία ότι ένα μέρος της μεταβλητότητας προέρχεται από Μη Γραμμικότητες και όχι από τυχαιότητα και δεν είναι συμβατά με την θεωρία ότι οι αποδόσεις παράγονται από i.i.d. τυχαίες μεταβλητές».

Ο Hsieh (1991)¹⁹⁹ αφού αναφέρετε στην αδυναμία της προϋπάρχουσας θεωρίας να επεξηγήσει την μεγάλη συχνότητα των υψηλών κινήσεων των Χρηματιστηριακών αγορών (κραχ του 1987) αναφέρεται στην ύπαρξη Μη Γραμμικής δυναμικής και συγκεκριμένα ντετερμινιστικής χαοτικής δυναμικής στις αποδόσεις των μετοχών (καθώς η χαοτική δυναμική έχει την ιδιότητα να παράγει υψηλές κινήσεις οι οποίες εμφανίζονται να είναι τυχαίες με μεγαλύτερη συχνότητα απ' ότι τα γραμμικά υποδείγματα).

Επίσης αναφέρεται στην «ψευδαίσθηση» της υψηλής διαθεσιμότητας χρηματοοικονομικών δεδομένων όσον αφορά το μέγεθος τους (καθώς η συχνότητα λήψης τους μπορεί να γίνεται και σε επίπεδο δευτερολέπτου). Πάραυτα η χρήση τέτοιων δεδομένων περιλαμβάνει δομικές

¹⁹⁴ Karpoff, Jonathan M., 1987. "The Relation between Price Changes and Trading Volume: A Survey," Journal of Financial and Quantitative Analysis, Cambridge University Press, vol. 22(01), pages 109-126, March.

¹⁹⁵ Hanna, M. "Security Price Changes and Transaction Volumes: Additional Evidence." American Economic Review, 68 (Sept. 1978), 692-695.

¹⁹⁶ Smirlock, M., and L. Starks. "A Transactions Approach to Testing Information Arrival Models." Working Paper, Washington Univ. (Aug. 1984).

¹⁹⁷ Jain, P. C., and G. Joh. "The Dependence between Hourly Prices and Trading Volume." Working Paper, The Wharton School, Univ. of PA (Sept. 1986).

¹⁹⁸ José A. Scheinkman and Blake LeBaron, Nonlinear Dynamics and Stock Returns Source: The Journal of Business, Vol. 62, No. 3 (Jul., 1989), pp. 311-337.

¹⁹⁹ David A. Hsieh, Chaos and Nonlinear Dynamics: Application to Financial Markets, The Journal of Finance, vol.46, No.5 (Dec.1991), pp 1839-1877.

εξαρτήσεις στην μικροαγορά (micro market structure dependencies) οι οποίες θεωρούνται «τεχνητές» εξαρτήσεις και τις οποίες ο έλεγχος για Μη Γραμμική δυναμική πιθανών θα εντοπίσει και θα μας δώσει διαφορετικά αποτελέσματα, με προτεινόμενη λύση την χρήση δεδομένων συγκεκριμένης συχνότητας ώστε να αποφεύγεται η ύπαρξη της συγκεκριμένης παραπλανητικής πληροφόρησης.

Σε αυτό το πρόβλημα δεν δίνει λύση η χρήση μεγαλύτερου μεγέθους δεδομένων καθώς με την αύξηση αυτού του εύρους προς τα πίσω ενισχύεται η πιθανότητα μη στασιμότητας της χρονοσειράς (λόγω π.χ. μη απρόβλεπτων αλλαγών κατάστασης – regime change).

Ο συνδυασμός των παραπάνω μας οδηγεί σε έναν σημαντικό περιορισμό στην χρήση δεδομένων (το μεγάλο πλήθος των οποίων είναι απαραίτητο για αξιόπιστα αποτελέσματα του ελέγχου και παρά την υψηλή διαθεσιμότητά τους φαίνεται να συνοδεύεται από συγκεκριμένο «κόστος» αφού κατά την εκτίμηση που μπορεί να μας οδηγήσει σε λανθασμένα συμπεράσματα).

Ο έλεγχος που χρησιμοποιείται είναι ο BDS των Brock, Dechert και Scheinkman (1987)²⁰⁰ (για να αποφευχθούν σφάλματα λόγω του πλήθους των διαθέσιμων παρατηρήσεων) για την περίοδο 1963-1987 όπου και καταλήγει σε απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης (i.i.d) για το σύνολο των αποδόσεων των ελεγχόμενων χαρτοφυλακίων.

Κατόπιν και για να ελέγξει την υπόθεση ότι δομικές αλλαγές δεν οδηγούν τον έλεγχο BDS στο να απορρίψει την μηδενική υπόθεση χρησιμοποιεί σύνολα δεδομένων διαφορετικής συχνότητας (από εβδομαδιαίες αποδόσεις για την περίοδο 1962-89 έως 15λεπτες αποδόσεις για το 1988 χωρισμένες σε τέσσερα υποσύνολα). Αυτό στηρίζεται στην θεώρηση ότι όσο μικραίνει η συχνότητα σε όλο και μικρότερες χρονικές περιόδους περιορίζουμε την πιθανότητα ύπαρξης δομικών αλλαγών (αλλά χωρίς να φτάνει σε επίπεδο δευτερολέπτου καθώς εκεί μπορεί να εντοπίσει ο έλεγχος δομικές εξαρτήσεις στην μικροαγορά). Στο σύνολο των παραπάνω περιπτώσεων η μηδενική υπόθεση εξακολουθεί να απορρίπτεται.

Ελέγχοντας τα αίτια απόρριψης της IID υπόθεσης εξαιτίας της παρουσίας χαοτικής δυναμικής η υπό συνθήκη ετεροσκεδαστικότητας (π.χ. προβλεπόμενη μεταβολή διακύμανσης) καταλήγει ότι ο λόγος φαίνεται να είναι ο τελευταίος.

Οι Gallant, Rossi & Tauchen (1992)²⁰¹ εξετάζουν την συμμεταβολή μεταξύ τιμών και όγκου για το New York Stock Exchange την περίοδο 1928 - 1987 με ημερήσια δεδομένα.

Τα δεδομένα προσαρμόζονται για να λάβουν υπόψιν μακροχρόνιες τάσεις και γνωστά calendar effects.

Καταλήγουν μεταξύ άλλων στο ότι:

1. Υπάρχει θετική συσχέτιση μεταξύ της υπό συνθήκη μεταβλητότητας των αποδόσεων και του όγκου συναλλαγών

²⁰⁰ Brock, W.A., W.D. Dechert and J.A. Scheinkman (1987). "A Test for Independence Based on the Correlation Dimension", mimeo.

²⁰¹ Gallant, A. Ronald, Rossi Peter E., and Tauchen George. "Stock Prices and Volume." The Review of Financial Studies 5, no. 2 (1992): 199-242.

2. Υψηλές κινήσεις στις τιμές των μετοχών ακολουθούνται από υψηλούς όγκους συναλλαγών

Οι Hiemstra & Jones (1992)²⁰² εντοπίζουν σημαντική Μη Γραμμικότητα στον όγκο συναλλαγών και δεδομένου ότι έχουν βρεθεί σημαντικές Μη Γραμμικότητες και στις αποδόσεις των μετοχών πιθανολογούν ότι η αιτιώδης σχέση μεταξύ των μεγεθών μπορεί να είναι Μη Γραμμική (δεδομένου δηλαδή ότι για την μονομετάβλητη εξάρτηση των χρονοσειρών έχουν εντοπιστεί σημαντικές Μη Γραμμικότητες και για τα δυο μεγέθη).

Στο paper των Hiemstra & Jones (1994)²⁰³ εξετάζεται η πιθανή ύπαρξη Μη Γραμμικής αιτιότητας μεταξύ των ημερησίων αποδόσεων των μετοχών και των ποσοστιαίων μεταβολών του όγκου συναλλαγών για το New York Stock Exchange.

Οι συγγραφείς βρίσκουν στοιχεία που υποστηρίζουν την ύπαρξη Μη Γραμμικής αιτιότητας διπλής κατεύθυνσης μεταξύ των μεγεθών. τα οποία γραμμικές μέθοδοι αδυνατούσαν να εντοπίσουν, μετασχηματίζοντας τον έλεγχο των Baek & Brock για να άρουν κάποιους από τους περιορισμούς του ελέγχου.

Χρησιμοποιούν ημερήσια στοιχεία του δείκτη Dow Jones για τις περιόδους 1915- 1946 και 1947-1990, ο διαχωρισμός γίνεται διότι άλλοι συγγραφείς βρήκαν δομική αλλαγή στην χρονοσειρά σε άλλο paper (Kim, Nelson & Startz (1991)²⁰⁴) και επειδή οι έλεγχοι αιτιότητας επηρεάζονται από μη στασιμότητα που προκαλείται από δομικές αλλαγές στην χρονοσειρά.

Ο Brooks (1998)²⁰⁵ χρησιμοποιώντας ημερήσια στοιχεία του Dow Jones για την περίοδο 1978-1988 εξετάζει την ύπαρξη γραμμικής και Μη Γραμμικής Granger αιτιότητας μεταξύ της μεταβλητότητας των αποδόσεων και του όγκου συναλλαγών. Βρίσκει διπλής κατεύθυνσης γραμμική και Μη Γραμμική αιτιότητα (η σχέση από την μεταβλητότητα προς τον όγκο εντοπίζεται πιο ισχυρή).

Ο Kanas (2003)²⁰⁶ εξετάζει για ύπαρξη Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης την σχέση μεταξύ τιμών και μερισμάτων για τις ΗΠΑ την περίοδο 1871-1999. Με την χρήση του αλγόριθμου Alternating Conditional Expectations (ACE) μετασχηματίζει τις χρονοσειρές και ελέγχει για ύπαρξη συνολοκλήρωσης στους μετασχηματισμούς αυτούς. Καταλήγει στην εύρεση ισχυρών ενδείξεων για Μη Γραμμική συνολοκλήρωση μεταξύ των μεγεθών.

Οι Kyrtsoy & Terraza (2010)²⁰⁷ αναφέρονται στην Μη Γραμμική εξάρτηση που εμφανίζουν οι χρηματοοικονομικές αγορές (όσον αφορά την μη αναλογικότητα αντίδρασης του αποτελέσματος στο αίτιο που το προκάλεσε) και στο πώς αμφισβητείται η υπόθεση

²⁰² Hiemstra, C., and J. Jones, 1992, Detection and description of linear and nonlinear dependence in daily Dow Jones stock returns and NYSE trading volume, Working paper, University of Strathclyde and Securities and Exchange Commission

²⁰³ Hiemstra, C., and Jones, J. D. (1994), Testing for Linear and Nonlinear Granger Causality in the Stock Price-Volume Relation. The Journal of Finance, 49: 1639–1664.

²⁰⁴ Kim, M., C. Nelson, and R. Startz, 1991, Mean reversion in stock prices? A reappraisal of the empirical evidence, Review of Economic Studies 58, 515-528.

²⁰⁵ Brooks, C. (1997) Linear and non-linear (non-)forecastability of high-frequency exchange rates. Journal of Forecasting, 16 (2). pp. 125-145.

²⁰⁶ Kanas, A. (2003) 'Non-linear cointegration between stock prices and dividends', Applied Economics Letters, 10:7,401— 405.

²⁰⁷ Catherine Kyrtsoy & Michel Terraza, 2010. "Seasonal Mackey–Glass–GARCH process and short-term dynamics," Empirical Economics, Springer, vol. 38(2), pages 325-345, April.

αποτελεσματικών αγορών του Fama η οποία «βασίζεται στην υπόθεση της ανεξαρτησίας μεταξύ των συνεχόμενων αλλαγών στις τιμές των μετοχών».

Οι Chiang, Qiao & Wong (2010)²⁰⁸ αναφερόμενοι στο paper του Brooks (1998)²⁰⁹ προσπαθούν να επανελέγξουν την ύπαρξη αιτιότητας με την χρήση ενός καλύτερου μεγέθους για την μεταβλητότητα των αποδόσεων των μετοχών.

Συγκεκριμένα αφού αναφέρονται στο ότι ο Brooks χρησιμοποιεί τα τετράγωνα των καθημερινών αποδόσεων σαν μέτρο της μεταβλητότητας των αποδόσεων συμπληρώνουν ότι το συγκεκριμένο μέγεθος είναι ένας πολύ «θορυβώδης» εκτιμητής της πραγματικής μεταβλητότητας και άρα τα αποτελέσματα του Brooks είναι αμφισβητήσιμα.

Οι συγγραφείς προτείνουν για την μέτρηση την realized volatility (Andersen et al. 2001)²¹⁰ η εκτίμηση της οποίας όμως απαιτεί δεδομένα υψηλής συχνότητας (στο paper αυτό χρησιμοποιούν 5λεπτης συχνότητας) και για την οποία ο Andersen δείχνει ότι οριακά, σε υψηλής συχνότητας δεδομένα οδηγεί σε μια εκτίμηση της μεταβλητότητας η οποία δεν διαφοροποιείται από την πραγματική «κρυμμένη» μεταβλητότητα.

Οι περίοδοι που εξετάζονται είναι για τον NASDAQ από 1/8/1997-31/3/2001 και 2/4/2001-27/10/2004, από τα δεδομένα 5λέπτου εκτιμάται σε ημερήσιο επίπεδο η realized volatility και για τον όγκο συναλλαγών χρησιμοποιείται Detrending διαδικασία με την χρήση ενός Μη Γραμμικού υποδείγματος για την τάση (για να ικανοποιηθεί και η συνθήκη της στασιμότητας).

Ο έλεγχος γραμμικής αιτιότητας βρίσκει μια ασθενή αιτιότητα από την μεταβλητότητα των αποδόσεων στους όγκους συναλλαγών, αντίθετα ο έλεγχος Μη Γραμμικής αιτιότητας βρίσκει ισχυρή σχέση αιτιότητας μεταξύ των δυο μεγεθών.

Οι Sahoo, Sethi και Acharya (2019)²¹¹ εξετάζουν τη σχέση τιμών- όγκου για την αγορά του bitcoin για να εξετάσουν κατά πόσο ομοιάζει στη συμπεριφορά με μετοχή. Αξιοποιούν καθημερινά δεδομένα αποδόσεων, μεταβλητότητα αποδόσεων και όγκο συναλλαγών για την περίοδο Αύγουστος 201-Απρίλιος 2017 με χρήση γραμμικών και Μη γραμμικών ελέγχων αιτιότητας. Ενώ το γραμμικό υπόδειγμα αδυνατεί να βρει αιτιότητα από τον όγκο συναλλαγών στις αποδόσεις ο έλεγχος μη γραμμικής αιτιότητας εντοπίζει την ύπαρξη μη γραμμικής αιτιότητας μεταξύ των δύο μεγεθών.

²⁰⁸ Thomas C. Chiang, Zhuo Qiao & Wing-Keung Wong, New evidence on the Relation between Return Volatility and Trading Volume, Journal of Forecasting J. Forecast. 29, 502–515 (2010).

²⁰⁹ Brooks C. 1998. Predicting stock index volatility: can market volume help? Journal of Forecasting 17: 59–80.

²¹⁰ Andersen TG, Bollerslev T, Diebold FX, Ebens H. 2001. The distribution of realized stock return volatility. Journal of Financial Economics 61: 43–76.

²¹¹ Sahoo, P.K., Sethi, D. and Acharya, D. (2019), "Is bitcoin a near stock? Linear and non-linear causal evidence from a price–volume relationship", International Journal of Managerial Finance, Vol. 15 No. 4, pp. 533-545.

1.11.2. Σχέση μεταξύ των αποδόσεων 10ετων Ομολόγων για την Ευρωζώνη

Η εκτόξευση των Spread των Ελληνικών Ομολόγων στα τέλη του 2009 την οποία ακολούθησαν τα Spread και άλλων χωρών της Ευρωζώνης έφερε στο προσκήνιο μια σειρά ερωτημάτων σχετικά με το αν οι αγορές και οι τιμές των Spread αυτών αποτυπώνουν και άρα επεξηγούνται από τα Μακροοικονομικά θεμελιώδη μεγέθη των Οικονομιών η και από μια σειρά άλλων παραγόντων.

Το συγκεκριμένο ερώτημα είναι εξαιρετικής σημασίας καθώς στοιχεία που θα συνηγορούσαν σε μια συστηματική και μεγάλο μεγέθους απόκλιση της εκτίμησης του ρίσκου των κρατικών ομολόγων (όπως αποτυπώνεται από την τιμή του Spread) από τις αγορές θα οδηγούσε σε αμφισβήτηση την ικανότητα τους να οδηγήσουν σε δημοσιονομική και μακροοικονομική πειθαρχία και άρα θα ενίσχυε την άποψη για μια σειρά παρεμβάσεων από τους αντίστοιχους φορείς .

Το ερώτημα λοιπόν στο οποίο καταλήγουμε είναι κατά πόσο το ύψος των spread δικαιολογείται από τα θεμελιώδη (Δημοσιονομικά/Μακροοικονομικά) μεγέθη η εάν η απάντηση βρίσκεται σε παράλογες η υπερβολικές αντιδράσεις των αγορών οι οποίες μπορούν να κρύβουν και στοιχεία/κινδύνους μετάδοσης από την μια χώρα στην άλλη.

Η προϋπάρχουσα βιβλιογραφία τείνει να αποδίδει το τμήμα της διαμόρφωσης των Spread που δεν ερμηνεύεται από τα θεμελιώδη μεγέθη στην ψυχολογία της αγοράς.

1.11.2.1. Ανασκόπηση της Βιβλιογραφίας

Η Kasimati (2011)²¹² εξετάζει την πιθανή ύπαρξη αιτιότητας μεταξύ της αύξησης τους Ελληνικού Spread και της υποτίμησης του Ευρώ με την χρήση συνολοκλήρωσης και Error Correction Model. Η συγγραφέας χρησιμοποιεί την τιμή του Spread επειδή κρίνει ότι αντικατοπτρίζει επαρκώς την άποψη της αγοράς για την πορεία του χρέους της Ελλάδας και την ισοτιμία USD/EUR σε ημερήσια δεδομένα (Αύγουστος 2007 – Φεβρουάριος 2010) με τις τιμές εκφρασμένες σε λογαρίθμους.

Μετά την αδυναμία του ελέγχου συνολοκλήρωσης να βρει σχέση στο σύνολο του δείγματος χρησιμοποιεί δεδομένα από την περίοδο 17/11/2009 έως το τέλος του δείγματος (54 παρατηρήσεις) καθώς την συγκεκριμένη ημερομηνία η Τράπεζα της Ελλάδος προειδοποίησε για την κατάσταση του χρέους και των ελλειμμάτων και εντοπίζει σχέση συνολοκλήρωσης.

Τα συμπεράσματα της συνηγορούν στο ότι «η αύξηση στο spread των Ελληνικών Ομολόγων οδήγησε στην υποτίμηση του ευρώ» με «πιθανή εξήγηση ότι οι αγορές χρησιμοποίησαν την Ελλάδα σαν ενδεικτική περίπτωση δομικών προβλημάτων και σε άλλες χώρες της Ευρωζώνης» και υποστηρίζουν την ύπαρξη ενός domino effect.

Οι Von Hagen et al. (2011)²¹³ εξετάζοντας την σχέση των Spread στην Ευρωζώνη προ και μετά της κρίσης του 2008 (και της κατάρρευσης της Lehman Brothers) βρίσκουν ότι ενώ η επεξήγηση γίνεται βάσει των θεμελιωδών μεγεθών πάραυτα μετά την κρίση η ευαισθησία των

²¹² Evangelia Kasimati (2011) Did the climb on the Greek sovereign spreads cause the devaluation of euro? Applied Economics Letters, 18:9, 851-854.

²¹³ von Hagen, J., Schuknecht, L., Wolswijk, G., 2011. Government bond risk premiums in the EU revisited: the impact of the financial crisis. European Journal of Political Economy 27 (1), 36-43.

αγορών και η αντίδραση τους σε δημοσιονομικές ανισορροπίες αυξήθηκε έντονα μεταξύ των δυο περιόδων

Καταλήγουν στο ότι η διαφοροποίηση που αφορά στους συντελεστές που αξιολογούν οι αγορές (και αφορούν θεμελιώδη μεγέθη) αυξήθηκε εξαιρετικά στην μετά κρίση περίοδο με την αντίδραση 3ης έως 4ης φορές μεγαλύτερη σε παράγοντες που αφορούν την διαφοροποίηση των ελλειμμάτων και 7 έως 8 φορές για παράγοντες που αφορούν την διαφοροποίηση του χρέους.

Οι Afonso et al. (2012)²¹⁴ εξετάζοντας την σχέση των Spread με την πιστοληπτική ικανότητα μιας χώρας όπως δίνεται από οίκους αξιολόγησης (Standard and Poor's, Moody's, Fitch) καταλήγουν μεταξύ άλλων στο ότι υπάρχει σημαντική αντίδραση των Spreads στην βαθμολογία του ομολόγου αλλά και στην προοπτική για την βαθμολογία αυτή, ιδιαίτερα σε περίπτωση υποβαθμίσεων αλλά και στο ότι χώρες οι οποίες είχαν υποβαθμιστεί λιγότερο από έξι μήνες πριν παρουσίαζαν υψηλότερα Spreads από χώρες οι οποίες είχαν την ίδια βαθμολογία αλλά δεν είχαν υποβαθμιστεί τους τελευταίους έξι μήνες (δείχνοντας την διαφορετική ερμηνεία της αγοράς η οποία δεν αναφέρεται μόνο στην βαθμολογία αλλά και στην μεταβλητότητα αυτής ως προς τον χρόνο).

Οι Grauwe και Ji (2013)²¹⁵ αναφέρονται στην ύπαρξη πολλαπλών ισορροπιών (multiple equilibria) σε περιπτώσεις κρίσης ρευστότητας. Οι χώρες οι οποίες δεν λαμβάνουν την εμπιστοσύνη των αγορών οδηγούνται σε «κακές ισορροπίες» που χαρακτηρίζονται από υψηλό επιτόκιο δανεισμού και την ανάγκη να επιβάλουν πολιτικές λιτότητας οι οποίες οδηγούν σε περαιτέρω ύφεση, αντίθετα χώρες οι οποίες έχουν την εμπιστοσύνη των αγορών γίνονται αποδέκτες ροών ρευστότητας που μειώνουν το επιτόκιο δανεισμού και μπορούν να οδηγήσουν σε ανάπτυξη την οικονομία τους (καλές ισορροπίες).

Οι συγγραφείς θεωρούν ότι εφόσον η θέση της αγοράς για μια χώρα αλλάζουν τότε τα Spread πιθανόν να παρουσιάζουν τις ακόλουθες συμπεριφορές:

- Μεγάλες αλλαγές στα Spread σε μικρή χρονική περίοδο
- Η εξάρτηση από τα θεμελιώδη μεγέθη δεν αρκεί για να επεξηγήσει την πορεία των Spread και μάλιστα η πορεία των τελευταίων φαίνεται να είναι ανεξάρτητη των μεγεθών αυτών
- Οι αλλαγές στα Spread είναι συγκεντρωμένες (clustered) στον χρόνο

Υπενθυμίζουμε εδώ ότι οι παραπάνω συμπεριφορές όπως και η ύπαρξη πολλαπλών ισορροπιών αφορούν χαρακτηριστικά τα οποία εντοπίζουμε στα Μη Γραμμικά υποδείγματα, μάλιστα στο συγκεκριμένο paper χρησιμοποιούνται δυο εξειδικεύσεις, μια γραμμική και μια Μη Γραμμική στην σχέση του Spread με το χρέος ως ποσοστό του ΑΕΠ διότι «κάθε απόφαση για χρεοκοπία είναι ασυνεχής και οδηγεί σε υψηλές πιθανές ζημιές. Άρα καθώς ο λόγος του χρέους προς το ΑΕΠ αυξάνει οι επενδυτές συνειδητοποιούν ότι έρχονται πιο κοντά σε μια απόφαση χρεοκοπίας και άρα γίνονται πιο ευαίσθητοι σε μια δεδομένη αύξηση του λόγου

²¹⁴ Afonso, A., Furceri D., Gomes P, Sovereign credit ratings and financial market linkages: Application to European data, Journal of International Money and Finance 31 (2012) 606-638.

²¹⁵ Pauld De Grauwe, Yuemei Ji, Self-fulfilling crises in the Eurozone: An empirical test, Journal of International Money and Finance 34 (2013) 15-36.

αυτού» το οποίο περιγράφει ξεκάθαρα την ασυμμετρία όσον αφορά την αντίδραση των επενδυτών.

Σημειώνεται ότι το υπόδειγμα με την Μη Γραμμική σχέση έχει καλύτερη προσαρμογή από το αντίστοιχο γραμμικό.

Οι Giordano, Pericoli & Tommasino (2013)²¹⁶ εξετάζουν το πώς η απότομη άνοδος των Ελληνικών Spread επηρέασε τα Spread των υπόλοιπων χωρών της ευρωζώνης.

Ακολουθώντας την προϋπάρχουσα βιβλιογραφία χωρίζουν τις περιπτώσεις μετάδοσης (μόλυνσης) από μια χώρα στις υπόλοιπες σε τρεις κατηγορίες:

1. **Wake-up-call contagion:** Η αρχική κρίση σε μία χώρα παρέχει στους επενδυτές νέες πληροφορίες ώστε να επαναξιολογήσουν το ρίσκο των υπόλοιπων χωρών με παράγοντες τους οποίους μέχρι τότε υποεκτιμούσαν
2. **Shift contagion:** Η αρχική κρίση σε μια χώρα οδηγεί σε αυξημένη ευαισθησία των κοινών παραγόντων που επηρεάζουν τα Spread και των υπόλοιπων χωρών (σε αντίθεση με την προηγούμενη περίπτωση που αφορά επαναξιολόγηση των παραγόντων ανά χώρα)
3. **Pure contagion:** Μετάδοση η οποία δεν έχει σχέση ούτε με τα θεμελιώδη μεγέθη όσον αφορά την κάθε χώρα ξεχωριστά ούτε με τους κοινούς παράγοντες επηρεασμού. Προέρχεται από έλλειψη εμπιστοσύνης και παράλογη μαζική συμπεριφορά των αγορών η οποία αγνοεί τα παραπάνω αντικειμενικά μεγέθη.

Καταλήγουν στο ότι πράγματι υπήρχαν στοιχεία μετάδοσης κυρίως στο γεγονός ότι οι αγορές πλέον υπερ- αντιδρούσαν στα θεμελιώδη μεγέθη το οποίο δημιούργησε προβλήματα σε χώρες με αδύναμα δημοσιονομικά και μακροοικονομικά θεμελιώδη μεγέθη.

Οι Gibson, Hall και Tavlas (2014)²¹⁷ εξετάζουν την επιρροή των θεμελιωδών Οικονομικών μεγεθών, τις αξιολογήσεις πιστοληπτικής ικανότητας, πολιτική αβεβαιότητα και του Securities Market Program (SMP) της Ευρωπαϊκής Κεντρικής Τράπεζας (ΕΚΤ) στα Ελληνικά Spread.

Οι συγγραφείς εξετάζοντας την βιβλιογραφία αναφέρουν το πώς ένα κοινό συμπέρασμα είναι ότι οι αγορές υποτιμούσαν (η και παράβλεπαν) τον ρόλο των θεμελιωδών μακροοικονομικών μεγεθών την περίοδο πριν την οικονομική κρίση, κάτι το οποίο άλλαξε από την κρίση και έπειτα.

Τα δεδομένα είναι μηνιαία για την περίοδο Ιανουάριος 2000 – Μάρτιος 2012 και ελέγχοντας για συνολοκλήρωση στα 2ετη και 10ετη Spread εντοπίζουν ύπαρξη με την μέθοδο των Johansen και Juselius (6 διανύσματα συνολοκλήρωσης και στις δυο περιπτώσεις). Κατόπιν με την χρήση του φίλτρου του Kalman ελέγχουν την πορεία των συντελεστών σε σχέση με τον χρόνο και καταλήγουν στα εξής:

²¹⁶ Raffaella Giordano, Marcello Pericoli, Pietro Tommasino. Pure or wake-up-call contagion? Another look at the EMU sovereign debt crisis. Temi di Discussione (working papers), number 904, April 2013 banca d'italia eurosistema.

²¹⁷ Gibson, Heather D. & Hall, Stephen G. & Tavlas, George S., 2014. "Fundamentally Wrong: Market Pricing of Sovereigns and the Greek Financial Crisis," Journal of Macroeconomics, Elsevier, vol. 39(PB), pages 405-419.

- Στην προ της κρίσης περίοδο τα θεμελιώδη δεν είχαν την ίδια σημασία για τις αγορές όπως είχαν στην μετά της κρίσης εποχή
- Οι υποβαθμίσεις της πιστοληπτικής ικανότητας των Ομολόγων όπως και η πολιτική αβεβαιότητα έπαιξαν πολύ σημαντικό ρόλο στην έκρηξη των *Spread* η οποία ήταν μεγαλύτερη από την σημασία των θεμελιωδών μεγεθών
- Ο μηχανισμός *SMP* του Ευρωσυστήματος ήταν αποτελεσματικός όταν εφαρμόστηκε

Οι Ehrmann και Fratzscher (2016)²¹⁸ εξετάζουν την ολοκλήρωση των κρατικών Ομολόγων στην Ευρώπη κατά την διάρκεια της κρίσης χρέους με σημαντικό κατακερματισμό μετά το 2010 όσον αφορά την μεταξύ τους πορεία. Η έξοδος των επενδυτών από τα μεγαλύτερης επικινδυνότητας ομόλογα φαίνεται να σταμάτησε το 2012 με την ανακοίνωση του προγράμματος Οριστικών Νομισματικών Συναλλαγών (Outright Monetary Transactions – OMT).

Οι Rodrigues et al (2019)²¹⁹ πραγματοποιούν έλεγχο βασίζόμενο στην στατιστική των Hassler και Breitung(2006) για την μη ύπαρξη συνολοκλήρωσης πάνω σε μια σειρά πιθανών break στη μακροχρόνια ισορροπία. Εξετάζουν τις τιμές των δεκαετών ομολόγων της Νομισματικής Ένωσης της Ευρώπης για την περίοδο 1999-2017. Εντοπίζεται συνολοκλήρωση σε μέρος της περιόδου εξέτασης για οικονομίες οι οποίες δεν επηρεάστηκαν σημαντικά από την οικονομική κρίση και μη ύπαρξη συνολοκλήρωσης για τις χώρες που επηρεάστηκαν. Τα breaks για την Ισπανία, Ιταλία, Πορτογαλία, Ιρλανδία και Ελλάδα εντοπίζονται τον Απρίλιο και το Μάιο του 2010, άρα λίγο πριν την έναρξη της Ευρωπαϊκής κρίσης χρέους.

²¹⁸ Michael Ehrmann, Marcel Fratzscher, Euro area government bonds—fragmentation and contagion during the sovereign debt crisis, *Journal of International Money and Finance* (2016)

²¹⁹ Rodrigues, Paulo M. M.; Sibbertsen, Philipp; Voges, Michelle (2019) : Testing for breaks in the cointegrating relationship: On the stability of government bond markets' equilibrium, *Hannover Economic Papers (HEP)*, No. 656, Leibniz Universität Hannover, Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät, Hannover

1.12. Σκοπός και ερευνητικές ερωτήσεις της διατριβής

Στο εισαγωγικό αυτό Κεφάλαιο στόχος μας ήταν να καταδείξουμε την σημασία της επέκτασης της έννοιας της Συνολοκλήρωσης στο Μη Γραμμικό πλαίσιο και την μετέπειτα εφαρμογή της σε πραγματικά δεδομένα.

Ο σκοπός της διατριβής είναι να εισαγάγει μια νέα προτεινόμενη μέθοδο ελέγχου Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης η οποία χρησιμοποιεί Μη Γραμμικούς μετασχηματισμούς των σειρών για τον εντοπισμό και προτυποποίηση πιθανών Μη Γραμμικοτήτων σε εξομοιωμένα και πραγματικά δεδομένα.

Μετά την εισαγωγή της μεθόδου αυτής και των εφαρμογών της σε εξομοιωμένα και σε πραγματικά δεδομένα, σε σύγκριση με άλλες μεθόδους εντοπισμού Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης που θα αναλύσουμε εκτενώς στο επόμενο κεφάλαιο, θα ελεγχθεί η αποτελεσματικότητα της στον εντοπισμό της Μη Γραμμικής πληροφορίας, η δυνατότητα προτυποποίησης της πληροφορίας αυτής και η χρήση της για εξαγωγή συμπερασμάτων σχετικά με την συμπεριφορά των δεδομένων αλλά και την διενέργεια προβλέψεων.

Για αυτόν τον σκοπό αναλύσαμε παραπάνω μια σειρά Μακροοικονομικών και Χρηματοοικονομικών δεδομένων στα οποία τόσο η θεωρία όσο και μια σειρά εφαρμογών στην πρόσφατη βιβλιογραφία συνηγορούν στην Μη Γραμμική, ασυμμετρική συμπεριφορά τους, η οποία εάν και εφόσον συμπεριληφθεί εντός του υποδείγματος μπορεί πιθανώς να βελτιώσει την προσαρμογή αλλά και την προβλεπτικότητα του φέρνοντας μας ένα βήμα πιο κοντά στα πραγματικά δεδομένα.

Τα ερωτήματα που θα κληθούμε να απαντήσουμε στην παρούσα διατριβή είναι τα κάτωθι:

1. Μπορεί η νέα μέθοδος να εντοπίσει και να συμπεριλάβει υπάρχουσες Μη Γραμμικότητες στα εξεταζόμενα δεδομένα (εξομοιωμένα και πραγματικά);
2. Πόσο αποτελεσματική είναι η παρούσα μέθοδος σε σύγκριση με άλλες προτεινόμενες μεθόδους οι οποίες επιλέγουν διαφορετικού τύπου προτυποποίηση για τον εντοπισμό των μακροχρόνιων συμμεταβολών μεταξύ των υπό εξέταση δεδομένων;
3. Τι αποτελέσματα και συμπεράσματα μπορούν να εξαχθούν από την εφαρμογή της μεθόδου στα εξεταζόμενα σύνολα δεδομένων; Είναι σύμφωνα με την προϋπάρχουσα βιβλιογραφία;

1.13. Μεθοδολογία

Στην διατριβή αυτή προτείνουμε μια μέθοδο ελέγχου Μη Γραμμικής μακροχρόνιας και βραχυχρόνιας σχέσης συμμεταβολής μεταξύ των εξεταζόμενων μεγεθών γνωστή και ως διαδικασία Συνολοκλήρωσης.

Επεκτείνουμε θεωρητικά την υπάρχουσα μεθοδολογία ελέγχου Συνολοκλήρωσης για τον έλεγχο και την σχηματοποίηση γραμμοποιημένων μακροχρόνιων και βραχυχρόνιων σχέσεων μεταξύ οικονομικών μεγεθών, όπου οι μεταξύ τους συμπεριφορές χαρακτηρίζονται από Μη Γραμμικές σχέσεις.

Για την γραμμοποίηση των Μη Γραμμικών σχέσεων μεταξύ των οικονομικών μεγεθών χρησιμοποιήσαμε τον μετασχηματισμό των Box, G.E.P. και Cox, D.R., (1964). Ο έλεγχος της αποτελεσματικότητας της προταθείσας μεθόδου Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης έγινε χρησιμοποιώντας τεχνικές στοχαστικής εξομοίωσης και η εφαρμογή του γίνεται σε εξεταζόμενες σχέσεις μεγεθών της Ελληνικής και Ευρωπαϊκής Οικονομίας.

Η προτεινόμενη μέθοδος ελέγχου της ύπαρξης Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης μεταξύ των Οικονομικών μεγεθών θα μπορούσε να θεωρηθεί ως επέκταση των υπαρχόντων μεθόδων, τόσο ελέγχου όσο και εφαρμογών σε αναλύσεις και προβλέψεις.

Πρόκειται για μια μέθοδο η οποία αξιολογεί την ύπαρξη Μη Γραμμικών συμμεταβολών σε Οικονομικά μεγέθη για την τροποποίηση των ήδη υπαρχόντων ελέγχων γραμμικής συνολοκλήρωσης.

Δεδομένου ότι η προτεινόμενη μέθοδος βασίζεται στις εκτιμήσεις του «σφάλματος συνολοκλήρωσης» θα μπορούσε να καταταχθεί στην κατηγορία των μεθόδων “Residual Based Linear Cointegration” και ιδιαίτερα να θεωρηθεί μια μέθοδος επέκτασης της μεθοδολογίας των Engle-Granger (1987), Engle and Yoo (1987) και Yoo (1987).

Η προτεινόμενη τεχνική υλοποιείται σε τρία στάδια, όπως άλλωστε η μέθοδος Engle-Granger (1987/ EG-two step procedure).

Στο πρώτο στάδιο εκτιμούμε με Μη Γραμμικές τεχνικές την Μη Γραμμική παλινδρόμηση συνολοκλήρωσης και εκτιμούμε το «σφάλμα συνολοκλήρωσης».

Στο δεύτερο στάδιο ελέγχουμε το σφάλμα συνολοκλήρωσης για ύπαρξη Threshold Μη Γραμμικότητας.

Στο τρίτο στάδιο χρησιμοποιούμε γνωστές μεθόδους ελέγχου της στασιμότητας ενώ αξιοποιούμε τεχνικές bootstrap για την δημιουργία κριτικών τιμών για τους γνωστότερους ελέγχους στασιμότητας.

Δεδομένου ότι υπάρχει μια πληθώρα από εναλλακτικά σχήματα Μη Γραμμικής ευσταθούς μακροχρόνιας συμμεταβλητότητας στην προτεινόμενη μέθοδο η παλινδρόμηση συνολοκλήρωσης προσεγγίζεται με ένα μετασχηματισμένο γραμμικό υπόδειγμα όπου όλες οι μεταβλητές έχουν υποστεί τον Box-Cox μετασχηματισμό.

Ο μετασχηματισμός αυτός μας επιτρέπει να χρησιμοποιήσουμε όλα σχεδόν τα μεθοδολογικά εργαλεία των ελέγχων και εφαρμογών γραμμικής συνολοκλήρωσης. Ταυτόχρονα όμως μας περιορίζει να ελέγχουμε για εξειδικευμένα ομάδα σχημάτων που εμφανίζουν ευσταθείς Μη

Γραμμικές συμμεταβολές και οι συναρτησιακές σχέσεις που συνδέουν μακροχρόνια τις οικονομικές μεταβλητές είναι ομογενείς η ασυμπτωτικά ομοιογενείς (Asymptotic Homogenous).

1.14. Διάρθρωση της διατριβής

Στο 1ο Κεφάλαιο ασχοληθήκαμε εισαγωγικά με την έννοια της Μη Γραμμικότητας και με μια σειρά παλαιότερων και σύγχρονων αντιπαραθέσεων οι οποίες δικαιολογούν την αναγκαιότητα επέκτασης της έννοιας της συνολοκλήρωσης στο Μη Γραμμικό πλαίσιο και της εμπειρικής εφαρμογής τους σε πραγματικά δεδομένα.

Παράλληλα αναφέραμε μια σειρά παραγόντων οι οποίοι μπορεί να επηρεάσουν την εύρεση της Μη Γραμμικότητας και προχωρήσαμε μετά από κάποιες βασικές έννοιες στην εξέταση των μεγεθών στα οποία θα εφαρμόσουμε την προτεινόμενη μεθοδολογία.

Στο 2ο Κεφάλαιο προχωρούμε αναλυτικά στην διατύπωση του συνόλου των εννοιών και των θεμάτων τα οποία κρίνονται απαραίτητα για την πλήρη περιγραφή του πλαισίου, όπως και στην βιβλιογραφική ανασκόπηση της χρήσης και εξέλιξης τους τόσο στο θεωρητικό όσο και στο εφαρμοσμένο πλαίσιο σε εξομοιωμένα και πραγματικά δεδομένα.

Στο 3ο Κεφάλαιο αναπτύσσουμε την προτεινόμενη διαδικασία ελέγχου συνολοκλήρωσης μαζί με την στατιστική μεθοδολογία η οποία οδηγεί στα βήματα ελέγχου της και την οποία και εφαρμόζουμε σε πραγματικά Μακροοικονομικά και Χρηματοοικονομικά δεδομένα.

Γίνεται εκτενής αναφορά των δεδομένων και της διαδικασίας εμπειρικής εφαρμογής που θα ακολουθήσουμε σχετικά με την επιβεβαίωση η μη της υπόθεσης ύπαρξης Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης.

Στο 4ο Κεφάλαιο γίνεται η εμπειρική εφαρμογή σε μια σειρά από εξεταζόμενα μεγέθη, η εκτίμηση και ανάλυση των αποτελεσμάτων.

Στο 5ο Κεφάλαιο κλείνουμε με τα συμπεράσματα της διαδικασίας, την παρουσίαση των αποτελεσμάτων, την παρουσίαση του Μη Γραμμικού πλαισίου που χρησιμοποιήσαμε σε σχέση με άλλες εναλλακτικές, τους περιορισμούς που αυτό φέρει και τις προτάσεις για περαιτέρω επέκταση της έρευνας με την χρήση και διαφορετικών μετασχηματισμών αλλά και υποδειγμάτων.

2. Βασικές έννοιες – Ανασκόπηση της βιβλιογραφίας

Όπως αναφέραμε στο προηγούμενο Κεφάλαιο η αναγκαιότητα για την Μη Γραμμική επέκταση της έννοιας της συνολοκλήρωσης έγινε εμφανής μια δεκαετία σχεδόν μετά την εισαγωγή της γραμμικής της μορφής με συνέπεια την ύπαρξη εκτενούς βιβλιογραφίας πάνω στο αντικείμενο του ελέγχου της ύπαρξης, της πιθανής της μορφής, της εκτίμησης της αλλά και της χρήσης της στην ερμηνεία της γενεσιουργού διαδικασίας και στην διενέργεια προβλέψεων.

Όπως θα δούμε στην συνέχεια λόγω της έννοιας της Μη Γραμμικότητας και του απεριόριστου αριθμού παραμετρικών μορφών που μπορεί αυτή να λάβει αναπτύχθηκε σειρά Μη Γραμμικών υποδειγμάτων τα οποία μπορούν να προτυποποιήσουν (με διαφορετικό τρόπο το καθένα) διαφορετικές Μη Γραμμικές συμπεριφορές και άρα να ενσωματώσουν αυτήν την διαθέσιμη πληροφόρηση.

Λόγω των παραπάνω κρίνεται σκόπιμο να παρουσιαστούν οι σημαντικότερες έννοιες και μέθοδοι που μέχρι τώρα αναπτύχθηκαν και χρησιμοποιούνται στην μελέτη του συγκεκριμένου θέματος δίνοντας φυσικά βάρος στην Threshold εκδοχή της και στα Threshold Autoregressive υποδείγματα.

Η μεταφορά της έννοιας στο Μη Γραμμικό πλαίσιο παρουσίασε και παρουσιάζει πολλές ενδιαφέρουσες προκλήσεις για τους ερευνητές καθώς γραμμικά εργαλεία χρειάζεται να τροποποιηθούν η και να αντικατασταθούν από άλλα (καθώς κρίνονται ανεπαρκή), το σύνολο των βασικών εννοιών της γραμμικής συνολοκλήρωσης πρέπει να οριστεί ξανά για να αποτυπώνει πιο διευρυμένα τις έννοιες όπως απαιτεί το νέο πλαίσιο και ένα σύνολο Μη Γραμμικών ιδιοτήτων αφού προτυποποιηθεί φέρνει μια σειρά νέων προκλήσεων ιδιαίτερα στην διενέργεια πρόβλεψης στον Μακροχρόνιο ορίζοντα.

Αρκετές από τις παρουσιαζόμενες μεθόδους τις συγκρίνουμε με την προτεινόμενη μέθοδο της διατριβής για να εκτιμηθεί η αποτελεσματικότητα της σε ένα σύνολο πραγματικών αλλά και εξομοιωμένων δεδομένων και πέρα από την περιγραφή της μεθοδολογίας προχωρούμε σε σειρά ενδεικτικών εφαρμογών για την πλήρη αποτύπωση (θεωρητική και εμπειρική) της εκάστοτε διαδικασίας.

2.1. Γενικοί έλεγχοι εντοπισμού Μη Γραμμικότητας

Οι Granger και Terasvirta (1993)²²⁰ αναφέρονται στην ικανότητα των Μη Γραμμικών υποδειγμάτων να είναι εξαιρετικά ευέλικτα όσον αφορά τα εκάστοτε δεδομένα και άρα την ανάγκη να εξεταστεί η περίπτωση και το πρόβλημα να έχουμε μια φαινομενικά καλή προσαρμοστικότητα ενός Μη Γραμμικού υποδείγματος η οποία δεν αποτυπώνει τόσο την γενεσιουργό διαδικασία την οποία θέλουμε να μελετήσουμε όσο την ικανότητα του υποδείγματος να προσαρμόζεται στα δεδομένα.

Για αυτό προτείνουν πρώτα έναν έλεγχο Μη Γραμμικότητας πριν προχωρήσει η ανάλυση στην εκτίμηση του υποδείγματος και στην χρήση εκτός δείγματος εκτιμήσεων σε σύγκριση με το γραμμικό υπόδειγμα για να αξιολογηθεί η πραγματική ποιότητα της εκτιμώμενης Μη Γραμμικής προσέγγισης.

²²⁰ Granger C.W.J, Terasvirta T.(1993), "Modelling Nonlinear Economic Relationships: Advanced Texts in Econometrics".Ch01, p.3

Οι συγκεκριμένοι έλεγχοι είναι ικανοί για την εύρεση Μη Γραμμικότητας αλλά σημειώνεται ότι δεν δίνουν πληροφορίες για την μορφή την οποία αυτή η Μη Γραμμικότητα έχει (και την οποία θα παρατηρήσουμε αργότερα στην παρουσίαση ελέγχων με εναλλακτική συγκεκριμένης μορφής Μη Γραμμικότητα).

1. BDS έλεγχος (1986)²²¹

Οι Brock, Dechert και Scheinkman προτείνουν έναν έλεγχο κατάλληλο για τον εντοπισμό γενικής στοχαστικής Μη Γραμμικότητας ο οποίος βασίζεται στην έννοια του ολοκληρώματος συσχέτισης.

Για μια σειρά y_t με πλήθος παρατηρήσεων T , ορίζουμε τις m -histories $y_t^m = (y_t, y_{t+1}, \dots, y_{t-m+1})$ οι οποίες υπολογίζονται για $t=1, 2, \dots, T-m$ και λαμβάνοντας διαδοχικές παρατηρήσεις έχουμε²²²

$$y_1^m = (y_1, y_2, \dots, y_m)$$

$$y_2^m = (y_2, y_3, \dots, y_{m+1})$$

...

$$y_{T-m}^m = (y_{T-m}, y_{T-m+1}, \dots, y_T)$$

Το ολοκλήρωμα συσχέτισης υπολογίζεται ως

$$C_m(\varepsilon) = \frac{2}{(T_m)(T_m - 1)} \sum_{m \leq s < t \leq T} I_\varepsilon(y_t^m - y_s^m)$$

Εξίσωση 2-1.

$$T_m = T - m + 1$$

Και όπου $I_\varepsilon = 1$ όταν $\|y_t^m - y_s^m\| < \varepsilon$, δηλαδή $|y_{t-i} - y_{s-i}| < \varepsilon$ για $i = 0, 1, \dots, m-1$ και 0 σε άλλη περίπτωση.

Το ολοκλήρωμα συσχέτισης υπολογίζει την πιθανότητα δύο m -διαστάσεων σημείων, όπως ορίστηκαν παραπάνω ως m -histories, να βρίσκονται σε απόσταση ε μεταξύ τους.

Άρα εκτιμάει την από κοινού πιθανότητα

$$\Pr(|y_t - y_s| < \varepsilon, |y_{t-1} - y_{s-1}| < \varepsilon, \dots, |y_{t-m+1} - y_{s-m+1}| < \varepsilon)$$

Εξίσωση 2-2.

Η στατιστική BDS δίνεται από την σχέση

$$T^{1/2} \frac{[C_m(\varepsilon) - C_1(\varepsilon)^m]}{S_{m,\varepsilon}}$$

Εξίσωση 2-3.

²²¹ Brock, W.A., W.D. Dechert, and J.A. Scheinkman, 1986, A test for independence based on the correlation dimension, Discussion paper (Department of Economics, University of Wisconsin, Madison, WI) και W. A. Brock, J. A. Scheinkman, W. D. Dechert & B. LeBaron (1996) A test for independence based on the correlation dimension, *Econometric Reviews*, 15:3, 197-235

²²² Modelling Financial Time Series, Eric Zivot, Springer 2006, Chapter 18 σελίδα 653

Όπου $s_{m,\varepsilon}$ η τυπική απόκλιση της $T^{1/2}[C_m(\varepsilon) - C_1(\varepsilon)^m]$. Υπό την μηδενική υπόθεση (ότι η σειρά κατανέμεται ως iid διαδικασία) η BDS είναι ασυμπτωτικά κανονικά κατανομημένη και άρα $\sim N(0,1)$.

Ο έλεγχος γίνεται έλεγχος γραμμικότητας θέτοντας στην θέση της y_t τα κατάλοιπα του εκτιμώμενου γραμμικού υποδείγματος (ώστε να εντοπίσει εναπομείνουσες Μη Γραμμικότητες) και στο συμπέρασμα αυτό οδηγεί η απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης.

Τέλος ο συγκεκριμένος έλεγχος είναι αρκετά ευαίσθητος στην απομάκρυνση από την γραμμικότητα στον μέσο και εμφανίζει σημαντική δύναμη και ενάντια σε σειρές γραμμικές στον μέσο όπως σε εκείνες που ακολουθούν ARCH υποδείγματα.

2. Neural Network Test (1989)²²³

Τα νευρωνικά δίκτυα αναπτύχθηκαν επηρεασμένα από συγκεκριμένα χαρακτηριστικά τα οποία εμφανίζει η επεξεργασία της πληροφορίας στον εγκέφαλο. Ένα από τα βασικά υποδείγματα είναι το «single hidden layer feed forward network²²⁴».

Σε αυτό το δίκτυο έχουμε τις input μονάδες οι οποίες στέλνουν σήματα στην $x_i, i = 1, \dots, k$ μέσω διάφορων συνδέσεων οι οποίες είτε μειώνουν είτε αυξάνουν το αρχικό σήμα κατά έναν παράγοντα γ_{ji} ο οποίος αποτελεί και το "βάρος" ή "δύναμη" της εκάστοτε σύνδεσης. Η ενδιάμεση ή "κρυφή" μονάδα επεξεργασίας j λαμβάνει το σήμα $x_i \gamma_{ji}, i = 1, 2, \dots, k$ και τα επεξεργάζεται με κάποιον χαρακτηριστικό, τυπικά απλό τρόπο.

Συνήθως οι κρυφές μονάδες αθροίζουν τα σήματα (αποδίδοντας το $x' \gamma_j$ όπου $x = (1, x_1, \dots, x_k)'$ και $\gamma_j = (\gamma_{j0}, \gamma_{j1}, \dots, \gamma_{jk})'$) τα οποία έρχονται και παράγουν το output "activation" $\psi(x' \gamma_j)$ όπου η συνάρτηση activation (ενεργοποίησης) είναι μια δοσμένη Μη Γραμμική συνάρτηση . Στην πράξη συχνά η ψ είναι μια αθροιστική συνάρτηση κατανομής όπως η λογιστική.

Τα σήματα των κρυφών μονάδων $\psi(x' \gamma_j)$ με $j = 1, 2, \dots, q$ περνούν στο output το οποίο τα λαμβάνει για την δημιουργία του

$$f(x, \delta) = \beta_0 + \sum_{j=1}^q \beta_j \psi(x' \gamma_j), q \in N \quad \text{Εξίσωση 2-4.}$$

όπου β_0, \dots, β_q είναι τα "κρυφά" βάρη του output και $\delta = (\beta_0, \dots, \beta_q, \gamma_1', \dots, \gamma_q')$.

Ο White ανέπτυξε έναν έλεγχο για εντοπισμό Μη Γραμμικότητας το οποίο πιθανόν να έχει δύναμη ενάντια σε ένα πλήθος εναλλακτικών βασισμένο στο υπόδειγμα νευρωνικού δικτύου

²²³ White, H. (1989), "An additional hidden unit test for neglected nonlinearity in multilayer feedforward networks," Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks, Washington, D.C., San Diego: SOS Printing 11: 451-455

²²⁴ Lee Tae-Hwy, White Halbert, Granger W.J. Clive, "Testing for neglected nonlinearity in time series models", Journal of Econometrics 56(1993) 269-290. North Holland.

τα οποία αποτελούν μια Μη Γραμμική ευέλικτη συνάρτηση η οποία μπορεί να προσεγγίζει οποιαδήποτε μετρήσιμη συνάρτηση.

Το υπόδειγμα είναι της μορφής:

$$o = x' \theta + \sum_{j=1}^q \beta_j \psi(x' \gamma_j)$$

Εξίσωση 2-5.

Όπου o το output που δίνει το δίκτυο και το οποίο ακολουθεί την παραπάνω σχέση όπου $x' = (1 \ x)'$ και θ ένα διάνυσμα που συνδέει το input layer με το output layer, γ_j ένα διάνυσμα το οποίο συνδέει το input layer στις “κρυφές μονάδες”, β_j ένα βαθμωτό το οποίο συνδέει από την κρυφή μονάδα j στην output μονάδα και ψ μια squashing²²⁵ συνάρτηση.

Οι input μονάδες x στέλνουν σήμα στις ενδιάμεσες “κρυμμένες μονάδες” και τότε κάθε μια από αυτές περνάει μέσω της συνάρτησης ενεργοποίησης ψ η οποία στέλνει σήμα προς την output μονάδα. Το q είναι ο αριθμός των “κρυμμένων μονάδων” που προστίθενται στο αρχικό γραμμικό δίκτυο.

Όταν $q = 0$ ακολουθεί ότι $o = x' \theta$ (γραμμικότητα).

Αν το παραπάνω γραμμικό δίκτυο είναι ικανό για μια αποτύπωση μιας άγνωστης συνάρτησης $E(y_t | X_t)$, τότε υπάρχει ένα διάνυσμα θ^* ώστε $H_0 : E(y_t | X_t) = X_t' \theta^*$ με πιθανότητα 1, η οποία αποτελεί τη μηδενική υπόθεση (ύπαρξη γραμμικότητας).

Αυτό υποθέτει ότι $E(e_t^* | X_t) = 0$ με $e_t^* = y_t - X_t' \theta^*$ και άρα η e_t^* είναι ασυσχέτιστη με οποιαδήποτε μετρήσιμη συνάρτηση της X_t , έστω $h(X_t)$ και άρα $E[h(X_t) e_t^*] = 0$ με πιθανότητα ίση με την μονάδα.

Ο έλεγχος του νευρωνικού δικτύου βασίζεται σε έναν έλεγχο της συνάρτησης h η οποία επιλέγεται ως η ενεργοποίηση των “κρυφών” μονάδων $\psi(X_t' \Gamma_j)$ όπου Γ_j είναι τυχαία διανύσματα στήλης ανεξάρτητα του X_t .

Υπό την μηδενική υπόθεση έχουμε $E(\Psi_t e_t^*) = 0$ με $\Psi_t = (\psi(X_t' \Gamma_1), \dots, \psi(X_t' \Gamma_q))'$ και $\Gamma = (\Gamma_1, \dots, \Gamma_q)$ να επιλέγονται a priori.

Η εκτίμηση του $E(\Psi_t e_t^*) = 0$ γίνεται από τον υπολογισμό της $n^{-1} \sum \Psi_t \tilde{e}_t$ με $\tilde{e}_t = y_t - X_t' \theta_n$ όπου θ_n είναι συνεπής εκτιμητής του θ^* όταν η H_0 ισχύει.

Ο έλεγχος πραγματοποιείται για $q^* < q$ παραμέτρους της Ψ_t η οποία δεν είναι συγγραμμική με την X_t και η σύγκριση γίνεται με την στατιστική $nR^2 \xrightarrow{d} \chi^2(q^*)$ όπου R^2 ο μη προσαρμοσμένος συντελεστής συσχέτισης από μια στάνταρ γραμμική παλινδρόμηση των \tilde{e}_t

²²⁵ Συνάρτηση της οποίας τα όρια είναι αυστηρά περιορισμένα από ένα ζευγάρι οριζόντιων ασύμπτωτων (όπως η λογιστική συνάρτηση)

στις Ψ_t^*, X_t (όπου το * στην Ψ_t υποδηλώνει τις παραμέτρους που δεν είναι συγγραμικές με την X_t).

Η μηδενική υπόθεση αποτελεί την υπόθεση της γραμμικότητας και άρα απόρριψη της οδηγεί στο συμπέρασμα ότι υπάρχουν Μη Γραμμικότητες στην υπό εξέταση συνάρτηση και ουσιαστικά αποτελεί έλεγχο του αν συμπεριλαμβάνοντας τις "κρυμμένες μονάδες" θα επέτρεπε την βελτίωση της απόδοσης του δικτύου.

Οι Terasvirta et al. (1993)²²⁶ αντικατέστησαν την σχέση $\sum_{j=1}^q \beta_j \psi(x' \gamma_j)$ με μια προσέγγιση βασισμένη στην ανάπτυξη σειράς Taylor και εξήγαγαν έναν εναλλακτικό LM έλεγχο ο οποίος φαίνεται να βελτιώνει τη δύναμη του ελέγχου.

3. Reset έλεγχος του Ramsey (1969)²²⁷

Το RESET είναι ένας γενικός έλεγχος ο οποίος είναι σχεδιασμένος να εντοπίζει το πρόβλημα της λανθασμένης εξειδίκευσης της συναρτησιακής μορφής του υποδείγματος αλλά και στο αν εντοπίζεται το πρόβλημα των παραλειπόμενων μεταβλητών (omitted variables).

Ο έλεγχος βασίζεται στην λογική του πολλαπλασιαστή Lagrange και συνήθως πραγματοποιείται με κριτικές τιμές της F κατανομής.

Έστω το απλό γραμμικό υπόδειγμα

$$y_t = \beta' z_t + u_t, t = 1, 2, \dots, T$$

Εξίσωση 2-6.

Υποθέτουμε ότι $z_t = (1, y_{t-1}, \dots, y_{t-p}, x_{t1}, \dots, x_{tk})$.

Για την διενέργεια του ελέγχου:

1. Εκτιμούμε το β με OLS και εκτιμούμε την $y_t = \beta' z_t$ και $SSR_0 = \sum u_t^2$
2. Εκτιμούμε τις παραμέτρους της βοηθητικής παλινδρόμησης $\hat{u}_t = \delta' z_t + \sum_{j=2}^h \psi_j y_t^j + v_t$ με OLS και λαμβάνουμε τα $SSR = \sum v_t^2$
3. Εκτιμούμε την στατιστική $F = \frac{(SSR_0 - SSR) / (h-1)}{SSR / (T - m - h)}$

Όπου $m = p+k$

Υπό την μηδενική υπόθεση $H_0 : \psi_j = 0, j = 2, \dots, h$ και αναγκαία προϋπόθεση ότι $Ez_t u_{t-s} = 0$ για κάθε s , η F ακολουθεί επακριβώς την $F[h-1, (T-m-h)]$.

²²⁶ Teräsvirta, T., Lin, C.-F., & Granger, C. W. J. (1993). POWER OF THE NEURAL NETWORK LINEARITY TEST. Journal of Time Series Analysis, 14(2), 209-220

²²⁷ Ramsey, J. B. (1969). "Test for Specification error in Classical Linear Least Squares Regression Analysis," Journal of the Royal Statistical Society, Series B. 31, 350-371.

Αν έχουμε ότι $Ex_{i,t-s} = 0$ για κάθε s αλλά η z_t περιλαμβάνει και χρονικές υστερήσεις της y_t τότε η $(h-1)F$ ακολουθεί ασυμπτωτικά την κατανομή χ^2 υπό την μηδενική υπόθεση.

Το ενδιαφέρον με το RESET έλεγχο είναι ότι παρότι θεωρείται ένας γενικός έλεγχος Μη Γραμμικότητας μπορεί να θεωρηθεί και σαν ένας LM έλεγχος ενάντια σε ένα γραμμικό πλήρες παραμετρικό STR υπόδειγμα.

Για να γίνει αυτό εμφανές λαμβάνουμε το κάτωθι υπόδειγμα²²⁸ LSTR :

$$y_t = \beta' z_t + [(1 + \exp\{-\gamma(\beta' z_t)\})^{-1} - 1/2] \beta' z_t + \varepsilon_t, \gamma > 0 \quad \text{Εξίσωση 2-7.}$$

όπου το $[(1 + \exp\{-\gamma(\beta' z_t)\})^{-1} - 1/2]$ λαμβάνει τιμές στο από το $-1/2$ στο $+1/2$

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2).$$

Όταν το γ λαμβάνει την τιμή μηδέν τότε το υπόδειγμα γίνεται γραμμικό (το $[(1 + \exp\{-\gamma(\beta' z_t)\})^{-1} - 1/2]$ λαμβάνει την τιμή μηδέν) και άρα έχουμε το γραμμικό υπόδειγμα

$$y_t = \beta' z_t.$$

Το παραπάνω μπορεί να ελεγχθεί με ένα LM έλεγχο με υποθέσεις

$$H_0 : \gamma = 0$$

$$H_1 : \gamma > 0$$

Ο παραπάνω έλεγχος οδηγεί στην συνάρτηση log-likelihood $L_T(\theta)$ με

$$\partial L_T / \partial \beta = (1 / \sigma^2) \sum_{t=1}^T \varepsilon_t z_t \quad \text{Εξίσωση 2-8.}$$

$$\partial L_T / \partial \gamma = -(1 / 4\sigma^2) \sum_{t=1}^T \varepsilon_t (\beta' z_t)^2$$

Δεδομένου ότι $y_t = \beta' z_t$ με β τον εκτιμητή μέγιστης πιθανοφάνειας της β υπό την μηδενική υπόθεση, ο παραπάνω έλεγχος οδηγεί σε LM έλεγχο με έναν βαθμό ελευθερίας της μορφής TR^2 με την βοηθητική παλινδρόμηση να πραγματοποιείται από την παλινδρόμηση της y_t στις y_t^2 και z_t .

Μια ακόμα εναλλακτική της παραπάνω δίνεται από την πρώτου βαθμού Taylor expansion του LSTR υποδείγματος που παρουσιάσαμε παραπάνω γύρω από την μηδενική υπόθεση λαμβάνοντας

$$y_t = \beta' z_t + \gamma (\beta' z_t)^2 + \varepsilon_t \quad \text{Εξίσωση 2-9.}$$

²²⁸ Timo Teräsvirta, Dag Tjøstheim, Clive W.J. Granger Modelling Nonlinear Economic Time Series, (Ch.17,p452-458) Oxford University Press (2010)

4. Hinich Portmanteau Bicorrelation Test (1996)²²⁹

Έστω ότι ελέγχουμε την σειρά y_t , ο έλεγχος χρησιμοποιεί μη επικαλυπτόμενα υποσύνολα των διαθέσιμων δεδομένων (data windows).

Έτσι αν n είναι το μέγεθος του data window τότε το k -window ξεκινάει από την k παρατήρηση του y_t , έστω y_{t_k} και ορίζεται ως

$$\{y_{t_k}, y_{t_{k+1}}, \dots, y_{t_{k+n-1}}\}$$

με το επόμενο μη επικαλυπτόμενο window να είναι το

$$\{y_{t_{k+1}}, y_{t_{k+2}}, \dots, y_{t_{k+n}}\} \text{ όπου } t_{k+1} = t_k + n$$

Υπό την μηδενική υπόθεση κάθε ένα από τα παραπάνω υποσύνολα δεδομένων ανήκουν σε μία στάσιμη διαδικασία λευκού θορύβου με αυτοσυσχετίσεις ίσες με το μηδέν.

Υπό την εναλλακτική υπόθεση η διαδικασία στα παραπάνω υποσύνολα δεδομένων είναι τυχαία με κάποιες μη μηδενικές αυτοσυσχετίσεις

$$C_{yyy}(r, s) = E(y_t y_{t+r} y_{t+s})$$

$$0 < r < s < L$$

Όπου L ο αριθμός των χρονικών υστερήσεων που ορίζουν το υποσύνολο δεδομένων (window).

Ο έλεγχος γίνεται με την κάτωθι στατιστική

$$H = \sum_{s=2}^L \sum_{r=1}^{s-1} G^2(r, s)$$

$$G(r, s) = (n-s)^{1/2} C_{zzz}(r, s)$$

Εξίσωση 2-10.

$$C_{zzz}(r, s) = (n-s)^{-1} \sum_{t=1}^{n-s} Z(t)Z(t+r)Z(t+s)$$

$$0 \leq r \leq s$$

Όπου $Z(t)$ οι τυποποιημένες παρατηρήσεις εντός του υποσυνόλου (οι οποίες προκύπτουν αφαιρώντας τον μέσο και διαιρώντας με την τυπική απόκλιση του δείγματος).

Σχετικά με τις τιμές του L έχουμε ότι

$$L = n^b$$

$$0 < b < 0.5$$

Όπου η τιμή του b επιλέγεται από τον αναλυτή (από αποτελέσματα Monte Carlo εξομοιώσεων προτείνεται η χρήση της τιμής 0.4^{230}).

²²⁹ Hinich, M. (1996). "Testing for Dependence in the Input to a Linear Time Series Model", Journal of Nonparametric Statistics 6, 205-221.

²³⁰ Hinich, M.J. and D.M. Patterson (1995). "Detecting Epochs of Transient Dependence in White Noise", Working Paper, University of Texas.

Τέλος η στατιστική ελέγχου

$$H \sim X^2_{(L-1), (L/2)}$$

Η μηδενική υπόθεση είναι ότι τα δεδομένα ακολουθούν διαδικασία λευκού θορύβου ενάντια στην εναλλακτική ότι η διαδικασία έχει M μη μηδενικές bicorelations στο σύνολο $0 < r < s < L$, δηλαδή ότι υπάρχει εξάρτηση τρίτου βαθμού στην γενεσιουργού διαδικασία.

Ο έλεγχος καταλήγει σε σύγκριση με τις κριτικές τιμές της κατανομής για να οδηγήσει σε αποδοχή ή απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης (γραμμικότητα).

5. McLeod - Li Test (1983)²³¹

Είχε ειπωθεί από τους Granger και Andersen (1978)²³² ότι για μια γραμμική στάσιμη διαδικασία ισχύει ότι

$$\text{corr}(y_t^2, y_{t-k}^2) = [\text{corr}(y_t, y_{t-k})]^2 \text{ για όλα τα } k$$

και άρα ότι απομάκρυνση από αυτήν την σχέση μπορεί να ερμηνευθεί ως παρουσία Μη Γραμμικότητας στην εξεταζόμενη σειρά.

Οι McLeod και Li (1983) πρότειναν έναν έλεγχο ο οποίος μπορεί να εντοπίσει ARCH συμπεριφορές στην εξεταζόμενη χρονοσειρά βασισμένο στον έλεγχο των Ljung-Box.

Ο έλεγχος αυτός δίνεται ως εξής

$$Q = N(N+2) \sum_{k=1}^L \frac{r_k^2(\varepsilon^2)}{N-k}$$

Εξίσωση 2-11.

Όπου N το μέγεθος του δείγματος και r_k^2 το τετράγωνο των αυτοσυσχετίσεων των τετραγώνων των καταλοίπων του δείγματος σε χρονική υστέρηση k . Υπό την μηδενική υπόθεση (γραμμική διαδικασία χωρίς ARCH συμπεριφορές) η $Q \sim \chi^2(L)$ βάσει των κριτικών τιμών της οποίας πραγματοποιείται και ο έλεγχος.

6. Test for nonadditivity (1985)²³³

Έστω ότι ελέγχουμε την σειρά y_t και έχουμε $X_t = \{y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p}\}$, δηλαδή το σύνολο της διαθέσιμης πληροφορίας που χρησιμοποιούμε για την ερμηνεία της συμπεριφοράς της y_t (οπού ο βαθμός των υστερήσεων q ορίζεται a priori από τον ερευνητή).

²³¹ McLeod, A. I. and Li, W. K.: Diagnostic checking ARMA time series models using squared residual autocorrelations, Journal of Time Series Analysis, 4, 269–273, 1983

²³² Granger, C.W.J. and A.P. Andersen (1978). An Introduction to Bilinear Time Series Models. Vandenhoeck and Ruprecht, Gottingen.

²³³ Keenan, D.M., 1985, A Tukey nonadditivity type test for time series nonlinearity, Biometrika 72,39-44.

Το πρώτο βήμα γίνεται με την παλινδρόμηση της y_t στις μεταβλητές που περιλαμβάνονται στην X_t δίνοντας μας μια εκτίμηση $\hat{\theta}$, τις εκτιμήσεις $f_t = X_t' \hat{\theta}$ και τα κατάλοιπα $\hat{e}_t = y_t - X_t' \hat{\theta}$.

Ο έλεγχος αυτός, γνωστός και ως έλεγχος του Keenan στηρίζεται στην συσχέτιση μεταξύ \hat{e}_t και f_t^2 ελέγχοντας ουσιαστικά αν τα τετράγωνα των εκτιμήσεων περιέχουν νέα πληροφορία που θα βελτίωνε την εκτίμηση.

Τα βήματα του ελέγχου είναι τα κάτωθι:

1. Χρήση κριτηρίου επιλογής αριθμού χρονικών υστερήσεων p (AIC, SBC, HQ κ.α.)
2. Παλινδρόμηση της y_t σε μια σταθερά και στις $y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p}$
3. Λήψη από την παραπάνω παλινδρόμηση των εκτιμήσεων \hat{y}_t, \hat{e}_t και του SSR (Sum of Squared Residuals)
4. Παλινδρόμηση της y_t^2 σε μια σταθερά και στις $y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p}$
5. Λήψη από την παραπάνω παλινδρόμηση των εκτιμήσεων των καταλοίπων \hat{a}_t
6. Υπολογισμός της

$$\hat{\eta}_t = \frac{\sum_{t=p+1}^n \hat{e}_t \hat{a}_t}{\sum_{t=p+1}^n \hat{a}_t^2}$$

Εξίσωση 2-12.

Με στατιστική έλεγχου την

$$F = \frac{(n-2p-2)\hat{\eta}_t^2}{(SSR - \hat{\eta}_t^2)}$$

Εξίσωση 2-13.

7. Υπό την μηδενική υπόθεση η $F \sim F_{1, n-2p-2}$ βάσει της οποίας πραγματοποιείται και ο έλεγχος.

7. ARCH Test(1982)²³⁴

Ο Engle για τον έλεγχο ύπαρξης ARCH συμπεριφορών σε μια χρονοσειρά πρότεινε μια διαδικασία βασισμένη στην λογική του πολλαπλασιαστή του Lagrange.

Η στατιστική του ελέγχου δίνεται από τον γινόμενο TR^2 όπου το T είναι το μέγεθος του δείγματος και το R^2 υπολογίζεται από την παλινδρόμηση του ε_t^2 σε μια σταθερά και στις $\varepsilon_{t-1}^2, \varepsilon_{t-2}^2, \dots, \varepsilon_{t-q}^2$.

Υπό την μηδενική υπόθεση (γραμμικότητα χωρίς ARCH συμπεριφορές) η στατιστική ελέγχου ακολουθεί την χ^2 με q βαθμούς ελευθερίας.

2.1.1. Εφαρμογή Monte Carlo εξομοίωσης για την εξέταση της δύναμης των ελέγχων Μη Γραμμικότητας

Κλείνουμε το τμήμα των ελέγχων για την ύπαρξη Μη Γραμμικότητας με την παρουσίαση των αποτελεσμάτων Monte Carlo εξομοιώσεων για να ελέγξουμε συγκριτικά την δύναμη του κάθε ελέγχου όσον αφορά

- 1) Το υπόδειγμα
- 2) Τον αριθμό των διαθέσιμων παρατηρήσεων

Για τον έλεγχο εξομοιώσαμε τις παρακάτω εξειδικεύσεις:

- 1) Bilinear υπόδειγμα
$$Z_t = 0.4 - 0.5Z_{t-1} + 0.6Z_{t-1} a_{t-1} + a_t$$
- 2) Εκθετικό Autoregressive υπόδειγμα
$$Z_t = (0.2 + (0.3 + 0.95Z_{t-1}) e^{-0.01Z_{t-1}^2}) Z_{t-1} + a_t$$
- 3) Μη Γραμμικό Autoregressive υπόδειγμα
$$Z_t = (0.004Z_{t-1} + a_t)(0.55Z_{t-1}) + a_t$$
- 4) Μη Γραμμικό Moving Average υπόδειγμα
$$Z_t = a_t - 0.3a_{t-1} + 0.5a_{t-2} + 0.6a_t a_{t-2} - 0.2a_{t-1}^2$$
- 5) Threshold Autoregressive υπόδειγμα
$$Z_t = 2.0 - 0.3Z_{t-1} + 0.5Z_{t-2} + a_t, Z_{t-3} \leq 1.5$$
$$Z_t = 2.0 + 0.2Z_{t-1} - 0.5Z_{t-2} - 0.7Z_{t-3} + a_t, Z_{t-3} > 1.5$$

Σχεδιασμός του πειράματος

Πραγματοποιούμε 3.000 εξομοιώσεις για κάθε μια από τις βασικές εξειδικεύσεις 1 έως 5, δημιουργώντας έτσι 3.000 σύνολα δεδομένων για το κάθε εξεταζόμενο υπόδειγμα. Λαμβάνουμε δείγματα διαφορετικών μεγεθών, από 40 έως 1500 παρατηρήσεις και προχωράμε στην χρήση των ελέγχων Μη Γραμμικότητας. Πριν τον κάθε έλεγχο Μη Γραμμικότητας αφαιρούμε γραμμικές εξαρτήσεις με την εκτίμηση ενός AR(p) υποδείγματος στα εξομοιωμένα

²³⁴ Engle, R.: Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of UK inflation, *Econometrica*, 50, 987–1008, 1982

δεδομένα ώστε με αυτόν τον τρόπο η απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης να είναι δυνατή μόνο εξαιτίας της ύπαρξης σημαντικής Μη Γραμμικότητας.

Αποτελέσματα των ελέγχων

Στους παρακάτω πίνακες παραθέτουμε κάποια ενδεικτικά αποτελέσματα :

Πίνακας 2-1. Δύναμη των ελέγχων ύπαρξης Μη Γραμμικότητας σε σχέση με τον αριθμό των διαθέσιμων παρατηρήσεων. Εξειδίκευση 1^η : **Bilinear υπόδειγμα**

Test	Αριθμός διαθέσιμων παρατηρήσεων					
	40	100	200	400	600	1200
1. The Hinich Portmanteau Bicorrelation Test	3,4	50,8	69,8	86,0	91,8	95,2
2. McLeod -Li Test	8,6	71,2	93,1	99,2	99,9	100,0
3. Test for nonadditivity Keenan (1985)	0,5	32,0	56,6	81,2	88,1	91,8
4. ARCH Test	2,6	88,3	98,9	100	100	100
5. Luukkonen LST 1988 Test	2,3	86,3	99,0	100,0	100,0	100,0

Πίνακας 2-2. Δύναμη των ελέγχων ύπαρξης Μη Γραμμικότητας σε σχέση με τον αριθμό των διαθέσιμων παρατηρήσεων. Εξειδίκευση 2^η : **Exponential Autoregressive υπόδειγμα**

Test	Αριθμός διαθέσιμων παρατηρήσεων					
	40	100	200	400	600	1200
1. The Hinich Portmanteau Bicorrelation Test	0,8	36,5	53,3	66,3	78,9	90,5
2. McLeod -Li Test	16,1	19,8	29,2	58,0	82,8	94,7
3. Test for nonadditivity Keenan (1985)	0,3	9,1	31,2	71,1	91,3	97,6
4. ARCH Test	2,7	59,4	79,5	98	99,9	100
5. Luukkonen LST 1988 Test	1,0	37,0	52,7	63,5	78,1	90,6

Πίνακας 2-3. Δύναμη των ελέγχων ύπαρξης Μη Γραμμικότητας σε σχέση με τον αριθμό των διαθέσιμων παρατηρήσεων. Εξειδίκευση 3^η : **Μη Γραμμικό Autoregressive υπόδειγμα**

Test	Αριθμός διαθέσιμων παρατηρήσεων					
	40	100	200	400	600	1200
1. The Hinich Portmanteau Bicorrelation Test	1,4	16,4	25,9	38,3	47,1	53,6
2. McLeod -Li Test	2,1	14,9	32,4	60,2	79,6	90,7

Test	Αριθμός διαθέσιμων παρατηρήσεων					
	40	100	200	400	600	1200
3. Test for nonadditivity Keenan (1985)	0,4	11,0	14,1	18,0	20,2	20,7
4. ARCH Test	2	34,2	62,4	87,6	96,4	99,1
5. Luukkonen LST 1988 Test	1,8	34,1	61,6	87,1	96,5	99,0

Πίνακας 2-4. Δύναμη των ελέγχων ύπαρξης Μη Γραμμικότητας σε σχέση με τον αριθμό των διαθέσιμων παρατηρήσεων. Εξειδίκευση 4^η: **Μη Γραμμικό Moving Average υπόδειγμα**

Test	Αριθμός διαθέσιμων παρατηρήσεων					
	40	100	200	400	600	1200
1. The Hinich Portmanteau Bicorrelation Test	1,7	15,7	24,4	35,7	39,2	45,1
2. McLeod -Li Test	2,4	15,7	32,1	60,1	81,4	92,0
3. Test for nonadditivity Keenan (1985)	0,3	4,7	6,3	8,7	10,9	13,6
4. ARCH Test	1,7	17,1	29,8	55,4	72	81,5
5. Luukkonen LST 1988 Test	1,6	17,8	31,6	53,7	70,8	83,1

Πίνακας 2-5. Δύναμη των ελέγχων ύπαρξης Μη Γραμμικότητας σε σχέση με τον αριθμό των διαθέσιμων παρατηρήσεων. Εξειδίκευση 5^η: **Threshold Autoregressive υπόδειγμα**

Test	Αριθμός διαθέσιμων παρατηρήσεων					
	40	100	200	400	600	1200
1. The Hinich Portmanteau Bicorrelation Test	2,0	34,9	63,7	89,0	97,0	99,6
2. McLeod -Li Test	5,9	19,6	36,8	64,6	82,6	92,8
3. Test for nonadditivity Keenan (1985)	0,1	23,3	78,6	64,1	81,5	86,3
4. ARCH Test	1,6	11,5	19,9	30,9	41,3	51,4
5. Luukkonen LST 1988 Test	1,0	12,3	16,8	30,4	39,6	50,2

2.2. Η έννοια της μοναδιαίας ρίζας στο Μη Γραμμικό πλαίσιο

Η έννοια των “mixing processes” είναι μια έννοια η οποία εισάγεται και χρησιμοποιείται μεθοδολογικά για να αποτυπώσει την βραχυχρόνια εξάρτηση (short range dependence) σε μια χρονοσειρά σε αναλογία της έννοιας της στάσιμης χρονοσειράς στο γραμμικό πλαίσιο.

Οι mixing conditions είναι χρήσιμες για την διερεύνηση της όποιας δομής των συσχετίσεων όταν οι διαδικασίες είναι ετερογενής²³⁵.

Η βασική ιδέα είναι η χρήση κατάλληλων προτύπων ώστε να μελετηθεί η συσχέτιση μεταξύ της παρούσας τιμής μιας μεταβλητής και της ιστορίας της καθώς αυξάνεται η μεταξύ τους χρονική απόσταση.

Μια στάσιμη μεταβλητή μπορεί να θεωρηθεί στο Μη Γραμμικό πλαίσιο σαν μια μεταβλητή με “ασθενή” δομή συσχέτισης ενώ μια μη στάσιμη μεταβλητή εμφανίζει “ισχυρή” εξάρτηση στην δομή συσχέτισης.

2.2.1. Ορισμός mixing διαδικασίας²³⁶

Σε έναν χώρο πιθανότητας (Ω, \mathcal{K}, P) όπου Ω είναι ο δειγματικός χώρος, \mathcal{K} είναι μια σ -άλγεβρα (το σύνολο των υποσυνόλων του \mathcal{K} το οποίο έχει πιθανότητα) και P μια συνάρτηση πιθανότητας με χώρο \mathcal{K} .

G_1, G_2 είναι δυο σ -άλγεβρες και έχουμε δυο σύνολα $A \in G_1, B \in G_2$

A είναι το σύνολο των πληροφοριών μέχρι την περίοδο t

B είναι το σύνολο των πληροφοριών από την περίοδο $t+h$

Τα δυο παραπάνω σύνολα μπορούν να θεωρηθούν ανεξάρτητα αν η σημασία του A στον καθορισμό της πιθανότητας του B μειώνεται όσο αυξάνεται η μεταξύ τους απόσταση h .

$\{X_h\}_{h>1}$ μια σειρά τυχαίων μεταβλητών στον (Ω, \mathcal{K}, P) και $F_m^h = \sigma(X_t : m \leq t \leq h)$.

Τότε η $\{X_t\}$ είναι

1. *Strongly mixing (α -mixing)* εάν ισχύει ότι

$$\alpha(h) = \sup_{(m \geq 1)} (F_1^m, F_{(m+h)}^\infty) \xrightarrow{h \rightarrow \infty} 0$$

Εξίσωση 2-14.

$$\text{με } \alpha(G_1, G_2) = \sup \{P(A \cap B) - P(A)P(B)\}$$

2. *Uniformly mixing (β -mixing)* εάν ισχύει ότι

$$\beta(h) = \sup_{(m \geq 1)} (F_1^m, F_{(m+h)}^\infty) \xrightarrow{h \rightarrow \infty} 0$$

Εξίσωση 2-15.

$$\text{με } \beta(G_1, G_2) = \sup \{\text{Corr}(f, g)\}$$

$$\text{όπου } f \in L_2(G_1), g \in L_2(G_2)$$

²³⁵ Dufrenot and Mignon (2002), “Recent Developments in Nonlinear Cointegration with Applications to Macroeconomics and Finance”, Springer

²³⁶ Dufrenot and Mignon (2002), “Recent Developments in Nonlinear Cointegration with Applications to Macroeconomics and Finance”, Springer

3. Strictly mixing (φ -mixing) εάν ισχύει ότι

$$\varphi(h) = \sup_{(m \geq 1)} (F_1^m, F_{(m+h)}^\infty) \xrightarrow{h \rightarrow \infty} 0$$

Εξίσωση 2-16.

$$\text{με } \varphi(G_1, G_2) = \text{Sup} \left\{ \frac{P(A \cap B) - P(A)P(B)}{P(A)} \right\}$$

Αυτό σημαίνει ότι η διαδικασία είναι mixing και ότι η βραχυχρόνια εξάρτηση, δηλαδή η εξάρτηση μεταξύ των παρελθοντικών και μελλοντικών γεγονότων (τιμών) είναι αμελητέα όταν η μεταξύ τους απόσταση τείνει στο άπειρο.

Η κάθε μια από τις παραπάνω διαδικασίες μετράει την ταχύτητα του mixing μεταξύ των δυο γεγονότων (τιμών) χωρισμένων από h χρονικές περιόδους, η φ -mixing υπονοεί την ύπαρξη β -mixing η οποία με την σειρά της υπονοεί την ύπαρξη α -mixing.

Για τα παραπάνω έχουμε τους κάτωθι ελέγχους:

1. R/S test του Lo²³⁷

Για μια χρονοσειρά $\{X_t\}_{t=1}^T$ με μέσο $E[X_t] = \bar{X}$

Η στατιστική R/S υπολογίζεται ως

$$R/S = \frac{1}{\hat{\sigma}_{T(q)}} \left[\max_{1 \leq i \leq T} \sum_{j=1}^i (X_j - \bar{X}) - \min_{1 \leq i \leq T} \sum_{j=1}^i (X_j - \bar{X}) \right]$$

Εξίσωση 2-17.

Όπου

$$\hat{\sigma}_{T(q)}^2 = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^T (X_j - \bar{X})^2 + \frac{2}{T} \sum_{j=1}^q \omega_j(q) \left\{ \sum_{k=j+1}^T (X_k - \bar{X})(X_{k-j} - \bar{X}) \right\}$$

Εξίσωση 2-18.

Οι όροι στην πρώτη σχέση εκτιμούν την εμβέλεια της χρονοσειράς, όσο υψηλότερη η τιμή της στατιστικής αυτής τότε μεγαλύτερη η πιθανότητα για δυνατή σχέση εξάρτησης στην μνήμη της χρονοσειράς.

Η συνάρτηση $\hat{\sigma}_{T(q)}^2$ δίνει την μακροχρόνια διακύμανση της χρονοσειράς η οποία περιλαμβάνει την βραχυχρόνια διακύμανση και τις βραχυχρονίες αυτοσυνδυακυμάνσεις. Το τελευταίο σταθμίζεται με το standard spectral window που αποτυπώνεται στην εξίσωση ως $\omega_j(q)$.

Η επιλογή του q δίνεται με απόδοση τιμών αλλά και με την τιμή που ανταποκρίνεται στην φόρμουλα του Andrews (1991)²³⁸

$$q = [k_T]$$

όπου

Εξίσωση 2-19.

²³⁷ Lo, A.W. (1991). "Long-term Memory in Stock Market Prices", *Econometrica* 5, 1279-1313.

²³⁸ Andrews, D. (1991) "Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix Estimation," *Econometrica*, 59(3): 817-858.

$$k_T = \left(\frac{3T}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{2\hat{\rho}}{1-\hat{\rho}^2}\right)^{\frac{2}{3}}$$

Και $\hat{\rho}$ η αυτοσυσχέτιση πρώτου βαθμού.

Κριτικές τιμές για τον έλεγχο δίνονται στο paper του Lo (1991).

2. KPSS²³⁹

Ο έλεγχος αυτός χρησιμοποιείται και στο γραμμικό πλαίσιο (για την παρουσίαση του ελέγχου σας παραπέμπουμε στο αντίστοιχο παράρτημα).

3. Mutual information test^{240 241}

Ο συγκεκριμένος έλεγχος επιτρέπει να ελεγχθεί το θέμα της εξάρτησης σε μια χρονοσειρά σε όρους εντροπίας²⁴².

Έστω $\{X_t\}$ και $\{X_{t\pm\tau}\}$ είναι δυο στοχαστικές διαδικασίες με από κοινού συνάρτηση πυκνότητας $f(X_t, X_{t\pm\tau})$ και αθροιστικές συναρτήσεις πυκνότητας $f_t(X_t)$ και $f_\tau(X_{t\pm\tau})$

Ορίζουμε το mutual information ανάμεσα σε X_t και $X_{t\pm\tau}$ ως

$$I(X_t, X_{t\pm\tau}) = E \left[\ln \left(\frac{f(X_t, X_{t\pm\tau})}{f_t(X_t) f_\tau(X_{t\pm\tau})} \right) \right] \quad \text{Εξίσωση 2-20.}$$

Η οποία μπορεί επίσης να γραφτεί

$$I(X_t, X_{t\pm\tau}) = H_t(X_t) + H_\tau(X_{t\pm\tau}) - H(X_t, X_{t\pm\tau}) \quad \text{Εξίσωση 2-21.}$$

Όπου $H(\cdot)$ είναι η Shannon εντροπία και είναι χρήσιμη στο να μας δώσει πληροφορίες για κατά πόσο η $X_{t\pm\tau}$ βοηθάει στην μείωση της αβεβαιότητας του X_t .

Δεδομένου ότι

$$\frac{\sigma_{t,\tau}^2}{\sigma_t \sigma_\tau} = \rho_{t,\tau}^2 \quad \text{όπου}$$

$$\sigma_t = V[X_t], \quad \sigma_\tau = V[X_{t\pm\tau}], \quad \sigma_{t,\tau} = cov[X_t, X_{t\pm\tau}] \quad \text{Εξίσωση 2-22.}$$

²³⁹ Kwiatkowski, D., Phillips, P.C.B., Schmidt, P. and Y. Shin (1992). "Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root. How Sure Are We that Economic Time Series Have a Unit Root?", Journal of Econometrics 54, 159-178

²⁴⁰ Granger, C.W.J. and J.L Lin (1994). "Using the Mutual Information Coefficient to Identify Lags in Nonlinear models", Journal of Time Series Analysis 4, 371-384.

²⁴¹ Escribano, A. and S. Mira (1997). "Nonlinear Cointegration with Mixing Errors", Working Paper, Universidad Carlos III, Madrid.

²⁴² Escribano, A. and F.M. Aparicio (1997). "Information-Theoretic Analysis of Serial Dependence and Cointegration", Working Paper, Universidad Carlos III de Madrid.

Σύμφωνα με τους Dufrenot και Mignon (2002)²⁴³ μπορούμε να δείξουμε ότι

$$\rho_{t,\tau} = [1 - \exp(-2I(X_t, X_{t\pm\tau}))]^{1/2} \quad \text{Εξίσωση 2-23.}$$

Άρα για $I(X_t, X_{t\pm\tau}) = 0$ (αυστηρή ανεξαρτησία) υπονοείται ότι $\rho_{t,\tau} = 0$.

Επίσης για $I(X_t, X_{t\pm\tau}) \rightarrow \infty$ (δυνατή εξάρτηση) υπονοείται ότι $\rho_{t,\tau} = 1$.

Για να βρούμε έναν συνεπή εκτιμητή του $I(X_t, X_{t\pm\tau})$ χρησιμοποιούνται συνήθως Kernel densities για να προσεγγίσουμε τις $f(X_t, X_{t\pm\tau})$, $f_t(X_t)$ και $f_t(X_{t\pm\tau})$

Η NED υπόθεση των Escribano και Mira χρησιμοποιεί την I(1) υπόθεση (τον κλασσικό όρο) η οποία είναι ασθενέστερη από την mixing υπόθεση αλλά μπορεί να ελεγχθεί με τον ίδιο τρόπο.

²⁴³ Dufrenot and Mignon (2002), "Recent Developments in Nonlinear Cointegration with Applications to Macroeconomics and Finance", Springer

2.3. Μη Γραμμικά υποδείγματα (παραμετρικές μέθοδοι συγκεκριμένης μορφής Μη Γραμμικότητας)

1. TAR (Threshold Autoregressive)

Το TAR υπόδειγμα είναι ένα από τα πλέον διαδεδομένα Μη Γραμμικά υποδείγματα χρονοσειρών το οποίο προτάθηκε αρχικά από τον Tong(1978)²⁴⁴ και μελετήθηκε αναλυτικότερα από τους Tong και Lin(1980)²⁴⁵ και Tong(1983)²⁴⁶.

Ο Hansen(2011)²⁴⁷ αναφέρεται στο πως το υπόδειγμα που πρότεινε ο Howell Tong είχε μια «τεράστια επίδραση» στην Οικονομική Επιστήμη με την μεγάλη διασπορά του στην εφαρμοσμένη Οικονομετρία.

Η ιδέα πίσω από τα TAR υποδείγματα είναι η λογική υπόθεση ότι οι χρονοσειρές που μελετά η Οικονομική Επιστήμη με τα Μη Γραμμικά υποδείγματα φαίνεται να ορίζουν διαφορετικές καταστάσεις (διαφορετικά regimes), και η δυναμική τους συμπεριφορά εξαρτάται ανάλογα με το regime στο οποίο βρίσκεται η χρονοσειρά την δεδομένη χρονική στιγμή.

Αυτή η state dependent δυναμική συμπεριφορά ουσιαστικά μεταφράζεται στο ότι οι χαρακτηριστικές ιδιότητες μιας χρονοσειράς, όπως ο μέσος, η διακύμανση, οι αυτοσυσχετίσεις κλπ είναι διαφορετικές ανά διαφορετική κατάσταση/regime.

Τα TAR υποδείγματα αποτελούν μαζί με το Exponential Autoregressive (EAR) και το bilinear μερικά από τα «κλασσικά παραμετρικά Μη Γραμμικά υποδείγματα χρονοσειρών²⁴⁸».

Οι σημαντικότερες ιδιότητες αυτών των υποδειγμάτων είναι η δυνατότητα παραγωγής ασύμμετρων limit cycles (τα δεδομένα τα οποία παράγονται από το υπόδειγμα την στιγμή $t = t_0$ και αν τα ε_t είναι μηδέν για κάθε $t > t_0$ δεν θα υπάρξει σύγκλιση των πραγματοποιήσεων της διαδικασίας σε ένα σημείο/μια σταθερά αλλά σε ένα σύνολο κύκλων οι οποίοι θα είναι τυπικώς ασύμμετροι και θα επαναλαμβάνουν τον εαυτό τους μετά από n περιόδους).

Ανάμεσα στο πλήθος εφαρμογών εξαιρετικά ενδιαφέρουσα είναι η εφαρμογή των Tong and Lin(1980)²⁴⁹ οι οποίοι έδειξαν ότι το threshold υπόδειγμα είναι ικανό να αναπαράγει την ασύμμετρη, περιοδική συμπεριφορά που εντοπίζεται στις ετήσιες ηλιακές κηλίδες του Wolf και στα δεδομένα του Καναδικού Lynx (στα οποία αναφερθήκαμε στην εισαγωγή του 1^{ου} Κεφαλαίου).

Η συνολική διαδικασία είναι Μη Γραμμική με την έννοια ότι υπάρχουν τουλάχιστον δυο regimes με διαφορετική γραμμική συμπεριφορά στο καθένα.

²⁴⁴ Tong, H. (1978), On a Threshold Model in Pattern recognition and Signal Processing e.d . C. H. Chen, Amsterdam Sijthoff & Noordhoff

²⁴⁵ Tong, H., and Lim, K. S. (1980), "Threshold Autoregression, Limit Cycles and Cyclical Data" (with discussion), Journal of the Royal Statistical Society S,e r. B, 42, 245-292

²⁴⁶ Tong, H. (1983), Threshold Models in Nonlinear Time Series Analysis Lecture Notes in Statistics No. 21), New York: Springer-Verlag.

²⁴⁷ Hansen E. Bruce, "Threshold autoregression in economics", Statistics and Its Interface Volume 4 (2011) 123-127

²⁴⁸ Timo terasvirta, Dag Tjostheim, Clive w.j. Granger. Modelling Nonlinear economics time series (2010). Oxford University press. Σελ.29

²⁴⁹ Tong, H., and Lim, K. S. (1980), "Threshold Autoregression, Limit Cycles and Cyclical Data" (with discussion), Journal of the Royal Statistical Society S,e r. B, 42, 245-292

Τα συγκεκριμένα υποδείγματα λοιπόν εμφανίζουν μια «τοπική γραμμικότητα» σε κάθε regime (local linearity) αλλά συνολικά είναι Μη Γραμμικά (globally nonlinear).

Το απλούστερο TAR υπόδειγμα με δυο regimes μπορεί να αποτυπώσει ασύμμετρη κυκλική συμπεριφορά στις αντιδράσεις, όπως όταν η αύξηση είναι πολύ πιο "απότομη" σε σχέση με την πτώση

$$y_t = \varphi_{11}y_{t-1} + \varphi_{12}y_{t-2} + \dots + \varphi_{1p}y_{t-p} + u_t \quad \text{όταν } z_{t-d} < c$$

Εξίσωση 2-24.

$$y_t = \varphi_{21}y_{t-1} + \varphi_{22}y_{t-2} + \dots + \varphi_{2q}y_{t-q} + u_t \quad \text{όταν } z_{t-d} \geq c$$

Γενική μορφή TAR (Threshold Autoregressive) υποδείγματος

$$y_t = \varphi_{0j} + \sum_{i=1}^{p_j} \varphi_{1j}y_{t-i} + u_{t,j} \quad \text{όταν } r_{j-1} < z_{t-d} < r_j$$

Εξίσωση 2-25.

$j=1, 2, \dots, m$ και d θετικοί ακέραιοι.

φ_{0j} οι σταθεροί όροι ανά regime

p_j ο αριθμός των χρονικών υστερήσεων στο regime j

r_1, r_m τα m διαφορετικά regime

d η χρονική υστέρηση της μεταβλητής μετάβασης

z_{t-d} η μεταβλητή μετάβασης

Τα threshold είναι m συνολικά στον αριθμό:

$$-\infty = r_0 < r_1 < \dots < r_m = \infty$$

Σε κάθε επίπεδο/regime ουσιαστικά έχουμε μια γραμμική AR διαδικασία βλέποντας στην πράξη στο κάθε regime την έννοια της τοπικής γραμμικότητας σε ένα σύνολο Μη Γραμμικότητας που προσδίδει ο συνδυασμός της μετάβασης της χρονοσειράς μεταξύ των καταστάσεων.

Στην περίπτωση που η μεταβλητή μετάβασης βρίσκεται από την χρονική υστέρηση της μεταβλητής y_{t-d} τότε το υπόδειγμα εντάσσεται στην υποκατηγορία των Self-Exciting Threshold Autoregressive (SETAR).

2.3.1. Έλεγχος εντοπισμού Μη Γραμμικότητας Threshold μορφής

Πριν την παρουσίαση των διαθέσιμων ελέγχων κρίνεται σημαντικό να αναφέρουμε έναν προκαταρκτικό έλεγχο εύρεσης της Threshold Μη Γραμμικότητας με διαγράμματα.

Συγκεκριμένα αν αποτυπώσουμε διαγραμματικά τις τιμές των παραμέτρων και της σταθεράς (μαζί με τα ανάλογα t-ratios) σε σχέση με την μεταβλητή η οποία καθορίζει το threshold, τότε εφόσον υπάρχει threshold Μη Γραμμικότητα θα υπάρξει κάποιο "break" στο διάγραμμα. Όσο οι παράμετροι παραμένουν στην ίδια κατεύθυνση και δεν αλλάζουν, η πιθανότητα ότι η σειρά

εξελισσεται στο ίδιο regime (σε ένα regime) είναι μεγαλύτερη. Όταν αρχίσει να περνάει σε άλλο regime η σειρά τότε θα υπάρξουν breaks. Σε αυτήν την περίπτωση και τα t-ratios αλλάζουν κατεύθυνση²⁵⁰.

2.3.2. Ο Arranged Autoregression έλεγχος του Tsay (1989)²⁵¹ με Recursive Least Squares

Ο συγκεκριμένος έλεγχος είναι ένας έλεγχος ύπαρξης Μη Γραμμικότητας TAR μορφής.

Αφού θέσει σε σειρά τις τιμές της χρονοσειράς σε σχέση με την threshold μεταβλητή (η οποία επιλέγεται a priori) χρησιμοποιεί recursive εκτίμηση ελαχίστων τετραγώνων και λαμβάνει τα κατάλοιπα.

Υπό την μηδενική υπόθεση του ελέγχου δεν υπάρχει κανένα break στην χρονοσειρά και τα κατάλοιπα θα πρέπει να είναι πανομοιότυπα με αυτά του ελέγχου ελαχίστων τετραγώνων, οπότε δεν θα πρέπει να υπάρχει συσχέτιση μεταξύ των recursive καταλοίπων και των μεταβλητών της σχέσης που εκτιμούμε.

Ο Tsay(1989) δείχνει ότι υπό την μηδενική υπόθεση (no break στην χρονοσειρά) ένας έλεγχος σημαντικότητας όλων των παραμέτρων σε μια παλινδρόμηση των recursive καταλοίπων στις μεταβλητές της αρχικής παλινδρόμησης ακολουθεί ασυμπτωτικά την κατανομή X^2 (η σε μικρά δείγματα την κατανομή F).

Αν υπάρχει ένα break στην χρονοσειρά (και έχουμε επιλέξει την σωστή μεταβλητή ως threshold) τότε τα recursive κατάλοιπα στην αρχή του δείγματος (όπως το έχουμε θέσει σε σειρά σε σχέση με την εξέλιξη της threshold μεταβλητής) θα είναι διαφορετικά από αυτά στο τέλος του δείγματος και άρα θα υπάρχει κάποια συσχέτιση στα recursive κατάλοιπα και στις μεταβλητές της παλινδρόμησης το οποίο άρα καταλήγει σε έλεγχο σημαντικότητας.

Συνοψίζοντας τα βήματα του ελέγχου:

- Τοποθετούμε την αρχική χρονοσειρά στην διάταξη της σειράς ελέγχου (μεταβλητής threshold). Στην περίπτωση του SETAR τοποθετούμε την αρχική σειρά σε σχέση με τις τιμές της μεταβλητής y_{t-d} για το σύνολο των διαθέσιμων δεδομένων.
- Λαμβάνουμε ένα ποσοστό παρατηρήσεων στην αρχή και στο τέλος εκτός του συνόλου που θα ελέγξουμε και θα εκτιμήσουμε ως threshold (συνήθως 15% στην αρχή και στο τέλος της σειράς) για να εξασφαλιστεί η επάρκεια των δεδομένων για την εκτίμηση των υποδειγμάτων
- Με την χρήση της μεθόδου των recursive ελαχίστων τετραγώνων εκτιμώνται οι παράμετροι ϕ_{ij} όπου i ο αριθμός των παραμέτρων, j το εκάστοτε regime (σε αυτήν την περίπτωση μιλάμε για $j=2$). Γίνεται αποθήκευση των καταλοίπων της συγκεκριμένης εκτίμησης, έστω \hat{e}_{rls} .
- Πραγματοποιούμε την βοηθητική παλινδρόμηση των καταλοίπων στις αρχικές μεταβλητές και ελέγχουμε την στατιστική τους σημαντικότητα. Εφόσον απορριφθεί η μηδενική υπόθεση καταλήγουμε στην ύπαρξη Threshold Μη Γραμμικότητας.

²⁵⁰ Gilles Dufrenot και Valerie Mignon (2002) «Recent Developments in Nonlinear Cointegration with applications to Macroeconomics and Finance»

²⁵¹ Tsay S. Ruey (1989) "Testing and Modelling Threshold Autoregressive Processes", Journal of the American Statistical Association, vol.84, no.405 (mar.1989) pp.231-240

Επιλογή παραμέτρου υστέρησης και τιμής του Threshold

Ο Tsay προτείνει πρώτα να προχωρήσουμε στην ταυτοποίηση τιμών για τις δυο προηγούμενες παραμέτρους και μετά με την χρήση της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων να προχωρήσουμε στην εκτίμηση και των υπόλοιπων παραμέτρων (με δεδομένα τα d και threshold).

Γνωρίζοντας ποια είναι η threshold μεταβλητή, για μια δεδομένη τιμή p του AR ο Tsay προτείνει την επιλογή της παραμέτρου υστέρησης ώστε

$$d = \arg \max_{\nu \in S} F(p, \nu) \quad \text{Εξίσωση 2-26.}$$

Όπου $F(p, \nu)$ είναι η τιμή της στατιστικής F στην βοηθητική παλινδρόμηση της προηγούμενης μεθόδου (του ελέγχου του Tsay για την εύρεση Threshold Μη Γραμμικότητας) και ν ανήκει στο S σύνολο τιμών από το οποίο μπορεί να πάρει τιμές η υστέρηση d .

Κατόπιν της επιλογής των παραμέτρων η εκτίμηση μπορεί να γίνει με την μέθοδο Ελαχίστων Τετραγώνων δεδομένου ότι υπάρχει επαρκής αριθμός παρατηρήσεων σε κάθε regime/κατάσταση.

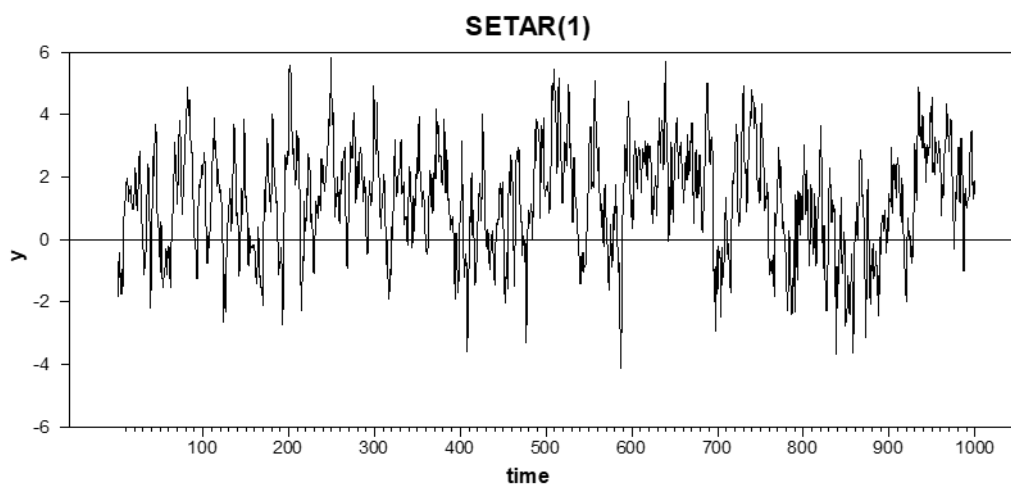
Εφαρμογή ελέγχου του Tsay(1989) σε εξομοιωμένα δεδομένα

Για την διενέργεια των ελέγχων εκτίμησης των TAR υποδειγμάτων δημιουργήσαμε 1000 παρατηρήσεις από την εξής Threshold Autoregressive διαδικασία

$$y_t = \begin{cases} 0.3 + 0.8 * y_{t-1} + \varepsilon_t \\ -0.5 + 0.2 * y_{t-1} + \varepsilon_t \end{cases} \quad \text{Όπου } \varepsilon_t \sim N(0,1) \quad \text{Εξίσωση 2-27.}$$

Από το σύνολο των παρατηρήσεων (και εξαιρώντας την 1^η) οι 759 βρίσκονται στο πρώτο regime και οι 240 στο δεύτερο.

Διάγραμμα 2-1. Εξομοιωμένα δεδομένα της διαδικασίας

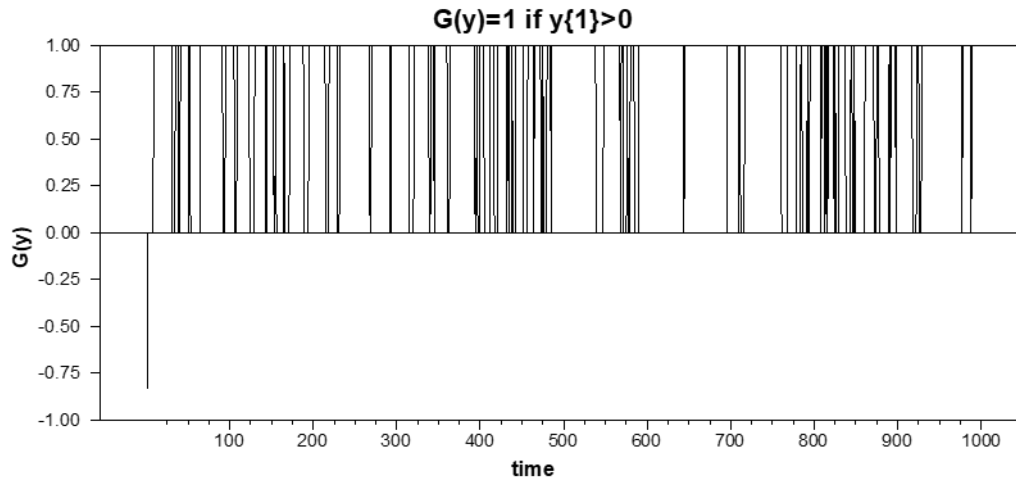


Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Οι εναλλαγές μεταξύ των regimes γίνονται συχνά και αποτυπώνονται παρακάτω:

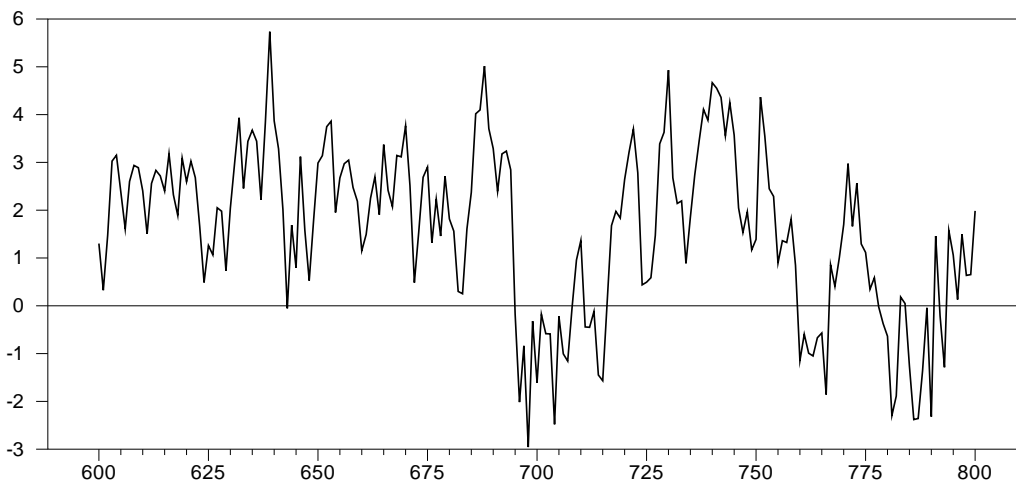
Για την διενέργεια του ελέγχου θα επιλέξουμε το δείγμα 200 παρατηρήσεων (600 έως 800).

Διάγραμμα 2-2. Εναλλαγές μεταξύ των διαφορετικών regimes στα εξομοιωμένα δεδομένα



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Διάγραμμα 2-3. Οι τιμές της εξομοιωμένης μεταβλητής για ένα σύνολο 200 παρατηρήσεων



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Για οικονομία χώρου απλά παρουσιάζουμε το τελικό αποτέλεσμα του ελέγχου του Tsay για εύρεση Threshold Μη Γραμμικότητας.

- Ο έλεγχος του Tsay για την ύπαρξη Threshold Μη Γραμμικότητας

TSAY Arranged Autoregression Test
 $F(2, 197) = 3.87165$
 $P = 0.02243$

Ο έλεγχος του Tsay εντοπίζει Threshold Μη Γραμμικότητα (απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση περί γραμμικότητας σε επίπεδο σημαντικότητας 3%).

2.3.3. Έλεγχος του Tsay (1998)²⁵² για την πολυμετάβλητη περίπτωση

Έστω $\{y_t, x_t, z_t\}$, $t = 1, 2, \dots, n$ με

$$y_t = (y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{kt})'$$

Εξίσωση 2-28.

$$x_t = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{vt})'$$

Η μορφή του Threshold υποδείγματος που μας ενδιαφέρει να ελέγξουμε είναι η εξής:

$$y_t = c_j + \sum_{i=1}^p \varphi_i^{(j)} y_{t-i} + \sum_{i=1}^q \beta_i^{(j)} x_{t-i} + \varepsilon_t^{(j)}$$

Εξίσωση 2-29.

$$r_{j-1} < z_{t-d} \leq r_j, j = 1, 2, \dots, s$$

Με c_j το διάνυσμα σταθερών συντελεστών, $\varepsilon_t^{(j)} = \Sigma_j^{1/2} a_t$ όπου $\Sigma_j^{1/2}$ είναι συμμετρική θετικά ορισμένη μήτρα και $\{a_t\}$ μια ακολουθία σειριακά ασυσχέτιστων τυχαίων διανυσμάτων με μέσο μηδέν και μήτρα συνδιακύμανσης I.

Η Threshold μεταβλητή z_{t-d} υποθέτουμε ότι είναι στάσιμη με συνεχή κατανομή.

Ο Tsay(1998) υποθέτει ότι η threshold μεταβλητή είναι γνωστή αλλά η παράμετρος υστέρησης d , ο αριθμός των regime/καταστάσεων s και οι τιμές των thresholds είναι άγνωστες.

Ο έλεγχος του Tsay ο οποίος αποτελεί επέκταση του ελέγχου του ίδιου συγγραφέα από το μονομετάβλητο στο πολυμετάβλητο υπόδειγμα ελέγχει την υπόθεση $s=1$ εναντίον της υπόθεσης $s>1$.

Δηλαδή για την μηδενική υπόθεση καταλήγουμε στο κάτωθι γραμμικό υπόδειγμα:

$$y_t' = X_t' \Phi + \varepsilon_t' \text{ με } t = h+1, \dots, n$$

Εξίσωση 2-30.

Όπου $X_t = (1, y_{t-1}', \dots, y_{t-p}', x_{t-1}', \dots, x_{t-q}')$ και Φ η μήτρα των παραμέτρων, $h = \max(p, q, d)$ με p, q και d γνωστά.

Η threshold μεταβλητή z_{t-d} λαμβάνει τιμές στο διάστημα $S = \{z_{h+1-d}, \dots, z_{n-d}\}$.

Κατατάσσοντας την z_{t-d} σε σειρά από την μικρότερη προς την μεγαλύτερη έστω η i μικρότερη τιμή είναι η $z_{(i)}$. Η arranged regression βασιζόμενη στην αυξανόμενη σειρά των z_{t-d} είναι η $y'_{t(i)+d} = X'_{t(i)+d} \Phi + \varepsilon'_{t(i)+d}$, $i = 1, 2, \dots, n-h$.

Ο έλεγχος βασίζεται στο ότι αν η y_t είναι γραμμική τότε ο RLS εκτιμητής Ελαχίστων Τετραγώνων στην arranged παλινδρόμηση είναι συνεπής και τα predictive κατάλοιπα ακολουθούν λευκό θόρυβο.

Δεδομένου αυτού λοιπόν είναι και ασυσχέτιστα με τα $X_{t(i)+d}$.

²⁵² Tsay, S Ruey Testing and Modelling Multivariate Threshold Models Journal of the American Statistical Association, vol.93, No. 443 1188-1202

Αν η y_t ακολουθεί ένα threshold υπόδειγμα τότε τα predictive κατάλοιπα δεν είναι λευκός θόρυβος (γιατί ο εκτιμητής είναι μεροληπτικός) και συσχετίζονται με τα $X_{t(i)+d}$.

Έστω Φ_m ο εκτιμητής του Φ στην εξίσωση $y'_{t(i)+d} = X'_{t(i)+d} \Phi + \varepsilon'_{t(i)+d}$, $i=1,2,\dots,m$ όπου η εκτίμηση είναι μέχρι την m μικρότερη τιμή του z_{t-d} .

Εκτιμούμε τα

$$\hat{e}_{t(m+1)+d} = y_{t(m+1)+d} - \Phi'_m X_{t(m+1)+d}$$

και

$$\eta_{t(m+1)+d} = \hat{e}_{t(m+1)+d} / [1 + X'_{t(m+1)+d} V_m X_{t(m+1)+d}]^{1/2}$$

Εξίσωση 2-31.

$$V_m = \left[\sum_{i=1}^m X_{t(i)+d} X'_{t(i)+d} \right]^{-1}$$

Τα predictive κατάλοιπα και τα standardized predictive κατάλοιπα αντίστοιχα.

Μετά υπολογίζουμε την παλινδρόμηση

$$\eta_{t(l)+d} = X'_{t(l)+d} \Psi + w_{t(l)+d}, l = m_0 + 1, \dots, n - h$$

Εξίσωση 2-32.

Όπου m_0 το σημείο που αρχίζει η εκτίμηση.

Οι υποθέσεις που εξετάζουμε είναι οι:

$$H_0 : \Psi = 0$$

$$H_1 : \Psi \neq 0$$

Ο έλεγχος γίνεται με την χρήση της στατιστικής ελέγχου $C(d)$

$$C(d) = [n - h - m_0 - (kp + vq + q)] \{ \ln[\det(S_0)] - \ln[\det(S_1)] \}$$

Εξίσωση 2-33.

Όπου η d μας δείχνει την εξάρτηση από την threshold μεταβλητή.

$\det(A)$ η διακρίνουσα της A και

$$S_0 = \frac{1}{n - h - m_0} \sum_{l=m_0+1}^{n-h} \eta_{t(l)+d} \eta'_{t(l)+d}$$

Εξίσωση 2-34.

$$S_1 = \frac{1}{n - h - m_0} \sum_{l=m_0+1}^{n-h} w_{t(l)+d} w'_{t(l)+d}$$

Υπό την μηδενική υπόθεση της γραμμικότητας η $C(d)$ ακολουθεί ασυμπτωτικά την κατανομή X^2 με $k(pk + qn + 1)$ βαθμούς ελευθερίας.

Τα αποτελέσματα Monte Carlo εξομοιώσεων του Tsay δείχνουν ότι ο έλεγχος έχει καλή δύναμη όταν η παράμετρος d έχει εκτιμηθεί σωστά.

Εκτίμηση μετά την απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης του ελέγχου του Tsay(1998)

Η μέθοδος εκτίμησης που προτείνει ο Tsay μετά την απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης του ελέγχου για Threshold Μη Γραμμικότητα υποθέτει ότι γνωρίζουμε την threshold μεταβλητή αλλά και τα p, q και s (αριθμός regimes/καταστάσεων).

Στην περίπτωση για $s=2$ (η εκτίμηση μπορεί να γίνει και για μεγαλύτερο αριθμό regime/καταστάσεων) έχουμε

$$y_t = \begin{cases} X_t' \Phi_1 + \Sigma_1^{1/2} a_t & , z_{t-d} \leq r_1 \\ X_t' \Phi_2 + \Sigma_2^{1/2} a_t & , z_{t-d} > r_1 \end{cases} \text{ με } a_t = (a_{1t}, a_{2t}, \dots, a_{kt})' \quad \text{Εξίσωση 2-35.}$$

Οι παράμετροι προς εκτίμηση είναι οι $(\Phi_1, \Phi_2, \Sigma_1, \Sigma_2, r_1, d)$ και οι εκτιμήσεις μπορούν να ληφθούν σε δύο βήματα.

1. Για δεδομένες τιμές των r_1, d η παραπάνω εξίσωση γίνεται δυο γραμμικές πολυμετάβλητες παλινδρομήσεις από τις οποίες οι εκτιμήσεις των $(\Phi_1, \Phi_2, \Sigma_1, \Sigma_2)$ δίνονται από

$$\Phi_i(r_1, d) = \left(\sum_t^{(i)} X_t X_t' \right) \left(\sum_t^{(i)} X_t y_t' \right) \quad \text{Εξίσωση 2-36.}$$

$$\Sigma_i(r_1, d) = \frac{\sum_t^{(i)} (y_t - X_t' \Phi_i^*) (y_t - X_t' \Phi_i^*)'}{n_i - k} \quad i=1,2$$

$\Phi_i^* = \Phi_i(r_1, d)$, n_i ο αριθμός των παρατηρήσεων στο regime/κατάσταση i .

k είναι η διάσταση του X_t η οποία για κάθε regime είναι μικρότερη του n_i ώστε να εξασφαλίζεται και η δυνατότητα εκτίμησης του υποδείγματος.

2. Για την εκτίμηση των r_1, d υπολογίζεται η ελαχιστοποίηση του εξής κριτηρίου:

$$\hat{(r_1, d)} = \arg \min_{r_1, d} S(r_1, d) \quad \text{όπου}$$

$$S(r_1, d) = S_1(r_1, d) + S_2(r_1, d)$$

Το $S(r_1, d)$ είναι το SSR (Sum of Squared Residuals) της παραπάνω εκτίμησης.

Για τον έλεγχο αυτό έχουμε ένα πλαίσιο ελέγχου για το d , δηλαδή $1 \leq d \leq d_0$ και $r_1 \in R_0$

Οι εκτιμήσεις που λαμβάνουμε στο τέλος είναι οι

$$\Phi_i = \Phi_i(\hat{r}_1, d) \quad \text{Εξίσωση 2-37.}$$

$$\Sigma_i = \Sigma_i(\hat{r}_1, d)$$

Ο Tsay κατόπιν μας παρέχει μια σειρά περιορισμών που πρέπει να ισχύουν για να μπορέσουμε να καταλήξουμε σε ασυμπτωτικές ιδιότητες των υπό συνθήκη εκτιμητών Ελαχίστων Τετραγώνων και να καταλήξουμε στην συνέπεια τους.

Χρήση Akaike Information Criterion για επιλογή χρονικών υστερήσεων υποδείγματος

Όταν τα z, s είναι γνωστά ο Tsay χρησιμοποιεί το κριτήριο του Akaike (AIC) για να επιλέξει το υπόδειγμα υποθέτοντας ότι $0 \leq p \leq p_0, 0 \leq q \leq q_0, 1 \leq d \leq d_0$.

Με δεδομένα τα p, q, d, s το AIC υπολογίζεται ως

$$AIC(p, q, d, s) = \sum_{j=1}^s [2 \ln(L_j(p, q, d, s)) + 2k(kp + vq + 1)] \quad \text{Εξίσωση 2-38.}$$

Όπου $L_j(p, q, d, s)$ η συνάρτηση πιθανοφάνειας του regime j εκτιμημένη στις τιμές μέγιστης πιθανοφάνειας των $c_j, \varphi_i^{(j)}, \beta_i^{(j)}$

Όταν p, q , και s είναι καθορισμένα το AIC είναι ασυμπτωτικά ανάλογο της επιλογής υποδείγματος με την μικρότερη γενικευμένη διακύμανση των καταλοίπων χρησιμοποιώντας της μέθοδο υπό συνθήκη Ελαχίστων Τετραγώνων.

Τέλος όπως έχουν δείξει οι Balke και Fomby(1997)²⁵³ και Lo και Zivot(2001)²⁵⁴ αυτοί οι παραμετρικοί έλεγχοι έχουν λιγότερη δύναμη από τους ελέγχους που βασίζονται στην εκτίμηση των υποδειγμάτων.

²⁵³ Balke, N.S. and T.B. Fomby (1997). "Threshold Cointegration", International Economic Review 38, 627-645.

²⁵⁴ Lo, M., Zivot, E., 2001. Threshold cointegration and nonlinear adjustment to the law of one price. Macroeconomic Dynamics 5, 533-576.

Εφαρμογή του ελέγχου του Tsay (1998) σε πραγματικά δεδομένα²⁵⁵

Ακολουθώντας τα στοιχεία που επιλέγει στο paper του ο Tsay χρησιμοποιούμε τις τιμές των επιτοκίων για τις Η.Π.Α. για την περίοδο από το 1959 έως το 1993 (409 παρατηρήσεις).

Για το υπόδειγμα που θα εκτιμήσουμε χρησιμοποιούμε τα επιτόκια 3μήνου (όπως αποτυπώνονται στα 3μηνιαία Treasury Bills), 3 ετών (όπως αποτυπώνονται στα 3ετή Treasury Notes) και το Spread που αποτελεί τον μέσο όρο των τριών τελευταίων διαφορών τους.

Για την πλήρη διαδικασία εξειδίκευσης σας παραπέμπουμε στο αντίστοιχο παράρτημα.

Διάγραμμα 2-4. Ρυθμοί αύξησης των Αμερικανικών Επιτοκίων (μηνιαία δεδομένα)

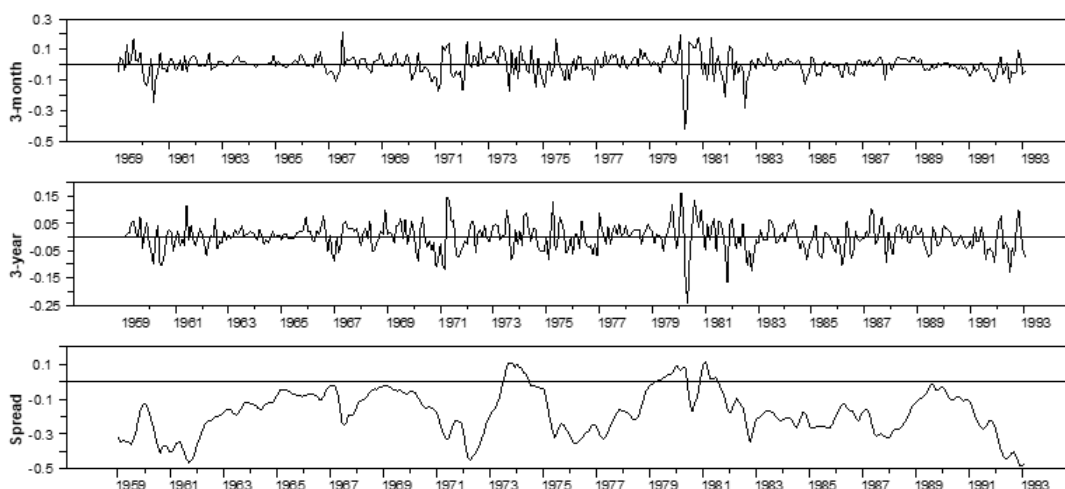


Figure 3. Time Plots of Growth Series of U.S. Monthly Interest Rates

Με την χρήση 7 χρονικών υστερήσεων στο VAR υπόδειγμα και για το $SSPREAD\{d\}$ ελέγχουμε με το κριτήριο $C(d)$ την ανάλογη τιμή επιλέγοντας εκείνη η οποία ελαχιστοποιεί το p-value.

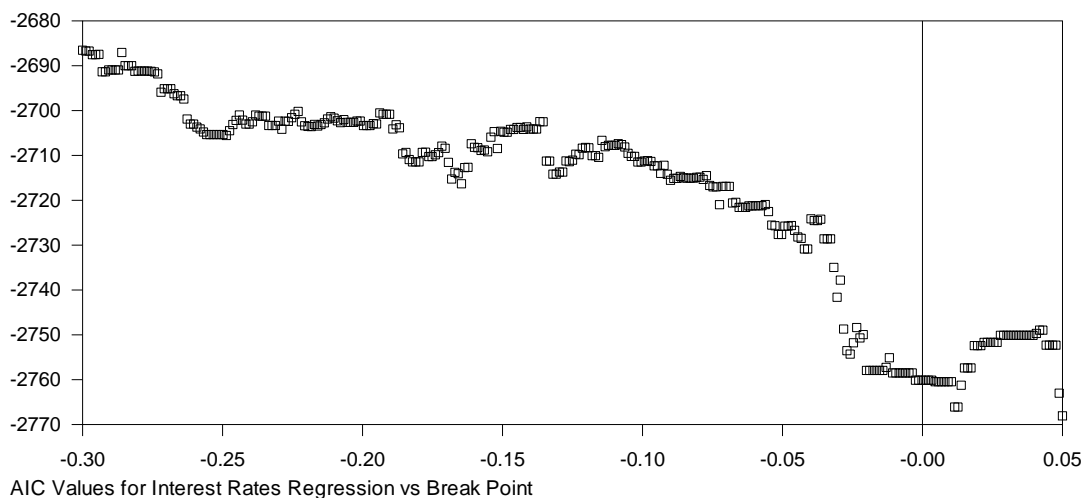
Τα αποτελέσματα της διαδικασίας προτείνουν τα $d=1$ και $d=4$ και άρα πιθανές threshold μεταβλητές είναι οι $sspread_{t-1}$ και $sspread_{t-4}$.

Τέλος προχωράμε σε Grid Search με την χρήση του κριτηρίου του Akaike για 1 και για δυο break.

Το παρακάτω διάγραμμα παρουσιάζει το αποτέλεσμα για το 1 break

²⁵⁵ RATS Handbook for Switching Models and Structural Breaks, Thomas A. Doan, Estima 2017

Διάγραμμα 2-5. Τιμές κριτηρίου του Akaike για το Grid Search σε Πραγματικά δεδομένα (Tsay 1998)



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Και το Rats υπολογίζει το Break στην τιμή 0.05

Best Break is 0.05000 with AIC -2768.05776

Με δεδομένο το 1^ο Break γίνεται επαναληπτική διαδικασία για εύρεση του 2^{ου} break

Το αποτέλεσμα δίνεται ως

Best double break is at -0.09438 and 0.05000 with AIC -2767.82931

Το AIC επιλέγει το διπλό break για ελάχιστη όμως διαφορά από εκείνο του ενός οδηγώντας στο συμπέρασμα ότι δεν υπάρχουν αρκετά στοιχεία για να υποστηρίξουν την ύπαρξη δυο Threshold στο συγκεκριμένο TVAR υπόδειγμα.

2.3.4. Η μέθοδος του Hansen με την χρήση fixed regressor Bootstrapping

Ο Hansen(1996)²⁵⁶ χρησιμοποιεί μια bootstrap διαδικασία για Threshold και παρόμοια υποδείγματα.

Ένα από τα προτερήματα της διαδικασίας είναι ότι τα threshold εκτιμώνται μαζί με τις υπόλοιπες παραμέτρους του υποδείγματος και είναι δυνατό να καταρτιστούν διαστήματα εμπιστοσύνης για τις εκτιμώμενες τιμές του threshold.

Το μειονέκτημα της μεθόδου αυτού είναι ότι υποστηρίζει ως εναλλακτική ένα SETAR υπόδειγμα δυο καταστάσεων/regimes και άρα μπορεί να εκτιμηθεί ένα threshold, κάτι το οποίο όμως ο ίδιος ο Hansen επέκτεινε το 1999 (όπως θα δούμε στην επόμενη παράγραφο).

Ο έλεγχος του Hansen βασίζεται στο υπόδειγμα

$$y_t = X_t \varphi^{(1)} (1 - I(y_{t-d} > r_1) + X_t \varphi^{(2)} (I(y_{t-d} > r_1) + \varepsilon_t$$

με

Εξίσωση 2-39.

²⁵⁶ Hansen, B.E. (1996). "Inference When a Nuisance Parameter is Not Identified Under the Null Hypothesis", *Econometrica*, 64, 413-430.

$$I(y_{t-d} > r_1) = 1, \text{ εάν } y_{t-d} > r_1 \text{ και } I(y_{t-d} > r) = 0 \text{ εάν } y_{t-d} < r_1$$

$$\varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2)$$

Αν γνωρίζουμε τις τιμές των d και r_1 (δηλαδή την τιμή της χρονικής υστέρησης της μεταβλητής threshold και την τιμή του threshold) τότε η εκτίμηση του υποδείγματος μπορεί να γίνει με την μέθοδο των Ελαχίστων Τετραγώνων:

$$\Theta = (\varphi^{(1)}, \varphi^{(2)}, \sigma^2)$$

$$\Theta = \arg \min_{\varphi^{(1)}, \varphi^{(2)}} \sigma^2(r_1) \text{ όπου } \Theta \text{ το διάνυσμα των παραμέτρων.}$$

Για τον έλεγχο της μηδενικής υπόθεσης του SETAR(1), δηλαδή του γραμμικού υποδείγματος, ενάντια στην εναλλακτική του SETAR(2) ακολουθείται ο έλεγχος likelihood ratio υποθέτοντας κανονικά κατανομημένα σφάλματα

$$F(r_1) = \frac{RSS_0 - RSS_1}{\sigma_1^2(r_1)} = n' \frac{\sigma_0^2 - \sigma_1^2(r_1)}{\sigma_1^2(r_1)}$$

Εξίσωση 2-40.

Όπου n' είναι το τμήμα του δείγματος που έχουμε στην διάθεση μας μετά την απαλοιφή παρατηρήσεων για την πλήρη συμπερίληψη των χρονικών υστερήσεων d και το τμήμα των πιθανών τιμών threshold που αποκλείουμε στην αρχή και στο τέλος του δείγματος ώστε να εξασφαλιστεί επαρκές πλήθος παρατηρήσεων για την εκτίμηση.

Επειδή η τιμή του threshold συνήθως είναι άγνωστη ο Hansen(1997) προτείνει την παρακάτω sup-LR στατιστική ελέγχου

$$F_s = \sup_{r_1 \in Y_d} F(r_1), \text{ λαμβάνοντας όλες τις πιθανές τιμές για την threshold μεταβλητή } y_{t-d}.$$

Στην συγκεκριμένη μέθοδο και δεδομένου ότι η τιμή του threshold μπορεί να ταυτοποιηθεί μόνο υπό την εναλλακτική υπόθεση, η ασυμπτωτική κατανομή του ελέγχου F_s δεν ακολουθεί την κατανομή χ^2 και είναι μη κανονική.

Αντί για χρήση bootstrapping και δημιουργία ενός ολόκληρου νέου δείγματος από τα δεδομένα, λαμβάνει τους regressors ως δεδομένους και "τραβάει" την εξαρτημένη μεταβλητή, σαν μια $N(0,1)$.

2.3.5. Έλεγχος του Hansen (1996)²⁵⁷ για την περίπτωση περισσότερων του ενός threshold

Ο Hansen(1996) προτείνει έναν έλεγχο για μια SETAR(p) διαδικασία για την περίπτωση ύπαρξης άνω του ενός threshold.

Με την χρήση αυτού του ελέγχου μπορούμε να ελέγξουμε την υπόθεση ύπαρξης 1-regime ενάντια στην ύπαρξη 2-regime, 1 regime ενάντια στην ύπαρξη 3 regime και 2 regime ενάντια στην ύπαρξη 3 regime.

Έστω S_j το ελάχιστο του SSR (Sum of Squared Residuals) όταν εκτιμούμε ένα j-regime SETAR υπόδειγμα στα δεδομένα.

Έστω επίσης S_1 η εκτίμηση για το απλό γραμμικό υπόδειγμα (j=1 regime/κατάσταση και άρα το απλό γραμμικό).

Αν j=2 η τιμή γ (του Threshold) που ελαχιστοποιεί το SSR υπολογίζεται με ένα grid search για τις διαφορετικές τιμές του γ.

Αν j=3 πραγματοποιούμε ένα νέο grid search για το δεύτερο threshold υπό συνθήκη του 1^{ου} που υπολογίσαμε στο προηγούμενο βήμα και S_3 το ελάχιστο των του SSR.

Η στατιστική ελέγχου για το j-regime SETAR ενάντια στο k-regime SETAR υπόδειγμα με k>j

$$\text{είναι } F_{j,k} = T \frac{S_j - S_k}{S_k}$$

Η κατανομή της $F_{j,k}$ είναι μη κανονική εξαιτίας των nuisance παραμέτρων του γ οι οποίοι και ορίζονται μόνο στην εναλλακτική υπόθεση. Για αυτό η εκτίμηση της γίνεται με μέθοδο bootstrapping (resampling των καταλοίπων υπό την μηδενική υπόθεση, εκτίμηση της/των threshold παραμέτρων και υπολογισμό της για κάθε επανάληψη του bootstrap. Με τον τερματισμό των επαναλήψεων ελέγχονται οι τιμές που παράχθηκαν από την εξομοίωση και από αυτές λαμβάνουμε τις p-value και αντίστοιχες κριτικές τιμές για επίπεδα 90%, 95%, 97,5 %, 99%).

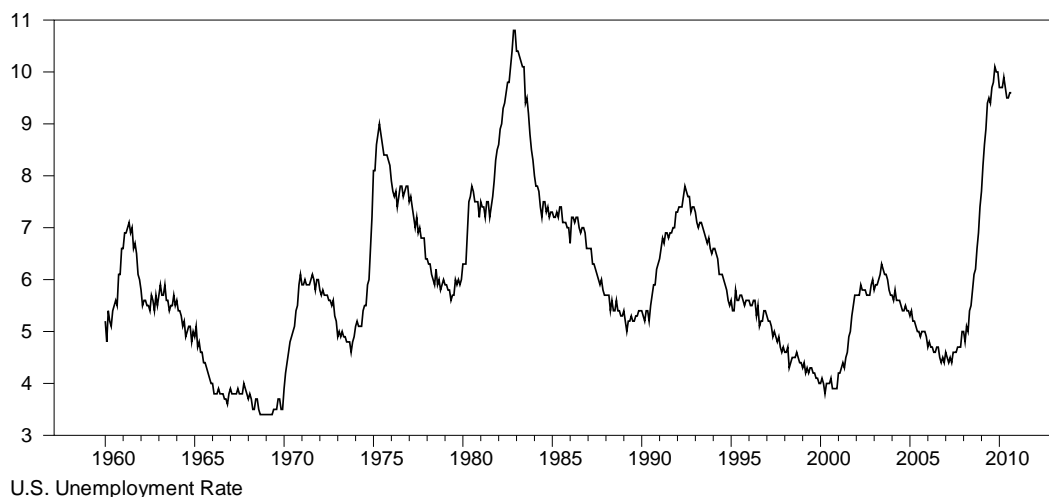
²⁵⁷ Hansen, B.E. (1996). "Inference When a Nuisance Parameter is Not Identified Under the Null Hypothesis", *Econometrica*, 64, 413-430.

Εφαρμογή του ελέγχου του Hansen (1996) σε πραγματικά δεδομένα²⁵⁸

Για την διενέργεια του ελέγχου του Hansen σε πραγματικά δεδομένα θα χρησιμοποιήσουμε την σειρά του επιπέδου ανεργίας των Η.Π.Α. (μηνιαία στοιχεία) για την περίοδο 1960:01-2010:09.

Δεδομένου ότι μετά τον έλεγχο της σειράς εντοπίζεται μοναδιαία ρίζα στα υποδείγματα ως

Διάγραμμα 2-6. Τιμές του επιπέδου της ανεργίας των ΗΠΑ για την περίοδο Ιανουάριος 1960 – Σεπτέμβριος 2010



Πηγή: United States Bureau of Labor Statistics

εξαρτημένη μεταβλητή θα εμφανίζεται η 1^η διαφορά της ανεργίας.

Ο έλεγχος Hansen με 500 επαναλήψεις για την παραγωγή των bootstrapped p-values μας δίνει τα κάτωθι:

Test of Null of No Threshold Against Alternative of Threshold Under Maintained Assumption of Homoscedastic Errors

Dependent Variable	DUR
Threshold Variable	THRESH
Observations	604
From	1960:06
To	2010:09
Maximum F-Test	5.9640
Achieved at	0.0000
Bootstrap Replications	500
Bootstrap P-Value	0.0000

Με την συγκεκριμένη τιμή της p-value μπορούμε να απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση της γραμμικότητας σε επίπεδο σημαντικότητας μικρότερο του 1% και άρα ο έλεγχος μας παρέχει εξαιρετικά ισχυρές ενδείξεις για την ύπαρξη Threshold μορφής Μη Γραμμικότητας.

²⁵⁸ RATS Handbook for Switching Models and Structural Breaks, Thomas A. Doan, Estima 2017

Εκτίμηση του SETAR υποδείγματος μετά τον έλεγχο του Hansen

Μετά την επιβεβαίωση της ύπαρξης Threshold Μη Γραμμικότητας ο Hansen προτείνει την εκτίμηση της τιμής του threshold μαζί με τις παραμέτρους με την χρήση της μεθόδου Ελαχίστων τετραγώνων:

$\hat{r}_1 = \arg \min_{r_1 \in Y_d} \sigma^2(r_1, d)$ όπου $\sigma^2(r_1, d)$ είναι η διακύμανση των καταλοίπων της εκτίμησης δεδομένης της τιμής του threshold και της παραμέτρου υστέρησης d.

Αν η παράμετρος υστέρησης είναι άγνωστη μπορεί να εκτιμηθεί με τον έλεγχο σε μια ακόμα διάσταση

$$(\hat{r}_1, d) = \arg \min_{r_1, d} \sigma^2(r_1, d)$$

Εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα

Στα δεδομένα του προηγούμενου παραδείγματος (επίπεδο ανεργίας των ΗΠΑ) και δεδομένης της απόρριψης της γραμμικότητας του ελέγχου του Hansen μπορούμε να προχωρήσουμε στην διαδικασία εκτίμησης του υποδείγματος.

Η διαδικασία μας δίνει την κάτωθι εκτίμηση:

$$\begin{aligned} Dur_t &= -0.0117563 - 0.1816337 * Dur_{t-1} + 0.0815869 Dur_{t-2} + 0.1884737 Dur_{t-3} + 0.1942809 * Dur_{t-4} + e_{1t}, Dur_{t-1} \leq 0 \\ Dur_t &= -0.0513826 + 0.2937387 * Dur_{t-1} + 0.3590441 Dur_{t-2} + 0.1047951 Dur_{t-3} + 0.0964432 * Dur_{t-4} + e_{2t}, Dur_{t-1} > 0 \end{aligned}$$

Το Threshold εκτιμάται από την εφαρμογή στην τιμή μηδέν και δημιουργεί δυο διαφορετικά regimes.

Για την πλήρη διαδικασία εξειδίκευσης παραπέμπουμε στο αντίστοιχο παράρτημα.

2.3.6. Λοιπές μέθοδοι ελέγχου για 2 Threshold

Οι Balke and Fomby(1997)²⁵⁹ αναφέρουν ότι αντίστοιχος έλεγχος για 2 threshold μπορεί να γίνει με τρόπο αντίστοιχο της διαδικασίας για το 1 threshold, με την ελαχιστοποίηση δηλαδή του αθροίσματος τετραγώνων των καταλοίπων $SSR(\theta_L, \theta_U)$.

Η ιδέα αφορά στην εκτίμηση του threshold με συνεχή τρόπο, ο έλεγχος γίνεται πρώτα για την εύρεση του ενός threshold και αυτό λαμβάνεται δεδομένο κατά την διάρκεια του ελέγχου για το 2^ο threshold. Μια σειρά επαναλήψεων μπορεί να πραγματοποιηθεί όπου θα λαμβάνουμε το 2^ο δεδομένο και θα ερευνούμε για το 1^ο και αντίστοιχα η διαδικασία επαναλαμβάνεται κυκλικά.

Οι Gonzalo και Pitarakis(2002)²⁶⁰ έδειξαν ότι ο συγκεκριμένος αλγόριθμος είναι αποτελεσματικός αφού ο εκτιμητής του 1^{ου} mispecified υποδείγματος είναι πάρα ταύτα συνεπής εκτιμητής για το ένα threshold.

²⁵⁹ Balke, N. S., and T. B. Fomby (1997) "Threshold Cointegration," International Economic Review, 38(3), 627-45

²⁶⁰ Gonzalo, J., and J.-Y. Pitarakis, (2002): "Estimation and model selection based inference in single and multiple threshold models," Journal of Econometrics, 110(2), 319 – 352

2.3.7. Chow test

Ο έλεγχος αυτός χρησιμοποιείται στην σειρά $\{\hat{z}_t\}_{t=1}^T$ (η οποία έχει μπει σε σειρά από την μικρότερη τιμή προς την μεγαλύτερη) και με εκτίμηση των κάτωθι υποδειγμάτων:

Για ένα SETAR(2,1,1) και το αντίστοιχο γραμμικό

$$\hat{z}_t = \begin{cases} \mu^1 + \rho^1 \hat{z}_{t-1} + \varepsilon_t^1, & \hat{z}_{t-1} \leq \theta \\ \mu^2 + \rho^2 \hat{z}_{t-1} + \varepsilon_t^2, & \hat{z}_{t-1} > \theta \end{cases} \quad \text{όπου τα } \varepsilon_t^1, \varepsilon_t^2, \varepsilon_t \sim iid$$

Εξίσωση 2-41.

$$\hat{z}_t = \mu + \rho \hat{z}_{t-1} + \varepsilon_t$$

Η μηδενική υπόθεση αφορά στην ισότητα των $\mu^1 = \mu^2, \rho^1 = \rho^2$ και η αντίστοιχη εναλλακτική $\mu^1 \neq \mu^2, \rho^1 \neq \rho^2$

Η στατιστική ελέγχου του Chow είναι η εξής

$$C = \frac{SCR_2 - SCR_1}{SCR_1} \frac{ndf_1}{ndf_2 - ndf_1}$$

Εξίσωση 2-42.

Όπου

SCR_2 το άθροισμα των τετραγώνων των καταλοίπων υπό την μηδενική υπόθεση.

SCR_1 είναι το άθροισμα των τετραγώνων των καταλοίπων υπό την εναλλακτική υπόθεση.

ndf_1 ο αριθμός βαθμών ελευθερίας του SETAR υποδείγματος

ndf_2 ο αριθμός βαθμών ελευθερίας του γραμμικού υποδείγματος (με ένα regime δηλαδή)

Ο έλεγχος γίνεται με την F στατιστική, συγκεκριμένα την $F(ndf_2 - ndf_1, ndf_1)$

2.3.8. Harvey-Collier test²⁶¹

Το συγκεκριμένο τεστ βασίζεται στον μέσο των τυποποιημένων καταλοίπων.

Υπό την μηδενική υπόθεση (ότι η μεταβλητή δεν έχει break) ο μέσος $\bar{\omega}$ είναι κανονικά κατανομημένος, έχει μέσο μηδέν και διακύμανση $\frac{\sigma_{\omega}^2}{nobs}$ όπου nobs είναι ο αριθμός των παρατηρήσεων (number of observations=nobs).

Η στατιστική ελέγχου είναι η

$$HC = t_{ndf} = \frac{\sqrt{nobs\bar{\omega}}}{s}$$

Εξίσωση 2-43.

Όπου $s = \frac{1}{ndf} \sum (\omega_t - \bar{\omega})^2$

²⁶¹ Dufrenot and Mignon (2002), "Recent Developments in Nonlinear Cointegration with Applications to Macroeconomics and Finance", Springer

Η σύγκριση της γίνεται με τις κριτικές τιμές της t κατανομής με n βαθμούς ελευθερίας.

2.3.9. Άλλες προτεινόμενες TAR προτυποποιήσεις²⁶²

Μερικές ακόμα διαφοροποιήσεις στα Threshold Autoregressive υποδείγματα που εμφανίζονται στην βιβλιογραφία αποτελούν τα κάτωθι:

Equilibrium TAR :

Η διαδικασία επιστρέφει στην ισορροπία όταν βρεθεί έξω από το διάστημα $[-\theta, \theta]$

$$z_t = z_{t-1} + \varepsilon_t, \text{ όταν } |z_{t-1}| \leq \theta$$

Εξίσωση 2-44.

$$z_t = \rho z_{t-1} + \varepsilon_t, \text{ όταν } |z_{t-1}| > \theta$$

Band TAR :

Η διαδικασία επιστρέφει στην ισορροπία η οποία είναι το διάστημα $[-\theta, \theta]$ παρά η ύπαρξη ενός σημείου ισορροπίας, παρότι έχει ανάλογη δομή με το EQ-TAR υπόδειγμα είναι πολύ πιο "επίμονο" στην συμπεριφορά (όσον αφορά την ανισορροπία). Όσο μεγαλύτερες οι παράμετροι της αυτοπαλίνδρομης διαδικασίας (τα ρ) στα εξωτερικά regimes τόσο πιο επίμονες είναι παρουσία της χρονοσειράς μακριά από την ισορροπία.

$$z_t = \theta(1 - \rho) + \rho z_{t-1} + \varepsilon_t, \text{ αν } z_{t-1} > \theta$$

$$z_t = z_{t-1} + \varepsilon_t, \text{ όταν } |z_{t-1}| \leq \theta$$

Εξίσωση 2-45.

$$z_t = -\theta(1 - \rho) + \rho z_{t-1} + \varepsilon_t, \text{ αν } z_{t-1} < -\theta$$

RD- TAR:

Το Returning Drift υπόδειγμα επιστρέφει πίσω σε διάστημα ισορροπίας παρότι έχει μοναδιαία ρίζα στα δυο ακραία regimes μέσω της drift παραμέτρου.

$$z_t = -\mu + z_{t-1} + \varepsilon_t, \text{ αν } z_{t-1} > \theta$$

$$z_t = z_{t-1} + \varepsilon_t, \text{ όταν } |z_{t-1}| \leq \theta$$

Εξίσωση 2-46.

$$z_t = \mu + z_{t-1} + \varepsilon_t, \text{ αν } z_{t-1} < -\theta$$

²⁶² Balke, N.S. and T.B. Fomby (1997). "Threshold Cointegration", International Economic Review 38, 627-645.

2. Smooth Transition Autoregressive Υποδείγματα

Δεδομένου του περιορισμού των TAR υποδειγμάτων όσον αφορά τον μηχανισμό προσαρμογής (ο οποίος είναι ασυνεχής και ενεργοποιείται σε ένα συγκεκριμένο διάστημα) εναλλακτική κρίνεται η χρήση STAR (Smooth Transition Auto Regressive) υποδειγμάτων τα οποία επιτρέπουν μια Smooth (ήπια) προσαρμογή του Error Correction Term.

Η ιδέα της ήπιας μετάβασης μεταξύ των καταστάσεων/regimes (και όχι της άμεσης μεταβολής από κατάσταση σε κατάσταση) εντοπίζεται πίσω στο paper των Bacon and Watts(1971)²⁶³, εισήχθη στην βιβλιογραφία των Μη Γραμμικών υποδειγμάτων χρονοσειρών από τους Chan και Tong (1986)²⁶⁴ και έγινε δημοφιλής από τους Granger και Terasvirta(1993)²⁶⁵ και Terasvirta(1994)²⁶⁶.

Μια εκτενής αναφορά στα συγκεκριμένα υποδείγματα και επεκτάσεις που επιτρέπουν εξωγενής μεταβλητές στην παλινδρόμηση δίνονται από τον Terasvirta(1998)²⁶⁷

Τα STAR υποδείγματα αποτελούν ένα σταθμισμένο άθροισμα μεταξύ δυο γραμμικών AR υποδειγμάτων.

Τα βάρη στο σταθμισμένο αυτό άθροισμα δίνονται από τις τιμές της συνάρτησης που επιλέγουμε (συγκεκριμένης μορφής) και τις τιμές που αυτή λαμβάνει σε σχέση με την threshold μεταβλητή.

Η αποτύπωση των STAR υποδειγμάτων είναι η εξής:

$$z_t = A_1' Z_t [1 - F(\gamma, z_{t-d}, c)] + A_2' Z_t F(\gamma, z_{t-d}, c) + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \sim iid(0, \sigma_\varepsilon^2) \quad \gamma \text{ και } c \text{ είναι πραγματικοί αριθμοί}$$

Εξίσωση 2-47.

$$Z_t' = (1, z_{t-1}, \dots, z_{t-p})$$

A_1, A_2 αποτελούν διανύσματα παραμέτρων προς εκτίμηση.

c η τιμή του threshold, z_{t-d} η μεταβλητή μετάβασης, γ η ταχύτητα/ηπιότητα της διαδικασίας.

Η F είναι η συνάρτηση αθροιστικής κατανομής η οποία μπορεί να είναι μεταξύ άλλων :

Λογιστική (LSTAR υπόδειγμα)

$$F(\gamma, z_{t-d}, c) = [1 + \exp\{-\gamma(z_{t-d} - c)\}]^{-1}$$

$$\gamma > 0$$

Εξίσωση 2-48.

²⁶³ Bacon, D.W. and D.G. Watts, 1971. Estimating the transition between two intersecting straight lines, *Biometrika* 58, 525–34

²⁶⁴ Chan, K.S. and H. Tong (1986). "On Estimating Thresholds in Autoregressive Models", *Journal of Time Series Analysis* 7, 179-190.

²⁶⁵ Granger, C.W.J. and T. Terasvirta (1993). *Modelling Nonlinear Economic Relationships*. Oxford University Press

²⁶⁶ Terasvirta T., 1994, Specification, estimation, and evaluation of smooth transition autoregressive models. *Journal of the American Statistical Association*, 89, 208-218

²⁶⁷ Terasvirta T., 1998, Modelling economic relationships with smooth transition regressions. In A. Ullah & D.E. Giles (eds) *Handbook of applied economic statistics* (pp507-552) New York: Dekker

Εκθετική (ESTAR υπόδειγμα)

$$F(\gamma, z_{t-d}, c) = 1 - \exp\{-\gamma(z_{t-d} - c)^2\}$$

$\gamma > 0$

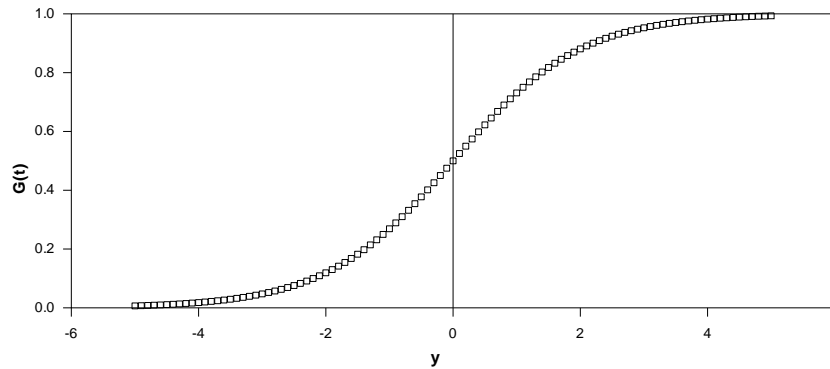
Εξίσωση 2-49.

Αν η $z_{t-d} = t$ όπου t ο χρόνος έχουμε μια διαδικασία μετάβασης regime με παράγοντα τον χρόνο. Η παράμετρος γ μετράει την ταχύτητα μεταφοράς από την μια κατάσταση στην άλλη.

Και για τις δυο συναρτήσεις ισχύει ότι $0 < F(\gamma, z_{t-d}, c) < 1$

Αποτυπώνοντας την LSTAR διαδικασία:

Διάγραμμα 2-7. Αποτύπωση της λογιστικής συνάρτησης σε σχέση με την εξέλιξη των τιμών της Threshold μεταβλητής

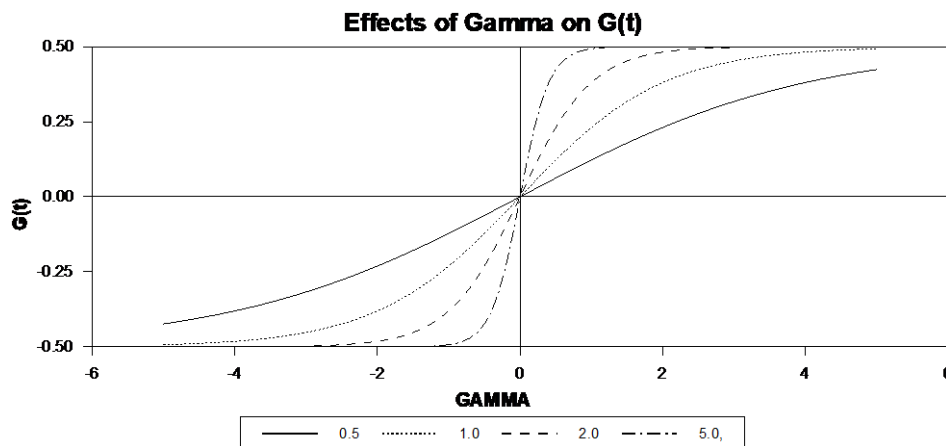


Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Στο παραπάνω διάγραμμα ουσιαστικά παρατηρούμε το εύρος τιμών που μπορεί να λάβει η διαδικασία $(0,1)$. Σε κάποιες περιπτώσεις προτιμάται η αφαίρεση από την F της τιμής $1/2$ ώστε να μπορεί να λάβει και θετικές και αρνητικές τιμές $(-1/2, 1/2)$.

Στην λογιστική συνάρτηση όταν το $\gamma \rightarrow \infty$ το LSTAR εξελίσσεται σε TAR διαδικασία.

Διάγραμμα 2-8. Αποτύπωση της λογιστικής συνάρτησης σε σχέση με διαφορετικές τιμές της παραμέτρου γ



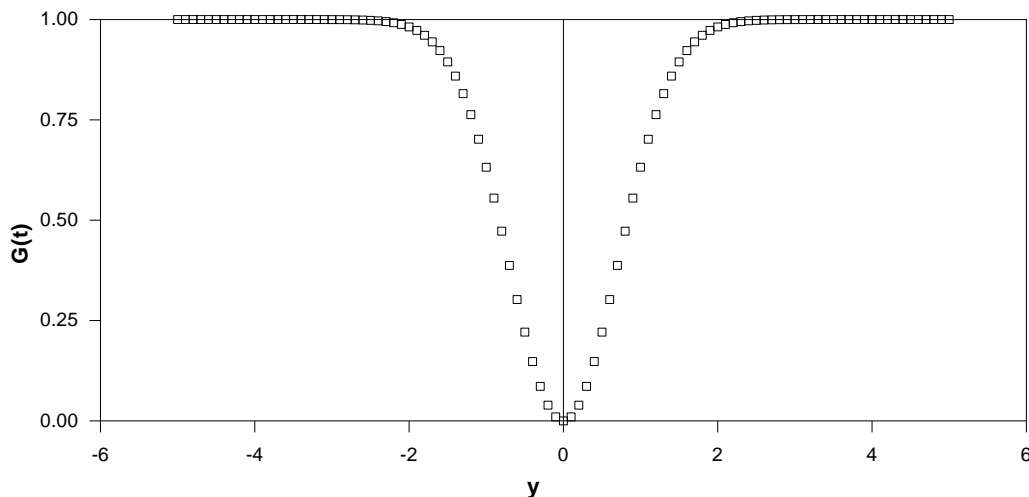
Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Αυτό μπορεί να παρατηρηθεί και στο παραπάνω διάγραμμα.

Αύξηση της τιμής της παραμέτρου γ σηματοδοτεί πιο "απότομη" μετάβαση μεταξύ των διαφορετικών regime.

Αντίστοιχα για το ESTAR υπόδειγμα

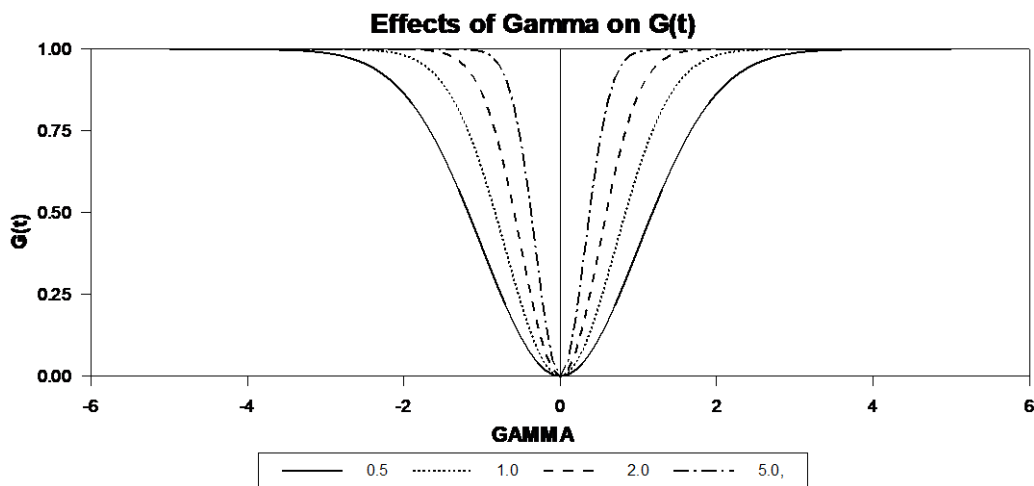
Διάγραμμα 2-9. Αποτύπωση της εκθετικής συνάρτησης σε σχέση με την εξέλιξη των τιμών της Threshold μεταβλητής



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Και για το πώς επηρεάζει την συνάρτηση η αύξηση της τιμής του γ

Διάγραμμα 2-10. Αποτύπωση της εκθετικής συνάρτησης σε σχέση με διαφορετικές τιμές της παραμέτρου γ



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

2.3.10. Σχετικά με τις συγκεκριμένες διαδικασίες:

1. Για μικρές τιμές του γ και οι δυο διαδικασίες αλλάζουν/μεταβαίνουν από το 0 στο 1 εξαιρετικά "ήπια" και αργά. Για υψηλές τιμές του γ και οι δυο διαδικασίες αλλάζουν καταστάσεις πολύ γρηγορότερα όπως αποτυπώνεται στα παραπάνω σχεδιαγράμματα.
2. Καθώς το $\gamma \rightarrow \infty$ η LSTAR συνάρτηση μετατρέπεται στην Indicator Function την οποία χρησιμοποιήσαμε στα TAR υποδείγματα. Στην περίπτωση του LSTAR μετατρέπεται σε TAR υπόδειγμα (άμεση μετάβαση μεταξύ του μηδέν και του 1) και άρα το LSTAR περιλαμβάνει το TAR υπόδειγμα σαν υποπερίπτωση εξαρτώμενη από την εκτίμηση του γ .
3. Καθώς το $\gamma \rightarrow 0$ η LSTAR τείνει στην τιμή $\frac{1}{2}$ και το υπόδειγμα καταλήγει σε ένα γραμμικό Autoregressive υπόδειγμα με παραμέτρους τον μέσο των παραμέτρων που αποτυπώνονται στα A_1 και A_2
4. Καθώς το $\gamma \rightarrow 0$ η το $\gamma \rightarrow \infty$ το ESTAR καταλήγει σε ένα γραμμικό υπόδειγμα με παραμέτρους A_1 και A_2 αντίστοιχα (καθώς η ESTAR λαμβάνει τιμές 0 και 1 αντίστοιχα)
5. Η λογιστική συνάρτηση είναι μονότονη και το LSTAR υπόδειγμα αλλάζει μεταξύ των δυο καταστάσεων ήπια σε σχέση με το πόσο η μεταβλητή μετάβασης είναι μικρότερη η μεγαλύτερη από την τιμή του threshold c . Γράφοντας την LSTAR

$$z_t = A_1 Z_t [1 - F(\gamma, z_{t-d}, c)] + A_2 Z_t F(\gamma, z_{t-d}, c) + \varepsilon_t$$
 και δεδομένου ότι η F μπορεί να λάβει τιμές από μηδέν έως μονάδα καταλαβαίνουμε ότι όσο πιο αριστερά της c που αποτελεί την threshold τιμή βρίσκεται η threshold μεταβλητή τόσο ο πρώτος όρος τείνει στην μονάδα και άρα συμπεριφέρεται το υπόδειγμα σαν ένα γραμμικό με παραμέτρους A_1 ενώ όσο πιο δεξιά της c βρίσκεται η Threshold μεταβλητή τόσο το υπόδειγμα τείνει σε ένα γραμμικό με παραμέτρους A_2 . Αντίθετα στην περίπτωση του ESTAR υποδείματος για τιμές πολύ αριστερά και πολύ δεξιά της c η Exponential συνάρτηση λαμβάνει τιμές ίσες με την μονάδα και άρα το υπόδειγμα τείνει σε ένα γραμμικό με παραμέτρους A_2 ενώ όταν βρίσκεται κοντά στην τιμή Threshold η Exponential Function λαμβάνει την τιμή μηδέν και άρα το υπόδειγμα τείνει σε ένα γραμμικό με παραμέτρους A_1 .
6. Παρότι στο STAR υπόδειγμα που εξετάζεται (Terasvirta, 1994)²⁶⁸ η μεταβλητή μετάβασης θεωρείται η z_{t-d} (δηλαδή η χρονική υστέρηση της εξεταζόμενης μεταβλητής) δεν είναι απαραίτητη αυτή η επιλογή. Η μεταβλητή μετάβασης μεταξύ των regime μπορεί να είναι μια εξωγενής μεταβλητή η ακόμα και μια (πιθανώς Μη Γραμμική) συνάρτηση χρονικών υστερήσεων ενδογενών μεταβλητών $h(\tilde{z}_t; a)$ για κάποια συνάρτηση h , η οποία εξαρτάται από τον $(q \times 1)$ διάνυσμα παραμέτρων a ²⁶⁹.

²⁶⁸ Teräsvirta, T. Specification, estimation, and evaluation of smooth transition autoregressive models. Journal of the American Statistical Association 1994, 89, 208–218

²⁶⁹ Dick van Dijk, Timo Teräsvirta & Philip Hans Franses (2002): Smooth Transition Autoregressive Models— a survey of recent developments, Econometric Reviews, 21:1, 1-47

7. Ένας τρόπος το LSTAR υπόδειγμα να καταλήγει σε TAR υπόδειγμα τριών Regime/καταστάσεων καθώς το $\gamma \rightarrow \infty$ είναι να περιέχει δυο threshold τιμές με την εξής μορφή²⁷⁰

$$F(s_t; \gamma, c) = (1 + \exp\{-\gamma(s_t - c_1)(s_t - c_2)\})^{-1} \quad \text{Εξίσωση 2-50.}$$

$$c_1 \leq c_2, \gamma > 0$$

Όπου s_t η μεταβλητή μετάβασης η οποία μπορεί να είναι και χρονική υστέρηση της εξαρτημένης μεταβλητής όπως και πλήθος άλλων περιπτώσεων.

Οι τιμές της F σε σχέση με τις τιμές των threshold για $c_1 \neq c_2$ και $\gamma \rightarrow \infty$

$$s_t < c_1 < c_2 \quad c_1 < s_t < c_2 \quad c_1 < c_2 < s_t$$

Εξίσωση 2-51.

$$F(s_t; \gamma, c) = 1 \quad F(s_t; \gamma, c) = 0 \quad F(s_t; \gamma, c) = 1$$

Και άρα η συγκεκριμένη μορφή του υποδείγματος περικλείει σαν υποπερίπτωση ένα SETAR 3^{ov} Regime/Καταστάσεων της μορφής:

$$\begin{aligned} & A_2' Z_t + \varepsilon_t, s_t < c_1 < c_2 \\ z_t = \{ & A_1' Z_t + \varepsilon_t, c_1 < s_t < c_2 \\ & A_2' Z_t + \varepsilon_t, c_1 < c_2 < s_t \end{aligned}$$

Εξίσωση 2-52.

το οποίο είναι συμμετρικό στα ακραία Regime.

Αν $\gamma \rightarrow 0$ το υπόδειγμα καταλήγει σε απλό γραμμικό υπόδειγμα.

Η γενική n-τάξης λογιστική συνάρτηση είναι η

$$F(s_t; \gamma, c) = (1 + \exp\{-\gamma \prod_{i=1}^n (s_t - c_i)\})^{-1},$$

Εξίσωση 2-53.

$$c_1 \leq c_2 \leq \dots \leq c_n, \gamma > 0$$

Η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για πολλαπλές αλλαγές ανάμεσα στα δυο regime/καταστάσεις.

8. Για STAR υποδείγματα τα οποία περιλαμβάνουν πολλαπλά Regime/Καταστάσεις προτείνετε η εξής επέκταση (θεωρείτε a priori ότι σε όλα τα Regimes η αλλαγή γίνεται για την ίδια μεταβλητή μετάβασης s_t)

$$z_t = A_1' Z_t + (A_2 - A_1)' z_t F_1(s_t; \gamma_1, c_1) + (A_3 - A_2)' z_t F_2(s_t; \gamma_2, c_2) + \varepsilon_t$$

Εξίσωση 2-54.

Σε αυτό το υπόδειγμα υποθέτουμε ότι $c_1 < c_2$ οι Autoregressive παράμετροι αλλάζουν ήπια από A_1 σε A_2 και τέλος σε A_3 καθώς η μεταβλητή μετάβασης αυξάνει σε μέγεθος.

Η γενικευμένη μορφή αυτού δίνεται από το

²⁷⁰ Jansen, E.S.; Terasvirta, T. Testing parameter constancy and super exogeneity in econometric equations. Oxford Bulletin of Economics and Statistics 1996, 58, 735-768

$$z_t = A_1' Z_t + (A_2 - A_1)' z_t F_1(s_t; \gamma_1, c_1) + \dots + (A_m - A_{m-1})' z_t F_{m-1}(s_t; \gamma_2, c_2) + \varepsilon_t$$

Όπου $F_j(s_t) \equiv F_j(s_t; \gamma_j, c_j)$, $j = 1, \dots, m-1$ λογιστικές συναρτήσεις.

Όταν η παράμετρος γ γίνεται πολύ υψηλή το STAR υπόδειγμα γίνεται ένα (SE)TAR υπόδειγμα με m regimes/καταστάσεις.

9. Όταν η επέκταση θέλουμε να γίνει με διαφορετικές μεταβλητές μετάβασης ανά συνάρτηση (να μην έχουμε δηλαδή μια s_t αλλά π.χ. δυο μεταβλητές μετάβασης s_{1t}, s_{2t}) προτείνετε η μορφή²⁷¹(για 4 regimes) :

$$z_t = [A_1' Z_t (1 - F_1(s_{1t}; \gamma_1, c_1)) + A_2' Z_t F_1(s_{1t}; \gamma_1, c_1)] [1 - F_2(s_{2t}; \gamma_2, c_2)] + [A_3' Z_t (1 - F_1(s_{1t}; \gamma_1, c_1)) + A_4' Z_t F_1(s_{1t}; \gamma_1, c_1)] [1 - F_2(s_{2t}; \gamma_2, c_2)] + \varepsilon_t$$

Εξίσωση 2-55.

όπου η ενεργή σχέση για την εξαρτημένη μεταβλητή δίνεται από γραμμικούς συνδυασμούς τεσσάρων αυτοπαλίνδρομων υποδειγμάτων, το κάθε ένα καθοριζόμενο σε σχέση με τις λογιστικές συναρτήσεις F_1 και F_2 .

Το παραπάνω υπόδειγμα ονομάζεται MRSTAR (Multiple Regime STAR) και για $\gamma_1 \rightarrow \infty, \gamma_2 \rightarrow \infty$ γίνεται ένα (SE)TAR υπόδειγμα με τέσσερα regime/καταστάσεις.

²⁷¹ van Dijk, D.; Franses, P.H.; Lucas, A. Testing for smooth transition nonlinearity in the presence of additive outliers. Journal of Business and Economic Statistics 1999, 17,217–235.

2.3.11. Έλεγχος για γραμμικότητα ενάντια σε STAR εναλλακτικές.

- Ένα γραμμικό υπόδειγμα εκτιμάται από την αρχική σειρά και πραγματοποιείται ένας έλεγχος γραμμικότητας με εναλλακτική ένα STAR υπόδειγμα. Λόγω του προβλήματος nuisance παραμέτρων (καθώς το STAR δεν ταυτοποιείται υπό την μηδενική υπόθεση και άρα ούτε οι παράμετροι) οι Luukkonen et. al(1988)²⁷² πρότειναν επαναπαραμετροποίηση της αρχικής σχέσης με Taylor επέκταση.
- Εκτιμούμε ένα AR(p) υπόδειγμα από την αρχική σειρά z_t με $t=1, T$ και αποθηκεύουμε τα κατάλοιπα της παλινδρόμησης ε_t
- Χρησιμοποιούμε βοηθητικές παλινδρομήσεις (αφορά μεταβλητή μετάβασης την z_{t-d})

Έκδοση 1^η: Οι μεταβλητές που λαμβάνουν μέρος στην παλινδρόμηση είναι $1, z_{t-i}, z_{t-i}z_{t-j}$ για $i, j = 1, \dots, p$

Σημειώνουμε ως SCR1 το άθροισμα των τετραγώνων των καταλοίπων.

Έκδοση 2^η: Οι μεταβλητές που λαμβάνουν μέρος στην παλινδρόμηση είναι $1, z_{t-i}, z_{t-i}z_{t-j}, z_{t-i}z_{t-j}^k$ για $i, j=1, \dots, p$ και $k=2,3$.

Σημειώνουμε ως SCR2 το άθροισμα των τετραγώνων των καταλοίπων.

Έκδοση 3^η: Οι μεταβλητές που λαμβάνουν μέρος στην παλινδρόμηση είναι $1, z_{t-i}, z_{t-i}z_{t-j}, z_{t-i}^2, z_{t-i}^3$ για $i, j=1, \dots, p$.

Σημειώνουμε ως SCR3 το άθροισμα των τετραγώνων των καταλοίπων

- Υπολογίζουμε την στατιστική

$$S_i = (T - P) \left[1 - \left(\frac{SCR_i}{SCR_0} \right) \right] \text{ με } i=1,2,3$$

Εξίσωση 2-56.

Η οποία ακολουθεί υπό την μηδενική υπόθεση (μη ύπαρξης STAR προσαρμογής) την κατανομή

$$S_1 \sim \chi^2_{\frac{p(p+1)}{2}}, S_2 \sim \chi^2_{2p^2 + \frac{p(p+1)}{2}}, S_3 \sim \chi^2_{p + \frac{p(p+1)}{2}}$$

Μια άλλη μορφή του ίδιου ελέγχου είναι η εξής:

Για μικρά δείγματα προτείνεται η F έκδοση του ελέγχου LM γιατί ο έλεγχος έχει καλύτερο μέγεθος από τις εκδοχές της X^2 . Ο έλεγχος γίνεται με τα εξής βήματα

²⁷² Luukkonen, R., Saikkonen, P. and T. Terasvirta (1988). "Testing Linearity against Smooth Transition Autoregressive Models", *Biometrika* 75, 491-499.

1. Εκτίμηση του υποδείγματος υπό την μηδενική υπόθεση της γραμμικότητας με παλινδρόμηση της z_t στην Z_t και αποθήκευση του άθροισμα τετραγώνων των

$$\text{καταλοίπων } SSR_0 = \sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2$$

2. Εκτίμηση της βοηθητικής παλινδρόμησης της z_t στην Z_t και $Z_t s_t^i, i = 1, 2, 3$. Υπολογίζουμε τα κατάλοιπα και το άθροισμα τετραγώνων των καταλοίπων

$$SSR_1 = \sum_{t=1}^T \hat{e}_t^2$$

3. Η χ^2 εκδοχή του ελέγχου LM_3 μπορεί να υπολογιστεί ως

$$LM_3 = \frac{T(SSR_0 - SSR_1)}{SSR_0}$$

Εξίσωση 2-57.

Υπό την μηδενική υπόθεση ακολουθεί την κατανομή χ^2 με $3(p+1)$

Η F έκδοση του ελέγχου είναι η

$$LM_3 = \frac{T(SSR_0 - SSR_1) / 3(p+1)}{SSR_1 / (T - 4(p+1))}$$

Εξίσωση 2-58.

Υπό την μηδενική υπόθεση η F εκδοχή ακολουθεί προσεγγιστικά την F κατανομή με $3(p+1)$ και $T - 4(p+1)$ βαθμούς ελευθερίας.

Ο έλεγχος LM_3 παρότι αναπτύχθηκε για LSTAR υποδείγματα έχει δύναμη και σε έλεγχο ενάντια σε ESTAR.

2.3.12. Εκτίμηση του STAR υποδείγματος

Αν απορριφθεί η γραμμικότητα προχωρούμε στην εκτίμηση του υποδείγματος αφού επιλέξουμε την συνάρτηση F.

Από την στιγμή που δεν γνωρίζουμε ποια μορφή υποδείγματος (LSTAR η ESTAR) θα χρησιμοποιήσουμε μπορούμε με την χρήση του ελέγχου LM_3 και εκτιμώντας τον για μια σειρά διαφορετικών μεταβλητών μετάβασης (έστω $s_{1t}, s_{2t}, \dots, s_{mt}$) να επιλέξουμε εκείνη η οποία μας δίνει το ελάχιστο p-value και άρα είναι πιο πιθανό να απορρίψει το γραμμικό υπόδειγμα (μηδενική υπόθεση) υπέρ της εναλλακτικής.

Μια προτεινόμενη διαδικασία επιλογής αποτυπώνεται στον Tsay (1994) ανάμεσα στα LSTAR και ESTAR, πάραυτα είναι εύκολη πλέον η εκτίμηση και των δυο υποδειγμάτων και η επιλογή ανάμεσα στα δύο από τα αποτελέσματα της εκτίμησης και των διαγνωστικών ελέγχων.

Αφού επιλέξουμε την μορφή η εκτίμηση μπορεί να γίνει με την μέθοδο των Μη Γραμμικών Ελαχίστων τετραγώνων (η με κάποιον αλγόριθμο όπως το BHHH, BGFG).

Με την μέθοδο των Μη Γραμμικών Ελαχίστων Τετραγώνων (NLS-Nonlinear Least Squares) έχουμε:

$$\Theta = \arg \min_{\gamma, c} \sum_t \varepsilon_t^2$$

$$\varepsilon_t = y_t - X_t \varphi$$

$$X_t = \begin{bmatrix} X_t(1 - F(z_t; \gamma, c)) \\ X_t F(z_t; \gamma, c) \end{bmatrix}$$

$$\varphi = \begin{bmatrix} \varphi^{(1)} \\ \varphi^{(2)} \end{bmatrix} = \left[\sum_t (X_t' X_t) \right]^{-1} \left[\sum_t X_t' y_t \right]$$

Εξίσωση 2-59.

Όπου η ελαχιστοποίηση πραγματοποιείται γύρω από τα γ και c .

Ένα πρόβλημα που αντιμετωπίζεται είναι με την εκτίμηση της παραμέτρου γ , ειδικά όταν είναι πολύ μεγάλη καθώς ομοιάζει με TAR υπόδειγμα. Για να λάβει κάποιος ακριβή εκτίμηση του γ χρειάζεται πολλές παρατηρήσεις κοντά στην threshold τιμή c διότι ακόμα και μεγάλες αλλαγές στο γ επηρεάζουν ελάχιστα το σχήμα της συνάρτησης μετάβασης (καθώς το γ είναι από την 1^η εκτίμηση πολύ υψηλό).

Η εκτίμηση του γ για αυτό μπορεί να μην είναι ακριβής και συχνά να εμφανίζεται μη στατιστικά σημαντική εξεταζόμενη από την στατιστική t . Πάρα ταύτα αυτό δεν πρέπει να ερμηνεύεται σαν απόδειξη ασθενούς Μη Γραμμικότητας αφού η στατιστική t δεν έχει την συνήθη ασυμπτωτική t κατανομή υπό την μηδενική υπόθεση $\gamma=0$.

2.3.13. Διαγνωστικοί έλεγχοι

Σειρά ελέγχων για αυτοσυσχέτιση, λευκό θόρυβο, Μη Γραμμικότητες που μπορεί να ενυπάρχουν ακόμα τις οποίες δεν συμπεριέλαβε η συγκεκριμένη προτυποποίηση κλπ.

Μια άλλη αποτύπωση των υποδειγμάτων που συναντούμε συχνά σε εφαρμογές είναι και η εξής:

$$y_t = a_1 + \beta_1 w_t + (a_2 + \beta_2 w_t) F(\gamma, z_{t-d}, c) + \varepsilon_t$$

$$F(\gamma, z_{t-d}, c) = \left[1 + \exp \{ -\gamma (z_{t-d} - c) \} \right]^{-1} - 1/2 \text{ με } \gamma > 0$$

Εξίσωση 2-60.

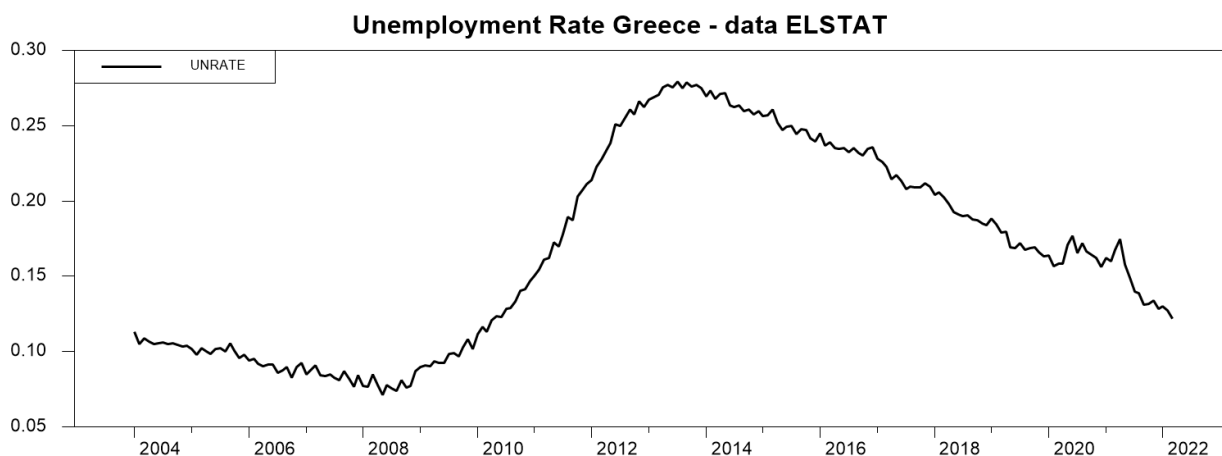
ώστε η F να λαμβάνει θετικές αλλά και αρνητικές τιμές .

Η διαφορά στις δυο συναρτήσεις είναι το εύρος των τιμών.

Εφαρμογή LSTAR ελέγχου και εκτίμησης σε πραγματικά δεδομένα

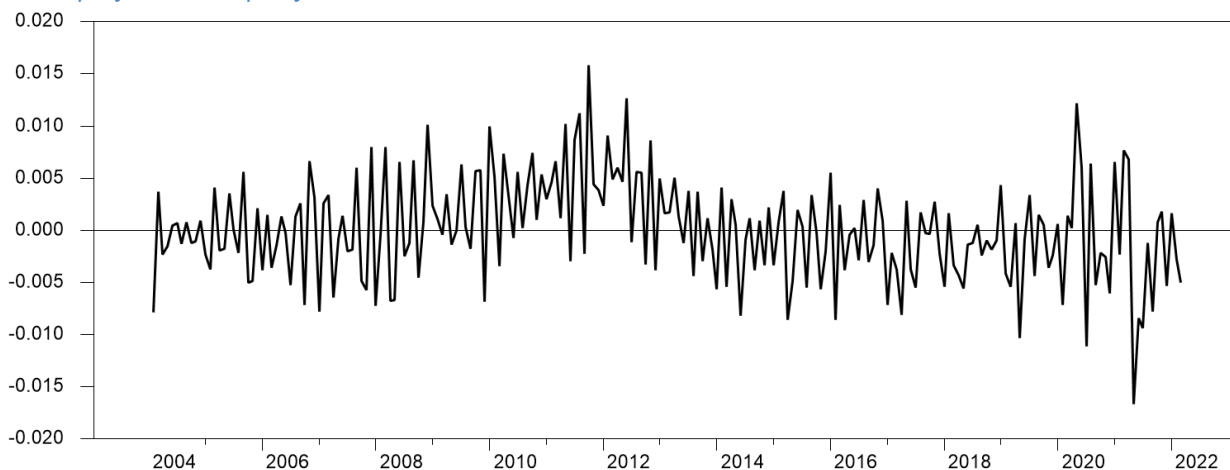
Για τον έλεγχο και εκτίμηση ενός LSTAR υποδείγματος θα χρησιμοποιήσουμε μηνιαία δεδομένα της ανεργίας της Ελλάδας για την περίοδο 1999:01- 2022:03 όπως αξιοποιήθηκαν και στην ανάλυση του Κεφαλαίου 1.

Διάγραμμα 2-11. Τιμές του επιπέδου της ανεργίας της Ελλάδος, Μηνιαία δεδομένα για την περίοδο Ιανουάριος 1999 – Μάρτιος 2022



Ακολουθεί η αποτύπωση των πρώτων διαφορών της ανεργίας η οποία μας ενδιαφέρει να ελέγξουμε αν έχει LSTAR ή ESTAR συμπεριφορά.

Διάγραμμα 2-12. Τιμές των πρώτων διαφορών της ανεργίας της Ελλάδος, Μηνιαία δεδομένα για την περίοδο Ιανουάριος 1999 – Μάρτιος 2022



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Κατόπιν της εξειδίκευσης του γραμμικού υποδείγματος μπορούμε να προχωρήσουμε στον έλεγχο για ύπαρξη STAR Μη Γραμμικότητας.

Προχωρούμε στον έλεγχο για ύπαρξη STAR Μη Γραμμικότητας με threshold μεταβλητή την dur για χρονικές υστερήσεις από 1 έως 4. Επιλέγουμε σαν threshold μεταβλητή εκείνη την μεταβλητή την οποία ο παραπάνω έλεγχος μας υποδεικνύει ως την πιο πιθανή για ύπαρξη STAR συμπεριφοράς και η οποία είναι για την τιμή Dur_{t-1}

Πίνακας 2-6. Αποτελέσματα ελέγχου για μια χρονική υστέρηση

```

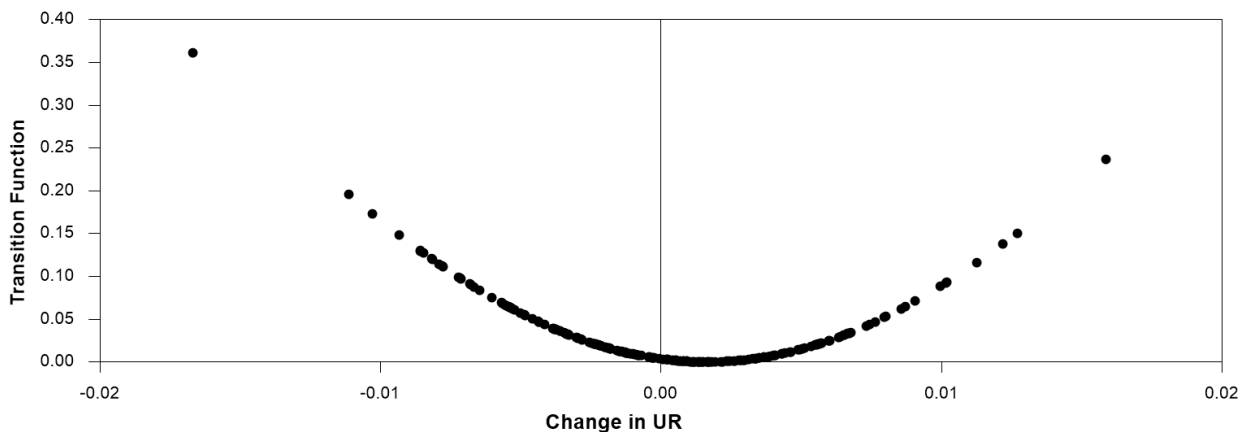
Test for STAR in series DUR
AR length      11
Delay          1

Test    F-stat    Signif
Linearity 1.8128666  0.0083
H01      1.6587746  0.0859
H02      1.9646683  0.0346
H03      1.5818919  0.1085
H12      1.8595525  0.0149
    
```

Από τον παραπάνω έλεγχο επιλέχθηκε σαν πιο πιθανή threshold μεταβλητή η πρώτη χρονική υστέρηση, ήτοι η Dur_{t-1} . Λόγω της απόρριψης της υπόθεσης της γραμμικότητας και της υπόθεσης 1,2 αλλά αποδοχής της υπόθεσης 0,3 προχωρούμε στην εκτίμηση ενός **E-STAR υποδείγματος**.

Ακολουθεί η εκτίμηση του υποδείγματος και αποτύπωση της συνάρτησης μετάβασης σε σχέση με το threshold

Διάγραμμα 2-13. Αποτύπωση της συνάρτησης μετάβασης μεταξύ των Regime όπως προκύπτουν από την εκτίμηση του υποδείγματος.



Transition Function in ESTAR for Unemployment Rate- GREECE

Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Πράγματι φαίνεται από την αποτύπωση της συνάρτησης μετάβασης να επιβεβαιώνεται μηχανισμός E-STAR στη χρονοσειρά της ανεργίας για την Ελληνική Οικονομία για την περίοδο εξέτασης.

2.3.14. Εναλλακτικές συναρτήσεις μετάβασης μεταξύ των Regimes: Rational Polynomial και Cubic function

Η χρήση rational polynomial η cubic συναρτήσεων κατά την προτυποποίηση επιτρέπει να λάβουμε υπόψη διάφορες πηγές Μη Γραμμικότητας²⁷³ : απότομες αλλαγές στην ταχύτητα προσαρμογής, πολλοί μακροχρόνιοι ατράκτορες, μηχανισμοί αποζημίωσης μεταξύ θετικών και αρνητικών σοκ, διαφορετική προσαρμογή ανάλογα με το μέγεθος και το πρόσημο της ανισορροπίας.

Η χρήση των συγκεκριμένων υποδειγμάτων αιτιολογείται από την ιδιότητα τους να είναι πιο ευπροσάρμοστα στην παραμετρική προσέγγιση προς την άγνωστη συναρτησιακή μορφή την οποία προσπαθούμε να προτυποποιήσουμε.

Η Rational Polynomial συνάρτηση η οποία αποτυπώνει τον μηχανισμό προσαρμογής ως εξής:

$$F(z_{t-d}) = \frac{(z_{t-d} + \alpha)^3 + b}{(z_{t-d} + c)^2 + d} + \varepsilon_t$$

Εξίσωση 2-61.

$$\alpha, b, c, d \in \mathbb{R}^4$$

Η Cubic Polynomial συνάρτηση η οποία αποτυπώνει τον μηχανισμό προσαρμογής ως εξής:

$$F(z_{t-d}) = \alpha_1 z_{t-d} + \alpha_2 z_{t-d}^2 + \alpha_3 z_{t-d}^3$$

Εξίσωση 2-62.

Η συγκεκριμένη λειτουργία επιτρέπει ύπαρξη πολλαπλών σχέσεων ισορροπίας και διαφόρων threshold σημείων όταν η προσαρμογή είναι ασύμμετρη.

Οι παραπάνω διαδικασίες ικανοποιούν τις συνθήκες ισορροπίας που είναι απαραίτητες για να αποτελούν διορθωτικές Μη Γραμμικές παραμέτρους σε Error Correction διαδικασία (Escribano και Mira(2001)²⁷⁴).

Οι συγκεκριμένες μορφές της F μπορούν να χρησιμοποιηθούν επίσης για να τονίσουν την ασυμμετρική δυναμική ανάμεσα στην υπερεκτίμηση και υποεκτίμηση των regimes.

Ο Escribano (2004)²⁷⁵ αναφερόμενος στις δυνατότητες των cubic polynomial συναρτησιακών μορφών περιγράφει το πόσο χρήσιμες και ευέλικτες είναι σαν προσεγγίσεις άγνωστων συναρτησιακών μορφών.

Στους λόγους που αναφέρει στα υπέρ της χρήσης τους βρίσκεται η δυνατότητα να χρησιμοποιηθούν σαν decision rules όταν επιλέγουμε Μη Γραμμικά παραμετρικά υποδείγματα χρονοσειρών, είναι αποτελεσματικά στην εύρεση ασυμμετριών και threshold σημείων (για μια η πολλαπλές ισορροπίες) και μπορεί να χρησιμοποιηθούν στον έλεγχο των υποθέσεων σταθερότητας (stability conditions) τα οποία πρέπει να ικανοποιεί μια Μη Γραμμική προσαρμογή (για να είναι διορθωτική ως προς την ισορροπία).

²⁷³ Chaouachi, Slim, Gilles Dufrenot, and Valerie Mignon, (2004) "Modelling the misalignments of the Dollar–Sterling real exchange rate: A nonlinear cointegration perspective." *Economics Bulletin*, Vol. 3, No. 19 pp. 1–11

²⁷⁴ Alvaro Escribano & Santiago Mira, 2001. "Nonlinear error correction models," Documentos de trabajo conjunto ULL-ULPGC 2001-03, Facultad de Ciencias Económicas de la ULPGC

²⁷⁵ Escribano, A. (2004) "Nonlinear Error Correction: The Case of Money Demand in the U.K, 1878–1970," *Macroeconomic Dynamics*, 8(1): 76–116.

2.3.15. Ο Έλεγχος για μοναδιαία ρίζα των Karpetanios et al.(2003)²⁷⁶

Ο έλεγχος αυτός είναι μια επέκταση του ADF ελέγχου ο οποίος και συμπεριλαμβάνει και Μη Γραμμικότητα χρησιμοποιώντας την ESTAR διαδικασία.

Ο έλεγχος είναι της μορφής

$$\Delta Z_t = \sum_{j=1}^p \rho_j \Delta Z_{t-j} + \delta Z_{t-1}^3 + u_t$$

Εξίσωση 2-63.

Όπου Z_t είναι demeaned και detrended σειρά.

Η μηδενική υπόθεση είναι $H_0 : \delta = 0$ (μη στασιμότητα) εναντίον της εναλλακτικής $H_1 : \delta > 0$ (στασιμότητα).

Οι ασυμπτωτικές κριτικές τιμές της KSS στατιστικής μας δίνονται από τους συγγραφείς.

2.3.16. Διενέργεια πρόβλεψης

Η ενσωμάτωση και αποτύπωση της Μη Γραμμικής συμπεριφοράς στα υποδείγματα που χρησιμοποιούμε δεν έχει ως μόνο στόχο την καλύτερη αποτύπωση της δυναμικής σχέσης μεταξύ των μεταβλητών αλλά και την αξιοποίηση αυτής στην διαδικασία των προβλέψεων.

Πράγματι στόχος αλλά και κριτήριο του να κριθεί η αξιοποίηση ενός Μη Γραμμικού υποδείγματος ως επιτυχημένη είναι η διενέργεια καλύτερων προβλέψεων σε σχέση με την αρχική και απλούστερη γραμμική εναλλακτική.

Γενικά το γεγονός ότι ένα συγκεκριμένο υπόδειγμα περιγράφει καλύτερα τις ιδιότητες/συμπεριφορές μιας χρονοσειράς σε ένα δεδομένο διάστημα εκτίμησης δεν εγγυάται απαραίτητα ότι οι εκτός δείγματος προβλέψεις θα είναι και καλύτερες.

Συχνά παρότι τα Μη Γραμμικά υποδείγματα φαίνεται να αναπαράγουν καλύτερα την συμπεριφορά κάποιων μεταβλητών απ' ότι οι γραμμικές εναλλακτικές η αποτελεσματικότητα των προβλέψεων τους δεν προσφέρει ιδιαίτερες βελτιώσεις σε σχέση με αυτά.²⁷⁷

Για μια σχέση $y_t = F(y_{t-1}; \theta) + \varepsilon_t$ και για την πρόβλεψη ενός βήματος μπροστά έχουμε ότι

$y_{t+1|t} = E[y_{t+1} | \Omega_t] = F(y_t; \theta)$ όπου Ω_t το σύνολο της διαθέσιμης πληροφορίας ως και την χρονική στιγμή t .

Στην περίπτωση όμως πρόβλεψης 2 βημάτων έχουμε ότι:

$$y_{t+2|t} = E[y_{t+2} | \Omega_t] = E[F(y_{t+1}; \theta) | \Omega_t] \neq F(E[y_{t+1} | \Omega_t]; \theta) = F(y_{t+1|t}; \theta)$$

Εξίσωση 2-64.

Διότι $E[F(\cdot)] \neq F(E[\cdot])$ στην περίπτωση που η F είναι Μη Γραμμική²⁷⁸

²⁷⁶ Karpetanios, G., Shin, Y., Snell, A., 2003. Testing for a unit root in the nonlinear STAR framework. Journal of Econometrics 112, 359–379

²⁷⁷ De Gooijer, Jan G. & Kumar, Kuldeep, 1992. "Some recent developments in non-linear time series modelling, testing, and forecasting," International Journal of Forecasting, Elsevier, vol. 8(2), pages 135-156, October.

²⁷⁸ Franses, Van Dijk, Nonlinear time series models in empirical finance, 2000, p.118

οι Brown και Mariano(1989) δείχνουν ότι μια πρόβλεψη της μορφής $y_{t+2|t}^{(n)} = F(y_{t+1|t}; \theta)$, η οποία ουσιαστικά στηρίζεται στο ότι $\varepsilon_{t+1} = 0$ μας δίνει μεροληπτικές προβλέψεις.

Οι Lin και Granger (1994)²⁷⁹ και Clements και Smith (1997)²⁸⁰ συγκρίνουν μια σειρά μεθόδων για εύρεση προβλέψεων πολλαπλών βημάτων σε STAR και SETAR υποδείγματα αντίστοιχα.

Καταλήγουν ότι η Monte Carlo διαδικασία και η bootstrap μέθοδος παράγουν τα καλύτερα αποτελέσματα.

Η μέθοδος πρόβλεψης 2 βημάτων με την Monte Carlo εξομοίωση δίνεται ως

$$y_{t+2|t}^{(mc)} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k F[y_{t+1|t} + \varepsilon_i; \theta] \quad \text{Εξίσωση 2-65.}$$

όπου k είναι ένας υψηλός αριθμός και τα ε_i λαμβάνονται από την υποτιθέμενη κατανομή των ε_{t+1}

Η bootstrap πρόβλεψη είναι ανάλογη με μόνη διαφορά ότι χρησιμοποιούνται τα κατάλοιπα από το εκτιμημένο υπόδειγμα $\varepsilon_t, t = 1, \dots, n$

$$y_{t+2|t}^{(b)} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k F[y_{t+1|t} + \varepsilon_i; \theta] \quad \text{Εξίσωση 2-66.}$$

Το προτέρημα της bootstrap μεθόδου είναι ότι δεν κάνει υποθέσεις σχετικά με την κατανομή των ε_{t+1} .

²⁷⁹ Lin, J.-L. and C.W.J. Granger, 1994. Forecasting from nonlinear models in practice, *Journal of Forecasting* 13, 1–9

²⁸⁰ Clements, M.P. and J. Smith, 1997. The performance of alternative forecasting methods for SETAR models, *International Journal of Forecasting* 13, 463–75

Εφαρμογή πρόβλεψης TAR σε εξομοιωμένα δεδομένα

Για την διενέργεια της πρόβλεψης σε TAR υπόδειγμα χρησιμοποιούμε τις παρατηρήσεις του προηγούμενου παραδείγματος του ελέγχου του Tsay για δείγμα 200 παρατηρήσεων (400,600) από το υπόδειγμα

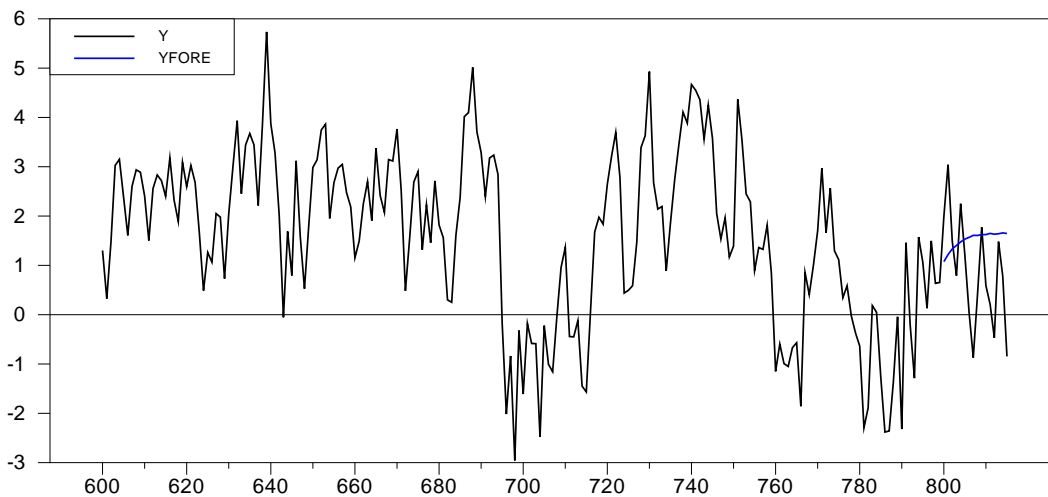
$$y_t = \begin{cases} 0.3 + 0.8 * y_{t-1} + \varepsilon_t \\ -0.5 + 0.2 * y_{t-1} + \varepsilon_t \end{cases}$$

Εξίσωση 2-67.

Το 1^ο regime όταν $y_{t-1} \geq 0$ και το 2^ο στην αντίθετη περίπτωση.

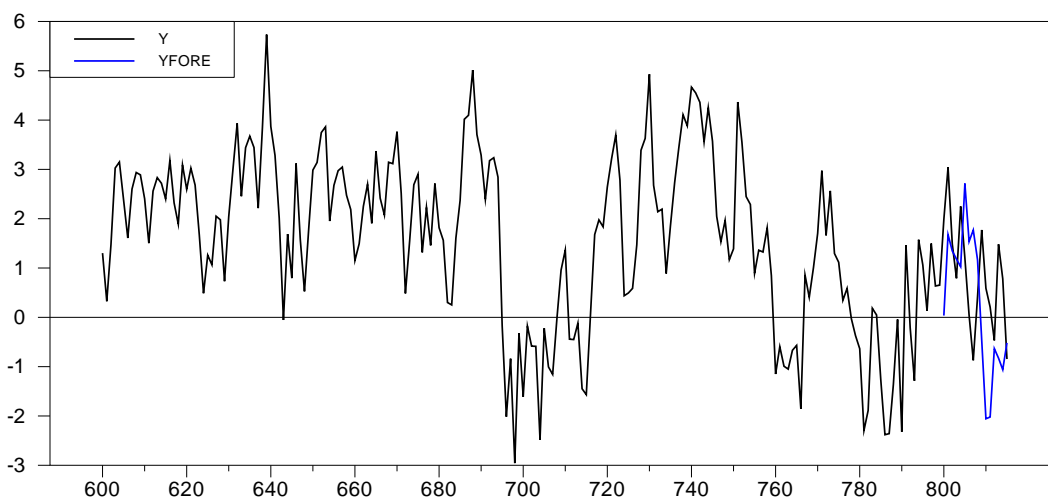
Η μέθοδος πρόβλεψης γίνεται για 15 βήματα και με την διαδικασία Monte Carlo όπου γίνεται averaging 5000 επαναλήψεων.

Διάγραμμα 2-14. Πρόβλεψη με μέσο 5000 επαναλήψεων εξομοίωσης για 15 βήματα μπροστά σε SETAR(1) υπόδειγμα



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Διάγραμμα 2-15. Πρόβλεψη με 1 επανάληψη εξομοίωσης για 15 βήματα μπροστά σε SETAR(1) υπόδειγμα



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Για την πλήρη διαδικασία εφαρμογής και εξομοίωσης παραπέμπουμε στο αντίστοιχο παράρτημα.

3. Impulse Response Functions (Συναρτήσεις Αιφνιδίων Αντιδράσεων)

Μια από τις μεθόδους εκτίμησης των ιδιοτήτων ενός regime-switching υποδείγματος είναι ο έλεγχος των συνεπειών ενός σοκ ε_t στην εξέλιξη της χρονοσειράς y_t .

Το μέτρο της αιφνίδιας αντίδρασης που χρησιμοποιείται κατά κύριο λόγο στα γραμμικά υποδείγματα ορίζεται ως:

$$TIRF_y(h, \delta, \omega_{t-1}) = E[y_{t+h} | \varepsilon_t = \delta, \varepsilon_{t+1} = \dots = \varepsilon_{t+h} = 0, \omega_{t-1}] - E[y_{t+h} | \varepsilon_t = 0, \varepsilon_{t+1} = \dots = \varepsilon_{t+h} = 0, \omega_{t-1}], h = 1, 2, 3, \dots$$

Εξίσωση 2-68.

Όπου ο πρώτος όρος αφορά την πρώτη πραγματοποίηση της διαδικασίας όπου έχουμε την πραγματοποίηση ενός σοκ ύψους δ την χρονική στιγμή t ενώ ο δεύτερος όρος είναι μια διαφορετική πραγματοποίηση μέσα στην οποία δεν συντελείται κανένα σοκ την περίοδο t . Όλα τα σοκ στις ενδιάμεσες περιόδους μεταξύ t και $t+h$ θέτονται ίσα με το μηδέν και για τις δυο πραγματοποιήσεις.

Η συνάρτηση Αιφνιδίων Αντιδράσεων όπως αποτυπώνεται στα γραμμικά υποδείγματα είναι:

- Συμμετρική (με την έννοια ότι ένα αρχικό σοκ $+\delta$ θα έχει το ακριβώς αντίθετο αποτέλεσμα από ένα αρχικό σοκ $-\delta$)
- Θα φέρει αναλογική αντίδραση (αφού η αιφνίδια αντίδραση θα είναι ανάλογη του μεγέθους του σοκ)
- Η αιφνίδια αντίδραση είναι ανεξάρτητη της προηγούμενης ιστορίας της μεταβλητής (ω_{t-1}).

Οι ιδιότητες όμως αυτές δεν διατηρούνται με την μετάβαση στα Μη Γραμμικά υποδείγματα στα οποία οι επιπτώσεις ενός σοκ δ εξαρτώνται από το μέγεθος του σοκ, το πρόσημο του όπως και την ιστορία της διαδικασίας.

Συγκεκριμένα αναπαράγοντας το απλό παράδειγμα για το SETAR(1) χωρίς σταθερό όρο:

$$y_t = \begin{cases} \varphi_{1,1} y_{t-1} + \varepsilon_t, & y_{t-1} \leq 0 \\ \varphi_{1,2} y_{t-1} + \varepsilon_t, & y_{t-1} > 0 \end{cases}$$

Εξίσωση 2-69.

Και για ένα σοκ την περίοδο t ύψους δ έχουμε:

$$TIRF_y(1, \delta, \omega_{t-1}) = \begin{cases} \varphi_{1,1} \delta, & , y_{t-1} + \delta \leq 0, y_{t-1} \leq 0 \\ \varphi_{1,1} \delta + \varphi_{1,2} (\varphi_{1,1} - \varphi_{1,2}) y_{t-1}, & , y_{t-1} + \delta \leq 0, y_{t-1} > 0 \\ \varphi_{1,2} \delta + \varphi_{1,1} (\varphi_{1,2} - \varphi_{1,1}) y_{t-1}, & , y_{t-1} + \delta > 0, y_{t-1} \leq 0 \\ \varphi_{1,2} \delta, & , y_{t-1} + \delta > 0, y_{t-1} > 0 \end{cases}$$

Εξίσωση 2-70.

Συγκεκριμένα για την 1^η περίπτωση

$y_{t-1} + \delta \leq 0, y_{t-1} \leq 0$ και για σοκ την χρονική στιγμή t ύψους δ οι δυο προϋποθέσεις μας εξασφαλίζουν ότι η διαδικασία την $t=0$ θα βρίσκεται στο πρώτο regime και την στιγμή $t+1$ που θα έχει υποστεί το σοκ δ θα παραμένει στο πρώτο regime.

Άρα για το σοκ δ θα έχουμε ότι :

$$y_t = \phi_{1,1} y_{t-1} + \delta$$

$$y_{t+1} = \phi_{1,1} y_t + \varepsilon_{t+1} = \phi_{1,1} (\phi_{1,1} y_{t-1} + \delta) + \varepsilon_{t+1} = \phi_{1,1}^2 y_{t-1} + \varepsilon_{t+1} + \phi_{1,1} \delta$$

Όπου το $\phi_{1,1}^2 y_{t-1} + \varepsilon_{t+1}$ είναι η τιμή που θα είχε η διαδικασία χωρίς την παρουσία του σοκ δ .

Για την 3^η περίπτωση

$y_{t-1} + \delta > 0, y_{t-1} \leq 0$ και για σοκ την χρονική στιγμή t ύψους δ οι δυο προϋποθέσεις μας εξασφαλίζουν ότι η διαδικασία την $t=0$ βρίσκεται στο πρώτο regime και την στιγμή $t+1$ που θα έχει υποστεί το σοκ δ αλλάζει regime και μεταφέρεται στο δεύτερο.

$$y_t = \phi_{1,1} y_{t-1} + \delta$$

$$y_{t+1} = \phi_{1,2} y_t + \varepsilon_{t+1} = \phi_{1,2} (\phi_{1,1} y_{t-1} + \delta) + \varepsilon_{t+1} = \phi_{1,2} \phi_{1,1} y_{t-1} + \phi_{1,2} \delta + \varepsilon_{t+1}$$

Και για να αφαιρέσουμε την πραγματοποίηση χωρίς σοκ παρατηρούμε ότι πρέπει να αφαιρέσουμε την

$$y_t = \phi_{1,1} y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$y_{t+1} = \phi_{1,1} (\phi_{1,1} y_{t-1}) + \varepsilon_{t+1} = \phi_{1,1}^2 y_{t-1} + \varepsilon_{t+1}$$

Και άρα καταλήγουμε στο

$$\phi_{1,2} \phi_{1,1} y_{t-1} + \phi_{1,2} \delta + \varepsilon_{t+1} - (\phi_{1,1}^2 y_{t-1} + \varepsilon_{t+1}) = \phi_{1,2} \delta + \phi_{1,1} (\phi_{1,2} - \phi_{1,1}) y_{t-1}$$

Βλέπουμε λοιπόν την προφανή εξάρτηση της Συνάρτησης Αιφνίδιων Αντιδράσεων από το παρελθόν της y_{t-1} και το σοκ δ (σε σχέση με το threshold $c=0$).

Εδώ η impulse response δεν είναι συμμετρική, γραμμική και ανεξάρτητη των παρελθοντικών τιμών της y_{t-1} .

Ένα ακόμα πρόβλημα που παρουσιάζεται στην μετάβαση της έννοιας του impulse response function από το γραμμικό στο Μη Γραμμικό πλαίσιο είναι το ότι κατά την εκτίμηση θέτουμε τα υπόλοιπα σοκ ίσα με το μηδέν και άρα αποδεχόμαστε ότι στο ενδιάμεσο χρονικό διάστημα δεν συμβαίνει κάποιο άλλο σοκ.

Στην περίπτωση όμως των regime switching υποδειγμάτων κάποια από αυτά τα σοκ μπορεί να οδηγήσουν σε διαφορετική μετάβαση κατάστασης και άρα διαφορετική εξέλιξη της διαδικασίας.

Στα γραμμικά υποδείγματα η υπόθεση των μηδενικών σοκ στις ενδιάμεσες περιόδους μπορεί να δικαιολογηθεί από την αναπαράσταση του Wold:

$y_t = \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i \varepsilon_{t-i}$ η οποία δείχνει ότι τα σοκ σε διαφορετικές περιόδους δεν αντιδρούν μεταξύ τους.

Στα Μη Γραμμικά υποδείγματα δεν υπάρχει η αναπαράσταση του Wold αλλά η Volterra expansion η οποία είναι της μορφής:

$$y_t = \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i \varepsilon_{t-i} + \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \xi_{ij} \varepsilon_{t-i} \varepsilon_{t-j} + \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \zeta_{ijk} \varepsilon_{t-i} \varepsilon_{t-j} \varepsilon_{t-k} + \dots$$

Η οποία δείχνει η επίδραση ενός σοκ ε_t στην y_{t+h} εξαρτάται από τα σοκ $\varepsilon_{t+1}, \varepsilon_{t+2}, \dots, \varepsilon_{t+h}$ όπως και τα παρελθόντα σοκ $\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots$ τα οποία αποτελούν την ιστορία/σύνολο παρελθοντικών πληροφοριών ω_{t-1}

Για την αντιμετώπιση των παραπάνω προβλημάτων της Impulse Response Function στο Μη Γραμμικό πλαίσιο χρησιμοποιείται η Generalized Impulse Response Function (GIRF) την οποία εισήγαγαν οι Koop, Pesaran και Potter (1996)²⁸¹

Η GIRF για ένα σοκ $\varepsilon_t = \delta$ και ιστορία ω_{t-1} ορίζεται ως

$$GIRF_y(h, \delta, \omega_{t-1}) = E[y_{t+h} | \varepsilon_t = \delta, \omega_{t-1}] - E[y_{t+h} | \omega_{t-1}] \text{ για } h=1, 2, \dots$$

Στην GIRF οι προσδοκίες είναι υπό συνθήκη της ιστορίας της μεταβλητής αλλά και του σοκ.

Το πρόβλημα της αντιμετώπισης των σοκ στις ενδιάμεσες περιόδους αντιμετωπίζεται από την GIRF με το να υπολογίζει κατά μέσο όρο .

Η GIRF είναι συνάρτηση των δ και ω_{t-1} τα οποία είναι πραγματοποιήσεις των τυχαίων μεταβλητών $\varepsilon_t, \Omega_{t-1}$ και άρα η ίδια είναι πραγματοποίηση τυχαίας μεταβλητής η οποία δίνεται από την

$$GIRF_y(h, \varepsilon_t, \Omega_{t-1}) = E[y_{t+h} | \varepsilon_t, \Omega_{t-1}] - E[y_{t+h} | \Omega_{t-1}]$$

Εξίσωση 2-71.

Βάσει αυτής της οπτικής (ως τυχαία μεταβλητή) πολλές υπό συνθήκη εκδοχές της μπορούν να οριστούν για συγκεκριμένα subsets A και B (σοκ και ιστοριών αντίστοιχα) της μορφής $GIRF_y(h, A, B)$. Π.χ. υπό συνθήκη όλων των ιστοριών σε ένα συγκεκριμένο regime και λαμβάνοντας υπόψη μόνο αρνητικά σοκ.

²⁸¹ Koop, G., M.H. Pesaran and S.M. Potter, 1996, Impulse response analysis in nonlinear multivariate models, Journal of Econometrics 74, 119-47.

2.3.17. Εφαρμογή GIRF σε TAR υπόδειγμα με εξομοιωμένα δεδομένα

Για τον υπολογισμό της GIRF (Generalized Impulse Response Function) σε TAR υπόδειγμα χρησιμοποιούμε τις παρατηρήσεις του προηγούμενου παραδείγματος του ελέγχου του Tsay για δείγμα 200 παρατηρήσεων (600,800) από το υπόδειγμα

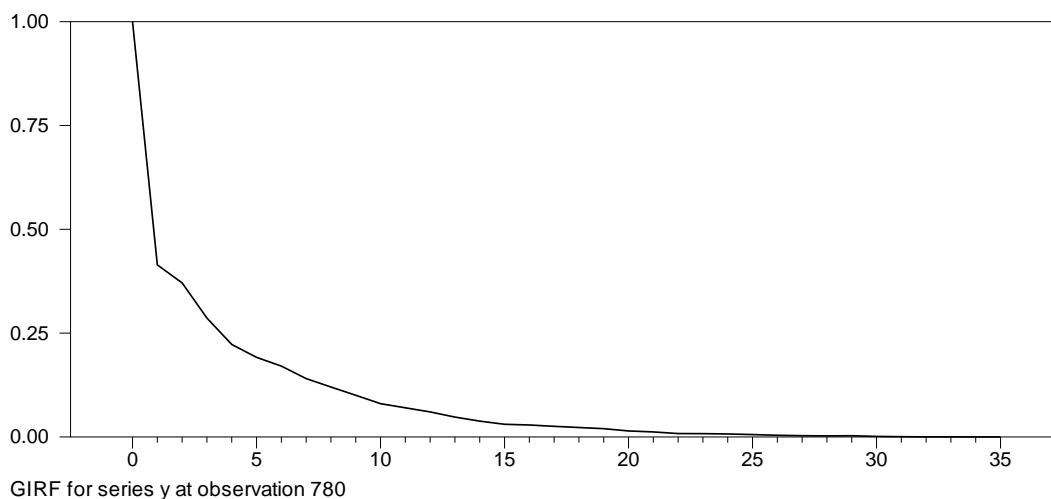
$$y_t = \begin{cases} 0.3 + 0.8 * y_{t-1} + \varepsilon_t \\ -0.5 + 0.2 * y_{t-1} + \varepsilon_t \end{cases} \quad \text{Εξίσωση 2-72.}$$

$y_{t-1} \geq 0$ ακολουθεί το 1^ο regime

$y_{t-1} < 0$ ακολουθεί το 2^ο regime

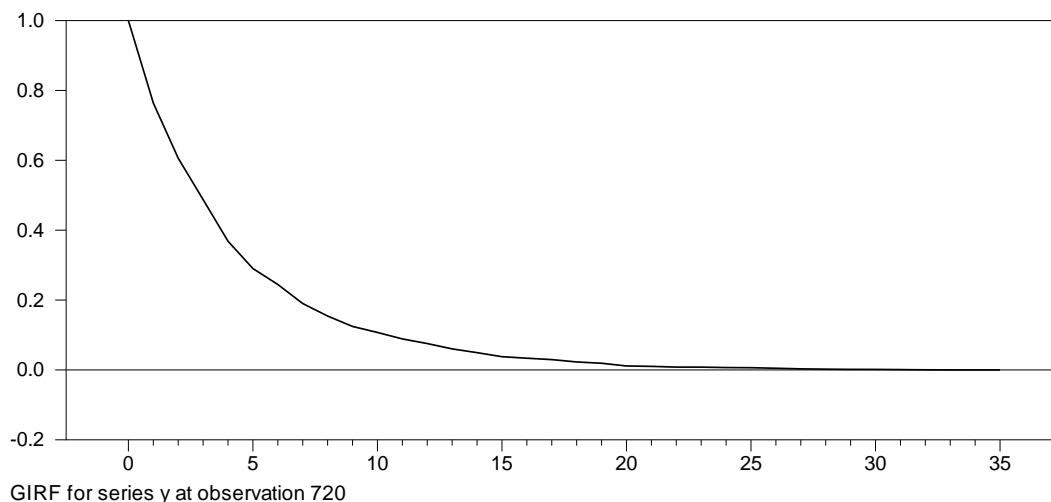
Τα παρακάτω διαγράμματα αποτελούν την εκτίμηση της GIRF για το y_t

Διάγραμμα 2-16. Generalized Impulse Response Function στην σειρά της εξίσωσης 2.83 με έναρξη του σοκ στην 780η παρατήρηση



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

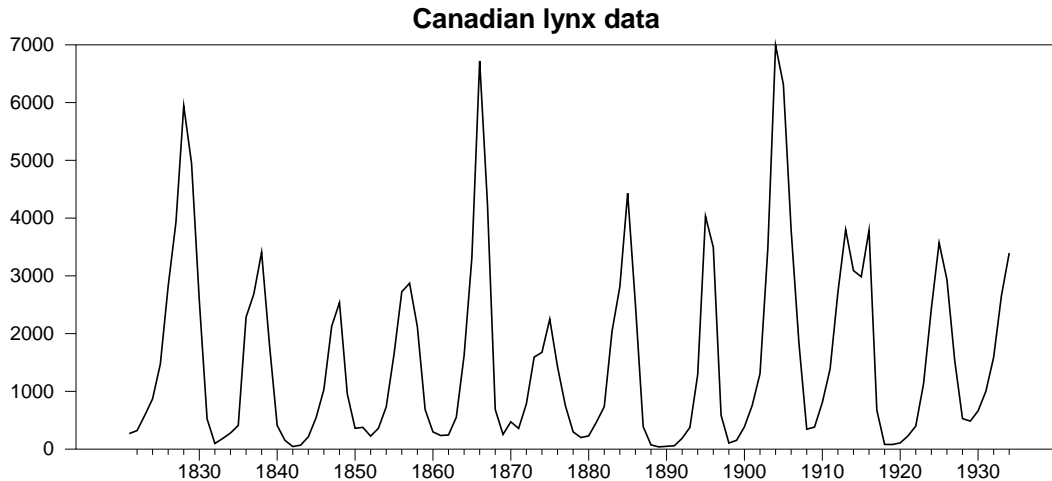
Διάγραμμα 2-17. Generalized Impulse Response Function με έναρξη του σοκ στην 720η παρατήρηση



2.3.18. Εφαρμογή LSTAR εκτίμησης και GIRF σε πραγματικά δεδομένα

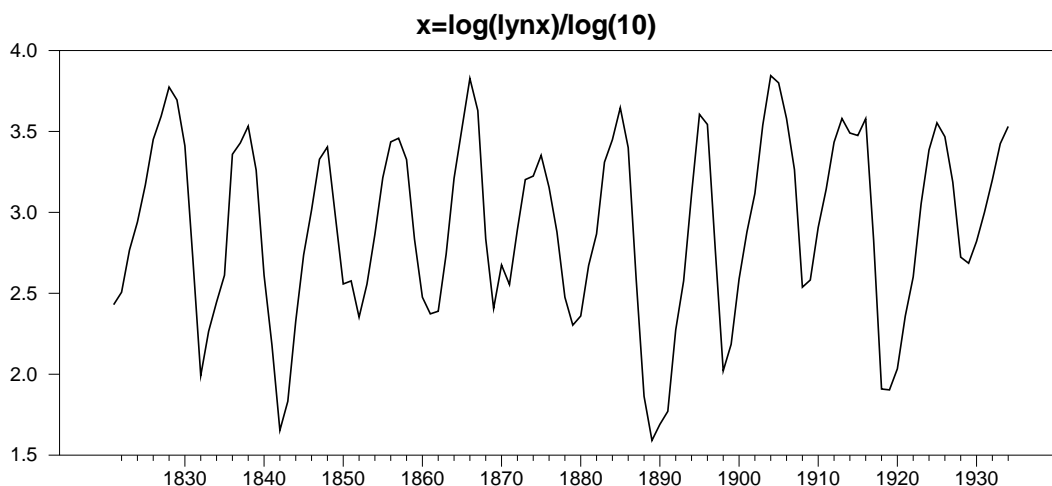
Για την εφαρμογή χρησιμοποιούμε τα δεδομένα του Καναδικού Λύγξ για την περίοδο 1821:1 έως 1934:1 (ετήσια στοιχεία, 114 παρατηρήσεις)²⁸².

Διάγραμμα 2-18. Τιμές της σειράς του Καναδικού Lynx



Σε αυτά τα δεδομένα όπως αναφέραμε και παραπάνω είχε παρατηρηθεί Μη Γραμμική συμπεριφορά και μάλιστα κάτι που ομοιάζε σε regime switching συμπεριφορά Moran(1953)²⁸³ και το οποίο εξετάστηκε αργότερα και από τον Tong²⁸⁴ στην ανάπτυξη των TAR μοντέλων. Το εξής παράδειγμα αναλύεται στον Terasvirta (1994). Μετατρέπουμε την σειρά σε λογαρίθμους και την διαιρούμε με τον $\log(10)$ και έχουμε την εξής χρονοσειρά:

Διάγραμμα 2-19. Τιμές της σειράς του πηλίκου του λογαρίθμου του Καναδικού Lynx προς τον λογάριθμο του 10



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

²⁸² RATS Handbook for Switching Models and Structural Breaks, Thomas A. Doan, Estima 2017

²⁸³ Moran, P.A.P. (1953). The statistical analysis of the Canadian lynx cycle, I: Structure and prediction. Australian Journal of Zoology, 1, 163–173.

²⁸⁴ Tong, H (1990). Nonlinear Time series, A Dynamical System Approach. Oxford science publications

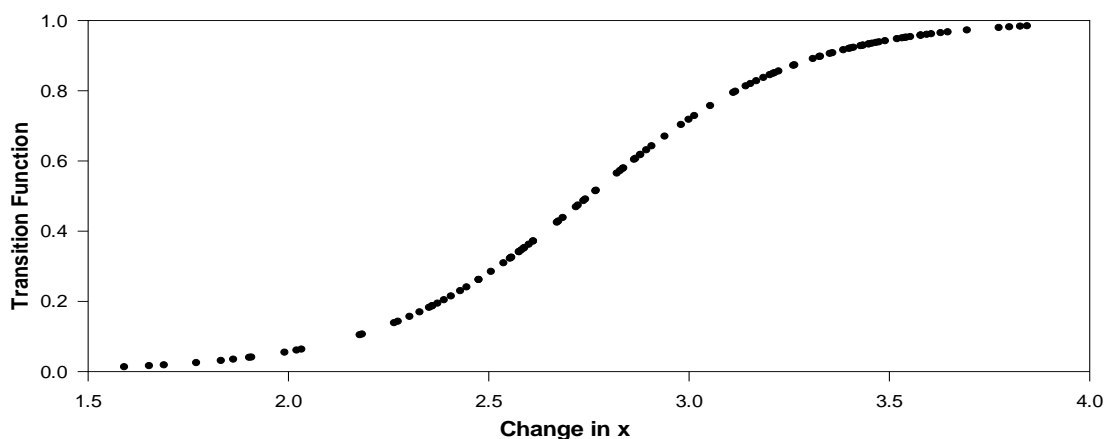
Η διαίρεση με το $\log(10)$ γίνεται για rescaling της σειράς αφού χωρίς αυτή είναι πολύ πάνω από τον οριζόντιο άξονα όπως και στο αρχικό paper.

Η εκτίμηση πραγματοποιείται όπως στον Tsay και μας δίνει το ίδιο αποτέλεσμα, με χρήση ενός lag στο πρώτο regime και των lags 2,3,4,9 και 11 στο κομμάτι της λογιστικής Συνάρτησης.

$x_t = \rho h_{1,1} x_{t-1} + (\rho h_{2,1} x_{t-2} + \rho h_{2,2} x_{t-3} + \rho h_{2,3} x_{t-4} + \rho h_{2,4} x_{t-9} + \rho h_{2,5} x_{t-11}) F(x_{t-3}; \gamma, c) + \varepsilon_t$ όπου το γ διαιρείται με μια τυπική απόκλιση της υπό εξέταση μεταβλητής για να μην έχει μονάδες μέτρησης.

Η λογιστική διαδικασία η οποία εκτιμάται από τα δεδομένα αποτυπώνεται σχεδιαγραμματικά ως εξής:

Διάγραμμα 2-20. Αποτύπωση της συνάρτησης μετάβασης όπως προσαρμόζεται στα πραγματικά δεδομένα



Transition Function in LSTAR for lynx data

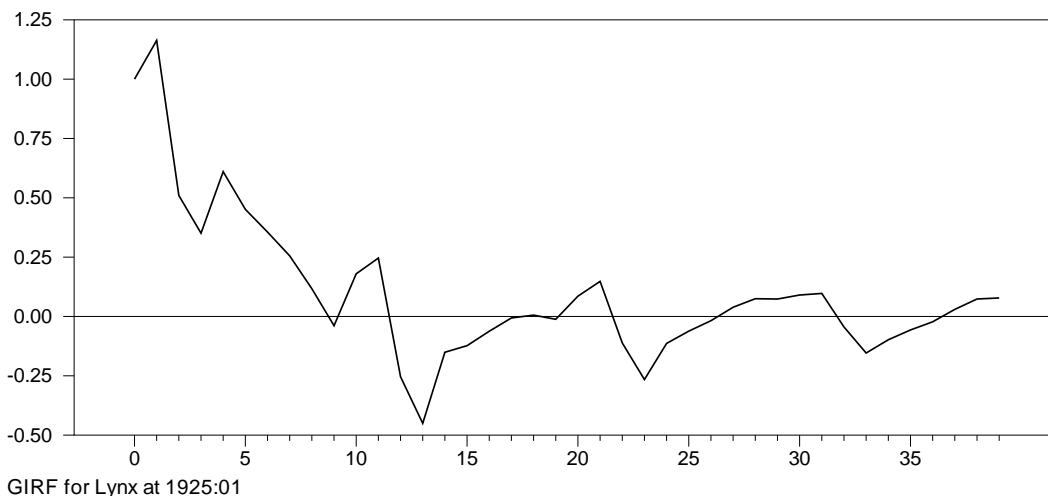
Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Βλέπουμε ότι οι εκτιμήσεις ομοιάζουν καθαρά σε λογιστική συνάρτηση και δεν οδηγούν σε ένα "απότομο" TAR σχήμα για την εναλλαγή μεταξύ των καταστάσεων.

Για τον υπολογισμό τώρα της GIRF (Generalized impulse response) σε αντιστοιχία με τα TAR υποδείγματα παρουσιάζουμε το αποτέλεσμα για 5000 επαναλήψεις στις οποίες ουσιαστικά παίρνουμε τον μέσο όρο (averaging) της αντίδρασης μεταξύ κάποιας σειράς σοκ και της ίδιας σειράς σοκ με αλλαγή στην τιμή του αρχικού σοκ.

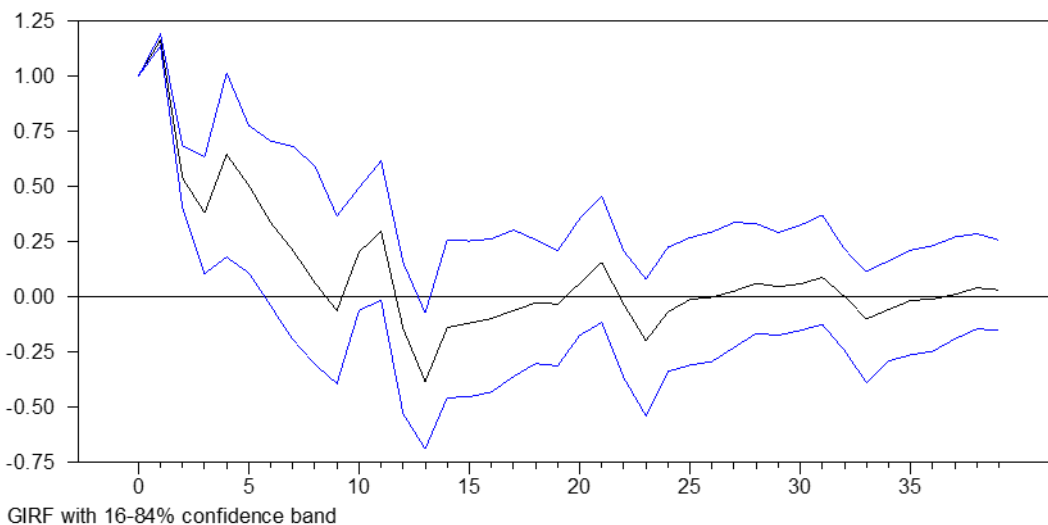
Στο παρακάτω διάγραμμα λαμβάνουμε την GIRF για τα δεδομένα του μεγέθους με αρχικό σοκ το 1925:01 (το έτος 1925 δηλαδή δεδομένου ότι τα στοιχεία είναι ετήσια)

Διάγραμμα 2-21. Generalized Impulse Response Function για την εκτιμώμενη LSTAR διαδικασία



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Διάγραμμα 2-22. Generalized Impulse Response Function με χρήση του αλγόριθμου Metropolis- Hastings ο οποίος λαμβάνει τιμές από μια πολυμετάβλητη t επικεντρωμένη στις NLLS εκτιμήσεις



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Σημειώνουμε ότι λόγω της μεθοδολογίας κατασκευής της GIRF όπως αναπτύχθηκε και παραπάνω επαναλαμβάνοντας την εξομοίωση θα λάβουμε σχηματικά διαφορετικό αποτέλεσμα το οποίο θα αποτυπώνει παρόμοια συμπεριφορά.

4. Threshold Vector Autoregressive (TVAR)²⁸⁵ υποδείγματα

Το συγκεκριμένο υπόδειγμα αποτελεί επέκταση του Threshold Autoregressive υποδείγματος σε μια VAR μορφή (όπως αντίστοιχα γίνεται στο γραμμικό πλαίσιο για τα απλά Autoregressive υποδείγματα).

Το υπόδειγμα είναι της μορφής:

$$y_t = \sum_{i=1}^r \left\{ \sum_{j=1}^p (\mu_i + \Phi_{ij} y_{t-j} + \Gamma_{ij} x_{t-j}) + \varepsilon_{it} \right\} I(c_{i-1} < s_t \leq c_i) \quad \text{Εξίσωση 2-73.}$$

Όπου $y_t, \varepsilon_{it}, i=1, \dots, r$ είναι στοχαστικά διανύσματα διαστάσεων $m \times 1$, και μ_i ένα διάνυσμα διαστάσεων $m \times 1$ σταθερών παραμέτρων με $i=1, \dots, r$

Φ_{ij} είναι μια μήτρα παραμέτρων διαστάσεων $m \times m$ και Γ_{ij} μια μήτρα $m \times k$ παραμέτρων για $i=1, \dots, r$ και $j=1, \dots, p$

Τα κατάλοιπα ε_{it} είναι ασυσχέτιστα μεταξύ τους με μέσο μηδέν και θετικά ορισμένη μήτρα συνδιακύμανσης $\Sigma_i, i=1, \dots, r$

Στο παραπάνω σύστημα η μεταβλητή μετάβασης s_t είναι κοινή ανάμεσα σε όλες τις σχέσεις και για το σύνολο του συστήματος με $x_t = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{kt})'$

Ακολουθώντας το παράδειγμα των Lo και Zivot(2001) και υποθέτοντας ότι $\Gamma_{ij}=0$ και $r=3$ (όπου r μας δίνει τον αριθμό των πιθανών καταστάσεων) έχουμε μόνο αυτοπαλίνδρομους όρους στο υπόδειγμα το οποίο γίνεται

$$\Delta y_t = \sum_{j=1}^3 (\mu_j + \Pi_j y_{t-1} + \sum_{k=1}^{p-1} \Psi_k^{(j)} \Delta y_{t-k} + \varepsilon_{jt}) I(c_{j-1} < s_t \leq c_j) \quad \text{Εξίσωση 2-74.}$$

Δηλαδή

$$\begin{aligned} \mu_1 + \Pi_1 y_{t-1} + \sum_{k=1}^{p-1} \Psi_k^{(1)} \Delta y_{t-k} + \varepsilon_{1t} & \quad c_0 < s_t \leq c_1 \\ \Delta y_t = \{ \mu_2 + \Pi_2 y_{t-1} + \sum_{k=1}^{p-1} \Psi_k^{(2)} \Delta y_{t-k} + \varepsilon_{2t} & \quad c_1 < s_t \leq c_2 \\ \mu_3 + \Pi_3 y_{t-1} + \sum_{k=1}^{p-1} \Psi_k^{(3)} \Delta y_{t-k} + \varepsilon_{3t} & \quad c_2 < s_t \leq c_3 \end{aligned} \quad \text{Εξίσωση 2-75.}$$

Το παραπάνω υπόδειγμα αν θεωρήσουμε ότι για κάθε regime/κατάσταση:

²⁸⁵ Timo Teräsvirta, Dag Tjøstheim, Clive W.J. Granger Modelling Nonlinear Economic Time Series, (Ch.3,p34-5) Oxford University Press (2010)

y_t είναι πρώτων διαφορών στάσιμη διαδικασία (ολοκληρωμένη πρώτου βαθμού) και ότι η μήτρα Π_j διαστάσεων $m \times m$ είναι της μορφής $\Pi_j = A_j B'$, $j = 1, \dots, r$ βαθμού $rank(A) < m$, και ότι η s_t είναι συνεχής και στάσιμη διαδικασία.

Αν π.χ. $m=2$ τότε $A_j = (a_{1j}, a_{2j})'$, $B = (1, \beta_2)'$ τότε οι μεταβλητές y_{1t}, y_{2t} είναι συνολοκληρωμένες με διάνυσμα συνολοκλήρωσης B .

Η παραπάνω μορφή που θα εντοπίσουμε και στον έλεγχο της Threshold συνολοκλήρωσης παρακάτω ονομάζεται Threshold Vector Error Correction (TVEC) υπόδειγμα και αποτελεί το αντίστοιχο του υποδείγματος διόρθωσης σφαλμάτων στα Threshold VAR υποδείγματα.

Η συγκεκριμένη μορφή μας επιτρέπει π.χ. στο ενδιάμεσο Regime να μην υπάρχει συνολοκλήρωση και άρα να μην υπάρχει διόρθωση σφάλματος αλλά να ενεργοποιείται αυτή η σχέση όταν βρεθεί η μεταβλητή στα regime/καταστάσεις 1 και 3.

5. Vector Smooth Transition Autoregressive υποδείγματα²⁸⁶

Αντίστοιχα με την μετάβαση του TAR στα VAR υποδείγματα γίνεται και η μετάβαση των Smooth Transition Regression (STR) υποδειγμάτων με την μορφή:

$$y_t = \mu_0 + \sum_{j=1}^p \Phi_j y_{t-j} + G(\gamma, c; s_t) (\mu_1 + \sum_{j=1}^p \Psi_j y_{t-j}) + \varepsilon_t =$$

$$\mu_0 + \mu_1 G(\gamma, c; s_t) + \sum_{j=1}^p \{\Phi_j + \Psi_j G(\gamma, c; s_t)\} y_{t-j} + \varepsilon_t$$

Εξίσωση 2-76.

Όπου y_t είναι ένα διάνυσμα διαστάσεων $m \times 1$, μ_0 και μ_1 είναι διανύσματα σταθερών παραμέτρων διαστάσεων $m \times 1$, Φ_j, Ψ_j μήτρες παραμέτρων διαστάσεων $m \times m$ για $j = 1, \dots, p$ και $G(\gamma, c; s_t) = \text{diag}\{G_1(\gamma_1, c_1; s_{1t}), \dots, G_m(\gamma_m, c_m; s_{mt})\}$, $\varepsilon_t \sim iidN(0, \Sigma), \Sigma > 0$

Το οποίο αποτελεί το STVAR υπόδειγμα.

Αν η μορφή της $G(\gamma, c; s_t)$ είναι η λογιστική συνάρτηση

$G(\gamma, c; s_t) = (1 + \exp\{-\gamma(s_t - c_k)\})^{-1}$ και η οποία είναι ευσταθής αν ισχύει ότι

$$|I_m - \sum_{j=1}^p \Phi_j z^j| \neq 0$$

$$|I_m - \sum_{j=1}^p (\Phi_j + \Psi_j) z^j| \neq 0$$

για $|z| \leq 1$

Εξίσωση 2-77.

Αν θέλουμε σε όλες τις σχέσεις να υπάρχει κοινή μεταβλητή μετάβασης όπως και οι παράμετροι της μετάβασης να είναι ίδιες για όλες τις εξισώσεις αντικαθιστούμε την σχέση $G(\gamma, c; s_t) = \text{diag}\{G_1(\gamma_1, c_1; s_{1t}), \dots, G_m(\gamma_m, c_m; s_{mt})\}$ με την $G(\gamma, c; s_t) = G(\gamma, c, s_t) I_m$.

²⁸⁶ Timo Teräsvirta, Dag Tjøstheim, Clive W.J. Granger Modelling Nonlinear Economic Time Series, (Ch.3,p41) Oxford University Press (2010)

Το παραπάνω αποτελεί το LVSTAR (Logistic Vector Smooth Transition Autoregressive) υπόδειγμα.

6. SUR (Seemingly Unrelated Regressions)-TAR υπόδειγμα²⁸⁷

Το συγκεκριμένο επεκτείνει το απλό SUR υπόδειγμα της μορφής:

$$y_{1t} = x_{1t}'\beta_1 + u_{1t}$$

.

.

$$y_{Mt} = x_{Mt}'\beta_M + u_{Mt}$$

Εξίσωση 2-78.

Το οποίο με μορφή μητρών γράφεται ως $y_m = X_m\beta_m + u_m$ με $i = 1, \dots, M$ όπου y_m είναι ένα διάνυσμα $T \times 1$ διαστάσεων και X_m μια μήτρα διαστάσεων $T \times k_m$ επεξηγηματικών μεταβλητών.

Στο παραπάνω υπόδειγμα μπορούν να προστεθούν και αυτοπαλίνδρομες χρονικές υστερήσεις για να μειώσουν την αυτοσυσχέτιση της παραμέτρου σφάλματος και να την κάνουν να "ομοιάσει" με λευκό θόρυβο:

$$E[u_m] = 0, E[u_m u_m'] = \sigma_m^2 I_T$$

Το οποίο γράφεται ως $y = X\beta + u$ με y διαστάσεων $TM \times 1$, X μήτρα διαστάσεων $TM \times K$, β

διαστάσεων $K \times 1$, u διαστάσεων $TM \times 1$, $K = \sum_{m=1}^M k_m$, $E[u] = 0$

Αν τα σφάλματα έχουν ταυτόχρονες συσχετίσεις τότε έχουμε ότι

$$E[uu'] = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 I_T & \sigma_{12} I_T & \dots & \sigma_{1M} I_T \\ \sigma_{21} I_T & \sigma_2^2 I_T & \dots & \sigma_{2M} I_T \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \sigma_{M1} I_T & \sigma_{M2} I_T & \dots & \sigma_M^2 I_T \end{bmatrix} = \Sigma \otimes I_T$$

Εξίσωση 2-79.

Αν το Σ είναι γνωστό οι παράμετροι μπορούν να εκτιμηθούν με την μέθοδο των Γενικευμένων Ελαχίστων τετραγώνων (GLS) της μορφής

$$\beta_{GLS} = [X'(\Sigma^{-1} \otimes I_T)X]^{-1} X'(\Sigma^{-1} \otimes I_T)y$$

Εξίσωση 2-80.

Όταν δεν είναι γνωστό χρησιμοποιείται η μέθοδος των Feasible Γενικευμένων Ελαχίστων τετραγώνων (FGLS) όπου τα ανά εξίσωση κατάλοιπα της OLS χρησιμοποιούνται για μια συνεπή εκτίμηση του Σ .

²⁸⁷ Aslanidis, N. (2007) Business Cycle Regimes in CEECs Production: A Threshold SURE Approach, Working Paper No.8-2007, Departament d'Economia, Universitat Rovira i Virgili, Facultat de Ciències Econòmiques i Empresariales

Η μετάβαση που μας παρέχει ο Aslanidis (2007) γίνεται για ένα 2 regime Threshold SUR υπόδειγμα το οποίο τροποποιεί το αρχικό στην μορφή:

$$y_{1t} = (x'_{1t}\beta_1)d_{1t}(\gamma) + (x'_{1t}\theta_1)d_{2t}(\gamma) + u_{1t}$$

$$\cdot$$

$$\cdot$$

$$y_{Mt} = (x'_{Mt}\beta_M)d_{1t}(\gamma) + (x'_{Mt}\theta_M)d_{2t}(\gamma) + u_{1t}$$

Με

$$d_{1t}(\gamma, \delta) = 1 \text{ όταν } (s_t \leq \gamma)$$

$$d_{1t}(\gamma, \delta) = 0 \text{ όταν } (s_t > \gamma)$$

$$d_{2t}(\gamma, \delta) = 1 \text{ όταν } (s_t > \gamma)$$

$$d_{2t}(\gamma, \delta) = 0 \text{ όταν } (s_t \leq \gamma)$$

Η θα μπορούμε να αποτυπωθεί απλούστερα με την μορφή :

$$y_{1t} = (x'_{1t}\beta_1)d_{1t}(\gamma) + (x'_{1t}\theta_1)(1 - d_{1t}(\gamma)) + u_{1t}$$

$$\cdot$$

$$\cdot$$

$$y_{Mt} = (x'_{Mt}\beta_M)d_{1t}(\gamma) + (x'_{Mt}\theta_M)(1 - d_{1t}(\gamma)) + u_{1t}$$

με

$$d_{1t}(\gamma, \delta) = 1 \text{ όταν } (s_t \leq \gamma)$$

$$d_{1t}(\gamma, \delta) = 0 \text{ όταν } (s_t > \gamma)$$

Στην συγκεκριμένη προτυποποίηση έχουμε ότι:

- Επιλέγει κοινή μεταβλητή μετάβασης s_t για το σύνολο των μεταβλητών της y
- Μπορεί να αποτυπωθεί συνολικά ως $y = X\beta d_1(\gamma) + X\theta(1 - d_1(\gamma)) + u$
- Το παραπάνω υπόδειγμα υποθέτει ότι η τιμή του threshold γ είναι κοινή στις παραπάνω μεταβλητές.

Η εκτίμηση των παραμέτρων $\beta, \theta, \Sigma, \gamma$ γίνεται με την μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας υπό την υπόθεση ότι τα σφάλματα είναι κανονικά με $u \sim N(0, \Sigma \otimes I_T)$

Η συνάρτηση πιθανοφάνειας είναι η

$$\ln L(\beta, \theta, \Sigma, \gamma) = -\frac{T}{2} \ln |\Sigma| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T u_t' \Sigma^{-1} u_t \quad \text{με εκτιμήσεις } MLE(\beta, \theta, \Sigma, \gamma) \text{ τις τιμές των}$$

παραμέτρων που μεγιστοποιούν την $\ln L(\beta, \theta, \Sigma, \gamma)$

Με δεδομένο το γ η IFGLS εκτίμηση πραγματοποιείται για τα β, θ και Σ δίνοντας στην συνάρτηση πιθανοφάνειας της μορφής

$$\ln L(\beta, \theta, \Sigma, \gamma) = -\frac{T}{2} \ln |\Sigma(\gamma)| - \frac{Tm}{2}$$
 και για την εκτίμηση του επιλέγουμε εκείνο που

ελαχιστοποιεί την $\ln |\Sigma(\gamma)|$ από το σύνολο $[\gamma_L, \gamma_U]$ το οποίο περιλαμβάνει το σύνολο των τιμών που μπορεί να λάβει η γ εκτός από ένα 10-15% από την αρχή και το τέλος των δυνατών τιμών που μπορεί να λάβει σε σχέση με το S_t .

Σύμφωνα με τον Aslanidis, ο Gallant(1975)²⁸⁸ έδειξε ότι η παραπάνω Μη Γραμμική FGLS εκτίμηση για SUR Μη Γραμμικές παλινδρομήσεις είναι συνεπής και ασυμπτωτικά κανονική ακόμα και με την απουσία κανονικότητας των σφαλμάτων και βάσει αυτού η εκτιμήσεις των β και θ αναμένεται να είναι συνεπείς και οι κλασσικοί ασυμπτωτικοί έλεγχοι υποθέσεων θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν.

Για τον έλεγχο της Threshold SUR Μη Γραμμικότητας ουσιαστικά χρειάζεται έλεγχος της υπόθεσης $H_0 : \beta = \theta$.

Ακολουθώντας την διαδικασία του Hansen(1996)²⁸⁹ που απόδειξε ότι σε ένα Threshold AR υπόδειγμα με μια εξίσωση ο παραπάνω έλεγχος δεν ακολουθεί μια ασυμπτωτική κατανομή (με την στατιστική έλεγχου που επιλέγεται να αποτελεί την μέγιστη τιμή από ένα σύνολο F στατιστικών οι οποίες υπολογίζονται για σύγκριση του γραμμικού με το Threshold Μη Γραμμικό υπόδειγμα για κάθε πιθανή τιμή της threshold μεταβλητής) ακολουθεί την αντίστοιχη επέκταση για την παραγωγή κριτικών τιμών με μια bootstrap διαδικασία όπως προτάθηκε από τον Hansen(1999)²⁹⁰ σε πεπερασμένα δείγματα.

Συγκεκριμένα ο supLR έλεγχος είναι της μορφής:

$$SupLR = \sup_{\gamma_L \leq \gamma \leq \gamma_U} LR(\gamma) = T[\ln |\Sigma_R| - \ln |\Sigma_{SUR}(\gamma)|]$$

Εξίσωση 2-81.

Με $\ln |\Sigma_R|$ είναι ο λογάριθμος της διακρίνουσας της μήτρας διακυμάνσεων-συνδυακυμάνσεων των σφαλμάτων τα οποία εκτιμήθηκαν υπό την μηδενική υπόθεση της γραμμικότητας και $\ln |\Sigma_{SUR}(\gamma)|$ η αντίστοιχη εκτίμηση υπό την εναλλακτική υπόθεση της Threshold Μη Γραμμικότητας.

Για την παραγωγή κριτικών τιμών χρησιμοποιείται η διαδικασία του fixed regressor bootstrapping :

- Θεωρούμε τις τιμές της threshold μεταβλητής S_t δεδομένες και κρατώντας τις σαν σταθερές τιμές σε επαναλαμβανόμενα δείγματα λαμβάνουμε με αντικατάσταση ένα δείγμα μεγέθους T από την εμπειρική κατανομή των όρων σφάλματος όπως εκτιμήθηκαν υπό την μηδενική υπόθεση και χρησιμοποιούμε αυτές τις τιμές για να δημιουργήσουμε ένα bootstrap δείγμα υπό αυτήν.

²⁸⁸ Gallant A.R. (1975), Seemingly unrelated non-linear regressions, Journal of Econometrics 3, 35-50.

²⁸⁹ Hansen, B.E. (1996). "Inference When a Nuisance Parameter is Not Identified Under the Null Hypothesis", Econometrica, 64, 413-430.

²⁹⁰ Hansen, B.E. (1999). "Testing for Linearity", Journal of Economic Surveys, 13 (5), 551-576.

- Χρησιμοποιώντας το παραπάνω bootstrap δείγμα εκτιμούμε το υπόδειγμα υπό την μηδενική αλλά και εναλλακτική υπόθεση και υπολογίζουμε την bootstrap τιμή της $SupLR$
- Επαναλαμβάνουμε την διαδικασία για μερικές χιλιάδες επαναλήψεις και από τα αποτελέσματα λαμβάνουμε τις ασυμπτωτικές p-values του ελέγχου.

Τέλος για τον περιορισμό του ότι η τιμή της threshold μεταβλητής γ είναι κοινή σε όλες τις μεταβλητές, ο οποίος κρίνεται εξαιρετικά περιοριστικός, ο Aslanidis αναφέρει έναν συγκεκριμένο, την υπόθεση:

$H_0 : \gamma_1 = \dots = \gamma_M = \gamma$ με την στατιστική ελέγχου

$$LR^{\text{homo}} = T[\ln |\Sigma_{\text{homo}}| - \ln |\Sigma_{\text{hetero}}|]$$

Όπου $\ln |\Sigma_{\text{homo}}|$ ο λογάριθμος της ορίζουσας της μήτρας διακυμάνσεων συνδυακυμάνσεων των σφαλμάτων υπό την μηδενική υπόθεση της ομοιογένειας ενώ $\ln |\Sigma_{\text{hetero}}|$ το αντίστοιχο υπό την εναλλακτική υπόθεση.

Για τον έλεγχο πραγματοποιείται bootstrap διαδικασία για την παραγωγή κριτικών τιμών.

2.4. Ορισμοί της Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης

Από τις πρώτες προσπάθειες επέκτασης της έννοιας της συνολοκλήρωσης στο Μη Γραμμικό περιβάλλον αποτελεί η προσπάθεια των Granger and Hallman (1991)²⁹¹.

Στην προσπάθεια τους αυτή και λόγω των περιορισμών που συνεπάγονται οι ορισμοί των $I(0)$ και $I(1)$ σειρών αντικαθιστούν αυτές τις έννοιες όπως και την έννοια της ισορροπίας με την έννοια του ατράκτορα.

Συγκεκριμένα για την μετάβαση στο Μη Γραμμικό περιβάλλον και για την περίπτωση δυο μεταβλητών αναφέρουν την έννοια της βραχυχρόνιας (short) και μακροχρόνιας (long) μνήμης (memory).

Ένας πρώτο ορισμός της Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης είναι ο κάτωθι:

Έστω ότι έχουμε την $\{X_t\}_{t=1}^{\infty}$ και $\{Y_t\}_{t=1}^{\infty}$, οι οποίες είναι δυο non-mixing διαδικασίες (ή $I(1)$) και την Μη Γραμμική συνάρτηση $f(X_t, Y_t, \gamma)$ η οποία είναι mixing για $\gamma = \gamma^*$ και non-mixing για $\gamma \neq \gamma^*$ (αντίστοιχα είναι $I(0)$ για $\gamma = \gamma^*$ και $I(1)$ για $\gamma \neq \gamma^*$)²⁹².

Τότε η X_t και η Y_t λέμε ότι είναι Μη Γραμμικά συνολοκληρωμένες με σχέση συνολοκλήρωσης την f .

Ένα πιο πλήρη ορισμό μπορούμε να βρούμε στους Dufrenot και Mignon (2002)²⁹³ όπου έχουμε πάλι δυο non-mixing διαδικασίες $\{X_t\}_{t=1}^{\infty}$ και $\{Y_t\}_{t=1}^{\infty}$ και μια Μη Γραμμική συνάρτηση f η οποία είναι μετρήσιμη ως προς μια κατάλληλη σ-άλγεβρα.

Αυτές οι σειρές θεωρούνται co-mixing (το οποίο περιλαμβάνει την περίπτωση της Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης) εάν:

- Υπάρχει σειρά η οποία ορίζεται ως $\{f(X_t, Y_t, \gamma)\}_{t=1}^{\infty}$ και η οποία είναι mixing για $\gamma = \gamma^*$ και non-mixing για $\gamma \neq \gamma^*$ ή
- η σειρά $\{f(X_t, Y_t, \gamma)\}_{t=1}^{\infty}$ είναι non-mixing αλλά με πιο ασθενή σχέση εξάρτησης στην δομή της από την εξάρτηση που έχουμε στις $\{X_t\}_{t=1}^{\infty}$ και $\{Y_t\}_{t=1}^{\infty}$

Το πρόβλημα που οι συγγραφείς αναφέρουν είναι στο πώς μεταφράζεται στο Μη Γραμμικό περιβάλλον το γεγονός ότι οι σειρές πρέπει να είναι ίδιας τάξης. Η διατύπωση που χρησιμοποιούν αφορά στο να έχουν τον ίδιο βαθμό προσωρινής εξάρτησης (temporal dependence) και για τον έλεγχο του παραπάνω χρησιμοποιείται σειρά κριτηρίων που ελέγχει τον χώρο των φάσεων των σειρών (π.χ. ταυτόσημη εντροπία των χρονοσειρών).

²⁹¹ Granger, C. W. J. and Hallman, J. J. (1991) Long-memory series with attractors, Oxford Bulletin of Economics and Statistics, 53, 11–26.

²⁹² Mohamed El Hedi Aroui, Fredj Jawadi and Duc Khuong Nguyen. «Nonlinear Cointegration and Nonlinear Error-Correction Models: Theory and Empirical Applications for Oil and Stock Markets» από το βιβλίο « Nonlinear Financial Econometrics: Markov Switching Models, Persistence and Nonlinear Cointegration» των Gregoriou, Pascaulau (2011)

²⁹³ Gilles Dufrenot και Valerie Mignon (2002) «Recent Developments in Nonlinear Cointegration with applications to Macroeconomics and Finance»

Για να αποφευχθεί αυτή η ανάλυση οδηγούνται στον παρακάτω ορισμό της Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης (ο οποίος είναι υπό περίπτωση της έννοιας του co-mixing).

Έστω ότι έχουμε την $\{X_t\}_{t=1}^{\infty}$ και $\{Y_t\}_{t=1}^{\infty}$, οι οποίες είναι δυο I(1) διαδικασίες και την Μη Γραμμική συνάρτηση $f(X_t, Y_t, \gamma)$ η οποία είναι mixing για $\gamma = \gamma^*$ και non-mixing για $\gamma \neq \gamma^*$.

Τότε η X_t και η Y_t λέμε ότι είναι Μη Γραμμικά συνολοκληρωμένες με σχέση συνολοκλήρωσης την f .

Επαναλαμβάνοντας τον ορισμό της γραμμικής συνολοκλήρωσης έχουμε το εξής:

Σε γενικές γραμμές ένας οποιοσδήποτε γραμμικός συνδυασμός μεταξύ I(d) χρονολογικών σειρών θα είναι I(d).

Αν όμως μεταξύ των δυο χρονολογικών σειρών υπάρχει ένα διάνυσμα $\beta = [a_1, a_2]$ (διάνυσμα συνολοκλήρωσης) για το οποίο θα ισχύει ότι

$$y_t \sim I(d), x_t \sim I(d) \text{ τότε } y_t, x_t \sim C.I(d, b)$$

Εξίσωση 2-82.

εάν $a_1 y_t + a_2 x_t \sim I(d-b)$ τότε αυτές θα είναι συνολοκληρωμένες τάξεως $(d, b)^{294}$ όπου $0 < b \leq d$.

Σε αντιπαράβολή με τον ορισμό της Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης παρατηρούμε την αναλογία στις έννοιες.

Οι στάσιμες (I(0)) και στάσιμες σε πρώτες διαφορές (I(1)) χρονοσειρές αντικαθίστανται από τις έννοιες mixing και non mixing αντίστοιχα προσπαθώντας να αποτυπώσουν την ασθενή/βραχυχρόνια η ισχυρή/μακροχρόνια αντίστοιχα "μνήμη" που έχει η εκάστοτε χρονοσειρά.

Το πρώτο σημείο είναι σε πλήρη αναλογία με τον ορισμό της γραμμικής συνολοκλήρωσης όπου $d=b=1$ και άρα οι σειρές από I(1) έχουν έναν γραμμικό συνδυασμό ο οποίος είναι I(0).

Το δεύτερο σημείο αφορά την δεύτερη περίπτωση όπου ο συνδυασμός των δυο σειρών με I(d) είναι μια σειρά I(d-b) και αυτό μεταφράζεται στο ότι η σειρά παραμένει non-mixing αλλά με ασθενέστερη μνήμη από τις προηγούμενες χρονοσειρές.

Παρακάτω οι συγγραφείς διατυπώνουν τρεις δυνατές περιπτώσεις ανάλογα με τον τρόπο προτυποποίησης της Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης και συγκεκριμένα ανάλογα με το που "εντοπίζεται" η Μη Γραμμικότητα (στον όρο προσαρμογής του Error Correction μηχανισμού, στην σχέση συνολοκλήρωσης η και στα δυο).

²⁹⁴ Κάτος Α., Οικονομετρία Θεωρία και Εφαρμογές Κεφ.11 σελ. 1004

2.4.1. Ορισμός 1ος (Μη Γραμμική προσαρμογή-NECM)

Έστω ότι έχουμε τις X_t και Y_t οι οποίες είναι δυο non-mixing διαδικασίες (η $I(1)$) στα επίπεδα και είναι mixing όταν ληφθούν διαφορές d φορές (άρα $I(d)$).

Βάσει αυτού του ορισμού Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης ο ατράκτορας (η αλλιώς η σχέση συνολοκλήρωσης) είναι γραμμικός όπως ακριβώς στην γραμμική συνολοκλήρωση αλλά η σύγκλιση προς την ισορροπία γίνεται Μη Γραμμικά (και άρα η Μη Γραμμικότητα εντοπίζεται στην προσαρμογή προς την ισορροπία).

Έστω ότι η σχέση συνολοκλήρωσης είναι η

$$z_t = Y_t - \beta_0 - \beta_1 X_t \quad \text{Εξίσωση 2-83.}$$

Όπου (β_0, β_1) είναι το διάνυσμα συνολοκλήρωσης και το z_t είναι ο όρος ανισορροπίας (η απόσταση δηλαδή της σχέσης συνολοκλήρωσης από την ισορροπία).

Η Μη Γραμμικότητα εισάγεται στο Error Correction υπόδειγμα με τον μετασχηματισμό του σε NECM (Nonlinear Error Correction Model).

Επεξηγώντας το παραπάνω ουσιαστικά δεχόμαστε μια γραμμική σχέση συνολοκλήρωσης στην οποία όμως η προσαρμογή γίνεται με έναν Μη Γραμμικό όρο. Ο Μη Γραμμικός όρος επιτρέπει την εμφάνιση ασυμμετρίας, ασυνέχειας και επιμονής (ως Μη Γραμμικές ιδιότητες) όσον αφορά την προσαρμογή (και άρα την πορεία) προς την ισορροπία.

Η αποτύπωση αυτού του NVECM (Nonlinear Vector Error Correction Model) δίνεται στην παρακάτω μορφή :

$$\begin{aligned} \Delta X_t &= \lambda_1 z_{t-1} + \sum_{i=1}^{p1} a_{1i} \Delta X_{t-i} + \sum_{j=1}^{p2} a_{2j} \Delta Y_{t-j} + \lambda_2 F(z_{t-1}) + \varepsilon_{Xt} \\ \Delta Y_t &= \lambda_1 z_{t-1} + \sum_{j=1}^{p2} a_{1j} \Delta Y_{t-j} + \sum_{i=1}^{p1} a_{2i} \Delta X_{t-i} + \lambda_2 F(z_{t-1}) + \varepsilon_{Yt} \end{aligned} \quad \text{Εξίσωση 2-84.}$$

Όπου τα (λ_1, λ_1) και (λ_2, λ_2) είναι οι γραμμικοί και οι Μη Γραμμικοί όροι προσαρμογής για τα X_t, Y_t αντίστοιχα και η F είναι μια Μη Γραμμική συνάρτηση.

Στον παρόν ορισμό όμως πρέπει να σημειώσουμε ότι δεν αρκεί η mixing υπόθεση αφού η σχέση «είναι υπό συνθήκη σε σχέση με την μορφή της Μη Γραμμικής συνάρτησης η οποία χρησιμοποιείται στον μηχανισμό προσαρμογής. Έτσι πρέπει να μπουν μερικές περιοριστικές συνθήκες στην Μη Γραμμική συνάρτηση ώστε να βεβαιωθεί ότι ο μηχανισμός αυτός πράγματι είναι διορθωτικός και όχι εκρηκτικός».²⁹⁵

Η αποτύπωση τώρα του NEC (Nonlinear Error Correction) μιας εξίσωσης και όχι NVECM (Nonlinear Vector Error Correction) δίνεται στην παρακάτω μορφή:

²⁹⁵ Gilles Dufrenot και Valerie Mignon (2002) «Recent Developments in Nonlinear Cointegration with applications to Macroeconomics and Finance» Ch.4 p.194

Έστω ότι έχουμε δυο σετ $I(1)$ μεταβλητών: μια ενδογενή η οποία είναι η y_t και ένα διάνυσμα X_t το οποίο αποτελείται από K επεξηγηματικές μεταβλητές.

$$\Delta X_t = \varepsilon_{Xt}$$

$$\Delta y_t = \lambda z_{t-1} + \sum_{j=1}^p a_j \Delta y_{t-j} + \sum_{i=1}^q a_i \Delta X_{t-i} + F(z_{t-1}, \theta) + \varepsilon_{yt}$$

Εξίσωση 2-85.

$$z_t = y_t - \beta X_t$$

Τα a_j και a_i είναι διανύσματα παραμέτρων.

Οι Escribano και Mira (1996)²⁹⁶ και Escribano (1997)²⁹⁷ αποδεικνύουν εφόσον ισχύουν τα κάτωθι :

1. Τα ε_{Xt} και ε_{yt} είναι mixing διαδικασίες
2. Η F είναι μια Μη Γραμμική συνάρτηση η οποία είναι συνεχής, διαφορίσιμη και ικανοποιεί την συνθήκη (regularity condition) :

$$-1 < \frac{dF(z_{t-1}, \theta)}{dz_{t-1}} < 1$$

Εξίσωση 2-86.

3. Οι ρίζες της

$$\left| 1 - \sum_{j=1}^p a_j L^j \right| = 0$$

Εξίσωση 2-87.

Είναι εκτός του μοναδιαίου κύκλου

4. Η ε_{yt} είναι martingale διαφορών διαδικασία με μηδενικό μέσο και σταθερή διακύμανση.

Κάτω από αυτές τις συνθήκες η z_t είναι NED (Near Epoch Dependent) και η y_t και X_t είναι Συνολοκληρωμένες με διάνυσμα συνολοκλήρωσης $(1, -\beta')$

Εφόσον ισχύουν τα παραπάνω ο εκτιμητής ελαχίστων τετραγώνων είναι υπερ-συνεπής και ακολουθεί μια ασυμπτωτική μη τυπική κατανομή και η χρήση του εκτιμημένου διανύσματος συνολοκλήρωσης για την εκτίμηση των παραμέτρων του NECM με NLS (Nonlinear Least Squares) δίνει εκτιμήσεις οι οποίες είναι \sqrt{T} συνεπής και είναι ασυμπτωτικά κανονικές.

²⁹⁶ Escribano, A. and S. Mira (1996). "Nonlinear Cointegration and Nonlinear Error Correction", Working Paper, Universidad Carlos III, Madrid.

²⁹⁷ Escribano, A. (1997). "Nonlinear Error-Correction: the Case of Money Demand in the U.K. (1878-1970)", Working Paper, Universidad Carlos III, Madrid.

2.4.2. Ορισμός 2ος (Μη Γραμμικότητα στο διάλυμα συνολοκλήρωσης)

Σε αυτήν την περίπτωση εισάγουμε την Μη Γραμμικότητα στην μακροχρόνια σχέση (δηλαδή την σχέση συνολοκλήρωσης) και ο Μη Γραμμικός ατράκτορας ορίζεται κατ' αυτό τον τρόπο:

$$\Phi(X_t) = \Theta(Y_t) \quad \text{Εξίσωση 2-88.}$$

Όπου Φ και Θ είναι δυο Μη Γραμμικές συναρτήσεις.

Ο όρος της ανισορροπίας αποτελεί το $z_t = \Phi(X_t) - \Theta(Y_t)$ και η αποτύπωση του ECM είναι ανάλογη με εκείνη των Engle και Granger (1987) δεδομένου ότι ο ατράκτορας ενός Μη Γραμμικού υποδείγματος μπορεί να είναι από ένα σημείο έως και ένας στάσιμος κύκλος.

Οι συγγραφείς ορίζουν ότι οι μεταβλητές X_t και Y_t είναι Μη Γραμμικές της μορφής

$$X_t = \Psi_x(X_{t-i}) + \varepsilon_t^x \quad \text{Εξίσωση 2-89.}$$

$$Y_t = \Psi_y(Y_{t-j}) + \varepsilon_t^y$$

Όπου ε_t^x και ε_t^y είναι δυο στάσιμες διαδικασίες.

$$i = 1, \dots, p_1$$

$$j = 1, \dots, p_2$$

και ότι η μακροχρόνια στάσιμη σχέση ορίζεται ως

$$\tilde{\Delta X}_t = X_t - \Psi_x(X_{t-i}) \quad \text{Εξίσωση 2-90.}$$

$$\tilde{\Delta Y}_t = Y_t - \Psi_y(Y_{t-j})$$

Οι παραπάνω ισούνται με τις ε_t^x και ε_t^y αντίστοιχα οι οποίες όπως ορίσαμε παραπάνω είναι στάσιμες.

Η αποτύπωση του ECM είναι η εξής:

$$\tilde{\Delta X}_t = \lambda_1 z_{t-1} + \sum_{i=1}^{p_1} a_{1i} \tilde{\Delta X}_{t-i} + \sum_{j=1}^{p_2} a_{2j} \tilde{\Delta Y}_{t-j} + \eta_{Xt} \quad \text{Εξίσωση 2-91.}$$

$$\tilde{\Delta Y}_t = \lambda_2 z_{t-1} + \sum_{j=1}^{p_2} a_{1j} \tilde{\Delta Y}_{t-j} + \sum_{i=1}^{p_1} a_{2i} \tilde{\Delta X}_{t-i} + \eta_{Yt}$$

Όπου η_{Xt} και η_{Yt} είναι στάσιμες διαδικασίες.

Παρατηρώντας τις παραπάνω δυο περιπτώσεις παρατηρείται ότι στην δεύτερη δεν υπάρχει Μη Γραμμικός όρος στο ECM.

Η όλη προσαρμογή γίνεται στην σχέση συνολοκλήρωσης η οποία είναι εξ' αρχής Μη Γραμμική.

2.4.3. Ορισμός 3ος (Μη Γραμμικότητα στο διάλυμα συνολοκλήρωσης και στον μηχανισμό προσαρμογής)

Ο ορισμός αυτός αφορά την ύπαρξη Μη Γραμμικότητας στην σχέση συνολοκλήρωσης και στον όρο προσαρμογής στο ECM.

Ένας ακόμα ορισμός της Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης είναι ο εξής:

«Οι σειρές x_t, y_t είναι Μη Γραμμικά συνολοκληρωμένες όταν υπάρχουν δυο Μη Γραμμικές μετρήσιμες συναρτήσεις $f(\cdot)$ και $g(\cdot)$ ώστε

$f(y_t)$ και $g(x_t)$ είναι I(1) και ένας γραμμικός συνδυασμός τους είναι I(0)

Αρα η γραμμική συνολοκλήρωση μεταξύ Μη Γραμμικών μετασχηματισμών μεταβλητών χαρακτηρίζεται ως Μη Γραμμική συνολοκλήρωση»²⁹⁸

Ο παραπάνω ορισμός βασίζεται στην δουλειά των Granger (1991)²⁹⁹, Granger και Hallman (1991)³⁰⁰ και Meese και Rose (1991)³⁰¹ και εισάγει την έννοια της I(1) στον Μη Γραμμικό μετασχηματισμό (παρακάμπτοντας όπως οι αντίστοιχοι παραπάνω την έννοια του co-mixing και την ανάγκη για την εύρεση ίδιας τάξης στασιμότητας στο περίπλοκο Μη Γραμμικό περιβάλλον).

2.4.1. Ορισμός 4ος (Μεθοδολογία των Lin και Granger)³⁰²

Μη Γραμμική Συνολοκλήρωση

Έστω x_t μια γραμμικά ολοκληρωμένη διαδικασία, οι y_t και x_t θα είναι μη γραμμικά συνολοκληρωμένες με σχέση f αν ή $u_t = y_t - f(x_t)$ έχει ασυμπτωτική τάξη μικρότερη από εκείνη των $y_t, f(x_t)$.

Πλήρης Μη Γραμμική Συνολοκλήρωση

Έστω x_t μια γραμμικά ολοκληρωμένη διαδικασία, οι y_t και x_t θα είναι μη γραμμικά συνολοκληρωμένες με σχέση f αν ή $u_t = y_t - f(x_t)$ είναι μια γενική I(0) διαδικασία.

Όπως αναφέρουν οι συγγραφείς οποιοδήποτε ζευγάρι I(1) σειρών μπορεί να είναι Μη Γραμμικά Συνολοκληρωμένο εάν δεν τεθούν περιορισμοί στην συνάρτηση f .

Για τον παραπάνω λόγο περιορίζονται σε συναρτήσεις της μορφής f οι οποίες ανήκουν στις ασυμπτωτικά ομοιογενείς και για τις οποίες υπάρχει διαμορφωμένη ασυμπτωτική θεωρία.

²⁹⁸ Kanas, A. (2003) 'Non-linear cointegration between stock prices and dividends', Applied Economics Letters, 10:7, 401— 405

²⁹⁹ Granger, Clive W J, 1991. " Developments in the Nonlinear Analysis of Economic Series," Scandinavian Journal of Economics, Wiley Blackwell, vol. 93(2), pages 263-76

³⁰⁰ Granger, C. W. J. and Hallman, J. J. (1991) Long-memory series with attractors, Oxford Bulletin of Economics and Statistics, 53, 11–26.

³⁰¹ Richard A. Meese & Andrew K. Rose, 1991. "An Empirical Assessment of Non-Linearities in Models of Exchange Rate Determination," Review of Economic Studies, Oxford University Press, vol. 58(3), pages 603-619

³⁰² Testing Nonlinear Cointegration, Jin-Lung Lin and Clive W.J. Granger

Ασυμπτωτικά Ομοιογενείς συναρτήσεις

Είναι οι συναρτήσεις για τις οποίες ισχύει η σχέση

$$f(\lambda x, \theta) = \kappa(\lambda, \theta)H(x, \lambda, \theta) + R(x, \lambda, \theta)$$

Όπου το $R(x, \lambda, \theta)$ είναι μικρότερης τάξης του $\kappa(\lambda, \theta)$, κ καλείται η ασυμπτωτική τάξη και H το όριο της ομοιογενούς συνάρτησης.

Σε αυτές περιλαμβάνονται οι εξής:

$$f(x) = \text{sgn}(x)$$

$$f(x) = \log |x|$$

$$f(x) = \log(|\log(|x|)|)$$

$$f(x) = a_0 |\log(x)|^k + a_1 |\log(x)|^{k-1} + \dots + a_k$$

$$f(x) = \arctan(x)$$

$$f(x) = e^x / (1 + e^x)$$

$$f(x) = e^{\theta x} / (1 + e^{\theta x})$$

$$f(x) = (|x|^\theta - 1) / \theta$$

Όπου η προτελευταία σχέση είναι η Λογιστική Συνάρτηση και η τελευταία σχέση ο μετασχηματισμός Box-Cox

Γενική I(0) διαδικασία

Η u_t ορίζεται γενική I(0) διαδικασία αν ισχύει ότι $\frac{1}{\sqrt{T}\sigma} \sum_{t=1}^{[Tr]} u_t \xrightarrow{d} U(r)$ όπου σ σταθερά, $[x]$ το ακέραιο μέρος του x και $U(r)$ είναι κίνηση Brown.

2.5. Έλεγχοι Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης με Μη Γραμμικότητα στο διάλυμα συνολοκλήρωσης

Οι Park και Phillips(1999)³⁰³ αναπτύσσουν ασυμπτωτική θεωρία για Μη Γραμμικούς μετασχηματισμούς μη στάσιμων ολοκληρωμένων χρονοσειρών. Καταλήγουν ότι η ασυμπτωτική θεωρία των μετασχηματισμών είναι αρκετά διαφορετική από εκείνη των ολοκληρωμένων διαδικασιών και των στάσιμων χρονολογικών σειρών.

Οι Park και Phillips(2001)³⁰⁴ υπό αρκετά γενικές υποθέσεις και για μια εκτενή οικογένεια Μη Γραμμικών συναρτήσεων αποδεικνύουν συνέπεια των εκτιμητών των Μη Γραμμικών παλινδρομήσεων, βρίσκουν ρυθμούς σύγκλισης και την μορφή οριακών κατανομών.

Οι Chang, Park και Phillips(2001)³⁰⁵ αναπτύσσουν μια γενική θεωρία για Μη Γραμμικές παλινδρομήσεις με ολοκληρωμένες χρονολογικές σειρές. Οι συγγραφείς υποθέτουν ότι οι Μη Γραμμικές παλινδρομήσεις έχουν ξεχωριστές αθροιστικές συναρτήσεις παλινδρόμησης, δηλαδή η συνάρτηση παλινδρόμησης επιτρέπεται να είναι Μη Γραμμική αλλά υποθέτουν ότι μπορεί να γραφεί σαν το άθροισμα Μη Γραμμικών συναρτήσεων από τις οποίες η καθεμία περιλαμβάνει μόνο μια μεταβλητή παλινδρόμησης. Για αυτές τις περιπτώσεις υπολογίζουν την ασυμπτωτική κατανομή του εκτιμητή Μη Γραμμικών ελαχίστων τετραγώνων (NLLS).

Οι Chang και Park(2003)³⁰⁶ λαμβάνοντας τις περιπτώσεις απλών neural networks και smooth transition υποδειγμάτων με ολοκληρωμένες μεταβλητές παλινδρόμησης αναπτύσσουν ασυμπτωτικές ιδιότητες για τον εκτιμητή Μη Γραμμικών ελαχίστων τετραγώνων. Οι εκτιμητές αποδεικνύονται συνεπής με διαφορετικούς ρυθμούς σύγκλισης ανά υπόδειγμα και οι οριακές κατανομές υπολογίζονται. Οι συγγραφείς δείχνουν ότι οι συνήθεις στατιστικές μέθοδοι παράγουν μη ικανοποιητικές εκτιμήσεις και μη αξιόπιστους ελέγχους.

Οι Karlsen et al.(2007)³⁰⁷ αναπτύσσουν ασυμπτωτική θεωρία για την μη παραμετρική εκτίμηση του υποδείγματος παλινδρόμησης της μορφής $Z_t = f(X_t) + W_t$ όπου $\{X_t\}, \{Z_t\}$ είναι παρατηρούμενες μη στάσιμες διαδικασίες και η $\{W_t\}$ είναι μια μη παρατηρούμενη στάσιμη διαδικασία. Οι συγγραφείς βρίσκουν τις ασυμπτωτικές ιδιότητες της μη παραμετρικής εκτίμησης της $f(x)$ υπό την υπόθεση ότι η $\{W_t\}$ είναι Markov Chain η οποία ικανοποιεί κάποιες mixing conditions.

Οι Saikkonen και Choi(2004)³⁰⁸ αναπτύσσουν μια θεωρία εκτίμησης για ένα αρκετά γενικευμένο υπόδειγμα συνολοκλήρωσης το οποίο περιλαμβάνει και smooth transition Μη Γραμμικότητες. Στο συγκεκριμένο paper υποθέτουν εξ' αρχής την ύπαρξη συνολοκλήρωσης.

³⁰³ Park, J. & P.C.B. Phillips (1999) Asymptotics for nonlinear transformations of time series. *Econometric Theory* 15, 269–298

³⁰⁴ Park, J. & P.C.B. Phillips (2001) Nonlinear regressions with integrated time series. *Econometrica* 69, 117–161.

³⁰⁵ Chang, Y., Park, J.Y., Phillips, P.C.P., 2001. Nonlinear econometric models with cointegrated and deterministically trending regressors. *Econometrics Journal* 4, 1–36

³⁰⁶ Chang, Y. & J.Y. Park (2003) Index models with integrated time series. *Journal of Econometrics* 114, 73–106.

³⁰⁷ Karlsen, H.A., T. Myklebust, and D. Tjostheim (2007) "Nonparametric estimation in a nonlinear cointegration model" *Annals of Statistics* 35, 252-299

³⁰⁸ Saikkonen, P. & Choi, I. 2000. "Cointegrating smooth transition regressions with applications to the Asian currency crisis," SFB 373 Discussion Papers 2000,98, Humboldt University of Berlin, Interdisciplinary Research Project 373: Quantification and Simulation of Economic Processes

Οι Choi και Saikkonen(2004)³⁰⁹ αναπτύσσουν διαδικασίες ελέγχου για τον έλεγχο της γραμμικότητας της σχέσης συνολοκλήρωσης που υποθέτουμε εξ' αρχής ότι υπάρχει.

Μια εκδοχή του RESET ελέγχου των Hong και Phillips(2004)³¹⁰ μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον έλεγχο της μηδενικής υπόθεσης της γραμμικής συνολοκλήρωσης έναντι της υπόθεσης μη ύπαρξης συνολοκλήρωσης η ύπαρξης Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης.

Ο Kasparis(2008)³¹¹ αναπτύσσει έναν condition moment και cumulative sum (cusum) έλεγχο ο οποίος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον έλεγχο της μηδενικής υπόθεσης ύπαρξης Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης έναντι της εναλλακτικής μη ύπαρξης συνολοκλήρωσης. Οι παραπάνω έλεγχοι απαιτούν συγκεκριμένη συναρτησιακή μορφή για την εξειδίκευση της μηδενικής υπόθεσης και υπό αυτήν την έννοια δεν είναι αρκετά γενικευμένοι.

Οι Choi και Saikkonen(2010)³¹² προτείνουν έναν έλεγχο ύπαρξης Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης.

Οι συγγραφείς χρησιμοποιούν το κριτήριο KPSS στα κατάλοιπα της σχέσης συνολοκλήρωσης η οποία και εκτιμάται είτε με Nonlinear ελάχιστα τετράγωνα είτε με την τροποποιημένη έκδοση των Nonlinear ελαχίστων τετραγώνων με leads-and-lags, το οποίο και πρότειναν στο Saikkonen και Choi(2004)³¹³.

Και στις δυο περιπτώσεις εκτίμησης οι οριακές κατανομές υπό την μηδενική υπόθεση της στατιστικής ελέγχου στηρίζονται σε nuisance παραμέτρους οι οποίες είναι δύσκολο να εξουδετερωθούν. Έτσι ο υπολογισμός κριτικών τιμών για αυτές τις οριακές κατανομές είναι μη πρακτικός και οι μέθοδοι resampling όπως bootstrapping και subsampling το πιθανότερο είναι να μην μας δώσουν ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Μετά την εκτίμηση της σχέσης παλινδρόμησης με NLLS και Nonlinear leads-and-lags ο KPSS έλεγχος εφαρμόζεται σε subsamples των καταλοίπων μεγέθους b .

Όσο το $b/T \rightarrow 0$ καθώς το $T \rightarrow \infty$, όπου T το μέγεθος του δείγματος, ο έλεγχος με την χρήση των subresiduals έχει οριακή κατανομή η οποία δεν επηρεάζεται από την οριακή κατανομή του συνολικού δείγματος και τις παραμέτρους του υποδείγματος.

Η επιλογή του b γίνεται με κριτήριο την ελαχιστοποίηση της αστάθειας και επιλογή εκείνου το οποίο δίνει την μέγιστη τιμή του ελέγχου συνολοκλήρωσης $C_{LL}^{b,\max}$. Αυτό πραγματοποιείται πρακτικά επιλέγοντας το b ώστε να ελαχιστοποιήσει την τυπική απόκλιση του $C_{LL}^{b,\max}$ για κάθε τιμή του b , από $b_i = b_{small}$ έως $b_i = b_{big}$.

Τέλος η Bonferroni διαδικασία χρησιμοποιείται για έναν επιλεγμένο αριθμό των subresidual ελέγχων. Υπό κατάλληλες συνθήκες η προσέγγιση αυτή δίνει έναν έλεγχο του οποίου το

³⁰⁹ Choi, I. & P. Saikkonen (2004) Testing linearity in cointegrating smooth transition regressions. *Econometrics Journal* 7, 341–365

³¹⁰ Hong, S.H. & P.C.B. Phillips (2004) Testing Linearity in Cointegrating Relations with an Application to PPP. Cowles Foundation Discussion Paper 1541, Yale University

³¹¹ Kasparis, I. (2008) Detection of functional form misspecification in cointegrating relations. *Econometric Theory* 24, 1373–1403.

³¹² Choi, I. & P. Saikkonen (2010) Tests for Nonlinear Cointegration, *Econometric Theory*, 26, 2010, 682–709.

³¹³ Saikkonen, P. & I. Choi (2004) Cointegrating smooth transition regressions. *Econometric Theory* 20, 301–340.

ασυμπτωτικό μέγεθος μπορεί να ελεγχθεί ανεξάρτητα του αν εκτιμούμε την Μη Γραμμική σχέση συνολοκλήρωσης με NLLS ή με NL leads-and-lags.

Αποτελέσματα Monte Carlo εξομοιώσεων δείχνουν ότι ο συγκεκριμένος έλεγχος λειτουργεί αρκετά καλά σε πεπερασμένα δείγματα για πολυωνυμικά και smooth transition υποδείγματα.

Το υπόδειγμα των Choi και Saikkonen είναι της μορφής

$$y_t = g(x_t, \theta) + u_t, t = 1, 2, \dots,$$

Εξίσωση 2-92.

Όπου x_t είναι ένα διάνυσμα $I(1)$ μεταβλητών διαστάσεων $(px1)$, u_t στάσιμη με μηδενικό μέσο παράμετρος σφάλματος, $g(x_t, \theta)$ μια γνωστή, smooth συνάρτηση της x_t και του διανύσματος των παραμέτρων θ διαστάσεων $(kx1)$.

Εφόσον θεωρήσουμε ότι η x_t είναι $I(1)$ τότε η $g(x_t, \theta)$ δεν μπορεί να είναι $I(0)$ (πέρα από μιας συγκεκριμένης περίπτωσης την οποία οι συγγραφείς αποκλείουν a priori).

Η σχέση $y_t = g(x_t, \theta) + u_t$ με $t = 1, 2, \dots$ είναι σχέση Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης δεδομένου ότι μια μακροχρόνια κατάσταση ισορροπίας υπάρχει μεταξύ των y_t και x_t όταν η u_t είναι $I(0)$.

Στην παραπάνω σχέση παρατηρούμε ότι οι συγγραφείς:

- Χρησιμοποιούν ως ορισμό στασιμότητας στην x_t το αν η μεταβλητή είναι η δεν είναι $I(0)$ στο Μη Γραμμικό πλαίσιο, αποδεικνύοντας την χρησιμότητα της συγκεκριμένης έννοιας παρότι ορίστηκε στο γραμμικό πλαίσιο
- Η Μη Γραμμικότητα εμφανίζεται στην ίδια την σχέση συνολοκλήρωσης και όχι στα κατάλοιπα οπότε και θα οδηγούμασταν στους προηγούμενους ελέγχους Μη Γραμμικής προσαρμογής.
- Στις υποθέσεις που κάνουν οι συγγραφείς για το u_t χρησιμοποιούν την έννοια των mixing conditions και συγκεκριμένα ότι είναι στάσιμη, με μηδενικό μέσο strong mixing διαδικασία.

2.6. Μεθοδολογίες εύρεσης Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης

1. Asymmetric Cointegration

Η μεθοδολογία των Engle και Granger υπονοεί στην εφαρμογή της έναν γραμμικό (συμμετρικό) μηχανισμό προσαρμογής στην ισορροπία.

Συγκεκριμένα η σχέση που χρησιμοποιούμε στην μεθοδολογία των Engle και Granger για την εκτίμηση της μακροχρόνιας σχέσης είναι η εξής:

$$y_t = \alpha + \beta x_t + \varepsilon_t \quad \text{Εξίσωση 2-93.}$$

Όπου $y_t, x_t \sim I(1)$ και υπάρχει σχέση συνολοκλήρωσης αν $\varepsilon_t \sim I(0)$ και η μακροχρόνια σχέση συσχετίζεται με ένα βραχυχρόνιο ECM βασισμένο στην συμμετρική προσαρμογή.

$$\Delta \varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^p a_i \Delta \varepsilon_{t-i} + v_t \quad \text{όπου } v_t \sim IID(0, \sigma^2) \quad \text{Εξίσωση 2-94.}$$

Όπως γνωρίζουμε εάν απορριφθεί η μηδενική υπόθεση $\rho = 0$ τότε σύμφωνα με το αντιπροσωπευτικό θεώρημα του Granger οδηγούμαστε σε ένα ECM της μορφής

$$A(L)\Delta y_t = B(L)\Delta x_{t-1} - (1 - a_1)ec_{t-1} + w_t \quad \text{όπου}$$

$$w_t \sim IID(0, \sigma^2)$$

$$A(L)\Delta x_t = B(L)\Delta y_{t-1} - (1 - a_1)ec_{t-1} + \omega_t \quad \text{όπου}$$

$$\omega_t \sim IID(0, \sigma^2) \quad \text{Εξίσωση 2-95.}$$

Όπου $ec_{t-1} = \varepsilon_{t-1} = y_{t-1} - \hat{\alpha} - \hat{\beta}x_t$

Και $A(L)$, $B(L)$ πολυωνυμικοί lag operators.

Το παραπάνω ECM υποδηλώνει ότι μια βραχυχρόνια αλλαγή στο y_t και στο x_t λόγω ανισορροπίας οδηγεί σε αυστηρός ανάλογη αντίδραση σε σχέση με τον όρο διόρθωσης λάθους (ec_{t-1}).

Στην περίπτωση όμως που ο μηχανισμός προσαρμογής στην ισορροπία είναι μη συμμετρικός τότε τα υπάρχοντα τεστ ελέγχου μοναδιαίας ρίζας και συνολοκλήρωσης παρουσιάζουν χαμηλή δύναμη (αδυναμία απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης όταν είναι λανθασμένη).³¹⁴

Τα υποδείγματα που αναπτύχθηκαν λαμβάνοντας υπόψη και την υπόθεση ενός ασύμμετρου μηχανισμού προσαρμογής στην σχέση συνολοκλήρωσης σύμφωνα με τους Enders και Siklos (2001)³¹⁵ είναι τα TAR (Threshold Autoregressive, πρώτη εφαρμογή τους από Tong) και M-TAR (Momentum Threshold Autoregressive) σαν διαφορετικές εναλλακτικές στην προτυποποίηση της συγκεκριμένης συμπεριφοράς.

Για το TAR υπόδειγμα τα κατάλοιπα της σχέσης συνολοκλήρωσης προτυποποιούνται σύμφωνα με την εξής σχέση:

³¹⁴ Pippenger and Goering (1993), Balke and Fomby (1997), Enders and Granger (1998)

³¹⁵ Enders, W. and Siklos, P. L. (2001). Cointegration and threshold adjustment. Journal of Business and Economic Statistics 19 166–176.

Εξίσωση 2-96.

$$\Delta \varepsilon_t = I_t \rho_1 \varepsilon_{t-1} + (1 - I_t) \rho_2 \varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^p a_i \Delta \varepsilon_{t-i} + v_t$$

Όπου η I_t λαμβάνει τιμές

$$I_t = 1 \text{ εάν } \varepsilon_{t-1} \geq \tau$$

$$I_t = 0 \text{ εάν } \varepsilon_{t-1} < \tau$$

Όπου η τιμή της τ είναι η τιμή του threshold και όπου v_t είναι μια σειρά τυχαίων μεταβλητών με μηδενικό μέσο, σταθερή διακύμανση και i.i.d ώστε v_t είναι ανεξάρτητο του $\varepsilon_j, j < t$.

Βλέπουμε λοιπόν ότι όταν $\varepsilon_{t-1} \geq \tau$ η προσαρμογή γίνεται με την τιμή ρ_1 και όταν είναι $\varepsilon_{t-1} < \tau$ με την τιμή ρ_2 .

Για να είναι η ε_t στάσιμη θα πρέπει να ισχύει ότι $\rho_1 < 0, \rho_2 < 0$ και $(1 + \rho_1)(1 + \rho_2) < 1$ ³¹⁶.

Όταν έχουμε $\rho_1 = \rho_2$ η προσαρμογή είναι συμμετρική και οδηγούμαστε στην συμμετρική εκτίμηση των Engle and Granger (η οποία αποτελεί ουσιαστικά υποπερίπτωση της συγκεκριμένης).

Για να γίνει αυτό πλήρως κατανοητό αν θεωρήσουμε ότι η τιμή της threshold μεταβλητής είναι μηδέν τότε όταν το $\varepsilon_{t-1} \geq 0$ και άρα όταν το $y_{t-1} \geq \alpha - \beta x_{t-1}$ (αφού στην περίπτωση αυτή $ec_{t-1} = y_{t-1} - \alpha - \beta x_{t-1}$ τότε η ταχύτητα προσαρμογής είναι ρ_1 .

Αντίστοιχα για την περίπτωση $\varepsilon_{t-1} < 0$ η ταχύτητα προσαρμογής είναι ρ_2 .

Εάν $-1 < \rho_2 < \rho_1 < 0$ τότε τα θετικά shocks με τις θετικές αποκλίσεις από το threshold είναι πιο επίμονα από τα αρνητικά.

Μια θετική deepness asymmetry υποδηλώνει θετική skewness αφού υποδηλώνει ότι κατά μέσο όρο οι αποκλίσεις των παρατηρήσεων πάνω από τον μέσο θα ξεπερνούν τις παρατηρήσεις κάτω από αυτόν.³¹⁷

Ο Sichel (1993)³¹⁸ αναφέρει μια διαφορετική μορφή ασυμμετρίας που ονομάζει steepness (απότομη) asymmetry η οποία αφορά ασυμμετρία στις πρώτες διαφορές της detrended σειράς.

Θετική skewness σημαίνει ότι οι αυξήσεις είναι μεγαλύτερες, παρότι λιγότερο συχνές, από τις μειώσεις.

³¹⁶Petrucci, J. D. and Woolford, S. W. (1984). A threshold AR(1) model. J. Appl. Probab. 21, 270-286.

³¹⁷ Nadir Öcal & Jülide Yildirim (2009): ARMS RACE BETWEEN TURKEY AND GREECE: A THRESHOLD COINTEGRATION ANALYSIS, Defence and Peace Economics, 20:2, 123-129

³¹⁸ Sichel, Daniel, (1993), Business Cycle Asymmetry: A Deeper Look, Economic Inquiry, 31, issue 2, p. 224-36.

Το υπόδειγμα για την προτυποποίηση ασυμμετρίας τέτοιας μορφής είναι το Momentum TAR υπόδειγμα το οποίο διαφέρει από το TAR στην Heaviside function I_t η οποία τώρα καθορίζεται από:

$$I_t = 1 \text{ εάν } \Delta \varepsilon_{t-1} \geq \tau$$

$$I_t = 0 \text{ εάν } \Delta \varepsilon_{t-1} < \tau$$

Το υπόδειγμα ονομάζεται momentum TAR επειδή ακριβώς η σειρά παρουσιάζει περισσότερο "momentum" στην μια κατεύθυνση από ότι στην άλλη. Για παράδειγμα αν $\tau = 0$ και αν $|\rho_2| < |\rho_1|$, τότε αυξήσεις στις θετικές διαφοροποιήσεις από την ισορροπία θα είναι λιγότερο "επίμονες" από αυξήσεις στις αρνητικές διαφοροποιήσεις.

Η χρησιμότητα της παραπάνω διαδικασίας έγκειται στον έλεγχο μεγεθών στα οποία η θεωρία συνηγορεί ότι ενεργοποιείται η μεταξύ τους σχέση εντονότερα όταν η μεταξύ τους διαφορά κερδίζει momentum για την μια η την άλλη μεταβλητή (Η σχέση συνολοκλήρωσης ενεργοποιείται όταν μια μεταβλητή κερδίζει momentum έναντι μιας άλλης).

Οι έλεγχοι αυτοί ουσιαστικά ελέγχουν την μηδενική υπόθεση της μη ύπαρξης συνολοκλήρωσης με εναλλακτική την ύπαρξη ασυμμετρικής συνολοκλήρωσης συγκεκριμένης μορφής (TAR η M-TAR)

Η γενικευμένη μορφή της διαδικασίας ελέγχου συνολοκλήρωσης ακολουθεί τα εξής βήματα:

- Εκτίμηση του διανύσματος συνολοκλήρωσης $y_t = \alpha + \beta x_t + \varepsilon_t$ με την μέθοδο των Ελαχίστων Τετραγώνων. Αν οι μεταβλητές y_t και x_t είναι συνολοκληρωμένες τότε οι εκτιμητές των α και β είναι υπέρ συνεπής³¹⁹. Αποθήκευση των καταλοίπων της εξίσωσης.
- Προτυποποίηση των καταλοίπων βάση TAR η M-TAR διαδικασίας
- Εφαρμογή του ελέγχου με μηδενική υπόθεση $\rho_1 = \rho_2 = 0$ (κριτικές τιμές Φ και Φ^*). Η μηδενική υπόθεση εδώ είναι η μη ύπαρξη συνολοκλήρωσης
- Εφαρμογή του ελέγχου με μηδενική υπόθεση $\rho_1 = \rho_2$ για την επιβεβαίωση η την απόρριψη της συμμετρικής προσαρμογής (μηδενική Υπόθεση)

Αν η σχέση επαληθευθεί το κάτωθι Ασυμμετρικό error correction υπόδειγμα μπορεί να εκτιμηθεί:

$$\Delta y_t = a_0 + I_1 \rho_{11} \varepsilon_{t-1} + (1 - I_1) \rho_{12} \varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^p a_i \Delta y_{t-i} + \sum_{i=1}^p \delta_i \Delta x_{t-i} + e_{1t}$$

Εξίσωση 2-97.

$$\Delta x_t = b_0 + I_1 \rho_{21} \varepsilon_{t-1} + (1 - I_1) \rho_{22} \varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^p a_i \Delta y_{t-i} + \sum_{i=1}^p \delta_i \Delta x_{t-i} + e_{2t}$$

ρ_{11}, ρ_{12} αποτελούν τις διαφορετικές ταχύτητες προσαρμογής της Δy_t στην ισορροπία

³¹⁹ Η ταχύτητα σύγκλισης τους είναι υψηλότερη από εκείνη στάσιμων μεταβλητών

ρ_{21}, ρ_{22} αποτελούν τις διαφορετικές ταχύτητες προσαρμογής της Δx_t στην ισορροπία

$$e_{1t}, e_{2t} \sim W.N.$$

Οι Enders και Siklos(2001)³²⁰ εξετάζουν με Monte Carlo εξομοίωση δυο περιπτώσεις:

Τιμή τ του threshold γνωστή και ίση με το μηδέν

- Επιλογή της ασυμμετρίας (TAR η M-TAR) και προτυποποίηση των καταλοίπων βάσει αυτής με χρήση της threshold παραμέτρου $\tau=0$.
- Προτυποποίηση βάση της σχέσης $\Delta \varepsilon_t = I_1 \rho_1 \varepsilon_{t-1} + (1 - I_1) \rho_2 \varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^p a_i \Delta \varepsilon_{t-i} + v_t$ και αποθήκευση της στατιστικής ελέγχου F για την υπόθεση $\rho_1 = \rho_2 = 0$ και της μεγαλύτερης τιμής της στατιστικής σημαντικότητας των συντελεστών ρ_1 η ρ_2 .
- Σύγκριση των παραπάνω τιμών με τις κατάλληλες τιμές των στατιστικών που μας παρέχουν οι Enders και Siklos (διαφορετικές τιμές για την F και την t-max και ανάλογα με την προτυποποίηση της παραπάνω σχέσης είτε σε μορφή TAR είτε σε M-TAR)
- Αν απορριφθεί η μηδενική υπόθεση της μη ύπαρξης συνολοκλήρωσης μπορεί να γίνει έλεγχος για συμμετρική προσαρμογή (έλεγχος $\rho_1 = \rho_2$) με την χρήση ενός F test.
- Διαγνωστικός έλεγχος των καταλοίπων v_t ώστε να χαρακτηριστούν στάσιμη διαδικασία. Αν τα κατάλοιπα εμφανίζουν αυτοσυσχέτιση επιστρέφουμε στο 2^ο βήμα και προσθέτουμε στην εκτίμηση χρονικές υστερήσεις του όρου $\Delta \varepsilon_t$. Η επιλογή του κατάλληλου αριθμού χρονικών υστερήσεων γίνεται με τα γνωστά κριτήρια επιλογής χρονικών υστερήσεων.

Στην περίπτωση που η threshold παράμετρος πρέπει να υπολογιστεί (είναι άγνωστη) εισάγεται μετά την εκτίμηση του διανύσματος συνολοκλήρωσης η εκτίμηση του threshold με την μεθοδολογία του Chan (1993).

Συγκεκριμένα η μέθοδος αφορά στην ιδέα της τοποθέτησης των $\hat{\varepsilon}_{t-1}$ και $\Delta \hat{\varepsilon}_{t-1}$ σε σειρά διάταξης βάση μεγέθους(για τα TAR και M-TAR υποδείγματα αντίστοιχα) και όλες οι παρατηρήσεις με σειρά εκτιμώνται σαν threshold τιμές για όλες τις παρατηρήσεις (αφήνουμε ένα όριο από 0.15 έως 0.85 των παρατηρήσεων συνήθως) και επιλέγουμε το υπόδειγμα με το μικρότερο άθροισμα τετραγώνων των καταλοίπων.

Η συγκεκριμένη μεθοδολογία σύμφωνα με τον Chan δίνει στατιστικά συνεπή εκτίμηση του threshold.

Τα επόμενα βήματα της διαδικασίας είναι ανάλογα με την προηγούμενη.

Σχετικά με την μεθοδολογία των Enders και Siklos είναι σημαντικό να σημειώσουμε τα εξής:

³²⁰ Enders, Walter, and Pierre L. Siklos. "Cointegration and Threshold Adjustment." Journal of Business & Economic Statistics 19, no. 2 (2001): 166-76

- Αν η διακύμανση του ε_t είναι αρκετά μεγάλη, είναι πιθανόν μια τιμή του $\rho_j, j = 1, 2$ να είναι μεταξύ του -2 και του μηδενός και η άλλη να είναι ίση με το μηδέν. Παρόλο που δεν θα υπάρχει σύγκλιση στο ένα regime (εκείνο το οποίο θα περιέχει την μοναδιαία ρίζα) υψηλές τιμές του ε_t θα μετακινούν το σύστημα στο regime όπου υπάρχει στασιμότητα και άρα σύγκλιση³²¹.
- Οι κριτικές τιμές Φ και Φ^* εξαρτώνται από τον αριθμό των παρατηρήσεων, τον αριθμό των χρονικών υστερήσεων $\sum_{i=1}^p \alpha_i \Delta \varepsilon_{t-i}$ και τον αριθμό των μεταβλητών στο διάλυμα συνολοκλήρωσης. Κριτικές τιμές για την περίπτωση των τριών μεταβλητών έχουν υπολογιστεί από τους Enders και Dibooglu (2001)³²².
- Οι κριτικές τιμές των Φ και Φ^* υποθέτουν ότι η τιμή του threshold είναι γνωστή

Εφαρμογή του ελέγχου των Enders-Siklos σε πραγματικά δεδομένα

Αναπαράγουμε εδώ τον έλεγχο των Enders και Siklos στα μεγέθη που οι ίδιοι επέλεξαν και εφάρμοσαν στο paper τους το 2001³²³.

Συγκεκριμένα τα στοιχεία αφορούν την απόδοση των 10ετών κρατικών ομολόγων των ΗΠΑ και των επιτοκίων των Federal Funds.

Τα δεδομένα που χρησιμοποιούν και έχουμε στην διάθεση μας αφορούν την περίοδο 1964:01-1998:12 (πηγή: FRED- Federal Reserve Bank of St. Louis)

Διάγραμμα 2-23. Τιμές για τις αποδόσεις των ομολόγων της Fed και των 10ετων ομολόγων των ΗΠΑ

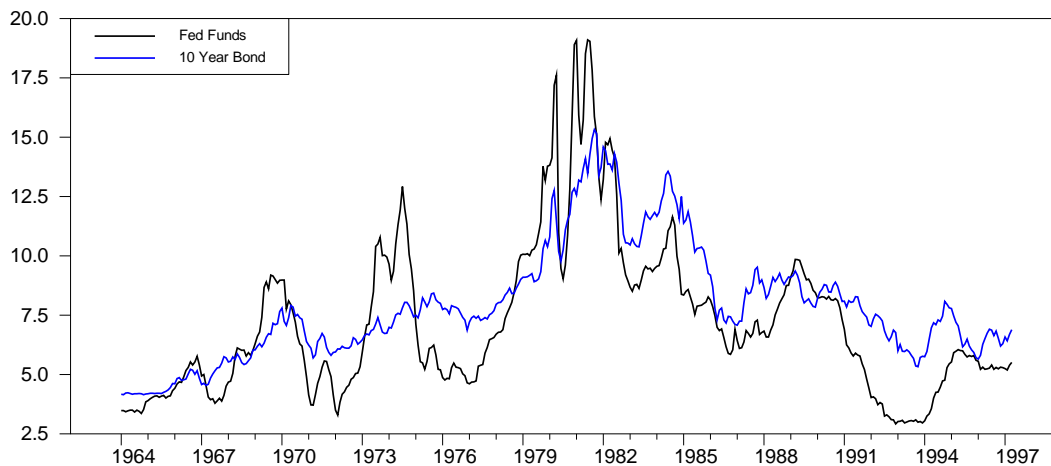


Figure 4. Interest Rate Data

³²¹ WALTER ENDERS * and KAMOL CHUMRUSPHONLERT (2004), Threshold cointegration and purchasing power parity in the pacific nations, Applied Economics, 2004, 36, 889–896

³²² Enders, W. and Dibooglu, S. (2001) Long run purchasing power parity with asymmetric adjustment, Southern Economic Journal, 68(2), 433–45

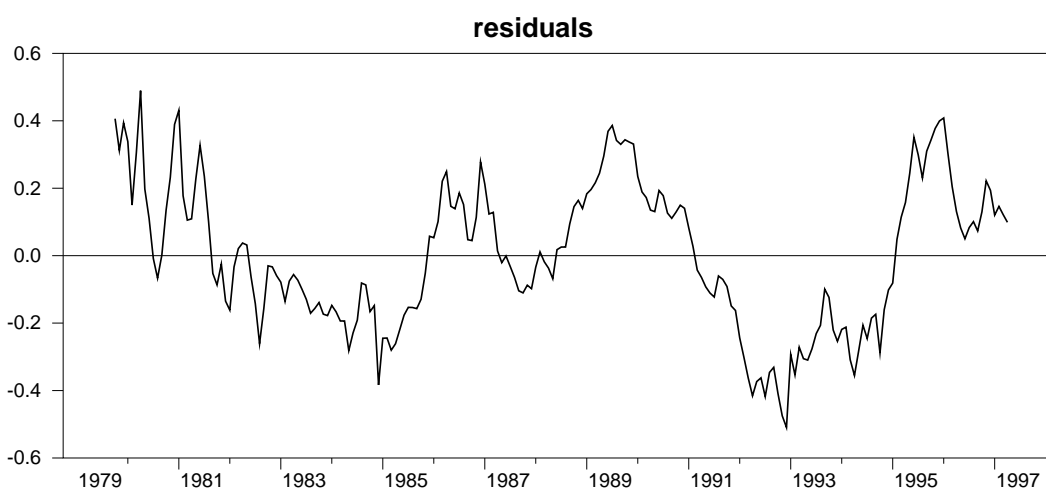
³²³ Estima, Rats, procedure and example browser, αναπαραγωγή του paper των Enders- Siklos(2001)

Για την διαδικασία του ελέγχου πρώτα ελέγχουμε την ύπαρξη συνολοκλήρωσης με την χρήση γραμμικών μεθόδων (Johansen, Engle & Granger) και θα προχωρήσουμε στην χρήση Μη Γραμμικών στην περίπτωση αποτυχίας των παραπάνω ελέγχων.

Τα βήματα που ακολουθούμε είναι τα κάτωθι (για την πλήρη αποτύπωση της διαδικασίας παραπέμπουμε στο αντίστοιχο παράρτημα.

1. Έλεγχος ύπαρξης μοναδιαίας ρίζας στις μεταβλητές (fed_funds/αποδόσεις fed funds και G10/αποδόσεις 10ετούς ομολόγου). Και οι δυο μεταβλητές είναι στάσιμες σε πρώτες διαφορές.
2. Μετατροπή των μεγεθών σε λογαρίθμους
3. Διενέργεια του ελέγχου του Johansen έχοντας επιλέξει με τα κατάλληλα κριτήρια επιλογής χρονικών υστερήσεων των αριθμό υστερήσεων τις οποίες θα συμπεριλάβουμε στο VAR υπόδειγμα (χρήση των κριτηρίων του Akaike και του Schwartz)
4. Εκτίμηση συνολοκλήρωσης με την μέθοδο Μέγιστης Πιθανοφάνειας του Johansen η οποία δεν μπορεί να εντοπίσει κανένα διάνυσμα συνολοκλήρωσης (λ -trace, λ -max στατιστικές οδηγούν σε αποδοχή μηδενικής υπόθεσης περί μηδέν διανυσμάτων συνολοκλήρωσης).
5. Διαδικασία των Engle και Granger για εύρεση γραμμικής συνολοκλήρωσης. Αδυναμία του ελέγχου να εντοπίσει γραμμική σχέση συνολοκλήρωσης βάσει των αποτελεσμάτων του (αδυναμία απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης)
6. Λήψη των καταλοίπων στα οποία εφαρμόσαμε τον έλεγχο των Engle και Granger.

Διάγραμμα 2-24. Τα κατάλοιπα της γραμμικής εκτίμησης του διανύσματος συνολοκλήρωσης



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

7. Εκτίμηση της σχέσης που διέπει τα κατάλοιπα συμπεριλαμβανομένης κάποιας μορφής ασυμμετρίας (χρήση TAR και M-TAR υποδειγμάτων) με γνωστό και άγνωστο threshold

Συγκεκριμένα αφού καταλήγουμε ότι η σχέση $\Delta \varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^p a_i \Delta \varepsilon_{t-i} + v_t$ χρειάζεται συμπερίληψη δυο χρονικών υστερήσεων ($p=2$) για να μην υπάρχει αυτοσυσχέτιση στα κατάλοιπα της προχωρούμε στην εκτίμηση των υποδειγμάτων.

Για οικονομία χώρου θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα μόνο από τον τελευταίο έλεγχο

1. Εκτίμηση TAR με γνωστό threshold ίσο με το μηδέν

$$\Delta \varepsilon_t = I_t \rho_1 \varepsilon_{t-1} + (1 - I_t) \rho_2 \varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^p a_i \Delta \varepsilon_{t-i} + v_t$$

Όπου η I_t λαμβάνει τιμές

$$I_t = 1, \varepsilon_{t-1} \geq 0$$

$$I_t = 0, \varepsilon_{t-1} < 0$$

Από την εκτίμηση συνολικά δεν μπορούμε να απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση (ο έλεγχος δεν εντοπίζει σχέση συνολοκλήρωσης με την χρήση TAR προτυποποίησης και threshold ίσο με το μηδέν).

2. Εκτίμηση MTAR με γνωστό threshold ίσο με το μηδέν

$$\Delta \varepsilon_t = I_t \rho_1 \varepsilon_{t-1} + (1 - I_t) \rho_2 \varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^p a_i \Delta \varepsilon_{t-i} + v_t$$

Όπου η I_t είναι λαμβάνει τιμές

$$I_t = 1, \Delta \varepsilon_{t-1} \geq 0$$

$$I_t = 0, \Delta \varepsilon_{t-1} < 0$$

Στην περίπτωση του M-TAR υποδείγματος με threshold μηδέν εντοπίζουμε Ασυμμετρική συνολοκλήρωση.

3. MTAR με άγνωστο threshold (εκτίμηση από τα δεδομένα)

$$\Delta \varepsilon_t = I_t \rho_1 \varepsilon_{t-1} + (1 - I_t) \rho_2 \varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^p a_i \Delta \varepsilon_{t-i} + v_t$$

Όπου η I_t είναι λαμβάνει τιμές

$$I_t = 1, \Delta \varepsilon_{t-1} \geq c$$

$$I_t = 0, \Delta \varepsilon_{t-1} < c$$

Αποτελέσματα ελέγχου	Ερμηνεία/επεξήγηση αποτελεσμάτων
Momentum Model with empirical tau Lags 2 Threshold -0.0261 T-Max -0.6795 Phi 7.5482 Equality 6.6975 Coeff Std Error Above -0.0203 0.0298 Below -0.1412 0.0367 DU{1} 0.1864 0.0668 DU{2} -0.1550 0.0670	<p>Η εκτίμηση της τιμής threshold γίνεται με την διαδικασία που αναφέρθηκε παραπάνω και μας δίνει αποτέλεσμα την τιμή -0.0261 (το ποσοστό των πιθανών τιμών threshold που αφήνουμε εκτός από την αρχή και το τέλος του δείγματος είναι 15% έκαστο και άρα η επιλογή γίνεται από το 70% των πιθανών threshold).</p> <p>Η τιμή της Phi (7.5482) μας επιτρέπει να απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση σε 5% επίπεδο σημαντικότητας (σύγκριση με κριτικές τιμές της Φ^*) και ο έλεγχος F για την ισότητα (με το στατιστικό Equality) μπορεί να απορριφθεί σε 1% επίπεδο σημαντικότητας.</p> <p>Άρα το M-TAR υπόδειγμα με εκτιμώμενη threshold τιμή οδηγεί στο συμπέρασμα ότι τα μεγέθη συνολοκληρώνονται με μορφή Ασυμμετρικής συνολοκλήρωσης.</p>

Στην συγκεκριμένη εφαρμογή καταλήξαμε στην εύρεση σχέσης συνολοκλήρωσης όταν το υπόδειγμα το οποίο επιλέγουμε για την αποτύπωση της διαδικασίας είναι ένα M-TAR υπόδειγμα ενώ αντίθετα η απλή μέθοδος των Engle & Granger αλλά και το TAR υπόδειγμα αποτυγχάνουν να εντοπίσουν σχέση συνολοκλήρωσης.

2. Μη Γραμμική ARDL μεθοδολογία

Οι Shin et al.(2011)³²⁴ επεκτείνουν την ARDL (Autoregressive Distributed Lag) μεθοδολογία στο Μη Γραμμικό πλαίσιο, επιτρέποντας ύπαρξη ασυμμετρίας στην βραχυχρόνια αλλά και στην μακροχρόνια σχέση.

Λαμβάνοντας την Μη Γραμμική ασυμμετρική σχέση συνολοκλήρωσης

$y_t = \beta^+ x_t^+ + \beta^- x_t^- + u_t$ όπου β^+ και β^- οι ασύμμετροι παράμετροι του διανύσματος συνολοκλήρωσης και x_t ένα διάνυσμα $k \times 1$ μεταβλητών το οποίο γράφεται ως:

$$x_t = x_0 + x_t^+ + x_t^- \text{ όπου}$$

$$x_t^+ = \sum_{i=1}^t \Delta x_i^+ = \sum_{i=1}^t \max(\Delta x_i, 0)$$

$$x_t^- = \sum_{i=1}^t \Delta x_i^- = \sum_{i=1}^t \min(\Delta x_i, 0)$$

Εξίσωση 2-98.

³²⁴ Shin Y, Yu B, Greenwood-Nimmo M (2011) Modelling asymmetric cointegration and dynamic multipliers in a nonlinear ARDL framework. Mimeo

Το υπόδειγμα το οποίο προτείνουν οι Shin et al είναι το NARDL(p,q) (Nonlinear ARDL)

$$\Delta y_t = a_0 + \rho y_{t-1} + \theta^+ x_{t-1}^+ + \theta^- x_{t-1}^- + \sum_{i=1}^{p-1} \varphi_i \Delta y_{t-i} + \sum_{i=0}^q (\pi_i^+ \Delta x_{t-i}^+ + \pi_i^- \Delta x_{t-i}^-) + e_t \quad \text{Εξίσωση 2-99.}$$

Για $i=1, \dots, q$ και $\theta^+ = -\rho\beta^+$, $\theta^- = -\rho\beta^-$

Στην παραπάνω σχέση την μορφή του διανύσματος συνολοκλήρωσης λαμβάνουν οι όροι $\rho y_{t-1} + \theta^+ x_{t-1}^+ + \theta^- x_{t-1}^-$ με τα διανύσματα συνολοκλήρωσης να λαμβάνουν τις τιμές $y_{t-1} - \beta^+ x_{t-1}^+$ και $y_{t-1} - \beta^- x_{t-1}^-$ και η ασυμμετρία ορίζεται εξ' αρχής σε σχέση με θετικές και αρνητικές διαφορές της μεταβλητής x .

Η διαδικασία ελέγχου γίνεται με τα εξής βήματα:

3. Εκτίμηση του NARDL(p,q) υποδείγματος με την μέθοδο των Ελαχίστων τετραγώνων
4. Έλεγχος της υπόθεσης $\rho = \theta^+ = \theta^- = 0$ με την χρήση του bound testing και του προσαρμοσμένου ελέγχου F που μας δίνουν οι συγγραφείς. Αν η τιμή της στατιστικής είναι μεγαλύτερη του ανώτερου bound(ορίου) τότε απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση και έχουμε ύπαρξη συνολοκλήρωσης. Αν η τιμή της στατιστικής είναι μεταξύ του άνω και του κάτω ορίου δεν μπορούμε να βγάλουμε συμπεράσματα για την ύπαρξη ή όχι συνολοκλήρωσης και αν είναι μικρότερη του χαμηλότερου ορίου τότε η μηδενική υπόθεση δεν μπορεί να απορριφθεί και άρα δεν μπορούμε να απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση περί μη ύπαρξης συνολοκλήρωσης.
5. Τέλος για τον έλεγχο μακροχρόνιας και βραχυχρόνιας ασυμμετρίας ελέγχουμε με τον έλεγχο του Wald τις σχέσεις $-\theta^+ / \rho = -\theta^- / \rho$ και $\sum_{i=0}^q \pi_i^+ = \sum_{i=0}^q \pi_i^-$ αντίστοιχα.

3. Threshold Cointegration

Παρατηρώντας την περίπτωση της Asymmetric Cointegration γίνεται κατανοητό ότι παρότι υπάρχει διαφορετική ταχύτητα προσαρμογής ανάλογα με την τιμή της μεταβλητής που θα επιλέξουμε σε σχέση με το threshold η προσαρμογή αυτή είναι συνεχής. Δηλαδή παρότι πραγματοποιείται με διαφορετική ταχύτητα ανάμεσα στα διαφορετικά regimes πάρα ταύτα πραγματοποιείται οποιαδήποτε χρονική στιγμή.

Η περίπτωση της Threshold Cointegration³²⁵ απαντάει στο ερώτημα τι γίνεται όταν οι υπό εξέταση μεταβλητές επιτρέπεται να κινούνται με συμπεριφορά μοναδιαίας ρίζας (μη στάσιμη συμπεριφορά) στην μεταξύ τους σχέση εφόσον αυτή βρίσκεται εντός κάποιων ορίων (thresholds) και όταν αυτά τα όρια ξεπεραστούν ενεργοποιείται η σχέση συνολοκλήρωσης και τις επαναφέρει εντός των ορίων αυτών με την διαδικασία ενός error correction model.

Η συγκεκριμένη μορφή συνολοκλήρωσης έχει χρησιμοποιηθεί στην εξέταση πολλών μεγεθών όπως τιμών, ανεργίας, συναλλαγματικών ισοτιμιών κ.α. λόγω ότι και στις παραπάνω περιπτώσεις η θεωρία συνηγορεί ότι οι οικονομικοί παράγοντες μπαίνουν στην διαδικασία διόρθωσης της ισορροπίας στην σχέση (equilibrium) όταν αυτή ξεπεράσει ένα συγκεκριμένο

³²⁵ Balke and Fomby International Economic Review, Vol. 38, No. 3 (Aug., 1997), pp. 627-645

όριο (π.χ. στις χρηματοοικονομικές αγορές η παρουσία κόστους συναλλαγών μπορεί να δημιουργήσει ένα band μέσα στο οποίο οι αποδόσεις μπορούν να κινούνται ελεύθερα παρά των ευκαιριών arbitrage αλλά όταν αυτό το band ξεπεραστεί να ξεκινήσουν να γίνονται κινήσεις εκμετάλλευσης των arbitrage ευκαιριών από τους economic agents και αποκατάσταση ισορροπίας).

Στην περίπτωση πολιτικών παρεμβάσεων όπως π.χ. στον έλεγχο συναλλαγματικών ισοτιμιών η προσαρμογή χαρακτηρίζεται από διακριτή και όχι συνεχή παρέμβαση, όπως η προτυποποίηση των παραπάνω μεγεθών με exchange rate target zones υποδείγματα τα οποία επιτρέπουν την διαφορά στην ισορροπία να κινείται ελεύθερα εντός ενός εύρους τιμών αλλά όταν το ξεπεράσει να υπάρχει παρέμβαση της κεντρικής τράπεζας στην αγορά των συναλλαγματικών ισοτιμιών.

Η διαδικασία προσαρμογής στην ισορροπία σε αυτήν την περίπτωση δεν είναι ενεργή σε κάθε χρονική στιγμή.

Η προτυποποίηση των παραπάνω περιπτώσεων αφορά στην χρήση του σφάλματος ισορροπίας και στην προτυποποίηση της συμπεριφοράς του. Αυτό ακολουθεί ένα Threshold Autoregressive σχήμα το οποίο όταν αυτό βρεθεί εκτός ενός δεδομένου διαστήματος ακολουθεί μια mean reverting διαδικασία και όταν βρεθεί εντός του διαστήματος μπορεί να έχει συμπεριφορά μοναδιαίας ρίζας.

Η έννοια του Threshold Cointegration λοιπόν αντιμετωπίζει τις εξής δύο κριτικές στην διαδικασία της συνολοκλήρωσης:

1. Η θεωρία σε πολλά υπό εξέταση μεγέθη (Χρημ/κα αλλά και Μακροοικονομικά) δεν συνηγορεί σε μια συνεχή προσαρμογή προς την ισορροπία αλλά σε μια διακριτή προσαρμογή έξω από κάποιο όριο τιμών (στην συγκεκριμένη περίπτωση χρησιμοποιούμε το σφάλμα της ισορροπίας αλλά υπάρχουν και έχουν ερευνηθεί περιπτώσεις χρήσης εξωγενών μεταβλητών σαν threshold).
2. Η προσαρμογή όταν πραγματοποιείται δεν είναι απαραίτητο να είναι συμμετρική (όπως είδαμε στο παραπάνω concept της Asymmetric Cointegration).

4. Ο έλεγχος των Balke και Fomby (1997)³²⁶

Το paper των Balke and Fomby απασχολείται κυρίως με την πρώτη κριτική αλλά όπως θα δούμε συμπεριλαμβάνει και την δεύτερη.

Η βάση για την διαδικασία προσαρμογής είναι ένα SETAR υπόδειγμα (Self-exciting Threshold Autoregressive) τα οποία συζήτησε εκτενώς στο βιβλίο του ο Tong(1990)³²⁷

Συγκεκριμένα οι Balke and Fomby εξετάζουν ένα απλό διμετάβλητο σύστημα δυο μεταβλητών y_t, x_t παρόμοιο με εκείνο των Engle και Granger (1987):

³²⁶ Balke, N.S. and T.B. Fomby (1997). "Threshold Cointegration", International Economic Review 38, 627-645.

³²⁷ Tong, H. (1990). Non-linear time series: a dynamical system approach. Oxford University Press, Oxford.

$$y_t + \alpha x_t = z_t, z_t = \rho^{(i)} z_{t-1} + \varepsilon_t$$

Εξίσωση 2-100.

$$y_t + \beta x_t = B_t, B_t = B_{t-1} + \eta_t$$

Όπου τα ε_t, η_t είναι *i.i.d* τυχαίες μεταβλητές με μέσο μηδέν.

Η διαφορά με την προσέγγιση των Engle και Granger αποτελεί το σφάλμα ισορροπίας (z_t) το οποίο στην περίπτωση αυτή είναι της μορφής :

$$\rho^{(i)} = 1 \text{ εάν } |z_{t-1}| \leq \theta$$

$$\rho^{(i)} = \rho, |\rho| < 1 \text{ εάν } |z_{t-1}| > \theta$$

Εξίσωση 2-101.

Όπου το θ αποτελεί το threshold.

Εξετάζοντας τις παραπάνω σχέσεις γίνεται αντιληπτό ότι εντός του εύρους τιμών $-\theta$ έως θ το σφάλμα (z_t) από την ισορροπία μπορεί να συμπεριφέρεται μη στάσιμα και άρα η σειρά να είναι locally nonstationary.

Όταν όμως το σφάλμα (η απόσταση των μεταβλητών από την μεταξύ τους ισορροπία) ξεπεράσει το διάστημα αυτό αρχίζει να συμπεριφέρεται σαν στάσιμη διαδικασία (mean reverting) και επανέρχεται στην ισορροπία η σχέση.

Ένα γενικότερο υπόδειγμα που παρουσιάζουν οι παραπάνω και το οποίο περιλαμβάνει και την δυνατότητα ασύμμετρης προσαρμογής είναι το παρακάτω:

$$\begin{aligned} \mu^u + \rho^u(L) z_{t-1} + \varepsilon_t^u & \quad \theta^u < z_{t-d} \\ z_t = \mu^m + \rho^m(L) z_{t-1} + \varepsilon_t^m & \quad \theta^l \leq z_{t-d} \leq \theta^u \\ \mu^l + \rho^l(L) z_{t-1} + \varepsilon_t^l & \quad \theta^l > z_{t-d} \end{aligned}$$

Εξίσωση 2-102.

Όπου η ασυμμετρία στην προσαρμογή εξασφαλίζεται από την διαφορά των τιμών ρ^u και ρ^l εφόσον $0 < P(z_{t-d} > \theta^u) < 1$ και $0 < P(z_{t-d} < \theta^l) < 1$ (δηλαδή υπάρχει πιθανότητα να βρεθούν οι τιμές του σφάλματος ισορροπίας στα συγκεκριμένα regimes).

Οι κατάλληλες συνθήκες στασιμότητας στα συγκεκριμένα υποδείγματα (regime switching models) δεν είναι τόσο απλή διαδικασία όσο στα απλά γραμμικά υποδείγματα.

Οι Chan et al. (1985)³²⁸ καθορίζουν τις απαραίτητες συνθήκες για την περίπτωση όπου $\rho^i(L) = \rho^i$ (και άρα δεν χρειάζονται επιπλέον πολυωνυμικοί όροι) και $d=1$, η στασιμότητα τηρείται αν ικανοποιείται μια από τις παρακάτω συνθήκες.

³²⁸ Chan, K.S., Petrucelli, J.D., Tong, H. and S.W. Woolford (1985). "A Multiple Threshold AR(I) Model", Journal of Applied Probability 22,267-279.

$$1) \rho^l < 1, \rho^u < 1 \text{ και } \rho^l \rho^u < 1$$

$$2) \rho^u < 1, \rho^l = 1 \text{ και } \mu^l > 0$$

$$3) \rho^l < 1, \rho^u = 1 \text{ και } \mu^u < 0$$

$$4) \rho^l = \rho^u = 1 \text{ και } \mu^u < 0 < \mu^l$$

$$5) \rho^u \rho^l = 1, \rho^l < 0 \text{ και } \mu^u + \rho^u \mu^l > 0$$

Εξίσωση 2-103.

Βλέπουμε λοιπόν ότι ακόμα και στην απλούστερη μορφή του υποδείγματος υπάρχουν τρεις περιπτώσεις όπου κάποιο από τα δυο ακραία regimes παρουσιάζουν μοναδιαία ρίζα και μη στάσιμη συμπεριφορά και πάραυτα η χρονοσειρά είναι συνολικά στάσιμη.

Οι Balke και Fomby στον έλεγχο παρουσιάζουν το πρόβλημα του άμεσου ελέγχου των υποθέσεων no cointegration and linearity ενάντια στην εναλλακτική του threshold cointegration (η οποία είναι και η πιο ενδιαφέρουσα περίπτωση) καθώς υπό την μηδενική υπόθεση υπάρχει μοναδιαία ρίζα αλλά και υπάρχουν nuisance παράμετροι οι οποίοι εμφανίζονται στην εναλλακτική υπόθεση και μόνο (οι threshold τιμές θ upper και θ lower).

Επίσης αναφέρουν το πρόβλημα ελέγχου ύπαρξης συνολοκλήρωσης το οποίο σχετίζεται και με την επιλογή του υποδείγματος καθώς για το απλό TAR(1) υπόδειγμα όπως είδαμε υπάρχουν διαφορετικές υποθέσεις οι οποίες πρέπει να εξεταστούν για να καθοριστεί αν το υπόδειγμα εμφανίζει στάσιμη συμπεριφορά.

Για τον λόγο αυτό προτείνουν χρήση εξαιρετικά απλού threshold υποδείγματος και χωρίζουν την διαδικασία σε δυο βήματα:

1) Καθορισμό Global συμπεριφοράς (συνολικής συμπεριφοράς, έλεγχος συνολοκλήρωσης)

Μέσω Monte Carlo εξομοιώσεων εξετάζουν την δύναμη του ελέγχου των EG μέσω των test ADF και Phillips Perron στον καθορισμό εύρεσης συνολοκλήρωσης καθώς η χρήση του συγκεκριμένου ελέγχου δικαιολογείται ως ασυμπτωτικά σε ισχύ και καταλήγουν ότι γραμμικά εργαλεία θα μπορέσουν να εντοπίσουν συνολοκλήρωση και στην περίπτωση ύπαρξης Threshold (και στις δυο περιπτώσεις γνωστής σχέσης συνολοκλήρωσης αλλά και υπολογιζόμενης από Dynamic OLS) και μάλιστα αναφέρονται στην μεγαλύτερη δύναμη του P.P. ελέγχου. Ανάμεσα στους πιθανούς ελέγχους παρουσιάζονται επίσης αποτελέσματα για τον έλεγχο KPSS αλλά και με την μεθοδολογία του Johansen trace test (το οποίο έχει μικρότερη δύναμη στην εύρεση συνολοκλήρωσης απ' ότι το EG με την χρήση του P.P.).

2) Καθορισμό Local συμπεριφοράς (έλεγχος για nonlinear η threshold effects)

Ο καθορισμός της τοπικής συμπεριφοράς γίνεται με τον έλεγχο για ύπαρξης threshold autoregressive διαδικασίας στο equilibrium error $z_t = y_t - ax_t$

Η διαδικασία γίνεται με την διάταξη των τιμών της χρονοσειράς ανάλογα με την αναμενόμενη threshold μεταβλητή (π.χ z_{t-d}) αντί του χρόνου και ο έλεγχος για την ύπαρξη threshold effect γίνεται με ένα maximum Wald (sup-Wald) έλεγχο μέσα στο διάστημα όλων των πιθανών τιμών ύπαρξης threshold για δυο threshold. Με εκτίμηση της Threshold Autoregression με ελάχιστα

τετράγωνα βρίσκουμε το άθροισμα των τετραγώνων των σφαλμάτων για κάθε πιθανό συνδυασμό threshold και επιλέγουμε εκείνα τα οποία ελαχιστοποιούν το συγκεκριμένο άθροισμα (ανάμεσα στο σύνολο του grid search τιμών για τα δυο threshold).

Ο Hansen (1996)³²⁹ προτείνει ασυμπτωτική θεωρία για περιπτώσεις που μια διαδικασία εξομοίωσης μπορεί να προσεγγίσει την ασυμπτωτική κατανομή της sup- Wald στατιστικής και την εναλλακτική προσέγγισης με μεθόδους bootstrap.

Οι έλεγχοι ακολουθούν την εξής διαδικασία:

- 1) Επιλογή ενός απλού AR υποδείγματος τάξης p και ένα σύνολο πιθανών τιμών threshold (z_{t-d} για διάφορες τιμές του d).
- 2) Ταξινόμηση του δείγματος σε σχέση με την τιμή του z_{t-d} από τις χαμηλότερες προς τις υψηλότερες τιμές της μεταβλητής αυτής
- 3) Για το Tsay και CUSUM έλεγχο λαμβάνουμε το ενδιάμεσο 80 % των ταξινομημένων παρατηρήσεων (για ένα break) και για τον έλεγχο sup Wald για δυο break τα δείγματα 5-30 % των παρατηρήσεων (για το πρώτο break) και 70 έως 95 % των παρατηρήσεων (για το δεύτερο break). 40% των παρατηρήσεων αφήνεται στο ενδιάμεσο regime.

Για το sup Wald χρησιμοποιούνται και η μεθοδολογία του Hansen αλλά και η bootstrapping μέθοδος.

Παρότι ο έλεγχος των Balke και Fomby (1997) βασίστηκε στην εύρεση και μελέτη της μακροχρόνιας σχέσης και αποτύπωσης αυτής έχουν πραγματοποιηθεί επεκτάσεις στο επίπεδο των Error Correction υποδειγμάτων με τα TVECM (Threshold Vector Error Correction Models) όπου η Μη Γραμμική Threshold συμπεριφορά αποτυπώνεται είτε στην παράμετρο διόρθωσης (error correction term, Granger and Lee 1989, Seo 2006) είτε και στις χρονικές υστερήσεις και στην σταθερά (Hansen and Seo 2002, Lo and Zivot 2001).

Η πρώτη αποτύπωση αυτού (με Μη Γραμμική συμπεριφορά να περιορίζεται στην παράμετρο διόρθωσης) είναι η κάτωθι (περίπτωση τριών regime):

$$\begin{bmatrix} \Delta y_t \\ \Delta x_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_y \\ c_x \end{bmatrix} + \left\{ \begin{bmatrix} \alpha_{y2} \\ \alpha_{x2} \end{bmatrix} ECT_{2,t-1} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta y_{t-1} \\ \Delta x_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_{y3} \\ \alpha_{x3} \end{bmatrix} ECT_{3,t-1} \right\} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{t,x} \\ \varepsilon_{t,y} \end{bmatrix} \quad \text{Εξίσωση 2-104.}$$

Οι Krishnakumar και Netto (2009) απόδειξαν το θεώρημα της συγκεκριμένης Error Correction αποτύπωσης (σε αναλογία του αντιπροσωπευτικού θεωρήματος του Granger) υπό την προϋπόθεση ότι η μήτρα των παραμέτρων a στο παραπάνω σύστημα να είναι διαγώνια.

³²⁹ Hansen, B.E. (1996). "Inference When a Nuisance Parameter is Not Identified Under the Null Hypothesis", *Econometrica*, 64, 413-430.

Το κριτήριο και ο έλεγχος της στασιμότητας για SETAR διαδικασίες περισσότερων χρονικών υστερήσεων δεν έχουν διατυπωθεί για αυτό συχνά οδηγούμαστε στην αποδοχή ασθενέστερων υποθέσεων για τον έλεγχο της στασιμότητας.

Οι Karetanios και Shin (2006) απαιτούν στασιμότητα στα εξωτερικά regimes/καταστάσεις (οι ρίζες του πολυώνυμου χρονικών υστερήσεων να είναι εκτός του μοναδιαίου κύκλου) ενώ οι Bec et al. (2004) βρίσκουν ασθενέστερες συνθήκες οι οποίες όμως έχουν λιγότερο προφανή ερμηνεία.

Εφαρμογή του ελέγχου Balke και Fomby σε πραγματικά δεδομένα

Αναπαράγουμε εδώ τον έλεγχο των Balke και Fomby για εύρεση Threshold συνολοκλήρωσης στις αποδόσεις των Federal Funds και του επιτοκίου δανεισμού³³⁰.

Οι Balke and Fomby αναφέρουν τα συγκεκριμένα μεγέθη σαν πιθανή περίπτωση εφαρμογής του ελέγχου Threshold συνολοκλήρωσης αφού περιλαμβάνονται στις «περιπτώσεις όπου ο φορέας άσκησης Νομισματικής Πολιτικής χειραγωγεί δυο διαφορετικά επιτόκια δανεισμού στα πλαίσια αυτής της Πολιτικής, συγκεκριμένα εδώ το Federal Reserve χειραγωγεί τις αποδόσεις των Fed Funds και του επιτοκίου δανεισμού.

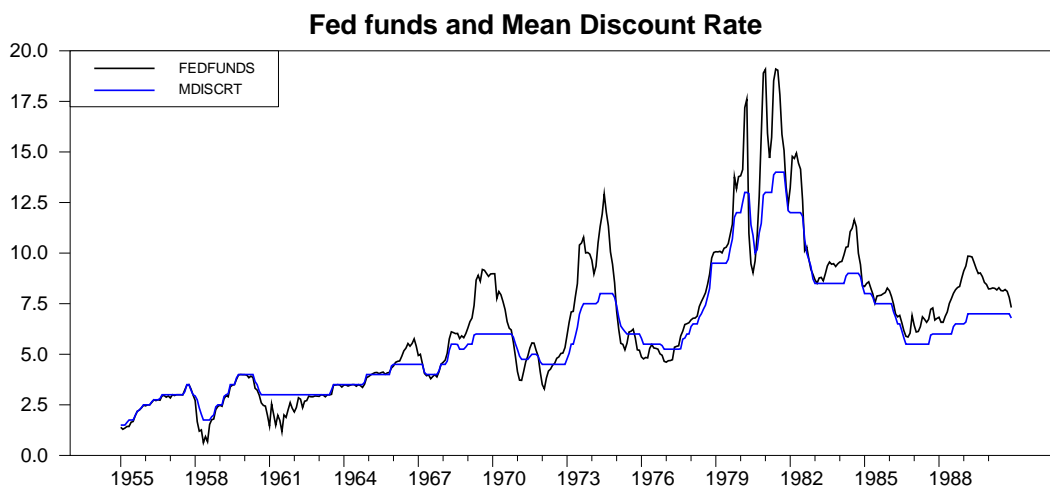
Αν το spread μεταξύ των δυο επιτοκίων γίνει πολύ μεγάλο, ο φορέας άσκησης Νομισματικής Πολιτικής παρεμβαίνει για να αλλάξει το ένα η και τα δυο επιτόκια για να αποφύγει να στείλει αντικρουόμενα μηνύματα σχετικά με την Νομισματική Πολιτική».

Το διάνυσμα συνολοκλήρωσης εδώ θεωρείται γνωστό a priori και ίσο με (1,-1) το οποίο και μας δίνει την μεταβλητή spread.

Τα μεγέθη που έχουμε στην διάθεση μας είναι οι αποδόσεις των Fed Funds (fedfunds), το μέσο Επιτόκιο Δανεισμού (mean discount rate- mdiscrt) και η διαφορά τους που είναι η μεταβλητή spread (fedfunds-mdiscrt).

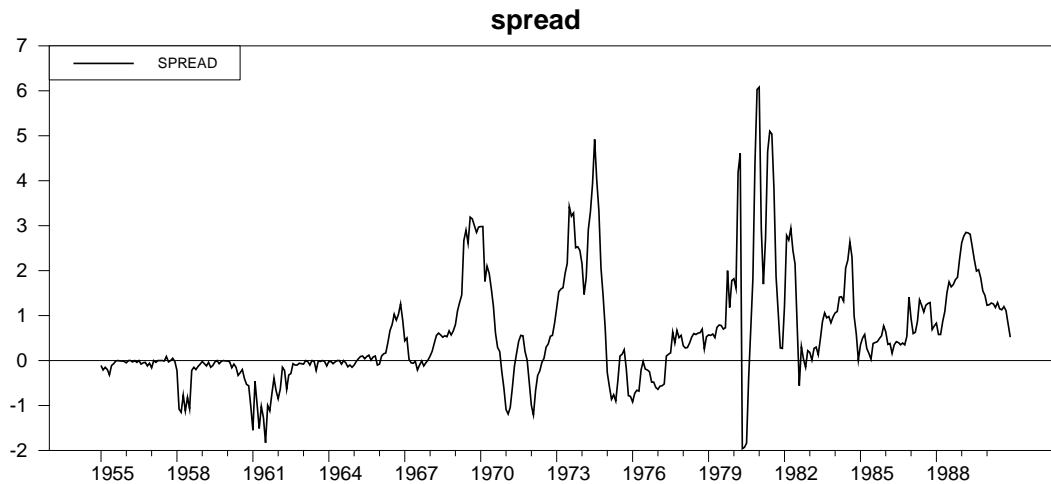
Τα στοιχεία που έχουμε στην διάθεση μας είναι στοιχεία των Η.Π.Α, μηνιαία για την περίοδο 1955-1990

Διάγραμμα 2-25. Τιμές των αποδόσεων των Ομολόγων της Fed και Μέσου Επιτοκίου Δανεισμού



³³⁰ RATS Handbook for Switching Models and Structural Breaks, Thomas A. Doan, Estima 2017

Διάγραμμα 2-26. Τιμές του Spread μεταξύ των δυο επιτοκίων



Η αναμενόμενη συμπεριφορά για τον Error Correction Term θα ήταν να είχε μικρές τιμές (σχεδόν μηδενικές) στο ενδιάμεσο band και μη μηδενικές στο άνω και κάτω regime (δηλαδή η διόρθωση να ενεργοποιείται μεταξύ των δυο μεγεθών όταν το spread ξεπεράσει θετικά η αρνητικά ένα συγκεκριμένο όριο).

Όπως και στις προηγούμενες εφαρμογές η πλήρης εικόνα του ελέγχου βρίσκεται στο αντίστοιχο παράρτημα.

1. Έλεγχος στασιμότητας των χρονοσειρών με τον έλεγχο ADF για τις τρεις υπό εξέταση σειρές. Τα αποτελέσματα του ελέγχου οδηγούν σε αδυναμία απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης (μη στασιμότητα) για τις σειρές Fedfunds και Mdiscret αλλά οδηγούν σε απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης (στασιμότητα) για την σειρά *Spread* σε 1% σημαντικότητα.
2. Έλεγχος του Tsay(1989) για εντοπισμό Threshold Μη Γραμμικότητας αλλά και επιλογή της χρονικής υστέρησης του *Spread* που θα αξιοποιηθεί ως Threshold μεταβλητή επιλέγοντας εκείνη η οποία δίνει την χαμηλότερη p-value του ελέγχου του Tsay (επιλέγεται η χρήση μια χρονικής υστέρησης στο *Spread* ως Threshold καθώς εκεί μεγιστοποιείται η τιμή της F και ελαχιστοποιείται το p-value). Βάση του παραπάνω ελέγχου και με την a priori επιλογή threshold μεταβλητής *Spread* χρησιμοποιούμε για την τιμή t ως threshold μεταβλητή την $Spread_{t-1}$
3. Έλεγχος της συμπεριφοράς του *Spread* (αναμένουμε να εμφανίζει συμπεριφορά μοναδιαίας ρίζας στις ενδιάμεσες τιμές του threshold και στάσιμη συμπεριφορά στις ακραίες τιμές όπως υπονοεί και η θεωρία) με την αποτύπωση των στατιστικών t του ελέγχου Dickey Fuller και της πορείας τους σε σχέση με τις τιμές της threshold μεταβλητής. Συγκεκριμένα ακολουθούμε τα εξής βήματα:

- Θέτουμε σαν threshold μεταβλητή την $Spread_{t-1}$

- Θέτουμε σε σειρά/κατάταξη την μεταβλητή $Spread$ σε σχέση με τις τιμές της $threshold$ μεταβλητής $Spread_{t-1}$
- Εκτιμούμε με την χρήση *recursive Least Squares* την εξίσωση $\Delta Spread = a + \rho Spread_{t-1} + \beta \Delta Spread_{t-1}$ όπου εδώ η μεταβλητή $Spread$ έχει πριν καταταχθεί στην σειρά που θέσαμε παραπάνω
- Εκτιμούμε την τιμή της στατιστικής t για την σημαντικότητα της ρ και αποθηκεύουμε την τιμή της για κάθε βήμα της RLS εκτίμησης.
- Αποτυπώνουμε διαγραμματικά τα αποτελέσματα, στον οριζόντια άξονα την τιμή του $threshold$ και στον κάθετο της τιμές της στατιστικής t

Διάγραμμα 2-27. Πορεία των τιμών της t στατιστικής σε σχέση με εναλλακτικές επιλογές για την τιμή του $Threshold$

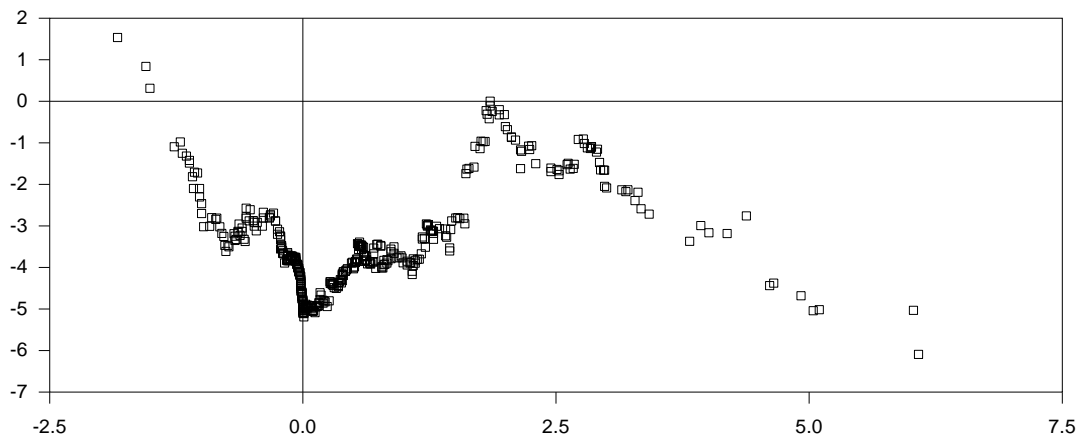


Figure 1. Recursive D-F T-Statistics
Arranged Autoregression from Low to High

Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Παρατηρώντας το παραπάνω διάγραμμα βλέπουμε ότι με την αύξηση των παρατηρήσεων στο αριστερό τμήμα του διαγράμματος η συμπεριφορά που αποτυπώνεται από την στατιστική DF είναι στάσιμης χρονοσειράς (απομάκρυνση της τιμής από την τιμή μηδέν) κάτι το οποίο αλλάζει όταν φτάνουμε κοντά στην τιμή $threshold$ ίση με 1 (όπου και αρχίζει και η αύξηση των τιμών της στατιστικής DF).

Η παραπάνω διαγραμματική αποτύπωση βοηθάει σε μια απεικόνιση της συμπεριφοράς της χρονοσειράς χωρίς όμως να μας δώσει συγκεκριμένες τιμές $threshold$ όπου η συμπεριφορά αλλάζει παρά μόνο διαισθητικά διαστήματα στα οποία επέρχεται η αλλαγή.

Αντίστοιχα η αποτύπωση γίνεται και για την αντίστροφη σειρά (κατάταξη δηλαδή σε σχέση με τις τιμές της $- Spread_{t-1}$).

Διάγραμμα 2-28. Πορεία των τιμών της στατιστικής t σε σχέση με τις τιμές της Threshold μεταβλητής

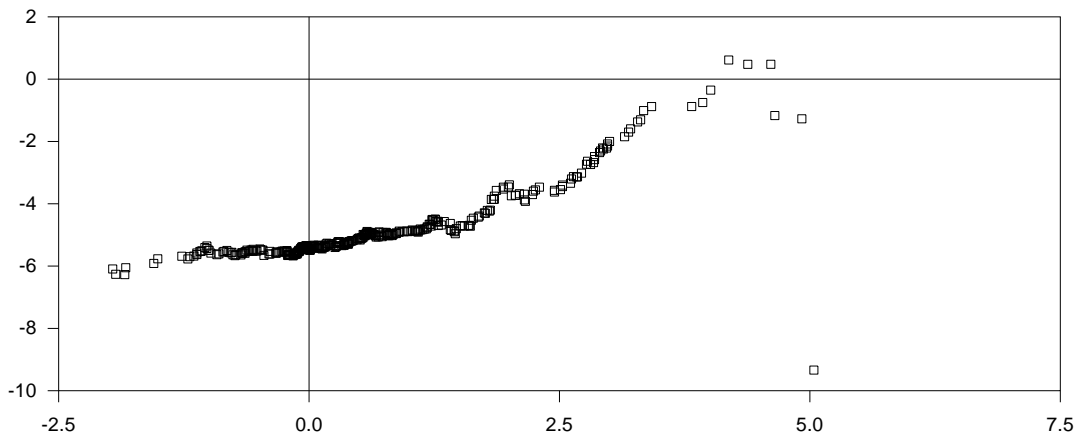


Figure 2. Recursive D-F T-Statistics
Arranged Autoregression from High to Low

Πηγή: Εκτιμήσεις μας

4. Έλεγχος για τον εντοπισμό των τιμών που η Threshold μεταβλητή προκαλεί αλλαγή Regime/κατάστασης

Υπενθυμίζουμε ότι στην περίπτωση ενός threshold η διαδικασία γίνεται με την αφαίρεση 15% πιθανών threshold παρατηρήσεων από την αρχή και το τέλος του δείγματος (trimming διαδικασία του δείγματος) για να γίνει δυνατός ο εντοπισμός ύπαρξης threshold σε κάθε regime.

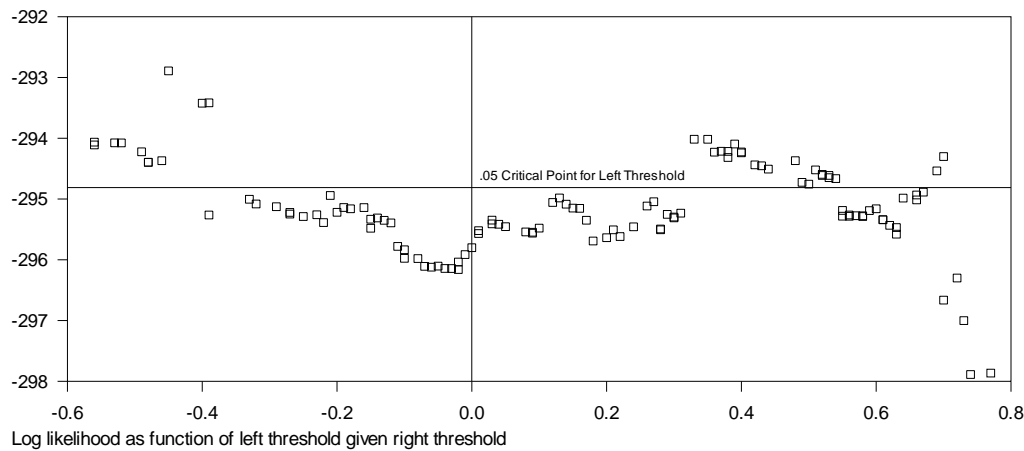
Στην συγκεκριμένη περίπτωση ο έλεγχος αφορά την εύρεση δυο τιμών threshold (υπενθυμίζουμε ότι η θεωρία υπονοεί την ύπαρξη τριών διαφορετικών regime/καταστάσεων και άρα την ύπαρξη δυο τιμών threshold που ενεργοποιούν την αλλαγή στην εκάστοτε συμπεριφορά της χρονοσειράς) και για την διαδικασία trimming ο έλεγχος αφαιρεί 15% των παρατηρήσεων στην αρχή και 30% των παρατηρήσεων στο τέλος (ώστε να υπάρχουν διαθέσιμες παρατηρήσεις και για την εύρεση του 2^{ου} threshold).

Για τις τιμές αυτές γίνεται ένα grid search το οποίο μεγιστοποιεί την τιμή της Log Likelihood με τις τιμές για τα πιθανά threshold να ελέγχονται για το πρώτο στο διάστημα (0.15,0.70) και για το δεύτερο threshold στο διάστημα (0.30,0.85) των πιθανών threshold.

Ο έλεγχος μας δίνει πιθανά Break στις τιμές -0.45 για το πρώτο Threshold και 1.45 για το δεύτερο.

Το παρακάτω διάγραμμα μας δίνει τις τιμές της Log Likelihood για διαφορετικές πιθανές τιμές του αριστερού Threshold κρατώντας την τιμή του δεξιού Threshold σαν δεδομένη.

Διάγραμμα 2-29. Τιμές της συνάρτησης πιθανοφάνειας για διαφορετικές τιμές του αριστερού Threshold θεωρώντας την τιμή του δεξιού Threshold δεδομένη



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

5. Εκτίμηση των γραμμικών υποδειγμάτων και του ECM

Γνωρίζοντας τις τιμές των Threshold προχωρούμε στην εκτίμηση του υποδείγματος για κάθε Regime και ελέγχουμε για ύπαρξη μοναδιαίας ρίζας.

$$\begin{aligned}
 & -0.32 + 0.56 * Spread_{t-1} - 0.07 * Spread_{t-2}, \quad Spread_{t-1} < -0.45 \\
 Spread_t = \{ & 0.01 + 1.42 * Spread_{t-1} - 0.43 * Spread_{t-2}, \quad -0.45 \leq Spread_{t-1} < 1.45 \\
 & 1.27 + 1 * Spread_{t-1} - 0.54 * Spread_{t-2}, \quad 1.45 < Spread_{t-1}
 \end{aligned}$$

Ελέγχοντας τις τιμές της DF οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι στο ενδιάμεσο Regime εμφανίζεται μη στάσιμη συμπεριφορά και μοναδιαία ρίζα όπως αναμενόταν από την θεωρία.

1 ^ο Regime	2 ^ο Regime	3 ^ο Regime
-3.11819	-0.39302	-4.96114

6. Εκτίμηση του ECM

Τέλος μπορούμε να προχωρήσουμε στην εκτίμηση του ECM και να προχωρήσουμε στην διεξαγωγή συμπερασμάτων:

Για το 1^ο regime η εκτίμηση μας δίνει τα κάτωθι αποτελέσματα

$$\begin{aligned}
 DFF_t &= -0.31 + 0.26 * DFF_{t-1} + 0.14 * DDR_{t-1} - 0.46 * Spread_{t-1} \\
 DDR_t &= +0.01 + 0.19 * DFF_{t-1} + 0.24 * DDR_{t-1} + 0.04 * Spread_{t-1}
 \end{aligned}$$

Στο 1^ο regime βλέπουμε ότι ο συντελεστής διόρθωσης (ECT) είναι πράγματι στατιστικά σημαντικός για την περίπτωση που εξαρτημένη μεταβλητή είναι η DFF (1^η διαφορά της μεταβλητής Federal Funds) και μάλιστα "διορθώνει" σε κάθε περίοδο το 46% της απόκλισης από την Μακροχρόνια Ισορροπία.

Σε αντίθεση η μεταβλητή DDR (1^η διαφορά της μεταβλητής Discount Rate) δεν φαίνεται να διορθώνεται σε σχέση με την ανισορροπία από την απόκλιση καθώς το discount rate φαίνεται να είναι ασθενώς εξωγενής μεταβλητή.

$$DFF_t = 0.01 + 0.76 * DFF_{t-1} - 0.15 * DDR_{t-1} - 0.001 * Spread_{t-1}$$

$$DDR_t = +0.001 + 0.33 * DFF_{t-1} + 0.21 * DDR_{t-1} + 0.01 * Spread_{t-1}$$

Στο ενδιάμεσο Regime βλέπουμε ότι πράγματι δεν πραγματοποιείται καμία διόρθωση (οι τιμές της παραμέτρου του ECT που είναι το $Spread\{1\}$ είναι μηδενικής σημαντικότητας και πολύ κοντά στην τιμή μηδέν υπονοώντας διόρθωση 1 τοις χιλίοις για την μεταβλητή DFF και 1 % για την DDR).

Η ερμηνεία είναι ότι όταν το $Spread\{1\}$ βρίσκεται σε αυτά τα επίπεδα ο μηχανισμός προσαρμογής στην ισορροπία παραμένει ανενεργός.

$$DFF_t = 1.38 + 0.49 * DFF_{t-1} + 0.65 * DDR_{t-1} - 0.60 * Spread_{t-1}$$

$$DDR_t = 0.17 + 0.09 * DFF_{t-1} + 0.11 * DDR_{t-1} - 0.04 * Spread_{t-1}$$

Τέλος στο 3ο Regime/Κατάσταση υπάρχει διόρθωση στο 60% της απόκλισης από την ισορροπία για κάθε χρονική περίοδο αλλά μόνο από την μεταβλητή DFF καθώς η DDR πάλι δεν φαίνεται να διορθώνει καθώς η σημαντικότητα του όρου διόρθωσης είναι εξαιρετικά μικρή και η διόρθωση μόλις 4% της απόκλισης ανά χρονική περίοδο.

Ένας ακόμα τρόπος ελέγχου και εύρεσης του Threshold μπορεί να γίνει ακολουθώντας την ίδια διαδικασία trimming που ακολουθήθηκε παραπάνω αλλά με τις τιμές Threshold να επιλέγονται εκεί που μεγιστοποιείται η Log Likelihood του προς εκτίμηση Vector Error Correction Model.

Στην συγκεκριμένη περίπτωση το ECM είναι το εξής:

$$\Delta FF_t = a_{0,1} + a_{1,1} \Delta FF_{t-1} + a_{2,1} \Delta DR_{t-1} + \rho_1 Spread_{t-1} + \varepsilon_{1,t}$$

$$\Delta DR_t = a_{0,2} + a_{2,1} \Delta FF_{t-1} + a_{2,2} \Delta DR_{t-1} + \rho_2 Spread_{t-1} + \varepsilon_{2,t}$$

Όπου

ΔFF_t οι πρώτες διαφορές των Federal Funds

ΔDR_t οι πρώτες διαφορές των Discount Rates

$Spread_{t-1}$ το Error Correction Term

Η συγκεκριμένη διαδικασία μας δίνει εκτιμήσεις Threshold τις τιμές 0,63 και 1,22.

Η εκτίμηση του VECM μας δίνει τα κάτωθι:

$$DFF_t = 0.02 + 0.27 * DFF_{t-1} + 0.08 * DDR_{t-1} - 0.10 * Spread_{t-1}$$

$$DDR_t = -0.003 + 0.21 * DFF_{t-1} + 0.22 * DDR_{t-1} - 0.015 * Spread_{t-1}$$

Στο 1^ο Regime (το οποίο περιλαμβάνει και το μεγαλύτερο μέρος των παρατηρήσεων, 278 από τις 430) παρατηρούμε ότι διόρθωση φαίνεται να συμβαίνει μόνο στην DFF η οποία είναι μάλλον "αργή" καθώς διορθώνεται το 10% περίπου της απόκλισης ανά χρονική περίοδο.

Στο ενδιάμεσο Regime (το οποίο περιλαμβάνει 53 παρατηρήσεις) παρατηρούμε ότι η σημαντικότητα των συντελεστών διόρθωσης είναι μηδενική (παραπέμπουμε στο αντίστοιχο παράρτημα) και άρα καμία διόρθωση δεν φαίνεται να πραγματοποιείται επαληθεύοντας την ύπαρξη Μοναδιαίας ρίζας και μη στάσιμης συμπεριφοράς στο ενδιάμεσο Regime.

$$DFF_t = -0.29 + 1.04 * DFF_{t-1} + 1.65 * DDR_{t-1} + 0.31 * Spread_{t-1}$$

$$DDR_t = 0.19 + 0.35 * DFF_{t-1} + 1.38 * DDR_{t-1} - 0.22 * Spread_{t-1}$$

Σημειώνεται ότι η μη σημαντικότητα της προσαρμογής ενισχύεται από το γεγονός ότι οι παράμετροι του Error Correction Term $Spread\{1\}$ έχουν λάθος πρόσημο οδηγώντας στο συμπέρασμα ότι αν ήταν στατιστικά σημαντικοί δεν θα οδηγούσαν σε διόρθωση αλλά σε απομάκρυνση από την ισορροπία.

Τέλος και όσον αφορά το 3^ο Regime/Κατάσταση

$$DFF_t = 0.92 + 0.43 * DFF_{t-1} + 0.75 * DDR_{t-1} - 0.46 * Spread_{t-1}$$

$$DDR_t = 0.13 + 0.09 * DFF_{t-1} + 0.10 * DDR_{t-1} - 0.03 * Spread_{t-1}$$

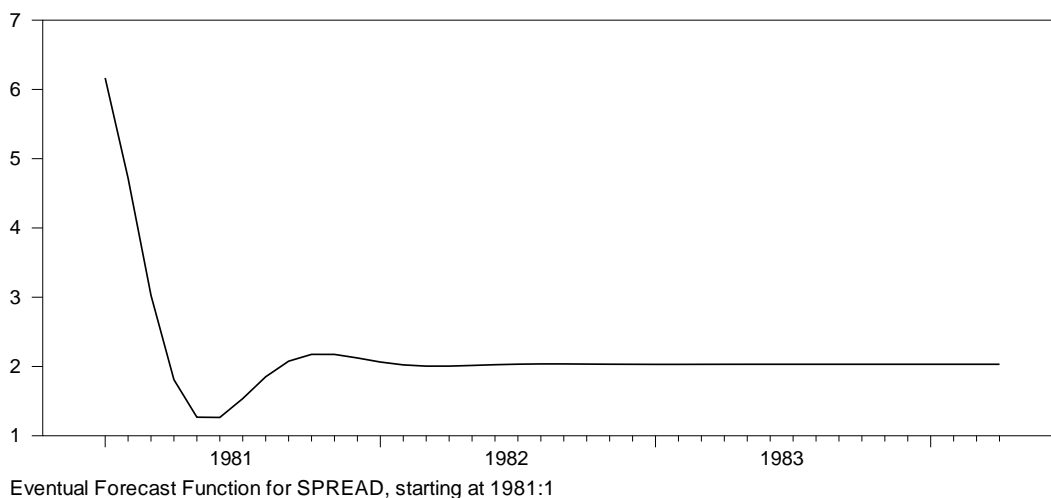
Η διόρθωση φαίνεται να συμβαίνει στο 3^ο Regime/Κατάσταση για την DFF και μάλιστα σε ποσοστό 46% της απόκλισης από την ισορροπία.

Αντίστοιχα για την DDR καταλήγουμε και εδώ (όπως και στην TAR υπόδειγμα που ακολουθήσαμε πιο πριν) ότι είναι ασθενώς εξωγενής καθώς δεν λαμβάνει μέρος στην προσαρμογή μέσω του Error Correction μηχανισμού (ο οποίος και στην εξίσωση της DDR δεν είναι στατιστικά σημαντικός).

Μετά την προτυποποίηση μπορούμε να προχωρήσουμε σε διαδικασία πρόβλεψης για το VECM υπόδειγμα.

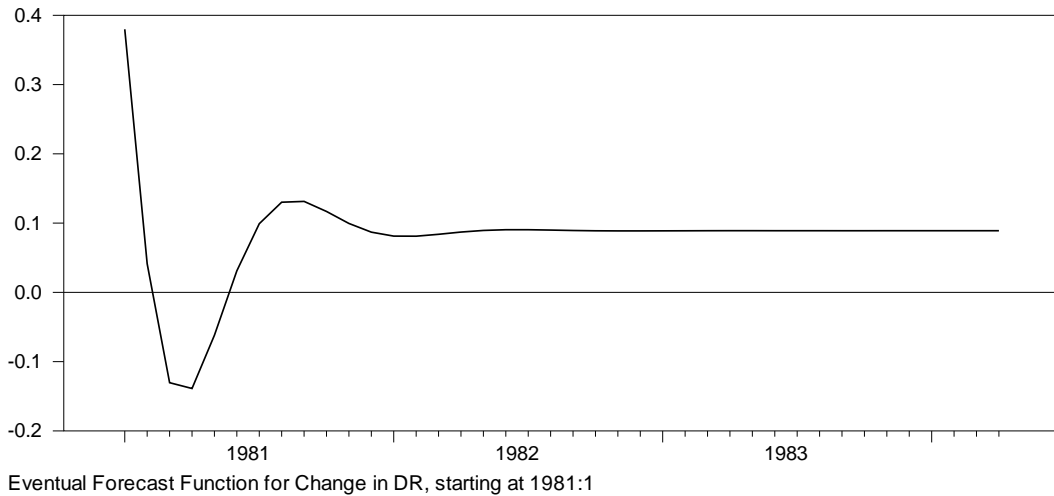
Το παρακάτω σχήμα αποτελεί μία πιθανή πορεία που μπορεί να λάβει το σύστημα και όχι την πρόβλεψη που ελαχιστοποιεί το mean square error.

Διάγραμμα 2-30. Πρόβλεψη για την τιμή του Spread από τον Ιανουάριο του 1981 και για 40 βήματα (μήνες)



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

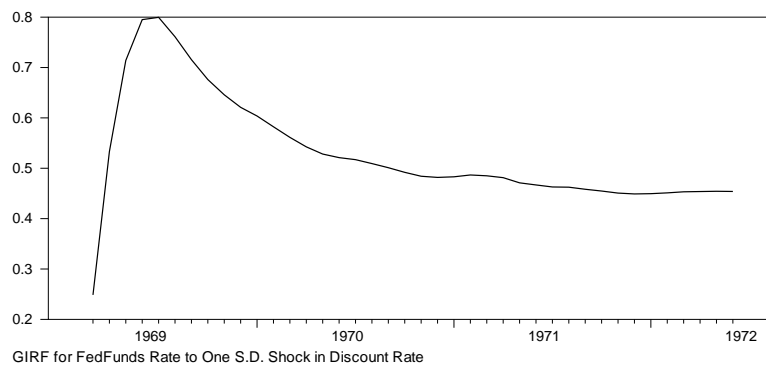
Διάγραμμα 2-31. Πρόβλεψη για την τιμή του DR από τον Ιανουάριο του 1981 και για 40 βήματα (μήνες)



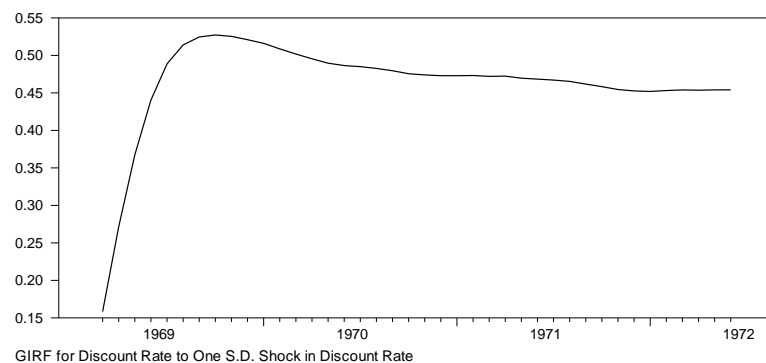
Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Τέλος μπορούμε να λάβουμε και την GIRF (Generalized Impulse Response Function) για σοκ μιας τυπικής απόκλισης την στιγμή 1969:3 στο Discount Rate. Η διαδικασία γίνεται για 40 βήματα και το averaging για 5000 επαναλήψεις.

Διάγραμμα 2-32. Generalized Impulse Response Function για τις αποδόσεις των ομολόγων της Fed μετά από σοκ μιας τυπικής απόκλισης στο DR

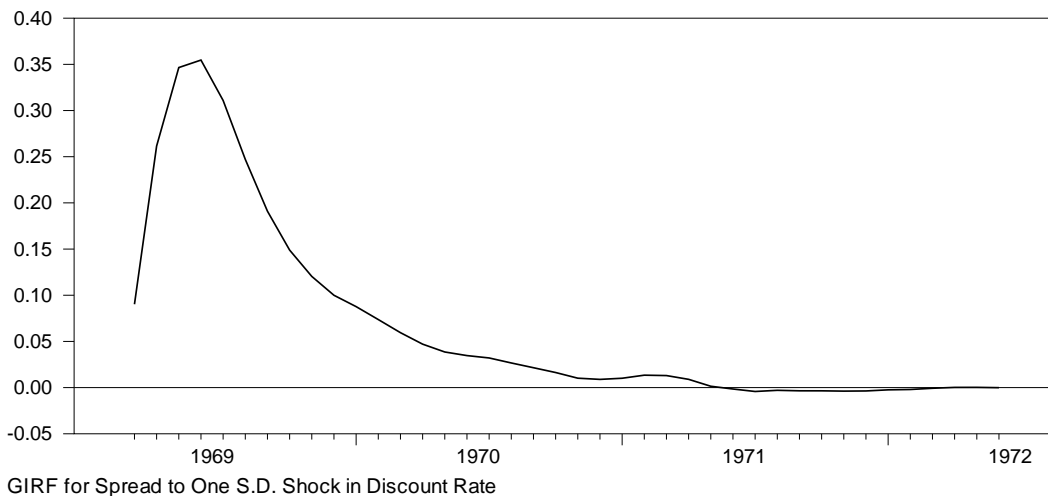


Διάγραμμα 2-33. Generalized Impulse Response Function για τις αποδόσεις του DR μετά από σοκ μιας τυπικής απόκλισης στο DR



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Διάγραμμα 2-34. Generalized Impulse Response Function για την τιμή του Spread μετά από σοκ μιας τοπικής απόκλισης στο DR



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

5. Threshold Cointegration Hansen and Seo two regime³³¹

Σε ένα από τα βασικότερα θέματα που πρέπει να αντιμετωπίσουμε στον έλεγχο Threshold συνολοκλήρωσης αφορά η παρουσία η όχι threshold συμπεριφοράς (μηδενική υπόθεση γραμμικότητας).

Οι Balke and Fomby (1997) πρότειναν την εφαρμογή του ελέγχου των Hansen (1996) και Tsay (1989) στην παράμετρο διόρθωσης (Error Correction Term) το οποίο αποτελεί και το κατάλοιπο του διανύσματος συνολοκλήρωσης. Αυτό είναι εφαρμόσιμο όταν το διάνυσμα συνολοκλήρωσης είναι γνωστό αλλά οι Balke and Fomby δεν μας παρέχουν μια θεωρία για την περίπτωση που θέλουμε να εκτιμήσουμε την σχέση συνολοκλήρωσης.

Οι Hansen και Seo επέκτειναν την βιβλιογραφία εξετάζοντας την περίπτωση άγνωστου διανύσματος συνολοκλήρωσης σε αναλογία με την περίπτωση των Balke και Fomby (Vector Error Correction model με ένα διάνυσμα συνολοκλήρωσης και το threshold effect στον Error Correction term με δυο regimes/καταστάσεις).

Προτείνει μια μέθοδο εκτίμησης με Μέγιστη Πιθανοφάνεια για το Threshold υπόδειγμα (το οποίο περιλαμβάνει grid search βασιζόμενο σε μια πρώτη γραμμική εκτίμηση του διανύσματος συνολοκλήρωσης, το grid search γίνεται στα threshold και στο διάνυσμα συνολοκλήρωσης) και παρουσιάζει έναν έλεγχο για την παρουσία threshold effect (με μηδενική υπόθεση την μη ύπαρξη threshold και άρα την λύση του VECM).

Ο έλεγχος αφορά στην χρήση ενός sup-LM τεστ ενός γραμμικού VECM ενάντια στην Threshold VECM εναλλακτική με δυο regime/καταστάσεις.

³³¹ Testing for two – regime threshold cointegration in vector error- correction models. Bruce E. Hansen, Byeongseon Seo. Journal of Econometrics 110 (2002) 293-318

Στην περίπτωση αγνώστου διανύσματος συνολοκλήρωσης ο έλεγχος για την sup-LM μέγιστη τιμή μπορεί να γίνει για το διμετάβλητο TVECM:

$$\begin{bmatrix} \Delta y_t \\ \Delta x_t \end{bmatrix} = \begin{cases} \begin{bmatrix} c_{y1} \\ c_{x1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_{y1} \\ \alpha_{x1} \end{bmatrix} ECT_{t-1} + B_{11} \begin{bmatrix} \Delta y_{t-1} \\ \Delta x_{t-1} \end{bmatrix} + \dots + B_{p1} \begin{bmatrix} \Delta y_{t-p} \\ \Delta x_{t-p} \end{bmatrix} + \varepsilon_{t,x}, z_{t-1}(\beta) \leq \gamma \\ \begin{bmatrix} c_{y2} \\ c_{x2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_{y2} \\ \alpha_{x2} \end{bmatrix} ECT_{t-1} + B_{12} \begin{bmatrix} \Delta y_{t-1} \\ \Delta x_{t-1} \end{bmatrix} + \dots + B_{p2} \begin{bmatrix} \Delta y_{t-p} \\ \Delta x_{t-p} \end{bmatrix} + \varepsilon_{t,y}, z_{t-1}(\beta) > \gamma \end{cases} \quad \text{Εξίσωση 2-105.}$$

Όπου $z_{t-1} = ECT_{t-1}$ η ανισορροπία από την σχέση συνολοκλήρωσης (το β) υποδηλώνει την εξάρτηση του από την εκτίμηση τους διανύσματος της παλινδρόμησης).

Για ευκολία αποτύπωσης της σχέσης η παραπάνω σχέση μπορεί να γραφεί ως :

$$\begin{aligned} \Delta \eta_t &= \begin{cases} A_1' \Gamma_{t-1}(\beta) + \varepsilon_t, z_{t-1}(\beta) \leq \gamma \\ A_2' \Gamma_{t-1}(\beta) + \varepsilon_t, z_{t-1}(\beta) > \gamma \end{cases} \\ \eta_t &= [y_t, x_t] \\ \Gamma_{t-1}(\beta) &= [1, z_{t-1}, \Delta x_{t-1}, \Delta x_{t-2}, \dots, \Delta x_{t-p}, \Delta y_{t-1}, \Delta y_{t-2}, \dots, \Delta y_{t-p}] \\ A_i &= (c_{yi}, c_{xi}, a_{ix}, a_{iy}, B_{pi}), i = 1, 2 \end{aligned} \quad \text{Εξίσωση 2-106.}$$

Αν θεωρήσουμε ως $A_1 = C_1, a_{1x}, a_{1y}, B_{1i}$ και αντίστοιχα $A_2 = C_2, a_{2x}, a_{2y}, B_{2i}$ τότε η μηδενική υπόθεση είναι $A_1 = A_2$ και η απόρριψη αυτής είναι η $A_1 \neq A_2$.

Το παραπάνω σύστημα ερμηνεύεται ως ύπαρξη δυο διαφορετικών μητρών A_1 και A_2 οι οποίες περιγράφουν την δυναμική του συστήματος σε σχέση με την τιμή που λαμβάνει το ECT σε σχέση με μια συγκεκριμένη τιμή γ που είναι η threshold τιμή.

Για την εκτίμηση των παραμέτρων β και γ (παραμέτρος διανύσματος συνολοκλήρωσης και εκτίμηση του Threshold αντίστοιχα) οι Hansen και Seo προτείνουν μια μέθοδο εκτίμησης με Μέγιστη Πιθανοφάνεια του υποδείγματος, χρησιμοποιώντας μια grid search διαδικασία η οποία μεγιστοποιεί την nonsmooth likelihood function που προτείνουν.

Για να έχουμε λογικά διαστήματα ελέγχου για το grid search προτείνεται να γίνει στην βάση τις αρχικές εκτιμήσεις του γραμμικού υποδείγματος.

$$z_t = y_t - \beta x_t$$

$$\alpha_i' = (\alpha_{i1}, \alpha_{i2}), i = x, y$$

$$B_i' = (B_{1,i}, \dots, B_{p,i}) i = 1, 2$$

Ο Hansen Seo εκτιμητής ακολουθεί την εξής συνάρτηση Πιθανοφάνειας

$$L(A_1, A_2, \Sigma, \beta, \gamma) = -\frac{T}{2} \log |\Sigma| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t'(\alpha_i', B_i', \beta, \Sigma, \gamma) \Sigma^{-1} \varepsilon_t(A_1, A_2, \beta, \gamma) \sum_{t=1}^T \varepsilon_t(A_1, A_2, \beta, \gamma) \Sigma^{-1} \varepsilon_t(A_1, A_2, \beta, \gamma)$$

Όπου

$$\varepsilon_t(A_1, A_2, \beta, \gamma) = \Delta\eta_t - A_1\Gamma_{t-1}(\beta)d_{1t}(\beta, \gamma) - A_2\Gamma_{t-1}(\beta)d_{2t}(\beta, \gamma)$$

Εξίσωση 2-107.

με

$$d_{1t}(\beta, \gamma) = 1, (z_{t-1}(\beta) \leq \gamma)$$

$$d_{2t}(\beta, \gamma) = 1, (z_{t-1}(\beta) > \gamma)$$

Η μεγιστοποίηση της συγκεκριμένης συνάρτησης είναι δυνατή αν οι παράμετροι (A_1, A_2, Σ) εκτιμώνται κρατώντας συγκεκριμένες τιμές για τις παραμέτρους (β, γ) , οδηγούμενοι έτσι σε έναν υπό περιορισμό εκτιμητή μέγιστης πιθανοφάνειας ο οποίος είναι αντίστοιχο των OLS παλινδρομήσεων της Δy_t (αντίστοιχα της Δx_t) στο z_{t-1} και στις χρονικές υστερήσεις των $\Delta y_t, \Delta x_t$ για συγκεκριμένες τιμές των β και γ , σε υποδείγματα τα οποία χωρίζει η τιμή του σφάλματος ισορροπίας σε σχέση με το threshold γ (δυο καταστάσεις/regime στο παρόν).

$$A_1(\beta, \gamma) = \left(\sum_{t=1}^n \Gamma_{t-1}(\beta) \Gamma_{t-1}(\beta)' d_{1t}(\beta, \gamma) \right)^{-1} \left(\sum_{t=1}^n \Gamma_{t-1}(\beta) \Delta\eta_t' d_{1t}(\beta, \gamma) \right)$$

$$A_2(\beta, \gamma) = \left(\sum_{t=1}^n \Gamma_{t-1}(\beta) \Gamma_{t-1}(\beta)' d_{2t}(\beta, \gamma) \right)^{-1} \left(\sum_{t=1}^n \Gamma_{t-1}(\beta) \Delta\eta_t' d_{2t}(\beta, \gamma) \right)$$

Εξίσωση 2-108.

$$\varepsilon_t(\beta, \gamma) = \varepsilon_t(A_1(\beta, \gamma), A_2(\beta, \gamma), \beta, \gamma) \text{ και}$$

$$\Sigma(\beta, \gamma) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \varepsilon_t(\beta, \gamma) \varepsilon_t(\beta, \gamma)'$$

Χρησιμοποιούνται στην concentrated Πιθανοφάνεια

$$L(\beta, \gamma) = L(\beta, \gamma, A_1(\beta, \gamma), A_2(\beta, \gamma), \Sigma(\beta, \gamma)) = -\frac{T}{2} \log |\Sigma(\beta, \gamma)| - T \frac{p}{2}$$

Εξίσωση 2-109.

Όπου p ο αριθμός των μεταβλητών στο η_t

Ο εκτιμητής ελαχιστοποιεί το $\log |\Sigma(\beta, \gamma)|$ υπό τον περιορισμό ότι η πιθανότητα των παρατηρήσεων να είναι κάτω ή πάνω από το threshold ακολουθεί την παρακάτω μορφή:

$$\pi_0 \leq P(z_{t-1} \leq \gamma) \leq 1 - \pi_0$$

Το οποίο ουσιαστικά αποτελεί τις τιμές του όρου σφάλματος που αφήνουμε στην αρχή και το τέλος για την εκτίμηση.

Για τον υπολογισμό του Grid στο οποίο θα γίνει η έρευνα για την επιλογή των παραμέτρων οι Hansen και Seo προτείνουν τον ορισμό της περιοχής αυτής βασιζόμενοι στην εκτίμηση του β η οποία προκύπτει από το γραμμικό υπόδειγμα.

Θέτουμε $\tilde{z}_{t-1} = z_{t-1}(\beta)$ όπου β η γραμμική εκτίμηση, $[\gamma_L, \gamma_U]$ λαμβάνεται από τις τιμές του $z_{t-1}(\beta)$ και με την κατασκευή ενός grid χωρισμένου σε ίσα διαστήματα.

Το $[\beta_L, \beta_U]$ αποτελεί ένα μεγάλο διάστημα εμπιστοσύνης για την γραμμική εκτίμηση (π.χ. βασισμένο στην προσέγγιση ασυμπτωτικής κανονικής κατανομής) και με την κατασκευή ενός grid επίσης χωρισμένου σε ίσα διαστήματα.

Η grid search εξετάζει όλα τα ζευγάρια (β, γ) που βρίσκονται στα επιλεγμένα grids $[\gamma_L, \gamma_U]$ και $[\beta_L, \beta_U]$.

Συνοψίζοντας τα βήματα είναι τα εξής:

1. Κατασκευή των grid $[\gamma_L, \gamma_U]$ και $[\beta_L, \beta_U]$ βασιζόμενο στην γραμμική εκτίμηση του διανύσματος συνολοκλήρωσης
2. Για κάθε τιμή (β, γ) υπολογίζουμε τα $A_1(\beta, \gamma), A_2(\beta, \gamma), \Sigma(\beta, \gamma)$ όπως τα ορίσαμε παραπάνω
3. Εύρεση των τιμών (β, γ) ως τιμές των (β, γ) στο grid που ελαχιστοποιούν την τιμή της $\log |\Sigma(\beta, \gamma)|$
4. Θέτουμε $\Sigma = \Sigma(\beta, \gamma), A_1 = A_1(\beta, \gamma), A_2 = A_2(\beta, \gamma), \varepsilon_t = \varepsilon_t(\beta, \gamma)$

Οι Hansen και Seo μας εφιστούν την προσοχή στο βήμα 3 αφού δεν υπάρχει κάποια εγγύηση ότι οι τιμές (β, γ) που ελαχιστοποιούν την $\log |\Sigma(\beta, \gamma)|$ είναι μοναδικές, αφού η \log likelihood συνάρτηση δεν είναι smooth και hill climbing αλγόριθμοι δεν είναι κατάλληλοι για την μεγιστοποίηση της.

Οι Hansen και Seo μας προμηθεύουν έναν τρόπο ελέγχου της υπόθεσης:

$$H_0 : A_1 = A_2$$

$$H_1 : A_1 \neq A_2$$

Η αλλιώς

$$H_0 : \Delta \eta_t = A' \Gamma_{t-1}(\beta) + \varepsilon_t$$

$$H_1 : \Delta \eta_t = A_1' \Gamma_{t-1}(\beta) d_{1t}(\beta, \gamma) + A_2' \Gamma_{t-1}(\beta) d_{2t}(\beta, \gamma) + \varepsilon_t$$

Η H_0 λοιπόν αφορά την περίπτωση γραμμικής συνολοκλήρωσης ενώ η H_1 αφορά στην περίπτωση Μη Γραμμική συνολοκλήρωσης με δυο regime/καταστάσεις.

$$SupLM = \sup_{\gamma_L \leq \gamma \leq \gamma_U} LM(\beta, \gamma)$$

όπου $[\gamma_L, \gamma_U]$ είναι το διάστημα έρευνας για την παράμετρο γ το οποίο τίθεται μέσα σε ένα ποσοστό από το οποίο εξάγουμε ένα ποσοστό π_0 (συνήθως 10%) από την αρχή και το τέλος του διαστήματος.

Τέλος οι Hansen και Seo προτείνουν δυο bootstrapping τεχνικές για τον υπολογισμό των p-values του supLm ελέγχου:

1. Fixed regressor bootstrap
2. Residual bootstrap

(και στις δυο περιπτώσεις γίνεται υπολογισμός με 5000 εξομοιωμένες επαναλήψεις).

Απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση της γραμμικής συνολοκλήρωσης αν οι bootstrapping p-values είναι μικρότερες από αυτές του δείγματος.

Αν απορριφθεί η μηδενική υπόθεση καταλήγουμε ότι το TVECM είναι το πιο κατάλληλο και μπορούμε να ελέγξουμε για ασύμμετρη συμπεριφορά.

Για αυτό χρησιμοποιούμε ένα έλεγχο τύπου Wald για την ισότητα των συντελεστών των ECT στα δυο regimes.

$$\alpha_{y1} = \alpha_{y2}$$

$$\alpha_{x1} = \alpha_{x2}$$

Θεωρούμε σημαντικό κρίνοντας να αποτυπώσουμε με ένα παράδειγμα την μεθοδολογία υπολογισμού κριτικών τιμών των Hansen και Seo (bootstrap p-values).

1. Εκτιμούμε με OLS την μακροχρόνια σχέση $y_t = a_1 + \beta_1 x_t + \varepsilon_{1t}$ και λαμβάνουμε τις εκτιμήσεις a_1 και β_1
2. Παράγουμε την bootstrap σειρά y_t^* ως $y_t^* = a_1 + \beta_1 x_t + v_{1t}^*$ όπου v_{1t}^* είναι μια random walk διαδικασία με τυπική απόκλιση ίση με την εκτίμηση της τυπικής απόκλισης των καταλοίπων ε_{1t} από το δείγμα μεγέθους T.
3. Επανεκτίμηση της μακροχρόνιας σχέσης του βήματος (1) με την χρήση όμως της y_t^* σε σχέση με τις πραγματικές τιμές της x_t και εκτίμηση των νέων καταλοίπων ε_{1t}^*
4. Με την χρήση των νέων εκτιμήσεων (ε_{1t}^*) εκτιμούμε το threshold υπόδειγμα και υπολογίζουμε την bootstrap LM στατιστική για την μηδενική υπόθεση ισότητας των συντελεστών για κάθε μια τιμή του διαστήματος grid search (συνήθως αποκλείοντας 15% των αρχικών και τελικών παρατηρήσεων)
5. Εκτίμηση της

$$SupLM = \sup_{\gamma_L \leq \gamma \leq \gamma_U} LM(\beta, \gamma)$$

6. Επανάληψη των βημάτων 2 έως 4 για μια σειρά κάποιων χιλιάδων bootstrap επαναλήψεων (συνήθως 5000) και υπολογισμός της bootstrap p-value ως το ποσοστό των παρατηρήσεων της SupLM οι οποίες ξεπερνάνε τις τιμές των παρατηρηθέντων τιμών που παράξαμε παραπάνω.

Εφαρμογή του ελέγχου των Hansen Seo σε πραγματικά δεδομένα

Ακολουθούμε το παράδειγμα των Hansen και Seo και εφαρμόζουμε τον έλεγχο στις μηνιαίες αποδόσεις των δεδομένων που προμήθευσαν οι McCulloch και Kwon(1993)³³² και αφορούν έλεγχο σχέσης αποδόσεων μεταξύ ομολόγων(zero coupon) διαφορετικής λήξης³³³.

³³² J. Huston McCulloch, Heon-Chul Kwon "U.S. Term Structure Data, 1947-1991" Ohio State University. Department of Economics (1993)

³³³ Rats Handbook for Switching Models and Structural Breaks, Thomas A. Doan, Estima 2017

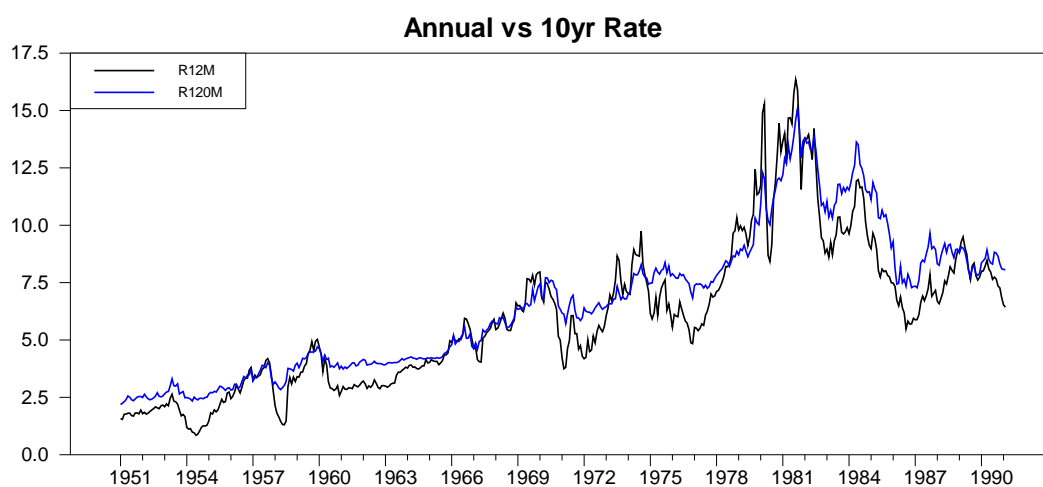
Τα δεδομένα που έχουμε στην διάθεση μας είναι από το 1951 έως το 1991 και είναι σε μηνιαία βάση. Για την πλήρη παρουσίαση της διαδικασίας των Hansen Seo

Χρησιμοποιούμε το κριτήριο supLM με fixed Regressor Bootstrapping για 250 και 2500 επαναλήψεις για την παραγωγή των κριτικών τιμών.

P-values με fixed Regressor Bootstrapping 250 επαναλήψεων		P-values με fixed Regressor Bootstrapping 2500 επαναλήψεων	
Μεταβλητές υπό εξέταση	p-value	Μεταβλητές υπό εξέταση	p-value
Test of R1M and R2M	0.04400	Test of R1M and R2M	0.05000
Test of R1M and R3M	0.01600	Test of R1M and R3M	0.01280
Test of R1M and R6M	0.07600	Test of R1M and R6M	0.05360
Test of R3M and R6M	0.00800	Test of R3M and R6M	0.01160
Test of R3M and R12M	0.05600	Test of R3M and R12M	0.04000
Test of R3M and R120M	0.14800	Test of R3M and R120M	0.18760
Test of R12M and R24M	0.19600	Test of R12M and R24M	0.21800
Test of R12M and R120M	0.01600	Test of R12M and R120M	0.00880
Test of R24M and R120M	0.17600	Test of R24M and R120M	0.17760

Για τον έλεγχο επιλέγουμε από τα πιθανά ζεύγη τα R12M (1 έτους) και R120M (10ετούς).

Διάγραμμα 2-35. Αποδόσεις ετήσιων και αποδόσεις 10ετών Ομολόγων

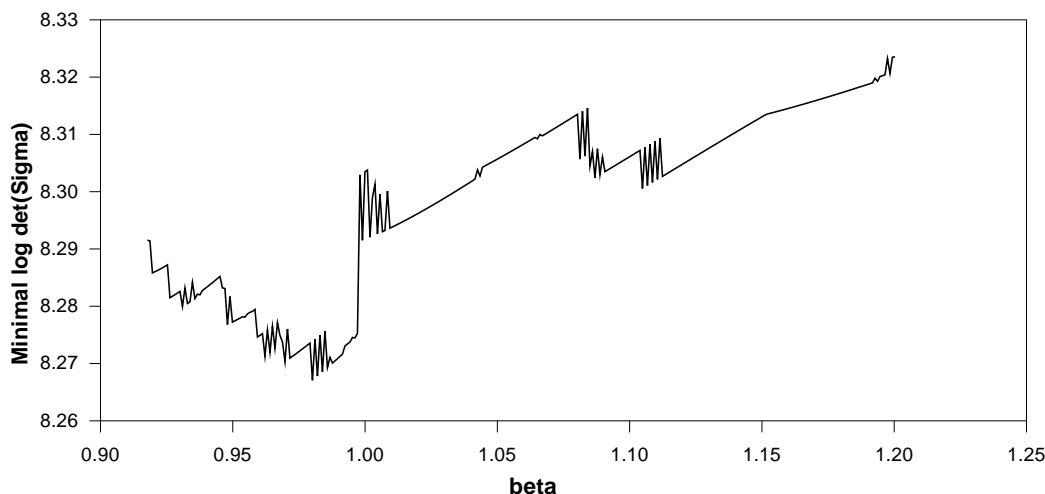


Πηγή: McCulloch και Kwon(1993)³³⁴

Το grid search που γίνεται στο διάστημα $[\beta_L, \beta_U]$ με κριτήριο την ελαχιστοποίηση του $\log |\Sigma(\beta, \gamma)|$ αποτυπώνεται στο παρακάτω διάγραμμα (βήμα 3 της διαδικασίας τον Hansen Seo).

³³⁴ J. Huston McCulloch, Heon-Chul Kwon "U.S. Term Structure Data, 1947-1991" Ohio State University. Department of Economics (1993)

Διάγραμμα 2-36. Grid search για την εύρεση της τιμής της παραμέτρου β που θα χρησιμοποιήσουμε στην εκτίμηση



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Το grid search επιλέγει τιμή για το β το 0.980124 και τιμή για το γάμμα (threshold) το -0.591760

Το VECM που εκτιμάται είναι το εξής:

$$\Delta R120m = \begin{cases} 0.539352 + 0.350110W_{t-1} + 0.346754\Delta R120m_{t-1} - 0.173719\Delta R12m_{t-1} + \varepsilon_{1t}, & W_{t-1} \leq -0.59176 \\ 0.009169 - 0.023766W_{t-1} - 0.076720\Delta R120m_{t-1} + 0.093377\Delta R12m_{t-1} + \varepsilon_{1t}, & W_{t-1} > -0.59176 \end{cases}$$

$$\Delta R12m = \begin{cases} 1.418861 + 1.440766W_{t-1} + 0.896139\Delta R120m_{t-1} - 0.027975\Delta R12m_{t-1} + \varepsilon_{2t}, & W_{t-1} \leq -0.59176 \\ -0.03521 + 0.042796W_{t-1} - 0.070684\Delta R120m_{t-1} + 0.230508\Delta R12m_{t-1} + \varepsilon_{2t}, & W_{t-1} > -0.59176 \end{cases}$$

Τα $\Delta R120m$ και $\Delta R12m$ φαίνεται να μην διορθώνονται προς την ισορροπία στο Regime 2 το οποίο έχει το μεγαλύτερο μέρος των παρατηρήσεων (419 συνολικά).

Στο 1ο Regime (όπου το $\Delta R120m$ είναι αρκετά μικρότερο του $\Delta R12m$) εμφανίζεται Error Correction μηχανισμός στην εξίσωση του $\Delta R12m$ αλλά και σχετικά σημαντικός ECT στην εξίσωση του $\Delta R120m$.

Για την πλήρη διαδικασία σας παραπέμπουμε στο αντίστοιχο Παράρτημα.

6. Seo (2006)

Ο Seo μας παρέχει έναν έλεγχο με μηδενική υπόθεση την μη ύπαρξη συνολοκλήρωσης ενάντια στην εναλλακτική ενός TVECM με τρία regime/ καταστάσεις.

Το υπόδειγμα έχει το "μέσο" regime να μην πραγματοποιεί προσαρμογή και να μην λαμβάνεται υπόψη, και χρονικές υστερήσεις κοινές σε όλα τα regime

$$\Delta x_t = \mu + \begin{bmatrix} \alpha_1 ECT_{1,t-1} \\ \alpha_3 ECT_{3,t-1} \end{bmatrix} + C_1 \Delta x_{t-1} + \dots + C_p \Delta x_{t-p} + \varepsilon_t \quad \text{Εξίσωση 2-110.}$$

Η μηδενική υπόθεση είναι η $\alpha_1 = \alpha_3 = 0$ και η εναλλακτική ότι είναι διαφορές του μηδενός. Ο έλεγχος sup-Wald που προτείνεται δεν εξαρτάται από nuisance παραμέτρους και μας παρέχει τις κριτικές τιμές. Επειδή η χρήση της ασυμπτωτικής κατανομής δεν αποδίδει επαρκώς σε μικρά δείγματα ο Seo προτείνει την χρήση μιας residual based bootstrap η οποία δείχνει ότι είναι ασυμπτωτικά συνεπής.

7. Gonzalo Pitarakis (2005) / Krischnakumar and Netto (2009) external variable for threshold

Οι παραπάνω συγγραφείς (σε διαφορετικές δημοσιεύσεις) μελέτησαν την περίπτωση η μεταβλητή μετάβασης μεταξύ των διαφορετικών καταστάσεων να είναι μια εξωγενής μεταβλητή και όχι οι ίδια η απόκλιση από την ισορροπία.

Οι συνέπειες της κίνησης αυτής είναι σημαντικές αφού οι συνθήκες για στασιμότητα είναι διαφορετικές, η εκτίμηση ευκολότερη και ο έλεγχος πιο περιορισμένος.

8. Gonzalo and Pitarakis (2006)³³⁵

Οι συγγραφείς προτείνουν έναν έλεγχο με μηδενική υπόθεση της ύπαρξη γραμμικής συνολοκλήρωσης και εναλλακτική την ύπαρξη threshold συνολοκλήρωσης

$$\begin{aligned} y_t &= a_0 + a_1 x_t + \varepsilon_t \\ y_t &= (a_0 + a_1 x_t) + (\lambda_0 + \lambda_1 x_t) I(z_{t-d} > \gamma) + \varepsilon_t \\ x_t &= x_{t-1} + v_t \end{aligned} \quad \text{Εξίσωση 2-111.}$$

ε_t, v_t είναι στάσιμες, z_{t-d} είναι μια επίσης στάσιμη threshold μεταβλητή με d χρονικές υστερήσεις, και $I(z_{t-d} > \gamma)$ είναι η Indicator συνάρτηση η οποία

$$I(z_{t-d} > \gamma) = \begin{cases} 1 & z_{t-d} > \gamma \\ 0 & z_{t-d} \leq \gamma \end{cases}$$

³³⁵ GONZALO, J. AND J. PITARAKIS (2006). Threshold Effects in Cointegrating Relationships, Oxford Bulletin of Economics and Statistics, 68 (Supplement), 813-833.

Οι συγγραφείς λαμβάνουν δηλαδή προς μελέτη μια διαφορετική κατεύθυνση στην οποία η ίδια η σχέση συνολοκλήρωσης παρουσιάζει threshold συμπεριφορές ενώ η συμπεριφορά της προσαρμογή στην ισορροπία είναι γραμμική.

Στην περίπτωση όπως βλέπουμε η x_t λαμβάνεται σαν I(1) και η y_t σαν SETAR διαδικασία με έναν γραμμικό συνδυασμό τους ο οποίος είναι στάσιμος. Σε αυτήν την περίπτωση η έννοια της ολοκλήρωσης δεν είναι ορισμένη και δεν υπάρχει ανάλογη VECM παρουσίαση.

Για τον παραπάνω έλεγχο οι Gonzalo και Pitarakis προτείνουν έναν supLm έλεγχο βασισμένο στην εξής στατιστική:

$$LM_T(\gamma) = \frac{1}{\sigma_0^2} \varepsilon' M X_\gamma (X_\gamma' M X_\gamma)^{-1} X_\gamma' M \varepsilon$$

Εξίσωση 2-112.

$$M = I - X(X'X)^{-1}X'$$

Το X περιλαμβάνει όλες τις τιμές της x_t οι οποίες βρίσκονται στην μηδενική υπόθεση (δηλαδή στο γραμμικό υπόδειγμα) ενώ X_γ όλες τις τιμές οι οποίες ανταποκρίνονται στο κριτήριο $z_{t-d} > \gamma$ στο Μη Γραμμικό υπόδειγμα.

T είναι το μέγεθος του δείγματος

σ_0^2 η διακύμανση των καταλοίπων από το γραμμικό υπόδειγμα.

Η στατιστική αυτή, $LM_T(\gamma)$, υπολογίζεται για όλες τις δυνατές τιμές της threshold μεταβλητής z_t (λαμβάνοντας υπόψιν φυσικά έναν αριθμό παρατηρήσεων στην αρχή και το τέλος των τιμών της το οποίο θα μείνει εκτός του υπολογισμού για να υπάρχουν επαρκή στοιχεία για τις εκτιμήσεις).

Η supLM σταστική ελέγχου δίνεται από την σχέση

$$\sup LM = \sup_{\gamma \in \Gamma} LM_T(\lambda)$$

9. Ο έλεγχος του Breitung(2001)³³⁶ των δυο βημάτων

Ο Breitung έδειξε ότι οι έλεγχοι οι οποίοι βασίζονται σε έλεγχο των καταλοίπων (residual based test) είναι ακατάλληλοι για να ελέγξουν κάποιες ομάδες Μη Γραμμικών συναρτήσεων.

Ο έλεγχος αυτός γίνεται σε δυο βήματα.

Στο πρώτο βήμα ελέγχεται η μηδενική υπόθεση (H_0) μη ύπαρξης συνολοκλήρωσης με την εναλλακτική της ύπαρξης συνολοκλήρωσης (γραμμικής είτε Μη Γραμμικής μορφής). Αυτό είναι ένας έλεγχος rank.

Στο δεύτερο βήμα στο οποίο οδηγούμαστε αν απορριφθεί η μηδενική υπόθεση στο πρώτο βήμα (και άρα έχουμε αποδεχτεί την ύπαρξη κάποιας μορφής συνολοκλήρωσης) ελέγχουμε την μηδενική υπόθεση (H_0) της ύπαρξης γραμμικής συνολοκλήρωσης σε σχέση με την ύπαρξη Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης. Αυτός είναι ένας έλεγχος score ο οποίος καθορίζει αν η σχέση μακροχρόνιας ισορροπίας (σχέση συνολοκλήρωσης) είναι γραμμική η Μη Γραμμική.

³³⁶ Breitung, J. (2001) Rank tests for nonlinear cointegration, Journal of Business and Economic Statistics, 19, 331–40.

Άρα ο παραπάνω έλεγχος αφορά την ίδια την σχέση συνολοκλήρωσης και όχι τον μηχανισμό προσαρμογής στην ισορροπία.

Ο συγκεκριμένος έλεγχος δεν απαιτεί να υπάρχει μια συγκεκριμένη μορφή για την σχέση Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης (όπως οι παραπάνω περιπτώσεις που αναφέραμε). Αυτό γίνεται χάρις στο πρώτο βήμα που αποτελεί το rank test.

Συγκεκριμένα η ιδιότητα μιας σειράς από ranks η οποία είναι ανεξάρτητη της μονοτονικής μεταμόρφωσης των δεδομένων, δηλαδή αν μια σειρά x_t είναι τυχαίος περίπατος τότε και η ranked εκδοχή της θα είναι τυχαίος περίπατος (αντίστοιχα για δυο μεταβλητές οι οποίες είναι γραμμικά είτε Μη Γραμμικά συνολοκληρωμένες και των ranked εκδοχών τους οι οποίες θα πρέπει επίσης να συνολοκληρώνονται).

Ο συγκεκριμένος έλεγχος (στο πρώτο βήμα του συνολικού ελέγχου) βασίζεται σε ένα μέτρο της τετραγωνικής απόστασης μεταξύ των δυο ranked μετασχηματισμένων σειρών. Αν η στατιστική ελέγχου λαμβάνει μια τιμή μικρότερη από τις κριτικές τιμές, τώρα έχουμε στοιχεία για την απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης περί μη ύπαρξης συνολοκλήρωσης, γιατί σε αυτήν την περίπτωση οι μεταβλητές κινούνται πολύ κοντά μεταξύ τους μέσα στον χρόνο και δεν μεγαλώνει υπερβολικά η μεταξύ τους απόσταση.

Έστω ότι έχουμε $z_t = \Phi(x_t) - \Theta(y_t)$ όπου οι $\Phi(x_t), \Theta(y_t)$ είναι I(1) και η z_t είναι I(0). Ο Breitung ορίζει μια ranked σειρά ως $R_T(x_t) = \text{Rank}[της x_t ανάμεσα στις x_1, \dots, x_T]$ και αντίστοιχα για την y_t .

$$R_T[\Phi(x_t)] = R_T(x_t) \text{ και} \\ R_T[\Theta(y_t)] = R_T(y_t)$$

(καθώς όπως είπαμε η σειρά των ranks είναι ανεξάρτητη μια μονοτονικής μεταμόρφωσης των δεδομένων όπως θεωρούμε ότι είναι οι $\Phi(\cdot)$ και οι $\Theta(\cdot)$ συναρτήσεις).

Η στατιστική ελέγχου του Breitung υπολογίζεται ως εξής (δίπλευρος έλεγχος):

$$\Xi_T = T^{-3} \sum_{t=1}^T \left(z_t^R \right)^2 / \left\{ \sigma_{\Delta Z}^2 \right\} \quad \text{Εξίσωση 2-113.}$$

Όπου z_t^R τα κατάλοιπα ελαχίστων τετραγώνων από την παλινδρόμηση της $R_T(y_t)$ στην $R_T(x_t)$ και $\sigma_{\Delta Z}^2$ η διακύμανση του Δz_t^R

Οι κριτικές τιμές δίνονται από τον Breitung και η απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης γίνεται όταν η τιμή της στατιστικής είναι μικρότερη της κριτικής τιμής (ουσιαστικά ο έλεγχος οδηγεί σε απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης όταν η z_t^R είναι I(0)).

Στο δεύτερο βήμα προχωράμε εάν και εφόσον απορριφθεί η μηδενική υπόθεση στο πρώτο βήμα (τον rank έλεγχο).

Θεωρούμε την εξής σχέση μεταξύ των δυο μεταβλητών

$$y_t = a + \beta * x_t + f(x_t) + \varepsilon_t$$

Όπου η $f(x_t)$ αποτελεί το Μη Γραμμικό τμήμα της σχέσης και η ε_t είναι I(0).

Ο έλεγχος αφορά στον Μη Γραμμικό όρο $f(x_t)$ και η μηδενική υπόθεση της γραμμικής συνολοκλήρωσης αφορά τον έλεγχο της $f(x_t)=0$.

Απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης και άρα $f(x_t) \neq 0$ αποτελεί την αποδοχή της εναλλακτικής υπόθεσης (Μη Γραμμική συνολοκλήρωση).

Για τον έλεγχο λαμβάνω την εκτίμηση της παραπάνω σχέσης υπό την μηδενική υπόθεση (με $f(x_t)=0$) και λαμβάνοντας την εκτίμηση της ε_t με διόρθωση για αυτοσυσχέτιση και ενδογένεια με την χρήση π.χ. της DOLS μεθόδου εκτίμησης των Stock and Watson (1993).

Κατόπιν παίρνουμε την παλινδρόμηση των ε_t στην $c_1 + c_2x_t + c_3R_T(x_t) + \varepsilon_t$.

Η τιμή του ελέγχου είναι η τιμή TR^2 και η οποία υπό την μηδενική υπόθεση ακολουθεί την κατανομή χ τετράγωνο με έναν βαθμό ελευθερίας.

Αυτός ο έλεγχος αποτελεί ένα score test ο οποίος δίνεται από την τιμή του TR^2 από την παλινδρόμηση ελαχίστων τετραγώνων της

Έλεγχοι βασιζόμενοι στην μακροχρόνια σχέση με μηδενική υπόθεση την μη στασιμότητα

10. Bec, Ben Salem and Carrasco (BBC)³³⁷

Ο συγκριμένος έλεγχος εξετάζει την μηδενική υπόθεση ύπαρξης μοναδιαίας ρίζας εναντίον ενός SETAR υποδείγματος με τρία regime/ καταστάσεις.

$$\Delta y_t = I_j (\alpha_j + \rho_j y_{t-1} + \sum \gamma_{j,i} \Delta y_{t-i}) \text{ με } j=1,2,3$$

Όπου

$$I_1 = I_{\{y_{t-1} \leq -\theta\}}$$

$$I_2 = I_{\{-\theta \leq y_{t-1} \leq \theta\}}$$

$$I_3 = I_{\{y_{t-1} > \theta\}}$$

Εξίσωση 2-114.

Η μηδενική υπόθεση (μοναδιαίας ρίζας) είναι η $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = 0$ με εναλλακτική την

$$\rho_1 < 1, \rho_2 < 0, \rho_3 \leq 0$$

Η εναλλακτική αυτή επιτρέπει την ύπαρξη μοναδιαίας ρίζας στο ενδιάμεσο regime/κατάσταση αλλά αποκλείει την περίπτωση εκρηκτικής συμπεριφοράς.

Η κατανομή της sup- Wald, sup-LM και sup-LR είναι ελεύθερες από ενοχλητικές παραμέτρους (nuisance parameters/ παραμέτρους οι οποίες επηρεάζουν την διαμόρφωση των κριτικών τιμών) και μας προσφέρουν κριτικές τιμές.

³³⁷ Frédéric Bec, Mélika Ben Salem & Marine Carrasco (2004): Tests for Unit-Root versus Threshold

11. Kapetanios and Shin (KS)³³⁸

Οι συγγραφείς εξετάζουν ως εναλλακτική ένα υπόδειγμα με τρία regime/ καταστάσεις το οποίο περιέχει μοναδιαία ρίζα στο ενδιάμεσο regime (την ύπαρξη δηλαδή του λεγόμενου χώρου στον οποίο δεν πραγματοποιείται προσαρμογή).

Έτσι οι παράμετροι στο ενδιάμεσο regime δεν χρειάζεται να εκτιμηθούν, το τεστ έχει καλύτερη δύναμη όταν το πραγματικό υπόδειγμα έχει πραγματικά μοναδιαία ρίζα στο εσωτερικό regime, επιτρέποντας την δυνατότητα να προστεθούν κοινές χρονικές υστερήσεις σε όλα τα regimes.

$\Delta y_t = \alpha_1 + \rho_1 y_{t-1} + \alpha_3 + \rho_3 y_{t-1} + \sum \gamma_{j,t} \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t$ όπου οι δείκτες 1 και 3 αναφέρονται στο άνω και κάτω regime/ κατάσταση.

Η μηδενική υπόθεση ελέγχει την ύπαρξη μοναδιαίας ρίζας $\rho_1 = \rho_3 = 0$ με εναλλακτική την $\rho_1 < 1, \rho_3 < 0$

Η επιλογή τους εύρους των threshold (grid for the thresholds) γίνεται με τέτοιο τρόπο ώστε η πιθανότητα του να είσαι στο ενδιάμεσο regime μικραίνει καθώς το δείγμα αυξάνεται οδηγούμενη σε σύγκλιση με το μηδέν ασυμπτωτικά.

Υπό αυτές τις συνθήκες οι συγγραφείς αντλούν στατιστικές (Sup Wald, exp Wald, ave Wald) οι οποίες δεν εμπεριέχουν nuisance παραμέτρους δίνοντας μας και αντίστοιχες κριτικές τιμές.

12. Seo (2008)³³⁹

Ο Seo μας παρέχει έναν έλεγχο με ένα SETAR υπόδειγμα με δυο regime/καταστάσεις σαν εναλλακτική, επιτρέποντας Μη Γραμμικότητα και αυτοσυσχέτιση στα κατάλοιπα.

Υπό αυτές τις ασθενείς υποθέσεις η ασυμπτωτική κατανομή του supWald ελέγχου εξαρτάται από nuisance παραμέτρους και κριτικές τιμές που δεν μπορούν να υπολογιστούν.

Ο Seo προτείνει μια residual based block bootstrap διαδικασία η οποία είναι ασυμπτωτικά συνεπής.

³³⁸ George Kapetanios & Yongcheol Shin, 2006. "Unit root tests in three-regime SETAR models," *Econometrics Journal*, Royal Economic Society, vol. 9(2), pages 252-278, 07.

³³⁹ Seo, M. (2008) Unit Root Test in a Threshold Autoregression: Asymptotic Theory and Residual-Based Block Bootstrap. *Econometric Theory* 24, 1699-1716

2.7. Μη Γραμμική αιτιότητα

Από την εμφάνιση της έννοιας της αιτιότητας και την πρόταση της από τον Granger έχει υπάρξει ένα συνεχώς αυξανόμενο τμήμα έρευνας που αφοσιώνεται στην διερεύνηση αιτιωδών σχέσεων μεταξύ οικονομικών μεταβλητών (μεγεθών).

Βασικοί στόχοι της έρευνας φαίνεται να είναι i) η εύρεση σχέσεων που υπάρχουν μεταξύ διαφορετικών μεταβλητών ενός οικονομικού συστήματος μαζί με όλη τους την πολυπλοκότητα ii) η χρήση σχέσεων αιτιότητας (όπου εμφανίζονται) στον σχεδιασμό αποτελεσματικών οικονομικών πολιτικών (και την λήψη αντίστοιχων αποφάσεων αποφάσεων) . Η έρευνα του Granger στην γραμμική αιτιότητα έχει επεκταθεί και προσαρμοστεί στο να λαμβάνει υπόψη και Μη Γραμμικές σχέσεις.

Η συγκεκριμένη επέκταση ήταν αναμενόμενη καθώς το πρόβλημα το οποίο εντοπίζεται στους ελέγχους γραμμικής αιτιότητας έχει να κάνει με την χαμηλή δύναμη τους (low power) να εντοπίζουν Μη Γραμμική αιτιότητα μεταξύ των εξεταζόμενων μεταβλητών³⁴⁰ και άρα σχέσεις αιτιότητας οι οποίες είναι της συγκεκριμένης μορφής να αγνοούνται.

1. Ο έλεγχος των Hiemstra Jones (1994)³⁴¹

Όπως αναφέρθηκε από τους Baek and Brock (1992)³⁴² και Hiemstra and Jones (1994), η λήψη της γραμμικής προσέγγισης (με την χρήση π.χ. του ελέγχου του Granger) οδηγεί στο πρόβλημα της χαμηλής δύναμης (αδυναμία απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης όταν είναι ψευδής) στον έλεγχο Μη Γραμμικής αιτιότητας.

Οι Hiemstra and Jones (1994) τροποποίησαν τον έλεγχο των Baek and Brock (1992), το οποίο διέφερε από το γραμμικό κατά Granger έλεγχο προτείνοντας έναν Μη Γραμμικό έλεγχο Granger αιτιότητας βασισμένο σε μη παραμετρικούς εκτιμητές προσωρινών σχέσεων μέσα και κατά το διάστημα χρονολογικών σειρών.

Ο έλεγχος αυτός έχει υψηλή δύναμη στον έλεγχο Μη Γραμμικής αιτιότητας, το οποίο κατά πάσα πιθανότητα δεν θα εντοπιστεί από τον αντίστοιχο γραμμικό έλεγχο, μεταξύ των υπό εξέταση μεταβλητών.

Ξεκινώντας την αναφορά στον έλεγχο των Hiemstra and Jones ξεκινάμε με τον αρχικό έλεγχο των Baek and Brock. Ο έλεγχος αυτός αφορούσε μια μη παραμετρική στατιστική μέθοδο εύρεσης Μη Γραμμικών αιτιωδών σχέσεων, την οποία εκ κατασκευής δεν μπορούσαν να εντοπίσουν οι παραδοσιακοί γραμμικοί έλεγχοι αιτιότητας.

Η μέθοδος τους βασίστηκε στο correlation integral (ολοκλήρωμα συσχέτισης) το οποίο αποτελεί έναν εκτιμητή των spatial πιθανοτήτων στον χρόνο βασισμένο στο πόσο κοντά βρίσκονται σημεία στο hyperspace, για τον έλεγχο σχέσεων μεταξύ χρονοσειρών. Αν οι

³⁴⁰ Baek, E. and Brock, W. (1992) A general test for non-linear Granger causality: bivariate model. Working Paper. Iowa State University and University of Wisconsin, Madison.

³⁴¹ Hiemstra, C. and Jones, J.D. (1994) Testing for linear and non-linear Granger causality in the stock price – volume relation. Journal of Finance XLIX(5) 1639–1664.

³⁴² Hiemstra, C. and Jones, J.D. (1994) Testing for linear and non-linear Granger causality in the stock price – volume relation. Journal of Finance XLIX(5) 1639–1664.

απορρίψεις είναι περιορισμένες στην μια "ουρά" της κατανομής, τότε μια αναδιάταξη του ελέγχου μπορεί να θεωρηθεί ως ένας έλεγχος Μη Γραμμικής κατά Granger αιτιότητας

Μια περαιτέρω επέκταση η οποία βελτιώνει της ιδιότητες του ελέγχου σε μικρά δείγματα και το οποίο χαλαρώνει την απαίτηση/ υπόθεση ότι οι σειρές στις οποίες εφαρμόζονται τα τεστ είναι i.i.d., είναι ο έλεγχος των Hiemstra and Jones.

Αποτελέσματα Monte Carlo εξομοιώσεων στο συγκεκριμένο έλεγχο μας δείχνουν επίσης ότι είναι ισχυρές (robust) παρουσία δομικών αλλαγών στην σειρά και ταυτόχρονων συσχετίσεων στα σφάλματα του VAR υποδείγματος που χρησιμοποιούμε για το φιλτράρισμα της γραμμικής cross και auto dependence.

Θεωρούμε δυο αυστηρά στάσιμες και ασθενώς εξαρτημένες χρονολογικές σειρές $\{X_t\}$ and $\{Y_t\}$, $t = 1, 2, \dots$.

Σημειώνουμε το m -length lead διάνυσμα της X_t ως X_t^m και τους Lx -length και Ly -length χρονικών υστερήσεων διανύσματα των X_t και Y_t , αντίστοιχα, ως X_{t-Lx}^{Lx} και Y_{t-Lx}^{Ly} .

Έτσι έχουμε

$$X_t^m = (X_t, X_{t+1}, \dots, X_{t+m-1})$$

$$m = 1, 2, \dots, \quad t = 1, 2, \dots,$$

$$X_{t-Lx}^{Lx} \equiv (X_{t-Lx}, X_{t-Lx+1}, \dots, X_{t-1})$$

Εξίσωση 2-115.

$$Lx = 1, 2, \dots, \quad t = Lx + 1, Lx + 2, \dots,$$

$$Y_{t-Lx}^{Ly} \equiv (Y_{t-Lx}, Y_{t-Lx+1}, \dots, Y_{t-1})$$

$$Ly = 1, 2, \dots, \quad t = Ly + 1, Ly + 2, \dots,$$

Τότε για δεδομένες τιμές των m , Lx , και Ly , όλων ≥ 1 και $e > 0$, εάν η Y δεν αιτιάζει αυστηρά κατά Granger X τότε μπορούμε να γράψουμε ότι :

$$\Pr\left(\|X_t^m - X_s^m\| < e \mid \|X_{t-Lx}^{Lx} - X_{s-Lx}^{Lx}\| < e, \|Y_{t-Ly}^{Ly} - Y_{s-Ly}^{Ly}\| < e\right)$$

Εξίσωση 2-116.

$$= \Pr\left(\|X_t^m - X_s^m\| < e \mid \|X_{t-Lx}^{Lx} - X_{s-Lx}^{Lx}\| < e\right)$$

όπου $\Pr(\bullet)$ είναι το μέτρο πιθανότητας και $\|\bullet\|$ το μέτρο απόστασης (σε αυτήν την περίπτωση η μέγιστη νόρμα). Η πιθανότητα στο αριστερό μέρος της εξίσωσης είναι η υπό συνθήκη πιθανότητα ότι δυο αυθαίρετα m -μεγέθους lead διανύσματα της $\{X_t\}$ είναι εντός απόστασης

ℓ μεταξύ τους, δεδομένου ότι το αντίστοιχο Lx -length lag διάνυσμα της $\{X_t\}$ και Ly -length lag διάνυσμα της $\{Y_t\}$ είναι εντός απόστασης ℓ μεταξύ τους.

Η πιθανότητα στο δεξί μέρος της εξίσωσης 2.116 είναι η υπό συνθήκη πιθανότητα ότι δυο αυθαίρετα m -length lead διανύσματα της $\{X_t\}$ είναι μέσα σε απόσταση ℓ μεταξύ τους, δεδομένου ότι τα αντίστοιχοι Lx -length lag διανύσματα είναι εντός απόστασης ℓ μεταξύ τους.

Η μη ύπαρξη Granger αιτιότητας ουσιαστικά υποδηλώνει ότι η πιθανότητα οι lead vector του X να είναι σε απόσταση e μεταξύ τους είναι η ίδια είτε έχουμε πληροφορίες για τις αποστάσεις ανάμεσα στα lag διανύσματα της $\{Y_t\}$ είτε όχι.

Ο υπολογισμός των υπό συνθήκη πιθανοτήτων της εξίσωσης 2.116 μπορεί να εκφραστεί ως λόγος των κοινών πιθανοτήτων.

Έστω $C1(m+Lx, Ly, e)/C2(Lx, Ly, e)$ και $C3(m+Lx, e)/C4(Lx, e)$ υποδηλώνουν τους λόγους των από κοινού πιθανοτήτων αντίστοιχων στο αριστερό και δεξί μέρος της εξίσωσης 2.116 αντίστοιχα.

Αυτές ορίζονται ως

$$\begin{aligned} C1(m+Lx, Ly, e) &\equiv \Pr\left(\|X_{t-Lx}^{m+Lx} - X_{s-Lx}^{m+Lx}\| < e, \|Y_{t-Ly}^{Ly} - Y_{s-Ly}^{Ly}\| < e\right) \\ C2(Lx, Ly, e) &\equiv \Pr\left(\|X_{t-Lx}^{Lx} - X_{s-Lx}^{Lx}\| < e, \|Y_{t-Ly}^{Ly} - Y_{s-Ly}^{Ly}\| < e\right) \\ C3(m+Lx, e) &\equiv \Pr\left(\|X_{t-Lx}^{m+Lx} - X_{s-Lx}^{m+Lx}\| < e\right) \\ C4(Lx, e) &\equiv \Pr\left(\|X_{t-Lx}^{Lx} - X_{s-Lx}^{Lx}\| < e\right) \end{aligned}$$

Εξίσωση 2-117.

Η αυστηρή κατά Granger μη ύπαρξη αιτιότητας σαν συνθήκη στην εξίσωση 2.116 μπορεί να εκφραστεί ως

$$\frac{C1(m+Lx, Ly, e)}{C2(Lx, Ly, e)} = \frac{C3(m+Lx, e)}{C4(Lx, e)}$$

Εξίσωση 2-118.

Για δεδομένες τιμές των $m, Lx, Ly \geq 1$ και $e > 0$.

Οι $\{x_t\}, \{y_t\}$ υποδηλώνουν την πραγματική πραγματοποίηση των διαδικασιών και $I(A, B, e)$ υποδηλώνει την indicator function η οποία λαμβάνει την τιμή 1 αν τα διανύσματα A και B είναι μεταξύ τους σε απόσταση ℓ και μηδέν σε διαφορετική περίπτωση και σημειώνοντας τις ιδιότητες της μέγιστης νόρμας μας επιτρέπουν να γράψουμε

$$\Pr\left(\|X_t^m - X_s^m\| < e, \|X_{t-Lx}^{Lx} - X_{s-Lx}^{Lx}\| < e\right) \text{ ως } \Pr\left(\|X_{t-Lx}^{m+Lx} - X_{s-Lx}^{m+Lx}\| < e\right),$$

και τότε οι εκτιμήσεις των ολοκληρωμάτων συσχέτισης μπορούν να γραφτούν ως :

$$C1(m+Lx, Ly, e, n) \equiv \frac{2}{n(n-1)} \sum_{t < s} I(x_{t-Lx}^{m+Lx}, x_{s-Lx}^{m+Lx}, e) \cdot I(y_{t-Ly}^{Ly}, y_{s-Ly}^{Ly}, e)$$

Εξίσωση 2-119.

$$C2(Lx, Ly, e, n) \equiv \frac{2}{n(n-1)} \sum_{t < s} \sum I(x_{t-Lx}^{Lx}, x_{s-Lx}^{Lx}, e) \cdot I(y_{t-Ly}^{Ly}, y_{s-Ly}^{Ly}, e) \quad \text{Εξίσωση 2-120.}$$

$$C3(m+Lx, e, n) \equiv \frac{2}{n(n-1)} \sum_{t < s} \sum I(x_{t-Lx}^{m+Lx}, x_{s-Lx}^{m+Lx}, e) \quad \text{Εξίσωση 2-121.}$$

$$C4(Lx, e, n) \equiv \frac{2}{n(n-1)} \sum_{t < s} \sum I(x_{t-Lx}^{Lx}, x_{s-Lx}^{Lx}, e) \quad \text{Εξίσωση 2-122.}$$

$$t, s = \max(Lx, Ly) + 1, \dots, T - m + 1, \quad n = T + 1 - m - \max(Lx, Ly).$$

Υπό την μηδενική υπόθεση ότι η $\{Y_t\}$ δεν προκαλεί κατά Granger την $\{X_t\}$, οι Hiemstra Jones (1994) δείχνουν ότι η στατιστική ελέγχου:

$$\sqrt{n} \left(\frac{C1(m+Lx, Ly, e, n)}{C2(Lx, Ly, e, n)} - \frac{C3(m+Lx, e, n)}{C4(Lx, e, n)} \right) \quad \text{Εξίσωση 2-123.}$$

κατανέμεται ασυμπτωτικά σαν κανονική με μέσο μηδέν και διακύμανση η οποία είναι συνάρτηση των (m, Lx, Ly, e, n) όπου τα $n = T + 1 - m - \max(Lx, Ly)$ και το σ^2 μπορούν να εκτιμηθούν

Ο έλεγχος εφαρμόζεται στις δυο εκτιμώμενες σειρές καταλοίπων από το VAR υπόδειγμα της δεύτερης εξίσωσης, τα $\hat{\varepsilon}_{x,t}$ και $\hat{\varepsilon}_{y,t}$. Σε αυτήν την περίπτωση η $\{Y_t\}$ δεν αιτιάζει αυστηρά κατά Granger Μη Γραμμικά την $\{X_t\}$.

Αφαιρώντας την γραμμική ικανότητα πρόβλεψης με ένα γραμμικό VAR υπόδειγμα, οποιαδήποτε εναπομείνασα δυνατότητα πρόβλεψης βρίσκεται τα κατάλοιπα της σειράς και αυτή μπορεί να θεωρηθεί ως Μη Γραμμική δυνατότητα πρόβλεψης σύμφωνα με τους Baek and Brock (1992).

Μια σημαντικά θετική τιμή της στατιστικής ελέγχου μας δείχνει ότι χρονικές υστερήσεις της Y βοηθούν στην πρόβλεψη της X . Για τον λόγο αυτό, η στατιστική του ελέγχου θα πρέπει να εκτιμάται με right tailed κριτικές τιμές όταν ελέγχουμε για Granger αιτιότητα.

Με την χρήση Monte Carlo εξομοιώσεων οι Hiemstra και Jones(1993) δείχνουν ότι το τροποποιημένο κριτήριο Baek και Brock το οποίο προτείνουν έχει πολύ καλά αποτελέσματα σε πεπερασμένα δείγματα και με ισχυρή δύναμη ενάντια σε μια σειρά Μη Γραμμικών Granger σχέσεων.

2. Ο έλεγχος των Peguin- Feissolle and Terasvirta (1999)

Σύμφωνα με τους Peguin-Feissolle και Terasvirta (1999), ένα σημαντικό πρόβλημα της γραμμικής προσέγγισης της αιτιότητας εντοπίζεται στο ότι τέτοιοι έλεγχοι έχουν μικρή δύναμη εντοπισμού συγκεκριμένων ειδών Μη Γραμμικών αιτιωδών σχέσεων.

Οι Peguin-Feissolle και Terasvirta (1999) πρότειναν μια στατιστική μέθοδο για τον εντοπισμό Μη Γραμμικών αιτιωδών σχέσεων, οι οποίες εκ' κατασκευής δεν μπορούν να εντοπιστούν από τους κλασσικούς ελέγχους γραμμικής αιτιότητας.

Ο συγκεκριμένος έλεγχος χρησιμοποιεί το ανάπτυγμα Taylor για τον εντοπισμό της Μη Γραμμικότητας.

Ο έλεγχος βασίζεται στην ιδέα της γραμμοποίησης της άγνωστης σχέσης και της πραγματοποίησης του ελέγχου στην γραμμοποιημένη σχέση σε αναλογία με τους κλασσικούς γραμμικούς ελέγχους.

Η γραμμοποίηση πραγματοποιείται με το ανάπτυγμα Taylor για την Μη Γραμμική συνάρτηση

$$y_t = f^*(y_{t-1}, \dots, y_{t-q}, x_{t-1}, \dots, x_{t-n}, \theta^*) + \varepsilon_t \quad \text{Εξίσωση 2-124.}$$

Όπου θ^* είναι το διάνυσμα των παραμέτρων και $\varepsilon_t \sim NID(0, \sigma^2)$

Οι ακολουθίες $\{x_t\}$ και $\{y_t\}$ είναι ασθενώς στάσιμες και εργοδικές. Η συναρτησιακή μορφή της f^* είναι άγνωστη αλλά λαμβάνουμε ως υπόθεση ότι αναπαριστά ικανοποιητικά σχέση αιτιότητας μεταξύ της x_t και y_t .

Επίσης υποθέτουμε ότι η f^* έχει ένα συγκλίνων ανάπτυγμα Taylor σε οποιοδήποτε τυχαίο σημείο του δειγματικού χώρου για κάθε $\theta^* \in \Theta$.

Ορίζουμε ότι το x_t δεν αιτιάζει την y_t όταν οι παλαιότερες τιμές της x_t δεν περιλαμβάνουν πληροφορίες για την y_t οι οποίες δεν περιέχονται ήδη στις παλαιότερες τιμές της ίδιας.

Συγκεκριμένα η υπόθεση μη ύπαρξης αιτιότητας αποτυπώνεται ως

$$y_t = f(y_{t-1}, \dots, y_{t-q}, \theta) + \varepsilon_t. \quad \text{Εξίσωση 2-125.}$$

Για τον έλεγχο της υπόθεσης (2) έναντι της υπόθεσης (1) οι Peguin-Feissolle και Terasvirta (1999) προτείνουν την γραμμοποίηση της f^* στην (1) με το ανάπτυγμα k τάξης της σειράς Taylor γύρω από ένα τυχαίο σταθερό σημείο του δειγματικού χώρου. Προσεγγίζοντας την f^* και μετά από τακτοποίηση των όρων έχουμε :

$$\begin{aligned} y_t = & \beta_0 + \sum_{j=1}^q \beta_j y_{t-j} + \sum_{j=1}^n \gamma_j x_{t-j} + \sum_{j_1=1}^q \sum_{j_2=j_1}^q \beta_{j_1 j_2} y_{t-j_1} y_{t-j_2} + \sum_{j_1=1}^q \sum_{j_2=1}^n \delta_{j_1 j_2} y_{t-j_1} x_{t-j_2} \\ & + \sum_{j_1=1}^n \sum_{j_2=j_1}^n \gamma_{j_1 j_2} x_{t-j_1} x_{t-j_2} + \dots + \sum_{j_1=1}^q \sum_{j_2=j_1}^q \dots \sum_{j_k=j_{k-1}}^q \beta_{j_1 \dots j_k} y_{t-j_1} \dots y_{t-j_k} \\ & + \dots + \sum_{j_1=1}^n \sum_{j_2=j_1}^n \dots \sum_{j_k=j_{k-1}}^n \gamma_{j_1 \dots j_k} x_{t-j_1} \dots x_{t-j_k} + \varepsilon_t^* \end{aligned} \quad \text{Εξίσωση 2-126.}$$

όπου $\varepsilon_t^* = \varepsilon_t + R_t^{(k)}(x, y)$, $R_t^{(k)}$ το υπόλοιπο της (3) και $n \leq k$, $q \leq k$.

Η 2.126 περιλαμβάνει όλους τους πιθανούς συνδυασμούς μεταξύ των χρονικών υστερήσεων των y_t και x_t έως τάξης k . Η υπόθεση ότι η x_t δεν αιτιάζει την y_t σημαίνει ότι όλοι οι όροι της 2.126 που περιλαμβάνουν χρονικές υστερήσεις της x_t πρέπει να έχουν μη στατιστικά σημαντικούς συντελεστές.

Έτσι η μηδενική υπόθεση (περί μη ύπαρξης αιτιότητας) για την σχέση 2.126 γράφεται ως εξής:

$$H_{02} : \left\{ \begin{array}{l} \gamma_j = 0, j = 1, \dots, n \\ \delta_{j_1 j_2} = 0, j_1 = 1, \dots, q, j_2 = 1, \dots, n \\ \gamma_{j_1 j_2} = 0, j_1 = 1, \dots, n, j_2 = j_1, \dots, n \\ \vdots \\ \gamma_{j_1 \dots j_k} = 0, j_1 = 1, \dots, n, j_2 = j_1, \dots, n, \dots, j_k = j_{k-1}, \dots, n \end{array} \right\}$$

Σύμφωνα με τους Requien-Feissolle και Terasvirta (1999) υπάρχουν δυο πρακτικές δυσκολίες στην μορφή 2.126. Η πρώτη δυσκολία είναι αριθμητική και η δεύτερη έχει να κάνει με το πλήθος των πληροφοριών. Η αριθμητική δυσκολία έγκειται στο ότι οι όροι της παλινδρόμησης 2.126 τείνουν να είναι υψηλά συγγραμικοί αν τα k , q και n είναι μεγάλα. Η δεύτερη δυσκολία έχει να κάνει με το ότι ο αριθμός των μεταβλητών στην 2.126 αυξάνει ραγδαία όσο αυξάνεται το k και άρα οι βαθμοί ελευθερίας τείνουν να γίνονται αρκετά μικροί. Οι συγγραφείς προτείνουν για την αντιμετώπιση και των δυο προβλημάτων την εξής διαδικασία:

Πρώτα χωρίζουμε τις παραμέτρους στην 2.126 σε δυο ομάδες, εκείνες που αποτελούνται από χρονικές υστερήσεις μόνο της y_t και τις υπόλοιπες. Στην συνέχεια αντικαταστήσουμε τους όρους της παλινδρόμησης στην 2.126 με τις πρώτες p^* κύριες συνιστώσες (principal components) σε κάθε μήτρα παρατηρήσεων.

Η μηδενική υπόθεση είναι ότι οι κύριες συνιστώσες στην δεύτερη ομάδα έχουν μηδενικούς συντελεστές.

Ο έλεγχος πραγματοποιείται με την εξής στατιστική:

$$LM = \frac{(SSR_0 - SSR_1) / p^*}{SSR_1 / (T - 1 - 2p^*)}$$

Εξίσωση 2-127.

Όπου SSR το άθροισμα τετραγώνων των καταλοίπων. Η στατιστική 2.127 ακολουθεί προσεγγιστικά την F κατανομή με p^* και $T - 1 - 2p^*$ βαθμούς ελευθερίας.

3. Threshold Causality

Ο Li(2006)³⁴³ προτείνει έναν έλεγχο αιτιότητας παρουσία Threshold συμπεριφοράς στα υπό εξέταση δεδομένα. Όπως αναφέρει «η αδυναμία απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης (μη ύπαρξης causality) με την χρήση του γραμμικού ελέγχου κατά Granger αιτιότητας δεν αποκλείει απαραίτητα Μη Γραμμικό forecasting. Για αυτό κρίνεται απαραίτητη η γενίκευση του ελέγχου για μια χρονοσειρά με threshold συμπεριφορές».

Ο Li χρησιμοποιεί δυο εναλλακτικά υποδείγματα:

1) Το Threshold Autoregressive Distributed Lag (TADL)

$$y_t = \sum_{m=1}^l (a_m + \sum_{i=1}^p b_{mi} y_{t-i} I_{mt} + \sum_{j=1}^q c_{mj} ' x_{t-j} I_{mt}) + e_t$$

Εξίσωση 2-128.

$$l \geq 2$$

Όπου

$$I_{mt} = 1 \text{ για}$$

$$(\tau_{m-1} \leq y_{t-d} \leq \tau_m)$$

$$\tau_0 = -\infty, \tau_l = \infty$$

Ο όρος $\sum_{i=1}^p b_{mi} y_{t-i} I_{mt}$ περιλαμβάνει το autoregressive τμήμα του υποδείγματος και ο $\sum_{j=1}^q c_{mj} ' x_{t-j} I_{mt}$ το σύνολο των μεταβλητών (και χρονικών υστερήσεων τους) τα οποία ελέγχουμε αν επηρεάζουν η όχι την εξεταζόμενη μεταβλητή.

2) Το Augmented Logistic Smooth Transition Autoregressive (ALSTAR)

$$y_t = \sum_{m=1}^2 \delta_{mt} (a_m + \sum_{i=1}^p b_{mi} y_{t-i} + \sum_{j=1}^q c_{mj} ' x_{t-j}) + e_t$$

Εξίσωση 2-129.

$$\delta_{1t} = 1 - \delta_{2t}$$

$$\delta_{2t} = [1 + \exp(-\gamma(y_{t-d} - \tau))]^{-1}$$

Οι υποθέσεις που ελέγχει βάσει αυτών των υποδειγμάτων είναι οι:

$$H_0^0 : c_{11} = c_{21} = \dots = c_{1q} = c_{2q} = 0$$

$$H_0^1 : c_{11} = c_{12} = \dots = c_{1q} = 0$$

$$H_0^2 : c_{21} = c_{22} = \dots = c_{2q} = 0$$

Η H_0^0 εφόσον γίνει αποδεκτή αναφέρεται στην μη ύπαρξη Threshold Granger αιτιότητας στο υπόδειγμα (δεδομένου ότι οι συντελεστές των υπό εξέταση threshold είναι μηδενικοί).

³⁴³ J.Li (2006), Testing Granger Causality in the presence of threshold effects, International Journal of Forecasting 22 (2006) 771–780

Η H_0^1 και H_0^2 χρησιμοποιείται για να ελεγχθεί η μη ύπαρξη Threshold Granger αιτιότητας ανά regime (δεδομένου ότι είναι πιθανή η περίπτωση κάποιες μεταβλητές να περιέχουν πληροφορία μόνο στο ένα regime και άρα να μας είναι χρήσιμοι κατά την διάρκεια της προτυποποίησης).

Ο έλεγχος βασίζεται στην στατιστική του Wald :

$$W = (R\hat{\theta})' [R(\sum z_t z_t')^{-1} (\sum e_t^2 z_t z_t') (\sum z_t z_t')^{-1} R']^{-1} (R\hat{\theta}) \quad \text{Εξίσωση 2-130.}$$

Όπου R η μήτρα της εξεταζόμενης μηδενικής υπόθεσης, $\hat{\theta}$ οι εκτιμήσεις των παραμέτρων ενδιαφέροντος, $z_t = \partial f(\theta) / \partial \theta$, $f = E(y_t / \Omega_{t-1})$ όπου Ω_{t-1} το σύνολο της διαθέσιμης πληροφόρησης έως και την στιγμή $t-1$ και \hat{e}_t τα κατάλοιπα από την εκτίμηση με OLS ή NLLS (Non Linear Least Squares).

Η $W \sim \chi^2(m)$ όπου m ο αριθμός των περιορισμών.

Ο L_i αναφέρεται στην μεθοδολογία του στα εξής σημεία:

- Πρέπει να προηγηθεί έλεγχος για ύπαρξη Threshold συμπεριφοράς στην υπό εξέταση χρονοσειρά
- Η κατανομή της W δεν εξαρτάται από τις παραμέτρους d και τ (είτε θεωρούνται ως a priori γνωστές είτε εκτιμώνται από το δείγμα) καθώς δεν υπάρχουν άγνωστες παράμετροι υπό τις μηδενικές υποθέσεις και οι εκτιμήσεις των d και τ είναι υπερσυνεπής (super consistent).

2.8. Συμπεράσματα

Στο Κεφάλαιο αυτό προχωρήσαμε σε μια ανασκόπηση της θεωρητικής και εμπειρικής βιβλιογραφίας και στις διάφορες διακλαδώσεις που έχουν λάβει χώρα στην προσπάθεια μεταφοράς της έννοιας της συνολοκλήρωσης στο Μη Γραμμικό πλαίσιο.

Παρατηρήσαμε πως η ίδια η διερεύνηση της σχέσης μπορεί να λάβει διαφορετικές μορφές ανάλογα με τους όρους στους οποίους επιλέγουμε να εισάγουμε την Μη Γραμμικότητα και το πλήθος των πιθανών εναλλακτικών υποδειγμάτων τα οποία αίρουν τους περιορισμούς της γραμμικότητας με κόστος όμως μια σειρά νέων προκλήσεων ως προς την διερεύνηση αλλά και την αξιοποίηση τους.

Δώσαμε μεγαλύτερο βάρος στις Threshold μορφές της Μη Γραμμικότητας λόγω της συγκεκριμένης παραμετρικής μορφής, της βάσης της στην οικονομική θεωρία όπως και ότι προσπαθεί να εντοπίσει Μη Γραμμικότητα τόσο στο διάνυσμα συνολοκλήρωσης όσο και στον μηχανισμό προσαρμογής στην ισορροπία συνδυάζοντας

Μέσω ενός συνόλου εφαρμογών σε πραγματικά αλλά και εξομοιωμένα δεδομένα αποτυπώσαμε την πλήρη διαδικασία για ένα μεγάλο μέρος των παρουσιαζόμενων μεθόδων τις οποίες θα χρησιμοποιήσουμε και σε σύγκριση με την προτεινόμενη στην παρούσα διατριβή μέθοδο.

Συνοψίζοντας τα σημαντικότερα συμπεράσματα μας καταλήγουμε στα κάτωθι:

- Η Μη Γραμμική Συνολοκλήρωση ως προς την διερεύνηση της εξαρτάται από το που ελέγχουμε την ύπαρξη της Μη Γραμμικότητας (στο διάνυσμα συνολοκλήρωσης, στον όρο προσαρμογής του υποδείγματος διόρθωσης λαθών η και στα δύο)
- Η μετάβαση στο Μη Γραμμικό πλαίσιο η οποία αίρει τους γραμμικούς περιορισμούς δημιουργεί μια σειρά νέων θεμάτων προς διερεύνηση, από την διαδικασία της εκτίμησης, τους ελέγχους υποθέσεων έως και την διαδικασία της πρόβλεψης
- Τα Threshold υποδείγματα αποτελούν ερευνητικά μια ενδιαφέρουσα μορφή παραμετρικού εντοπισμού της Μη Γραμμικότητας δεδομένου ότι μπορούν να προτυποποιήσουν την μορφή ασυμμετρίας που είναι εμφανής ιδιαίτερα στις μακροοικονομικές και χρηματοοικονομικές χρονοσειρές (τόσο θεωρητικά όσο και εμπειρικά)
- Ένα μέρος των εννοιών της γραμμικής συνολοκλήρωσης μπορεί να αξιοποιηθεί και στο Μη Γραμμικό πλαίσιο (όπως η έννοια της στασιμότητας σε συγκεκριμένους ελέγχους)
- Κρίνεται απαραίτητη η διενέργεια ελέγχων Μη Γραμμικότητας αλλά είναι σημαντικό να λαμβάνεται υπόψιν η παρουσία των διαφόρων μορφών αθροιστικότητας στα δεδομένα η οποία μπορεί να αίρει την Μη Γραμμικότητα που πιθανώς να υπάρχει στην γενεσιουργό διαδικασία των υπό εξέταση δεδομένων
- Η διερεύνηση της Μη Γραμμικής αιτιότητας μπορεί σε αναλογία με την γραμμική της μορφή να ελεγχθεί κατά την διενέργεια της εκτίμησης για την ύπαρξη Μη Γραμμικής συνολοκλήρωσης

Αναμφίβολα η θεωρητική και εμπειρική βιβλιογραφία στο συγκεκριμένο θέμα θα συνεχίσει να επεκτείνεται με την χρήση νεότερων παραμετρικών και μη παραμετρικών μεθόδων καθώς οι πιθανές εναλλακτικές πέρα από το πλαίσιο της γραμμικότητας είναι άπειρες, σκοπός της παρούσας διατριβής είναι η ανάπτυξη και εξέταση μιας συγκεκριμένης μεθόδου η οποία ευελπιστούμε ότι θα επεκτείνει την υπάρχουσα βιβλιογραφία αποτελώντας μια ακόμα πιθανή διαδικασία διερεύνησης.

3. Γραμμοποιημένοι έλεγχοι ευσταθών Μακροχρόνιων και Βραχυχρόνιων συμμεταβολών

3.1. Εισαγωγή

Στην διατριβή αυτή προτείνουμε μια μέθοδο ελέγχου Μη γραμμικής η γραμμικοποιημένης ευσταθούς μακροχρόνιας και βραχυχρόνιας σχέσης συμμεταβολής μεταξύ των οικονομικών μεγεθών γνωστή και ως διαδικασία Συνολοκλήρωσης (Cointegration). Επεκτείνουμε θεωρητικά την υπάρχουσα μεθοδολογία ελέγχου συνολοκλήρωσης για τον έλεγχο και την σχηματοποίηση γραμμοποιημένων μακροχρόνιων και βραχυχρόνιων σχέσεων μεταξύ οικονομικών μεγεθών, όπου οι μεταξύ τους συμπεριφορές χαρακτηρίζονται από μη γραμμικές σχέσεις.

Η χρησιμότητα της προταθείσας μεθοδολογίας επιβεβαιώνεται με την εφαρμογή τόσο τεχνικών στοχαστικής εξομίωσης όσο και με εμπειρικές εφαρμογές με παραδείγματα που χρησιμοποιούνται στα πλέον σύγχρονα διεθνή συγγράμματα οικονομετρικής μεθοδολογίας

Η διατριβή αυτή προτείνει και παρουσιάζει αναλυτικά μια μέθοδο ελέγχου ευσταθών μη γραμμικών βραχυχρόνιων και μακροχρόνιων σχέσεων συμμεταβολής μεταξύ οικονομικών μεγεθών. Η προταθείσα μέθοδος βασίζεται και επεκτείνει στην ίδια μεθοδολογική προσέγγιση των Engle και Granger (1987) ακολουθώντας ακριβώς τα δυο στάδια υλοποίησης αυτής τη μεθόδου.

Η φιλοσοφία της προταθείσας μεθόδου Μη γραμμικής Συνολοκλήρωσης βασίζεται στην διατήρηση των βασικών χαρακτηριστικών των ομοιογενών ή ασυμπτωτικά ομοιογενών σχέσεων που πιθανόν να συνδέουν τις σχέσεις ισορροπίας των οικονομικών μεγεθών. Εφ' όσον αυτές οι μη γραμμικές σχέσεις γραμμοποιηθούν χωρίς να χάσουν την όποια πληροφόρηση για την διαμόρφωση των μακροχρόνιων σχέσεων που πιθανόν να τις διακρίνει, τότε μπορούμε να εφαρμόσουμε την ήδη υπάρχουσα μεθοδολογία ελέγχου της γραμμικής συνολοκλήρωσης. Αυτό που επιπλέον χρειάζεται είναι να γίνει μια αναθεώρηση των ελέγχων στασιμότητας χρησιμοποιώντας Bootstrapping τεχνικές.

Για την γραμμοποίηση των μη γραμμικών σχέσεων μεταξύ των οικονομικών μεγεθών χρησιμοποιήσαμε τον μετασχηματισμό των Box, G.E.P. και Cox, D.R., 1964³⁴⁴. Ο έλεγχος της αποτελεσματικότητας της προταθείσας μεθόδου συνολοκλήρωσης έγινε χρησιμοποιώντας τεχνικές στοχαστικής εξομίωσης και αναπαράγοντας στο παρόν Κεφάλαιο τρεις εφαρμογές από τρία γνωστά συγγράμματα θεωρητικής³⁴⁵ Οικονομετρίας.

3.1. Προτεινόμενη Μεθοδολογική Προσέγγιση

Η προτεινόμενη μέθοδος ελέγχου της ύπαρξης μη γραμμικής ευσταθούς μακροχρόνιας συμμεταβολής μεταξύ των οικονομικών μεγεθών³⁴⁶, θα μπορούσε να θεωρηθεί ως επέκταση των υπάρχοντων μεθόδων, τόσο ελέγχου όσο και εφαρμογών σε αναλύσεις και προβλέψεις. Πρόκειται για μια μέθοδο η οποία αξιοποιεί την ύπαρξη μη γραμμικών συμμεταβολών σε οικονομικά μεγέθη για την τροποποίηση των ήδη υπάρχοντων ελέγχων γραμμικής

³⁴⁴ Box, G.E.P., Cox, D.R., 1964 και Box, G.E.P. & Pierce A.D.A., 1970.

³⁴⁵ Αναφερόμεθα στα βιβλία των William H. Greene, Fifth Edition, James D. Hamilton, 1994, και Stock and Watson 2003.

³⁴⁶ Και όχι μόνον

συνολοκλήρωσης. Δεδομένου ότι η προτεινόμενη μέθοδος βασίζεται στις εκτιμήσεις του «σφάλματος συνολοκλήρωσης» θα μπορούσε να καταταχθεί στην κατηγορία των μεθόδων “Residual Based Lineal Cointegration” και ιδιαίτερα να θεωρηθεί μια μέθοδος επέκτασης της μεθοδολογίας των Engle-Granger (1987), Engle and Yoo (1987) και Yoo (1987).

Η προτεινόμενη τεχνική υλοποιείται σε δύο στάδια, όπως άλλωστε η μέθοδος Engle-Granger (1987/EG-two step procedure).

Στο πρώτο Στάδιο εκτιμούμε με μη γραμμικές τεχνικές την μη γραμμική παλινδρόμηση συνολοκλήρωσης και εκτιμούμε το «σφάλμα συνολοκλήρωσης» το οποίο χρησιμοποιούμε για να ελέγξουμε την στασιμότητα του.

Στο δεύτερο Στάδιο χρησιμοποιούμε γνωστές μεθόδους ελέγχου της στασιμότητας ενώ αξιοποιούμε τεχνικές bootstrap για την δημιουργία κριτικών τιμών για τους γνωστότερους ελέγχους στασιμότητας³⁴⁷.

Δεδομένου ότι υπάρχει μια πληθώρα από εναλλακτικά σχήματα μη γραμμικής ευσταθούς μακροχρόνιας συμμεταβλητότητας στην προτεινόμενη μέθοδο η παλινδρόμηση συνολοκλήρωσης προσεγγίζεται με ένα μετασχηματισμένο γραμμικό υπόδειγμα όπου όλες οι μεταβλητές έχουν υποστεί τον Box-Cox μετασχηματισμό.

Ο μετασχηματισμός αυτός μας επιτρέπει να χρησιμοποιήσουμε όλα σχεδόν τα μεθοδολογικά εργαλεία των ελέγχων και εφαρμογών γραμμικής Συνολοκλήρωσης. Ταυτόχρονα όμως μας περιορίζει να ελέγξουμε για εξειδικευμένη ομάδα σχημάτων που εμφανίζουν ευσταθείς μη γραμμικές συμμεταβολές (Συνολοκλήρωσης) και οι συναρτησιακές σχέσεις που συνδέουν μακροχρόνια τις οικονομικές μεταβλητές είναι ομογενείς η ασυμπτωτικά ομογενείς (Asymptotic Homogeneous).

Οι έλεγχοι στασιμότητας γίνονται με εξομοιωμένες τιμές (bootstrapping) για το κριτήριο KPSS και για τον έλεγχο ADF (Augmented Dickey Fuller Test) .

Η προτεινόμενη μέθοδος μπορεί να χρησιμοποιηθεί και να επεκταθεί στην περίπτωση περισσοτέρων των δύο μεταβλητών , καθώς επίσης και σε πλέον πεπλεγμένα μη γραμμικά σχήματα, χωρίς να είναι απαραίτητο να μετασχηματίζονται σε γραμμικά, διατηρώντας τα χαρακτηριστικά της ασυμπτωτικής ομοιογένειας.

³⁴⁷ Πρόκειται για τους γνωστούς ελέγχους στασιμότητας : ADF και KPSS. Περισσότερα για αυτούς του ελέγχους, βλέπε «Οικονομετρία: Θεωρία και Εφαρμογές», Αναστάσιος Β. Κάτος, σελ.966-969,995-997

3.1.1. Η προτεινόμενη μέθοδος Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης

Ειδικότερα αν x_t και y_t , $t = 1, 2, 3, \dots, T$ είναι δύο μεταβλητές³⁴⁸ οι οποίες μετασχηματιζόμενες με κάποιο σχήμα (γραμμικό ή μη γραμμικό φίλτρο), όπως είναι και ο μετασχηματισμός των Box-Cox³⁴⁹, έστω $x_t(\lambda) = \frac{x_t^\lambda - 1}{\lambda}$ και $y_t(\lambda) = \frac{y_t^\lambda - 1}{\lambda}$, τότε για διάφορες τιμές της παραμέτρου λ ($0 \leq \lambda < 1$) θα μπορούσαμε την μη γραμμικότητα της συμμεταβολής τους να την γραμμοποιήσουμε και σε γενικές γραμμές να αξιοποιήσουμε ήδη δοκιμασμένους ελέγχους γραμμικής συνολοκλήρωσης ή ευσταθούς μακροχρόνιας συμμεταβολής μεταξύ των οικονομικών μεγεθών (και όχι μόνον)

Στο Σχεδιάγραμμα 3.1 παρουσιάζουμε τα ακιδωτά διαγράμματα της σχέσης δυο οικονομικών μεγεθών σε σχέση με διαφορετικές τιμές του συντελεστή λ στο διάστημα τιμών από 0 έως 1 με βήμα μεταβολής .2.

³⁴⁸ Η παρουσίαση αυτής θα μπορούσε να γίνει για περισσότερες από δύο μεταβλητές, χωρίς τον άμεσο επηρεασμό των αποτελεσμάτων.

³⁴⁹ Η προτεινόμενη διαδικασία μη γραμμικής συνολοκλήρωσης θα μπορούσαμε να πούμε ότι ανήκει στην κατηγορία των μεθόδων που χρησιμοποιούν διάφορα φίλτρα για τον μετασχηματισμό μιας μη γραμμικής σχέσης σε γραμμική. Θα μπορούσαμε να αναφέρουμε τις περιπτώσεις των Granger (1991), Granger and Hallman (1991), Meese and Rose (1991) καθώς και Kanas A. (2003). Η προτεινόμενη τεχνική διαφοροποιείται σημαντικά ιδιαίτερα στην δυνατότητα της να σχηματοποιήσει τις διαχρονικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ της μεταβλητής

y_t και x_t καθώς και στην δυνατότητα να πραγματοποιεί προβλέψεις. Μέχρι σήμερα οι εφαρμογές μη γραμμικής συνολοκλήρωσης χρησιμοποιούν μια Alternating Conditional Expectation (ACE) για να μετασχηματίσουν τις μεταβλητές της συνάρτησης συνολοκλήρωσης ακολουθώντας την διαδικασία που περιγράφεται στις παρακάτω εξισώσεις:

Λαμβάνουμε μετασχηματισμούς $(\theta, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n)$ για μια ομάδα μεταβλητών $(y, x_1, x_2, \dots, x_n)$ οι οποίοι μεγιστοποιούν την συσχέτιση μεταξύ των μεταβλητών υποθέτοντας επίσης ότι:

$$\sum_{i=1}^n \phi_i(x_i) \quad (1)$$

$$\text{μέ } \phi_1(x_1), \phi_2(x_2), \dots, \phi_n(x_n) \quad (2)$$

καί

$$e^2(\theta, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n) = \frac{E \left[\theta(y) - \sum_{i=1}^n \phi_i(x_i) \right]^2}{E \theta^2(y)} \quad (3)$$

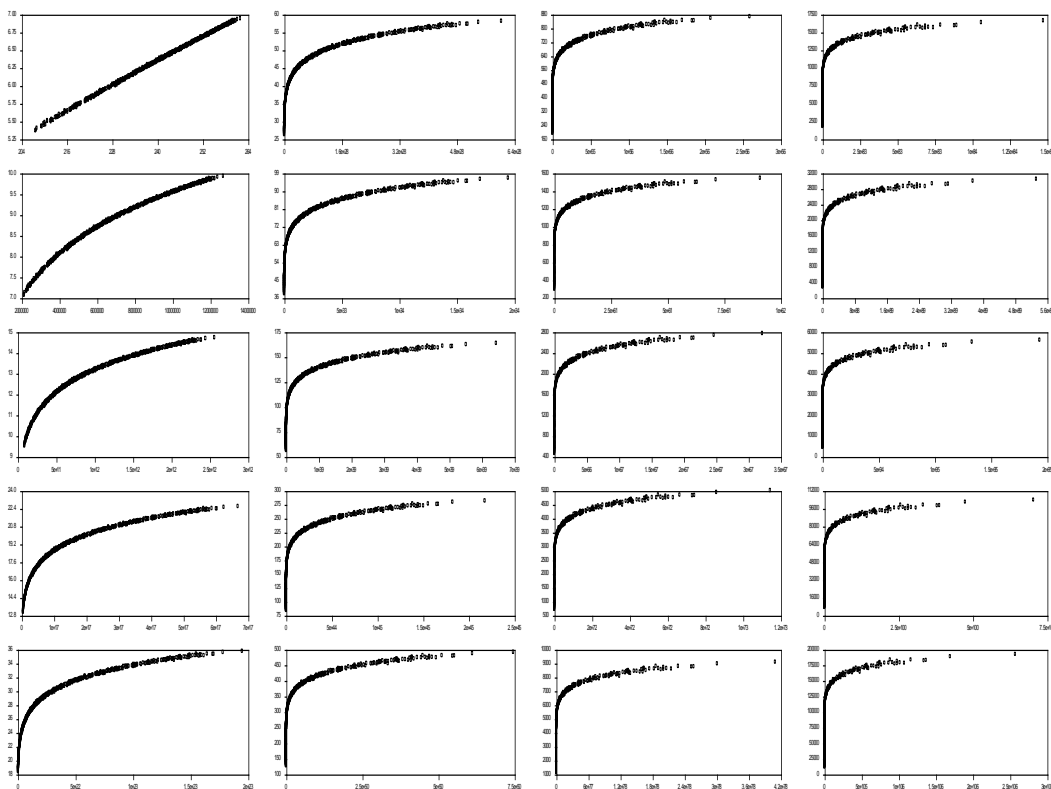
$$e^2(\theta, \phi_1, \dots, \phi_n) \quad \theta(y) = \phi_1(x_1) + \dots + \phi_n(x_n) + e \quad (4)$$

$$\theta(y) \leftarrow \frac{E \left[\sum_{i=1}^n \phi_i(x_i) | y \right]}{\left[\sum_{i=1}^n \phi_i(x_i) | y \right]} \quad (5)$$

Περισσότερα για την εφαρμογή αυτής της τεχνικής είναι διαθέσιμα στην εργασία Kanas Angelos, 2003, σελ.403.

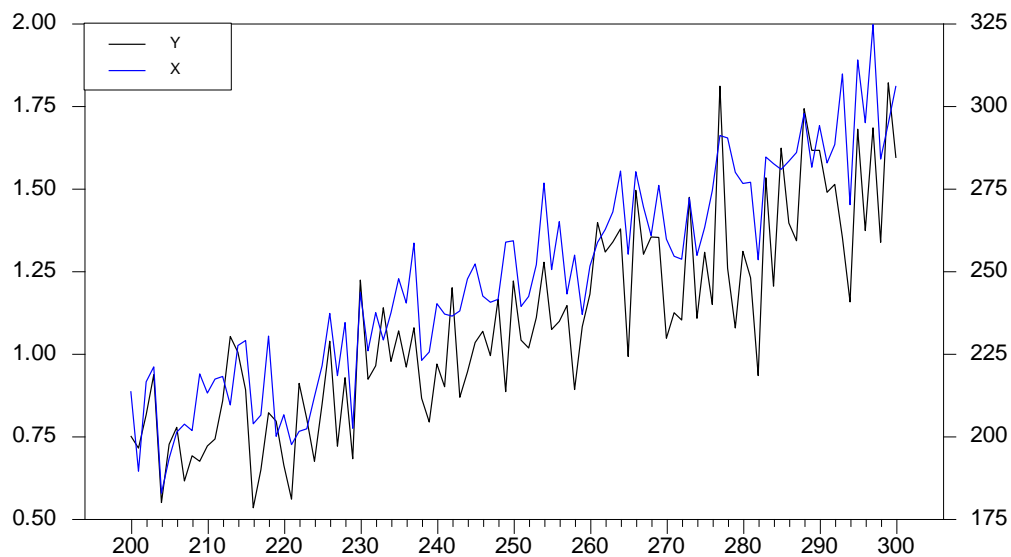
NonLinear and Linear Relations for Different | Box Cox Corfficient

Simulated Data

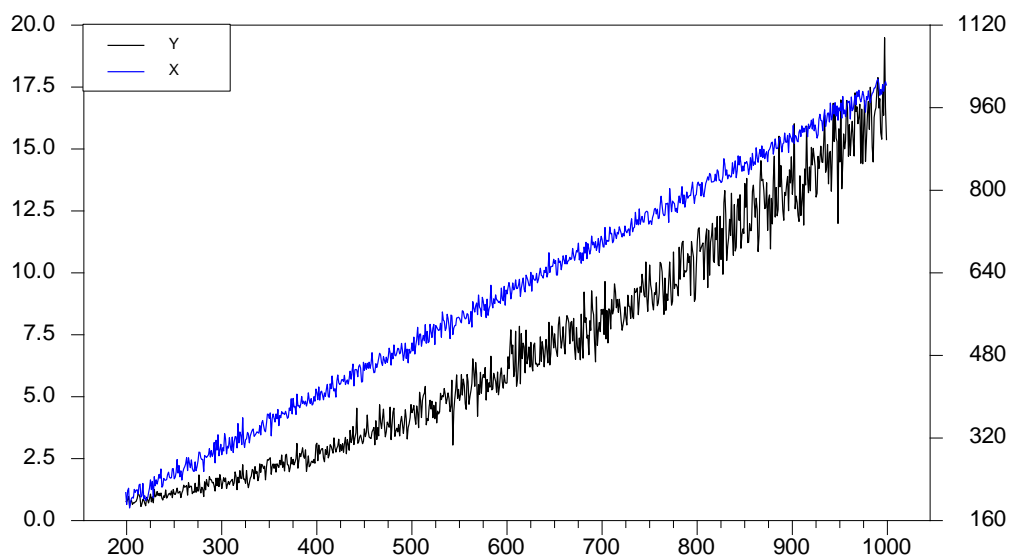


Διάγραμμα 3-1. Γραφικές Συσχετίσεις δυο μη γραμμικά συµμεταβαλλόµενων µεταβλητών για διαφορετικές τιµές του συντελεστή των Box-Cox.

Από τις γραφικές παρουσιάσεις στο Σχεδιάγραμμα 3.1 µπορεί εύκολα να προκύψει η δυνατότητα του προταθέντος µετασχηµατισµού να γραµµοποιεί τις “συσχετίσεις” δύο µη γραμμικά συνδεόµενων µεταβλητών.



Διάγραμμα 3-2. Εξομοιωμένες τιμές δυο (οικονομικών) μεγεθών που εμφανίζουν ευσταθείς μακροχρόνιες συμμεταβολές.



Διάγραμμα 3-3. Εξομοιωμένες τιμές δυο (οικονομικών) μεγεθών που εμφανίζουν ευσταθείς μακροχρόνιες συμμεταβολές³⁵⁰.

Στα χρονοδιαγράμματα 3.2 και 3.3 παρουσιάζουμε τις εξομοιωμένες τιμές των δύο χρονοσειρών σε διαφορετικό αριθμό δεδομένων.

³⁵⁰ Η παρατηρούμενη διαφοροποίηση στις γραφικές παραστάσεις των δυο χρονοδιαγραμμάτων οφείλεται κυρίως στην ιδιαιτερότητα του χρησιμοποιούμενου λογισμικού R.A.T.S, στην γραφική παρουσίαση των δύο χρονοσειρών με διαφορετική προσαρμογή (scale)

3.1.2. Μη Γραμμικές Μακροχρόνιες Συμμεταβολές³⁵¹

Στα χρονοδιαγράμματα 3.4 παρουσιάζουμε ανάλογα αποτελέσματα για δύο εξομοιωμένες μεταβλητές με βάση το κάτωθι σχήμα (Data Generating Process):

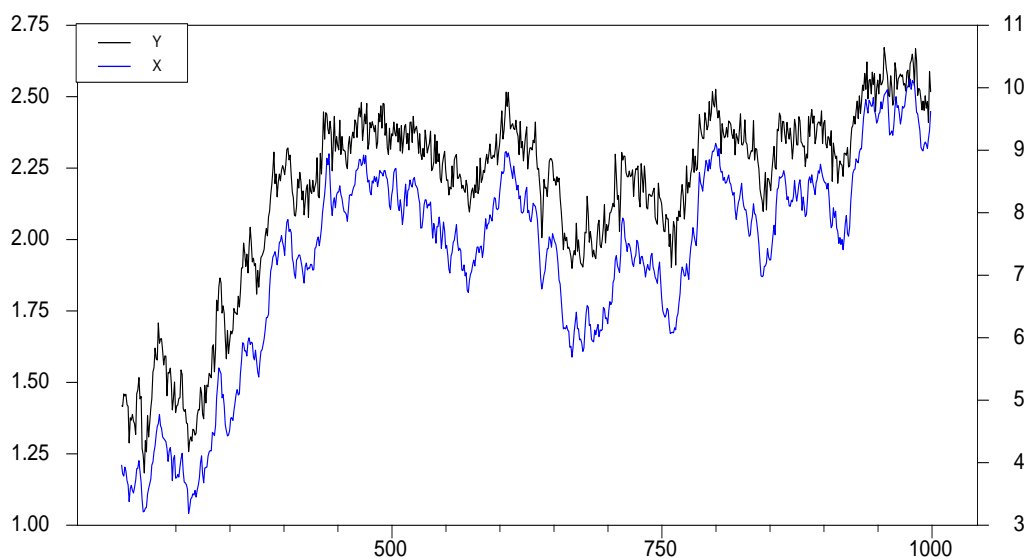
$$y_t = \frac{x_t^\lambda - 1}{\lambda} + \varepsilon_t$$

$$x_t = x_{t-1} + w_{1t} + \gamma_1 w_{1t-1}$$

$$\varepsilon_t \sim NID(0, \sigma_\varepsilon^2 = 0,25)$$

$$w_{1t} \sim NID(0, \sigma_w^2 = 0,25)$$

Εξίσωση 3-1.



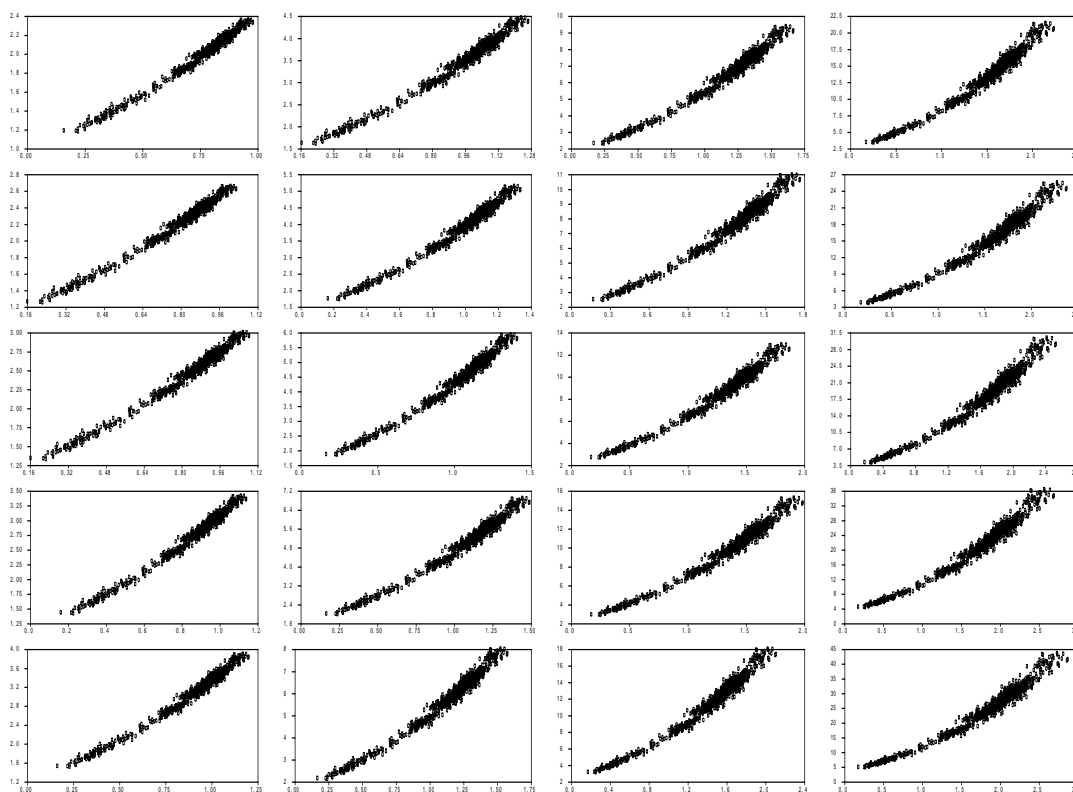
Διάγραμμα 3-4. Εξομοιωμένες τιμές δυο (οικονομικών) μεγεθών που εμφανίζουν ευσταθείς μακροχρόνιες συμμεταβολές.

³⁵¹ Πρόκειται για ένα από τα πολλά σχήματα που έχουν χρησιμοποιηθεί για πειραματισμούς τεχνικών ελέγχων μη γραμμικής συνολοκλήρωσης, από τους J.L.Lin και Granger (1995) σε preliminary αποτελέσματα

$$y_t = \frac{(|x_{1t}|)^\theta - 1}{\theta}, \quad \theta = 0,1 \quad \text{με} \quad x_{1t} = x_{1t-1} + \varepsilon_{1t} + \gamma_1 \varepsilon_{1t-1} \quad \gamma_1 = 0,2, \quad \varepsilon_{1t}$$

NonLinear and Linear Relations for Different | Box Cox Corfficient

Simulated Data



Διάγραμμα 3-5. Γραφικές Συσχετίσεις δυο μη γραμμικά συµμεταβαλλόµενων µεταβλητών για διαφορετικές τιµές του συντελεστή των Box-Cox.

Εναλλακτικές μη γραμμικές Ασυμπτωτικά Ομοιογενείς συναρτήσεις

Η προτεινόμενη μέθοδος θα μπορούσε άνετα να επεκταθεί σε ανάλογες μη γραμμικού χαρακτήρα σχέσεις³⁵² όπως:

- a) $f(x) = a_0 x^k + a_1 x_{k-1} + \dots + a_1 x + a_0$
- b) $f(x) = \text{sgn}(x)$
- c) $f(x) = \log(|x|)$
- d) $f(x) = \log(|\log(|x|)|)$
- e) $f(x) = a_0 |\log(x)^k| + a_1 |\log(x)^{k-1}| + \dots + a_k$
- f) $f(x) = G(x)$, where G is any distribution function
- g) $f(x) = \arctan(x)$
- h) $f(x) = e^x / (1 + e^x)$
- i) Logistic function $e^{\theta x} / (1 + e^{\theta x})$
- j) $f(x, \theta) = x(1 + \theta x)^{-1} 1\{x \geq 0\}$

³⁵² Ασυμπτωτικά Ομοιογενείς Συναρτήσεις (Asymptotic homogeneous functions) :

f είναι μια Ασυμπτωτικά Ομοιογενής Συναρτήση εάν :

$$f(\lambda x, \theta) = \kappa(\lambda, \theta) H(x, \lambda, \theta) + R(x, \lambda, \theta)$$

Όπου $R(x, \lambda, \theta)$ είναι βαθμός μικρότερος από $\kappa(\lambda, \theta)$, κ , είναι ασυμπτωτικός βαθμός και H η ασυμπτωτική ομοιογενής συνάρτηση.

3.1.3. Έλεγχος Μη Γραμμικής ευσταθούς βραχυχρόνιας και μακροχρόνιας συμμεταβλητότητας (Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης)

Ο έλεγχος ύπαρξης μη γραμμικής Συνολοκλήρωσης προτείνεται να γίνει με βάση την διαδικασία:

Στάδιο I. Μετασχηματίζουμε τις μεταβλητές³⁵³ y_t και x_t με τον μετασχηματισμό των Box-Cox ως εξής:

$$y_t(\lambda) = \frac{y_t^\lambda - 1}{\lambda}, \quad x_t(\lambda) = \frac{x_t^\lambda - 1}{\lambda} \quad \text{Εξίσωση 3-2.}$$

και αν $\hat{\beta}_0$ και $\hat{\beta}_1$ είναι οι Απλών Ελαχίστων Τετραγώνων εκτιμητές των παραμέτρων του υποδείγματος $x_t(\lambda) = \beta_0 + \beta_1 y_t(\lambda) + \varepsilon_t$ τότε αυτές θα προκύψουν από την εφαρμογή της μη γραμμικής διαδικασίας σχηματοποίησης :

$$\min_{\beta_0, \beta_1, \lambda} \sum_{t=1}^T \left(\frac{y_t^\lambda - 1}{\lambda} - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 \frac{x_t^\lambda - 1}{\lambda} \right)^2, \quad \text{Εξίσωση 3-3.}^{354}$$

για $t=1, 2, \dots, T$ (αριθμός των διαθέσιμων δεδομένων)

Στάδιο II. Υπολογίζουμε τις εκτιμήσεις του διαταρακτικού όρου (Σφάλμα Ισορροπίας) από την σχέση

$$\begin{aligned} \hat{\varepsilon}_t &= x_t(\lambda) - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 y_t(\lambda), \\ \text{ή} \\ \hat{\varepsilon}_t &= \frac{x_t^\lambda - 1}{\lambda} - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 \cdot \frac{y_t^\lambda - 1}{\lambda} \end{aligned} \quad \text{Εξίσωση 3-4.}$$

όπου $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1$ και $\hat{\lambda}$ είναι οι Απλών Ελαχίστων Τετραγώνων εκτιμητές των παραμέτρων³⁵⁵ του υποδείγματος.

³⁵³ Εφ' όσον οι μεταβλητές x_t και y_t είναι στάσιμες χρονοσειρές στις πρώτες τους διαφορές δηλαδή $y_t \approx I(1)$ και $x_t \approx I(1)$. Οι έλεγχοι στασιμότητας εξακολουθούν να είναι οι γνωστοί γραμμικοί έλεγχοι.

³⁵⁴ Η διαδικασία ελαχιστοποίησης του αθροίσματος (Εξίσωση 3.3.) στο λογισμικό περιβάλλον του R.A.T.S. δίνεται στο αντίστοιχο Παράρτημα

³⁵⁵ Οι εκτιμητές αυτοί προκύπτουν με βάση την ελαχιστοποίηση του αθροίσματος:

$$\min_{\beta_0, \beta_1, \lambda} \sum_{t=1}^T \left(\frac{y_t^\lambda - 1}{\lambda} - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 \frac{x_t^\lambda - 1}{\lambda} \right)^2$$

για τιμές του λ , στο διάστημα $0 \leq \lambda \leq 1$, ή εναλλακτικά χρησιμοποιώντας μια μη γραμμική εκτίμηση της μορφής

$$\min_{\beta_0, \beta_1} \sum_{t=1}^T \left(\frac{y_t^\lambda - 1}{\lambda} - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 \frac{x_t^\lambda - 1}{\lambda} \right)^2$$

3.1.4. Οι έλεγχοι Στασιμότητας.

Μια πρώτη εφαρμογή υλοποίησης ή δοκιμής της προτεινόμενης μεθόδου είναι ο έλεγχος της στασιμότητας των τιμών του σφάλματος ισορροπίας $\hat{\varepsilon}_t$ αξιοποιώντας τον έλεγχο των Dickey-Fuller³⁵⁶ εκτιμώντας την σχέση:

$$\Delta \hat{\varepsilon}_{\lambda,t} = \delta \hat{\varepsilon}_{\lambda,t-1} + w_t$$

$$w_t \approx NID(0, \sigma_w^2)$$

Εξίσωση 3-5.

$$t_\delta = \frac{\hat{\delta}}{S_{\hat{\delta}_1}}$$

Εξίσωση 3-6.

Ελέγχοντας την υπόθεση :

$$H_0 = \delta = 0 \quad \text{μη ύπαρξη συνολοκλήρωσης εάν } t_\delta > \tau$$

$$H_0 = \delta < 0 \quad \text{ύπαρξη συνολοκλήρωσης εάν } t_\delta < \tau$$

όπου τ είναι η κρίσιμη τιμή από τους ανάλογους πίνακες³⁵⁷.

Θα πρέπει να διευκρινίσουμε ότι οι έλεγχοι στασιμότητας δεν επηρεάζονται άμεσα από τις διαμορφωθείσες τιμές των μεταβλητών x_t και y_t , δεδομένου ότι έχουμε υποθέσει ότι υφίστανται μη γραμμικότητα στην σχέση μεταξύ των δύο μεταβλητών και όχι στην μεταβλητικότητα της κάθε μεταβλητής χωριστά.

Δεδομένου ότι με τον μετασχηματισμό μας ουσιαστικά γραμμικοποιούμε την μη γραμμική σχέση μεταξύ των δύο μεταβλητών, οι τυποποιημένες κρίσιμες τιμές είναι αυτές που αντιστοιχούν στην Γραμμική Συνολοκλήρωση.

Παρόλα αυτά οι κρίσιμες τιμές από τους ανάλογους πίνακες ελέγχου αν και δε θα πρέπει να έχουμε προβλήματα στη χρησιμοποίησή τους θα προκύψουν με μια διαδικασία στοχαστικής εξομοίωσης (Bootstrap) ως εξής:

Βήμα 1. Έχοντας μια εκτίμηση της παραμέτρου λ , έστω $\hat{\lambda}$ από το πρώτο στάδιο υπολογίζουμε τις τιμές του ‘σφάλματος ισορροπίας’ ως εξής:

³⁵⁶ Fuller, W(1976), Introduction to Statistical Time Series , New York : John Wiley

³⁵⁷ Στις εμπειρικές εφαρμογές καταφύγαμε στην χρησιμοποίηση των Πινάκων του Engle-Granger (1987), Engle-Yoo (1987) , McKinnon (1991) , και Davidson and MacKinnon (1993) . Πάντως, δεδομένου ότι στην υποεκτίμηση εξειδίκευση για τον έλεγχο της στασιμότητας των εκτιμήσεων του σφάλματος ισορροπίας υπεισέρχεται και μια επιπλέον παράμετρος , καλό θα ήταν να τροποποιηθούν οι ανάλογοι πίνακες ελέγχου συνολοκλήρωσης , εισαγάγαμε την διαφορετικότητα της παραμέτρου λ για τις διάφορες τιμές της.

$$\hat{\varepsilon}_t = \frac{y_t^\lambda - 1}{\hat{\lambda}} - \hat{\beta}_0 - \beta_1 \frac{x_t^\lambda - 1}{\hat{\lambda}}$$

και εκτιμάμε με την εφαρμογή απλών ελαχίστων τετραγώνων τη σχέση:

$$\hat{\varepsilon}_t = \hat{\mu}_0 + \hat{\varepsilon}_{t-1} + \hat{\gamma}t + \hat{\omega}_t$$

με $\omega_t \sim NID(0, \sigma_\omega^2)$

t=η γραμμική τάση

λαμβάνοντας τις εξής εκτιμήσεις: $\hat{\mu}_0, \hat{\gamma}$ καθώς και $\hat{\omega}_t = \hat{\varepsilon}_t - \hat{\mu}_0 - \varepsilon_{t-1} - \hat{\gamma}_t$

Βήμα 2. Αναπροσαρμόζουμε τις εκτιμήσεις του διαταρακτικού όρου $\hat{\omega}_t$

πολλαπλασιάζοντας $\left[\frac{T}{(t-n)^{\frac{1}{2}}} \right]$ για τη διόρθωση ως προς τους βαθμούς ελευθερίας. Από αυτές

τις εκτιμήσεις με μια διαδικασία τυχαίας επιλογής³⁵⁸ (χωρίς επανατοποθέτηση) επιλέγουν T παρατηρήσεις. Με βάση αυτό το δείγμα παρατηρήσεων υπολογίζουμε την σχέση:

$$\hat{\varepsilon}_t = \hat{\mu}_0 + \hat{\varepsilon}_{t-1} + \hat{\gamma}t + \hat{\omega}_t$$

Βήμα 3. Σ' αυτές τις εκτιμήσεις εφαρμόζουμε το κριτήριο στασιμότητας όπως και τον Augmented Dickey Fuller έλεγχο για ένα αριθμό NITERS=15.000 επαναλήψεων.

Από την κατανομή των εκτιμήσεων του κριτηρίου του ADF (με δύο χρονικές υστερήσεις) υπολογίζουμε τις 1%, 5%, 10% fractiles της κατανομής για N=15.000 και για χρονικές υστερήσεις³⁵⁹ Lags=2.

Τελικά χρησιμοποιούμε αυτές τις κρίσιμες τιμές για να ελέγξουμε την ύπαρξη στασιμότητας στους εκτιμημένους διαταρακτικούς όρους από το πρώτο στάδιο.

Στις εμπειρικές εφαρμογές η υλοποίηση του προτεινόμενου αλγορίθμου ελέγχου της μη γραμμικής συνολοκλήρωσης μπορεί να γίνει με βάση την εξής συνολική διαδικασία.

³⁵⁸ Στους πειραματισμούς μας χρησιμοποιήσαμε το λογισμικό RATS (Estima) και την εντολή BOOT.

³⁵⁹ Θα μπορούσαμε να ακολουθήσουμε μια διαδικασία επιλογής του 'καλύτερου' αριθμού των χρονικών υστερήσεων (lags) με βάση κάποιο από τα γνωστά κριτήρια Akaike ή Schwarz. Επειδή όμως η διαδικασία προγραμματισμού στοχεύει στην εφαρμογή στοχαστικών εξομοιώσεων, για λόγους εξοικονόμησης χρόνου, θέσαμε a priori τον αριθμό των lags=2.

Βήμα 1. Έλεγχοι γραμμικής στασιμότητας του σφάλματος συνολοκλήρωσης.³⁶⁰

Βήμα 2. Για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου λ του μετασχηματισμού των Box-Cox, ελέγχουμε με γραμμικές μεθόδους ή Bootstrapping τεχνικές την ύπαρξη ευσταθών μακροχρόνιων συμμεταβολών.

Βήμα 3. Εφ' όσον εντοπίσουμε την ύπαρξη Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης, τότε εκτιμούμε τό σχήμα:

$$\Delta y_{1t} = a_0 + \delta_1(y_{1t-1} - \gamma_{2t-1}) + \sum_{i=1}^k a_{1i} \Delta y_{1t-i} + \sum_{i=1}^k a_{2i} \Delta y_{2t-i} + \varepsilon_{1t}$$

$$\Delta y_{2t} = \beta_0 + \delta_2(y_{1t-1} - \gamma_{2t-1}) + \sum_{i=1}^k \beta_{1i} \Delta y_{1t-i} + \sum_{i=1}^k \beta_{2i} \Delta y_{2t-i} + \varepsilon_{2t}$$

Εξίσωση 3-7.

με $y_{1t} = \frac{y_t^{\hat{\lambda}} - 1}{\hat{\lambda}} \quad y_{2t} = \frac{x_t^{\hat{\lambda}} - 1}{\hat{\lambda}}$

$$\Delta y_{1t} = (y_{1t} - y_{1t-1})$$

$$\Delta y_{2t} = (y_{2t} - y_{2t-1})$$

Εάν δεν έχουμε στατιστικά σημαντικές μη γραμμικές ευσταθείς μη γραμμικές συμμεταβολές τότε εκτιμούμε ένα απλό σύστημα αυτοπαλίδρομων εξισώσεων³⁶¹:

$$\Delta y_{1t} = a_0 + \sum_{i=1}^k a_{1i} \Delta y_{1t-i} + \sum_{i=1}^k a_{2i} \Delta y_{2t-i} + \varepsilon_{1t}$$

$$\Delta y_{2t} = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_{1i} \Delta y_{1t-i} + \sum_{i=1}^k \beta_{2i} \Delta y_{2t-i} + \varepsilon_{2t}$$

$$\Delta y_{1t} = (y_t - y_{t-1})$$

$$\Delta y_{2t} = (x_t - x_{t-1})$$

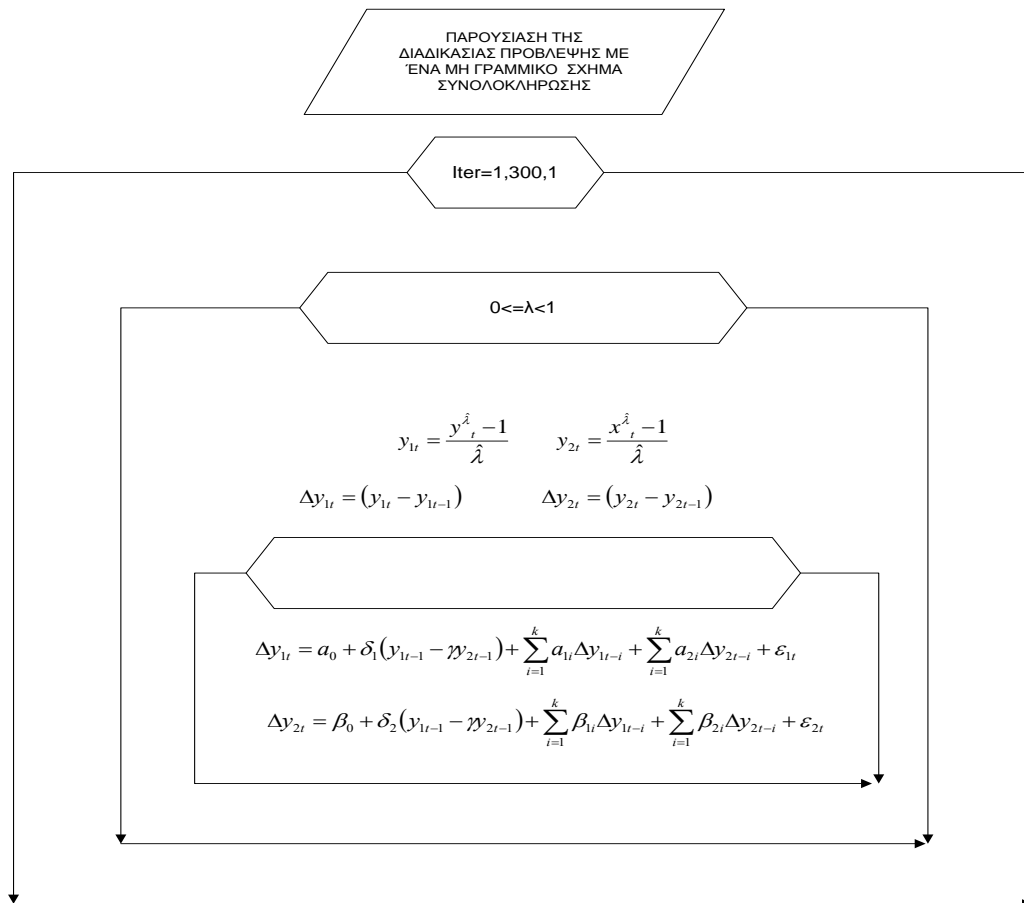
Εξίσωση 3-8.

³⁶⁰ Εκτίμηση του διαταρακτικού όρου της συνάρτησης συνολοκλήρωσης

3.1.5. Επεκτάσεις στην διαδικασία των προβλέψεων.

Η προβλεπτική ικανότητα του μη γραμμικού Αυτοπαλίνδρομου σχήματος μπορεί να γίνει περισσότερο αποτελεσματική επαναπροσδιορίζοντας τόσο την τιμή του συντελεστή Box-Cox λ όσο και τον βαθμό των χρονικών υστερήσεων της σε σχέση με τα κριτήρια του Akaike και Schwarz, αλλά και με την ελαχιστοποίηση κάποιου κριτηρίου πρόβλεψης από το Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα.³⁶²

Στην περίπτωση αυτή θα πρέπει να ακολουθηθεί μια επαναληπτική διαδικασία σχήματος και παραμέτρων του συστήματος 3-6 για διάφορες τιμές του συντελεστή μετασχηματισμού του Box-Cox και της επιλογής των χρονικών υστερήσεων με βασικό κριτήριο επιλογής το μικρότερο Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα πρόβλεψης ή κάποιο άλλο κριτήριο επιλογής.



Διάγραμμα 3-6. Γραφική παρουσίαση της διαδικασίας πρόβλεψης με την προτεινόμενη μέθοδο Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης

3.2. Εφαρμογές των Στοχαστικών Πειραματισμών.

Δεδομένου ότι ο έλεγχος της Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης βασίζεται στον έλεγχο της στασιμότητας των εκτιμήσεων του διαταρακτικού όρου(ή το γνωστό σφάλμα ισορροπίας) της μη γραμμικής (γραμμοποιημένης) σχέσης πραγματοποιήσαμε μια σειρά από «προελέγχους» της αποτελεσματικότητας της μεθόδου μη γραμμικής ή της γραμμοποιημένης συνολοκλήρωσης.

Το σχήμα που εξειδικεύσαμε για την χρησιμοποίηση του στους πειραματισμούς μας είναι το εξής:

$$\Delta\left(\frac{y_t^{\hat{\lambda}}-1}{\hat{\lambda}}-\frac{y_{t-1}^{\hat{\lambda}}-1}{\hat{\lambda}}\right)=\hat{\gamma}_1\Delta\left(\frac{x_t^{\hat{\lambda}}-1}{\hat{\lambda}}-\frac{x_{t-1}^{\hat{\lambda}}-1}{\hat{\lambda}}\right)+\hat{\lambda}_1\left(\frac{y_{t-1}^{\hat{\lambda}}-1}{\hat{\lambda}}-\hat{\beta}_0-\hat{\beta}_1\frac{x_{t-1}^{\hat{\lambda}}-1}{\hat{\lambda}}\right)+w_{1t} \quad \text{Εξίσωση 3-9.}$$

$$\Delta\left(\frac{x_t^{\hat{\lambda}}-1}{\hat{\lambda}}-\frac{x_{t-1}^{\hat{\lambda}}-1}{\hat{\lambda}}\right)=\hat{\gamma}_2\Delta\left(\frac{y_t^{\hat{\lambda}}-1}{\hat{\lambda}}-\frac{y_{t-1}^{\hat{\lambda}}-1}{\hat{\lambda}}\right)+\hat{\lambda}_2\left(\frac{y_{t-1}^{\hat{\lambda}}-1}{\hat{\lambda}}-\hat{\beta}_0-\hat{\beta}_1\frac{x_{t-1}^{\hat{\lambda}}-1}{\hat{\lambda}}\right)+w_{2t} \quad \text{Εξίσωση 3-10.}$$

$$\frac{y_t^{\hat{\lambda}}-1}{\hat{\lambda}}=\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1\frac{x_t^{\hat{\lambda}}-1}{\hat{\lambda}}+\varepsilon_t \quad \text{Εξίσωση 3-11.}$$

$$y_t^{(\lambda)}=\frac{y_t^{\hat{\lambda}}-1}{\hat{\lambda}}=\left(\frac{y_t^{\hat{\lambda}}-1}{\hat{\lambda}}-\frac{y_{t-1}^{\hat{\lambda}}-1}{\hat{\lambda}}\right)+\frac{y_{t-1}^{\hat{\lambda}}-1}{\hat{\lambda}} \quad \text{Εξίσωση 3-12.}$$

$$x_t^{(\lambda)}=\frac{x_t^{\hat{\lambda}}-1}{\hat{\lambda}}=\left(\frac{x_t^{\hat{\lambda}}-1}{\hat{\lambda}}-\frac{x_{t-1}^{\hat{\lambda}}-1}{\hat{\lambda}}\right)+\frac{x_{t-1}^{\hat{\lambda}}-1}{\hat{\lambda}} \quad \text{Εξίσωση 3-13.}$$

$$y_t=(y_t^{(\lambda)})^{\frac{1}{\lambda}}+1 \quad \text{Εξίσωση 3-14.}$$

$$x_t=(x_t^{(\lambda)})^{\frac{1}{\lambda}}+1 \quad \text{Εξίσωση 3-15.}$$

$$V\begin{pmatrix} w_{1t} \\ w_{2t} \end{pmatrix}=\begin{bmatrix} \sigma_1^2=1 & \sigma_{12}=.25 \\ \sigma_{21}=0.45 & \sigma_2^2=1 \end{bmatrix} \quad \text{Εξίσωση 3-16.}$$

Το σχήμα των παραπάνω εξισώσεων εκφράζει –εξομοιώνει τις μεταβλητές y_t και x_t με μη γραμμική μακροχρόνια συμμεταβλητότητα και έχει το εξής αντίστοιχο γραμμικό σχήμα συνολοκλήρωσης³⁶³:

³⁶³ Η χρησιμοποίηση του παραπάνω σχήματος μπορεί να ερμηνευθεί ως εξής:

$$\Delta y_t = \gamma_1 \Delta x_t + \lambda_{1,t} (y_{t-1} - \beta_0 - \beta_1 x_{t-1}) + w_{1t} \quad \text{Εξίσωση 3-17.}$$

$$\Delta x_t = \gamma_2 \Delta y_t + \lambda_{2,t} (y_{t-1} - \beta_0 - \beta_1 x_{t-1}) + w_{2t} \quad \text{Εξίσωση 3-18.}$$

$$\lambda_{1t} = \lambda_{1,t-1} + \xi_{1t} \quad \xi_{1t} \approx NID(0, \sigma_{\xi_1}^2) \quad \text{Εξίσωση 3-19.}$$

$$\lambda_{2t} = \lambda_{2,t-1} + \xi_{2t} \quad \xi_{2t} \approx NID(0, \sigma_{\xi_2}^2) \quad \text{Εξίσωση 3-20.}$$

$$V \begin{pmatrix} w_{1t} \\ w_{2t} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 = 1 & \sigma_{12} = .25 \\ \sigma_{21} = 0.45 & \sigma_2^2 = 1 \end{bmatrix} \quad \text{Εξίσωση 3-21.}$$

$$y_t = \Delta y_t + y_{t-1} \quad \text{Εξίσωση 3-22.}$$

$$x_t = \Delta x_t + x_{t-1} \quad \text{Εξίσωση 3-23.}$$

Ένα έντονα μη γραμμικό σχήμα ευσταθούς μακροχρόνιας συμμεταβολής που χρησιμοποιήσαμε σε ανάλογους πειραματισμούς είναι το σχήμα:

$$y_t = 3.4 y_{t-1} (1 - y_{t-1}^2) e^{-y_{t-1}^2} + 0.5 y_{t-2} + 0.5 x_{t-1}^2 + \varepsilon_{1t} \quad \text{Εξίσωση 3-24.}$$

$$x_t = 3.4 x_{t-1} (1 - x_{t-1}^2) e^{-x_{t-1}^2} + 0.8 x_{t-2} + \varepsilon_{2t} \quad \text{Εξίσωση 3-25.}$$

$$\varepsilon_{1t} \cong NID(0, \sigma_1^2) \quad \varepsilon_{2t} \cong NID(0, \sigma_2^2) \quad \text{Εξίσωση 3-26.}$$

ή

$$V \begin{pmatrix} w_{1t} \\ w_{2t} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 = 1 & \sigma_{12} = .25 \\ \sigma_{21} = 0.45 & \sigma_2^2 = 1 \end{bmatrix} \quad \text{Εξίσωση 3-27.}$$

3.2.1. Ο Σχεδιασμός των Πειραματισμών

Εφ' όσον x_t και y_t είναι στάσιμες χρονοσειρές στις πρώτες τους διαφορές $y_t \approx I(1)$ και $x_t \approx I(1)$ τότε ο έλεγχος μη γραμμικής ευσταθούς διαχρονικής συμμεταβλητότητας θα πρέπει

Οι μεταβλητές y_t και x_t έχουν μια μακροχρόνια σταθερή συμμεταβολή $\frac{\Delta y_t}{\Delta x_t} = \gamma_1$, $\frac{\Delta x_t}{\Delta y_t} = \gamma_2$. Υπάρχει επίσης μια βραχυχρόνια

διόρθωση (error correction) η οποία όμως δεν είναι σταθερά αλλά εξαρτάται από διάφορους παράγοντες, πιθανόν και τις μεταβλητές y_t και x_t . Στο παραπάνω σχήμα θεωρούμε ότι οι παραπάνω σχέσεις προσεγγίζουν το πρόβλημα της μη γραμμικής Συνολοκλήρωσης.

να γίνει στις εκτιμήσεις του σφάλματος ισορροπίας το οποίο θα προκύψει από την εκτιμηθείσα σχέση :

$$\frac{y_t^{\hat{\lambda}} - 1}{\hat{\lambda}} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \frac{x_t^{\hat{\lambda}} - 1}{\hat{\lambda}} + \varepsilon_t$$

ή

$$x_t(\lambda) = \beta_0 + \beta_1 y_t(\lambda) + \varepsilon_t \quad \text{Εξίσωση 3-28.}$$

$$\hat{\varepsilon}(\hat{\lambda}) = y_t(\hat{\lambda}) - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_t(\hat{\lambda})$$

Μια πρώτη εφαρμογή υλοποίησης ή δοκιμής της προτεινόμενης μεθόδου είναι ο έλεγχος της στασιμότητας των τιμών του σφάλματος ισορροπίας $\hat{\varepsilon}_t$ αξιοποιώντας τον έλεγχο των Dickey-Fuller³⁶⁴ εκτιμώντας την σχέση:

$$\Delta \hat{\varepsilon}(\hat{\lambda})_t = \delta \hat{\varepsilon}(\hat{\lambda})_{t-1} + \xi_t \quad \text{Εξίσωση 3-29.}$$

$$\xi_t \approx NID(0, \sigma_j^2) \quad \text{Εξίσωση 3-30.}$$

υπολογίζοντας την : $t_{1,\delta} = \frac{\hat{\delta}_2}{S_{\hat{\delta}_2}} \quad \text{Εξίσωση 3-31.}$

και ελέγχοντας τις υποθέσεις :

$$H_0 = \delta_2 = 0 \quad \text{μη ύπαρξη συνολοκλήρωσης εάν } t_{\delta} > \tau$$

$$H_0 = \delta_2 < 0 \quad \text{ύπαρξη συνολοκλήρωσης εάν } t_{\delta} < \tau$$

όπου τ είναι οι κρίσιμη τιμή από τους ανάλογους πίνακες³⁶⁵

Η χρησιμοποίηση της σχέσης (3-29) και (3-30) ουσιαστικά είναι ο έλεγχος της στασιμότητας του σφάλματος ισορροπίας, κάτι που ερμηνεύεται στο ότι οι τιμές των $t_{1,\delta}$ και $t_{2,\delta}$ πρέπει να είναι «πολύ αρνητικές» τιμές, αλλιώς η χρονολογική σειρά δεν θα είναι στάσιμη³⁶⁶.

Με βάση τα παραπάνω θεωρούμε ότι σε μια πρώτη φάση θα πρέπει να συγκρίνουμε τις δύο μεθόδους ως όρο την αποτελεσματικότητά τους, ελέγχονται πόσο περισσότερο αρνητικές είναι οι τιμές των δύο t-statistics. Τα αποτελέσματα μιας σειράς πειραματισμών (10.000 επαναλήψεις) παρουσιάζονται στον Πίνακα 1 και στο Σχεδιάγραμμα 3-7.

³⁶⁴ Fuller, W(1976), Introduction to Statistical Time Series, New York: John Wiley

³⁶⁵ Στις εμπειρικές εφαρμογές καταφύγαμε στην χρησιμοποίηση των Πινάκων του Engle-Granger (1987), Engle-Yoo (1987), McKinnon (1991), και Davidson and MacKinnon (1993). Πάντως, δεδομένου ότι στην υποεκτίμηση εξειδίκευση για τον έλεγχο της στασιμότητας των εκτιμήσεων του σφάλματος ισορροπίας υπεισέρχεται και μια επιπλέον παράμετρος, καλό θα ήταν να τροποποιηθούν οι ανάλογοι πίνακες ελέγχου συνολοκλήρωσης, εισαγάγαμε την διαφορετικότητα της παραμέτρου λ για τις διάφορες τιμές της.

³⁶⁶ Κάτος Αναστάσιος, Οικονομετρία: Θεωρία και Εφαρμογές σελ. 962.

Στον Πίνακα 1 παρουσιάζουμε τις μέσες τιμές των $t_{1,\delta}$ και $t_{2,\delta}$ χρησιμοποιώντας την μέθοδο των Engle-Granger για τον έλεγχο της Γραμμικής Συνολοκλήρωσης και της προταθείσας μεθόδου ελέγχων ύπαρξης μη γραμμικής Συνολοκλήρωσης.

Για έναν αριθμό επαναλήψεων $n_iters=10.000$ οι μέσες τιμές των t-statistics για τις δύο μεθόδους υπολογίζοντας τα εξής:

$$\bar{t}_{1,\delta} = \frac{\sum_{j=1}^{n_iters} (t_{1,\delta})_j}{n_iters}, \quad \bar{t}_{2,\delta} = \frac{\sum_{j=1}^{n_iters} (t_{2,\delta})_j}{n_iters}$$

όπου $(t_{i,\delta})_j$ για $i=1,2$ είναι οι αντίστοιχες εκτιμήσεις των t με την εφαρμογή των μεθόδων των Engle και Granger και της προταθείσας μεθόδου. Από τα στοιχεία του Πίνακα 1 προκύπτει κατ' αρχάς η υπεροχή της προταθείσας μεθόδου σ' όλα τα επίπεδα των χρησιμοποιούμενων δεδομένων. Ιδιαίτερα για μεγάλο αριθμό παρατηρήσεων η υπεροχή της προταθείσας μεθόδου είναι εμφανέστατη.

Με ανάλογη παρουσίαση των αποτελεσμάτων των πειραματισμών μας δίδεται στο Διάγραμμα 3-7, όπου παρουσιάζουμε γραφικά τις κατανομές συχνοτήτων από την εφαρμογή των δύο μεθόδων για διαφορετικό αριθμό διαθέσιμων παρατηρήσεων. Η υπεροχή της προταθείσας μεθόδου είναι εμφανής.

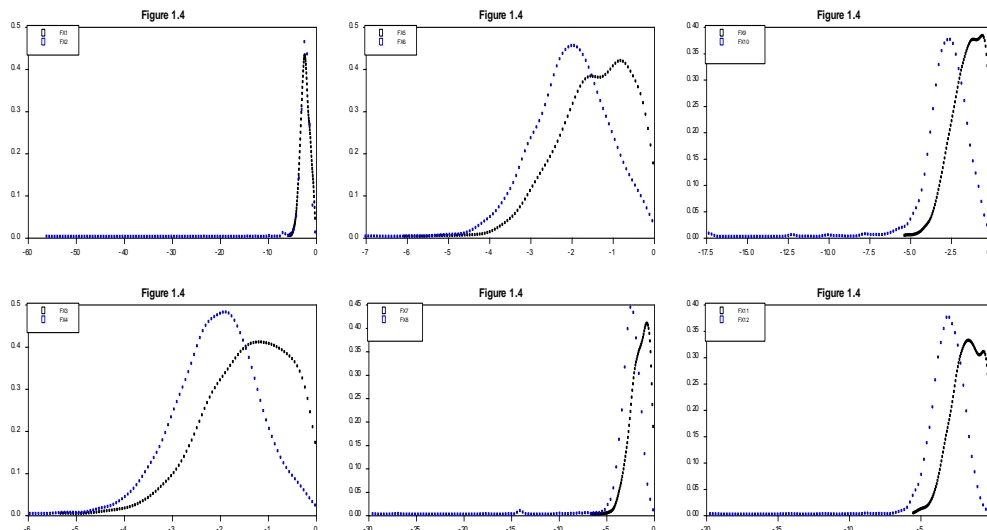
Θα πρέπει να τονίσουμε ότι στους πειραματισμούς μας, για τον έλεγχο της στασιμότητας χρησιμοποιήσαμε τον επαυξημένο έλεγχο των Dickey-Fuller (ADF) όπου αντί της :

$$\Delta \hat{\varepsilon}_t = \delta \varepsilon_{t-1} + \sum_{j=1}^{P-1} \delta_j \Delta \varepsilon_{t-1} + \xi_t$$

$$\xi_t \approx NID(0, \sigma_\xi^2)$$

Για την επιλογή του βαθμού P, χρησιμοποιήσαμε το Κριτήριο του Akaike

3.2.2. Δοκιμή της Μεθόδου Ελέγχου Μη γραμμικής Συνολοκλήρωσης – Αποτελέσματα πειραματισμών



Διάγραμμα 3-7. Κατανομές Συχνοτήτων των $t_{\delta} = \frac{\hat{\delta}}{S\hat{\delta}}$ για διαφορετικό αριθμό διαθεσίμων δεδομένων (Οι έγχρωμες κατανομές αναφέρονται στην εφαρμογή του μετασχηματισμού των Box-Cox).

Αριθμός Δεδομένων	$\bar{t}_{1,\delta}$	$\bar{t}_{2,\delta}$
50	-2.07524	-2.22180
100	-1.39592	-3.05044
150	-1.39284	-3.99947
200	-1.40302	-3.45466
300	-1.42841	-3.72289
600	-1.65389	-4.04303
800	-2.01356	-5.37305

Πηγή: Εκτιμήσεις μας³⁶⁷

Πίνακας 3-1. Μέσες τιμές των κριτηρίων $t_{\delta} = \frac{\hat{\delta}}{S\hat{\delta}}$ από την εφαρμογή γραμμικών και μη γραμμικών τεχνικών συνολοκλήρωσης.

³⁶⁷ $\bar{t}_{1,\delta} = \frac{\sum_{j=1}^{n_iters} (t_{1,\delta})_j}{n_iters}$:εφαρμογή του ελέγχου Engel-Granger $\bar{t}_{2,\delta} = \frac{\sum_{j=1}^{n_iters} (t_{2,\delta})_j}{n_iters}$ εφαρμογή του προταθέντος ελέγχου μη γραμμικής συνολοκλήρωσης

Τα αποτελέσματα των πειραματισμών μας αν και εντελώς προκαταρκτικά και κατά την γνώμη μας επιβεβαιώνουν την αποτελεσματικότητα της προταθείσας μεθόδου μη γραμμικής συνολοκλήρωσης.

3.2.3. Εφαρμογές σε Οικονομικά Μεγέθη

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζουμε τρεις εμπειρικές εφαρμογές ελέγχου ύπαρξης μη γραμμικής ευσταθούς μακροχρόνιας συμμεταβολής των οικονομικών μεγεθών. Πρόκειται για αναπαραγωγές εμπειρικών εφαρμογών (Συνολοκλήρωσης) από τρία γνωστά βιβλία οικονομετρίας:

1. "Introduction to Econometrics", by Stock and Watson (2003, Addison-Wesley)
2. "Econometric Analysis", by William H. Greene, Fifth Edition (2003, Prentice Hall)
3. "Time Series Analysis", by James D. Hamilton, (1994, Princeton University Press).

Ειδικότερα:

- Η πρώτη εμπειρική εφαρμογή αναφέρεται στην γνωστή σχέση μεταξύ του Ακαθάριστου Εγχώριου Προϊόντος και της Προσφοράς Χρήματος της Αμερικάνικης Οικονομίας³⁶⁸.
- Η δεύτερη εμπειρική εφαρμογή αναλύει την μη γραμμική σχέση Συνολοκλήρωσης μεταξύ της Ιδιωτικής Κατανάλωσης και Διαθέσιμου Ιδιωτικού Εισοδήματος. Τα στοιχεία έχουν ληφθεί από το βιβλίο του William H. Greene³⁶⁹, αφορούν την Αμερικάνικη Οικονομία και είναι τριμηνιαίας βάσης καλύπτοντας την περίοδο 1950-2002.
- Η τρίτη εμπειρική εφαρμογή αναφέρεται σε ελέγχους μη γραμμικής Συνολοκλήρωσης με βάση στοιχεία από το βιβλίο του James D. Hamilton³⁷⁰. Πρόκειται για μια εφαρμογή ελέγχου ύπαρξης μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης μεταξύ των τιμών των δεικτών καταναλωτή και της ισοτιμίας των νομισμάτων της Ιταλίας και των Ηνωμένων Πολιτειών της Αμερικής

Και στα τρία παραδείγματα η εφαρμογή της προταθείσας μεθόδου μας δίδει διαφορετικά η συμπληρωματικά αποτελέσματα από αυτά που παρουσιάζονται στα τρία αυτά βιβλία.

³⁶⁸ "Introduction to Econometrics", by Stock and Watson (2003, Addison-Wesley).

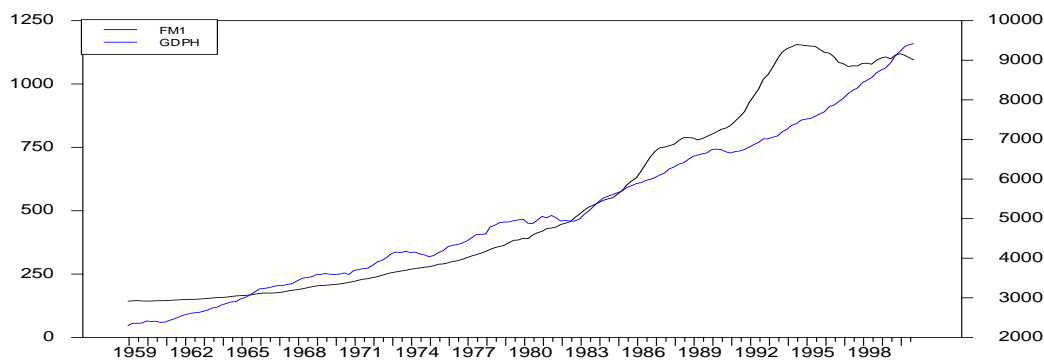
³⁶⁹ "Econometric Analysis", by William H. Greene, Fifth Edition (2003, Prentice Hall).

³⁷⁰ "Time Series Analysis", by James D. Hamilton, (1994, Princeton University Press).

3.2.4. Μη Γραμμικές Σχέσεις Συνολοκλήρωσης μεταξύ του Ακαθάριστου Εγχώριου Προϊόντος (ΑΕΠ) και της Προσφοράς του Χρήματος στην Αμερικανική Οικονομία.

Σ' αυτή την εμπειρική εφαρμογή διερευνάται η ύπαρξη γραμμικής ή μη γραμμικής Συνολοκλήρωσης μεταξύ του Ακαθάριστου Εγχώριου Προϊόντος και της ποσότητας του χρήματος στην Αμερικανική Οικονομία. Πρόκειται για ένα θέμα που κατά κάποιο τρόπο έχει εξαντληθεί εμπειρικά με μερικές φορές διαφορούμενες απόψεις και εμπειρικά αποτελέσματα.

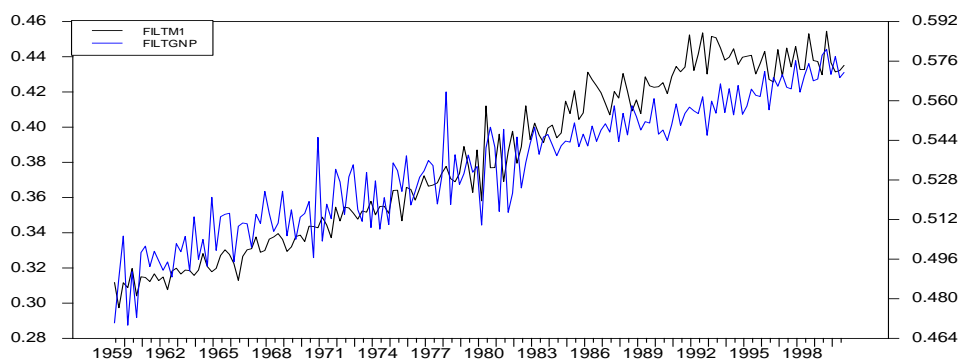
Στα Χρονοδιαγράμματα που ακολουθούν παρουσιάζουμε γραφικά τόσο τα πρωτογενή δεδομένα όσο και ανάλογους μετασχηματισμούς που κατά καιρούς έχουν χρησιμοποιηθεί σε μια προσπάθεια εξομάλυνσης των αρχικών δεδομένων πριν την εφαρμογή διάφορων μεθόδων ανάλυσης δεδομένων.



Διάγραμμα 3-8. Ποσότητα του χρήματος (x_t) και ΑΕΠ (y_t) της Αμερικανικής Οικονομίας (1959:1-2000:4)

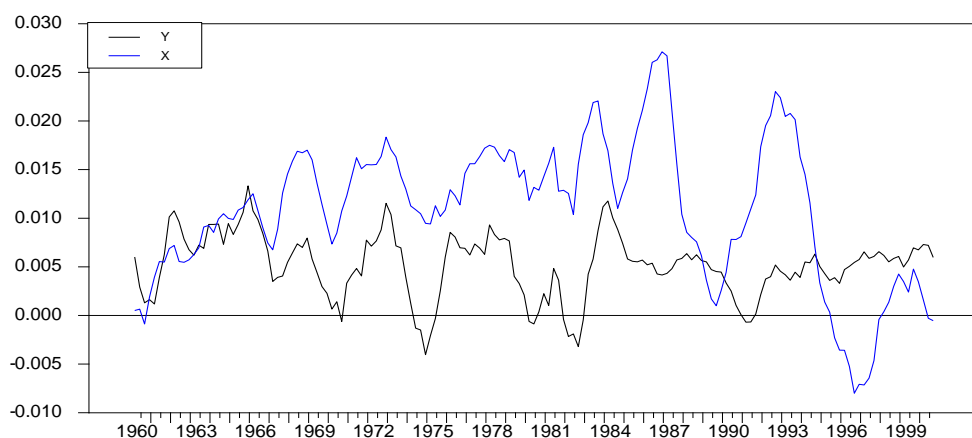
$$f(x_t) = x_t - 1.50 * x_{t-1} + 0.5625 * x_{t-2}$$

$$f(y_t) = y_t - 1.50 * y_{t-1} + 0.5626 * y_{t-2}$$



Διάγραμμα 3-9. Φιλτραρισμένες (Εξομαλυμένες) τιμές της ποσότητας του χρήματος και του ΑΕΠ³⁷¹

³⁷¹ $Y = \text{LOG}(\text{GDPH}/\text{GDPH}\{60:1\})$ | $X = \text{LOG}(\text{FM1}/\text{fm1}\{60:1\})$

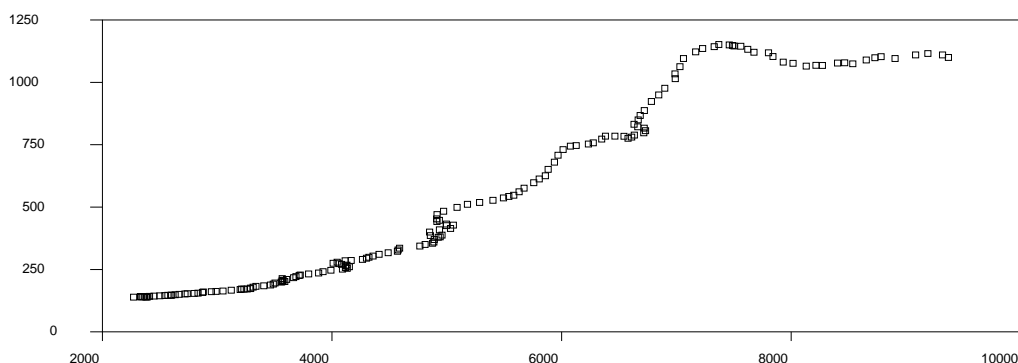


Διάγραμμα 3-10. Φιλτραρισμένες (Εξομαλυμένες) τιμές της Ποσότητας του Χρήματος και του ΑΕΠ.

Τα Διαθέσιμα Στοιχεία

Τα διαθέσιμα στοιχεία αναφέρονται στην περίοδο 1959-2004, είναι τριμηνιαίας βάσης και εποχικά διορθωμένα.³⁷²

Μια πρώτη αλλά όχι και ασφαλής προσέγγιση της ύπαρξης μη γραμμικότητας³⁷³ στη σχέση των δύο μεγεθών δίδεται στο Σχεδιάγραμμα 3-11, όπου θα μπορούσαμε να διακρίνουμε τρία επίπεδα μεταβολής (μη γραμμικότητας στις παραμέτρους). Η διερεύνηση της ύπαρξης γραμμικής και Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης δίδεται στις αμέσως επόμενες παραγράφους.



Διάγραμμα 3-11. Γραφική Αντιστοίχιση των τιμών του ΑΕΠ και της Ποσότητας Χρήματος³⁷⁴

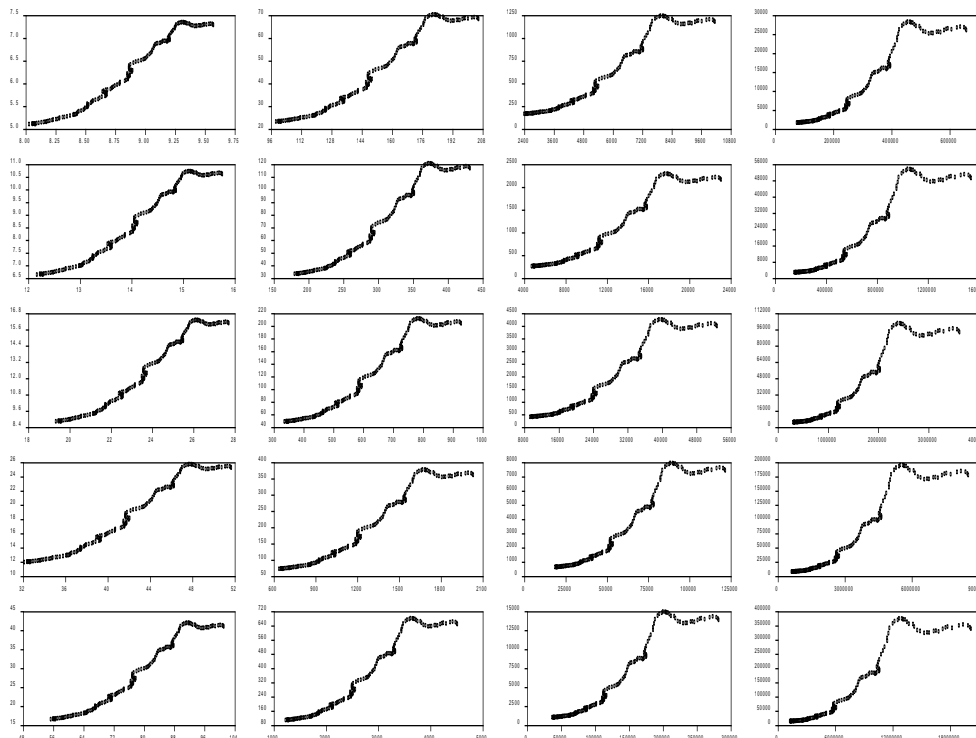
³⁷² Στην εργασία αυτή δε διερευνήσαμε τον τρόπο που πιθανόν να επηρεάζει η εποχιακή διόρθωση των αριθμητικών δεδομένων την αποτελεσματικότητα των προτεινόμενων ελέγχων μη γραμμικής Συνολοκλήρωσης. Ελπίζουμε ότι αυτό θα γίνει κάποια μελλοντική επέκταση της συγκεκριμένης μελέτης. Θα υπενθυμίσουμε ότι οι περισσότεροι οργανισμοί που παρέχουν ανάλογα στοιχεία, χρησιμοποιούν την μέθοδο αποεποχοποίησης.

³⁷³ Η μη γραμμικότητα στη σχέση μεταξύ των δυο μεγεθών θα μπορούσε να "σηματοποιηθεί" αναλόγως με βάση τον γραφικό έλεγχο των μεταβολών των δύο μεγεθών.

³⁷⁴ Η γραφική προσέγγιση της μη γραμμικής διαχρονικής συμμεταβολής των δυο μεταβλητών, θα μπορούσε να γίνει περισσότερο αποτελεσματική αν είχαμε επιπλέον απομονώσει τις έμμεσες επιδράσεις άλλων οικονομικών μεταβλητών που για διάφορους λόγους συσχετίζονται με τις υπό μελέτη μεταβλητές.

NonLinear and Linear Relations for Different λ Box Cox Coefficient

Money and GDP



Διάγραμμα 3-12. Γραφική Αντιστοίχιση των τιμών του ΑΕΠ και της Ποσότητας Χρήματος μετά την εφαρμογή του μετασχηματισμού των Box-Cox³⁷⁵

Στο Σχεδιάγραμμα 3-12, παρουσιάζουμε γραφικά την αντιστοίχιση των τιμών του ΑΕΠ σε σχέση με την Ποσότητα Χρήματος για διαφορετικές τιμές του συντελεστή μετασχηματισμού λ του Box-Cox. Στο πρώτο επιμέρους διάγραμμα η τιμή του συντελεστή λ είναι $\lambda=0.1$ και στο τελευταίο επιμέρους διάγραμμα η τιμή του συντελεστή λ είναι κοντά στην μονάδα. Είναι εμφανής η "γραμμοποίηση" της σχέσης των δύο μεταβλητών, όταν η τιμή του συντελεστή λ είναι κοντά στο 0.1.

Μέθοδος των **Engle-Granger 2-Step** (ADF Stationarity Test)

Στόν Πίνακα 3-2 παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα εφαρμογής ελέγχων γραμμικής Συνολοκλήρωσης μεταξύ του Ακαθάριστου Εγχώριου Προϊόντος (ΑΕΠ) και της Προσφοράς

³⁷⁵ Οι μετασχηματισμοί Box-Cox για τις δύο μεταβλητές, ΑΕΠ (GDP) και Ποσότητα Χρήματος (M) είναι οι εξής:

$$GDP_t^\lambda = \frac{GDP_t^\lambda - 1}{\lambda}$$

$$M_t^\lambda = \frac{M^\lambda - 1}{\lambda}$$

$$0 < \lambda \leq 1$$

του Χρήματος στην Αμερικανική Οικονομία. Ανάλογοι έλεγχοι παρουσιάζονται στον Πίνακα 3-3 με διαφορετικό αριθμό χρονικών υστερήσεων.

Πίνακας 3-2.Γραμμική Συν-Ολοκλήρωσης.

Μέθοδος των Engle-Granger 2-Step.(ADF Stationarity Test)

Engle-Granger Cointegration Test

Test Statistic	0.55858		
Critical Values	1%	5%	10%
	-3.96	-3.37	-3.07

Πίνακας 3-3. Έλεγχοι Συνολοκλήρωσης για διαφορετικό Αριθμό Χρονικών Υστερήσεων (Lags)

Lags	DW	ADF	1%	5%	10%
0	0.68313	0.55858	-3.96425	-3.37375	-3.07077
1	2.37595	-1.08947	-3.96465	-3.37397	-3.07092
2	2.07351	-1.67919	-3.96505	-3.37419	-3.07107
3	1.99661	-1.81881	-3.96545	-3.37442	-3.07122
4	2.00534	-2.03348	-3.96586	-3.37465	-3.07138
5	2.00030	-2.03876	-3.96627	-3.37488	-3.07154
6	1.98606	-2.29589	-3.96669	-3.37511	-3.07169

Πηγή: Εκτιμήσεις μας (DW είναι ο γνωστός δείκτης των Durbin Watson για τον έλεγχο της πρώτου βαθμού αυτοπαλίνδρομης αυτοσυσχέτισης στις τιμές του διαταρακτικού όρου)

Από τις εκτιμήσεις των Πινάκων 3-2 και 3-3 θα μπορούσαμε μάλλον να συμπεράνουμε ότι δεν υπάρχει κάποια στατιστικά τουλάχιστον επαληθεύσιμη Συνολοκλήρωση μεταξύ αυτών των οικονομικών μεγεθών.

Πίνακας 3-4.Γραμμική Συν-Ολοκλήρωσης.

Μέθοδος των Engle-Granger 2-Step.(ADF Stationarity Test)

Εισαγωγή Χρονικής Τάσης

Engle-Granger Cointegration Test

Test Statistic	2.41592		
Critical Values	1%	5%	10%
	-4.42	-3.84	-3.54

Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Ανάλογα είναι και τα αποτελέσματα εφαρμογής των Engle-Granger 2-Step Ελέγχου με την εισαγωγή και της χρονικής τάσης (trend), σε μια προσπάθεια ‘καλύτερης’ εξειδικευμένης τους σχέσης συνολοκλήρωσης (cointegrated relation) (Πίνακας 3-4).

Πίνακας 3-5. Έλεγχοι Συνολοκλήρωσης για διαφορετικό Αριθμό Χρονικών Υστερήσεων.

Lags	DW	ADF	1%	5%	10%
0	1.15521	2.41592	-4.42082	-3.83785	-3.53918
1	2.19647	0.32759	-4.42140	-3.83820	-3.53944
2	2.02192	-0.60856	-4.42198	-3.83855	-3.53970
3	1.98876	-0.88233	-4.42257	-3.83891	-3.53997
4	1.99737	-1.01199	-4.42316	-3.83926	-3.54024
5	1.99087	-0.86640	-4.42377	-3.83963	-3.54052
6	1.99074	-0.99848	-4.42438	-3.84000	-3.54079

Πηγή: Εκτιμήσεις μας(DW είναι ο γνωστός δείκτης των Durbin Watson για τον έλεγχο της πρώτου βαθμού αυτοπαλίνδρομης αυτοσυσχέτισης στις τιμές του διαταρακτικού όρου)

Μια επιπλέον επιβεβαίωση της μη ύπαρξης Συνολοκλήρωσης μεταξύ των δύο αυτών μεταβλητών δίνεται από ανάλογους ελέγχους γραμμικής Συνολοκλήρωσης έχοντας εισαγάγει την χρονική τάση στην συνάρτηση Συνολοκλήρωσης, για την καλύτερη δυνατή εξειδίκευση της συνάρτησης Συνολοκλήρωσης.

Πίνακας 3-6. Γραμμική Συν-Ολοκλήρωση.

Μέθοδος των Engle-Granger 2-Step (KPSS Stationarity Test).

Lags	DW	ADF	1%	5%	10%
1	1.07557	0.34700	0.46300	0.57400	0.73900
2	0.73002	0.34700	0.46300	0.57400	0.73900
3	0.55770	0.34700	0.46300	0.57400	0.73900
4	0.45478	0.34700	0.46300	0.57400	0.73900
5	0.38668	0.34700	0.46300	0.57400	0.73900
6	0.33850	0.34700	0.46300	0.57400	0.73900
7	0.30279	0.34700	0.46300	0.57400	0.73900
8	0.27541	0.34700	0.46300	0.57400	0.73900
9	0.25388	0.34700	0.46300	0.57400	0.73900
10	0.23662	0.34700	0.46300	0.57400	0.73900

Critical Level: 0.10 0.05 0.025 0.01

Critical Value: 0.347 0.463 0.574 0.739

Τέλος στον παραπάνω Πίνακα παρουσιάζουμε ανάλογους ελέγχους γραμμικής Συνολοκλήρωσης χρησιμοποιώντας το κριτήριο KPSS για διαφορετικό αριθμό χρονικών υστερήσεων.

Από τα στοιχεία του Πίνακα 3-6 φαίνεται ότι υπάρχει κάποιος ίχνος γραμμικής συνολοκλήρωσης μεταξύ του ΑΕΠ και της Ποσότητας του χρήματος στην Αμερικάνικη Οικονομία ιδιαίτερα στην περίπτωση με αριθμό χρονικών υστερήσεων ίσο η μεγαλύτερο από το 6. Τα παραπάνω είναι σε αντίθεση με τα αποτελέσματα των προηγούμενων πινάκων .

Μη Γραμμική Συν-Ολοκλήρωση μεταξύ του Ακαθάριστου Εγχώριου Προϊόντος (ΑΕΠ) και της Προσφοράς του Χρήματος στην Αμερικανική Οικονομία.

Μέθοδος των Engle-Granger 2-Step.(KPSS Stationarity Test) (Bootstrapping).

Στον Πίνακα 3-7 παρουσιάζουμε αριθμητικά τις τιμές του Κριτηρίου KPSS (χωρίς τις τιμές των κριτηρίων) για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου λ , δηλαδή του συντελεστή μετασχηματισμού των Box-Cox. Σ' όλες τις περιπτώσεις η τιμή του των εκτιμηθέντων KPSS'ς είναι μικρότερες των αντίστοιχων τιμών του κριτηρίου, επιβεβαιώνοντας την ύπαρξη και μη γραμμικής ευσταθούς διαχρονικής συµμεταβλητότητας (Συνολοκλήρωσης).

Με βάση τα στοιχεία του Πίνακα 3-7 και τις αντιστοιχίες στο αντίστοιχο σχεδιάγραμμα, θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε ότι η μη γραμμικότητα μεταξύ των δύο μεγεθών είναι σχετικά υψηλή δεδομένου ότι το μικρότερο KPSS βρίσκεται όταν $\lambda=0.01$.

Στον Πίνακα 3-7 παρουσιάζουμε τα αριθμητικά αποτελέσματα από την εφαρμογή της προταθείσας μεθόδου μη γραμμικής Συνολοκλήρωσης. Στην δεύτερη στήλη δίνονται οι τιμές του συντελεστή λ , οι ανάλογες τιμές του κριτηρίου KPSS καθώς και οι bootstrapping κριτικές τιμές του κριτηρίου KPSS. Από τα στοιχεία του Πίνακα γίνεται εμφανές ότι μεταξύ του ΑΕΠ και της Ποσότητας του Χρήματος, υπάρχει Μη Γραμμική Συνολοκλήρωση. Τέλος στο Σχεδιάγραμμα 3-14 δίδονται γραφικά οι τιμές του KPSS για διαφορετικές τιμές του συντελεστή λ .

Πίνακας 3-7. Εκτιμήσεις των Ελάχιστων τιμών του Κριτηρίου $V = T^{-1} \sum_{t=1}^T \frac{S_t^2}{S^2(l)}$ για διαφορετικές τιμές των χρονικών υστερήσεων από 2 έως 10.

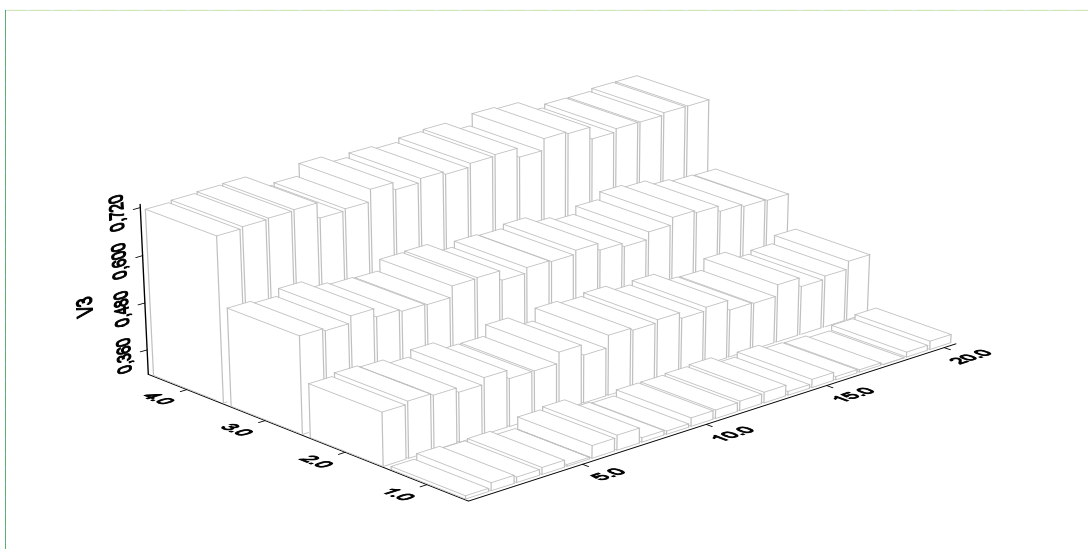
Αριθμός Επαναλήψεων	Διαφορετικές Τιμές του λ	Τιμή του Κριτηρίου KPSS	Bootstrapping KPSS Critical Values			
			0.10	0.05	0.025	0.01
1	0,01	0,186259	0,305204	0,433815	0,545885	0,718591
2	0,11	0,191875	0,31743	0,44121	0,539295	0,723106
3	0,21	0,197766	0,311134	0,436513	0,557191	0,725984
4	0,31	0,203859	0,314703	0,423867	0,535541	0,728607
5	0,41	0,210065	0,301755	0,440875	0,530182	0,689491
6	0,51	0,216287	0,32927	0,41868	0,527879	0,694064
7	0,61	0,222418	0,335122	0,418631	0,556178	0,72478

Αριθμός Επαναλήψεων	Διαφορετικές Τιμές του λ	Τιμή του Κριτηρίου KPSS	Bootstrapping KPSS Critical Values			
			0.10	0.05	0.025	0.01
8	0,71	0,228349	0,308552	0,446462	0,558059	0,705586
9	0,81	0,233967	0,305158	0,419325	0,532733	0,715625
10	0,91	0,239168	0,31882	0,450343	0,546293	0,708306
11	1,01	0,243853	0,318937	0,443878	0,542884	0,717878
12	1,11	0,247938	0,321415	0,451256	0,552768	0,721682
13	1,21	0,251352	0,324646	0,435843	0,534467	0,697639
14	1,31	0,254042	0,306637	0,444681	0,524926	0,72691
15	1,41	0,255974	0,317874	0,418637	0,543931	0,721865
16	1,51	0,25713	0,305326	0,416885	0,562704	0,690727
17	1,61	0,257512	0,303374	0,445431	0,556267	0,699129
18	1,71	0,257138	0,297097	0,421856	0,541746	0,698459
19	1,81	0,256041	0,309856	0,43008	0,535652	0,704603
20	1,91	0,254266	0,318616	0,449884	0,533379	0,704468

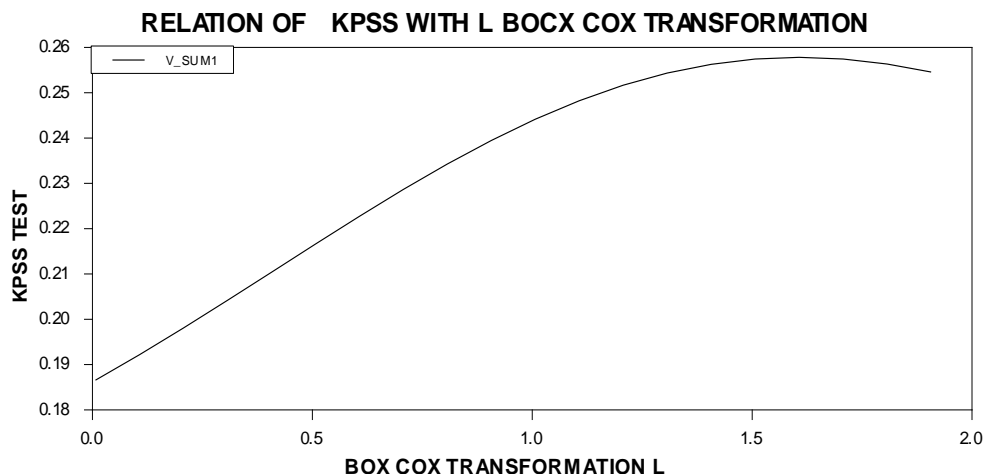
Πηγή: Εκτιμήσεις μας.

Critical Level: 0.10 0.05 0.025 0.01

Critical Value: 0.347 0.463 0.574 0.739



Διάγραμμα 3-13. Bootstrapped εκτιμήσεις του ελέγχου KPSS για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου του μετασχηματισμού των Box-Cox

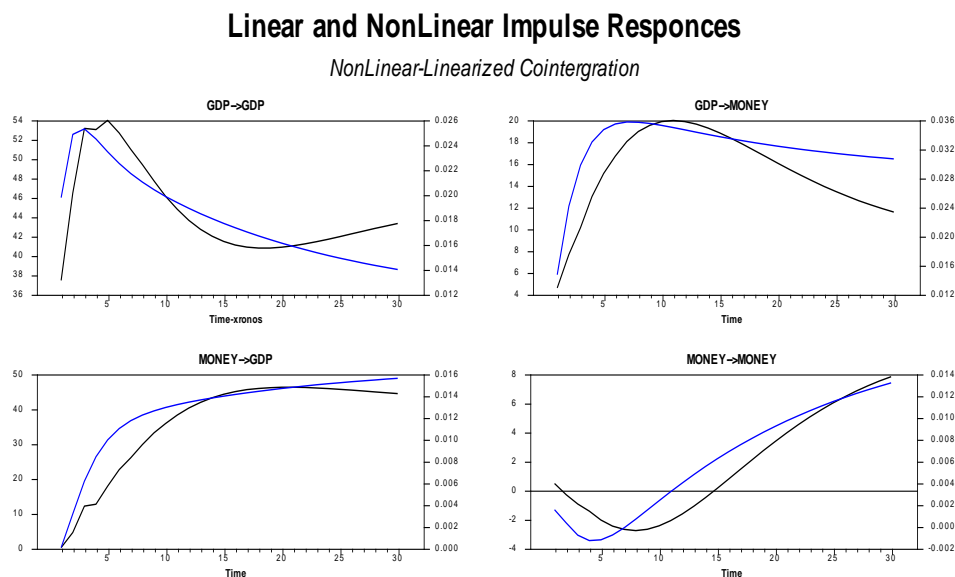


Διάγραμμα 3-14. Σύγκριση των τιμών του κριτηρίου KPSS με ανάλογες τιμές του συντελεστή λ του μετασχηματισμού των Box-Cox.

Ανάλυση των Δυναμικών Αλληλεπιδράσεων μεταξύ ΑΕΠ και της Ποσότητας Χρήματος στην Αμερικάνικη Οικονομία.

Διαφοροποίηση στην Σχηματοποίηση των Δυναμικών Αλληλεπιδράσεων.

Η στατιστική επιβεβαίωση της ύπαρξης διαχρονικά ευσταθούς συμμεταβλητότητας μεταξύ των δύο οικονομικών μεγεθών, μας δίνει την δυνατότητα να προσεγγίσουμε τις δυναμικές (διαχρονικές) αναλύσεις αλλά και για προβλέψεις μεταξύ αυτών των δύο μεγεθών.



Διάγραμμα 3-15. Σχηματοποίηση των Διαχρονικών Αλληλεπιδράσεων μεταξύ του Ακαθάριστου Εγχώριου Προϊόντος (ΑΕΠ) και της Προσφοράς του Χρήματος στην Αμερικάνικη Οικονομία.

Στο Σχεδιάγραμμα 3-15 παρουσιάζουμε τις γραμμικές και Μη Γραμμικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ του Ακαθάριστου Εγχώριου Προϊόντος (ΑΕΠ) και της Προσφοράς του Χρήματος στην

Αμερικανική Οικονομία. Χωρίς να υπεισέλθουμε σε περαιτέρω ερμηνεία³⁷⁶ των αποτελεσμάτων αυτού του Σχεδιαγράμματος, θα τονίσουμε μόνο την απόκλιση των διαχρονικών αλληλεπιδράσεων μεταξύ αυτών των δύο μεγεθών. Αυτή η απόκλιση μπορεί να μην κάνει την μεγάλη διαφορά, δεν παύει όμως να είναι μια διαφορετική σχηματοποίηση των χρονικών αλληλεπιδράσεων μεταξύ των οικονομικών μεγεθών.

Προβλέψεις με Γραμμικές και μη Γραμμικές Σχέσεις Συνολοκλήρωσης. Προβλέψεις του Ακαθάριστου Εγχώριου Προϊόντος (ΑΕΠ) και της Προσφοράς του Χρήματος στην Αμερικανική Οικονομία.

Οι συγκρίσεις των προβλέψεων για μία χρονική περίοδο 20 τριμήνων έγιναν με βάση τις εξής τρεις εναλλακτικές εξειδικεύσεις:

1. Εναλλακτική Διαδικασία Πρόβλεψης: Αυτοπαλίνδρομο Σχήμα με Γραμμικό Σφάλμα Διόρθωσης.
2. Εναλλακτική Διαδικασία Πρόβλεψης: Αυτοπαλίνδρομο Σχήμα χωρίς Σφάλμα Διόρθωσης.
3. Εναλλακτική Διαδικασία Πρόβλεψης: Αυτοπαλίνδρομο Σχήμα με μη Γραμμικό Σφάλμα Διόρθωσης.

Εναλλακτική Διαδικασία Πρόβλεψης: Αυτοπαλίνδρομο Σχήμα με Γραμμικό Σφάλμα Διόρθωσης

Στην περίπτωση αυτή για προβλέψεις χρησιμοποιήθηκε το εξής αυτοπαλίνδρομο σχήμα:

$$\Delta y_{1t} = a_0 + \delta_1 (y_{1t-1} - y_{2t-1}) + \sum_{i=1}^k a_{1i} \Delta y_{1t-i} + \sum_{i=1}^k a_{2i} \Delta y_{2t-i} + \varepsilon_{1t}$$

$$\Delta y_{2t} = \beta_0 + \delta_2 (y_{1t-1} - y_{2t-1}) + \sum_{i=1}^k \beta_{1i} \Delta y_{1t-i} + \sum_{i=1}^k \beta_{2i} \Delta y_{2t-i} + \varepsilon_{2t}$$

με $\Delta y_{1t} = (y_{1t} - y_{1t-1})$

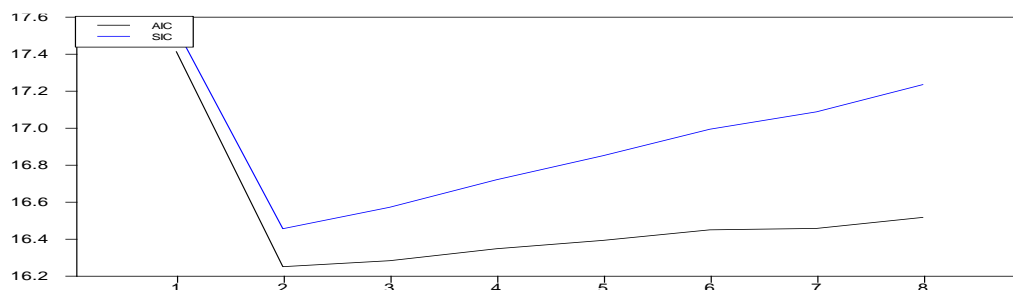
$$\Delta y_{2t} = (y_{2t} - y_{2t-1})$$

όπου: $y_{1t} = \text{ΑΕΠ}$

$$y_{2t} = \text{Ποσότητα Χρήματος}$$

³⁷⁶ Αυτό γίνεται καθαρά για εξοικονόμηση χώρου.

Για την διενέργεια και τον έλεγχο της αποτελεσματικότητας των προβλέψεων είναι απαραίτητο να εκτιμήσουμε τον βαθμό του σχήματος. Η επιλογή του βαθμού του αυτοπαλίνδρομου σχήματος έγινε με την χρήση των γνωστών κριτηρίων³⁷⁷ :



Διάγραμμα 3-16. Επιλογή του βαθμού του Αυτοπαλίνδρομου σχήματος με βάση τα κριτήρια AIC και Schwarz.

Πίνακας 3-8. Προβλέψεις με το Γραμμικό Σχήμα Αυτοπαλίνδρομης Διόρθωσης.

Entry	Y	Προβλέψεις του Y	X	Προβλέψεις του X
1995:04	7621,9	7603,0	1132,0	1143,5
1996:01	7676,4	7639,4	1120,5	1143,0
1996:02	7802,9	7674,1	1118,2	1143,1
1996:03	7841,9	7708,5	1103,4	1143,9
1996:04	7931,3	7742,8	1081,2	1145,3
1997:01	8016,4	7777,3	1076,3	1147,2
1997:02	8131,9	7811,9	1065,0	1149,7
1997:03	8216,6	7846,7	1068,0	1152,7
1997:04	8272,9	7881,6	1067,3	1156,1
1998:01	8404,9	7916,7	1077,1	1159,9
1998:02	8465,6	7951,9	1078,2	1164,0
1998:03	8537,6	7987,2	1074,2	1168,5
1998:04	8654,5	8022,6	1089,6	1173,4
1999:01	8730,0	8058,2	1098,6	1178,5
1999:02	8783,2	8093,8	1102,7	1183,8
1999:03	8905,8	8129,5	1095,6	1189,4
1999:04	9084,1	8165,3	1109,7	1195,2
2000:01	9191,8	8201,2	1115,4	1201,2
2000:02	9318,9	8237,1	1110,0	1207,4
2000:03	9369,5	8273,1	1099,6	1213,7
2000:04	9393,7	8309,2	1090,5	1220,2

Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Οι προβλέψεις μας για μια περίοδο 20 τριμήνων δίνονται στον πίνακα 3-8.

$$AIC = -\frac{2L}{T} + \frac{2M^2 Lags}{T}$$

$$^{377} Schwarz = -\frac{2L}{T} + \frac{M^2 Lags}{T} \log(T)$$

$$L = -\frac{TM}{2} (1 + \log 2\pi) - \frac{T}{2} \log\left(\frac{SSE}{T}\right)$$

Όπου M= αριθμός εξισώσεων, T=μέγεθος δείγματος, M^2 =αριθμός των περιορισμών

Εναλλακτική Διαδικασία Πρόβλεψης: Αυτοπαλίνδρομο Σχήμα χωρίς Σφάλμα Διόρθωσης:

Στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιήθηκε το εξής αυτοπαλίνδρομο σχήμα:

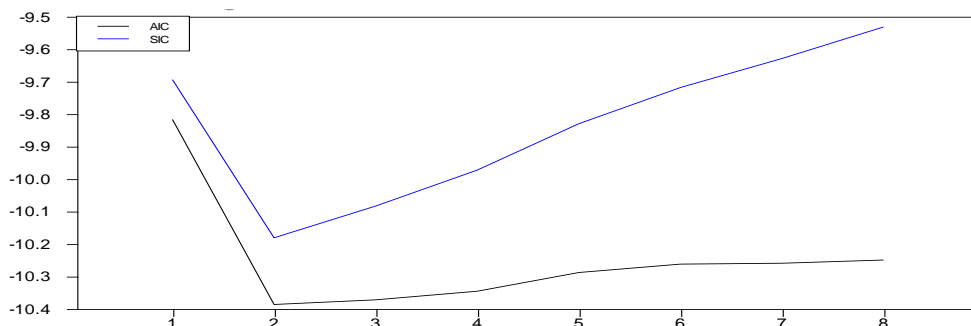
$$y_{1t} = a_0 + \sum_{i=1}^k a_{1i} y_{1t-i} + \sum_{i=1}^k a_{2i} y_{2t-i} + \varepsilon_{1t}$$

$$y_{2t} = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_{1i} y_{1t-i} + \sum_{i=1}^k \beta_{2i} y_{2t-i} + \varepsilon_{2t}$$

όπου: y_{1t} = ΑΕΠ

y_{2t} = Ποσότητα Χρήματος

Η επιλογή του βαθμού του αυτοπαλίνδρομου σχήματος και στις τρεις περιπτώσεις έγινε με την χρήση των γνωστών κριτηρίων:



Διάγραμμα 3-17. Επιλογή του βαθμού του Αυτοπαλίνδρομου σχήματος με βάση τα κριτήρια AIC και Schwarz.

Πίνακας 3-9. Προβλέψεις με βάση το Απλό Αυτοπαλίνδρομο Σχήμα (Unrestricted VAR)

Entry	Y	Προβλέψεις για το X	X	Προβλέψεις για το Y
1996:01	7676,4	7653,5	1120,5	1128,4
1996:02	7802,9	7685,9	1118,2	1131,6
1996:03	7841,9	7725,2	1103,4	1139,2
1996:04	7931,3	7770,9	1081,2	1149,7
1997:01	8016,4	7821,3	1076,3	1162,1
1997:02	8131,9	7874,9	1065,0	1175,8
1997:03	8216,6	7930,6	1068,0	1190,4
1997:04	8272,9	7987,8	1067,3	1205,5
1998:01	8404,9	8045,9	1077,1	1221,2
1998:02	8465,6	8104,7	1078,2	1237,2
1998:03	8537,6	8164,0	1074,2	1253,6
1998:04	8654,5	8223,7	1089,6	1270,2
1999:01	8730,0	8283,8	1098,6	1287,2
1999:02	8783,2	8344,2	1102,7	1304,4
1999:03	8905,8	8405,0	1095,6	1321,9
1999:04	9084,1	8466,1	1109,7	1339,6
2000:01	9191,8	8527,4	1115,4	1357,6
2000:02	9318,9	8589,1	1110,0	1375,9
2000:03	9369,5	8651,1	1099,6	1394,4
2000:04	9393,7	8713,5	1090,5	1413,3

Entry	Υ	Προβλέψεις για το Χ	Χ	Προβλέψεις για το Υ
1996:01	7676,4	7653,5	1120,5	1128,4

Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Εναλλακτική Διαδικασία Πρόβλεψης: Αυτοπαλίνδρομο Σχήμα με μη Γραμμικό Σφάλμα Διόρθωσης.

Στην περίπτωση αυτή για προβλέψεις και των δυο μεγεθών χρησιμοποιήθηκε το εξής αυτοπαλίνδρομο σχήμα:

$$\Delta y_{1t} = a_0 + \delta_1(y_{1t-1} - y_{2t-1}) + \sum_{i=1}^k a_{1i} \Delta y_{1t-i} + \sum_{i=1}^k a_{2i} \Delta y_{2t-i} + \varepsilon_{1t}$$

$$\Delta y_{2t} = \beta_0 + \delta_2(y_{1t-1} - y_{2t-1}) + \sum_{i=1}^k \beta_{1i} \Delta y_{1t-i} + \sum_{i=1}^k \beta_{2i} \Delta y_{2t-i} + \varepsilon_{2t}$$

με

$$y_{1t} = \frac{y_{1t}^\lambda - 1}{\hat{\lambda}} \quad y_{2t} = \frac{x_{2t}^\lambda - 1}{\hat{\lambda}}$$

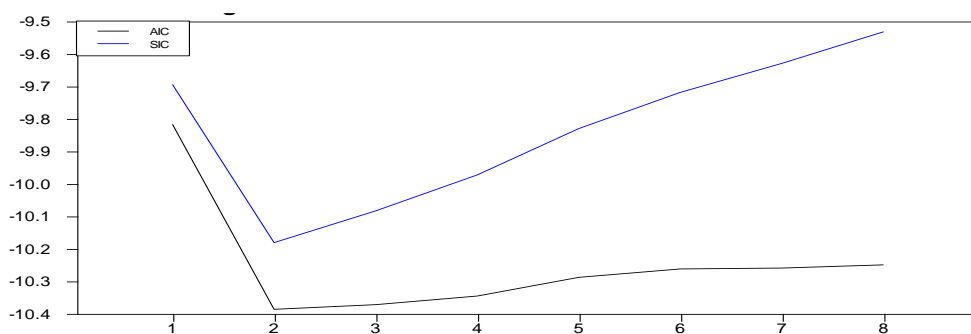
$$\Delta y_{1t} = (y_{1t} - y_{1t-1})$$

$$\Delta y_{2t} = (y_{2t} - y_{2t-1})$$

όπου: $y_{1t} = \text{ΑΕΠ}$

$y_{2t} = \text{Ποσότητα Χρήματος}$

Η επιλογή του βαθμού του αυτοπαλίνδρομου σχήματος και σ' αυτήν την περίπτωση έγινε με την χρήση των γνωστών κριτηρίων AIC και Schwarz, με δεδομένη την τιμή της παραμέτρου λ από την εκτίμηση της από την συνάρτηση Συνολοκλήρωσης.

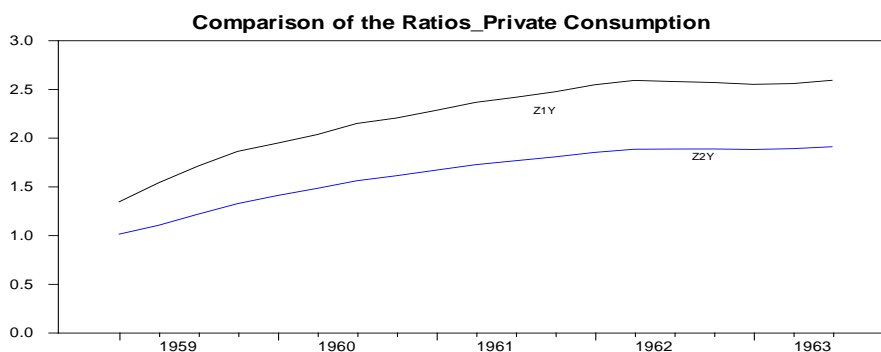


Διάγραμμα 3-18. Επιλογή του βαθμού του Αυτοπαλίνδρομου σχήματος με βάση τα κριτήρια AIC και Schwarz.

Σύγκριση των Προβλέψεων

Η σύγκριση των προβλέψεων των τριών εναλλακτικών μεθόδων, για την μεταβλητή ΑΕΠ, δίνονται στο χρονοδιάγραμμα 3-19 όπου παρουσιάζουμε τους λόγους των Μέσων Τετραγωνικών Σφαλμάτων³⁷⁸ των εναλλακτικών προβλέψεων.

³⁷⁸ Το Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα πρόβλεψης ορίζεται ως εξής:



Διάγραμμα 3-19. Σύγκριση των Λόγων των Μέσων τετραγωνικών σφαλμάτων³⁷⁹

Από το χρονοδιάγραμμα 3-19 προκύπτει η υπεροχή της προταθείσας μεθόδου Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης σε σχέση με τις δύο εναλλακτικές μεθοδολογίες προσέγγισης.

Επαναληπτικές Διαδικασίες για την Αποτελεσματικότερη Πρόβλεψη του Ακαθάριστου Εγχώριου Προϊόντος (ΑΕΠ) και της Προσφοράς του Χρήματος στην Αμερικανική Οικονομία

Τεχνικές Πρόβλεψης για διαφορετικά σημεία και διαφορετικές Παραμέτρους.

Στην εφαρμοσμένη οικονομική έρευνα η διαδικασία των προβλέψεων με τεχνικές μη γραμμικής συνολοκλήρωσης συνήθως γίνεται με βάση μια επαναληπτική διαδικασία ταυτόχρονου υπολογισμού όλων των παραμέτρων του συστήματος :

$$\Delta y_{1t} = a_0 + \delta_1 (y_{1t-1} - \gamma_{2t-1}) + \sum_{i=1}^k a_{1i} \Delta y_{1t-i} + \sum_{i=1}^k a_{2i} \Delta y_{2t-i} + \varepsilon_{1t}$$

$$\Delta y_{2t} = \beta_0 + \delta_2 (y_{1t-1} - \gamma_{2t-1}) + \sum_{i=1}^k \beta_{1i} \Delta y_{1t-i} + \sum_{i=1}^k \beta_{2i} \Delta y_{2t-i} + \varepsilon_{2t}$$

με

$$y_{1t} = \frac{y_t^{\hat{\lambda}} - 1}{\hat{\lambda}} \quad y_{2t} = \frac{x_t^{\hat{\lambda}} - 1}{\hat{\lambda}}$$

$$\Delta y_{1t} = (y_{1t} - y_{1t-1})$$

$$MSFE = \frac{\sum (y_t^a - y_t^f)^2}{N}$$

y_t^a = πραγματικές τιμές

y_t^f = προβλέψεις

N = αριθμός χρονικών περιόδων πρόβλεψης

$$^{379} Z_{1,t} = \frac{MSFE(\text{Εναλλακτ.ΠρόβλεψηI})}{MSFE(\text{Εναλλακτ.ΠρόβλεψηII})}$$

$$Z_{2,t} = \frac{MSFE(\text{Εναλλακτ.ΠρόβλεψηI})}{MSFE(\text{Εναλλακτ.ΠρόβλεψηII})}$$

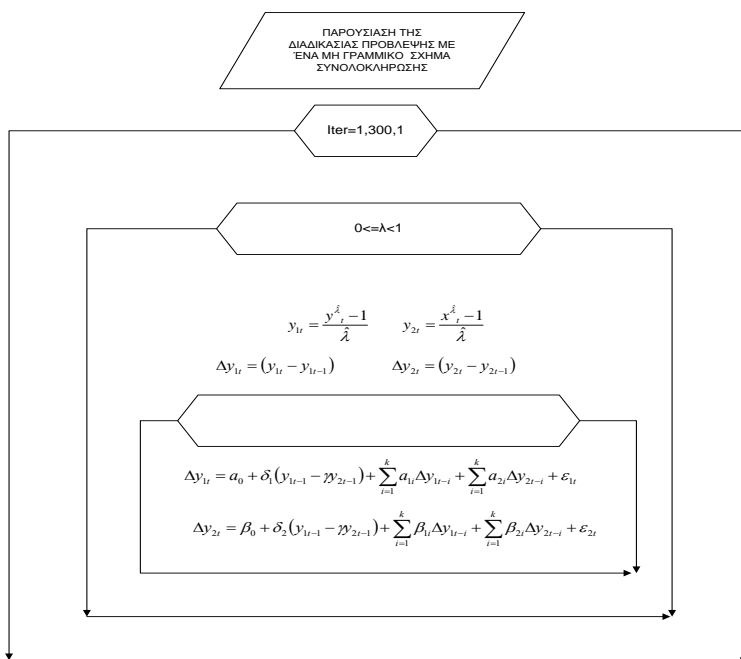
$$\Delta y_{2t} = (y_{2t} - y_{2t-1})$$

όπου: $y_{1t} = \text{ΑΕΠ}$

$y_{2t} = \text{Ποσότητα Χρήματος}$

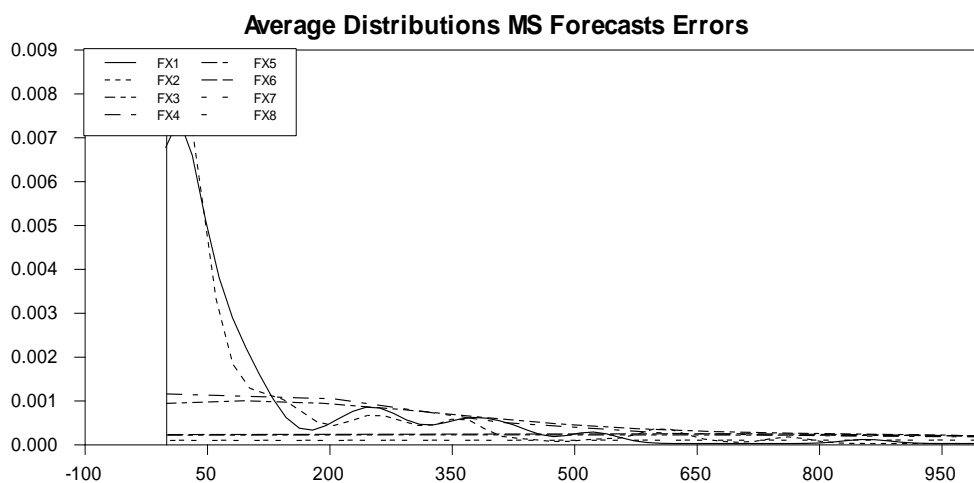
Για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου λ διαφορετικές τιμές των παραμέτρων κ (μέσω της εφαρμογής κάποιου κριτηρίου επιλογής των χρονικών υστερήσεων) με βάση την ελαχιστοποίηση κάποιου κριτηρίου πρόβλεψης όπως του κριτηρίου του αθροίσματος των Μέσων Τετραγωνικών Σφαλμάτων Πρόβλεψης και για τις δυο μεταβλητές και για διαφορετικά χρονικά σημεία υλοποίησης της μεθόδου πρόβλεψης.

Η προβλεπτική ικανότητα του παραπάνω μη γραμμικού Αυτοπαλίνδρομου σχήματος μπορεί να γίνει περισσότερο αποτελεσματική επαναπροσδιορίζοντας τόσο την τιμή του συντελεστή Box-Cox λ όσο και τον βαθμό των χρονικών υστερήσεων της σε σχέση με τα κριτήρια επιλογής των Akaike και Schwarz, αλλά και με βάση την ελαχιστοποίηση κάποιου κριτηρίου πρόβλεψης από το Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα.³⁸⁰



Διάγραμμα 3-20. Γραφική παρουσίαση της διαδικασίας πρόβλεψης με την προτεινόμενη μέθοδο μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης.

Τα αποτελέσματά μας παρουσιάζονται στο Σχεδιάγραμμα 3-21



Διάγραμμα 3-21. Κατανομή των Μέσων Τετραγωνικών Σφαλμάτων Πρόβλεψης χρησιμοποιώντας Γραμμικές και μη Γραμμικές τεχνικές Συνολοκλήρωσης για 1-20 χρονικές περιόδους πρόβλεψης.

Από μια πρώτη ανάλυση των αποτελεσμάτων της επαναληπτικής διαδικασίας προκύπτει η υπεροχή της εφαρμογής της προταθείσας μεθόδου μη γραμμικής Συνολοκλήρωσης σχετικά με την ανάλογη μέθοδο γραμμικής Συνολοκλήρωσης για βραχυχρόνιες χρονικές περιόδους.

Στον πίνακα 3-10 παρουσιάζουμε μια σύγκριση των (ως προς τον αριθμό των επαναλήψεων) μέσων τετραγωνικών σφαλμάτων πρόβλεψης.

Είναι εμφανής η υπεροχή της εφαρμογής μας με τη Μη Γραμμική εναλλακτική.

Πίνακας 3-10. Μέσα MSFE χρησιμοποιώντας Γραμμική και μη Γραμμική Συνολοκλήρωση.

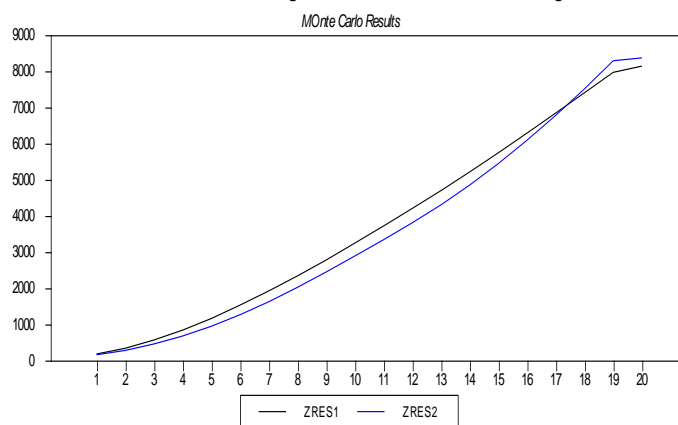
Χρονική Περίοδος	Γραμμική Συνολοκλήρωση ³⁸¹	Μη Γραμμική Συνολοκλήρωση ³⁸²
1	164,2	141,3
2	320,7	260,2
3	549,9	441,0
4	821,5	659,8
5	1145,6	930,1
6	1514,6	1246,3
7	1907,5	1608,5
8	2322,2	2007,6
9	2762,4	2431,9
10	3228,9	2874,2
11	3702,8	3324,0
12	4187,9	3791,3
13	4683,1	4288,0

$$^{381} MS_{lr} = \frac{1}{n_iters} \sum_{j=1}^{n_iters} \sum_{t=1}^t (y_t^a - y^{linear_Forecast}_t)^2$$

$$^{382} MS_{lr} = \frac{1}{n_iters} \sum_{j=1}^{n_iters} \sum_{t=1}^t (y_t^a - y^{Nonlinear_Forecast}_t)^2$$

Χρονική Περίοδος	Γραμμική Συνολοκλήρωση ³⁸¹	Μη Γραμμική Συνολοκλήρωση ³⁸²
14	5196,9	4834,0
15	5726,7	5432,8
16	6271,4	6074,6
17	6828,9	6763,7
18	7387,3	7494,9
19	7951,4	8272,7
20	8126,3	8352,6

MS Forecasts Error Using Linear and NonLinear Cointegration



Διάγραμμα 3-22. Σύγκριση των Λόγων των Προβλέψεων του μη Γραμμικού VAR με το Γραμμικό VAR και το απλό VAR.

Στο χρονοδιάγραμμα 3-22 παρουσιάζουμε γραφικά τα $MS1t$ και $MS2t$ για $t=1,2,\dots,20$ χρονικές περιόδους, δηλαδή τα Μέσα Τετραγωνικά Σφάλματα Πρόβλεψης με την εφαρμογή στην γραμμική και στην μη γραμμική μέθοδο Συνολοκλήρωσης.

Το αποτέλεσμα επιβεβαιώνουν την υπεροχή και εφαρμογές της προτεινόμενης μεθόδου.

Συμπερασματικά θα μπορούσαμε να παραθέσουμε τις εξής επιπλέον πληροφορίες για τη γραμμική και μη γραμμική σχέση μακροχρόνιας συμμεταβολής μεταξύ της προσφοράς χρήματος και Ακαθάριστου Εγχώριου προϊόντος της Αμερικάνικης Οικονομίας.

Έλεγχος Γραμμικής & μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης.

- Χρησιμοποιώντας τη διαδικασία των Engle_Granger 2-Step για τον έλεγχο μη γραμμικής συνολοκλήρωσης δεν εντοπισαμε στατιστικά σημαντική συνολοκλήρωση.
- Χρησιμοποιώντας το KPSS κριτήριο ελέγχου της στασιμότητας των εκτιμήσεων του διαταρακτικού όρου, από την εκτίμηση της γραμμικής σχέσης μεταξύ του ΑΕΠ και της Ποσότητας Χρήματος εντοπίσαμε την ύπαρξη γραμμικής Συνολοκλήρωσης.
- Χρησιμοποιώντας την προτεινόμενη μέθοδο 2-step μέθοδο εντοπίσαμε την ύπαρξη Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης μεταξύ του ΑΕΠ και της Ποσότητας Χρήματος της Αμερικάνικης Οικονομίας στην συγκεκριμένη χρονική περίοδο.

Δυναμικές-Διαχρονικές Αλληλεπιδράσεις μεταξύ ΑΕΠ και Ποσότητας Χρήματος της Αμερικάνικης Οικονομίας

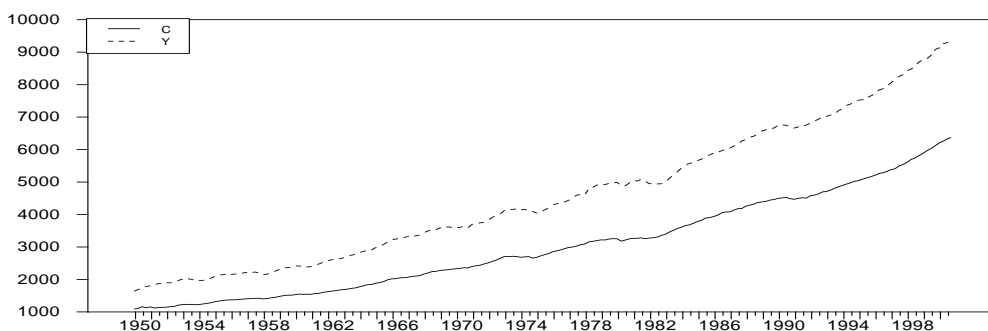
Ο εντοπισμός της ύπαρξης μη γραμμικής Συνολοκλήρωσης μεταξύ των δύο προαναφερόμενων οικονομικών μεγεθών διαφοροποιεί σε κάποιο σημαντικό βαθμό τις διαχρονικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ τους

Προβλέψεις

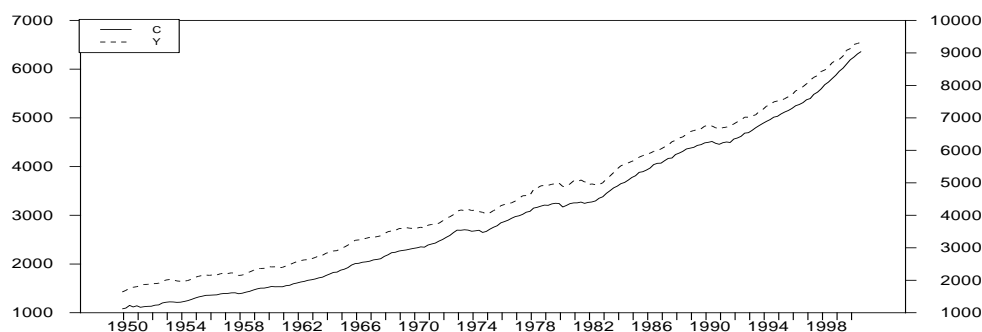
Από την ανάλυση των προβλέψεων προέκυψε ότι οι προβλέψεις με το μη γραμμικό (γραμμοποιημένο) Αυτοπαλίνδρομο Σχήμα με Διόρθωση Σφάλματος υπερέχουν του αντίστοιχου γραμμικού αλλά και του χωρίς διόρθωση σφάλματος αυτοπαλίνδρομου σχήματος.

3.2.5. Μη Γραμμική Συνολοκλήρωση μεταξύ Ιδιωτικής Κατανάλωσης και Διαθέσιμου Ιδιωτικού Εισοδήματος της Αμερικανικής Οικονομίας

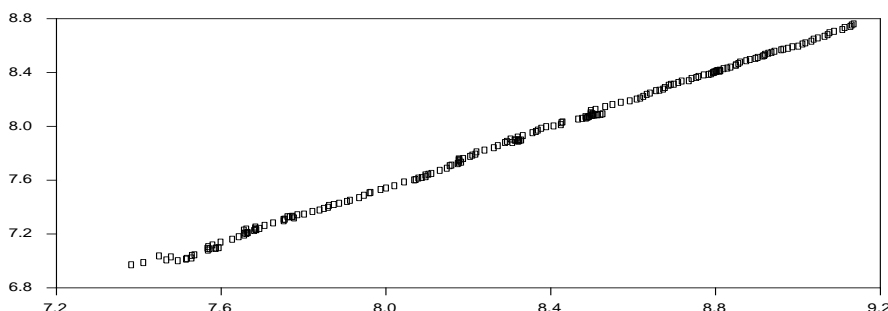
Μια εφαρμογή γραμμικής και μη γραμμικής Συνολοκλήρωσης (Ευσταθούς Μακροχρόνιας Συμμεταβολής) είναι η βραχυχρόνια και μακροχρόνια σχέση που θα μπορούσε να συνδέει την Ιδιωτική Κατανάλωση (C) με το Διαθέσιμο Ιδιωτικό Εισόδημα³⁸³.



Διάγραμμα 3-23. Διαχρονική Συμμεταβολή Ιδιωτικής Κατανάλωσης και Διαθέσιμου Ιδιωτικού Εισοδήματος.

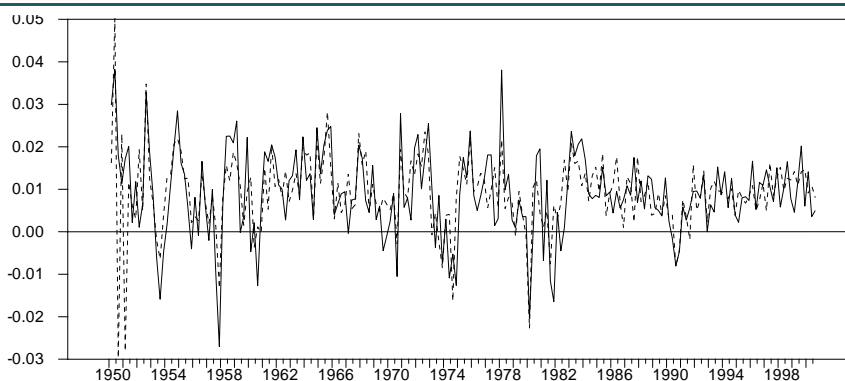


Διάγραμμα 3-24. Συγκριτική Διαχρονική Συμμεταβολή της Ιδιωτικής Κατανάλωσης και του Διαθέσιμου Ιδιωτικού Εισοδήματος



Διάγραμμα 3-25. Αντιστοιχίες στις τιμές της Ιδιωτικής Κατανάλωσης και του Διαθέσιμου Ιδιωτικού Εισοδήματος

³⁸³ Τα στοιχεία αυτά έχουν ληφθεί από το βιβλίο του Greene : πρόκειται για τριμηνιαία στοιχεία για την Ιδιωτική Κατανάλωση και τον Διαθέσιμο Ιδιωτικό Εισόδημα που αφορούν την περίοδο 1950-2002.

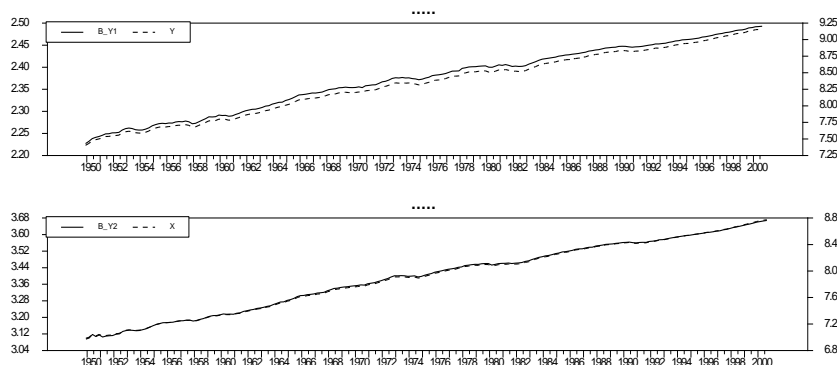


Διάγραμμα 3-26. Η διαχρονική Συμμεταβολή των Ποσοστιαίων Μεταβολών της Ιδιωτικής Κατανάλωσης και του Διαθέσιμου Εισοδήματος

Μια πρώτη περιγραφικού χαρακτήρα προσέγγιση της μη γραμμικότητας μεταξύ Διαθέσιμου Εισοδήματος και Ιδιωτικής Κατανάλωσης δίδεται στο Σχεδιάγραμμα 3-27. Η εφαρμογή του μετασχηματισμού³⁸⁴ της Ιδιωτικής Κατανάλωσης και του Διαθέσιμου Εισοδήματος για $\lambda=0.1$ δίδεται στο χρονοδιάγραμμα 3-27.

Actual and Transformed data

Box Cox transformation



Διάγραμμα 3-27. Πραγματικές και Μετασχηματισμένες τιμές του Διαθέσιμου Ιδιωτικού Εισοδήματος και της Ιδιωτικής Κατανάλωσης

Εφαρμογή Γραμμικών Ελέγχων Ευσταθούς Διαχρονικής Συμμεταβολής -Συν-Ολοκλήρωσης.

Μέθοδος των Engle-Granger 2-Step.(ADF Stationarity Test)

³⁸⁴ Από τα επιμέρους γραφήματα στο χρονοδιάγραμμα 3-7 μετά τον μετασχηματισμό των μεταβλητών μπορεί να αλλάζουν τα αρχικά μεγέθη, η πρωτογενής όμως μεταβλητότητα παραμένει ανέπαφη.

$$GDP_t^\lambda = \frac{GDP_t^{\lambda=0,1} - 1}{\lambda}$$

$$PCON_t^\lambda = \frac{PCON_t^{\lambda=0,1} - 1}{\lambda}$$

Όπου GDP=Διαθέσιμο Ιδιωτικό Εισόδημα

PCON=Ιδιωτική Κατανάλωση

Εφαρμόζοντας την κλασική μέθοδο των Engle και Cranger σε δύο στάδια και για διαφορετικές χρονικές υστερήσεις καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι υπάρχει γραμμική Συνολοκλήρωση μεταξύ της Ιδιωτικής Κατανάλωσης και του Διαθέσιμου Ιδιωτικού Εισοδήματος³⁸⁵

Πίνακας 3-11. Έλεγχοι Engle-Granger Cointegration για γραμμική Συνολοκλήρωση.

Engle-Granger Cointegration Test

Test Statistic	-4.50162		
Critical Values	1%	5%	10%
	-3.95	-3.37	-3.07

Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Πίνακας 3-12. Έλεγχοι για γραμμική Συνολοκλήρωση με βάση το KPSS Έλεγχο Στασιμότητας.

Γραμμική Συν-Ολοκλήρωση.
Μέθοδος των Engle-Granger 2-Step .(KPSS Stationarity Test)
KPSS Test for Stationarity about level, Series RES1
From 1950:01 to 2000:04
Observations 204
Lags= 1 Eta(mu)= 0.369
Lags= 2 Eta(mu)= 0.263*
Lags= 3 Eta(mu)= 0.210*
Lags= 4 Eta(mu)= 0.178*
Lags= 5 Eta(mu)= 0.158*
Lags= 6 Eta(mu)= 0.144*
Lags= 7 Eta(mu)= 0.133*
Lags= 8 Eta(mu)= 0.125*
Lags= 9 Eta(mu)= 0.119*
Lags= 10 Eta(mu)= 0.114*

Critical Level: 0.10 0.05 0.025 0.01
Critical Value: 0.347 0.463 0.574 0.739

Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Η εφαρμογή του αντίστοιχου ελέγχου γραμμικής συνολοκλήρωσης μεταξύ της Ιδιωτικής Κατανάλωσης και του Διαθέσιμου Εισοδήματος χρησιμοποιώντας για τον έλεγχο της στασιμότητας των εκτιμήσεων του διαταρακτικού όρου το κριτήριο KPSS μας επιβεβαίωσε την ύπαρξη γραμμικής συνολοκλήρωσης, όπως προκύπτει και από τις εκτιμήσεις του κριτηρίου για διαφορετικές χρονικές υστερήσεις.

³⁸⁵ Θα πρέπει να αναφερθεί ότι αυτό το αποτέλεσμα δεν αμφισβητείται και από άλλες μελέτες όπου διερευνούν αυτήν τη σχέση.

Έλεγχοι Μη Γραμμική Συν-Ολοκλήρωσης.

Μέθοδος των Engle-Granger 2-Step - (KPSS Stationarity Test)(Bootstrapping).

Για τον έλεγχο της ύπαρξης Μη γραμμικής μακροχρόνιας διαχρονικής συμμεταβολής μεταξύ αυτών των μεταβλητών έγινε με βάση τον μετασχηματισμό των Box-Cox, εφαρμοζόμενος στα επίπεδα των δυο μεταβλητών.

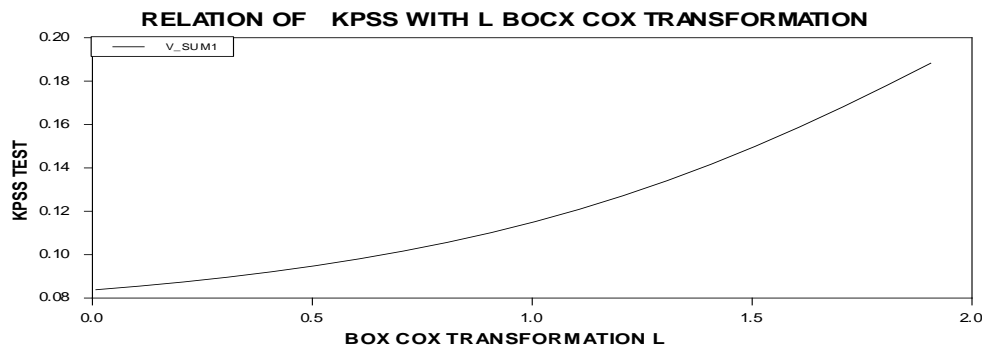
Στον Πίνακα 3-13 παρουσιάζουμε αριθμητικά τις τιμές του Κριτηρίου KPSS (χωρίς τις τιμές των κριτηρίων) για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου λ , δηλαδή του συντελεστή μετασχηματισμού των Box-Cox. Σ' όλες τις περιπτώσεις η τιμή του των εκτιμηθέντων KPSS είναι μικρότερες των αντίστοιχων τιμών του κριτηρίου, επιβεβαιώνοντας την ύπαρξη και μη γραμμικής διαχρονικής συμμεταβλητότητας (Συνολοκλήρωσης). Με βάση τα στοιχεία του Πίνακα 3-13 και το αντίστοιχο διάγραμμα, θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε ότι η μη γραμμικότητα μεταξύ των δύο μεγεθών είναι σχετικά υψηλή δεδομένου ότι το μικρότερο KPSS βρίσκεται όταν $\lambda=0.01$.

Πίνακας 3-13. Εκτιμήσεις των Ελάχιστων τιμών του Κριτηρίου $V = T^{-1} \sum_{t=1}^T \frac{S_t^2}{S^2(l)}$ για διαφορετικές τιμές των χρονικών υστερήσεων από 2 έως 10.

Αριθμός Επαναλήψεων	Διαφορετικές Τιμές του λ	Τιμή του Κριτηρίου KPSS	Bootstrapping KPSS Critical Values			
			0.10	0.05	0.025	0.01
1	0,01	0,083365	0,329821	0,427922	0,551117	0,715465
2	0,11	0,085026	0,324962	0,451978	0,529509	0,710459
3	0,21	0,086948	0,304147	0,413393	0,563816	0,726575
4	0,31	0,089145	0,316362	0,443622	0,524701	0,720524
5	0,41	0,091637	0,29772	0,428542	0,534831	0,702989
6	0,51	0,094449	0,336747	0,41738	0,526709	0,70812
7	0,61	0,09762	0,327338	0,439987	0,56175	0,727647
8	0,71	0,10119	0,327809	0,442358	0,557812	0,708158
9	0,81	0,10521	0,302975	0,416176	0,535263	0,715095
10	0,91	0,109729	0,319995	0,443258	0,553494	0,693294
11	1,01	0,114795	0,315323	0,426201	0,525965	0,70312
12	1,11	0,120453	0,333249	0,445602	0,557613	0,72249
13	1,21	0,126737	0,331772	0,449891	0,525401	0,725841
14	1,31	0,133668	0,323508	0,438186	0,548218	0,720291
15	1,41	0,141252	0,300326	0,415412	0,537299	0,704277
16	1,51	0,149477	0,331792	0,438056	0,560863	0,700768
17	1,61	0,158315	0,302944	0,420584	0,554488	0,701715
18	1,71	0,167716	0,301832	0,428905	0,553674	0,708476
19	1,81	0,177615	0,316111	0,44899	0,563684	0,695462
20	1,91	0,254266	0,311062	0,416807	0,526115	0,720252

Πηγή: Εκτιμήσεις μας. Critical Level: 0.10 0.05 0.025 0.01

Critical Value: 0.347 0.463 0.574 0.739



Διάγραμμα 3-28. Σύγκριση των τιμών του κριτηρίου KPSS με ανάλογες τιμές του συντελεστή λ του μετασχηματισμού των Box-Cox.

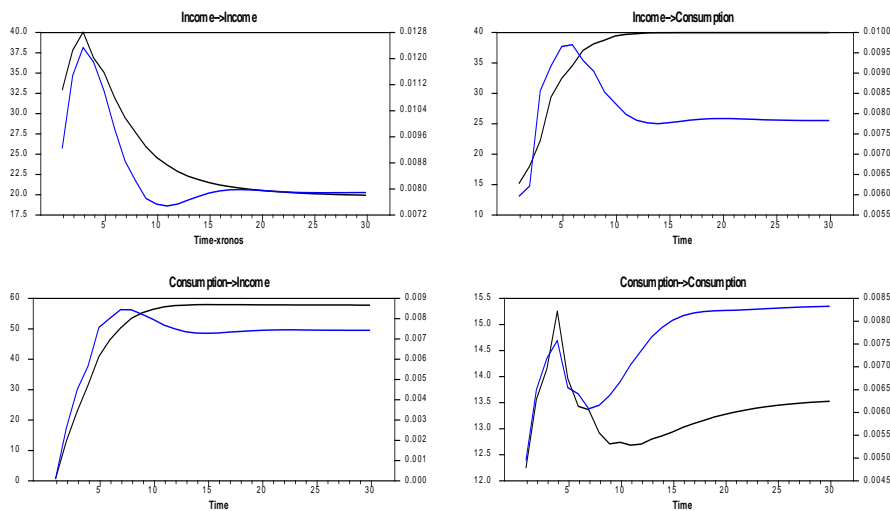
Ανάλυση των Δυναμικών Αλληλεπιδράσεων μεταξύ Κατανάλωσης και Διαθέσιμου Εισοδήματος.

Τα αποτελέσματα της επιβεβαίωσης της ύπαρξης Διαχρονικά Ευσταθούς συμμεταβλητότητας μεταξύ των δύο οικονομικών μεγεθών, μας δίνουν τη δυνατότητα να τα αξιοποιήσουμε για δυναμικές (διαχρονικές) αναλύσεις αλλά και για προβλέψεις μεταξύ αυτών των δύο μεγεθών.

Διαφοροποίηση στην Σχηματοποίηση των Δυναμικών Αλληλεπιδράσεων.

Linear and NonLinear Impulse Responses

NonLinear-Linearized Cointegration



Διάγραμμα 3-29. Σχηματοποίηση των Διαχρονικών Αλληλεπιδράσεων μεταξύ της Κατανάλωσης και του Διαθέσιμου Εισοδήματος.

Στο Σχεδιάγραμμα 3-29 παρουσιάζουμε τις γραμμικές και Μη Γραμμικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ της Ιδιωτικής Κατανάλωσης και του Διαθέσιμου Ιδιωτικού Εισοδήματος. Χωρίς να υπεισέλθουμε σε περαιτέρω ερμηνεία των αποτελεσμάτων αυτού του Σχεδιαγράμματος, θα τονίσουμε μόνο τη διαφορετικότητα των διαχρονικών αλληλεπιδράσεων μεταξύ αυτών των δύο μεγεθών.

Προβλέψεις με Γραμμικές και μη Γραμμικές Σχέσεις Συνολοκλήρωσης.

Οι συγκρίσεις των προβλέψεων για μία περίοδο 20 περιόδων έγιναν με βάση τρεις εναλλακτικές εξειδικεύσεις:

1. Εναλλακτική Διαδικασία Πρόβλεψης: Αυτοπαλίνδρομο Σχήμα με Γραμμικό Σφάλμα Διόρθωσης.
2. Εναλλακτική Διαδικασία Πρόβλεψης: Αυτοπαλίνδρομο Σχήμα χωρίς Σφάλμα Διόρθωσης.
3. Εναλλακτική Διαδικασία Πρόβλεψης: Αυτοπαλίνδρομο Σχήμα με μη Γραμμικό Σφάλμα Διόρθωσης.

1. Εναλλακτική Διαδικασία Πρόβλεψης: Αυτοπαλίνδρομο Σχήμα με Γραμμικό Σφάλμα Διόρθωσης

Στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιήθηκε το εξής αυτοπαλίνδρομο σχήμα:

$$\Delta y_{1t} = a_0 + \delta_1(y_{1t-1} - y_{2t-1}) + \sum_{i=1}^k a_{1i} \Delta y_{1t-i} + \sum_{i=1}^k a_{2i} \Delta y_{2t-i} + \varepsilon_{1t}$$

$$\Delta y_{2t} = \beta_0 + \delta_2(y_{1t-1} - y_{2t-1}) + \sum_{i=1}^k \beta_{1i} \Delta y_{1t-i} + \sum_{i=1}^k \beta_{2i} \Delta y_{2t-i} + \varepsilon_{2t}$$

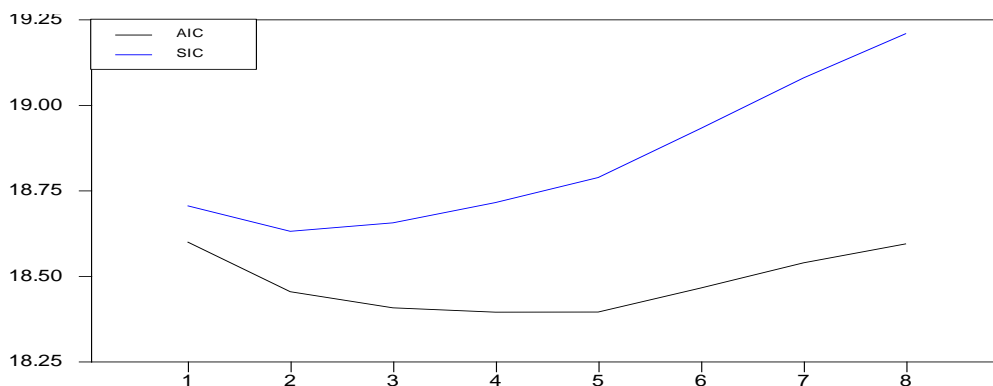
με $\Delta y_{1t} = (y_{1t} - y_{1t-1})$

$$\Delta y_{2t} = (y_{2t} - y_{2t-1})$$

όπου: y_{1t} = Ιδιωτική Κατανάλωση.

$$y_{2t}$$
 = Διαθέσιμο Ιδιωτικό Εισόδημα.

Για την διενέργεια και τον έλεγχο της αποτελεσματικότητας των προβλέψεων είναι απαραίτητο να εκτιμήσουμε τον βαθμό του σχήματος. Η επιλογή του βαθμού του αυτοπαλίνδρομου σχήματος έγινε με την χρήση των γνωστών κριτηρίων :



Διάγραμμα 3-30. Επιλογή του βαθμού του Αυτοπαλίνδρομου σχήματος με βάση τα κριτήρια AIC και Schwarz.

Εναλλακτική Διαδικασία Πρόβλεψης: Αυτοπαλίνδρομο Σχήμα χωρίς Σφάλμα Διόρθωσης:

Στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιήθηκε το εξής αυτοπαλίνδρομο σχήμα:

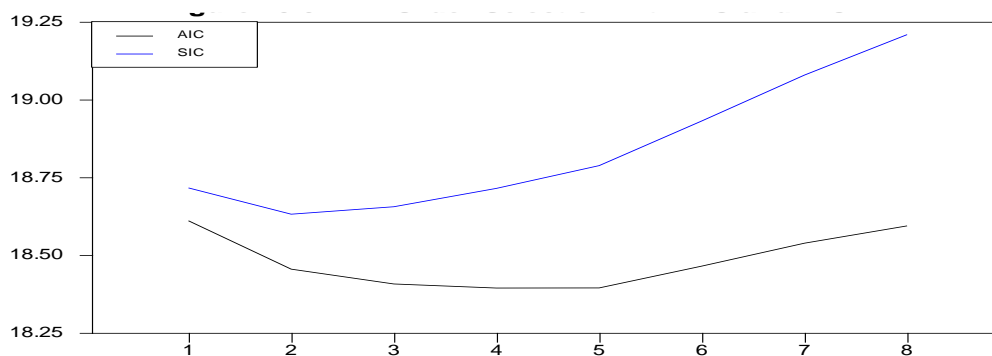
$$y_{1t} = a_0 + \sum_{i=1}^k a_{1i} y_{1t-i} + \sum_{i=1}^k a_{2i} y_{2t-i} + \varepsilon_{1t}$$

$$y_{2t} = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_{1i} y_{1t-i} + \sum_{i=1}^k \beta_{2i} y_{2t-i} + \varepsilon_{2t}$$

όπου: y_{1t} = Ιδιωτική Κατανάλωση.

y_{2t} = Διαθέσιμο Ιδιωτικό Εισόδημα.

Η επιλογή του βαθμού του αυτοπαλίνδρομου σχήματος και στις τρεις περιπτώσεις έγινε με την χρήση των γνωστών κριτηρίων:



Διάγραμμα 3-31. Επιλογή του βαθμού του Αυτοπαλίνδρομου σχήματος με βάση τα κριτήρια AIC και Schwarz.

Εναλλακτική Διαδικασία Πρόβλεψης: Αυτοπαλίνδρομο Σχήμα με μη Γραμμικό Σφάλμα Διόρθωσης:

Στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιήθηκε το εξής αυτοπαλίνδρομο σχήμα:

$$\Delta y_{1t} = a_0 + \delta_1 (y_{1t-1} - \lambda y_{2t-1}) + \sum_{i=1}^k a_{1i} \Delta y_{1t-i} + \sum_{i=1}^k a_{2i} \Delta y_{2t-i} + \varepsilon_{1t}$$

$$\Delta y_{2t} = \beta_0 + \delta_2 (y_{1t-1} - \lambda y_{2t-1}) + \sum_{i=1}^k \beta_{1i} \Delta y_{1t-i} + \sum_{i=1}^k \beta_{2i} \Delta y_{2t-i} + \varepsilon_{2t}$$

με $y_{1t} = \frac{y_t^\lambda - 1}{\hat{\lambda}}$ $y_{2t} = \frac{x_t^\lambda - 1}{\hat{\lambda}}$

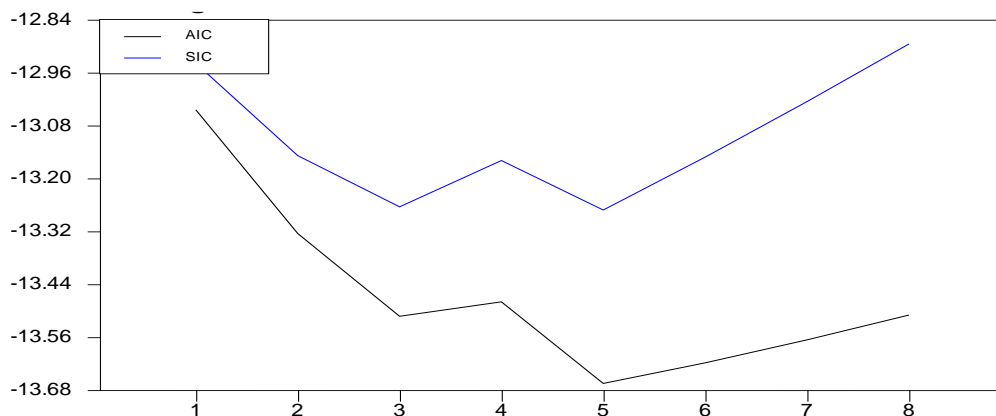
$$\Delta y_{1t} = (y_{1t} - y_{1t-1})$$

$$\Delta y_{2t} = (y_{2t} - y_{2t-1})$$

όπου: y_{1t} = Ιδιωτική Κατανάλωση.

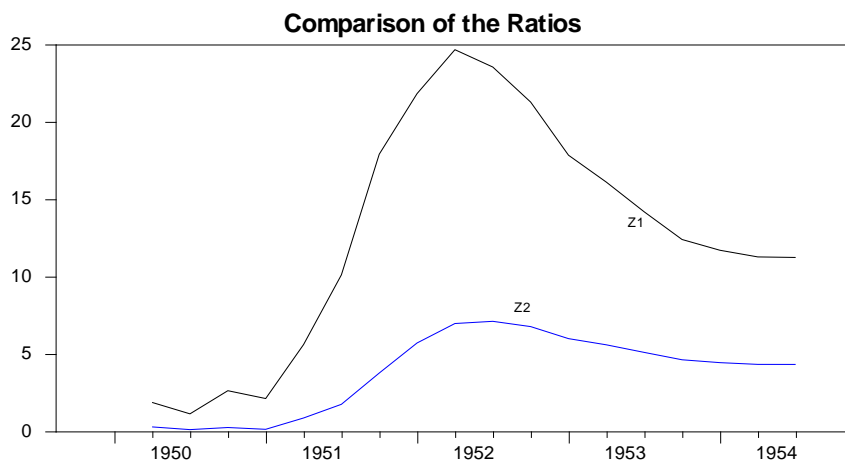
y_{2t} = Διαθέσιμο Ιδιωτικό Εισόδημα.

Η επιλογή του βαθμού του αυτοπαλίνδρομου σχήματος και στις τρεις περιπτώσεις έγινε με την χρήση των γνωστών κριτηρίων:

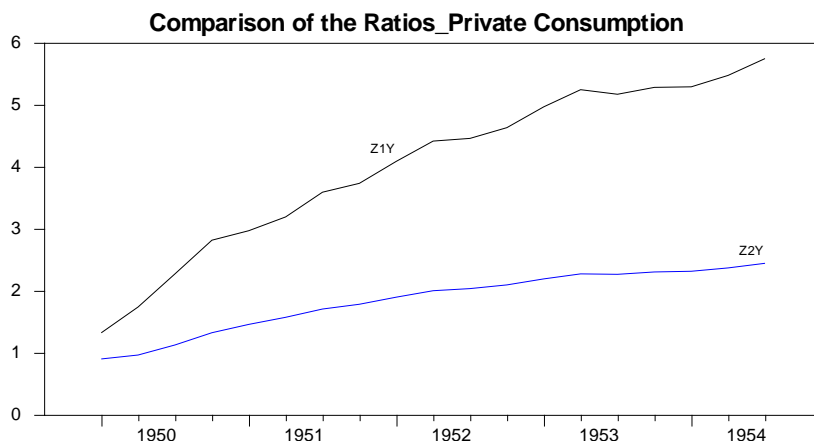


Διάγραμμα 3-32. Επιλογή του βαθμού του Αυτοπαλίνδρομου σχήματος με βάση τα κριτήρια AIC και Schwarz.

Σύγκριση των Προβλέψεων.



Διάγραμμα 3-33. Σύγκριση των Λόγων των Προβλέψεων του μη Γραμμικού VAR με το Γραμμικό VAR και το απλό VAR.



Διάγραμμα 3-34. Σύγκριση των Λόγων των Προβλέψεων του Μη Γραμμικού VAR με το Γραμμικό VAR και το απλό VAR.

Συμπερασματικά θα μπορούσαμε να παραθέσουμε τις εξής επιπλέον πληροφορίες για τη γραμμική και μη γραμμική σχέση ευστάθειας μεταξύ της Ιδιωτικής Κατανάλωσης και του Διαθέσιμου Εισοδήματος στις Ηνωμένες Πολιτείες:

Έλεγχος Γραμμικής & μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης.

- Υπάρχει γραμμική και μη Γραμμική Συνολοκλήρωση μεταξύ των δύο μεγεθών.
- Χρησιμοποιώντας τη διαδικασία των Engle_Granger 2-Step (ADF Έλεγχος Στασιμότητας).
- Χρησιμοποιώντας το KPSS κριτήριο ελέγχου της στασιμότητας των εκτιμήσεων του διαταρακτικού όρου, από την εκτίμηση της μη γραμμικής σχέσης μεταξύ της Ιδιωτικής Κατανάλωσης και του Διαθέσιμου Ιδιωτικού Εισοδήματος.

Δυναμικές-Διαχρονικές Αλληλεπιδράσεις μεταξύ Κατανάλωσης και Διαθέσιμου Ιδιωτικού Εισοδήματος.

Ο εντοπισμός της ύπαρξης γραμμικής και μη γραμμικής σχέσης Συνολοκλήρωσης μεταξύ της Ιδιωτικής Κατανάλωσης και του Διαθέσιμου Ιδιωτικού Εισοδήματος διαφοροποιεί σε κάποιο σημαντικό βαθμό τις διαχρονικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ των δύο μεγεθών.

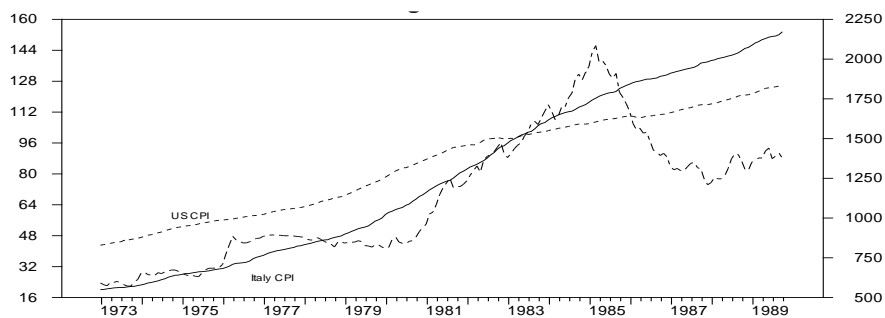
Προβλέψεις.

Από την ανάλυση των προβλέψεων προέκυψε ότι οι προβλέψεις με το μη γραμμικό (γραμμοποιημένο) Αυτοπαλίνδρομο Σχήμα με Διόρθωση Σφάλματος υπερέχει του αντίστοιχου γραμμικού αλλά και του χωρίς διόρθωση σφάλματος αυτοπαλίνδρομου σχήματος.

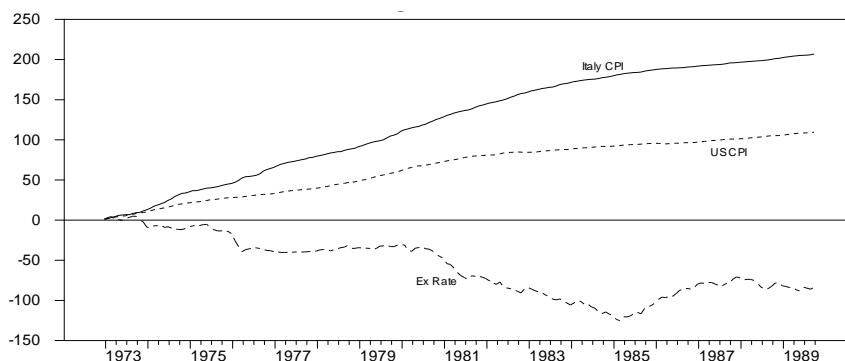
3.2.6. Έλεγχος ύπαρξης μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης μεταξύ των τιμών των δεικτών καταναλωτή και της ισοτιμίας των νομισμάτων της Ιταλίας και των Ηνωμένων Πολιτειών της Αμερικής³⁸⁶

Η Εφαρμογή τεχνικών Συνολοκλήρωσης

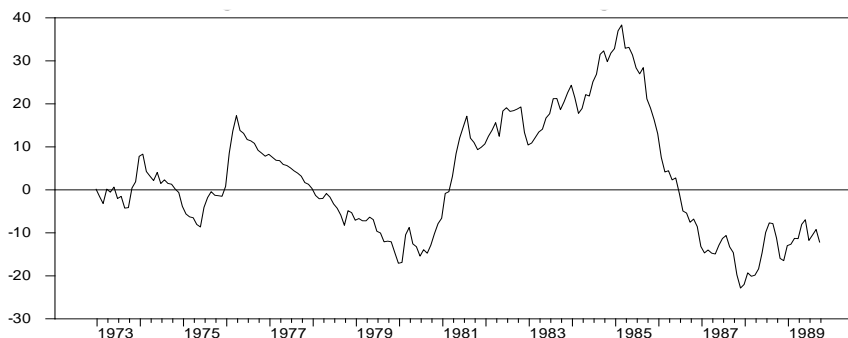
Μια εφαρμογή ελέγχου και επιβεβαίωση της μη ύπαρξης Ευσταθούς Μακροχρόνιας Συμμεταβολής δίδεται στο βιβλίο του Hamilton³⁸⁷



Διάγραμμα 3-35. Δείκτες Πληθωρισμού στην Ιταλία και στις Ηνωμένες Πολιτείες και η αντίστοιχη συναλλαγματική σχέση Δολαρίου



Διάγραμμα 3-36. Ομαδοποιημένα (Normalized) στοιχεία για τους Δείκτες Τιμών και Καταναλωτών και την σχέση ισοτιμίας Αμερικάνικου δολαρίου και Ιταλικής Λίρας.



Διάγραμμα 3-37. Εκτιμήσεις του Σφάλματος Ισορροπίας από τον έλεγχο Συνολοκλήρωσης

³⁸⁷ Hamilton, J.D., 1994. *Time Series Analysis*. Princeton, NJ: Princeton University Press

Η εφαρμογή μη γραμμικών ελέγχων Συνολοκλήρωσης βασίζεται το παράδειγμα που χρησιμοποιεί στο βιβλίο του ο Hamilton, σελ 339 όπου γίνεται ο έλεγχος ύπαρξης Συνολοκλήρωσης μεταξύ τριών μεταβλητών :

y_{1t} : Δείκτες Τιμών Καταναλωτή στην Ιταλία.

y_{2t} : Δείκτες Τιμών Καταναλωτή στις Ηνωμένες Πολιτείες.

y_{3t} : Συναλλαγματική Σχέση μεταξύ Ιταλικής Λίρας και Δολαρίου.

Με βάση το χρονοδιάγραμμα 3-35 φαίνεται ότι μάλλον υπάρχει κάποια μακροχρόνια συμμεταβολή μεταξύ αυτών των τριών οικονομικών μεγεθών. Από το Χρονοδιάγραμμα 3-36 και στην εφαρμογή του ελέγχου Συνολοκλήρωσης των Engel and Granger (1987) στο Χρονοδιάγραμμα 3-37 και τον αντίστοιχο έλεγχο των E-G , δεν προκύπτει ύπαρξη γραμμικής Συνολοκλήρωσης μεταξύ αυτών των τριών μεγεθών.

Αυτό φυσικά δεν αποκλείει την ύπαρξη Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης. Αυτό σημαίνει ότι είναι πολύ πιθανόν να υπάρχει κάποια μη γραμμική σχέση μεταξύ αυτών των τριών μεταβλητών, ούτως ώστε το σφάλμα ισορροπίας να είναι μια στάσιμη χρονοσειρά.

Με βάση την πρόταση μας για τον έλεγχο ύπαρξης μη γραμμικής Συνολοκλήρωσης, θέσαμε υπο έλεγχο την ύπαρξη ευσταθή μακροχρόνιας συμμεταβολής(Συνολοκλήρωση) στην σχέση:

$$\frac{y_{1t}^\lambda}{\lambda} = \beta_0 + \beta_1 \frac{y_{2t}^\lambda - 1}{\lambda} + \beta_2 \frac{y_{3t}^\lambda - 1}{\lambda} + \varepsilon_t \quad 0 < \lambda < 1$$

Ο τροποποιημένος έλεγχος Ευσταθούς Μακροχρόνιας Συμμεταβολής (Συνολοκλήρωση) , βασίζεται στην εκτίμηση των παραμέτρων $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \lambda$ ελαχιστοποιώντας την σχέση :

$$\min_{\beta_0, \beta_1, \beta_2, \lambda} \sum_{t=1}^T \left(\frac{y_{1t}^\lambda - 1}{\lambda} - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 \frac{y_{2t}^\lambda - 1}{\lambda} - \hat{\beta}_2 \frac{y_{3t}^\lambda - 1}{\lambda} \right)^2$$

Το σφάλμα μακροχρόνιας ισορροπίας υπολογίζεται με βάση την σχέση

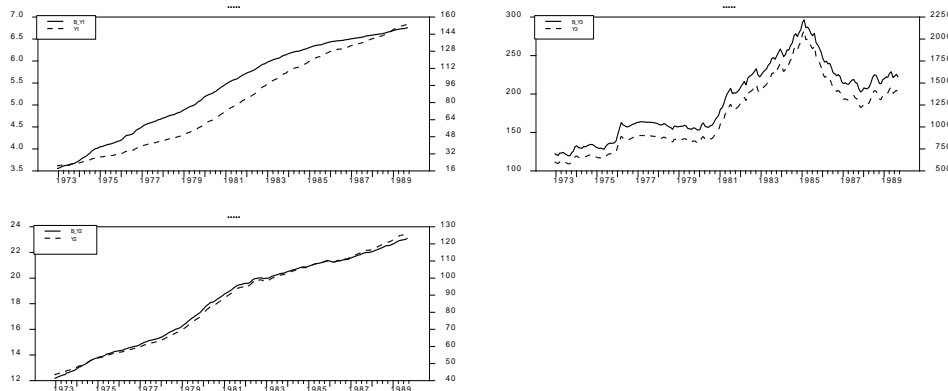
$$\hat{\varepsilon}_t = \frac{y_{1t}^\lambda - 1}{\hat{\lambda}} - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 \frac{y_{2t}^\lambda - 1}{\hat{\lambda}} - \hat{\beta}_2 \frac{y_{3t}^\lambda - 1}{\hat{\lambda}}$$

Η διαδικασία υπολογισμού των τιμών του σφάλματος μακροχρόνιας ισορροπίας έγινε ακολουθώντας μια επαναληπτική τεχνική όπου για διάφορες τιμές της παραμέτρου λ , στο

διάστημα τιμών $0 \leq \lambda \leq 1$ υπολογίσαμε το Σφάλμα Ισορροπίας και κάναμε ελέγχους στασιμότητας χρησιμοποιώντας τον Augmented Dickey Fuller έλεγχο για διαφορετικές τιμές του αριθμού των χρονικών υστερήσεων. Το «καλύτερο» t-statistic που εντοπίζουμε είναι πολύ μεγαλύτερο από τις ανάλογες κριτικές τιμές του MacKinnon.

Actual and Transformed data

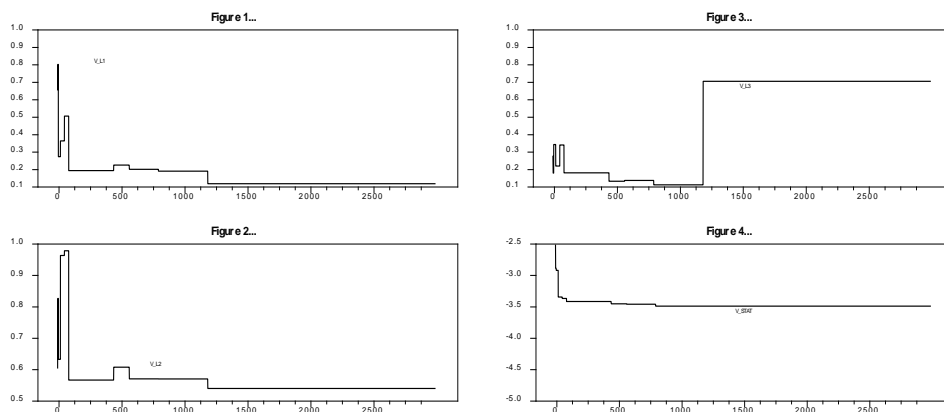
Box-Cox transformation



Διάγραμμα 3-38. Γραφικές Παρουσιάσεις των Πραγματικών και των Μετασχηματισμένων Χρονοσειρών με βάση τον Box-Cox Μετασχηματισμό

Convergence Values of Box-Cox Coefficients

Box-Cox transformation



Διάγραμμα 3-39. Γραφική Παρουσίαση της «Σύγκλισης» των εκτιμήσεων των $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ (Figure 1, 2 και 3 αντιστοίχως)

3.2.7. Στοχαστικοί Πειραματισμοί – Παρουσίαση Αποτελεσμάτων

Οι στοχαστικοί μας πειραματισμοί βασίσθηκαν σε ένα σχήμα της μορφής:

$$y_t = 5 + 0.6y_{t-1} + 0.3(1 + 0.5x_{t-1})(1 - e^{(-4x_{t-1}^2)}) + \varepsilon_{1t}$$

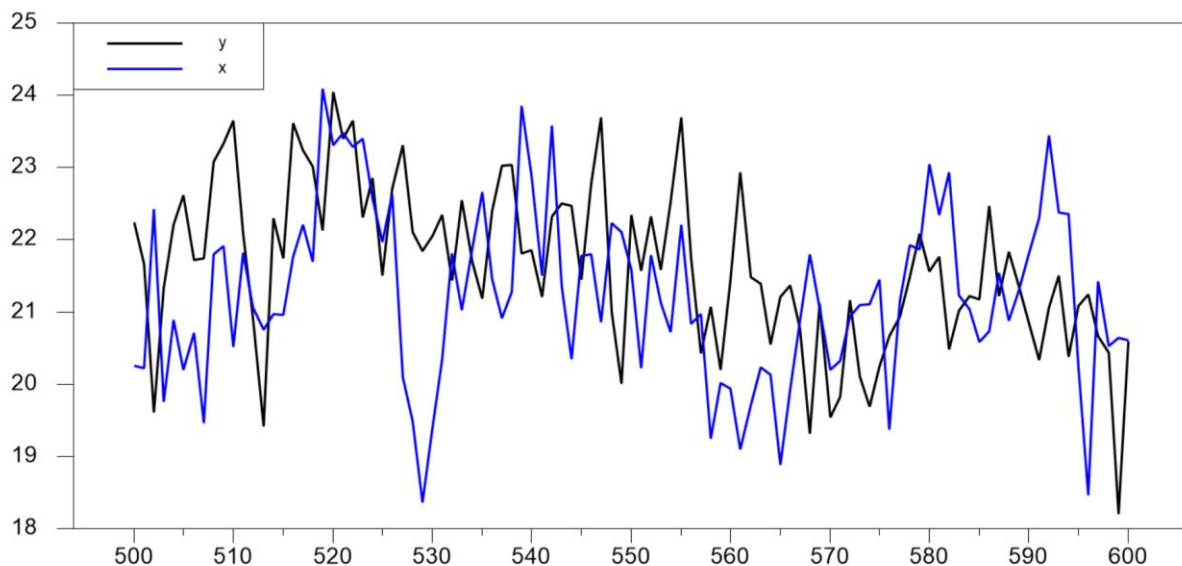
$$x_t = 7.1 + 0.5x_{t-1} + 0.3(1 + 0.5y_{t-1})(1 - e^{(-6y_{t-1}^2)}) + \varepsilon_{2t}$$

$$\varepsilon_{1t} \cong NID(0, \sigma_1^2)$$

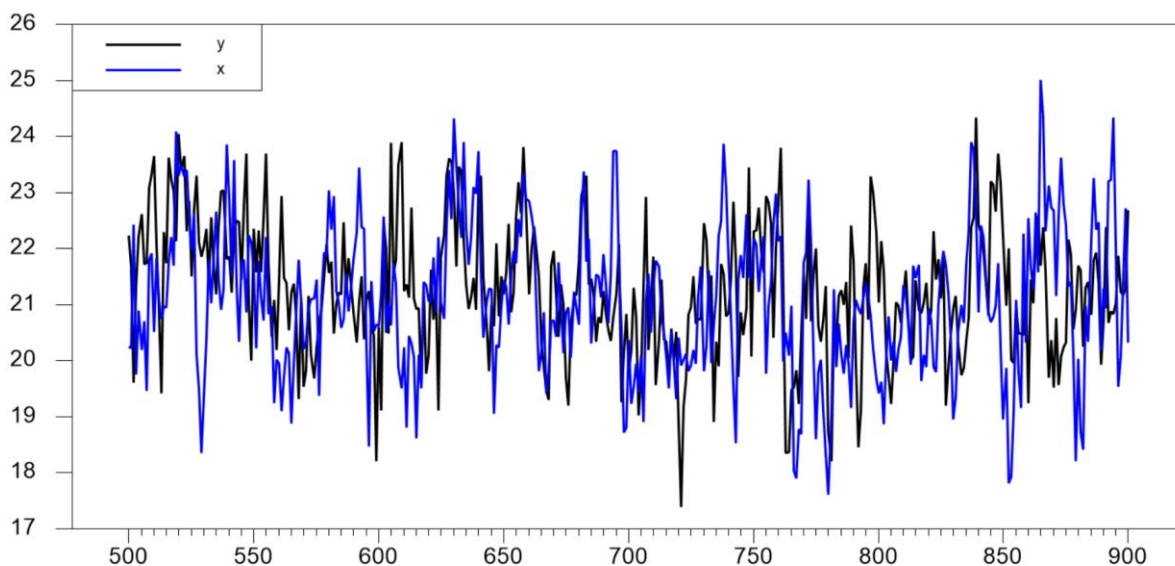
$$\varepsilon_{2t} \cong NID(0, \sigma_2^2)$$

όπου:

- y_t, x_t ενδογενείς μεταβλητές του συστήματος
- $\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}$ διαταρακτικοί όροι οι οποίοι υποθέτουμε ότι κατανέμονται κανονικά με μέσο μηδέν και διακυμάνσεις σ_1^2, σ_2^2
- Από το παραπάνω σχήμα προκύπτει εύλογα η μη γραμμικότητα της συμπεριφοράς των μεταβλητών y_t, x_t , καθώς και η αμφίδρομη μη γραμμική επίδραση μεταξύ των μεταβλητών



Διάγραμμα 3-40. Γραφική Παρουσίαση των εξομοιωμένων δεδομένων για 100 παρατηρήσεις



Διάγραμμα 3-41. Γραφική Παρουσίαση των εξομοιωμένων δεδομένων για 400 παρατηρήσεις

Τα αποτελέσματα των πειραματισμών με τη σύγκριση της γραμμικής μεθόδου των Engle Granger και της προταθείσας με χρήση Box-Cox παρουσιάζονται στον κάτωθι Πίνακα

Πίνακας 3-14. Αποτελέσματα ελέγχων Engle Granger και προτεινόμενης μεθόδου, επιτυχής εύρεση Συνολοκλήρωσης

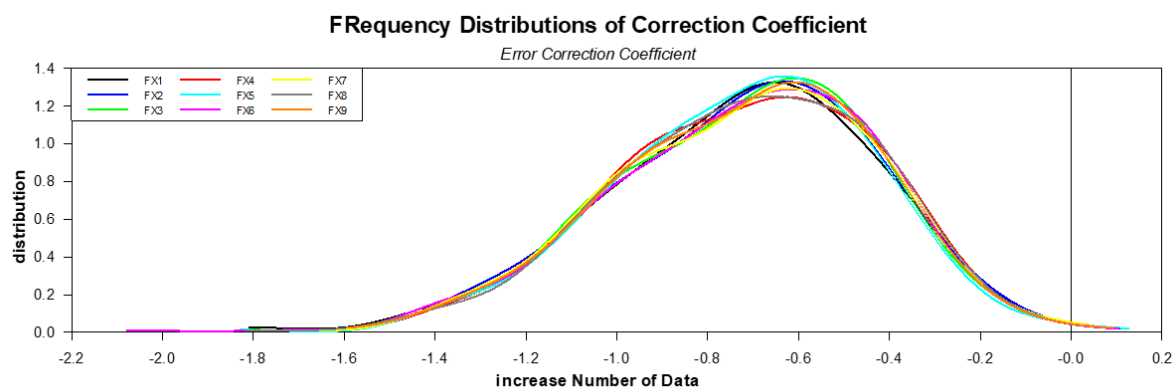
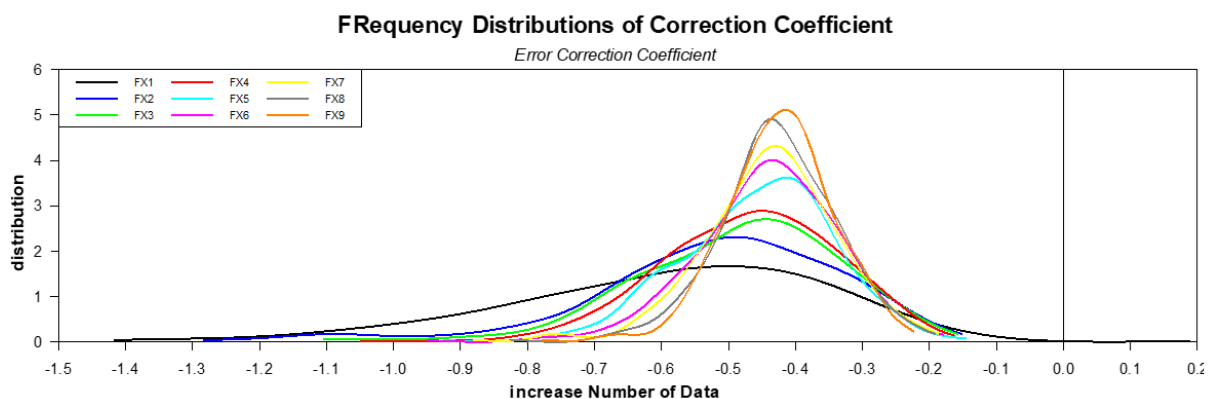
Αριθμός παρατηρήσεων	EG test - 2.5%	BoxCox Linearized - 2.5%	EG test - 5%	BoxCox Linearized - 5%	EG test - 10%	BoxCox Linearized - 10%
20	9	9	19	22	35	38
30	16	17	43	48	69	69
40	35	35	67	68	80	82
50	53	53	88	90	94	96
60	75	76	95	95	100	100
70	90	92	99	100	100	100
80	96	98	100	100	100	100
90	100	100	100	100	100	100
100	100	100	100	100	100	100
110	100	100	100	100	100	100
120	100	100	100	100	100	100
130	100	100	100	100	100	100
140	100	100	100	100	100	100
150	100	100	100	100	100	100
160	100	100	100	100	100	100
170	100	100	100	100	100	100
180	100	100	100	100	100	100
190	100	100	100	100	100	100
200	100	100	100	100	100	100
210	100	100	100	100	100	100
220	100	100	100	100	100	100
230	100	100	100	100	100	100
240	100	100	100	100	100	100
250	100	100	100	100	100	100
260	100	100	100	100	100	100
270	100	100	100	100	100	100
280	100	100	100	100	100	100
290	100	100	100	100	100	100
300	100	100	100	100	100	100
310	100	100	100	100	100	100
320	100	100	100	100	100	100
330	100	100	100	100	100	100

Αριθμός παρατηρήσεων	EG test - 2.5%	BoxCox Linearized - 2.5%	EG test - 5%	BoxCox Linearized - 5%	EG test - 10%	BoxCox Linearized - 10%
340	100	100	100	100	100	100
350	100	100	100	100	100	100
360	100	100	100	100	100	100
370	100	100	100	100	100	100
380	100	100	100	100	100	100
390	100	100	100	100	100	100
400	100	100	100	100	100	100
410	100	100	100	100	100	100
420	100	100	100	100	100	100
430	100	100	100	100	100	100

Από τα αποτελέσματα των στοχαστικών πειραματισμών προκύπτει η χρησιμότητα της προταθείσας μεθόδου ιδιαίτερα στις περιπτώσεις περιορισμένου αριθμού παρατηρήσεων καθώς φαίνεται να αποτελεί βελτίωση της γραμμικής μεθόδου των Engle Granger.

Το παρόν επιβεβαιώνεται και από την κατανομή των εκτιμήσεων της παραμέτρου διόρθωσης σφάλματος όπως προκύπτει από τα κάτωθι διαγράμματα.

Διάγραμμα 3-42. Γραφική Παρουσίαση της κατανομής της παραμέτρου διόρθωσης στην EC μορφή



Για την πλήρη παρουσίαση των αποτελεσμάτων παραπέμπουμε στον κώδικα της στοχαστικής εξομοίωσης ο οποίος παρουσιάζεται αναλυτικά στο αντίστοιχο παράρτημα.

4. Μέθοδοι Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης και Αιτιότητας σε Μικροοικονομικά και Μακροοικονομικά Μεγέθη της Ελληνικής Οικονομίας

4.1. Αμυντικές Δαπάνες Ελλάδας – Τουρκίας

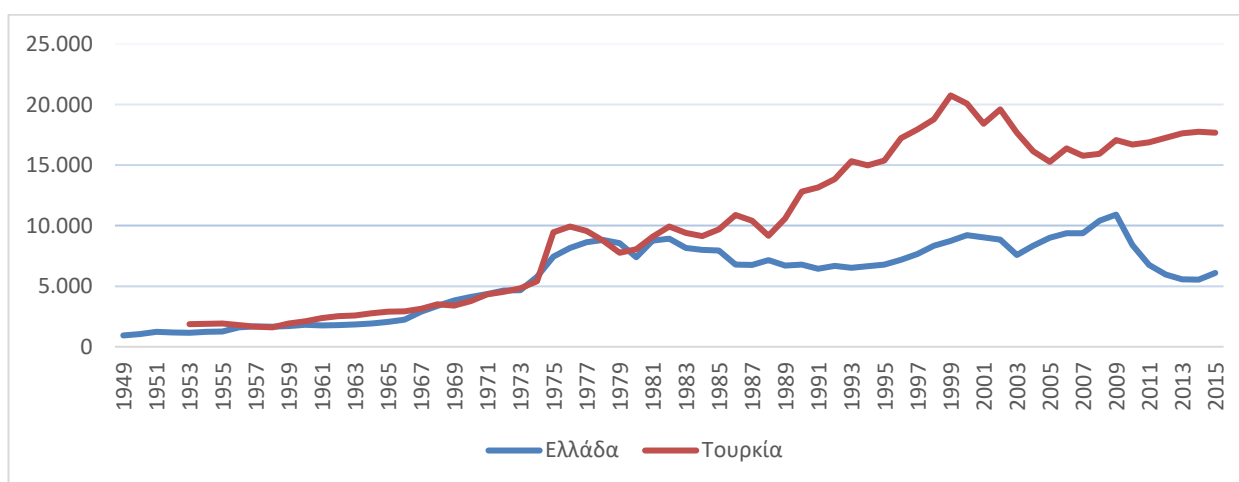
4.1.1. Παρουσίαση των δεδομένων

Σύνολο δεδομένων

Τα παρακάτω δεδομένα ζητήθηκαν και παρασχέθηκαν από τον καθηγητή Χρήστο Κόλλια λόγω της ειδίκευσης του στο θέμα των Αμυντικών Δαπανών μεταξύ των δύο χωρών και της σημαντικής συνεισφοράς του στην τρέχουσα βιβλιογραφία επί του θέματος. Τα δεδομένα αυτά παρασχέθηκαν σε δύο επίπεδα πληροφόρησης:

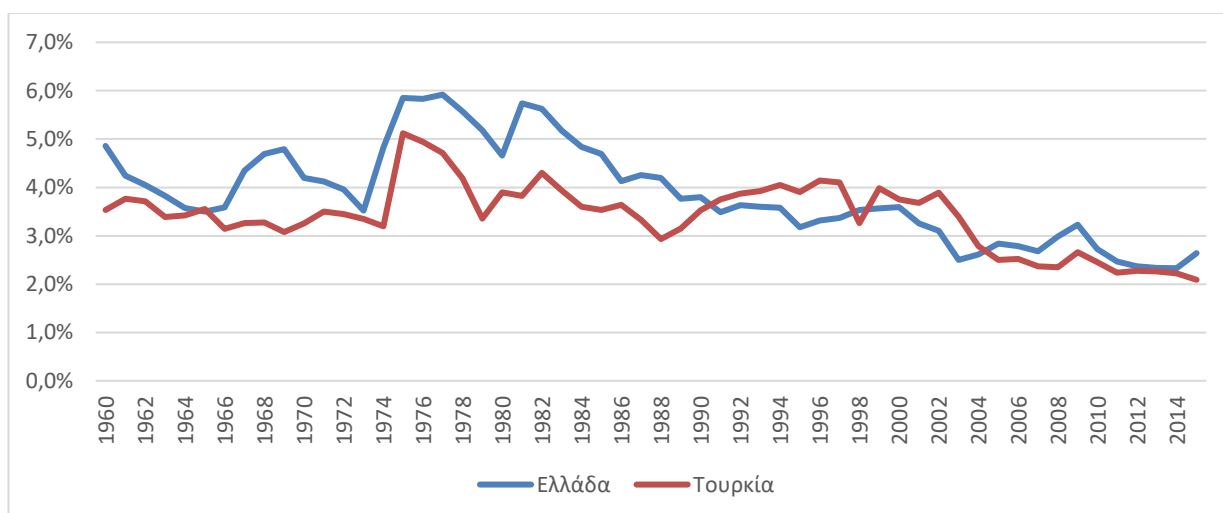
- Απόλυτα μεγέθη σε σταθερές τιμές (εκατομ. \$ 2014)
- Ποσοστά επί του Α.Ε.Π. των χωρών

Διάγραμμα 4-1. Αμυντικές Δαπάνες Ελλάδας – Τουρκίας, σταθερές τιμές σε δολάρια Η.Π.Α. 2014, 1949-2015



Πηγή: Δρ. Κόλλιας Χρήστος

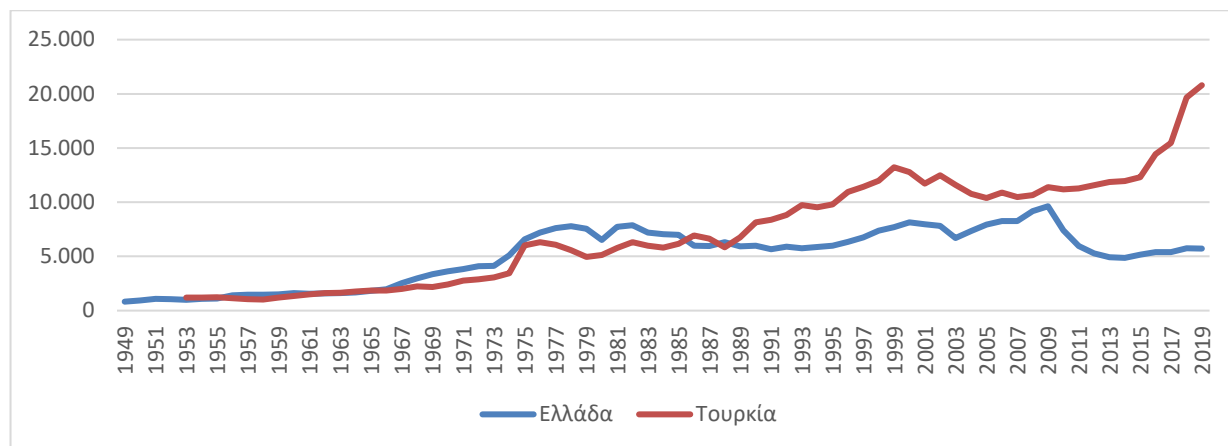
Διάγραμμα 4-2. Αμυντικές Δαπάνες Ελλάδας – Τουρκίας, ως ποσοστό του Α.Ε.Π., 1960-2014



Σύνολο δεδομένων δεύτερο

Παράλληλα ήταν διαθέσιμα και τα δεδομένα από την βάση δεδομένων του SIPRI³⁸⁸ τα οποία και αξιοποιήθηκαν στους παρόντες ελέγχους.

Διάγραμμα 4-3. Αμυντικές Δαπάνες Ελλάδας – Τουρκίας, σταθερές τιμές σε δολάρια Η.Π.Α. 2018, 1949-2019

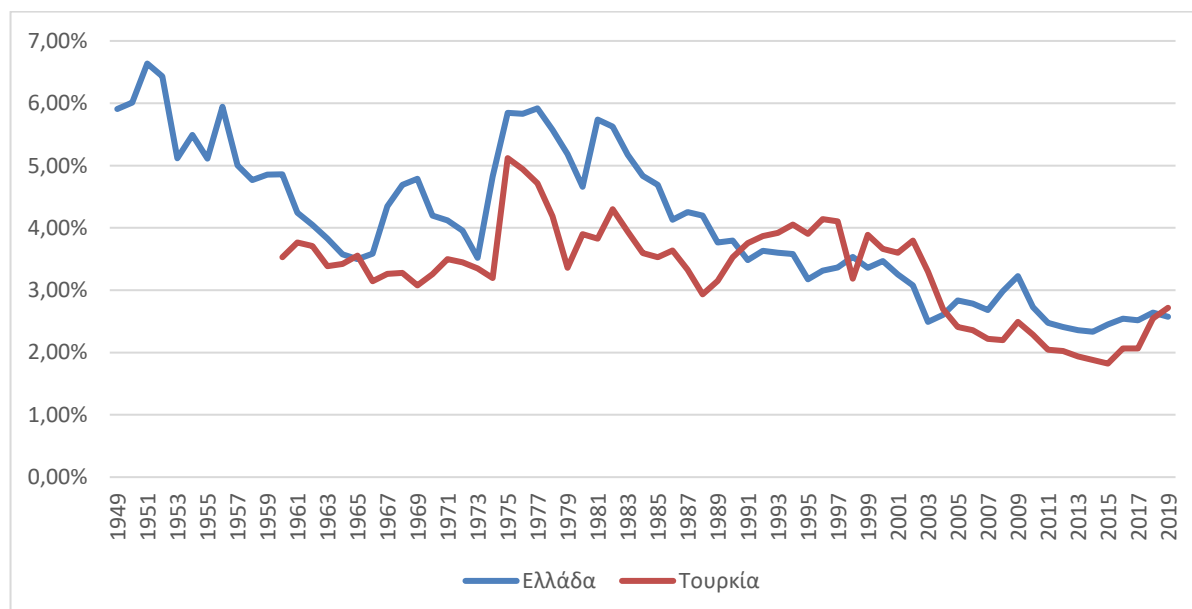


Πηγή: SIPRI, Military Expenses Database

Οι παραπάνω τιμές είναι σε εκατομμύρια δολάρια των ΗΠΑ, σταθερές τιμές 2018 και συναλλαγματικές ισοτιμίες.

Όπως και στο πρώτο σύνολο δεδομένων παρατηρείται η συμμεταβολή να αποτυπώνεται καλύτερα στα μεγέθη τα οποία αφορούν ποσοστό ως προς το Ακαθάριστο Εγχώριο Προϊόν.

Διάγραμμα 4-4. Αμυντικές Δαπάνες Ελλάδας – Τουρκίας, ως ποσοστό του Α.Ε.Π, 1949-2019

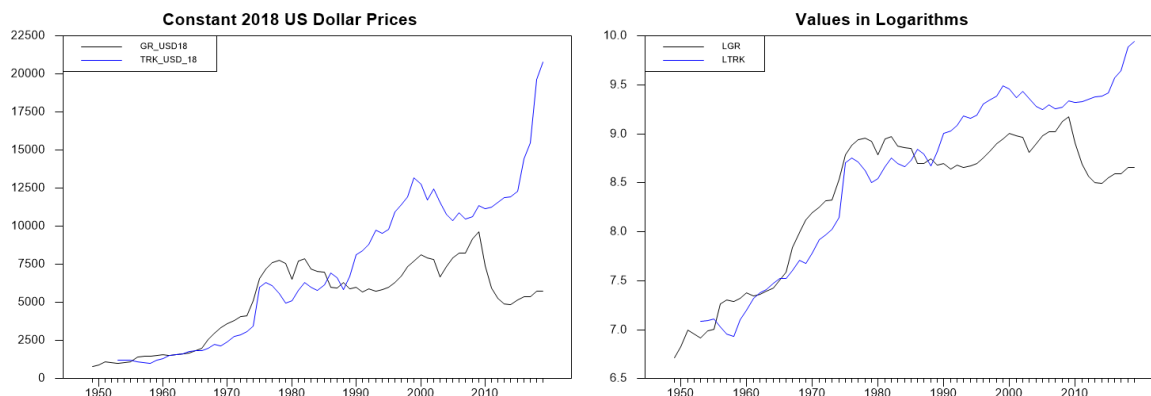


Πηγή: SIPRI, Military Expenses Database

³⁸⁸ SIPRI, Military Expenses Database (τα δεδομένα είναι διαθέσιμα και στα επισυναπτόμενα αρχεία της διατριβής)

Για τους υπολογισμούς χρησιμοποιήθηκαν τα διαθέσιμα δεδομένα από την βάση δεδομένων SIPRI σε λογαρίθμους.

Λιάγραμμα 4-5. Αμυντικές Δαπάνες Ελλάδας – Τουρκίας, απόλυτα μεγέθη και λογάριθμοι



Πηγή: SIPRI, Military Expenses Database

4.1.2. Προκαταρκτικοί Έλεγχοι

Έλεγχοι Μοναδιαίας Ρίζας

Αποτελέσματα Ελέγχου Dickey – Fuller³⁸⁹

Λογαριθμικός μετασχηματισμών απολύτων μεγέθων σε σταθερές τιμές \$ 2018 . Η επιλογή του αριθμού των χρονικών υστερήσεων για τις πρώτες διαφορές στον επαυξημένο έλεγχο Dickey Fuller υποδείχθηκαν από το κριτήριο του Schwarz. Σημειώνεται ότι στην πλειοψηφία των περιπτώσεων δεν υπήρξε σημαντική διαφοροποίηση μεταξύ του τελευταίου και του κριτηρίου του Akaike όσον αφορά την επιλογή του κατάλληλου αριθμού χρονικών υστερήσεων. Τέλος χρησιμοποιήθηκαν τα δεδομένα για την περίοδο 1953 έως 2019 (διαθέσιμα δεδομένα και για τις δύο χώρες).

Πίνακας 4-1. Αποτελέσματα του ελέγχου ADT στα μεγέθη των Αμυντικών Δαπανών

Υπόδειγμα	1%	5%	10%	Ελλάδα	Τουρκία
Με σταθερά και τάση (p=1)	-4,04	-3,45	-3,15	-1.4312	-1.9579
Έλεγχος ύπαρξης μοναδιαίας ρίζας και ανυπαρξίας τάσης	8,73	6,49	5,47	2.9869	1.9673
Με σταθερά (p=1)	-3,51	-2,89	-2,58	-2.4497	-0.8918
Έλεγχος ύπαρξης μοναδιαίας ρίζας και ανυπαρξίας σταθεράς	6,70	4,71	3,86	3.9055	3.6704

³⁸⁹ Οι υπολογισμοί έγιναν στο λογισμικό Rats της Estima

Υπόδειγμα	1%	5%	10%	Ελλάδα	Τουρκία
Έλεγχος ύπαρξης μοναδιαίας ρίζας ,χωρίς σταθερά, χωρίς τάση (Ελλάδα $\rho=1$, Τουρκία $\rho=0$)	-2,60	-1,95	-1,61	1.1142	3.4156
Με σταθερά και τάση, πρώτες διαφορές	-4,04	-3,45	-3,15	-5.6860**	-6.2910**

Σημειώνεται ότι κατά την διάρκεια των ελέγχων πραγματοποιήθηκαν και έλεγχοι για την ύπαρξη αυτοσυσχέτισης των καταλοίπων (κατά την διενέργεια δεν απορρίφθηκε η μηδενική υπόθεση για την απουσία αυτοσυσχέτισης στα κατάλοιπα έκαστης παλινδρόμησης).

Βάσει των παραπάνω οι σειρές Αμυντικών Δαπανών είναι I(1).

Αποτελέσματα Ελέγχου Phillips Perron³⁹⁰

Η διαδικασία για τον έλεγχο του Phillips Perron πραγματοποιήθηκε με την χρήση της μεθόδου Bartlett Kernel για εκτίμηση του Spectral Window και το Bandwidth με την διαδικασία Newey-West.

Πίνακας 4-2. Αποτελέσματα του ελέγχου Phillips Perron στα δεδομένα των Αμυντικών Δαπανών

Υπόδειγμα	1%	5%	10%	Ελλάδα
Με σταθερά και τάση	-4.103198	-3.479367	-3.167404	-1.269577
Με σταθερά	-3.533204	-2.906210	-2.590628	-2.595125
Έλεγχος ύπαρξης μοναδιαίας ρίζας ,χωρίς σταθερά, χωρίς τάση	-2.600471	-1.945823	-1.613589	1.359286
Με σταθερά και τάση, πρώτες διαφορές	-4.105534	-3.480463	-3.168039	-5.700551**

Πίνακας 4-3. Αποτελέσματα του ελέγχου Phillips Perron στα δεδομένα των Αμυντικών Δαπανών

Υπόδειγμα	1%	5%	10%	Τουρκία
Με σταθερά και τάση	-4.103198	-3.479367	-3.167404	-1.527637
Με σταθερά	-3.533204	-2.906210	-2.590628	-0.781704
Έλεγχος ύπαρξης μοναδιαίας ρίζας ,χωρίς σταθερά, χωρίς τάση	-2.600471	-1.945823	-1.613589	3.073104
Με σταθερά και τάση, πρώτες διαφορές	-4.115684	-3.485218	-3.170793	-6.144487**

Βάσει των παραπάνω οι σειρές Αμυντικών Δαπανών σε απόλυτα μεγέθη είναι I(1).

³⁹⁰ Οι υπολογισμοί έγιναν στο λογισμικό EViews της IHS Markit

Αποτελέσματα Ελέγχου KPSS (μηδενική υπόθεση η Στασιμότητα)³⁹¹

Η διαδικασία για τον έλεγχο του KPSS πραγματοποιήθηκε με την χρήση της μεθόδου Bartlett Kernel για εκτίμηση του Spectral Window και το Bandwidth με την διαδικασία Newey-West.

Πίνακας 4-4. Αποτελέσματα του ελέγχου KPSS στα μεγέθη των Αμυντικών Δαπανών

Υπόδειγμα	1%	5%	10%	Ελλάδα	Τουρκία
Με σταθερά και τάση	0.216000	0.146000	0.119000	0.234677**	0.219314**
Με σταθερά και τάση, πρώτες διαφορές	0.216000	0.146000	0.119000	0.053768	0.072351

Αποτελέσματα Ελέγχου Elliot, Rothenberg και Stock (ADF GLS Detrended test)³⁹²

Πίνακας 4-5. Αποτελέσματα του ελέγχου ADF GLS στα μεγέθη των Αμυντικών Δαπανών

Υπόδειγμα	1%	5%	10%	Ελλάδα	Τουρκία
DFGLS (Elliot et al 1996 Econometrica)					
Με σταθερά και τάση	-3.48	-2.89	-2.57	-0.908	-1.524
Με σταθερά	-2.58	-1.95	-1.62	-0.387	0.808
Με σταθερά και τάση, πρώτες διαφορές	-3.48	-2.89	-2.57	-5.768**	-6.321**
Elliott (IER 1999)					
Με σταθερά και τάση	-3.71	-3.17	-2.91	-1.382	-1.544
Με σταθερά	-3.28	-2.73	-2.46	-2.035	-0.839
Με σταθερά και τάση, πρώτες διαφορές	-3.71	-3.17	-2.91	-5.767**	-6.362**

Αποτελέσματα Ελέγχου Zivot Andrews (ύπαρξη μίας δομικής αλλαγής)

Πίνακας 4-6. Αποτελέσματα του ελέγχου Zivot Andrews στα μεγέθη των Αμυντικών Δαπανών

Υπόδειγμα	1%	5%	Ελλάδα	Break	Τουρκία	Break
Break στην σταθερά και την τάση	-5.57000	-5.08000	-4.15957	1973	-4.68446	1974
Break στην τάση	-4.93000	-4.42000	-3.66004	1975	-3.95285	1975
Break στην σταθερά	-5.34000	-4.80000	-3.56386	1966	-3.65114	2002

Ακόμα και με την συμπερίληψη break στην χρονοσειρά δεν οδηγούμαστε σε απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης περί μη στασιμότητας των υπό εξέταση χρονοσειρών. Από τα παραπάνω αποτελέσματα

³⁹¹ Οι υπολογισμοί έγιναν στο λογισμικό Eviews της IHS Markit

³⁹² Οι υπολογισμοί έγιναν στο λογισμικό Rats της Estima, επιλογή χρονικών υστερήσεων βάσει του κριτηρίου SBC

είναι ήδη εμφανής όμως ύπαρξη δομικών αλλαγών στις χρονοσειρές οι οποίες και θα πρέπει να ληφθούν υπόψιν κατά την εξέταση της Συνολοκλήρωσης.

Αποτελέσματα Ελέγχου Lumsdaine- Papell (ύπαρξη δύο δομικών αλλαγών)³⁹³

Πίνακας 4-7. Αποτελέσματα του ελέγχου Lumsdaine – Papell στα μεγέθη των Αμυντικών Δαπανών

Υπόδειγμα	1%	5%	10%	Ελλάδα	Break	Τουρκία	Break
Break στην σταθερά και την τάση	-7.1900	-6.7500	-6.4800	-5.1288	1973 και 2003	-5.5321	1974 και 2002
Break στην τάση	-7.1900	-6.6200	-6.3700	-4.1531	1964 και 1975	-4.2328	1966 και 1975
Break στην σταθερά	-6.7400	-6.1600	-5.8900	-5.2795	1966 και 2009	-5.0727	1973 και 2002

Βάσει των παραπάνω οι χρονοσειρές εμφανίζονται να είναι I(1) ενώ ενδιαφέρον εμφανίζει ότι οι πιθανότερες ημερομηνίες ύπαρξης δομικών αλλαγών του τελευταίου ελέγχου (ιδιαίτερα στην περίπτωση της τάσης στον έλεγχο των Lumsdaine- Papell) εμφανίζεται σε αντίστοιχα χρονικά σημεία μεταξύ τους.

³⁹³ Οι υπολογισμοί έγιναν στο λογισμικό Rats της Estima, επιλογή χρονικών υστερήσεων βάσει του κριτηρίου SBC

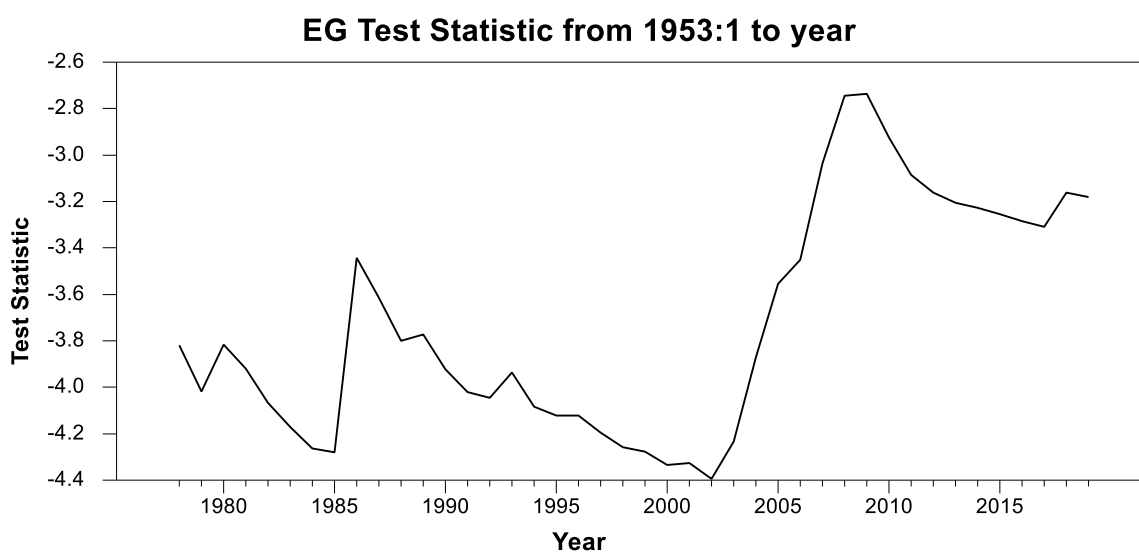
4.1.3. Έλεγχοι Συνολοκλήρωσης – Γραμμικές και Μη Γραμμικές μέθοδοι

Έλεγχος Engle – Granger και Johansen

Ελέγχοντας την τιμή της στατιστικής του ελέγχου Engle Granger εκτιμήθηκε ο έλεγχος συνολοκλήρωσης για διαστήματα από το 1953 έως το 1978, κατόπιν από το 1953 έως το 1979 κ.ο.κ. αποθηκεύοντας τις τιμές της στατιστικής του ελέγχου³⁹⁴.

Το υπόδειγμα που χρησιμοποιήθηκε περιλαμβάνει πέρα της σταθεράς στην σχέση Συνολοκλήρωσης και μια παράμετρο τάσης (υπενθυμίζεται ότι τα δεδομένα λαμβάνονται σε λογαριθμική μορφή) και είναι το εξής: $ltrk_t = \alpha + \beta * lg r_t + \gamma t + \varepsilon_t$

Λιάγραμμα 4-6. Σταθερά και τάση στο διάλυσμα Συνολοκλήρωσης – EG στατιστική

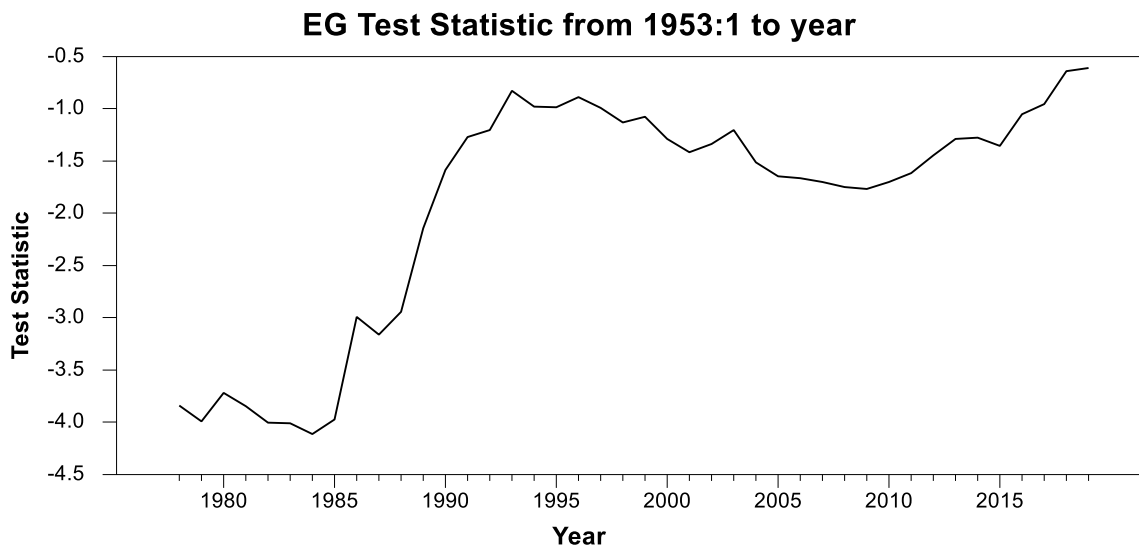


Βάσει των παραπάνω για εύρεση γραμμική Συνολοκλήρωσης πιθανότερες ημερομηνίες εμφανίζονται η περίοδος 1953 έως 1985 και 1953 έως 2002. Η διαφοροποίηση της τιμής της στατιστικής του ελέγχου Engle Granger στα δεδομένα των αμυντικών δαπανών είναι η αναμενόμενη, αφού βάσει της πρόσφατης βιβλιογραφίας επί του συγκεκριμένου θέματος εμφανίζονται σημαντικές δομικές αλλαγές κατά την περίοδο εξέτασης.

Τα αντίστοιχα δεδομένα για την περίπτωση όπου στο διάλυσμα Συνολοκλήρωσης εμφανίζεται μόνο σταθερά, ήτοι $ltrk_t = \alpha + \beta * lg r_t + \varepsilon_t$ είναι τα εξής:

³⁹⁴ Οι υπολογισμοί έγιναν στο λογισμικό Rats της Estima, επιλογή χρονικών υστερήσεων βάσει του κριτηρίου Akaike για τον έλεγχο της ύπαρξης μοναδιαίας ρίζας στα κατάλοιπα με μέγιστο χρονικών υστερήσεων τις τρεις χρονικές υστερήσεις

Διάγραμμα 4-7. Μόνο σταθερά στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης– EG στατιστική



Βάσει των παραπάνω και ακολουθώντας τον Ocal(2009)³⁹⁵ εξετάζονται οι σχέσεις Συνολοκλήρωσης για τις δύο διαφορετικές περιόδους:

- Στην περίοδο **1953-1985** με και χωρίς παράμετρο τάσης στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης
- Στην περίοδο **1953-2002** με παράμετρο τάσης στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης

Περίοδος 1953- 1985

Υπόδειγμα $ltrk_t = \alpha + \beta * lgr_t + \varepsilon_t$

Η εκτίμηση του παραπάνω υποδείγματος εμφανίζει τα κάτωθι αποτελέσματα :

Πίνακας 4-8. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – simple OLS

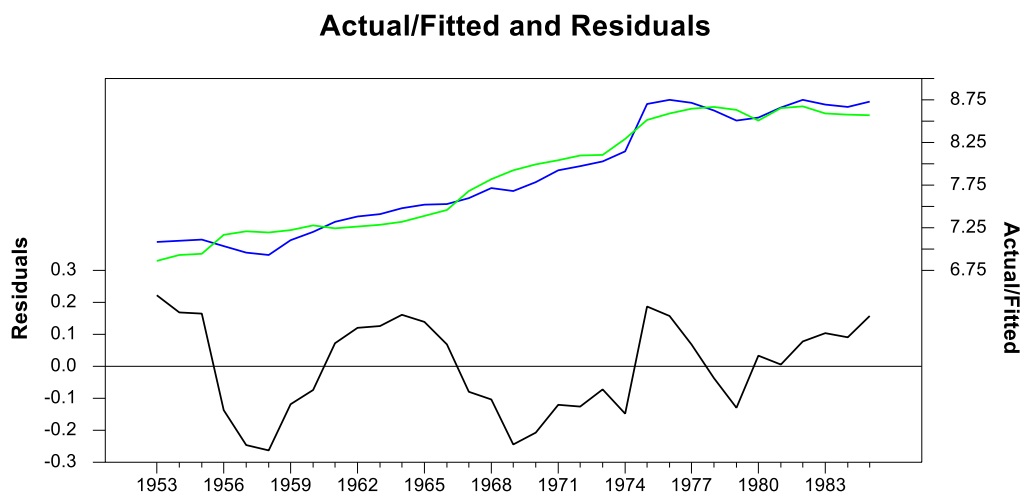
```
Linear Regression - Estimation by Least Squares
Dependent Variable LTRK
Annual Data From 1953:01 To 1985:01
Usable Observations          33
Degrees of Freedom            31
Centered R^2                  0.9511514
R-Bar^2                       0.9495757
Uncentered R^2               0.9996731
Mean of Dependent Variable    7.8589665937
Std Error of Dependent Variable 0.6551083614
Standard Error of Estimate    0.1471069349
Sum of Squared Residuals     0.6708539595
Regression F(1,31)           603.6145
Significance Level of F       0.0000000
Log Likelihood                17.4543
Durbin-Watson Statistic      0.5955
```

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Constant	0.7788900499	0.2893117727	2.69222	0.01134221
2. LGR	0.8800709733	0.0358210141	24.56857	0.00000000

Ενώ η διαγραμματική αποτύπωση της σχέσης είναι η κάτωθι :

³⁹⁵ Nadir Öcal & Jülide Yildirim (2009): ARMS RACE BETWEEN TURKEY AND GREECE: A THRESHOLD COINTEGRATION ANALYSIS, Defense and Peace Economics, 20:2, 123-129

Διάγραμμα 4-8. Εκτίμηση σε λογαρίθμους, Ltrk εξαρτημένη μεταβλητή, διαγραμματική απεικόνιση



Με την χρήση του ελέγχου Engle-Granger και επιτρέποντας για τον έλεγχο μοναδιαίας ρίζας στα κατάλοιπα έως 6 χρονικές υστερήσεις με την απόφαση να λαμβάνεται από το κριτήριο του Akaike (προς αποφυγή ύπαρξης αυτοσυσχέτισης στα κατάλοιπα του ελέγχου καθώς το κριτήριο του Schwarz επιλέγει μικρότερο αριθμό χρονικών υστερήσεων) λαμβάνονται τα κάτωθι αποτελέσματα:

Πίνακας 4-9. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – έλεγχος Engle Granger³⁹⁶

```
Engle-Granger Cointegration Test
Null is no cointegration (residual has unit root)
Regression Run From 1959:01 to 1985:01
Observations      28
With 5 lags chosen from 6 by AIC
Constant in cointegrating vector
Critical Values from MacKinnon for 2 Variables
```

```
Test Statistic -3.64296*
1% (**)        -4.31462
5% (*)         -3.56226
10%            -3.19883
```

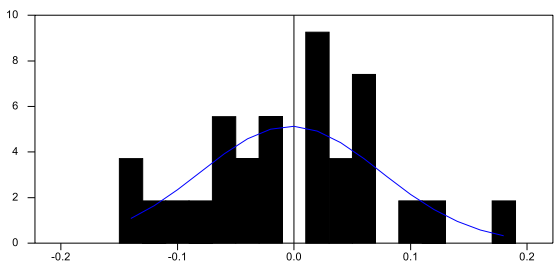
Ο έλεγχος οδηγεί σε απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης (Μή ύπαρξη Συνολοκλήρωσης) σε επίπεδο σημαντικότητας 5% και άρα βάσει των παραπάνω μπορούμε να αποδεχτούμε ότι τα μεγέθη Συνολοκληρώνονται (σε συμφωνία και με την τρέχουσα βιβλιογραφία για το συγκεκριμένο διάστημα εξέτασης). Από τους διαγνωστικούς ελέγχους προκύπτουν τα κάτωθι συμπεράσματα:

Πίνακας 4-10. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – έλεγχος καταλοίπων ελέγχου μοναδιαίας ρίζας (με χρήση 5 χρονικών υστερήσεων βάσει του κριτηρίου του Akaike)

White Heteroscedasticity Test Chi-Squared(20)= 22.021544 with Significance Level 0.33934272	Γίνεται αποδεκτή η μηδενική υπόθεση για μη ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας από τον έλεγχο του White
RESET(2) Test Form Statistic Sig Level F(1,20) 0.8720618 0.3615235 LM(1) 1.1280950 0.2881820	Γίνεται αποδεκτή η μηδενική υπόθεση του ελέγχου Reset για την σωστή εξειδίκευση του υποδείγματος ελέγχου μοναδιαίας ρίζας

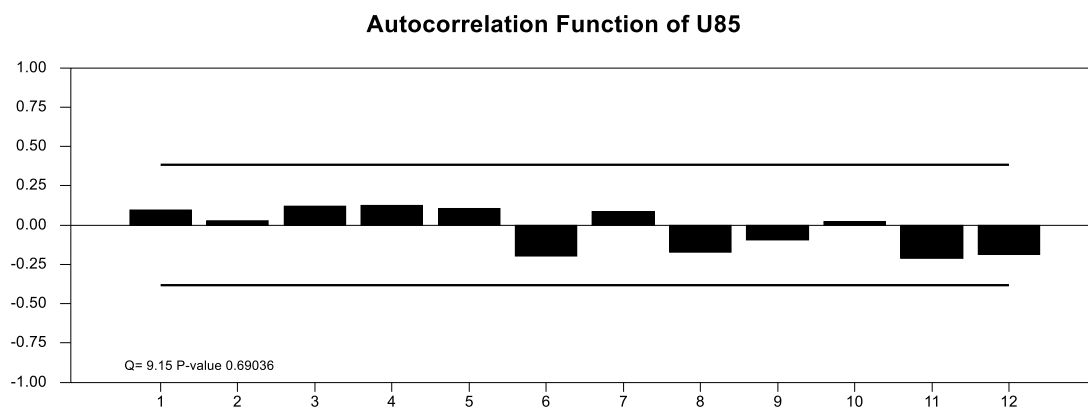
³⁹⁶ Αντίστοιχα αποτελέσματα λαμβάνονται και για χρήση 2 lags στον έλεγχο Μοναδιαίας ρίζας στο 2^ο βήμα του ελέγχου Engle-Granger

Πίνακας 4-10. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – έλεγχος καταλοίπων ελέγχου μοναδιαίας ρίζας (με χρήση 5 χρονικών υστερήσεων βάσει του κριτηρίου του Akaike)

	<p>Γίνεται αποδεκτή η Μηδενική υπόθεση των ελέγχων Jarque- Bera και Anderson- Darling για την κανονικότητα των καταλοίπων.</p>
<p>Jarque-Bera 0.190619 Signif Level (JB=0) 0.909092</p>	
<p>Anderson-Darling Test for Normality Observations 27 AD Statistic 0.2120 Signif Level 0.9857</p>	
<p>Ljung-Box Q-Statistics Lags Statistic Signif Lvl 12 9.147 0.690361</p>	<p>Γίνεται αποδεκτή η μηδενική υπόθεση του ελέγχου Ljung-Box για μηδενικές τιμές αυτοσυσχετίσεων στα κατάλοιπα του ελέγχου μοναδιαίας ρίζας</p>

Οι αυτοσυσχετίσεις εμφανίζονται στο κάτωθι διάγραμμα:

Διάγραμμα 4-9. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – Αποτύπωση αυτοσυσχετίσεων καταλοίπων ελέγχου Μοναδιαίας Ρίζας



Ο έλεγχος επαναλαμβάνεται με το λογισμικό E-views και την χρήση Fully Modified LS για το διάλυμα Παλινδρόμησης.

Πίνακας 4-11. Εκτίμηση με το λογισμικό Eviews – χρήση Fully Modified Least Squares

<p>Sample (adjusted): 1954 1985 Included observations: 32 after adjustments Cointegrating equation deterministics: C Long-run covariance estimate (Bartlett kernel, Newey-West fixed bandwidth = 4.0000)</p>					<p>Εκτίμηση σχέσης με FM Least Squares στο Eviews.</p>																				
<table border="1"> <thead> <tr> <th>Variable</th> <th>Coefficient</th> <th>Std. Error</th> <th>t-Statistic</th> <th>Prob.</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>LGR</td> <td>0.897336</td> <td>0.051502</td> <td>17.42347</td> <td>0.0000</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>0.652560</td> <td>0.417690</td> <td>1.562307</td> <td>0.1287</td> </tr> </tbody> </table>	Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic		Prob.	LGR	0.897336	0.051502	17.42347	0.0000	C	0.652560	0.417690	1.562307	0.1287									
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.																					
LGR	0.897336	0.051502	17.42347	0.0000																					
C	0.652560	0.417690	1.562307	0.1287																					
<table border="1"> <tbody> <tr> <td>R-squared</td> <td>0.952067</td> <td>Mean dependent var</td> <td colspan="2">7.883130</td> </tr> <tr> <td>Adjusted R-squared</td> <td>0.950470</td> <td>S.D. dependent var</td> <td colspan="2">0.650478</td> </tr> <tr> <td>S.E. of regression</td> <td>0.144766</td> <td>Sum squared resid</td> <td colspan="2">0.628719</td> </tr> <tr> <td>Long-run variance</td> <td>0.041236</td> <td></td> <td colspan="2"></td> </tr> </tbody> </table>					R-squared	0.952067	Mean dependent var	7.883130		Adjusted R-squared	0.950470	S.D. dependent var	0.650478		S.E. of regression	0.144766	Sum squared resid	0.628719		Long-run variance	0.041236				
R-squared	0.952067	Mean dependent var	7.883130																						
Adjusted R-squared	0.950470	S.D. dependent var	0.650478																						
S.E. of regression	0.144766	Sum squared resid	0.628719																						
Long-run variance	0.041236																								

Πίνακας 4-11. Εκτίμηση με το λογισμικό Eviews – χρήση Fully Modified Least Squares

Specification: LTRK LGR C Cointegrating equation deterministics: C Null hypothesis: Series are not cointegrated Automatic lag specification (lag=2 based on Akaike Info Criterion, maxlag=4)			Έλεγχος Engle Granger για το διάστημα 1954:1985. Η μηδενική υπόθεση (μή ύπαρξη Συνολοκλήρωσης) μπορεί να απορριφθεί σε επίπεδο σημαντικότητας μικρότερο του 5%.
	Value	Prob.*	
Engle-Granger tau-statistic	-3.971754	0.0203	
Engle-Granger z-statistic	-72.25474	0.0000	
*MacKinnon (1996) p-values.			

Ακολουθεί η εκτίμηση του Error Correction Υποδείγματος, σημειώνεται ότι για την κανονικότητα των καταλοίπων ήταν απαραίτητη η χρήση Dummy μεταβλητής η οποία λαμβάνει την τιμή 1 το έτος 1975.

Παρότι τα κριτήρια ελέγχου για τον βαθμό του υποδείγματος πρόκριναν την χρήση VAR(1) και άρα μη συμπερίληψη πρώτων διαφορών στις σχέσεις, πραγματοποιήθηκε εκτίμηση με χρήση μίας χρονικής υστέρησης στις πρώτες διαφορές ώστε να εκτιμηθεί και η βραχυχρόνια προσαρμογή του υποδείγματος ενώ για την κανονικότητα των καταλοίπων ήταν απαραίτητη και η χρήση σταθεράς εκτός του διανύσματος Συνολοκλήρωσης (αποτελώντας μια ένδειξη ότι εφόσον παρουσιάζεται σταθερά στις πρώτες διαφορές παρουσιάζεται τάση στα επίπεδα των δεδομένων).

Πίνακας 4-12. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – Vector Error Correction Model³⁹⁷

VAR/System - Estimation by Cointegrated Least Squares
Annual Data From 1955:01 To 1985:01
Usable Observations 31

Dependent Variable LTRK
Mean of Dependent Variable 0.0526078785
Std Error of Dependent Variable 0.1195202449
Standard Error of Estimate 0.0644106004
Sum of Squared Residuals 0.1078668616
Durbin-Watson Statistic 1.8192

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. D_LTRK{1}	0.333212869	0.114271434	2.91598	0.00721007
2. D_LGR{1}	-0.277133748	0.145768080	-1.90120	0.06841449
3. Constant	0.033307548	0.014101183	2.36204	0.02594316
4. DUM75	0.506341462	0.069398043	7.29619	0.00000010
5. EC1{1}	0.275339103	0.090840024	3.03103	0.00545761

Dependent Variable LGR
Mean of Dependent Variable 0.0601951574
Std Error of Dependent Variable 0.0957351354
Standard Error of Estimate 0.0920637980
Sum of Squared Residuals 0.2203693154
Durbin-Watson Statistic 1.8706

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. D_LTRK{1}	0.089723120	0.163331224	0.54933	0.58746505
2. D_LGR{1}	0.137754017	0.208350225	0.66117	0.51432278
3. Constant	0.042122036	0.020155199	2.08988	0.04655467
4. DUM75	0.182478951	0.099192483	1.83964	0.07726570
5. EC1{1}	-0.085959663	0.129840082	-0.66204	0.51376964

Τα κατάλοιπα περνούν τους διαγνωστικούς ελέγχους όπως αποτυπώνεται στον κάτωθι Πίνακα

Πίνακας 4-13. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – έλεγχος καταλοίπων

Jarque-Bera	1.482385	Αποδοχή μηδενικής υπόθεσης στην περίπτωση όπου εξαρτημένη μεταβλητή είναι η Τουρκία και η Ελλάδα αντίστοιχα (πρώτες διαφορές λογαρίθμων)
Signif Level (JB=0)	0.476545	
Jarque-Bera	4.295593	

³⁹⁷ Σημειώνεται ότι το Rats υπολογίζει τον Error Correction Term (EC{1}) στην εξίσωση με ενσωματωμένο το αρνητικό πρόσημο του συντελεστή διόρθωσης

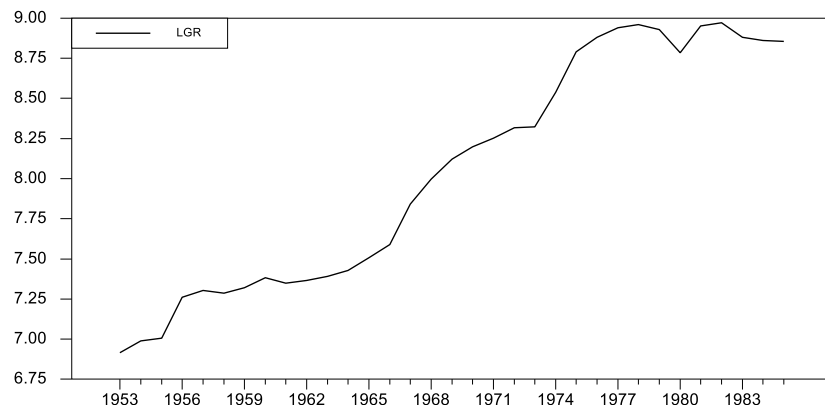
Πίνακας 4-13. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – έλεγχος καταλοίπων	
Signif Level (JB=0) 0.116741	Τουρκίας και πρώτες διαφορές λογαρίθμων Ελλάδας) από τον έλεγχο Jarque- Bera
Anderson-Darling Test for Normality Series RES(1) Observations 31 AD Statistic 0.4379 Signif Level 0.8003	Αποδοχή μηδενικής υπόθεσης (κανονικότητα καταλοίπων) από τον έλεγχο των Anderson - Darling
Anderson-Darling Test for Normality Series RES(2) Observations 31 AD Statistic 1.1894 Signif Level 0.2601	
Ljung-Box Q-Statistics Lags Statistic Signif Lvl 12 7.261 0.839897	Έλεγχος Ljung- Box για ύπαρξη αυτοσυσχέτισης στα κατάλοιπα
Ljung-Box Q-Statistics Lags Statistic Signif Lvl 12 8.805 0.719528	
Test for ARCH in Using data from 1955:01 to 1985:01 Lags Statistic Signif. Level 4 0.484 0.74704	Autoregressive Conditional Heteroscedasticity έλεγχος στα κατάλοιπα με αποδοχή της μηδενικής υπόθεσης (μέσος μηδέν, μη ύπαρξη αυτοσυσχέτισης και σταθερή διακύμανση)
Test for ARCH in Using data from 1955:01 to 1985:01 Lags Statistic Signif. Level 4 0.520 0.72218	

Ο έλεγχος υποδεικνύει ότι η Τουρκία προσαρμόζει τις Αμυντικές της δαπάνες προς την Ελλάδα καθώς το υπόδειγμα είναι της μορφής:

$$Dltrk_t = 0.03 + 0.33 * Dltrk_{t-1} - 0.27 * Dlg r_{t-1} - 0.27 * (ltrk_{t-1} - 0.78 - 0.88 * lg r_{t-1}) + 0.5 * Dum75$$

Από την εκτίμηση η Ελλάδα ακολουθεί σχεδόν στάσιμη πορεία πάνω σε μια συγκεκριμένη τάση όπως προκύπτει από τον έλεγχο της διαγραμματικής αποτύπωσης του μεγέθους (με εξαίρεση τα τελευταία έτη την περίοδο εξέτασης (μετά το έτος 1980).

Διάγραμμα 4-10. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – Λογάριθμός Αμυντικών Δαπανών Ελλάδας



Ακόμα προβληματίζει η παράμετρος $-0.27 * Dlg r_{t-1}$ και άρα βραχυχρόνια μια αύξηση των δαπανών της Ελλάδας το προηγούμενο έτος οδηγεί σε μείωση των δαπανών της Τουρκίας ενώ

ο συντελεστής είναι αντίστοιχος του συντελεστή διόρθωσης. Το ενδιαφέρον συμπέρασμα ως ένδειξη από τα παραπάνω είναι ότι από την επίλυση της παραπάνω εξίσωσης σε επίπεδα προκύπτει ότι θετική εξάρτηση εμφανίζουν οι δαπάνες της Τουρκίας (σε λογαρίθμους) από τις δαπάνες της Ελλάδας κατά δύο χρονικές περιόδους πιο πριν.

Για την ίδια περίοδο χρησιμοποιείται η μεθοδολογία Johansen³⁹⁸ με την χρήση Vector Error Correction η οποία αξιοποιείται κυρίως όταν υπάρχουν πάνω από δύο μεταβλητές στην σχέση Συνολοκλήρωσης (και άρα για n διαφορετικές μεταβλητές έως και $n-1$ πιθανές σχέσεις Συνολοκλήρωσης).

Το υπόδειγμα είναι της μορφής :

$$Y_{0t} = a\beta' Y_{1t} + \Psi Y_{2t} + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \sim iidN_p(0, \Omega)$$

$$\text{Όπου } Y_{0t} = X_t, Y_{1t} = \begin{pmatrix} X_{t-1} \\ D_{t-1}^R \end{pmatrix}, Y_{2t} = \begin{pmatrix} \{\Delta X_{t-i}\}_{i=1}^{k-1} \\ D_t^U \end{pmatrix}$$

D^R το διάνυσμα των ντετερμινιστικών μεταβλητών τα οποία περιορίζονται στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης (Restricted)

D^U το διάνυσμα των ντετερμινιστικών μεταβλητών που βρίσκονται στις εξισώσεις πρώτων διαφορών (Unrestricted). Για τον υπολογισμό του Υποδείγματος πραγματοποιήθηκε χρήση Dummy μεταβλητής για το έτος 1975 (για την κανονικότητα των καταλοίπων) ενώ από την σύγκριση των υποδειγμάτων για τον αριθμό των χρονικών υστερήσεων επιλέχθηκαν οι τρεις χρονικές υστερήσεις σύμφωνα με τον κάτωθι Πίνακα.

Πίνακας 4-14. Εκτίμηση με επιλογή αριθμού χρονικών υστερήσεων – χρήση Cats προγράμματος της Estima

```
LAG LENGTH DETERMINATION
Effective Sample: 1958:01 to 1985:01

MODEL SUMMARY
Model k T Reqr Log-Lik SC H-Q LM(1) LM(k)
VAR(5) 5 28 12 169.037 -9.218 -10.011 0.494 0.183
VAR(4) 4 28 10 165.404 -9.434 -10.095 0.204 0.808
VAR(3) 3 28 8 163.706 -9.789 -10.318 0.171 0.432
VAR(2) 2 28 6 155.031 -9.646 -10.042 0.012 0.092
VAR(1) 1 28 4 151.138 -9.843 -10.108 0.629 0.629

Lag Reduction Tests:
VAR(4) << VAR(5) : ChiSqr(4) = 7.267 [0.122]
VAR(3) << VAR(5) : ChiSqr(8) = 10.663 [0.222]
VAR(3) << VAR(4) : ChiSqr(4) = 3.396 [0.494]
VAR(2) << VAR(5) : ChiSqr(12) = 28.013 [0.006]
VAR(2) << VAR(4) : ChiSqr(8) = 20.746 [0.008]
VAR(2) << VAR(3) : ChiSqr(4) = 17.350 [0.002]
VAR(1) << VAR(5) : ChiSqr(16) = 35.800 [0.003]
VAR(1) << VAR(4) : ChiSqr(12) = 28.533 [0.005]
VAR(1) << VAR(3) : ChiSqr(8) = 25.137 [0.001]
VAR(1) << VAR(2) : ChiSqr(4) = 7.787 [0.100]

SC : Schwarz Criterion
H-Q : Hannan-Quinn Criterion
LM(k): LM-Test for autocorrelation of order k
```

³⁹⁸ Η εκτίμηση πραγματοποιήθηκε με το λογισμικό Rats της Estima και συγκεκριμένα το πακέτο CATS

Πράγματι το κριτήριο Schwarz λαμβάνει την μικρότερη τιμή ενώ από τον έλεγχο μεταπτώσεων μεταξύ των διαφορετικών υποδειγμάτων προκρίνεται πάλι η χρήση τριών χρονικών υστερήσεων.

Το υπόδειγμα δεν περιλαμβάνει D^U στην εκτίμηση και περιλαμβάνει μόνο μια σταθερά στο διάνυσμα συνολοκλήρωσης (άρα $D^R = \text{σταθερά}$).

Ο έλεγχος με rank test (Trace statistic) οδηγεί σε αποδοχή της ύπαρξης μίας σχέσης Συνολοκλήρωσης (ίδιο αποτέλεσμα προκύπτει και από την παραγωγή κριτικών τιμών λόγω της συμπερίληψης της Dummy μεταβλητής για το έτος 1975).

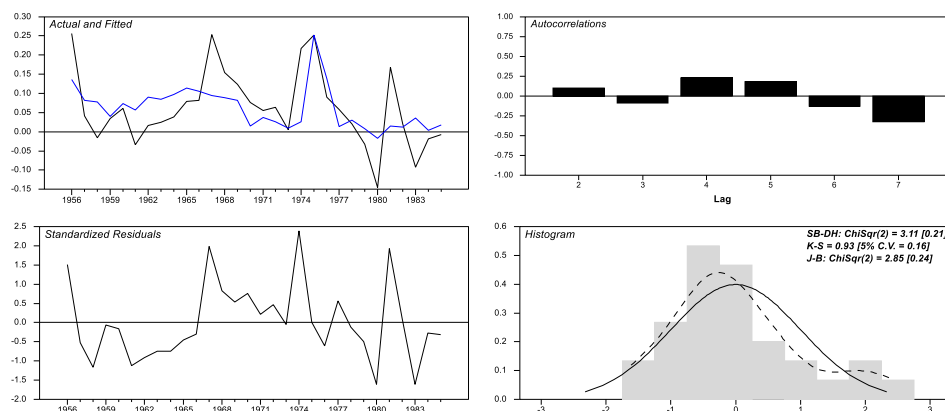
Πίνακας 4-15. Έλεγχος Συνολοκλήρωσης με Trace Statistic – χρήση Cats προγράμματος της Estima

I (1) -ANALYSIS							
p-r	r	Eig.Value	Trace	Trace*	Frac95	P-Value	P-Value*
2	0	0.594	36.410	29.451	20.164	0.000	0.002
1	1	0.268	9.341	7.407	9.142	0.046	0.109

Ο έλεγχος πραγματοποιείται με τις διορθώσεις του Bartlett καθώς ο αριθμός παρατηρήσεων είναι εξαιρετικά περιορισμένος ο οποίος οδηγεί σε απόρριψη της μη ύπαρξης σχέσης Συνολοκλήρωσης (P-Value* = 0.002).

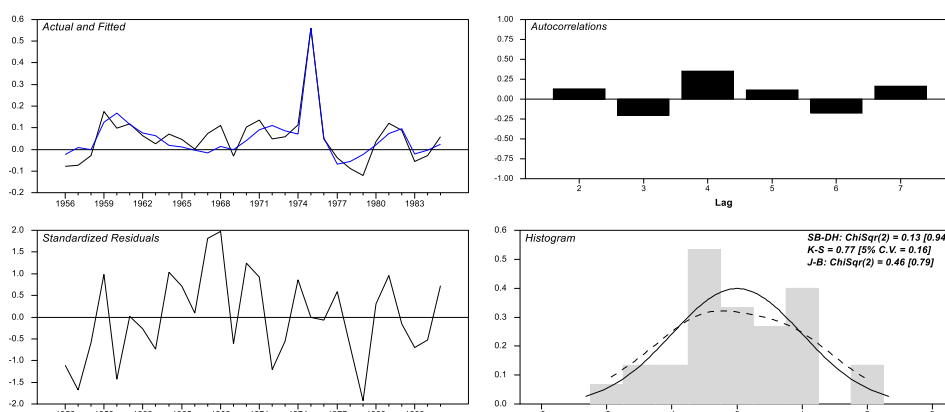
Διάγραμμα 4-11. Κατάλοιπα με εξαρτημένη μεταβλητή την DLGR

DLGR



Διάγραμμα 4-12. Κατάλοιπα με εξαρτημένη μεταβλητή την DLTRK

DLTRK



Τα κατάλοιπα επίσης περνάνε τους σημαντικότερους στατιστικούς ελέγχους όπως παρουσιάζονται στον κάτωθι Πίνακα:

Πίνακας 4-16. Διαγνωστικοί έλεγχοι καταλοίπων – χρήση Cats προγράμματος της Estima

```

Tests for Autocorrelation
Ljung-Box (7) :      ChiSqr (16) = 42.080 [0.000]
LM (1) :            ChiSqr (4) = 6.075 [0.194]
LM (2) :            ChiSqr (4) = 4.555 [0.336]

                ARCH (3)          Normality
DLTRK 0.247 [0.970]    0.132 [0.936]    0.833
DLGR  2.020 [0.568]    3.112 [0.211]    0.328

```

Τα αποτελέσματα της εκτίμησης είναι τα κάτωθι:

Πίνακας 4-17. Εκτίμηση διανύσματος Συνολοκλήρωσης – χρήση Cats προγράμματος της Estima

```

RE-NORMALIZATION OF THE EIGENVECTORS:

THE EIGENVECTOR (s) (transposed)
      LTRK   LGR   CONSTANT
Beta (1) 7.464 -6.409  -7.788

THE MATRICES BASED ON 1 COINTEGRATING VECTOR:

BETA (transposed)
      LTRK   LGR   CONSTANT
Beta (1) 1.000 -0.859  -1.043
      (.NA) (-27.930) (-4.175)

ALPHA
      Alpha (1)
DLTRK  -0.415
      (-6.110)
DLGR   -0.034
      (-0.272)

PI
      LTRK   LGR   CONSTANT
DLTRK  -0.415  0.356  0.433
      (-6.110) (6.110) (6.110)
DLGR   -0.034  0.029  0.035
      (-0.272) (0.272) (0.272)

Log-Likelihood = 164.758

```

Και σε αυτήν την εκτίμηση εξαιρετικά μικρή εμφανίζεται η τιμή της ταχύτητας προσαρμογής στην ισορροπία όσον αφορά τις Αμυντικές δαπάνες της Ελλάδας (Alpha = -0.034) σε αντιστοιχία με τα αποτελέσματα της μεθόδου Engle- Granger.

Από τον έλεγχο σημαντικότητας της παραμέτρου προσαρμογής για την Ελλάδα γίνεται αποδοχή της μηδενικής υπόθεσης με p-value 81.4% και άρα από την επανεκτίμηση της σχέσης λαμβάνουμε:

Πίνακας 4-18. Εκτίμηση διανύσματος Συνολοκλήρωσης, μηδενική ταχύτητα προσαρμογής της Ελλάδας στην μακροχρόνια ισορροπία – χρήση Cats προγράμματος της Estima

TEST OF RESTRICTED MODEL: CHISQR(1) = 0.055 [0.814]

RE-NORMALIZATION OF THE EIGENVECTORS:

THE EIGENVECTOR(s) (transposed)

	LTRK	LGR	CONSTANT
Beta(1)	-0.413	0.356	0.419

THE MATRICES BASED ON 1 COINTEGRATING VECTOR:

BETA(transposed)

	LTRK	LGR	CONSTANT
Beta(1)	1.000	-0.862	-1.013
	(.NA)	(-28.440)	(-4.112)

ALPHA

Alpha(1)

DLTRK	-0.413
	(-5.957)
DLGR	0.000
	(0.000)

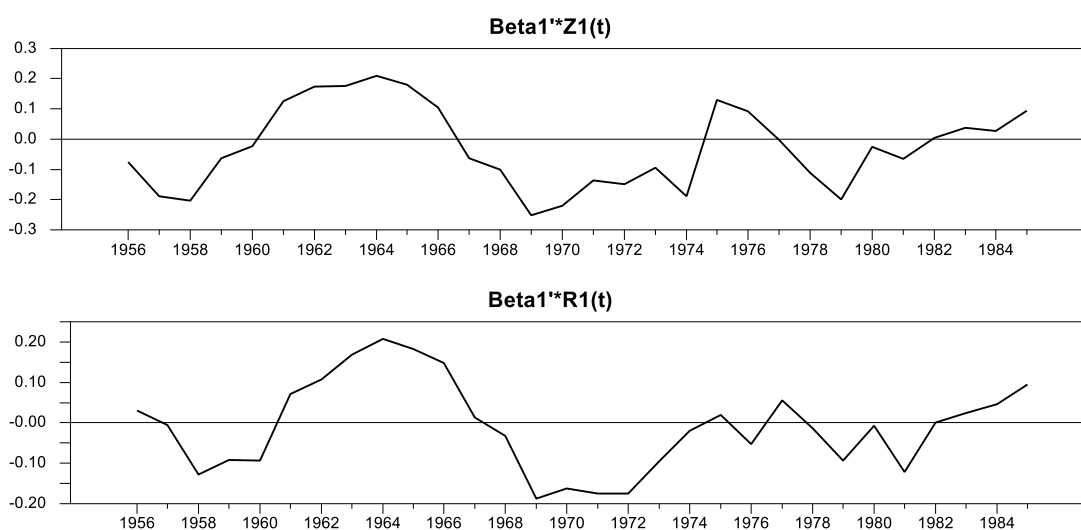
PI

	LTRK	LGR	CONSTANT
DLTRK	-0.413	0.356	0.419
	(-5.957)	(5.957)	(5.957)
DLGR	0.000	0.000	0.000
	(0.000)	(0.000)	(0.000)

Log-Likelihood = 164.730

Ενώ η αποτύπωση της σχέσης Συνολοκλήρωσης εμφανίζεται σχετικά στάσιμη χωρίς την ύπαρξη εμφάνισης σημαντικής τάσης

Διάγραμμα 4-13. Σχέση Συνολοκλήρωσης, εκτίμηση της απόκλισης από την ισορροπία με την χρήση βραχυχρόνιας δυναμικής και ντετερμινιστικών παραμέτρων και παρουσίαση της διορθωμένης απόκλισης από την ισορροπία



Σύμφωνα με τα παραπάνω αποτελέσματα μόνο η Τουρκία «ακολουθεί» την προσαρμογή στην ισορροπία.

Περίοδος 1953- 1985

Υπόδειγμα $ltrk_t = \alpha + \beta * lgr_t + \gamma * t + \varepsilon_t$

Η διαφοροποίηση του παρόντος υποδείγματος περιλαμβάνει την παράμετρο του χρόνου (τάσης) ενσωματωμένη στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης για την ίδια περίοδο εξέτασης με την προηγούμενη. Είναι σημαντική η ερμηνεία της συγκεκριμένης παραμέτρου καθώς ουσιαστικά υποδηλώνει ότι η σχέση Συνολοκλήρωσης περιλαμβάνει ενσωματωμένη μια τάση η οποία εφόσον είναι αυξητική παράγει μια ισορροπία στην οποία οι αμυντικές δαπάνες της Τουρκίας αυξάνονται συνεχώς σε απόλυτα μεγέθη συγκριτικά με τις αμυντικές δαπάνες της Ελλάδας.

Η εκτίμηση του παραπάνω υποδείγματος εμφανίζει τα κάτωθι αποτελέσματα :

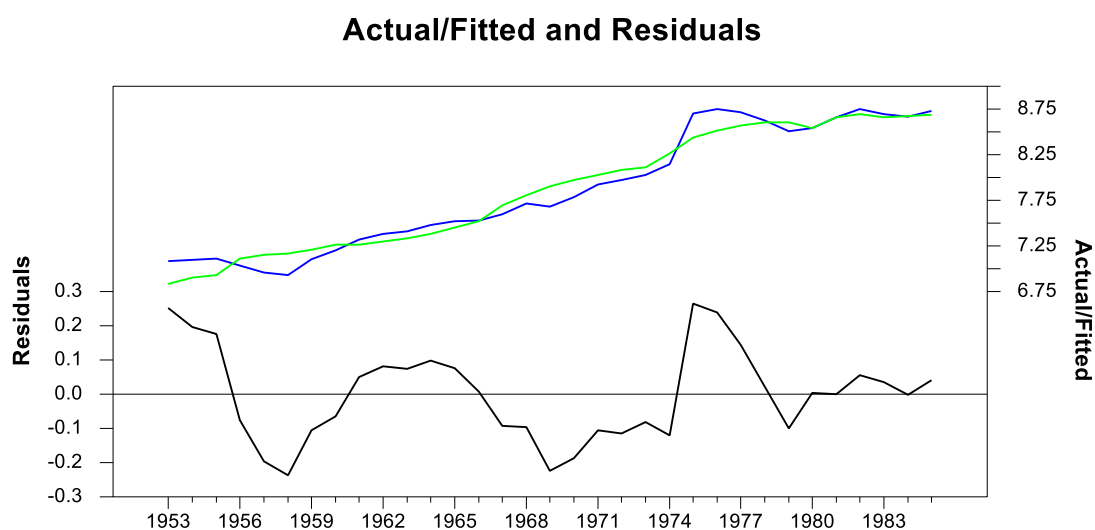
Πίνακας 4-19. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – simple OLS

```
Linear Regression - Estimation by Least Squares
Dependent Variable LTRK
Annual Data From 1953:01 To 1985:01
Usable Observations                33
Degrees of Freedom                  30
Centered R^2                        0.9568748
R-Bar^2                             0.9539998
Uncentered R^2                     0.9997114
Mean of Dependent Variable          7.8589665937
Std Error of Dependent Variable     0.6551083614
Standard Error of Estimate          0.1405054668
Sum of Squared Residuals            0.5922535861
Regression F(2,30)                  332.8242
Significance Level of F              0.0000000
Log Likelihood                       19.5104
Durbin-Watson Statistic             0.6158
```

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Constant	2.6184086889	0.9624252162	2.72064	0.01073668
2. LGR	0.6067138796	0.1412046815	4.29670	0.00016799
3. TIME	0.0211535204	0.0106014086	1.99535	0.05515602

Ενώ η διαγραμματική αποτύπωση της σχέσης είναι η κάτωθι :

Λιάγραμμα 4-14. Εκτίμηση σε λογαρίθμους, Ltrk εξαρτημένη μεταβλητή, διαγραμματική απεικόνιση



Με την χρήση του ελέγχου **Engle-Granger** και επιτρέποντας για τον έλεγχο μοναδιαίας ρίζας στα κατάλοιπα έως 3 χρονικές υστερήσεις με την απόφαση να λαμβάνεται από το κριτήριο του Akaike (προς αποφυγή ύπαρξης αυτοσυσχέτισης στα κατάλοιπα του ελέγχου καθώς το

κριτήριο του Schwarz επιλέγει μικρότερο αριθμό χρονικών υστερήσεων) λαμβάνονται τα κάτωθι αποτελέσματα:

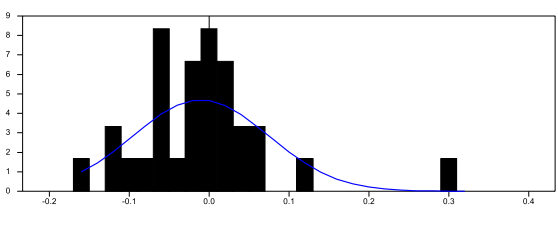
Πίνακας 4-20. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – έλεγχος Engle Granger³⁹⁹

Engle-Granger Cointegration Test
Null is no cointegration (residual has unit root)
Regression Run From 1956:01 to 1985:01
Observations 31
With 2 lags chosen from 3 by AIC
Constant and linear trend in cointegrating vector
Critical Values from MacKinnon for 2 Variables

Test Statistic -4.27886*
1% (**) -4.86301
5% (*) -4.10047
10% -3.73243

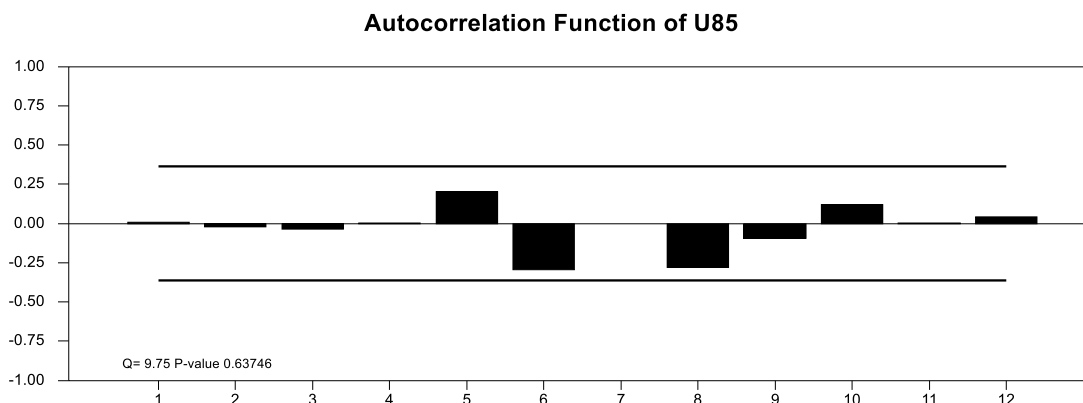
Ο έλεγχος οδηγεί σε απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης (Μή ύπαρξη Συνολοκλήρωσης) σε επίπεδο σημαντικότητας 5% και άρα βάσει των παραπάνω μπορούμε να αποδεχτούμε ότι τα μεγέθη Συνολοκληρώνονται (σε συμφωνία και με την τρέχουσα βιβλιογραφία για το συγκεκριμένο διάστημα εξέτασης). Από τους διαγνωστικούς ελέγχους προκύπτουν τα κάτωθι συμπεράσματα:

Πίνακας 4-21. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – έλεγχος καταλοίπων ελέγχου μοναδιαίας ρίζας (με χρήση 2 χρονικών υστερήσεων βάσει του κριτηρίου του Akaike)

White Heteroscedasticity Test Chi-Squared(5)= 1.408869 with Significance Level 0.92334061	Γίνεται αποδεκτή η μηδενική υπόθεση για μη ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας από τον έλεγχο του White
RESET(2) Test Form Statistic Sig Level F(1,26) 1.2589385 0.2721077 LM(1) 1.3855329 0.2391609	Γίνεται αποδεκτή η μηδενική υπόθεση του ελέγχου Reset για την σωστή εξειδίκευση του υποδείγματος ελέγχου μοναδιαίας ρίζας
	Δεν γίνεται αποδεκτή η Μηδενική υπόθεση του ελέγχου Jarque- Bera αλλά γίνεται αποδεκτή από τον έλεγχο Anderson- Darling για την κανονικότητα των καταλοίπων. Για την αποδοχή της κανονικότητας των καταλοίπων είναι απαραίτητη η εισαγωγή μιας Dummy μεταβλητής για το έτος 1975 όπου και εμφανίζεται η εξαιρετικά μεγάλη τιμή των καταλοίπων του Augmented Dickey Fuller ελέγχου.
Jarque-Bera 59.923853 Signif Level (JB=0) 0.000000	
Anderson-Darling Test for Normality Observations 30 AD Statistic 0.9252 Signif Level 0.3822	
Ljung-Box Q-Statistics Lags Statistic Signif Lvl 12 9.755 0.637465	Γίνεται αποδεκτή η μηδενική υπόθεση του ελέγχου Ljung-Box για μηδενικές τιμές αυτοσυσχετίσεων στα κατάλοιπα του ελέγχου μοναδιαίας ρίζας

³⁹⁹ Αντίστοιχα αποτελέσματα λαμβάνονται και για χρήση 2 lags στον έλεγχο Μοναδιαίας ρίζας στο 2^ο βήμα του ελέγχου Engle-Granger

Διάγραμμα 4-15. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – Αποτύπωση αυτοσυσχετίσεων καταλοίπων ελέγχου Μοναδιαίας Ρίζας



Βάσει των παραπάνω αποτελεσμάτων προχωρούμε στην εκτίμηση του υποδείγματος διόρθωσης λαθών της μεθοδολογίας Engle Granger με το παραπάνω διάνυσμα Συνολοκλήρωσης και την συμπερίληψη της Dummy μεταβλητής (τιμή 1 για το έτος 1975).

Παρότι τα κριτήρια ελέγχου για τον βαθμό του υποδείγματος πρόκριναν την χρήση VAR(1) και άρα μη χρήση πρώτων διαφορών στις σχέσεις πραγματοποιήθηκε εκτίμηση με χρήση μίας χρονικής υστέρησης στις πρώτες διαφορές ώστε να εκτιμηθεί και η βραχυχρόνια προσαρμογή του υποδείγματος ενώ για την κανονικότητα των καταλοίπων ήταν απαραίτητη και η χρήση σταθεράς εκτός του διανύσματος Συνολοκλήρωσης (αποτελώντας μια ένδειξη ότι εφόσον παρουσιάζεται σταθερά στις πρώτες διαφορές παρουσιάζεται τάση στα επίπεδα των δεδομένων). Τα αποτελέσματα είναι αντίστοιχα με τα προηγούμενα, με την Τουρκία να προσαρμόζεται στην ισορροπία σε σχέση με τις αμυντικές δαπάνες της Ελλάδας ενώ η Ελλάδα δεν εμφανίζει προσαρμογή ως προς τις αμυντικές δαπάνες της Τουρκίας.

Πίνακας 4-22. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – Vector Error Correction Model⁴⁰⁰

VAR/System - Estimation by Cointegrated Least Squares
Annual Data From 1955:01 To 1985:01
Usable Observations 31

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. D_LTRK{1}	0.363706637	0.102245408	3.55719	0.00146642
2. D_LGR{1}	-0.233772268	0.127442214	-1.83434	0.07807300
3. Constant	0.029351712	0.012667702	2.31705	0.02864014
4. DUM75	0.494880183	0.062177930	7.95910	0.00000002
5. EC1{1}	0.363262698	0.085558004	4.24581	0.00024566

Dependent Variable LGR
Mean of Dependent Variable 0.0601951574
Std Error of Dependent Variable 0.0957351354
Standard Error of Estimate 0.0927094485
Sum of Squared Residuals 0.2234710880
Durbin-Watson Statistic 1.8723

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. D_LTRK{1}	0.111204896	0.164617975	0.67553	0.50530146
2. D_LGR{1}	0.111359878	0.205185539	0.54273	0.59193973
3. Constant	0.042146210	0.020395355	2.06646	0.04887990
4. DUM75	0.177283416	0.100108212	1.77092	0.08829882
5. EC1{1}	-0.036791969	0.137750786	-0.26709	0.79150641

⁴⁰⁰ Σημειώνεται ότι το Rats υπολογίζει τον Error Correction Term (EC{1}) στην εξίσωση με ενσωματωμένο το αρνητικό πρόσημο του συντελεστή διόρθωσης

Δεδομένου ότι τα συμπεράσματα είναι αντίστοιχα με την προηγούμενη περίπτωση προχωρούμε στην πιο ενδιαφέρουσα περίπτωση της περιόδου 1956-2002 με τάση στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης.

Περίοδος 1956- 2002

$$\text{Υπόδειγμα } \ln r_{i,t} = \alpha + \beta * \ln r_{i,t-1} + \gamma * t + \varepsilon_i$$

Η εκτίμηση του παραπάνω υποδείγματος εμφανίζει τα κάτωθι αποτελέσματα :

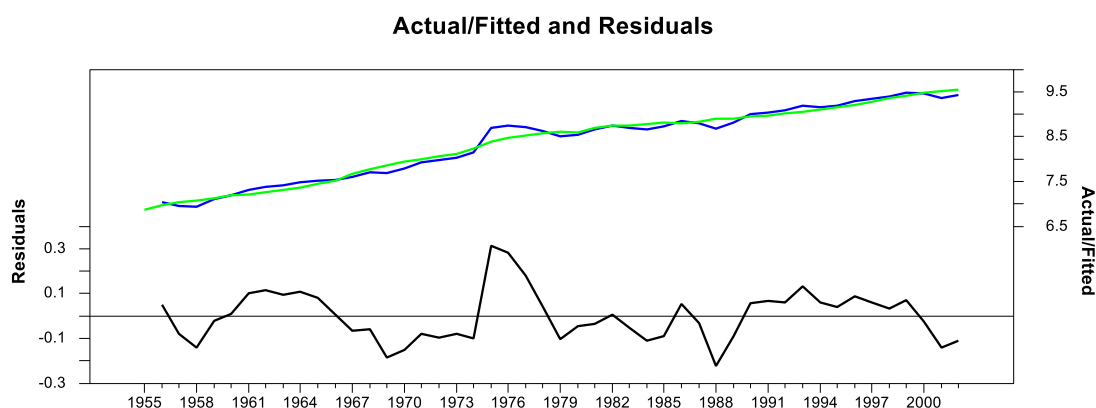
Πίνακας 4-23. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – simple OLS

```
Linear Regression - Estimation by Least Squares
Dependent Variable LTRK
Annual Data From 1956:01 To 2002:01
Usable Observations          47
Degrees of Freedom           44
Centered R^2                  0.9802107
R-Bar^2                       0.9793112
Uncentered R^2                0.9998279
Mean of Dependent Variable    8.3751516952
Std Error of Dependent Variable 0.7929897303
Standard Error of Estimate    0.1140604784
Sum of Squared Residuals     0.5724308806
Regression F(2,44)           1089.7127
Significance Level of F       0.0000000
Log Likelihood                36.8981
Durbin-Watson Statistic      0.7957
```

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. LGR	0.4250902895	0.0523663405	8.11762	0.00000000
2. Constant	3.7328010803	0.3861183816	9.66750	0.00000000
3. TRND	0.0400121842	0.0023608476	16.94823	0.00000000

Ενώ η διαγραμματική αποτύπωση της σχέσης είναι η κάτωθι :

Διάγραμμα 4-16. Εκτίμηση σε λογαρίθμους, $\ln r_{i,t}$ εξαρτημένη μεταβλητή, διαγραμματική απεικόνιση



Με την χρήση του ελέγχου **Engle-Granger** και επιτρέποντας για τον έλεγχο μοναδιαίας ρίζας στα κατάλοιπα έως 4 χρονικές υστερήσεις με την απόφαση να λαμβάνεται από το κριτήριο του Akaike (προς αποφυγή ύπαρξης αυτοσυσχέτισης στα κατάλοιπα του ελέγχου καθώς το κριτήριο του Schwarz επιλέγει μικρότερο αριθμό χρονικών υστερήσεων) λαμβάνονται τα κάτωθι αποτελέσματα:

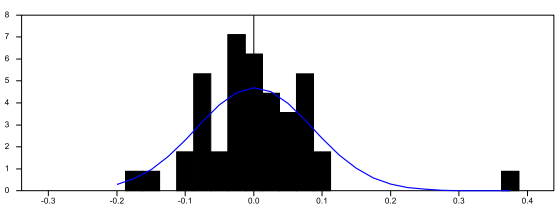
Πίνακας 4-24. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – έλεγχος Engle Granger⁴⁰¹

```
Engle-Granger Cointegration Test
Null is no cointegration (residual has unit root)
Regression Run From 1958:01 to 2002:01
Observations      46
With 1 lags chosen from 4 by AIC
Constant and linear trend in cointegrating vector
Critical Values from MacKinnon for 2 Variables

Test Statistic -3.99188
1% (**)         -4.68031
5% (*)          -3.99282
10%            -3.65438
```

Ο έλεγχος οδηγεί σε απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης (Μη ύπαρξη Συνολοκλήρωσης) σε επίπεδο σημαντικότητας πλησίον του 5% και άρα βάσει των παραπάνω μπορούμε να αποδεχτούμε ότι τα μεγέθη Συνολοκληρώνονται (σε συμφωνία και με την τρέχουσα βιβλιογραφία για το συγκεκριμένο διάστημα εξέτασης). Από τους διαγνωστικούς ελέγχους προκύπτουν τα κάτωθι συμπεράσματα:

Πίνακας 4-25. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – έλεγχος καταλοίπων ελέγχου μοναδιαίας ρίζας (με χρήση μίας χρονικής υστέρησης βάσει του κριτηρίου του Akaike)

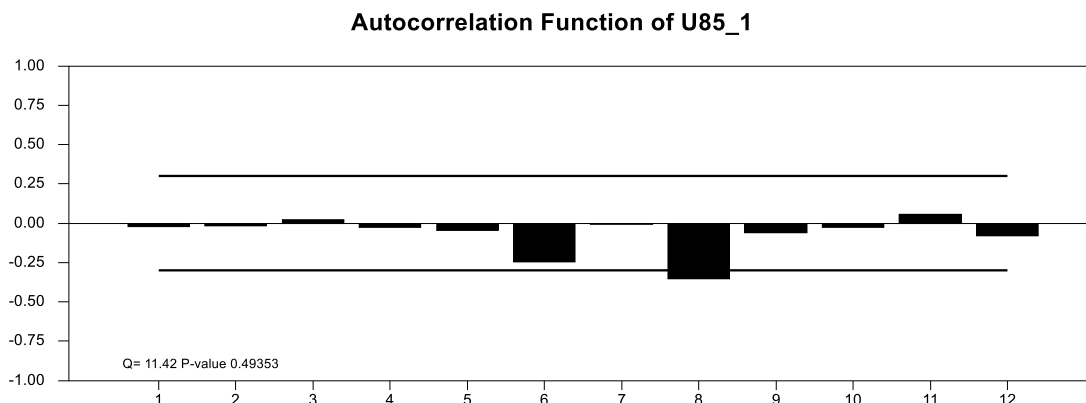
White Heteroscedasticity Test Chi-Squared(2)= 0.443325 With Significance Level 0.80118576	Γίνεται αποδεκτή η μηδενική υπόθεση για μη ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας από τον έλεγχο του White
RESET(2) Test Form Statistic Sig Level F(1,42) 0.6366781 0.4294048 LM(1) 0.6719687 0.4123661	Γίνεται αποδεκτή η μηδενική υπόθεση του ελέγχου Reset για την σωστή εξειδίκευση του υποδείγματος ελέγχου μοναδιαίας ρίζας
	Δεν γίνεται αποδεκτή η Μηδενική υπόθεση του ελέγχου Jarque- Bera αλλά γίνεται αποδεκτή από τον έλεγχο Anderson- Darling για την κανονικότητα των καταλοίπων. Για την κανονικότητα των καταλοίπων κρίνεται απαραίτητη η συμπερίληψη Dummy μεταβλητής για το έτος 1975.
Jarque-Bera 102.301500 Signif Level (JB=0) 0.000000	
Anderson-Darling Test for Normality Observations 45 AD Statistic 0.8606 Signif Level 0.4215	
Ljung-Box Q-Statistics Lags Statistic Signif Lvl 12 11.417 0.493526	Γίνεται αποδεκτή η μηδενική υπόθεση του ελέγχου Ljung-Box για μηδενικές τιμές αυτοσυσχετίσεων στα κατάλοιπα του ελέγχου μοναδιαίας ρίζας

Οι αυτοσυσχετίσεις εμφανίζονται στο κάτωθι διάγραμμα ενώ για την κανονικότητα των καταλοίπων απαιτείται η χρήση τριών χρονικών υστερήσεων στο VECM και η χρήση τριών Dummy μεταβλητών για τα έτη 1967, 1974 και 1975.

Τα αποτελέσματα της εκτίμησης παρουσιάζονται στον κάτωθι Πίνακα: :

⁴⁰¹ Αντίστοιχα αποτελέσματα λαμβάνονται και για χρήση 2 lags στον έλεγχο Μοναδιαίας ρίζας στο 2^ο βήμα του ελέγχου Engle-Granger

Διάγραμμα 4-17. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – Αποτύπωση αυτοσυσχετίσεων καταλοίπων ελέγχου Μοναδιαίας Ρίζας



Πίνακας 4-26. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – Vector Error Correction Model⁴⁰²

VAR/System – Estimation by Cointegrated Least Squares
Annual Data From 1956:01 To 2002:01
Usable Observations 47

Dependent Variable LTRK
Mean of Dependent Variable 0.0494336337
Std Error of Dependent Variable 0.1085245787
Standard Error of Estimate 0.0650503359
Sum of Squared Residuals 0.1607987558
Durbin-Watson Statistic 1.8603

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. D_LTRK(1)	0.349259019	0.101677026	3.43498	0.00144743
2. D_LTRK(2)	-0.072332998	0.106281290	-0.68058	0.50026291
3. D_LGR(1)	-0.018498905	0.124883804	-0.14813	0.88302426
4. D_LGR(2)	-0.094260834	0.119500690	-0.78879	0.43512909
5. Constant	0.032604491	0.012247521	2.66213	0.01131905
6. DUM75	0.456958529	0.071180794	6.41969	0.00000015
7. DUM74	0.039743870	0.066816374	0.59482	0.55548787
8. DUM67	0.056295382	0.066302007	0.84908	0.40115700
9. EC1(1)	0.386189657	0.103655456	3.72571	0.00063134

Dependent Variable LGR
Mean of Dependent Variable 0.0416489348
Std Error of Dependent Variable 0.0889403862
Standard Error of Estimate 0.0703201790
Sum of Squared Residuals 0.1879072478
Durbin-Watson Statistic 1.8711

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. D_LTRK(1)	0.024416485	0.109914062	0.22214	0.82539326
2. D_LTRK(2)	-0.133195490	0.114891325	-1.15932	0.25356007
3. D_LGR(1)	0.177131478	0.135000863	1.31208	0.19736537
4. D_LGR(2)	0.081076985	0.129181653	0.62762	0.53400652
5. Constant	0.020190477	0.013239714	1.52499	0.13554125
6. DUM75	0.221571371	0.076947276	2.87952	0.00650842
7. DUM74	0.214997592	0.072229287	2.97660	0.00504895
8. DUM67	0.216138398	0.071673250	3.01561	0.00455408
9. EC1(1)	-0.240228664	0.112052768	-2.14389	0.03850252

Οι συντελεστές διόρθωσης είναι στατιστικά σημαντικοί και στις δύο περιπτώσεις και τα κατάλοιπα περνούν τον έλεγχο κανονικότητας των Jarque Bera και των Anderson Darling.

Βάσει των παραπάνω φαίνεται να υπάρχει ένα ράλι εξοπλισμών με την Τουρκία να προσαρμόζεται γρηγορότερα στην Μακροχρόνια ισορροπία απ' ότι η Ελλάδα ενώ τονίζεται ότι το διάνυσμα συνολοκλήρωσης περιλαμβάνει ενδογενώς μια αυξητική τάση (αύξηση ως προς τον χρόνο) υπέρ των αμυντικών δαπανών της Τουρκίας όπως φαίνεται να προκύπτει από τα δεδομένα.

⁴⁰² Σημειώνεται ότι το Rats υπολογίζει τον Error Correction Term (EC{1}) στην εξίσωση με ενσωματωμένο το αρνητικό πρόσημο του συντελεστή διόρθωσης

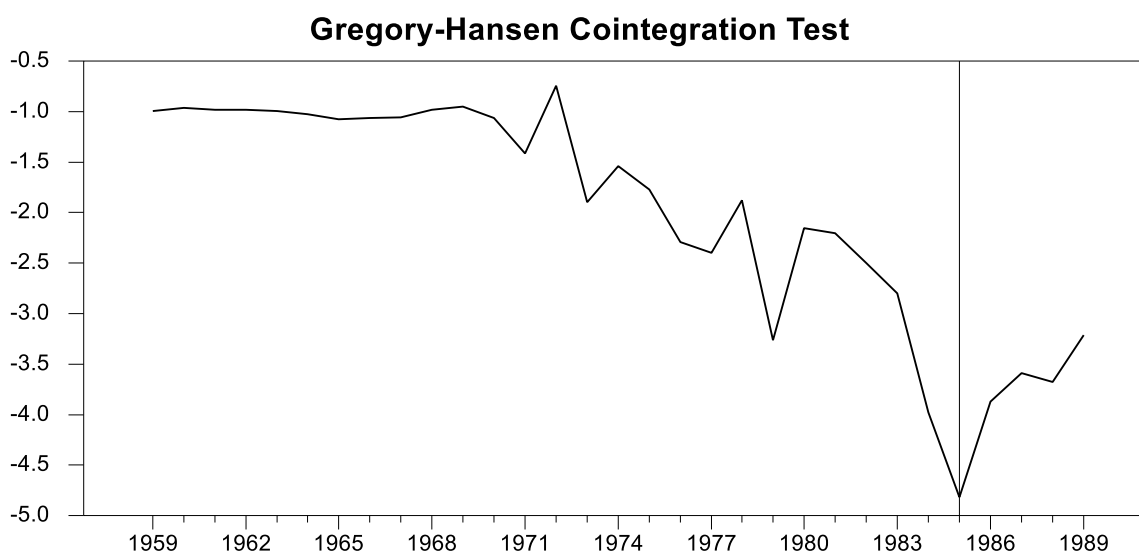
Έλεγχος Gregory - Hansen

Περίοδος 1953- 1995

Η επιλογή της περιόδου γίνεται για την εξέταση της περίπτωσης Συνολοκλήρωσης με τα τελευταία δεδομένα του SIPRI για την περίοδο 1953-1995 όπου οι Kollias και Makrydakis εντόπισαν σχέση Συνολοκλήρωσης μεταξύ των μεγεθών με την χρήση της μεθοδολογίας Gregory – Hansen, επιτρέποντας την ύπαρξη structural break στην παράμετρο της σταθεράς του διανύσματος Συνολοκλήρωσης.

$$\text{Υπόδειγμα } ltr_k_t = \alpha + \beta * lgr_t + \varepsilon_t$$

Διάγραμμα 4-18. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – Αποτύπωση τιμών ADF στατιστικής βάσει του ελέγχου Gregory Hansen για την περίοδο 1953-1995



Πίνακας 4-27. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – Έλεγχος των Gregory Hansen

```
Gregory-Hansen Cointegration Test
Null is no cointegration (residual has unit root)
Regression Run From 1954:01 to 1995:01
Observations      42
Break in Intercept. No Trend.
With 2 lags chosen from 4 by AIC
```

Variables

LTRK
LGR

```
Minimum T-Statistic  -4.819
Achieved At          1985:01
1% Critical Value    -5.130
5% Critical Value    -4.610
10% Critical Value   -4.340
```

Ο έλεγχος Gregory Hansen εντοπίζει σχέση Συνολοκλήρωσης μεταξύ των Αμυντικών Δαπανών Ελλάδας και Τουρκίας, απορρίπτοντας την μηδενική υπόθεση Μη ύπαρξης Συνολοκλήρωσης σε επίπεδο σημαντικότητας μικρότερο του 5%.

Για τον έλεγχο είναι απαραίτητο να συμπεριληφθεί η Dummy μεταβλητή Dum85 η οποία λαμβάνει τιμή 1 την περίοδο 1986-1995 και ουσιαστικά "προστίθεται" στην τιμή της σταθεράς του διανύσματος Συνολοκλήρωσης (αποτύπωση του break στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης).

Το διάνυσμα Συνολοκλήρωσης είναι της μορφής :

$$ltrk_t = \alpha + \beta * lgr_t + \gamma * Dum_{-85} + \varepsilon_t$$

Και σε αυτό το πλαίσιο για την εκτίμηση του VECM και την τήρηση της κανονικότητας των καταλοίπων αλλά και της μη ύπαρξης αυτοσυσχέτισης στα κατάλοιπα φαίνεται να χρειάζεται η ενσωμάτωση μεγάλου αριθμού Dummy μεταβλητών για τα έτη 1956, 1967, 1974, 1975, 1981 και 1986 και σε ακόμα και αυτήν την περίπτωση μόνο η Τουρκία φαίνεται να εμφανίζει στατιστικά σημαντική προσαρμογή στην μακροχρόνια ισορροπία σε αντίθεση με την Ελλάδα. Και σε αυτήν την περίπτωση φαίνεται ότι η Τουρκία «ακολουθεί» και προσαρμόζεται στην Μακροχρόνια ισορροπία σε αντίθεση με την Ελλάδα.

Πίνακας 4-28. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – VECM με break στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης το έτος 1985

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
Dependent Variable LTRK				
Mean of Dependent Variable	0.0510362738			
Std Error of Dependent Variable	0.1130361878			
Standard Error of Estimate	0.0752915925			
Sum of Squared Residuals	0.1757335411			
Durbin-Watson Statistic	1.7608			

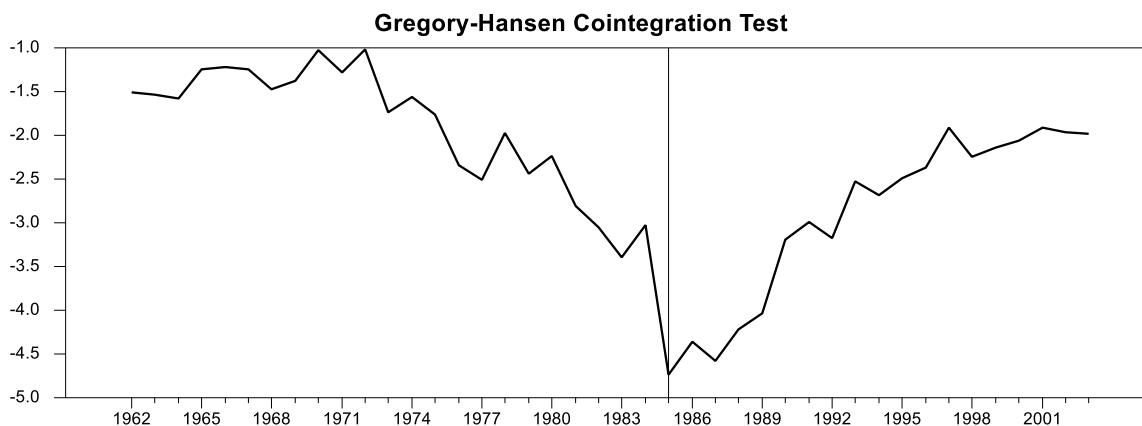
1. D_LTRK{1}	0.223535299	0.116469077	1.91927	0.06419657
2. D_LGR{1}	-0.050897378	0.148290923	-0.34323	0.73374488
3. Constant	0.021317554	0.015008686	1.42035	0.16548662
4. DUM75	0.494944948	0.080799393	6.12560	0.00000086
5. DUM56	-0.069320726	0.078295489	-0.88537	0.38277178
6. DUM67	0.069671914	0.077474559	0.89929	0.37543211
7. DUM74	0.066489799	0.076821729	0.86551	0.39340918
8. DUM81	0.090617534	0.081223306	1.11566	0.27314200
9. DUM86	0.111576996	0.078037514	1.42979	0.16277993
10. EC1{1}	0.189231115	0.086269850	2.19348	0.03589834
Dependent Variable LGR				
Mean of Dependent Variable	0.0416714601			
Std Error of Dependent Variable	0.0940493826			
Standard Error of Estimate	0.0510716741			
Sum of Squared Residuals	0.0808577928			
Durbin-Watson Statistic	1.8050			

1. D_LTRK{1}	0.105930934	0.079003120	1.34084	0.18971390
2. D_LGR{1}	0.291910966	0.100588464	2.90203	0.00676812
3. Constant	0.002054076	0.010180668	0.20176	0.84142063
4. DUM75	0.176102676	0.054807716	3.21310	0.00305883
5. DUM56	0.245749501	0.053109272	4.62724	0.00006234
6. DUM67	0.225829147	0.052552420	4.29722	0.00015891
7. DUM74	0.207621817	0.052109594	3.98433	0.00038156
8. DUM81	0.204739806	0.055095265	3.71611	0.00079867
9. DUM86	-0.165148035	0.052934283	-3.11987	0.00389372
10. EC1{1}	-0.011275064	0.058518429	-0.19268	0.84846989

Περίοδος 1953- 2012

Η χρήση του αντίστοιχου υποδείγματος με την μεθοδολογία Gregory Hansen παράγει τα κάτωθι αποτελέσματα:

Διάγραμμα 4-19. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – Αποτύπωση τιμών ADF στατιστικής βάσει του ελέγχου Gregory Hansen για την περίοδο 1953-2012



Πίνακας 4-29. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – Έλεγχος των Gregory Hansen

```
Gregory-Hansen Cointegration Test
Null is no cointegration (residual has unit root)
Regression Run From 1955:01 to 2012:01
Observations      58
Break in Intercept. No Trend.
With 2 lags chosen from 4 by AIC
```

```
Variables
LTRK
LGR
```

```
Minimum T-Statistic  -4.737
Achieved At          1985:01
1% Critical Value    -5.130
5% Critical Value    -4.610
10% Critical Value   -4.340
```

Το διάλυσμα Συνολοκλήρωσης με την ενσωμάτωση της Dummy μεταβλητής η οποία ενσωματώνει το break από το έτος 1985 (τιμή 1 από τα έτη 1986 έως 2012) περνάει τον έλεγχο σταθερότητας των κριτηρίων του Hansen :

Πίνακας 4-30. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – Έλεγχος Hansen Stability στο διάλυσμα Συνολοκλήρωσης

```
Hansen Stability Test
Test Statistic P-Value
Joint 0.77078645 0.29
Variance 0.09955736 0.57
Constant 0.21581668 0.23
LGR 0.22224893 0.22
DUM85 0.29147032 0.14
```

Και σε αυτήν την περίπτωση όμως για την επίτευξη της καταλληλότητας του υποδείγματος απαιτείται η χρήση Dummy μεταβλητών (συμπεριλαμβανομένης μίας Dummy για το έτος 2010, όπου όπως παρατηρείται υπάρχει πλήρη διαφοροποίηση στην συμπεριφορά των Αμυντικών Δαπανών της Ελλάδας).

Και σε αυτήν την περίπτωση όπως αποτυπώνεται στον κάτωθι Πίνακα εντοπίζεται η προσαρμογή στην ισορροπία μόνο από την πλευρά των Αμυντικών δαπανών της Τουρκίας, ενώ βραχυχρόνια κάθε χώρα επηρεάζεται μόνο από τις δαπάνες που έκανε η ίδια την προηγούμενη περίοδο (βάσει των αντίστοιχων ελέγχων στατιστικής σημαντικότητας). Τα κατάλοιπα περνούν τους ελέγχους Κανονικότητας (παρότι στην περίπτωση της Ελλάδας αυτό επιτυγχάνεται σε ποσοστό σημαντικότητας πλησίον του 5%) και δεν αυτοσυσχετίζονται.

Πίνακας 4-31. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – VECM με break στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης το έτος 1985, περίοδος 1953-2012

VAR/System - Estimation by Cointegrated Least Squares
Annual Data From 1955:01 To 2012:01
Usable Observations 58

Dependent Variable LTRK
Mean of Dependent Variable 0.0389300710
Std Error of Dependent Variable 0.1017419775
Standard Error of Estimate 0.0701884221
Sum of Squared Residuals 0.2315414860
Durbin-Watson Statistic 1.7889

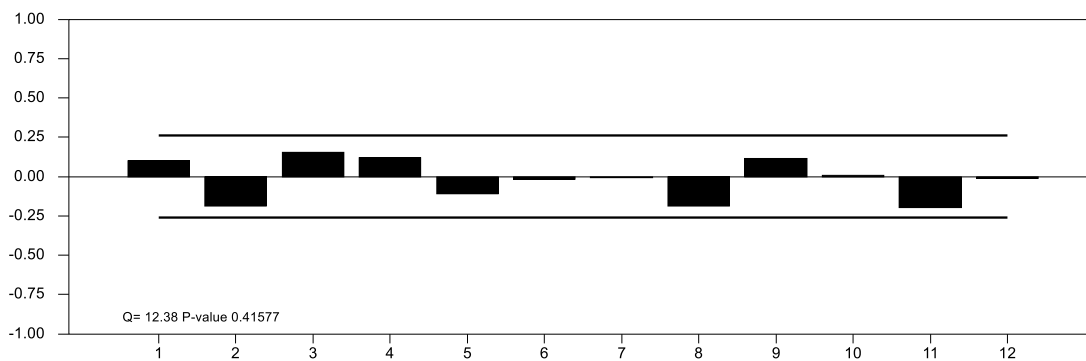
Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. D_LTRK(1)	0.204112231	0.099229681	2.05697	0.04526292
2. D_LGR(1)	-0.002225747	0.105475996	-0.02114	0.98322359
3. Constant	0.017342658	0.010697263	1.62122	0.11166013
4. DUM75	0.495548951	0.073624392	6.73077	0.00000002
5. DUM56	-0.071800767	0.071809442	-0.99988	0.32248919
6. DUM67	0.067249790	0.071550744	0.93989	0.35207993
7. DUM74	0.073786429	0.071134691	1.03728	0.30491380
8. DUM81	0.101934553	0.073173850	1.39305	0.17016007
9. DUM86	0.112968128	0.071752987	1.57440	0.12210247
10. DUM10	-0.075272469	0.071690897	-1.04996	0.29910616
11. ECL(1)	0.158835380	0.064560572	2.46025	0.01761549

Dependent Variable LGR
Mean of Dependent Variable 0.0272641112
Std Error of Dependent Variable 0.1015655263
Standard Error of Estimate 0.0600854686
Sum of Squared Residuals 0.1696823860
Durbin-Watson Statistic 2.0542

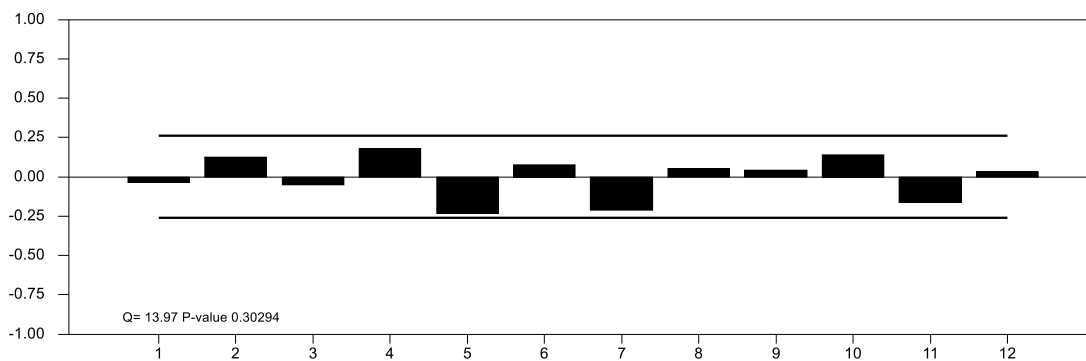
Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. D_LTRK(1)	0.042985770	0.084946516	0.50603	0.61519865
2. D_LGR(1)	0.399324022	0.090293733	4.42250	0.00005745
3. Constant	0.003196181	0.009157494	0.34902	0.72863046
4. DUM75	0.160031876	0.063026863	2.53911	0.01448271
5. DUM56	0.242288323	0.061473158	3.94137	0.00026781
6. DUM67	0.215519569	0.061251697	3.51859	0.00097448
7. DUM74	0.210123664	0.060895531	3.45056	0.00119213
8. DUM81	0.221078202	0.062641173	3.52928	0.00054394
9. DUM86	-0.163125543	0.061424829	-2.65569	0.01077259
10. DUM10	-0.265156689	0.061371676	-4.34639	0.00002750
11. ECL(1)	-0.019351300	0.055267694	-0.35014	0.72779970

Διάγραμμα 4-20. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – Αυτοσυσχετίσεις των καταλοίπων του παραπάνω Vector Error Correction Model

Autocorrelation Function of RES(1)



Autocorrelation Function of RES(2)



Εξέταση συνολικής περιόδου 1953-2019

Johansen- Juselius

Για το σύνολο της περιόδου εξέτασης δεν προέκυψε σχέση συνολοκλήρωσης είτε με τη μεθοδολογία των Engel Granger είτε με τη μεθοδολογία των Johansen Juselius. Αξιοποιήθηκε περισσότερο η τελευταία λόγω της υψηλότερης ευελιξίας που προσφέρει σε σχέση με την μέθοδο των Engle Granger όσον αφορά τη κατασκευή και τον έλεγχο του VECM.

Για την εξασφάλιση της κανονικότητας των καταλοίπων έπρεπε να ενσωματωθεί πλήθος Dummy μεταβλητών η οποία ουσιαστικά θα οδηγούσε σε αναίρεση της ικανότητας του υποδείγματος να προβλέπει. Καταλήγουμε ότι όσον αφορά το γραμμικό πλαίσιο αδυνατεί να ενσωματώσει πληροφόρηση για το σύνολο των δεδομένων με πιθανούς λόγους:

- Αλλαγή της δομής της σχέσης Συνολοκλήρωσης κατά το χρονικό διάστημα εξέτασης
- Η προσαρμογή στην ισορροπία, ακόμα και αν υποθεθεί ότι αυτή υπάρχει δεν φαίνεται να είναι συμμετρική ούτε η σχέση Συνολοκλήρωσης ενεργή κατά το χρονικό διάστημα εξέτασης. Ενδεικτικό αυτού είναι ότι από την περίοδο 2010 και έπειτα η Ελλάδα λόγω των οικονομικών συνθηκών «αδυνατεί» να παράσχει πόρους σε απόλυτα μεγέθη όσον αφορά τις Αμυντικές Δαπάνες. Ιδιαίτερα μετά το έτος 2010 η διαφορά στις Αμυντικές Δαπάνες είναι προφανής με μια απλή εξέταση του διαγράμματος των δεδομένων.

Έλεγχοι Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης

Έλεγχος Enders Siklos

Ακολουθώντας το paper του Ocal (2009)⁴⁰³ για την ύπαρξη ασύμμετρης προσαρμογής στην σχέση συνολοκλήρωσης πραγματοποιείται ο έλεγχος των Enders και Siklos με χρήση Threshold Autoregressive και Momentum Threshold Autoregressive μηχανισμό προσαρμογής.

Περίοδος 1956- 2003

$$\text{Υπόδειγμα } ltrk_t = \alpha + \beta * lgr_t + \gamma * t + \varepsilon_t$$

Η εκτίμηση του παραπάνω υποδείγματος εμφανίζει τα κάτωθι αποτελέσματα :

Πίνακας 4-32. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – Trace Statistic, 6 χρονικές υστερήσεις στο υπόδειγμα

I(1)-ANALYSIS								
p-r	r	Eig.Value	Trace	Trace*	Frac95	P-Value	P-Value*	
2	0	0.651	49.183	49.183	20.164	0.000	0.000	
1	1	0.062	2.816	2.816	9.142	0.623	0.623	

⁴⁰³ Nadir Öcal & Jülide Yildirim (2009): ARMS RACE BETWEEN TURKEY AND GREECE: A THRESHOLD COINTEGRATION ANALYSIS, Defence and Peace Economics, 20:2, 123-129

Πίνακας 4-33. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima – simple OLS

Linear Regression - Estimation by Least Squares

Dependent Variable LTRK

Annual Data From 1956:01 To 2003:01

Usable Observations 48

Degrees of Freedom 45

Centered R² 0.9800994

R-Bar² 0.9792149

Uncentered R² 0.9998258

Mean of Dependent Variable 8.3956482647

Std Error of Dependent Variable 0.7972568860

Standard Error of Estimate 0.1149408647

Sum of Squared Residuals 0.5945131066

Regression F(2,45) 1108.1170

Significance Level of F 0.0000000

Log Likelihood 37.2801

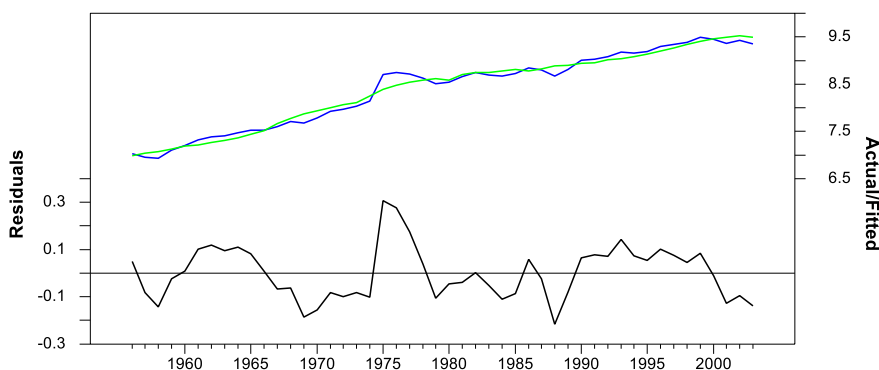
Durbin-Watson Statistic 0.7685

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. LGR	0.4396408926	0.0515563868	8.52738	0.00000000
2. Constant	3.6334772316	0.3814388375	9.52571	0.00000000
3. TRND	0.0390653789	0.0022635481	17.25847	0.00000000

Ενώ η διαγραμματική αποτύπωση της σχέσης είναι η κάτωθι :

Λιάγραμμα 4-21. Εκτίμηση σε λογαρίθμους, Ltrk εξαρτημένη μεταβλητή, διαγραμματική απεικόνιση

Actual/Fitted and Residuals



Για τους ελέγχους χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό Rats της Estima και για την παραγωγή κριτικών τιμών το λογισμικό E-views.

Threshold προσαρμογή

$$\Delta \varepsilon_t = \rho_1 \varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^p a_i \Delta \varepsilon_{t-i} + v_t, \varepsilon_{t-1} \geq \tau$$

με $\tau = 0$

$$\Delta \varepsilon_t = \rho_2 \varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^p a_i \Delta \varepsilon_{t-i} + v_t, \varepsilon_{t-1} < \tau$$

Πίνακας 4-34. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima και Eviews – Enders Siklos

Enders-Siklos Test			Variable	Coefficient	Std. Error
Lags	1		Above Threshold	-0.404294	0.162476
Threshold	0.0000		Below Threshold	-0.601248	0.185245
T-Max	-2.4883		Differenced Residuals(t-1)	0.287532	0.144526
Phi	7.5453		Threshold value (tau): 0.000000		
Equality	Coeff	Std Error	F-equal:	0.719725	(2.799229)*
Above	-0.4043	0.1625	T-max value:	-2.488338	(-2.157833)*
Below	-0.6012	0.1852	F-joint (Phi):	7.545277	(6.139376)*
DU{1}	0.2875	0.1445	*Simulated critical values for 5% significance level. Number of simulations: 10000		

Η τιμή της F στατιστικής για την υπόθεση μή Συνολοκλήρωσης ($\rho_1 = \rho_2 = 0$) απορρίπτεται στην συγκεκριμένη περίπτωση αλλά ταυτόχρονα απορρίπτεται η υπόθεση της μή συμμετρικής προσαρμογής (F-equal, ήτοι $\rho_1 = \rho_2$).

Threshold προσαρμογή

$$\Delta \varepsilon_t = \rho_1 \varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^p a_i \Delta \varepsilon_{t-i} + v_t, \varepsilon_{t-1} \geq \tau$$

με $\tau =$ εύρεση σύμφωνα με την μεθοδολογία του Chan(1993)

$$\Delta \varepsilon_t = \rho_2 \varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^p a_i \Delta \varepsilon_{t-i} + v_t, \varepsilon_{t-1} < \tau$$

Πίνακας 4-35. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima και Eviews – Enders Siklos

Enders-Siklos Test			Variable	Coefficient	Std. Error
Lags	1		Above Threshold	-0.345685	0.139003
Threshold	-0.1000		Below Threshold	-0.878971	0.215508
T-Max	-2.4869		Differenced Residuals(t-1)	0.339579	0.140180
Phi	10.3073		Threshold value (tau): -0.099979		
Equality	Coeff	Std Error	F-equal:	4.877233	(6.163835)*
Above	-0.3457	0.1390	T-max value:	-2.486896	(-1.949105)*
Below	-0.8790	0.2155	F-joint (Phi):	10.307330	(7.384590)*
DU{1}	0.3396	0.1402	*Simulated critical values for 5% significance level. Number of simulations: 10000		

Η τιμή της F στατιστικής για την υπόθεση μη Συνολοκλήρωσης ($\rho_1 = \rho_2 = 0$) απορρίπτεται στην συγκεκριμένη περίπτωση αλλά ταυτόχρονα απορρίπτεται η υπόθεση της μη συμμετρικής προσαρμογής (F-equal, ήτοι $\rho_1 = \rho_2$). Από τα παραπάνω **δεν προκύπτει ασύμμετρη προσαρμογή στην σχέση Συνολοκλήρωσης με χρήση TAR υποδειγμάτων.**

Momentum Threshold προσαρμογή

$$\Delta \varepsilon_t = \rho_1 \varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^p a_i \Delta \varepsilon_{t-i} + v_t, \Delta \varepsilon_{t-1} \geq \tau$$

με $\tau = 0$

$$\Delta \varepsilon_t = \rho_2 \varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^p a_i \Delta \varepsilon_{t-i} + v_t, \Delta \varepsilon_{t-1} < \tau$$

Πίνακας 4-36. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima και Eviews – Enders Siklos

Enders-Siklos Test			Variable		
Lags	1		Above Threshold	-0.395444	0.193158
Threshold	0.0000		Below Threshold	-0.548288	0.159071
T-Max	-2.0473		Differenced Residuals(t-1)	0.269269	0.147444
Phi	7.3452		Threshold value (tau):	0.000000	
Equality	0.4185		F-equal:	0.418538	(3.924537)*
	Coeff	Std Error	T-max value:	-2.047256	(-2.053837)*
Above	-0.3954	0.1932	F-joint (Phi):	7.345183	(6.650596)*
Below	-0.5483	0.1591			
DU{1}	0.2693	0.1474			

*Simulated critical values for 5% significance level.
Number of simulations: 10000

Momentum Threshold προσαρμογή

$$\Delta \varepsilon_t = \rho_1 \varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^p a_i \Delta \varepsilon_{t-i} + v_t, \Delta \varepsilon_{t-1} \geq \tau$$

ΜΕ τ = εύρεση σύμφωνα με την μεθοδολογία του Chan(1993)

$$\Delta \varepsilon_t = \rho_2 \varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^p a_i \Delta \varepsilon_{t-i} + v_t, \Delta \varepsilon_{t-1} < \tau$$

Πίνακας 4-37. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima και Eviews – Enders Siklos

Enders-Siklos Test			Variable		
Lags	1		Above Threshold	-0.358627	0.185687
Threshold	-0.0174		Below Threshold	-0.583788	0.162026
T-Max	-1.9314		Differenced Residuals(t-1)	0.264065	0.146017
Phi	7.6889		Threshold value (tau):	-0.017396	
Equality	0.9358		F-equal:	0.935847	(8.323392)*
	Coeff	Std Error	T-max value:	-1.931359	(-2.080430)*
Above	-0.3586	0.1857	F-joint (Phi):	7.688859	(8.694111)*
Below	-0.5838	0.1620			
DU{1}	0.2641	0.1460			

*Simulated critical values for 5% significance level.
Number of simulations: 10000

Στο σύνολο των εξεταζόμενων περιπτώσεων δεν προκύπτουν στοιχεία για ασύμμετρη προσαρμογή στην σχέση Συνολοκλήρωσης.

Nonlinear ARDL – asymmetric cointegration

Η εκτίμηση του υποδείγματος αφορά ένα γραμμικό και κατόπιν ένα μη γραμμικό ARDL υπόδειγμα της μορφής

$$Ltrk_t = \sum_{j=1}^p \varphi_j Ltrk_{t-j} + \sum_{j=0}^q (\theta_j^+ Lgr_{t-j}^+ + \theta_j^- Lgr_{t-j}^-) + \varepsilon_t$$

Όπου

$$Lgr_t^+ = \sum_{j=1}^t \Delta Lgr_j^+ = \sum_{j=1}^t \max(\Delta Lgr_j, 0)$$

$$Lgr_t^- = \sum_{j=1}^t \Delta Lgr_j^- = \sum_{j=1}^t \min(\Delta Lgr_j, 0)$$

Επιτρέποντας για ασύμμετρη προσαρμογή των δαπανών της Τουρκίας στις μεταβολές των δαπανών της Ελλάδας σύμφωνα με την δυναμική εξέλιξη των Lgr_t^+ , Lgr_t^- .

Περίοδος 1953-2002

Για την συγκεκριμένη περίοδο προκρίνεται η χρήση τάσης στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης. Εξετάζοντας αρχικά το γραμμικό ARDL προκρίνεται το υπόδειγμα με δύο χρονικές υστερήσεις για την περίπτωση της Τουρκίας με την εξής μορφή:

$$ltrk_t = b_1 ltrk_{t-1} + b_2 ltrk_{t-2} + b_3 lgr + a + c * t$$

Για την κανονικότητα των καταλοίπων κρίνεται απαραίτητη η συμπερίληψη Dummy μεταβλητής για το έτος 1975 και η επιλογή των χρονικών υστερήσεων έγινε με την χρήση του κριτηρίου του Akaike

Πίνακας 4-38. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. LTRK{1}	0.907645007	0.098793568	9.18729	0.00000000
2. LTRK{2}	-0.311283449	0.091190976	-3.41353	0.00143160
3. LGR	0.110230027	0.042416803	2.59873	0.01285275
4. DUM75	0.451660744	0.067479599	6.69329	0.00000004
5. Constant	1.985916076	0.393691780	5.04434	0.00000922
6. TIME	0.018362235	0.003620232	5.07212	0.00000842

Πίνακας 4-39. Εκτίμηση με το λογισμικό E-views

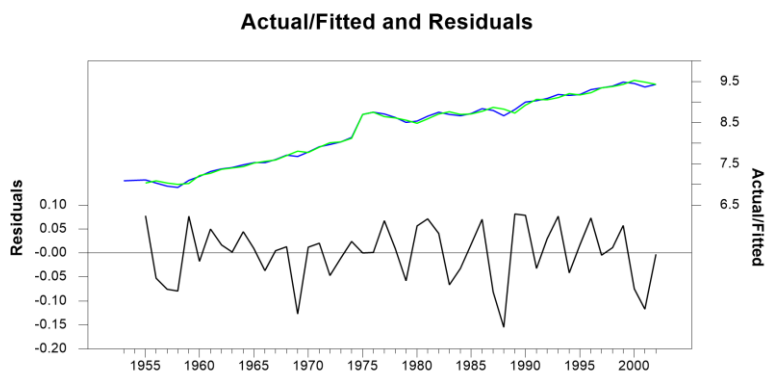
Sample (adjusted): 1955 2002
Included observations: 48 after adjustments
Maximum dependent lags: 8 (Automatic selection)
Model selection method: Akaike info criterion (AIC)
Dynamic regressors (8 lags, automatic): LGR
Fixed regressors: DUM75 C @TREND
Number of models evaluated: 72
Selected Model: ARDL(2, 0)
Note: final equation sample is larger than selection sample

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.*
LTRK(-1)	0.907645	0.098794	9.187288	0.0000
LTRK(-2)	-0.311283	0.091191	-3.413533	0.0014
LGR	0.110230	0.042417	2.598735	0.0129
DUM75	0.451661	0.067480	6.693293	0.0000
C	1.985916	0.393692	5.044342	0.0000
@TREND	0.018362	0.003620	5.072115	0.0000

R-squared	0.994663	Mean dependent var	8.348757
Adjusted R-squared	0.994028	S.D. dependent var	0.805539
S.E. of regression	0.062250	Akaike info criterion	-2.598834
Sum squared resid	0.162755	Schwarz criterion	-2.364934
Log likelihood	68.37201	Hannan-Quinn criter.	-2.510443
F-statistic	1565.642	Durbin-Watson stat	1.956849
Prob(F-statistic)	0.000000		

*Note: p-values and any subsequent tests do not account for model selection.

Διάγραμμα 4-22. Εκτίμηση σε λογαρίθμους, Ltrk εξαρτημένη μεταβλητή, διαγραμματική απεικόνιση, γραμμικό ARDL



Ο έλεγχος Συνολοκλήρωσης εντοπίζει σχέση Συνολοκλήρωσης μεταξύ των μεγεθών σύμφωνα με τα κάτωθι αποτελέσματα:

Πίνακας 4-40. Εκτίμηση με το λογισμικό E-views

Levels Equation				
Case 4: Unrestricted Constant and Restricted Trend				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LGR	0.273091	0.075660	3.609465	0.0008
@TREND	0.045492	0.003416	13.31661	0.0000

EC = LTRK - (0.2731*LGR + 0.0455*@TREND)

F-Bounds Test				
Null Hypothesis: No levels relationship				
Test Statistic	Value	Signif.	I(0)	I(1)
Asymptotic: n=1000				
F-statistic	8.972565	10%	4.05	4.49
k	1	5%	4.68	5.15
		2.5%	5.3	5.83
		1%	6.1	6.73
Finite Sample: n=50				
Actual Sample Size	48	10%	4.23	4.74
		5%	5.043	5.607
		1%	7.017	7.727
Finite Sample: n=45				
		10%	4.3	4.78
		5%	5.13	5.68
		1%	7.133	7.82

Το διάνυσμα Συνολοκλήρωσης ενσωματώνει την παράμετρο της τάσης η οποία εμφανίζεται θετική για την περίπτωση της Τουρκίας και άρα η συγκεκριμένη «μακροχρόνια ισορροπία» υποδηλώνει ότι η Τουρκία αυξάνει τις αμυντικές δαπάνες της ανεξάρτητα των αμυντικών δαπανών της Ελλάδας κατά ένα μέρος.

Ο έλεγχος του διανύσματος συνολοκλήρωσης στο υπόδειγμα διόρθωσης λαθών εμφανίζεται στατιστικά σημαντικός και εμφανίζεται προσαρμογή των Αμυντικών Δαπανών της Τουρκίας στην ισορροπία.

Πίνακας 4-41. Εκτίμηση με το λογισμικό E-views

Included observations: 48

ECM Regression				
Case 4: Unrestricted Constant and Restricted Trend				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	2.004278	0.371638	5.393094	0.0000
D(LTRK(-1))	0.311283	0.089008	3.497270	0.0011
DUM75	0.451861	0.062750	7.197759	0.0000
CointEq(-1)*	-0.403638	0.076010	-5.310319	0.0000
R-squared	0.700379	Mean dependent var		0.048636
Adjusted R-squared	0.679950	S.D. dependent var		0.107506
S.E. of regression	0.060819	Akaike info criterion		-2.682167
Sum squared resid	0.162755	Schwarz criterion		-2.526234
Log likelihood	68.37201	Hannan-Quinn criter.		-2.623240
F-statistic	34.28407	Durbin-Watson stat		1.956849
Prob(F-statistic)	0.000000			

* p-value incompatible with t-Bounds distribution.

F-Bounds Test				
Null Hypothesis: No levels relationship				
Test Statistic	Value	Signif.	I(0)	I(1)
F-statistic	8.972565	10%	4.05	4.49
k	1	5%	4.68	5.15
		2.5%	5.3	5.83
		1%	6.1	6.73

Για τον έλεγχο της ύπαρξης ασυμμετρίας στις αντιδράσεις της Τουρκίας όσον αφορά σε αυξήσεις και μειώσεις των αμυντικών δαπανών της Ελλάδας ακολουθεί η διαδικασία εκτίμησης με Nonlinear ARDL και οι αντίστοιχοι έλεγχοι Συνολοκλήρωσης.

Υπενθυμίζεται ότι το υπόδειγμα είναι της μορφής :

$$Ltrk_t = \sum_{j=1}^p \varphi_j Ltrk_{t-j} + \sum_{j=0}^q (\theta_j^+ Lgr_{t-j}^+ + \theta_j^- Lgr_{t-j}^-) + \varepsilon_t$$

Πίνακας 4-42. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima- επιλογή με χρήση κριτηρίου Akaike

```
Linear Regression - Estimation by Least Squares
Dependent Variable LTRK
Annual Data From 1953:01 To 2002:01
Usable Observations 48
Degrees of Freedom 41
Skipped/Missing (from 50) 2
Centered R^2 0.9946868
R-Bar^2 0.9939093
Uncentered R^2 0.9999520
Mean of Dependent Variable 8.3487572567
Std Error of Dependent Variable 0.8055391234
Standard Error of Estimate 0.0628665650
Sum of Squared Residuals 0.1620404046
Regression F(6,41) 1279.2835
Significance Level of F 0.00000000
Log Likelihood 68.4776
Durbin-Watson Statistic 1.9565
```

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. LTRK{1}	0.908223073	0.099780652	9.10220	0.00000000
2. LTRK{2}	-0.313372965	0.092224578	-3.39793	0.00152181
3. LGR_POS	0.131073584	0.065101148	2.01338	0.05067034
4. LGR_NEG	0.054505520	0.137882245	0.39530	0.69466724
5. DUM75	0.451886393	0.068149552	6.63081	0.00000005
6. Constant	2.763333339	0.548681479	5.03632	0.00000998
7. TIME	0.016259627	0.006149906	2.64388	0.01155991

Βάσει των παραπάνω δεδομένων εμφανίζεται σημαντική ασυμμετρία αντίδρασης της Τουρκίας σε σχέση με τις αμυντικές δαπάνες της Ελλάδας, με τις αρνητικές μεταβολές να μην εμφανίζονται στατιστικά σημαντικές σε αντίθεση με τις θετικές μεταβολές.

Και σε αυτή την περίπτωση το διάνυσμα Συνολοκλήρωσης εμπεριέχει παράμετρο τάσης και είναι της μορφής

Πίνακας 4-43. Εκτίμηση με το λογισμικό Rats της Estima- επιλογή με χρήση κριτηρίου Akaike

Linear Model - Estimation by Restricted Regression
Dependent Variable DLTRK
Annual Data From 1953:01 To 2002:01
Usable Observations 48
Degrees of Freedom 41
Skipped/Missing (from 50) 2
Mean of Dependent Variable 0.0486364183
Std Error of Dependent Variable 0.1075058315
Standard Error of Estimate 0.0628665650
Sum of Squared Residuals 0.1620404046
Durbin-Watson Statistic 1.9565

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Constant	2.763333339	0.548681479	5.03632	0.00000998
2. TIME	0.016259627	0.006149906	2.64388	0.01155991
3. LTRK{1}	-0.405149893	0.081914804	-4.94599	0.00001334
4. LGR_POS{1}	0.131073584	0.065101148	2.01338	0.05067034
5. DLGR_PLUS	0.131073584	0.065101148	2.01338	0.05067034
6. LGR_NEG{1}	0.054505520	0.137882245	0.39530	0.69466724
7. DLGR_MINUS	0.054505520	0.137882245	0.39530	0.69466724
8. DLTRK{1}	0.313372965	0.092224578	3.39793	0.00152181
9. DUM75	0.451886393	0.068149552	6.63081	0.00000005

Το διάνυσμα Συνολοκλήρωσης είναι της μορφής

$$ltrk_t = 0.3235 * lg r_t^+ + 0.1345 * lg r_t^- + 0.0401 * t$$

Πίνακας 4-44. Εκτίμηση με το λογισμικό Eviews – Bound Tests και Error Correction Form

Levels Equation Case 4: Unrestricted Constant and Restricted Trend					ECM Regression Case 4: Unrestricted Constant and Restricted Trend				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.	Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LGR_POS	0.323519	0.139384	2.321064	0.0253	C	2.779593	0.514707	5.400335	0.0000
LGR_NEG	0.134532	0.336411	0.399903	0.6913	D(LTRK(-1))	0.313373	0.088915	3.524400	0.0011
@TREND	0.040132	0.012998	3.087658	0.0036	DUM75	0.451886	0.062598	7.218886	0.0000
EC = LTRK - (0.3235*LGR_POS + 0.1345*LGR_NEG + 0.0401*@TREND)					CointEq(-1)*				
F-Bounds Test					R-squared				
Null Hypothesis: No levels relationship					Adjusted R-squared				
Test Statistic	Value	Signif.	I(0)	I(1)	S.E. of regression				
Asymptotic: n=1000					Sum squared resid				
F-statistic	6.643361	10%	3.38	4.02	Log likelihood				
k	2	5%	3.88	4.61	F-statistic				
Actual Sample Size					Prob(F-statistic)				
Finite Sample: n=50					* p-value incompatible with t-Bounds distribution.				
10%					F-Bounds Test				
5%					Null Hypothesis: No levels relationship				
1%					Test Statistic				
Finite Sample: n=45					Value				
10%					Signif.				
5%					I(0)				
1%					I(1)				

Περίοδος 1953- 2019

Δεν εντοπίζεται σχέση Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης με την εφαρμογή του ελέγχου στο διάστημα εξέτασης.

Πίνακας 4-45. Εκτίμηση με το λογισμικό EViews – Bound Tests και παραγωγή κριτικών τιμών

Levels Equation				
Case 4: Unrestricted Constant and Restricted Trend				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LGR_POS	1.012823	0.368906	2.745476	0.0084
LGR_NEG	-0.718968	0.741936	-0.966347	0.3385
@TREND	-0.022939	0.033873	-0.677193	0.5014
EC = LTRK - (1.0128*LGR_POS -0.7170*LGR_NEG -0.0229*@TREND)				
F-Bounds Test				
Null Hypothesis: No levels relationship				
Test Statistic	Value	Signif.	I(0)	I(1)
Asymptotic: n=1000				
F-statistic	3.913479	10%	3.38	4.02
k	2	5%	3.88	4.61
		2.5%	4.37	5.16
		1%	4.99	5.85
Actual Sample Size 63				
Finite Sample: n=65				
		10%	3.535	4.208
		5%	4.123	4.903
		1%	5.545	6.453
Finite Sample: n=60				
		10%	3.54	4.235
		5%	4.18	4.938
		1%	5.62	6.503

Αποτελέσματα ελέγχων Γραμμικής και Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης στα επίπεδα των δεδομένων

Πίνακας 4-46. Αποτελέσματα ελέγχων Γραμμικής και Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης

Κατηγορία	Διάνυσμα Συνολοκλήρωσης	Μέθοδος	Περίοδος Εξέτασης	Αποτελέσματα Ελέγχου
Γραμμική	$ltrk_t = \alpha + \beta * lg r_t + \varepsilon_t$	Engle Granger	1953-1985	Εύρεση συνολοκλήρωσης για την εξεταζόμενη περίοδο.
		Engle Granger – εκτίμηση διανύσματος συνολοκλήρωσης με Fully Modified OLS	1953-1985	Εύρεση συνολοκλήρωσης για την εξεταζόμενη περίοδο.
		Johansen Juselius cointegration test	1953-1985	Εύρεση συνολοκλήρωσης για την εξεταζόμενη περίοδο.
	$ltrk_t = \alpha + \beta * lg r_t + \gamma * t + \varepsilon_t$	Engle Granger	1953-1985	Εύρεση συνολοκλήρωσης για την εξεταζόμενη περίοδο.
		Engle Granger	1956-2002	Εύρεση συνολοκλήρωσης για την εξεταζόμενη περίοδο.
Γραμμική – break στο διάνυσμα	$ltrk_t = \alpha + \beta * lg r_t + \gamma * Dum_{85} + \varepsilon_t$	Gregory Hansen	1953-1995	Εύρεση συνολοκλήρωσης για την εξεταζόμενη περίοδο.

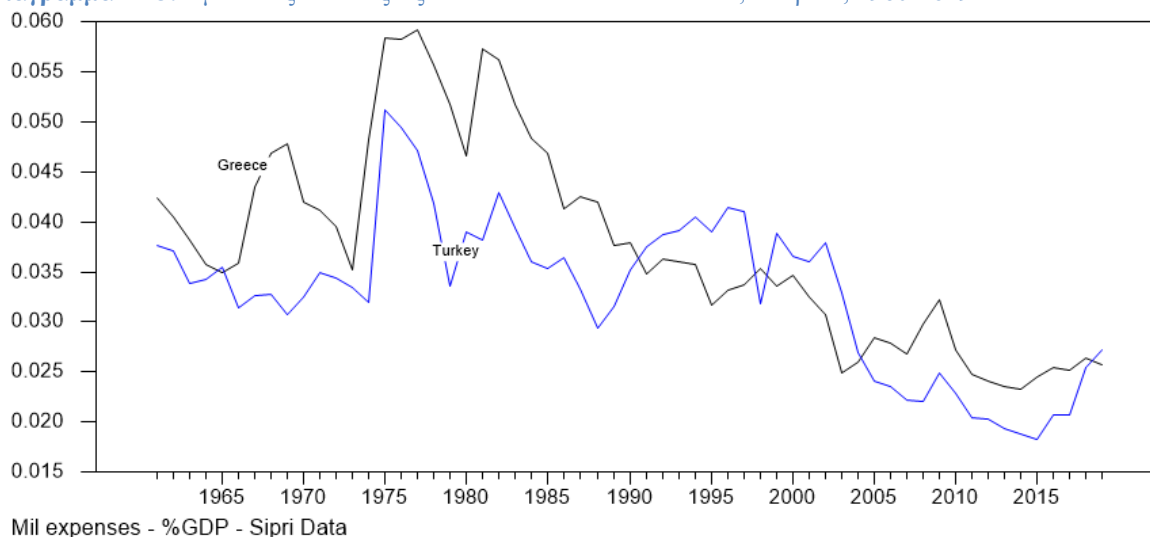
Στις παραπάνω περιπτώσεις εντοπίζεται διάνυσμα Συνολοκλήρωσης στην εξεταζόμενη περίοδο με την Τουρκία (λογάριθμος Αμυντικών Δαπανών) να προσαρμόζεται στην όποια ανισορροπία από το διάνυσμα Συνολοκλήρωσης. Εξαιρέση αποτελεί η περίπτωση που η περίοδος εξέτασης μεταβάλλεται σε 1956-2002 όπου φαίνεται να πραγματοποιείται ράλι εξοπλισμών και προσαρμογή στην ισορροπία (με γρηγορότερη προσαρμογή αυτής των Αμυντικών Δαπανών της Τουρκίας). Στο γραμμικό πλαίσιο και σε συμφωνία με την προϋπάρχουσα βιβλιογραφία είναι απαραίτητη για την συγκεκριμένη περίοδο η εισαγωγή Dummy μεταβλητών, ιδιαίτερα για το έτος 1975.

Κατηγορία	Διάνυσμα Συνολοκλήρωσης	Μέθοδος	Περίοδος Εξέτασης	Αποτελέσματα Ελέγχου
Συνολοκλήρωσης		Gregory Hansen	1953-2012	Εύρεση συνολοκλήρωσης για την εξεταζόμενη περίοδο.
<p>Στις παραπάνω περιπτώσεις εντοπίζεται διάνυσμα Συνολοκλήρωσης στην εξεταζόμενη περίοδο με την Τουρκία (λογάριθμος Αμυντικών Δαπανών) να προσαρμόζεται στην όποια ανισορροπία από το διάνυσμα Συνολοκλήρωσης. Πάρα ταύτα η χρήση σημαντικού αριθμού Dummy μεταβλητών για συγκεκριμένα έτη ώστε να επιτευχθεί η κανονικότητα των καταλοίπων θέτουν υπό σκεπτικό βλέμμα τη συγκεκριμένη προτυποποίηση.</p>				
Μη Γραμμική, ασύμμετρη προσαρμογή στην ισορροπία	$\ln \hat{k}_t = \alpha + \beta * 1g_t + \gamma * t + \varepsilon_t$	Enders Siklos	1956-2003	Αδυναμία εύρεσης ασύμμετρης προσαρμογής με TAR προσαρμογή (εκτίμηση threshold με τιμή ίση με το μηδέν, εκτίμηση threshold με τη μεθοδολογία του Chan(1993)) και αδυναμία εύρεσης Momentum TAR προσαρμογής.
Μη Γραμμική, ασύμμετρες αντιδράσεις	$Ln \hat{k}_t = \sum_{j=1}^p \varphi_j Ln \hat{k}_{t-j} + \sum_{j=0}^q (\theta_j^+ Ln \hat{g}_{t-j}^+ + \theta_j^- Ln \hat{g}_{t-j}^-) + \varepsilon_t$	Nonlinear ARDL – asymmetric cointegration	1953-2002	Εντοπισμός συνολοκλήρωσης. Σημαντική ασυμμετρία αντίδρασης της Τουρκίας σε σχέση με τις αμυντικές δαπάνες της Ελλάδας, με τις αρνητικές μεταβολές να μην εμφανίζονται στατιστικά σημαντικές σε αντίθεση με τις θετικές μεταβολές
			1953-2007	

4.1.4. Εφαρμογή της προτεινόμενης μεθόδου Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης – δεδομένα ως % του ΑΕΠ

Στην ενότητα αυτή προχωρούμε στην εφαρμογή της προταθείσας μεθόδου εύρεσης Συνολοκλήρωσης. Δεδομένου ότι τα αποτελέσματα όσον αφορά την εφαρμογή των μεθόδων στα «επίπεδα» των εξεταζόμενων μεγεθών δεν ήταν σαφή, αυτή τη φορά προχωρούμε στην εξέταση των μεγεθών ως προς το ποσοστό του ΑΕΠ.

Διάγραμμα 4-23. Αμυντικές δαπάνες ως ποσοστό του ΑΕΠ – Ελλάδα, Τουρκία, 1960-2019



Τα δεδομένα φαίνεται να συµμεταβάλλονται καθώς παρουσιάζεται να ακολουθούν αντίστοιχη πορεία µε σταδιακή προσαρµογή σε όλο και χαµηλότερα επίπεδο του ΑΕΠ ιδιαίτερα στην πλέον πρόσφατη πορεία. Σηµειώνεται, όπως τονίστηκε και στη βιβλιογραφία ότι τα δεδοµένα ως ποσοστό του ΑΕΠ δε προσφέρουν την αντίστοιχη πληροφόρηση µε τα δεδοµένα σε σταθερές τιµές (εκατοµµύριο € 2018). Αυτό διότι ενώ από το παραπάνω διάγραµµα δεν προκύπτει ότι η Ελλάδα «υπολείπεται» της Τουρκίας, δεν λαµβάνεται υπόψιν η καθίζηση του ποσοστού του ΑΕΠ από το 2010 και έπειτα λόγω της κρίσης χρέους που οδήγησαν την χώρα εκτός αγορών, µε αδυναµία δυνατότητας δανεισµού και υπό επιτήρηση.

Χρήση του ελέγχου Bai Perron για εξέταση πολλαπλών δοµικών αλλαγών⁴⁰⁴

Στην συνέχεια παρουσιάζονται τα αποτελέσµατα του ελέγχου των Bai Perron για ύπαρξη δοµικών αλλαγών στην εξεταζόµενη σχέση όσον αφορά τα µεγέθη ως % του ΑΕΠ.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον εμφανίζει το γεγονός ότι για τη περίπτωση της Ελλάδας ο έλεγχος «εντοπίζει» ηµεροµηνίες οι οποίες συνδέονται και ιστορικά µε τα δεδοµένα αλλά και τη τρέχουσα βιβλιογραφία. Συγκεκριµένα:

- Την ύπαρξη Συνολοκλήρωσης στην περίοδο 1973-1985 και ιδιαίτερα µετά το ράλι εξοπλισµών λόγω του ιστορικού γεγονότος της Κύπρου
- Την αλλαγή στην πολιτική όσον αφορά τις αµυντικές δαπάνες µετά το 1985 και τη µετέπειτα αύξηση τους µετά τα γεγονότα των Ιµίων

⁴⁰⁴ Bai and Perron, "Computation and Analysis of Multiple Structural Change Models", Journal of Applied Econometrics, 2003, pp 1-22.

- Το ότι από το 2008-2009 και έπειτα λόγω της Οικονομικής δυσχέρειας στην οποία βρέθηκε η χώρα οι αμυντικές δαπάνες έπρεπε να μειωθούν στο συνολικό πλαίσιο συγκράτησης των δαπανών της χώρας

Πίνακας 4-47. Αποτελέσματα Bai Perron – περίπτωση Ελλάδα

Linear Regression - Estimation by Least Squares
Dependent Variable GRD
Annual Data From 1961:01 To 2019:01
Usable Observations 59
Degrees of Freedom 56
Centered R² 0.8708528
R-Bar² 0.8662404
Uncentered R² 0.9912975
Mean of Dependent Variable 0.0376107134
Std Error of Dependent Variable 0.0101965331
Standard Error of Estimate 0.0037291940
Sum of Squared Residuals 0.0007797857
Regression F(2,56) 138.8069
Significance Level of F 0.0000000
Log Likelihood 247.7243
Durbin-Watson Statistic 1.6126

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. GRD(1)	0.8427827796	0.0714762622	11.79109	0.00000000
2. TRKD	0.1574233753	0.0932280264	1.68858	0.09686089
3. Constant	0.0004032433	0.0021703547	0.18580	0.85327607

Breaks	RSS	BIC	LNZ	F(m)	F(m+1 m)
0	0.000779	-11.03	-10.89		
1	0.000620	-11.12	-10.89	6.89	6.89
2	0.000492	-11.21	-10.89	7.56	15.12
3	0.000371	-11.36*	-10.94*	9.17	27.52
4	0.000348	-11.28	-10.77	7.43	29.74

Linear Regression - Estimation by Bai-Perron Break Analysis
Dependent Variable GRD
Annual Data From 1961:01 To 2019:01
Usable Observations 59
Degrees of Freedom 48
Centered R² 0.9423199
R-Bar² 0.9303032
Uncentered R² 0.9961132
Mean of Dependent Variable 0.0376107134
Std Error of Dependent Variable 0.0101965331
Standard Error of Estimate 0.0026519008
Sum of Squared Residuals 0.0003478238
Regression F(10,48) 78.4176
Significance Level of F 0.0000000
Log Likelihood 271.5025
Durbin-Watson Statistic 1.9799

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. GRD(1)	0.331853479	0.089822824	3.69453	0.00056410
2. DZ(1,1)	-0.624989062	0.384610869	-1.62501	0.11070867
3. DZ(2,1)	0.047809309	0.013324629	3.58804	0.00077957
4. DZ(1,2)	0.438091782	0.139467675	3.14117	0.00288019
5. DZ(2,2)	0.018160007	0.006010766	3.02125	0.00402812
6. DZ(1,3)	-0.380167889	0.201007416	-1.89131	0.06462531
7. DZ(2,3)	0.038025594	0.008963087	4.24247	0.00010033
8. DZ(1,4)	-0.025250775	0.158906640	-0.15890	0.87441184
9. DZ(2,4)	0.019868836	0.004671971	4.25277	0.00009703
10. DZ(1,5)	0.174821612	0.309774388	0.56435	0.57514281
11. DZ(2,5)	0.012764591	0.006890724	1.86870	0.06777324

Bai-Perron Break Point Analysis
Dependent Variable GRD

Fixed Regressors
GRD(1) 0.331853

$$Gr_t = a + \beta Gr_{t-1} + \gamma Trk_t$$

Η προτυποποίηση που εξετάζεται στο συγκεκριμένο πλαίσιο. Ουσιαστικά αποτελεί αποτύπωση της «ισορροπίας» μεταξύ Αμυντικών Δαπανών και της συμπερίληψης της πληροφόρησης από τις προηγμένες χρονικές υστερήσεις της χρονοσειράς.

Αποτελέσματα:

Breakpoint Lower 95%	Upper 95%
1973:01	1972:01 1976:01
1985:01	1984:01 1986:01
2000:01	1999:01 2002:01
2009:01	2008:01 2019:01

Shifting Regressors
<=1973:01 <=1995:01 <=2000:01 <=2009:01
TRKD -0.624989 0.438092 -0.380168 -0.025251 0.174822
Constant 0.047809 0.018160 0.038026 0.019869 0.012765

Breakpoint Lower 95%	Upper 95%
1973:01	1972:01 1976:01
1985:01	1984:01 1986:01
2000:01	1999:01 2002:01
2009:01	2008:01 2019:01

Διάγραμμα 4-24. Διαγραμματική απεικόνιση, έλεγχος Bai – Perron, Ελλάδα



Για την περίπτωση της Τουρκίας παρουσιάζονται ενδεικτικά τα κάτωθι αποτελέσματα⁴⁰⁵:

Πίνακας 4-48. Αποτελέσματα Bai Perron – περίπτωση Τουρκίας

Linear Regression - Estimation by Bai-Perron Break Analysis
Dependent Variable TRKD
Annual Data From 1966:01 To 2019:01

Usable Observations	54
Degrees of Freedom	43
Centered R ²	0.9001808
R-Bar ²	0.8769671
Uncentered R ²	0.9943256
Mean of Dependent Variable	0.0326713017
Std Error of Dependent Variable	0.0080963133
Standard Error of Estimate	0.0028398671
Sum of Squared Residuals	0.0003467883
Regression F(10,43)	38.7779
Significance Level of F	0.0000000
Log Likelihood	246.1834
Durbin-Watson Statistic	2.1067

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. TRKD(1)	0.096881026	0.119670293	0.80957	0.42264691
2. DZ(1,1)	-0.087702361	0.206998282	-0.42381	0.67381754
3. DZ(2,1)	0.033271446	0.010004069	3.32579	0.00181130
4. DZ(1,2)	0.688346103	0.127242592	5.40971	0.00000262
5. DZ(2,2)	0.000581422	0.005448360	0.10671	0.91551143
6. DZ(1,3)	0.233372453	0.249042484	0.93708	0.35395158
7. DZ(2,3)	0.026150435	0.009823932	2.66191	0.01088355
8. DZ(1,4)	0.286594262	0.468853490	0.61127	0.54424157
9. DZ(2,4)	0.012966923	0.013915291	0.93185	0.35661835
10. DZ(1,5)	2.259955541	0.995537753	2.27009	0.02827189
11. DZ(2,5)	-0.036652567	0.024596354	-1.49016	0.14348079

Bai-Perron Break Point Analysis
Dependent Variable TRKD

Fixed Regressors
TRKD{1} 0.096881

Shifting Regressors
<=1974:01 <=1989:01 <=2003:01 <=2011:01

GRD	-0.087702	0.688346	0.233372	0.286594	2.259956
Constant	0.033271	0.000581	0.026150	0.012967	-0.036653

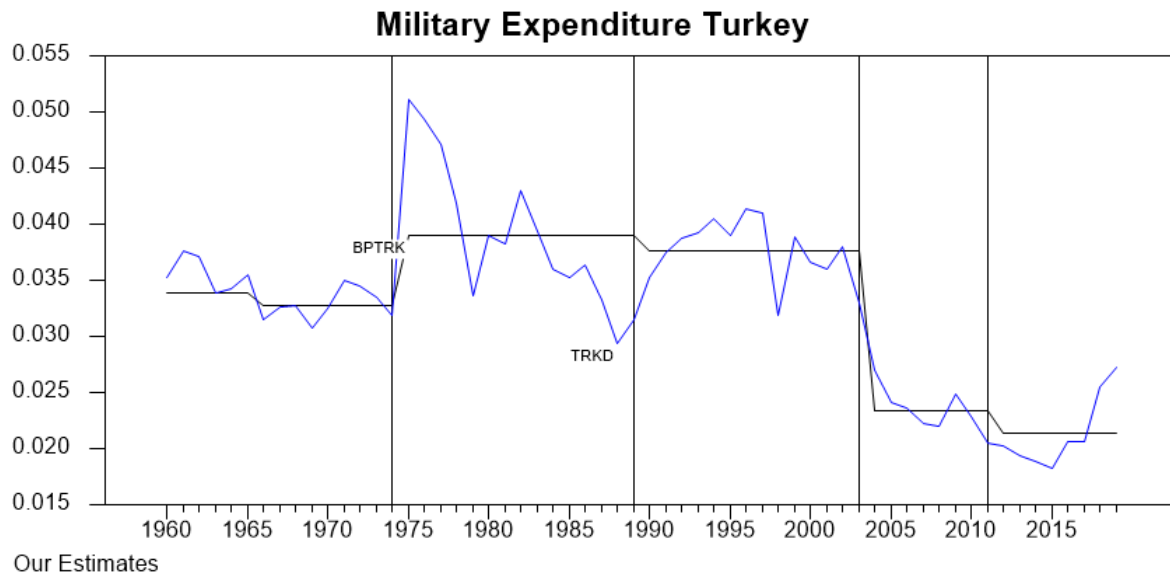
$$Trk_t = a + \beta Trk_{t-1} + \gamma Gr_t$$

Η προτυποποίηση εξετάζεται σε πλήρης αντιστοιχία με εκείνη που αξιοποιήθηκε στην περίπτωση της Ελλάδας.

Breakpoint Lower 95% Upper 95%

1974:01	1969:01	1975:01
1989:01	1988:01	1990:01
2003:01	2002:01	2004:01
2011:01	2008:01	2012:01

Διάγραμμα 4-25. Διαγραμματική απεικόνιση, έλεγχος Bai – Perron, Τουρκία

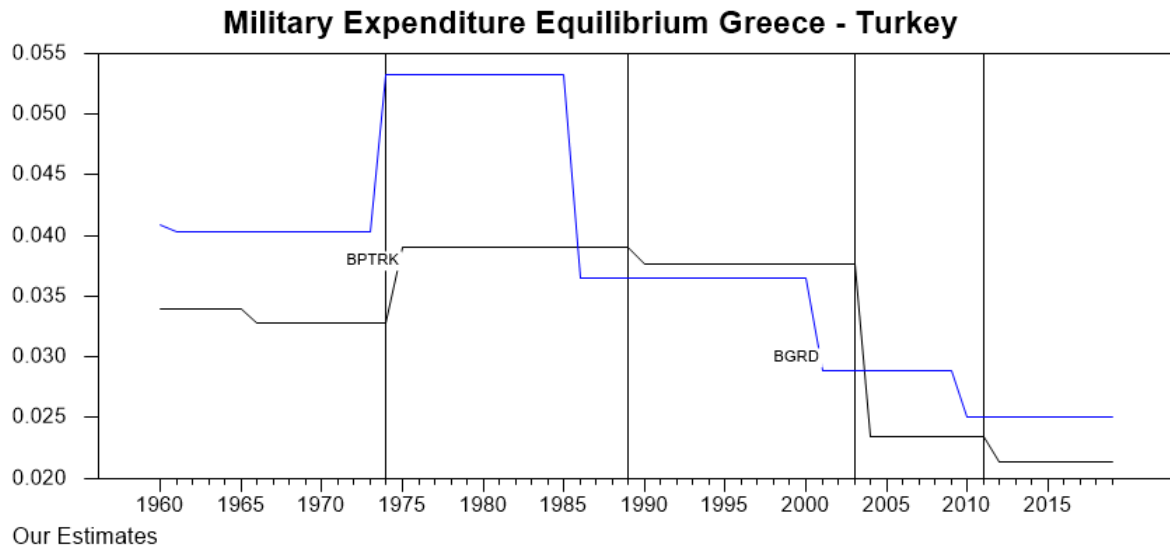


⁴⁰⁵ Το σύνολο των αποτελεσμάτων δε παρουσιάζεται για οικονομία χώρας. Ο κώδικας της εφαρμογής με ενσωματωμένα τα δεδομένα βρίσκεται στο αντίστοιχο παράρτημα και άρα είναι αναπαράξιμο από τον ενδιαφερόμενο ερευνητή.

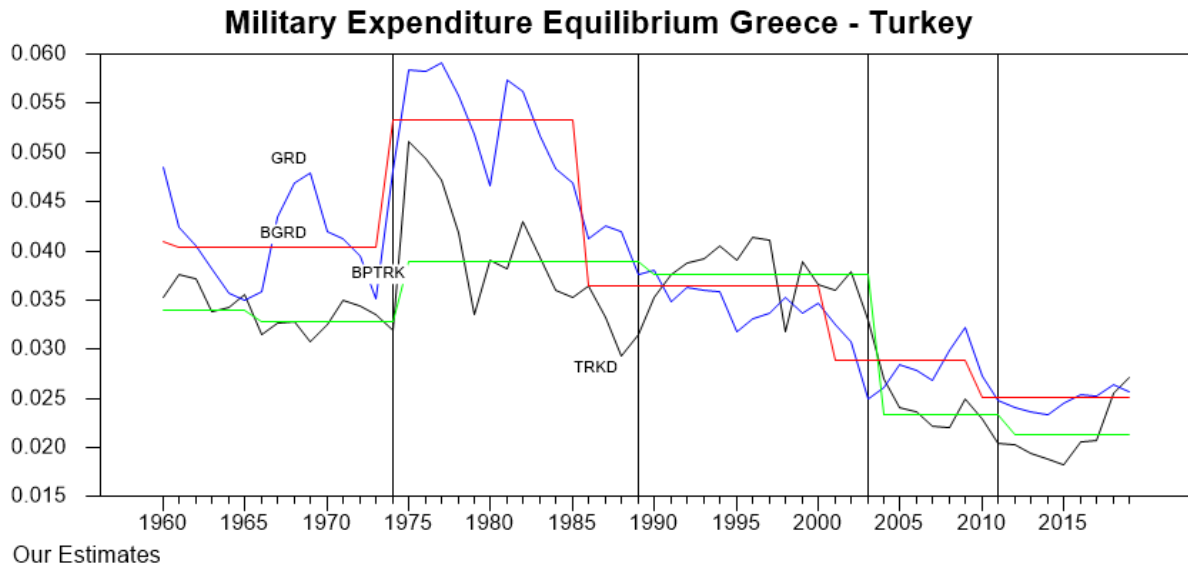
Διαγραμματική αποτύπωση πιθανής «Ισορροπίας» Αμυντικών Δαπανών μεταξύ των δύο χωρών

Συνδυάζοντας τα αποτελέσματα των παραπάνω ελέγχων εμφανίζεται «ενδεικτικά» η μεταβολή στα επίπεδα «ισορροπίας» μεταξύ των δυο χωρών διαχρονικά και ανάλογα με την εκάστοτε περίοδο.

Διάγραμμα 4-26. Διαγραμματική απεικόνιση ισορροπίας Ελλάδα- Τουρκία



Διάγραμμα 4-27. Διαγραμματική απεικόνιση ισορροπίας Ελλάδα- Τουρκία



Έλεγχος Engle Granger – Γραμμικός

Πίνακας 4-49. Αποτελέσματα ελέγχου Engle Granger

```

Engle-Granger Cointegration Test
Null is no cointegration (residual has unit root)
Regression Run From 1960:01 to 2019:01
Observations      59
With 1 lags chosen from 10 by AIC
Constant in cointegrating vector
Critical Values from MacKinnon for 2 Variables

Test Statistic -2.41771
1% (**)        -4.08727
5% (*)         -3.44142
10%           -3.11681
    
```

Από τα αποτελέσματα του ελέγχου Engle – Granger δεν προκύπτει εύρεση σχέσης Συνολοκλήρωσης μεταξύ των δύο μεγεθών.

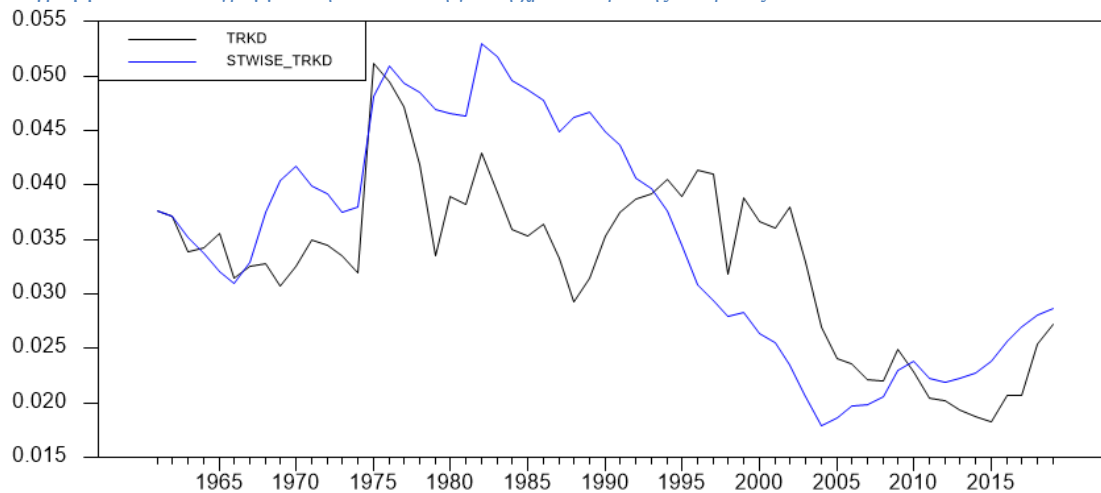
Στο γραμμικό πλαίσιο πραγματοποιήθηκε stepwise regression για την εξής σχέση :

$$DTrk_t = ECT_t + \beta Trk_{t-1} + \gamma GR_t + \delta GR_{t-1}$$

$$ECT_t = residuals_{t-1}$$

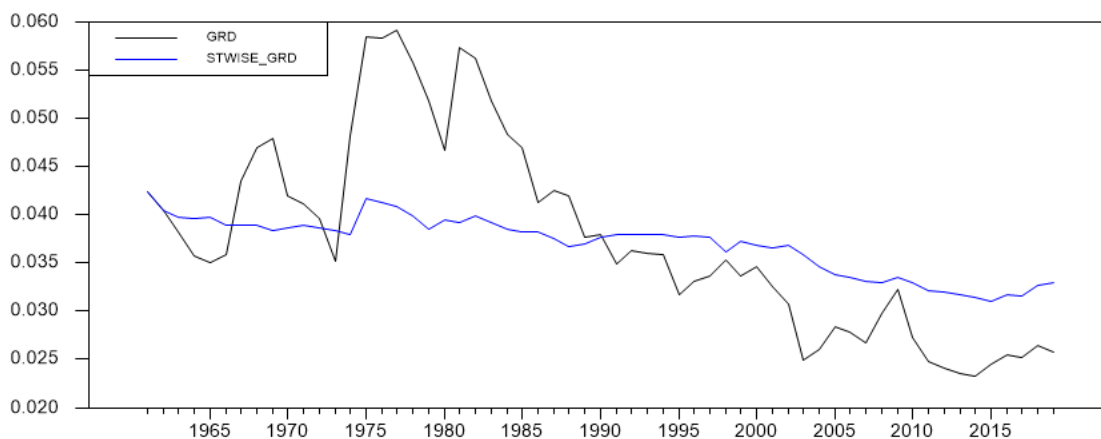
Όπου ECT_t είναι τα κατάλοιπα της σχέσης που εκτιμάται από την μεθοδολογία Engle Granger με μία χρονική υστέρηση.

Διάγραμμα 4-28. Διαγραμματική αποτύπωση για τη χρονοσειρά της Τουρκίας



Linear specification for turkey

Διάγραμμα 4-29. Διαγραμματική αποτύπωση για τη χρονοσειρά της Ελλάδας



Linear specification for Greece

Παρότι δεν εντοπίζεται σχέση Συνολοκλήρωσης, προχωρώντας στη προτυποποίηση της σχέσης προκύπτει ότι η Τουρκία προσαρμόζεται σε αυτή την ισορροπία (όπως προκύπτει και από την καλύτερη προσαρμογή της stepwise εκτίμησης στα δεδομένα) σε αντίθεση με την Ελλάδα. Συμπέρασμα το οποίο πρόκυψε και στο σύνολο των περιπτώσεων που αφορούσε στα δεδομένα σε απόλυτα μεγέθη. Στον κάτωθι Πίνακα παρουσιάζονται ενδεικτικά αποτελέσματα της stepwise regression.

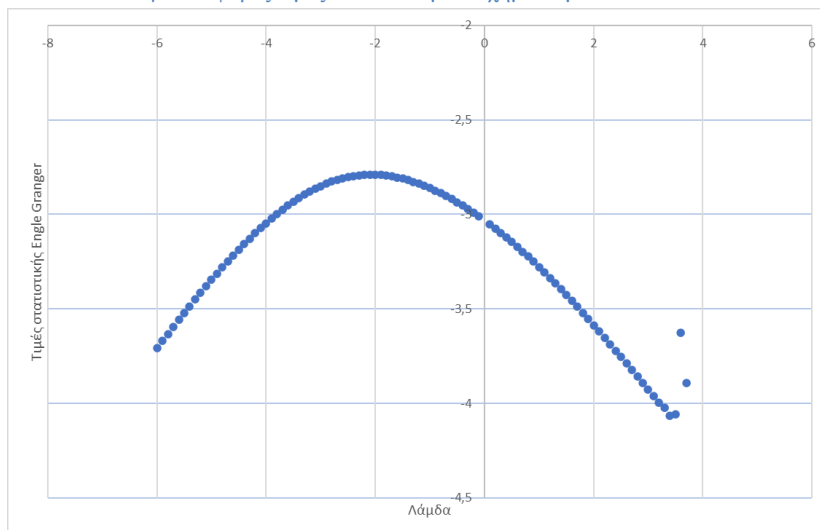
Πίνακας 4-50. Αποτελέσματα Stepwise Regression

Ελλάδα					Τουρκία				
Stepping In with P= 0.101926 Variable DTRK					Stepping In with P= 0.001086 Variable DGR(1)				
Stepwise Regression					Stepwise Regression				
Dependent Variable DGR					Dependent Variable DTRK				
Annual Data From 1960:01 To 2019:01					Annual Data From 1960:01 To 2019:01				
Usable Observations	58				Usable Observations	58			
Degrees of Freedom	56				Degrees of Freedom	55			
Skipped/Missing (from 60)	2				Skipped/Missing (from 60)	2			
Centered R ²	0.0465100				Centered R ²	0.3132822			
R-Bar ²	0.0294842				R-Bar ²	0.2683107			
Uncentered R ²	0.0484734				Uncentered R ²	0.3133249			
Mean of Dependent Variable	-0.004332860				Mean of Dependent Variable	0.0009577504			
Std Error of Dependent Variable	0.096236151				Std Error of Dependent Variable	0.1225858047			
Standard Error of Estimate	0.094806815				Standard Error of Estimate	0.1034154460			
Sum of Squared Residuals	0.5033466011				Sum of Squared Residuals	0.5892114955			
Log Likelihood	55.3622				Log Likelihood	50.8438			
Durbin-Watson Statistic	1.9539				Durbin-Watson Statistic	2.0001			
Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif	Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. ECT	0.8089297329	2.6398680401	0.30643	0.76041515	1. ECT	-6.460994447	2.676414088	-2.41405	0.01913209
2. DTRK	0.1703396378	0.1024370123	1.66287	0.10192578	2. DGR	0.211005054	0.143640882	1.46898	0.14753604
					3. DGR(1)	0.472197788	0.145842919	3.23771	0.00204419

Έλεγχος Box – Cox -> εύρεση τιμής λ

Search μεταξύ των τιμών του λ για το μετασχηματισμό Box Cox από -3 έως 3 με βήμα 0.1. Στο κάτωθι διάγραμμα αποτυπώνεται η συμπεριφορά της EG στατιστικής στα μετασχηματισμένα με τον έλεγχο Box- Cox δεδομένα⁴⁰⁶.

Διάγραμμα 4-30. EG-Statistic για διάφορες τιμές του λ στο μετασχηματισμό Box-Cox



Είναι προφανές ότι εντοπίζεται Συνολοκλήρωση με τη χρήση των συγκεκριμένων κριτικών τιμών για το μετασχηματισμό Box-Cox. Σε αυτό το πλαίσιο λοιπόν επιλέγεται η τιμή -3 και βάσει αυτής θα υλοποιηθεί η προτυποποίηση η οποία ακολουθεί. Παρακάτω παρουσιάζονται ενδεικτικές τιμές της στατιστικής EG για διαφορετικές τιμές του λ.

Πίνακας 4-51. EG-Statistic για διάφορες τιμές του λ στο μετασχηματισμό Box-Cox

λ	EG	λ	EG	λ	EG	λ	EG
-6	-3,70767	-3	-2,85052	-0,5	-2,9358	2,1	-3,61975
-5,9	-3,66997	-2,9	-2,83813	-0,4	-2,95333	2,2	-3,65328
-5,8	-3,63256	-2,8	-2,82716	-0,3	-2,97168	2,3	-3,68707
-5,7	-3,59547	-2,7	-2,81762	-0,2	-2,99083	2,4	-3,7211
-5,6	-3,55872	-2,6	-2,80951	-0,1	-3,01077	2,5	-3,75531
-5,5	-3,52234	-2,5	-2,80283	0,1	-3,05297	2,6	-3,78967
-5,4	-3,48637	-2,4	-2,79758	0,2	-3,0752	2,7	-3,8241
-5,3	-3,45083	-2,3	-2,79375	0,3	-3,09816	2,8	-3,85862
-5,2	-3,41578	-2,2	-2,79132	0,4	-3,12185	2,9	-3,89285

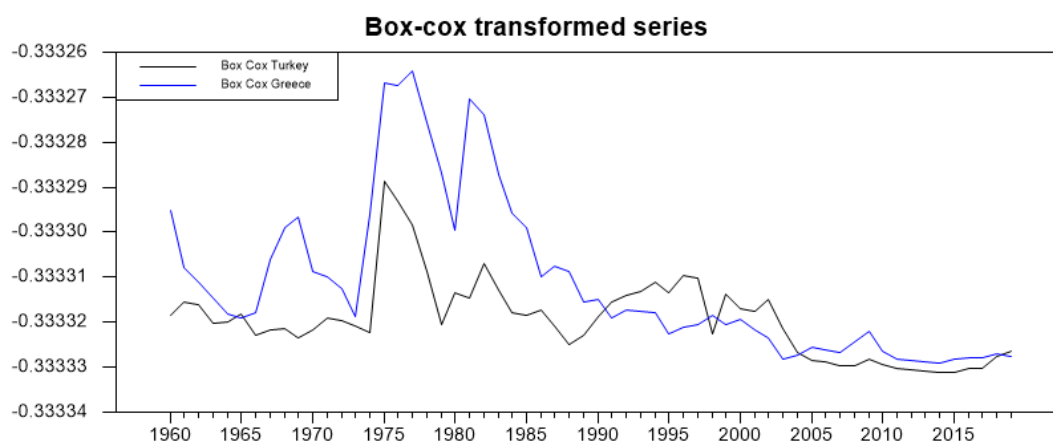
⁴⁰⁶ Για πληρότητα στο διάγραμμα παρουσιάζονται οι τιμές της E-G για το διάστημα -6 έως 3,8. Για τιμές μεγαλύτερες του 3,8 οι τιμές της στατιστικής αυξάνονται ραγδαία και άρα δεν προκρίνονται για χρήση στο μετασχηματισμό.

Έλεγχος Box – Cox -> Προτυποποίηση, μετασχηματισμός μεγεθών

Διαγραμματική απεικόνιση των μετασχηματισμένων χρονοσειρών με τιμή $\lambda=3$ και διαδικασία ελέγχου Συνολοκλήρωσης. Το διάλυσμα Συνολοκλήρωσης αφορά τις μετασχηματισμένες σειρές και άρα είναι Μη Γραμμικό, ήτοι

$$\frac{Trk_t^\lambda - 1}{\lambda} = a + \beta \frac{Gr_t^\lambda - 1}{\lambda}$$

Διάγραμμα 4-31. Αρχικά δεδομένα ως % ΑΕΠ και μετασχηματισμένα δεδομένα



Αποτελέσματα ελέγχου Engle Granger

Πίνακας 4-52. Αποτελέσματα ελέγχου Συνολοκλήρωσης

```
Engle-Granger Cointegration Test
Null is no cointegration (residual has unit root)
Regression Run From 1960:01 to 2019:01
Observations      60
With 0 lags chosen from 5 by BIC/SBC
Constant in cointegrating vector
Critical Values from MacKinnon for 2 Variables

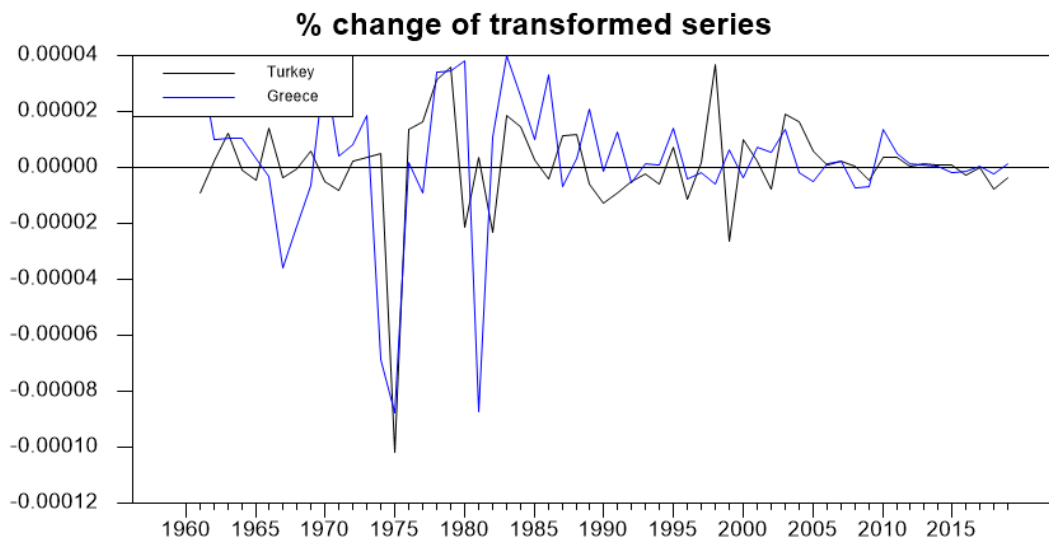
Test Statistic -3.92762*
1% (**)        -4.08401
5% (*)         -3.43964
10%           -3.11561
```

Έλεγχος Box – Cox -> Προτυποποίηση, εκτίμηση υποδείγματος

Κατόπιν των παραπάνω προχωρούμε στην εκτίμηση του υποδείγματος.

Οι ποσοστιαίες μεταβολές των μετασχηματισμένων μεγεθών εμφανίζονται στο ακόλουθο διάγραμμα:

Διάγραμμα 4-32. Ποσοστιαίες μεταβολές - μετασχηματισμένα δεδομένα



Εκτίμηση προσαρμογής στην ισορροπία (χρήση stepwise παλινδρόμησης)

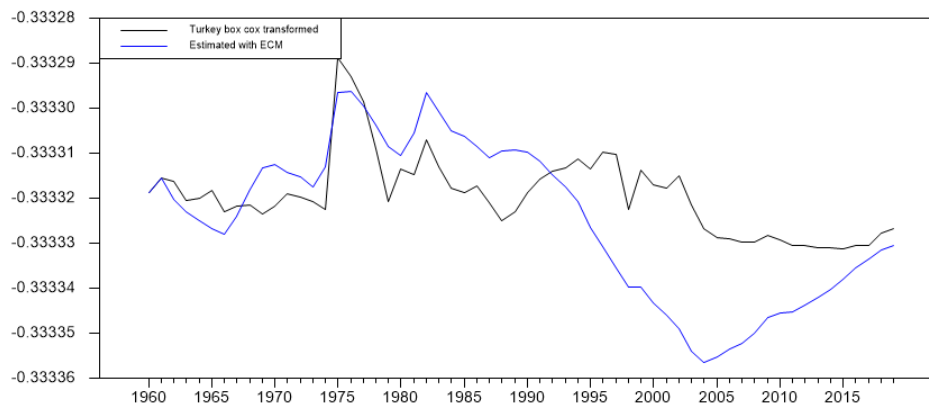
Πίνακας 4-53. Αποτελέσματα εκτίμησης προσαρμογής των μετασχηματισμένων τιμών της Τουρκίας σε ισορροπία σε σχέση με το διάνυσμα Συνολοκλήρωσης

```
Stepping In with F= 0.000278 Variable DGR
Stepping In with F= 0.009919 Variable DGR(1)

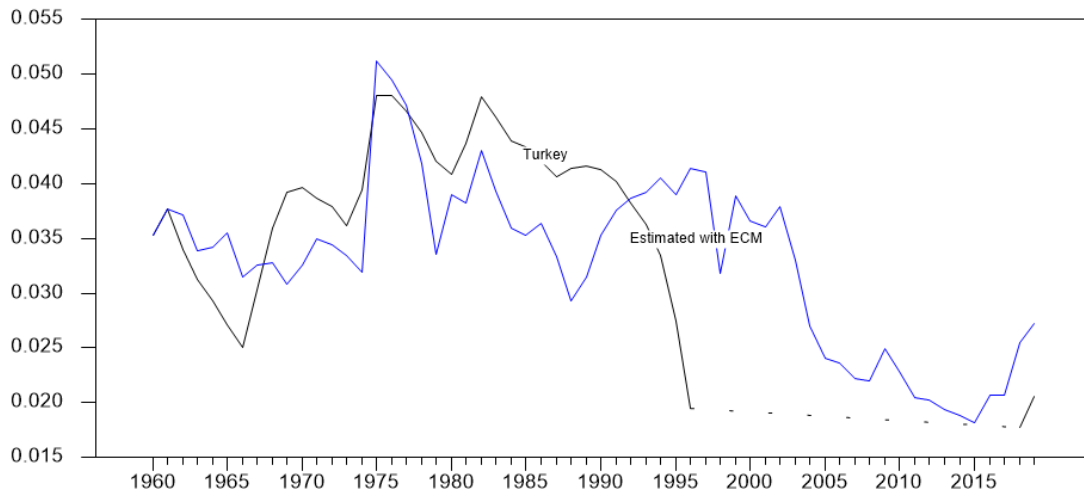
Stepwise Regression
Dependent Variable DTRK
Annual Data From 1960:01 To 2019:01
Usable Observations          58
Degrees of Freedom           55
Skipped/Missing (from 60)    2
Centered R^2                  0.4087519
R-Bar^2                       0.3872520
Uncentered R^2                0.4093470
Mean of Dependent Variable    0.0000005737
Std Error of Dependent Variable 0.0000182325
Standard Error of Estimate    0.0000142720
Sum of Squared Residuals     1.12030e-08
Log Likelihood                 566.3598
Durbin-Watson Statistic       2.0942
```

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. ECT	1.1637769630	0.3044306513	3.82280	0.00033844
2. DGR	0.2841842147	0.0800775947	3.54886	0.00080066
3. DGR(1)	0.2092816413	0.0783438399	2.67132	0.00991865

Διάγραμμα 4-33. Ποσοστιαίες μεταβολές - μετασχηματισμένα δεδομένα

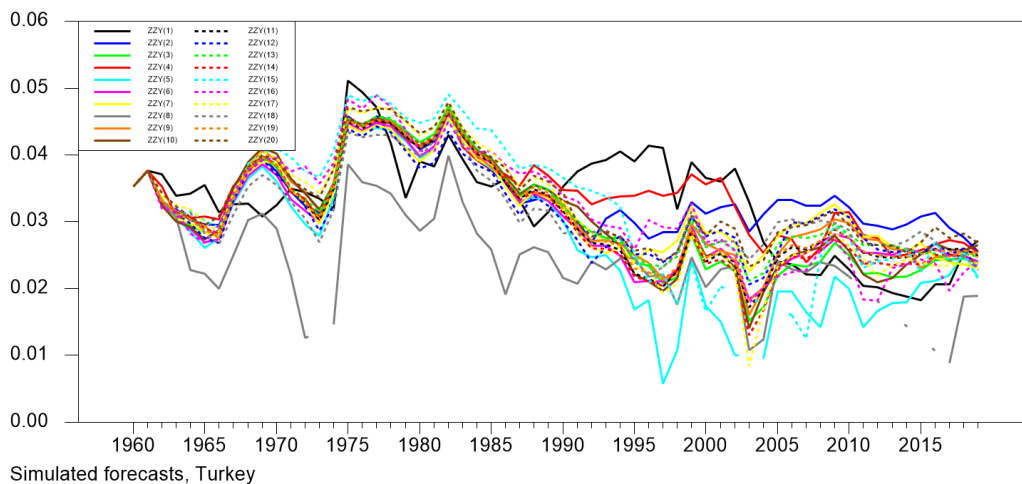


Διάγραμμα 4-34. Εκτίμηση – Πραγματικά δεδομένα

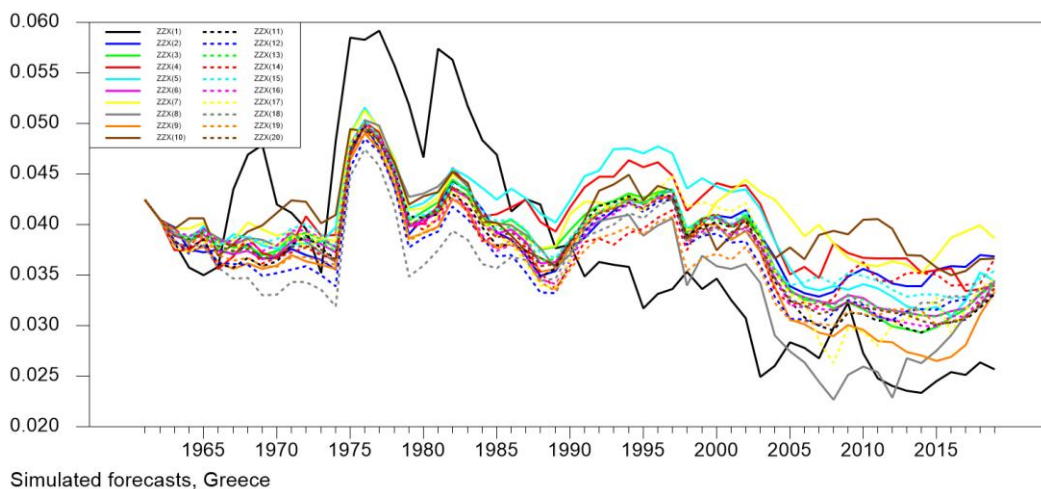


Έλεγχος Βοx – Cox -> Προτυποποίηση, bootstrap διαδικασία⁴⁰⁷

Διάγραμμα 4-35. Εξομοιωμένες τιμές - Τουρκία (ZZY(1) οι πραγματικές τιμές των Αμυντικών Δαπανών ως % του ΑΕΠ)



Διάγραμμα 4-36. Εξομοιωμένες τιμές - Ελλάδα (ZZX(1) οι πραγματικές τιμές των Αμυντικών Δαπανών ως % του ΑΕΠ)



⁴⁰⁷ Ο κώδικας για την αναπαραγωγή της διαδικασίας είναι ενσωματωμένος στο αντίστοιχο παράρτημα

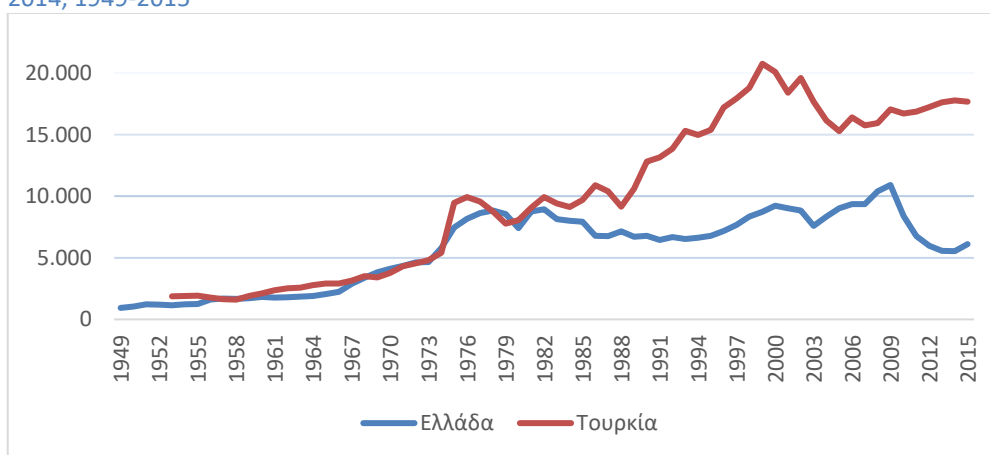
Έλεγχος Box – Cox -> Συμπεράσματα όσον αφορά την εφαρμογή στις Αμυντικές Δαπάνες

Ο μετασχηματισμός Box-Cox στην περίπτωση των Αμυντικών Δαπανών ως % του ΑΕΠ φαίνεται να οδηγεί σε βελτίωση του εκτιμηθέντος υποδείγματος και στην εύρεση ύπαρξης Συνολοκλήρωσης στις μετασχηματισμένες τιμές των μεγεθών, **αξιοποιώντας παράλληλα προϋπάρχοντα γραμμικά εργαλεία με το διάνυσμα Συνολοκλήρωσης να ακολουθεί Μη γραμμική μορφή**. Παρότι όσον αφορά την εφαρμογή και ως προς την φύση της χρονοσειράς κρίνεται σημαντικό επόμενο βήμα η επέκταση του σε threshold μορφής συμπεριφορές (ιδιαίτερα λαμβάνοντας υπόψιν το σύνολο των δομικών αλλαγών που εμφανίζει η χρονοσειρά των δεδομένων και λαμβάνοντας υπόψιν την υπάρχουσα βιβλιογραφία). Κατ' ελάχιστον είναι χρήσιμη η περαιτέρω εξέταση του ως εναλλακτική της χρήσης της λογαριθμικής προσαρμογής των μεγεθών η οποία και αποτελεί υποπερίπτωση του μετασχηματισμού ως πρώτο βήμα στην προτυποποίηση των σχέσεων ενδιαφέροντος.

4.1.5. Αμυντικές Δαπάνες – μια διαφορετική θεώρηση με ανάλυση Παιγνίων

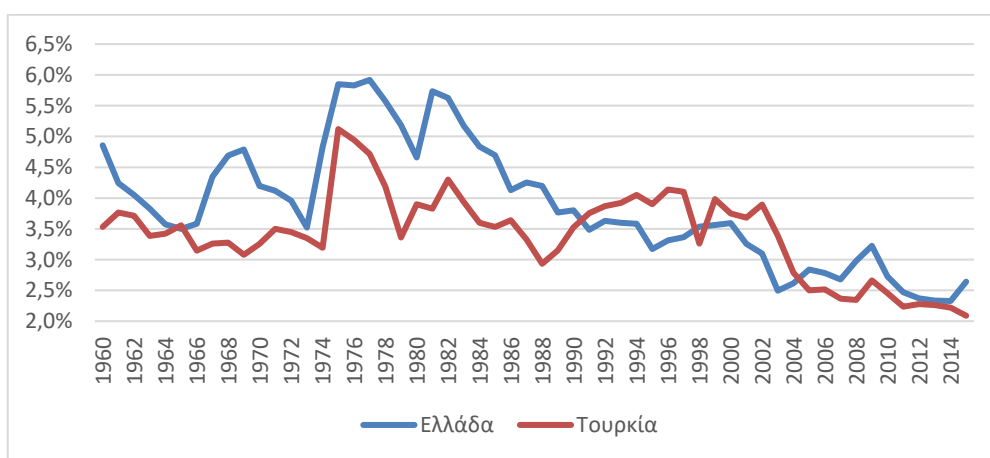
Στην παρούσα ενότητα γίνεται η εξέταση της Μακροχρόνια Ισορροπία των εν λόγω μεγεθών με την χρήση ενός διαχρονικού Παιγνίου⁴⁰⁸. Τα δεδομένα όπως παρουσιάστηκαν και στην ενότητα 4.1.1. επαναλαμβάνονται για την διευκόλυνση του αναγνώστη

Διάγραμμα 4-37. Αμυντικές Δαπάνες Ελλάδας – Τουρκίας, σταθερές τιμές σε δολάρια Η.Π.Α. 2014, 1949-2015



Πηγή: Δρ. Κόλλιας Χρήστος

Διάγραμμα 4-38. Αμυντικές Δαπάνες Ελλάδας – Τουρκίας, ως ποσοστό του Α.Ε.Π., 1960-2014



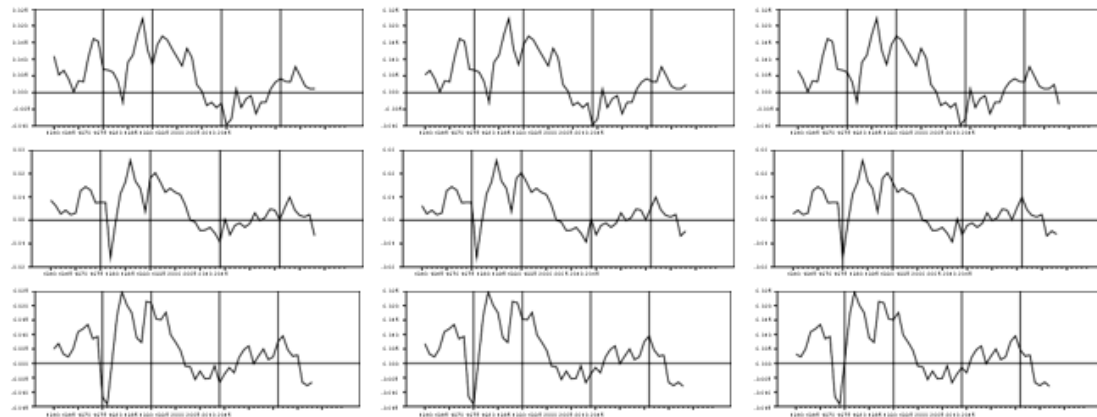
Οι δυο Παίκτες είναι η Ελλάδα και η Τουρκία. Το διακύβευμα είναι η διαχρονική διάφορα του ύψους των ποσοστών του ΑΕΠ τους που δαπανούν για εξοπλιστικές Δαπάνες οι δυο χώρες. Οι επιλεγείσες Στρατηγικές είναι τρεις. Από την διαχρονική λύση αυτού του παιγνίου προκύπτει μια Διαχρονική Ισορροπία. Η γνώση και η ερμηνεία αυτής της Ισορροπίας είναι κατά την γνώμη μας χρήσιμη.

⁴⁰⁸ Η χρήση παιγνίων στην εξέταση των Αμυντικών δαπανών για την περίπτωση Ελλάδος και Τουρκίας έχει επίσης εξεταστεί από τους Smith, Sola και Spragnolo (2000) με την χρήση ενός 2x2 παιγνίου

4.1.5.1. Η ισορροπία όσον αφορά τις Αμυντικές Δαπάνες, προτυπποιείται επαρκώς μέσω ενός παιγνίου;

Η ανάλυση της Μακροχρόνιας Ισορροπίας μεταξύ των δυο Παικτών βασίσθηκε στην διαφορά των ποσοστών των αμυντικών δαπανών στο ΑΕΠ τους (διάγραμμα 4-30). Οι στρατηγικές που επιλέγηκαν είναι τρεις⁴⁰⁹.

Διάγραμμα 4-39. Διαχρονική Εξέλιξη των Συντελεστών των Διαχρονικών Μητρώων του Παιγνίου



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Η διαχρονική εξέλιξη της ισορροπίας του Παιγνίου σε σχέση με τον «Παίκτη» Ελλάδα αποτυπώνεται στο ακόλουθο διάγραμμα

Διάγραμμα 4-40. Διαχρονική Εξέλιξη της Ισορροπίας του Παιγνίου



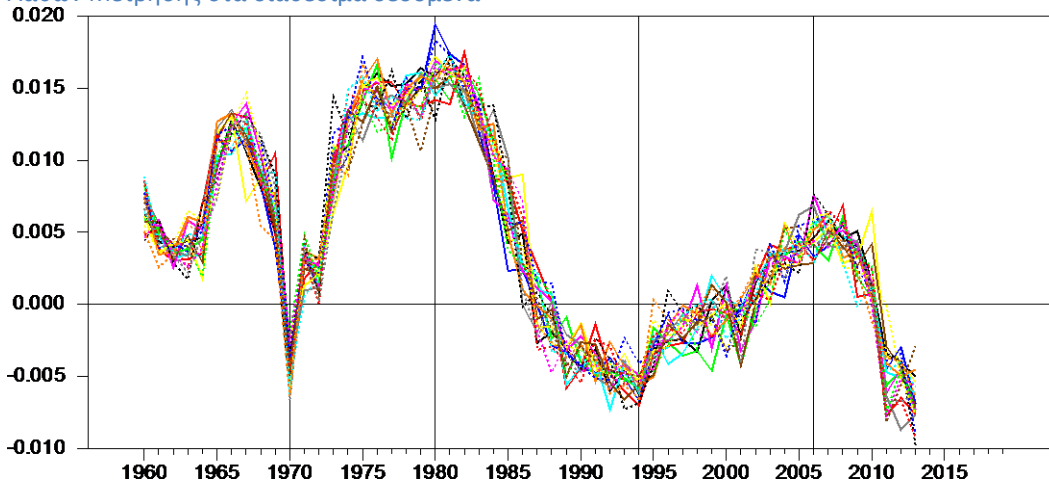
Πηγή: Εκτιμήσεις μας

⁴⁰⁹ Θα μπορούσαν να είναι περισσότερες

4.1.5.2. Εμφανίζονται σφάλματα μέτρησης στα διαθέσιμα δεδομένα;

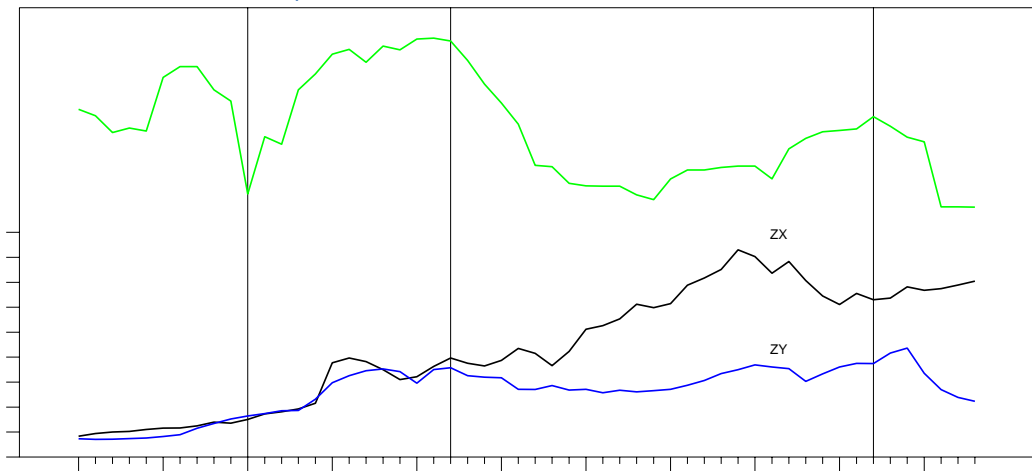
Θεωρώντας ότι εμφανίζονται Σφάλματα Μέτρησης στα διαθέσιμα δεδομένα στο (Χρονο)Διάγραμμα που ακολουθεί παρουσιάζεται η ‘εξομοιωμένη’ διαχρονική ισορροπία του Παίκτη Ελλάδα.

Διάγραμμα 4-41. Εξομοιωμένη διαχρονική ισορροπία του Παίκτη Ελλάδα εξ αιτίας των πιθανών Λαθών Μέτρησης στα διαθέσιμα δεδομένα



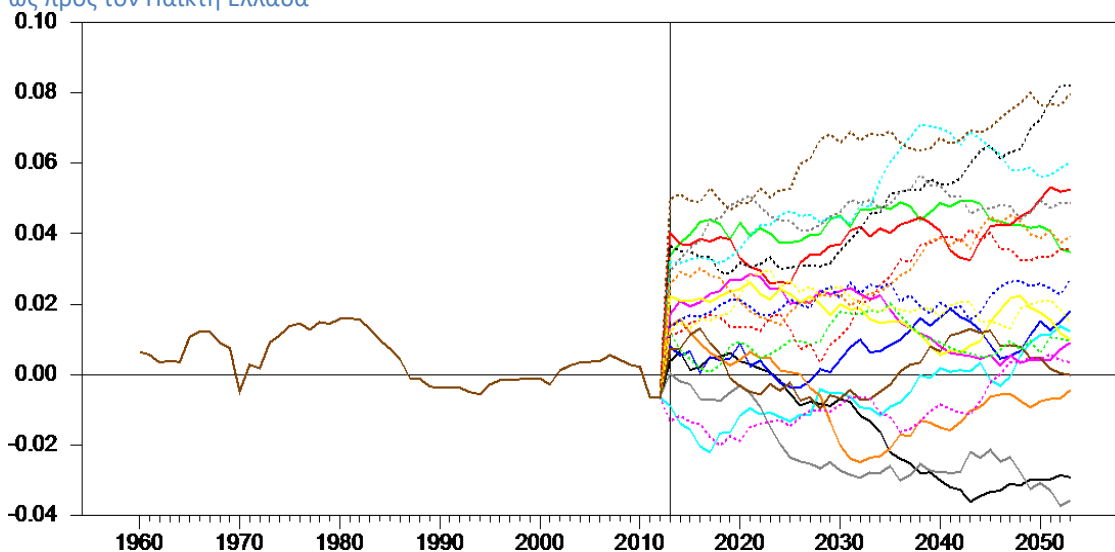
Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Διάγραμμα 4-42. Διαχρονική Σύγκριση της Μακροχρόνιας Ισορροπίας με τα πραγματικά μεγέθη των Δαπανών των δυο Χωρών.



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Διάγραμμα 4-43. Πιθανά σενάρια για την Εξέλιξη της Μακροχρόνιας Ισορροπίας μεταξύ των δυο χωρών ως προς τον Παίκτη Ελλάδα



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

4.1.5.3. Συμπεράσματα

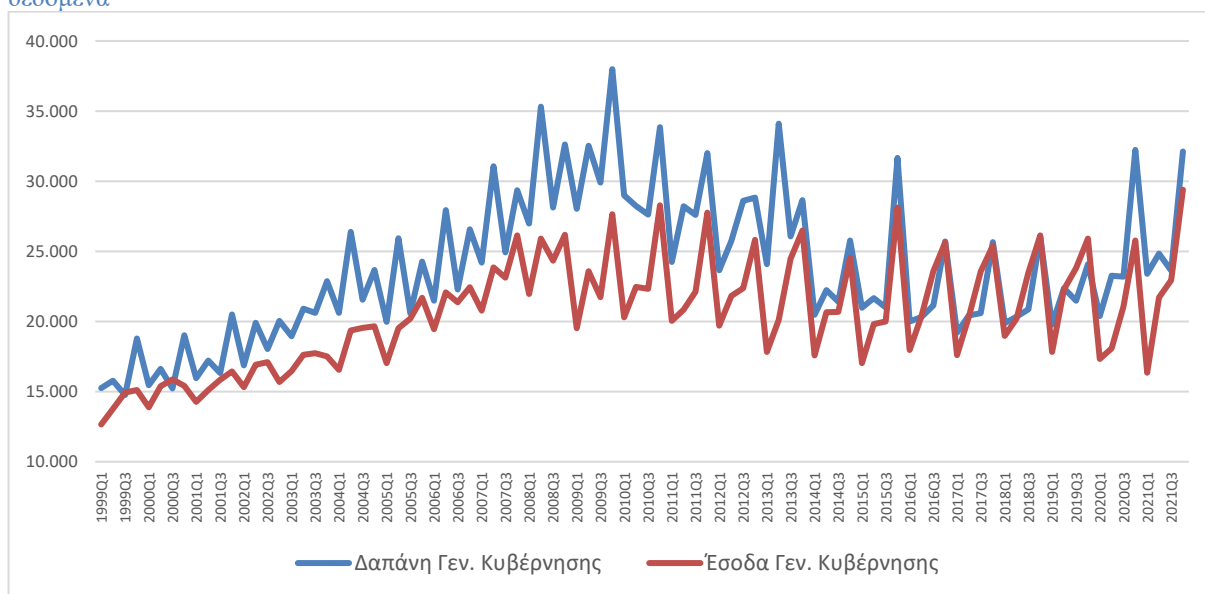
Η δημιουργία συστηματικής πληροφόρησης από την παραπάνω ανάλυση την καθιστά ένα επιπλέον χρήσιμο εργαλείο στην ανάλυση και προβολή των όποιων συν-εξελίξεων μεταξύ των δυο χωρών. Μάλλον οποιαδήποτε ανάλυση των μελλοντικών εξελίξεων για την Ισορροπία των Εξοπλιστικών Δαπανών αλλά και την σχηματοποίηση της οποιαδήποτε πολιτικής μεταξύ των δυο χωρών θα πρέπει να βασισθεί και στην παραπάνω ανάλυση έστω και στο μικρό μέρος που της αναλογεί.

4.2. Σχέση Κρατικών Εσόδων- Κρατικών Εξόδων

4.2.1. Παρουσίαση των δεδομένων

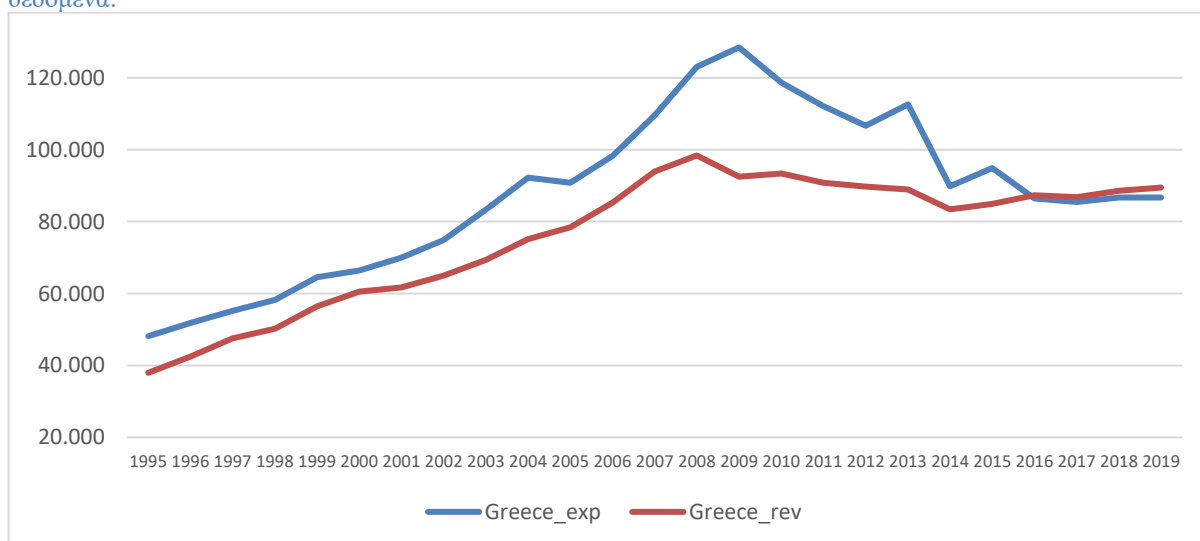
Για την εξέταση της σχέσης θα αξιοποιηθούν δεδομένα της Eurostat⁴¹⁰ σε τριμηνιαίο επίπεδο για την περίοδο 1999-2021. Το σύνολο των δεδομένων παρουσιάζεται στο κάτωθι διάγραμμα ακολουθούμενα από τα ετήσια δεδομένα τα οποία δεν θα αξιοποιηθούν στους υπολογισμούς λόγω του εξαιρετικά μικρού μεγέθους τους πληθυσμού αλλά και διότι η σχέση αιτιότητας στα τριμηνιαία δεδομένα επιτρέπουν την καλύτερη αποτύπωση του μηχανισμού προσαρμογής μεταξύ των μεγεθών.

Διάγραμμα 4-44. Σύνολο Δαπανών και Εσόδων Γενικής Κυβέρνησης για την περίοδο 1999-2021. Τριμηνιαία δεδομένα



Πηγή: Eurostat

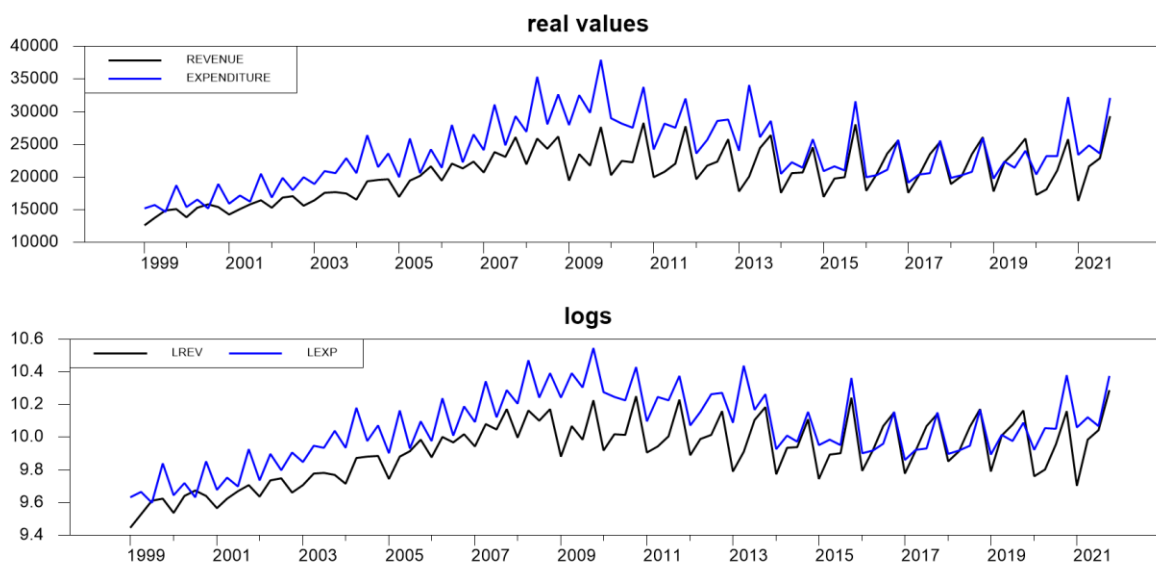
Διάγραμμα 4-45. Σύνολο Δαπανών και Εσόδων Γενικής Κυβέρνησης για την περίοδο 1995-2019. Ετήσια δεδομένα.



⁴¹⁰ gov_10q_ggnfa, unadjusted data, million euro

Το ενδιαφέρον στην ανάλυση των συγκεκριμένων δεδομένων δεν είναι μόνο η στατιστική αποτύπωση της ακολουθούμενης πολιτικής τις περιόδους εξέτασης αλλά και το γεγονός ότι τα συγκεκριμένα μεγέθη περιμένουμε αξιωματικά να εμφανίζουν σχέση Συνολοκλήρωσης αφού Μακροχρόνια απουσία από την ισορροπία σημαίνει παράλληλα την αύξηση του δημόσιου χρέους και τη σταδιακή αδυναμία στην χρηματοδότηση της διατήρησης της ανισορροπίας αυτής. Για τους υπολογισμούς χρησιμοποιήθηκαν τα διαθέσιμα δεδομένα λογαριθμικά μετασχηματισμένα.

Διάγραμμα 4-46. Σύνολο Δαπανών και Εσόδων Γενικής Κυβέρνησης για την περίοδο 1999-2021. Τριμηνιαία μεγέθη, απόλυτα και λογαριθμικοί μετασχηματισμοί.



4.2.2. Προκαταρκτικοί Έλεγχοι

Έλεγχοι Μοναδιαίας Ρίζας

Αποτελέσματα Ελέγχου Dickey – Fuller⁴¹¹

Λογαριθμικός μετασχηματισμών απολύτων μεγεθών σε σταθερές τιμές . Η επιλογή του αριθμού των χρονικών υστερήσεων για τις πρώτες διαφορές στον επαυξημένο έλεγχο Dickey Fuller υποδείχθηκαν από το κριτήριο του Schwarz και εφόσον δε τηρείται η μη αυτοσυσχέτιση στα κατάλοιπα γίνεται επανυπολογισμός με το κριτήριο του Akaike.

⁴¹¹ Οι υπολογισμοί έγιναν στο λογισμικό Rats της Estima

Πίνακας 4-54. Λογάριθμος εσόδων – κριτήριο Akaike – 7 χρονικές υστερήσεις

```

Testing series: LREV          Sample 1999:01 to 2021:04
Autoregressive corrections: 7 lags
Working at 5.0 % significance level
All tests of unit root are one-sided.

Regressions with constant,trend

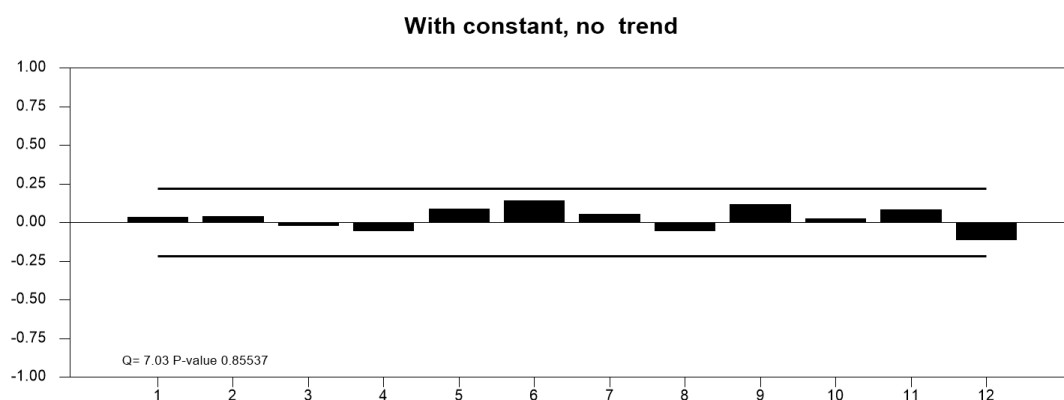
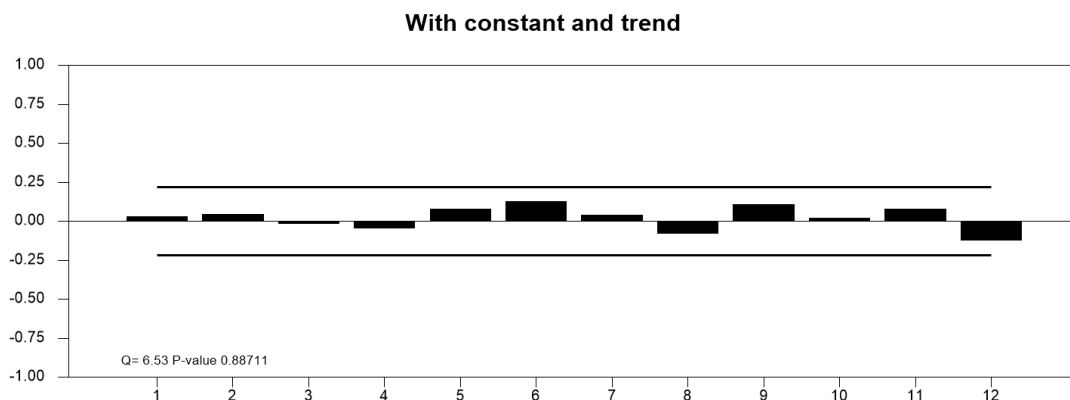
t-tau statistic for rho=1    -1.63908 with critical value    -3.41000
Cannot reject a unit root t-statistic
Next is joint test of trend=0 and root=1
psi3 =          3.98542 with critical value          6.25000
psi3 cannot reject unit root and no linear trend

Regressions with constant,no trend
t-mu statistic for rho=1    -2.68576 with critical value    -2.86000
Cannot reject a unit root with t-mu
Next is joint test of constant=0 and root=1
psil =          5.09303 with critical value          4.59000
psil significant
Testing constant=0 under the unit root
constant=0 test =          1.65773 with normal distribution
Constant insignificant under unit root.

Conclusion: Series contains a unit root with zero drift

```

Διάγραμμα 4-47. Έλεγχος αυτοσυσχέτισης των καταλοίπων της ADF – Λογάριθμος εσόδων



Ο έλεγχος Augmented Dickey Fuller στις πρώτες διαφορές του λογαρίθμου των εσόδων οδηγεί σε άμεση απόρριψη της Μηδενικής υπόθεσης (και άρα η σειρά είναι στάσιμη σε πρώτες διαφορές).

Πίνακας 4-55. Πρώτες διαφορές – Λογάριθμος εσόδων – κριτήριο Akaike – 6 χρονικές υστερήσεις

Dickey-Fuller Unit Root Test, Series DLREV
Regression Run From 2001:01 to 2021:04
Observations 85
With intercept and trend
Using fixed lags 6

Sig Level	Crit Value
1% (**)	-4.06864
5% (*)	-3.46259
10%	-3.15740

T-Statistic -5.11702**

Αντίστοιχα είναι τα αποτελέσματα για τον έλεγχο στασιμότητας στη χρονοσειρά των εξόδων.

Πίνακας 4-56. Λογάριθμος εξόδων – κριτήριο Schwarz – 4 χρονικές υστερήσεις

Testing series: LEXP Sample 1999:01 to 2021:04
Autoregressive corrections: 4 lags
Working at 5.0 % significance level
All tests of unit root are one-sided.

Regressions with constant, trend

t-tau statistic for rho=1 -1.77143 with critical value -3.41000
Cannot reject a unit root t-statistic
Next is joint test of trend=0 and root=1
psi3 = 2.16045 with critical value 6.25000
psi3 cannot reject unit root and no linear trend

Regressions with constant, no trend

t-mu statistic for rho=1 -2.04385 with critical value -2.86000
Cannot reject a unit root with t-mu
Next is joint test of constant=0 and root=1
psi1 = 2.66596 with critical value 4.59000
psi1 cannot reject constant=0 and root=1

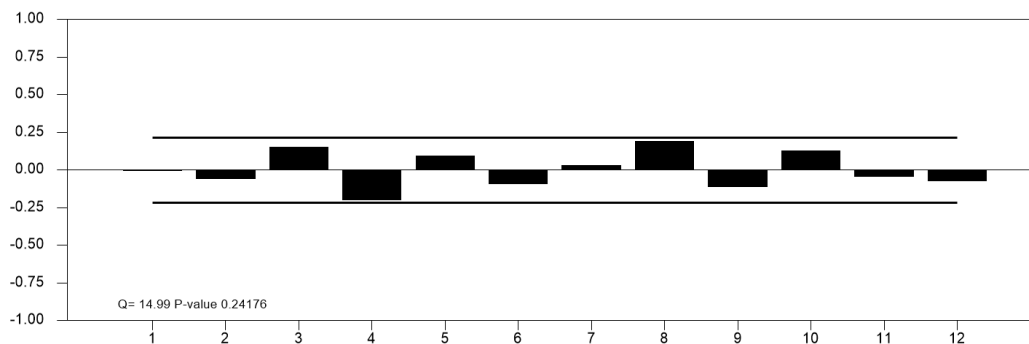
Regressions with no constant, no trend

t-rho statistic for rho=1 1.01822 with critical value -1.95000
Cannot reject a unit root with t-rho

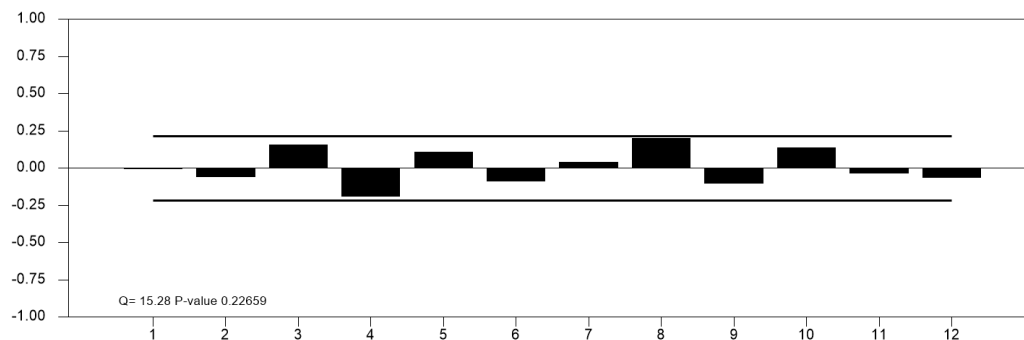
Conclusion: Series contains a unit root with zero drift

Διάγραμμα 4-48. Έλεγχος αυτοσυσχέτισης των καταλοίπων της ADF – Λογάριθμος εξόδων

With constant and trend



With constant, no trend



Πίνακας 4-57. Πρώτες διαφορές – Λογάριθμος εξόδων – κριτήριο Schwarz – 3 χρονικές υστερήσεις

```
Dickey-Fuller Unit Root Test, Series DLEXP
Regression Run From 2000:02 to 2021:04
Observations      88
With intercept and trend
Using fixed lags 3

Sig Level      Crit Value
1% (**)       -4.06485
5% (*)         -3.46080
10%            -3.15636

T-Statistic    -5.25679**
```

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα του ελέγχου ADF οι σειρές χαρακτηρίζονται ως I(1) και άρα επιτυγχάνεται στασιμότητα μετά τη λήψη των πρώτων διαφορών.

Βάσει των παραπάνω οι σειρές Αμυντικών Δαπανών σε απόλυτα μεγέθη είναι I(1).

Αποτελέσματα Ελέγχου KPSS (μηδενική υπόθεση η Στασιμότητα)⁴¹²

Η διαδικασία για τον έλεγχο του KPSS πραγματοποιήθηκε με την χρήση της μεθόδου Bartlett Kernel για εκτίμηση του Spectral Window και το Bandwidth με την διαδικασία Newey-West.

Πίνακας 4-58. Αποτελέσματα ελέγχου KPSS στα μεγέθη Κρατικών Εσόδων και Κρατικών Δαπανών

Υπόδειγμα	1%	5%	10%	Έσοδα	Έξοδα
Με σταθερά και τάση	0.216000	0.146000	0.119000	0.336824**	0.270353**
Πρώτες διαφορές, με σταθερά και τάση	0.216000	0.146000	0.119000	0.067340	0.090104

Ο έλεγχος KPSS επιβεβαιώνει τα αποτελέσματα του ελέγχου ADF σχετικά με τη μη στασιμότητα των χρονοσειρών των λογαρίθμων εσόδων και εξόδων.

Αποτελέσματα Ελέγχου Zivot Andrews (ύπαρξη μίας δομικής αλλαγής)

Πίνακας 4-59. Αποτελέσματα ελέγχου Zivot Andrews στα μεγέθη Κρατικών Εσόδων και Κρατικών Δαπανών

Υπόδειγμα	1%	5%	Έσοδα	Break	Έξοδα	Break
Break στην σταθερά και την τάση	-5.57000	-5.08000	-4.08512	2005:03	-2.60607	2006:01
Break στην τάση	-4.93000	-4.42000	-4.25120	2007:04	-2.63084	2007:02
Break στην σταθερά	-5.34000	-4.80000	-3.14264	2004:01	-4.02135	2013:02

Πάρα ταύτα οι εξεταζόμενες περίοδοι break εμφανίζονται πλησίον της περιόδου της Πάγκοσμιας κρίσης του 2008, κάτι το οποίο ίσως θα πρέπει να ληφθεί υπόψιν κατά την

⁴¹² Οι υπολογισμοί έγιναν στο λογισμικό Eviews της IHS Markit

προτυποποίηση. Ακόμα και με την συμπερίληψη break στην χρονοσειρά δεν οδηγούμαστε σε απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης περί μη στασιμότητας των υπό εξέταση χρονοσειρών.

4.2.3. Έλεγχοι Συνολοκλήρωσης – Γραμμικές και Μη Γραμμικές Μέθοδοι

Έλεγχος Engle – Granger

Το αρχικά εξεταζόμενο υπόδειγμα είναι της μορφής

$$l\exp_t = \alpha + \beta * time + \gamma * lrev_t$$

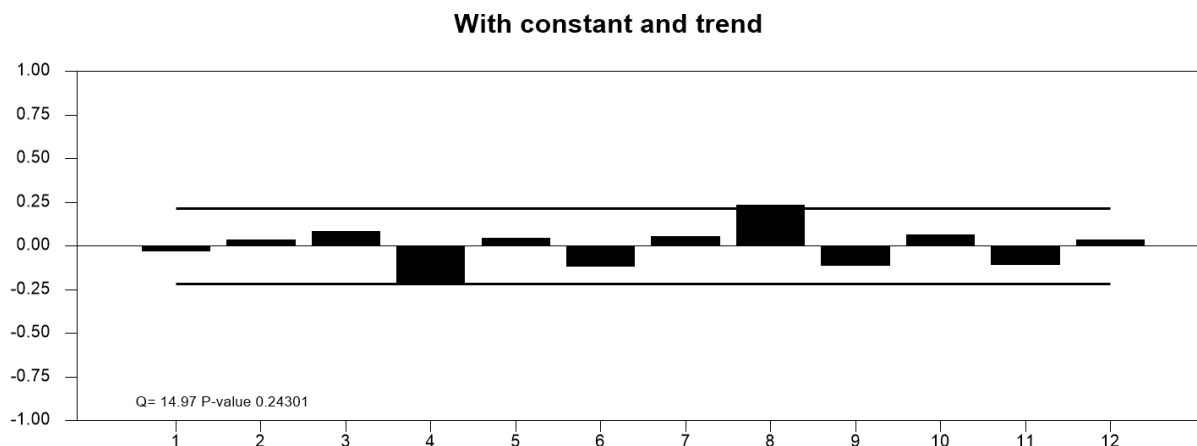
Εξετάζοντας το σύνολο της περιόδου εξέτασης 1999:01-2021:04, με τον έλεγχο των Engle και Granger δεν εντοπίζεται σχέση γραμμικής Συνολοκλήρωσης και συγκεκριμένα:

Πίνακας 4-60. Αποτελέσματα ελέγχου Engle Granger (σταθερά και τάση στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης) για το σύνολο της περιόδου εξέτασης

```
Engle-Granger Cointegration Test
Null is no cointegration (residual has unit root)
Regression Run From 2000:02 to 2021:04
Observations      88
With 4 lags chosen from 10 by BIC/SBC
Constant and linear trend in cointegrating vector
Critical Values from MacKinnon for 2 Variables
```

```
Test Statistic -2.61782
1% (**)        -4.50748
5% (*)         -3.88990
10%           -3.57827
```

Διάγραμμα 4-49. Έλεγχος αυτοσυσχέτισης των κατάλοιπων της ADF – Κατάλοιπα Engle- Granger



Αντίστοιχα δεν εμφανίζεται αυτοσυσχέτιση στα κατάλοιπα της εκτίμησης (επαναλαμβάνοντας την διαδικασία με τη χρήση του κριτηρίου του Maic – Επαυξημένου κριτηρίου του Akaike και τη συμπερίληψη 7 χρονικών υστερήσεων στην ADF τα αποτελέσματα είναι ανάλογα χωρίς την ύπαρξη αυτοσυσχέτισης στα κατάλοιπα).

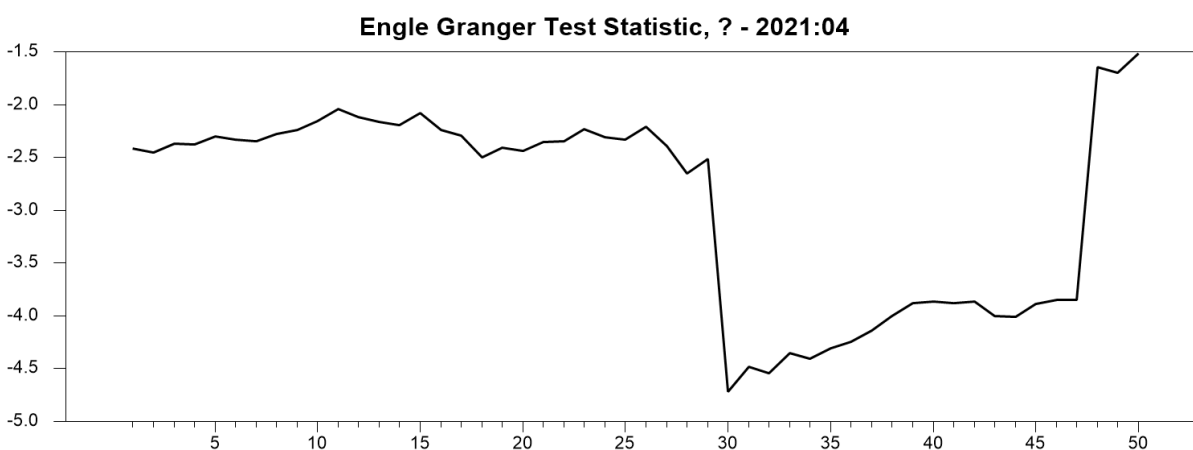
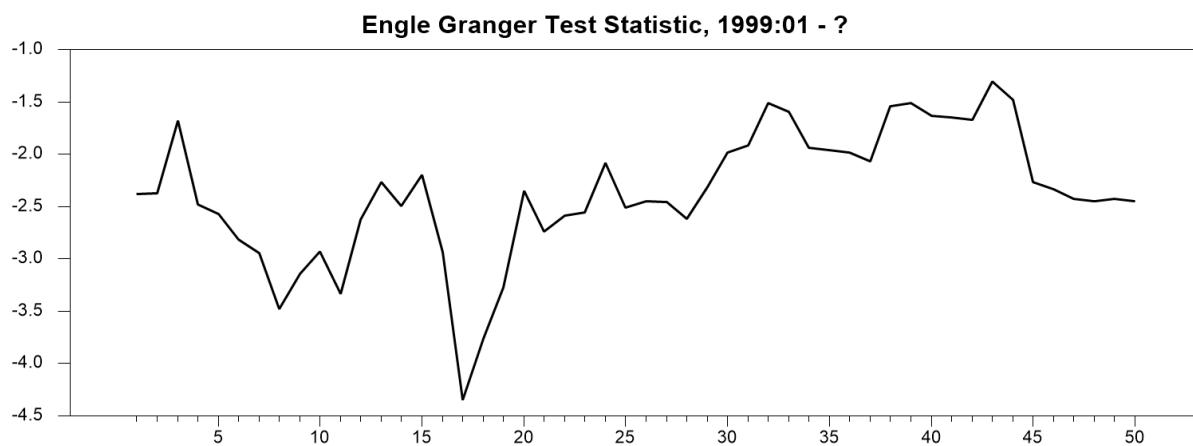
Πάρα ταύτα ο έλεγχος Engle Granger θεωρούμε ότι μπορεί να φανεί χρήσιμος όσον αφορά την εξέταση της συμπεριφοράς του διανύσματος Συνολοκλήρωσης.

Σε αυτό το πλαίσιο προχωρούμε σε δύο εκτιμήσεις και δύο διαγραμματικές απεικονίσεις και συγκεκριμένα:

- Έλεγχο για ύπαρξη EG Συνολοκλήρωσης για την περίοδο 1999:1-2009:2 και αποθήκευση της στατιστικής των Engle Granger. Κατόπιν για την περίοδο 1999:1-2009:3 κοκ έως και την περίοδο 1999:1-2021:03. Προφανώς οι συγκεκριμένες στατιστικές δεν είναι μεταξύ τους άμεσα συγκρίσιμες καθώς αφορούν διαφορετικό αριθμό παρατηρήσεων, αλλά θεωρούμε ότι μπορούν να μας δώσουν κάποια πληροφορία για την ενίσχυση ή μη της σχέσης Συνολοκλήρωσης με την εξέλιξη των χρονοσειρών στο χρόνο.
- Επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία από την περίοδο 2011:03-2021:04, κατόπιν 2011:02-2021:03 κοκ. Αυτό γιατί κίνητρο για την συγκεκριμένη «αντίστροφη» διαδικασία δίνεται από τη διαγραμματική απεικόνιση των μεγεθών και δεδομένου ότι πλέον αναφερόμαστε σε χρονικό διάστημα (το πλέον πρόσφατο) όπου η Ελλάδα ως χώρα δεν έχει την αντίστοιχη ελευθερία κινήσεων όσον αφορά την εύρεση χρηματοδότησης των εξόδων όσο την περίοδο του 1999.

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στα κάτωθι διαγράμματα:

Διάγραμμα 4-50. Διαγραμματική απεικόνιση της παραπάνω επαναληπτικής διαδικασίας⁴¹³



Για την περίοδο 1999:01 έως 2013:02 η στατιστική Engle Granger λαμβάνει τη μικρότερη τιμή της στο πλαίσιο εξέτασης και πράγματι:

⁴¹³ Η εκτίμηση πραγματοποιήθηκε στο λογισμικό Rats της Estima, αριθμός χρονικών υστερήσεων με το κριτήριο του Akaike. Λόγω της αυτοματοποιημένης διαδικασίας και για την εξασφάλιση της κανονικότητας των καταλοίπων της ADF ευνοείται μια μεγαλύτερη ελευθερία στο πλήθος των χρονικών υστερήσεων.

Πίνακας 4-61. Αποτελέσματα ελέγχου Engle Granger (σταθερά και τάση στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης) για την περίοδο 1999:01-2013:02

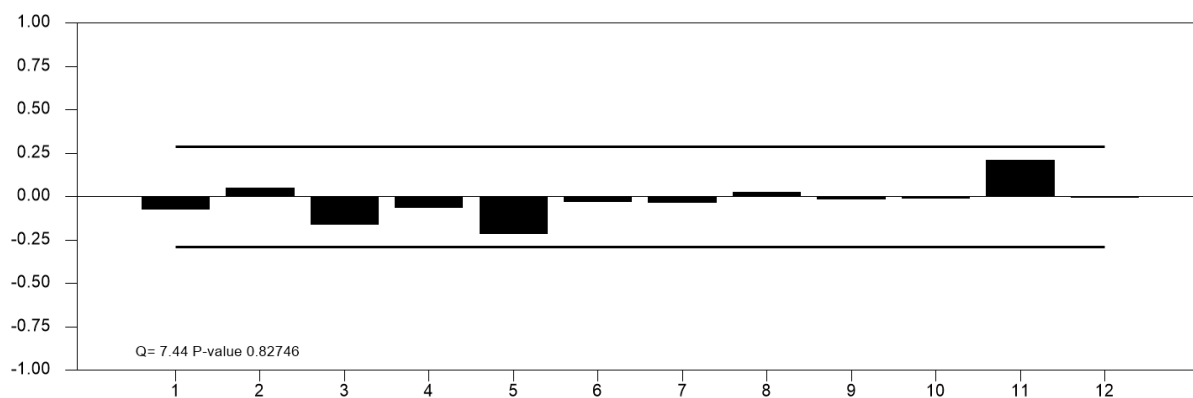
Engle-Granger Cointegration Test
Null is no cointegration (residual has unit root)
Regression Run From 2001:04 to 2013:02
Observations 48
With 10 lags chosen from 20 by AIC
Constant and linear trend in cointegrating vector
Critical Values from MacKinnon for 2 Variables

Test Statistic	-4.34665*
1% (**)	-4.66493
5% (*)	-3.98371
10%	-3.64770

Αντίστοιχα τα κατάλοιπα της ADF δεν εμφανίζουν αυτοσυσχέτιση.

Διάγραμμα 4-51. Διαγραμματικός έλεγχος ύπαρξης αυτοσυσχέτισης – κατάλοιπα της EG για τη περίοδο 1999:01-2013:02

With constant and trend



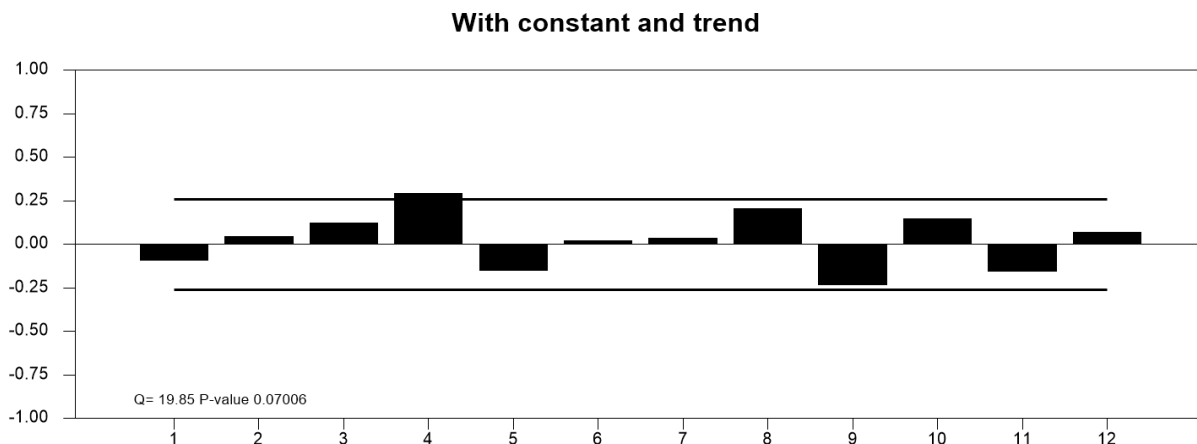
Για την περίοδο 2006:04-2021:04 επαναλαμβάνοντας του ελέγχους τα αποτελέσματα είναι τα κάτωθι:

Πίνακας 4-62. Αποτελέσματα ελέγχου Engle Granger (σταθερά και τάση στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης) για την περίοδο 2006:04-2021:04

Engle-Granger Cointegration Test
Null is no cointegration (residual has unit root)
Regression Run From 2007:01 to 2021:04
Observations 61
With 0 lags chosen from 10 by AIC
Constant and linear trend in cointegrating vector
Critical Values from MacKinnon for 2 Variables

Test Statistic	-4.48338*
1% (**)	-4.59035
5% (*)	-3.93939
10%	-3.61506

Διάγραμμα 4-52. Διαγραμματικός έλεγχος ύπαρξης αυτοσυσχέτισης – κατάλοιπα της EG για τη περίοδο 2006:04-2021:04



Πάρα ταύτα στην 2^η περίπτωση τα κατάλοιπα εμφανίζουν αυτοσυσχέτιση, οδηγώντας σε αμφισβήτηση την χρήση των κριτικών τιμών των Engle Granger.

Περίοδος 1999:01 έως 2013:02

Πίνακας 4-63. Εκτίμηση VECM για τη σχέση Συνολοκλήρωσης την περίοδο 1999:01 2013:02, χρήση 10 χρονικών υστερήσεων

```

VAR/System - Estimation by Cointegrated Least Squares
Quarterly Data From 1999:01 To 2013:02
Usable Observations          48
Skipped/Missing (from 58)    10

Dependent Variable LEXP
Mean of Dependent Variable    0.0142484069
Std Error of Dependent Variable 0.1825233959
Standard Error of Estimate     0.0728130964
Sum of Squared Residuals      0.1537506632
Durbin-Watson Statistic       1.9529

```

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. D_LEXP(1)	0.210321380	0.363979086	0.57784	0.56783277
2. D_LEXP(2)	0.290392691	0.358500058	0.81002	0.42452516
3. D_LEXP(3)	0.354870310	0.331008255	1.07209	0.29252116
4. D_LEXP(4)	0.733443205	0.328950168	2.22965	0.03367679
5. D_LEXP(5)	0.428542114	0.319994060	1.33922	0.19090208
6. D_LEXP(6)	0.458448088	0.329660770	1.39067	0.17490703
7. D_LEXP(7)	0.303310496	0.303407924	0.99968	0.32573477
8. D_LEXP(8)	0.315327932	0.269585919	1.16968	0.25165563
9. D_LEXP(9)	-0.101682418	0.248493905	-0.40919	0.68540322
10. D_LREV(1)	-0.847906848	0.356124014	-2.38093	0.02405517
11. D_LREV(2)	-0.911555871	0.388906803	-2.34389	0.02614617
12. D_LREV(3)	-0.756189784	0.413123654	-1.83042	0.07748261
13. D_LREV(4)	-0.365430506	0.406474635	-0.89902	0.37604432
14. D_LREV(5)	-0.131475297	0.424780022	-0.30951	0.75914376
15. D_LREV(6)	-0.003713636	0.423326930	-0.00877	0.99306072
16. D_LREV(7)	0.216314735	0.356505356	0.60676	0.54872857
17. D_LREV(8)	0.056878403	0.319348663	0.17811	0.85987687
18. D_LREV(9)	0.066975277	0.300231212	0.22308	0.82503791
19. ECI{1}	0.892623112	0.395919623	2.25456	0.03188543

```

Dependent Variable LREV
Mean of Dependent Variable    0.0059716422
Std Error of Dependent Variable 0.1507532660
Standard Error of Estimate     0.0607711148
Sum of Squared Residuals      0.1071007234
Durbin-Watson Statistic       1.9195

```

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. D_LEXP(1)	-0.217013599	0.303783467	-0.71437	0.48070991
2. D_LEXP(2)	-0.357704879	0.299210571	-1.19550	0.24157817
3. D_LEXP(3)	-0.224718479	0.276265420	-0.81342	0.42260855
4. D_LEXP(4)	-0.086085509	0.274547704	-0.31355	0.75610412
5. D_LEXP(5)	-0.195774795	0.267072776	-0.73304	0.46941895
6. D_LEXP(6)	-0.098043349	0.275140785	-0.35634	0.72416634
7. D_LEXP(7)	-0.249185819	0.253229689	-0.98403	0.33323946
8. D_LEXP(8)	-0.336919183	0.225001238	-1.49741	0.14509276
9. D_LEXP(9)	-0.351641742	0.207397465	-1.69550	0.10069366
10. D_LREV(1)	-0.147564168	0.297227483	-0.49647	0.62330616
11. D_LREV(2)	-0.018525523	0.324588652	-0.05707	0.95487781
12. D_LREV(3)	-0.073135150	0.344800403	-0.21211	0.83350604
13. D_LREV(4)	0.682443129	0.339251013	2.01162	0.05363455
14. D_LREV(5)	0.405522164	0.354529017	1.14383	0.26204692
15. D_LREV(6)	0.406926869	0.353162440	1.15174	0.25893677
16. D_LREV(7)	0.456397309	0.297545758	1.53387	0.13589956
17. D_LREV(8)	0.552318589	0.266534116	2.07222	0.04724009
18. D_LREV(9)	0.356176163	0.250578349	1.42142	0.16586114
19. ECI{1}	-0.400562084	0.330441611	-1.21220	0.23521880

Από τα παραπάνω αποτελέσματα για την περίοδο εξέτασης 1999:01-2013:02 η μεταβλητή των εξόδων φαίνεται να προσαρμόζεται στην ισορροπία ενώ η προσαρμογή της μεταβλητής των εσόδων υπολογίζεται ως αμελητέα (μη στατιστικά σημαντική). Το συγκεκριμένο προκύπτει και από τις συναρτήσεις αιφνίδιων αντιδράσεων.

Έλεγχος Johansen -Juselius

Εκτιμούμε με την μεθοδολογία των Johansen-Juselius για την ίδια περίοδο το VAR υπόδειγμα για τον έλεγχο ύπαρξης Συνολοκλήρωσης με τη χρήση της Trace Statistic. Για την αρχική εξειδίκευση του υποδείγματος χρησιμοποιούμε 10 χρονικές υστερήσεις.

Πίνακας 4-64. Έλεγχος πλήθους διανυσμάτων συνολοκλήρωσης με την Trace Statistic

```
Cannot compute Bartlett Small Sample Correction
due to the number of lags in use.
Uncorrected values will be used instead.

I (1) -ANALYSIS
p-r r Eig.Value Trace Trace* Frac95 P-Value P-Value*
  2  0   0.329 25.819 25.819 25.731   0.049   0.049
  1  1   0.130  6.680  6.680 12.448   0.390   0.390
```

Κατόπιν πραγματοποιούμε και εξομοίωση κριτικών τιμών μέσω του λογισμικού CATS προς επιβεβαίωση των παραπάνω αποτελεσμάτων.

Πίνακας 4-65. Έλεγχος πλήθους διανυσμάτων συνολοκλήρωσης με την Trace Statistic – Simulated Critical Values

```
SIMULATION OF THE ASYMPTOTIC TRACE TEST DISTRIBUTION

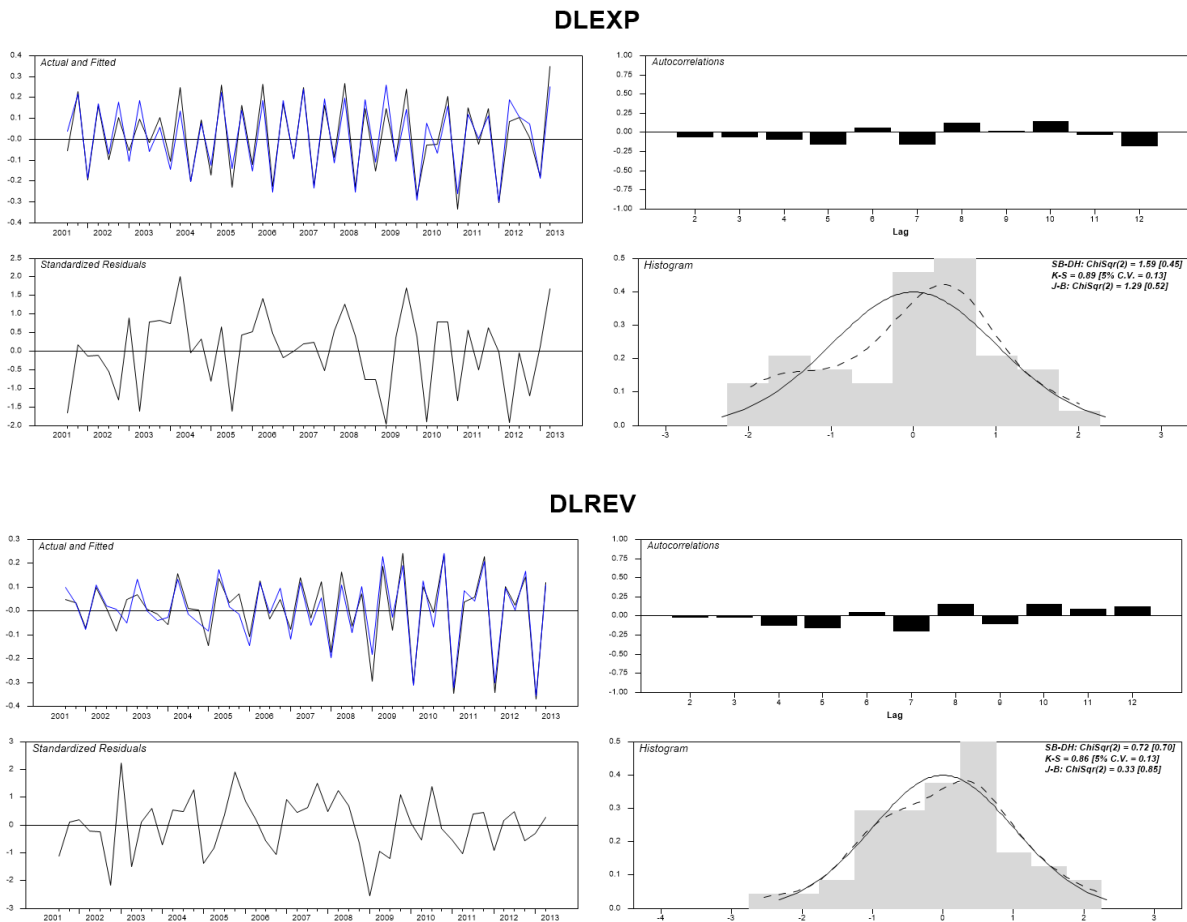
Deterministic specification : Restricted Linear Trend (CIDRIFT)
Number of Replications (N) : 2500
Length of Random Walks (T) : 400

Quantiles of the Simulated Rank Test Distribution
p-r r Mean S.E. 50% 75% 80% 85 90% 95%
  2  0 16.208 4.950 15.682 19.030 20.146 21.288 22.834 25.040
  1  1  6.203 3.215  5.525  7.794  8.554  9.351 10.492 12.376

I (1) -ANALYSIS
p-r r Eig.Value Trace Trace* Frac95 P-Value P-Value*
  2  0   0.329 25.819 25.819 25.040   0.040   0.040
  1  1   0.130  6.680  6.680 12.376   0.375   0.375
```

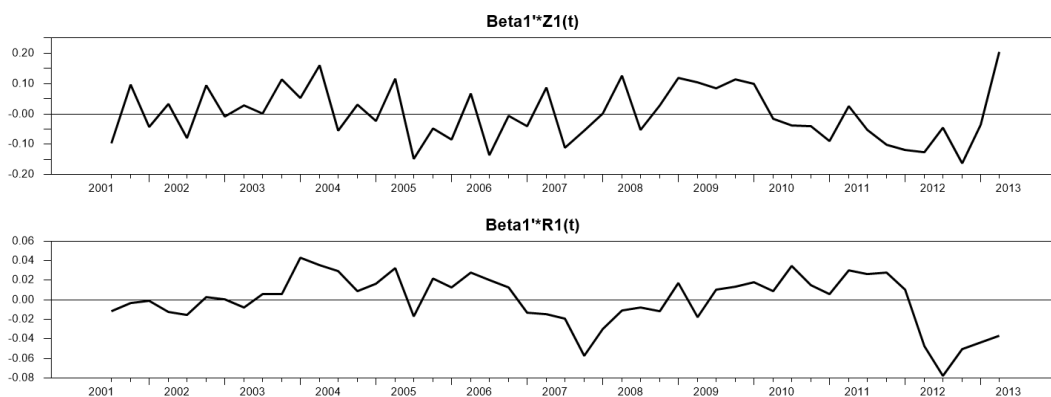
Από την εξέταση των καταλοίπων τόσο για τη πρώτη διαφορά του λογαρίθμου των Εξόδων όσο και των Εσόδων προκύπτει ότι δεν εμφανίζονται σημαντικές αυτοσυσχετίσεις ενώ τα κατάλοιπα εμφανίζονται κανονικά (έλεγχος Jarque Bera, έλεγχος Kolmogorov-Smirnov).

Διάγραμμα 4-53. Αποτύπωση των καταλοίπων για τις μεταβλητές Dlexp και Dlrev



Η σχέση συνολοκλήρωσης αποτυπώνεται στο κάτωθι διάγραμμα:

Διάγραμμα 4-54. Αποτύπωση της σχέσης Συνολοκλήρωσης⁴¹⁴



Λαμβάνοντας την εκτίμηση του υποδείγματος επαναλαμβάνονται τα συμπεράσματα της μεθόδου Engle Granger με τα έσοδα να μη προσαρμόζονται στις μεταβολές από την ισορροπία.

⁴¹⁴ Πραγματοποιήθηκαν επίσης έλεγχοι για ασθενή εξωγένεια, σημαντικότητας των μεταβλητών του διανύσματος συνολοκλήρωσης όπως και της τάσης όπως και έλεγχοι για τη σταθερότητα των παραμέτρων. Τα αποτελέσματα των ελέγχων αυτών δεν παρουσιάζονται για οικονομία χώρου.

Πίνακας 4-66. Εκτίμηση υποδείγματος με SUR

```

Linear Systems - Estimation by Seemingly Unrelated Regressions
Iterations Taken                2
Quarterly Data From 1999:01 To 2013:02
Usable Observations            49
Skipped/Missing (from 58)      9
Log Likelihood                  156.2400

Dependent Variable DLEXP
Mean of Dependent Variable     0.0154838100
Std Error of Dependent Variable 0.1808249469
Standard Error of Estimate      0.0575354764
Sum of Squared Residuals       0.1622062211
Durbin-Watson Statistic        1.8569

*****
Variable                Coeff      Std Error   T-Stat      Signif
*****
1.  Constant              1.390633824  0.390558763   3.56063    0.00036997
2.  ECT1                  -1.000000177  0.282770117  -3.53644    0.00040556
3.  DLEXP{1}              0.282758620  0.268734153   1.05219    0.29271370
4.  DLEXP{2}              0.336257758  0.255544088   1.31595    0.18822430
5.  DLEXP{3}              0.429568904  0.238721170   1.79946    0.07194614
6.  DLEXP{4}              0.812800767  0.229482742   3.54198    0.00039728
7.  DLEXP{5}              0.472361576  0.260469125   1.81350    0.06975425
8.  DLEXP{6}              0.521153510  0.240718333   2.16499    0.03038822
9.  DLEXP{7}              0.377364769  0.215764324   1.74897    0.08025665
10. DLEXP{8}              0.406941289  0.177893532   2.28756    0.02216343
11. DLREV{1}             -0.960323050  0.275814397  -3.48177    0.00049811
12. DLREV{2}             -0.991601006  0.285959547  -3.46763    0.00052508
13. DLREV{3}             -0.879233523  0.287108275  -3.06238    0.00219587
14. DLREV{4}             -0.484927975  0.308052996  -1.57417    0.11544801
15. DLREV{5}             -0.248936499  0.318982035  -0.78041    0.43515008
16. DLREV{6}             -0.152629581  0.283081012  -0.53917    0.59977006
17. DLREV{7}             0.076806743  0.251055308   0.30594    0.75965372
18. DLREV{8}             -0.051276547  0.210228447  -0.24391    0.80730153

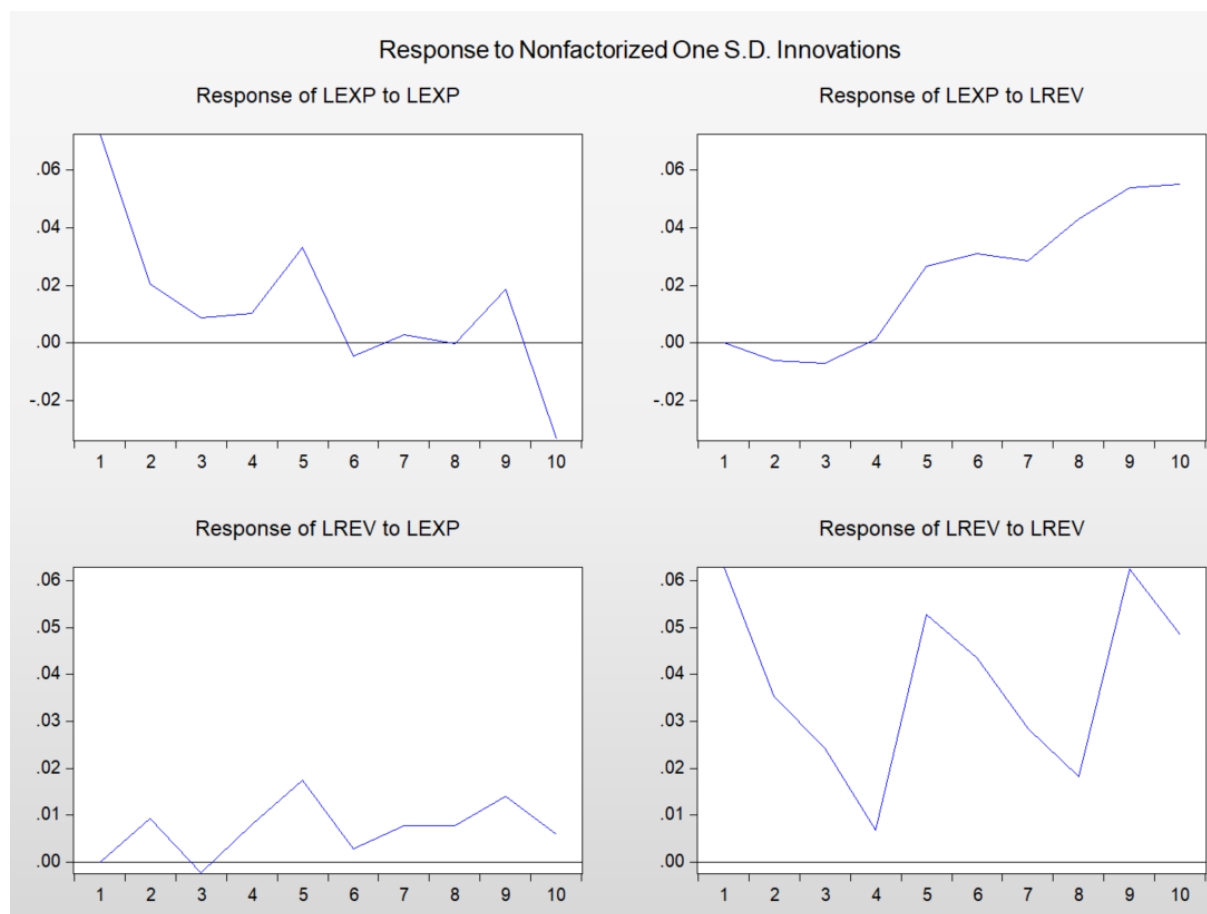
Dependent Variable DLREV
Mean of Dependent Variable     0.0069960140
Std Error of Dependent Variable 0.1493468949
Standard Error of Estimate      0.0498864369
Sum of Squared Residuals       0.1219441726
Durbin-Watson Statistic        2.0302

*****
Variable                Coeff      Std Error   T-Stat      Signif
*****
19. Constant             -0.212183671  0.338636049  -0.62658    0.53093246
20. ECT2                  -0.999998592  1.560253967  -0.64092    0.52157440
21. DLEXP{1}             -0.027879055  0.233007361  -0.11965    0.90476135
22. DLEXP{2}             -0.167345707  0.221570841  -0.75527    0.45008727
23. DLEXP{3}             -0.026404683  0.206984439  -0.12757    0.89849050
24. DLEXP{4}             0.133626840  0.198974210   0.67158    0.50185195
25. DLEXP{5}             -0.185110187  0.225841120  -0.81965    0.41241689
26. DLEXP{6}             0.071834276  0.208716093   0.34417    0.73071679
27. DLEXP{7}             -0.055000253  0.187079589  -0.29399    0.76876259
28. DLEXP{8}             -0.134413856  0.154243522  -0.87144    0.38351437
29. DLREV{1}             -0.301827489  0.239146335  -1.26210    0.20691145
30. DLREV{2}             -0.218365642  0.247942740  -0.88071    0.37847482
31. DLREV{3}             -0.371544558  0.248938751  -1.49251    0.13556446
32. DLREV{4}             0.457610385  0.267098983   1.71326    0.08666445
33. DLREV{5}             0.238602071  0.276575066   0.86270    0.38830092
34. DLREV{6}             0.031493817  0.245446888   0.12831    0.89790195
35. DLREV{7}             0.183545528  0.217678932   0.84319    0.39911984
36. DLREV{8}             0.266075055  0.182279682   1.45971    0.14437043

```

Το οποίο προκύπτει και από τη συνάρτηση αιφνίδιων αντιδράσεων στο διάγραμμα το οποίο ακολουθεί:

Διάγραμμα 4-55. Συναρτήσεις αφινιδίων αντιδράσεων⁴¹⁵



Περίοδος 2006:04-2021:04

Ξεκινώντας από το υπόδειγμα

$l_{exp}_t = \alpha + \beta * time + \gamma * l_{rev}_t$ ελέγχεται κατά πόσο είναι σημαντική η συμπερίληψη της παραμέτρου β (τάσης). Από τον έλεγχο προκύπτει ότι μπορεί να αφαιρεθεί η τάση από το διάνυσμα συνολοκλήρωσης.

Πίνακας 4-67. Υποβολή περιορισμών στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης

```
TEST OF RESTRICTED MODEL:   CHISQR(1) = 1.097 [0.295]

RE-NORMALIZATION OF THE EIGENVECTORS:

THE EIGENVECTOR(s) (transposed)
      LEXP   LREV  TREND
Beta(1) -19.850 55.784 0.000
```

Κατόπιν προχωράμε στον επανέλεγχο με το ίδιο πιθανό διάνυσμα Συνολοκλήρωσης και την απαλοιφή της εποχικότητας των δεδομένων, άρα και λόγω του ότι τα δεδομένα είναι

⁴¹⁵ Πραγματοποιήθηκαν με το λογισμικό E-views

τριμηνιαία προχωρούμε και στη συμπερίληψη τριών Dummy variable, μιας για κάθε τρίμηνο για τα τρίμηνα 2,3 και 4.

Από τη διαδικασία του ελέγχου των αριθμών των χρονικών υστερήσεων του VECM προκρίνονται 6 χρονικές υστερήσεις. Τόσο από τον έλεγχο με την trace στατιστική όσο και με την εξομοίωση εύρεσης κριτικών τιμών για το υπόδειγμα γίνεται αποδεκτή η υπόθεση για ύπαρξη μιας σχέσης Συνολοκλήρωσης της μορφής $l\exp_t = \alpha + \beta * time + \gamma * lrev_t$

Πίνακας 4-68. Έλεγχος Johansen-Juselius, Trace statistic, περίοδος 2006:4-2021:04, σταθερά ως όρος του VECM όχι όμως εντός του διανύσματος Συνολοκλήρωσης

```
I(1)-ANALYSIS
p-r r Eig.Value Trace Trace* Frac95 P-Value P-Value*
 2 0 0.298 24.527 24.527 25.731 0.071 0.071
 1 1 0.088 5.079 5.079 12.448 0.592 0.592
```

SIMULATION OF THE ASYMPTOTIC TRACE TEST DISTRIBUTION

Deterministic specification : Restricted Linear Trend (CIDRIFT)
Number of Replications (N) : 2500
Length of Random Walks (T) : 400

```
Quantiles of the Simulated Rank Test Distribution
p-r r Mean S.E. 50% 75% 80% 85 90% 95%
 2 0 16.470 5.228 15.802 19.649 20.661 21.849 23.568 26.207
 1 1 6.097 3.168 5.467 7.832 8.513 9.297 10.188 11.783
```

```
I(1)-ANALYSIS
p-r r Eig.Value Trace Trace* Frac95 P-Value P-Value*
 2 0 0.298 24.527 24.527 26.207 0.074 0.074
 1 1 0.088 5.079 5.079 11.783 0.565 0.565
```

Παράλληλα γίνεται αποδεκτή η μηδενική υπόθεση για την απουσία τάσης από το διάνυσμα Συνολοκλήρωσης:

TEST OF RESTRICTED MODEL: CHISQR(1) = 0.301 [0.583]

RE-NORMALIZATION OF THE EIGENVECTORS:

THE EIGENVECTOR(s) (transposed)
LEXP LREV TREND
Beta(1) -9.118 33.918 0.000

Ακολουθώντας τη διαδικασία εξειδίκευσης καταλήγουμε στην VECM χωρίς σταθερά και τάση (ούτε στα επίπεδα ούτε στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης) και άρα η σχέση Συνολοκλήρωσης εμφανίζεται στην εξής μορφή:

$$l\exp_t = \gamma * lrev_t$$

Πίνακας 4-69. Έλεγχος Johansen-Juselius, Trace statistic, περίοδος 2006:4-2021:04, χωρίς σταθερά και τάση

```
I(1)-ANALYSIS
p-r r Eig.Value Trace Trace* Frac95 P-Value P-Value*
 2 0 0.238 15.914 15.914 12.282 0.011 0.011
 1 1 0.039 2.043 2.043 4.071 0.179 0.179
```


Πίνακας 4-69. Έλεγχος Johansen-Juselius, Trace statistic, περίοδος 2006:4-2021:04, χωρίς σταθερά και τάση

SIMULATION OF THE ASYMPTOTIC TRACE TEST DISTRIBUTION

Deterministic specification : No Deterministics (NONE)
Number of Replications (N) : 2500
Length of Random Walks (T) : 400

Quantiles of the Simulated Rank Test Distribution

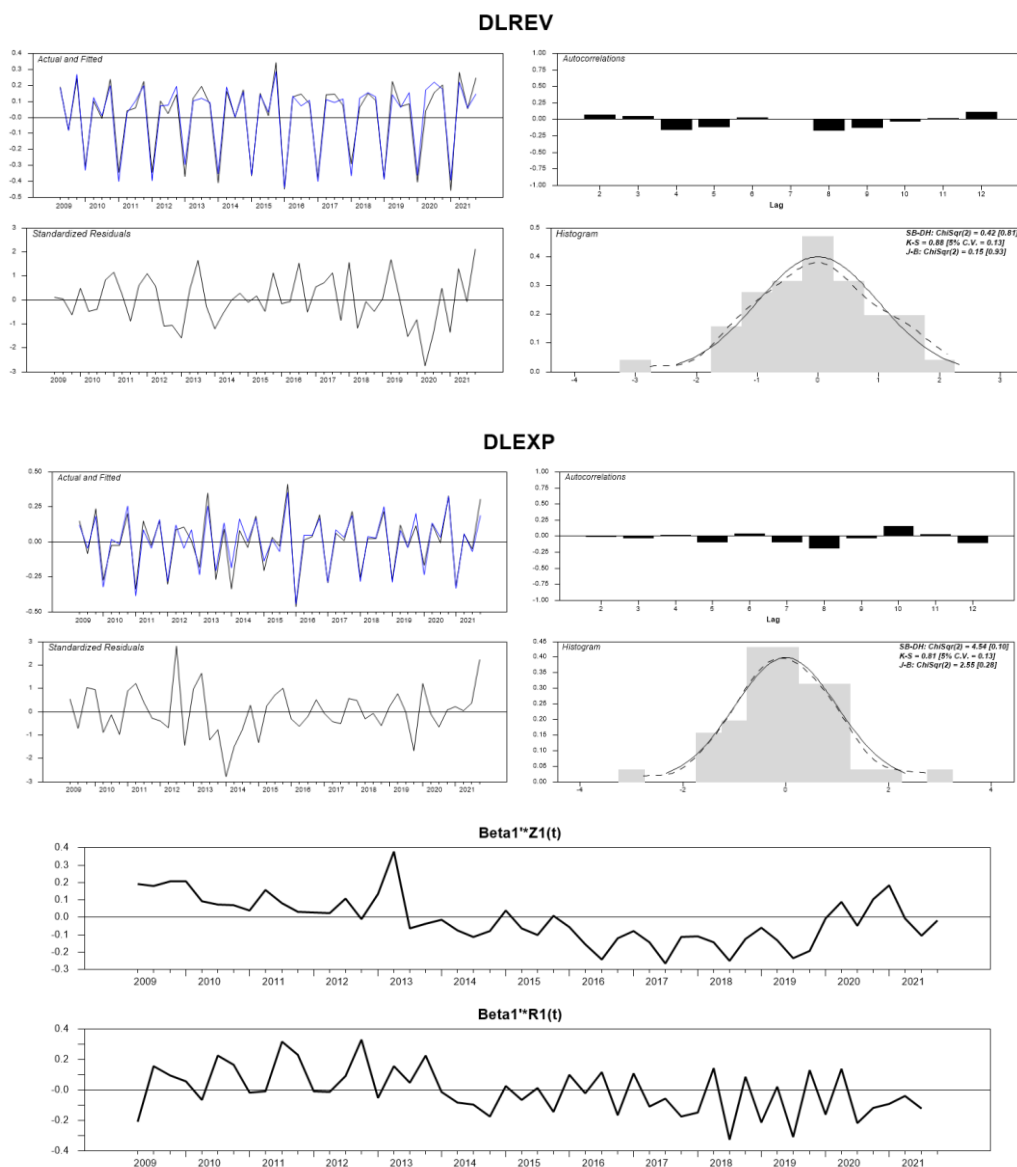
p-r	r	Mean	S.E.	50%	75%	80%	85	90%	95%
2	0	6.187	3.275	5.635	7.982	8.657	9.417	10.528	12.467
1	1	1.202	1.567	0.638	1.636	2.010	2.459	3.187	4.448

I(1)-ANALYSIS

p-r	r	Eig.Value	Trace	Trace*	Frac95	P-Value	P-Value*
2	0	0.238	15.914	15.914	12.467	0.011	0.011
1	1	0.039	2.043	2.043	4.448	0.193	0.193

Η σχέση Συνολοκλήρωσης και η συμπεριφορά των καταλοίπων εμφανίζονται στο παρακάτω διάγραμμα

Διάγραμμα 4-56. Κατάλοιπα VECM – Σχέση Συνολοκλήρωσης



Και σε αυτή τη περίπτωση η προσαρμογή στην ισορροπία πραγματοποιείται μόνο από τις Κρατικές Δαπάνες, ενώ δεν εμφανίζεται προσαρμογή από τα Κρατικά έσοδα προς την ισορροπία. Προς οικονομία χώρου στο παρακάτω πίνακα εμφανίζεται μέρος των υπολογισμών.

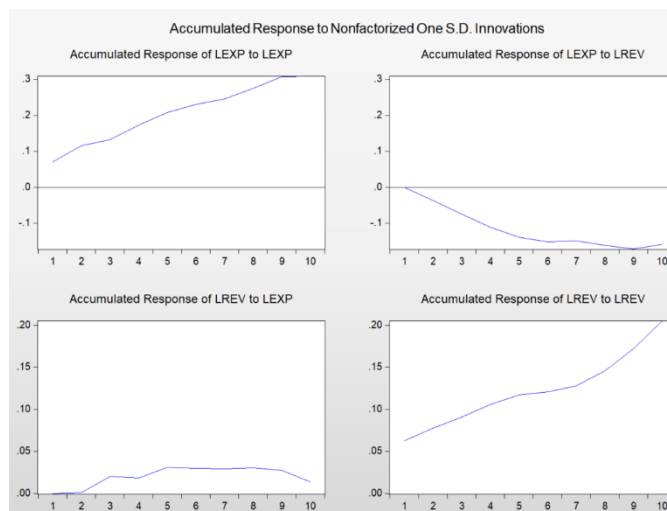
Πίνακας 4-70. VECM 2006:4-2021:04, χωρίς σταθερά και τάση⁴¹⁶

Sample (adjusted): 2009Q2 2021Q4
Included observations: 51 after adjustments
Standard errors in () & t-statistics in []

Cointegrating Eq:	CointEq1	
LEXP(-1)	1.000000	
LREV(-1)	-0.880406 (0.05327) [-16.5285]	
Error Correction:	D(LEXP)	D(LREV)
CointEq1	-0.190481 (0.06428) [-2.96315]	-0.059317 (0.05682) [-1.04401]
D(LEXP(-1))	-0.177945 (0.19143) [-0.92955]	0.074872 (0.16920) [0.44252]
D(LEXP(-2))	-0.323594 (0.19098) [-1.69441]	0.333202 (0.16879) [1.97401]
D(LEXP(-3))	0.346155 (0.21503) [1.60979]	0.072689 (0.19006) [0.38246]
D(LEXP(-4))	0.109355 (0.17511) [0.62448]	0.293941 (0.15477) [1.89917]

Πράγματι το διάνυσμα Συνολοκλήρωσης στη σχέση $D(Lrev)$ εμφανίζει λανθασμένο πρόσημο ενώ παράλληλα δεν είναι στατιστικά σημαντικό (εξετάζοντας την τιμή της t-statistic). Στο διπλανό διάγραμμα εμφανίζονται και οι αθροιστικοποιημένες αντιδράσεις (accumulated responses) για την αντίδραση των μεγεθών σε ένα σοκ (μεγέθους μίας τυπικής απόκλισης).

Διάγραμμα 4-57. Αθροιστικές συναρτήσεις αιφνιδίων αντιδράσεων



⁴¹⁶ Υπολογισμοί στο λογισμικό Eviews της Estima

Έλεγχος Gregory - Hansen

Πλήρης περίοδος εξέτασης

Στις προηγούμενες υποπεριόδους εντοπίσαμε δύο διαφορετικά διανύσματα Συνολοκλήρωσης και συγκεκριμένα:

$$lexp_t = \alpha + \beta * time + \gamma * lrev_t$$

και

$$lexp_t = \gamma * lrev_t$$

Για το σύνολο της περιόδου εξέτασης έχει ενδιαφέρον να αποτυπωθεί αν η παραπάνω πληροφορία μπορεί να ενσωματωθεί για να καλύψει το σύνολο της περιόδου, ήτοι ύπαρξη break στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης.

Η μέθοδος των Gregory Hansen παρότι εντοπίζει break στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης δεν οδηγεί στην απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης (μη συνολοκλήρωση). Αυτό τόσο στα επίπεδα των δεδομένων (παρουσία εποχικότητας) όσο και στις μετασηματισμένες χωρίς εποχικότητα χρονοσειρές⁴¹⁷.

Διάγραμμα 4-58. Ενδεικτικά αποτελέσματα ελέγχων Gregory Hansen

```
Gregory-Hansen Cointegration Test
Null is no cointegration (residual has unit root)
Regression Run From 2000:04 to 2021:04
Observations      85
Break in Intercept. No Trend.
Using fixed lags 6

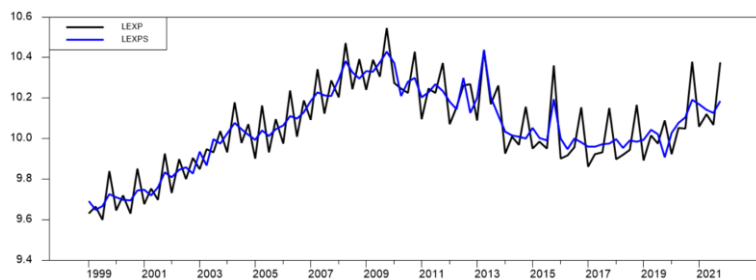
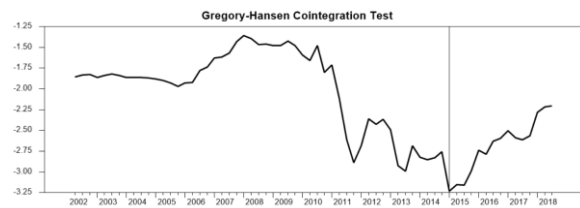
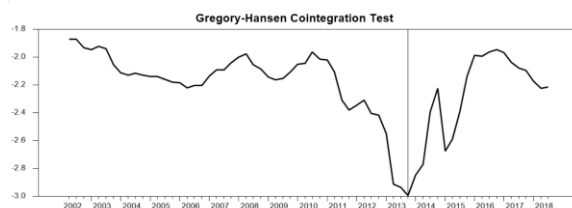
Variables
LEXPS
LREVS

Minimum T-Statistic  -2.600
Achieved At          2013:04
1% Critical Value    -5.130
5% Critical Value    -4.610
10% Critical Value   -4.340
```

```
Gregory-Hansen Cointegration Test
Null is no cointegration (residual has unit root)
Regression Run From 2000:04 to 2021:04
Observations      85
Full Structural Break. Trend Included.
Using fixed lags 6

Variables
LEXPS
LREVS

Minimum T-Statistic  -3.234
Achieved At          2015:01
1% Critical Value    -6.020
5% Critical Value    -5.500
10% Critical Value   -5.240
```



⁴¹⁷ Η διαδικασία εποχικής προσαρμογής έγινε με τη χρήση της μεθόδου X11 όπως αποτυπώνεται στο πρόγραμμα Rats της Estima. Η αποφυγή ελέγχου με χρήση των Dumitry μεταβλητών δε πραγματοποιήθηκε καθώς θέτει υπό αμφισβήτηση την αξιοπιστία των παρεχόμενων από τον έλεγχο κριτικών τιμών.

Έλεγχοι Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης

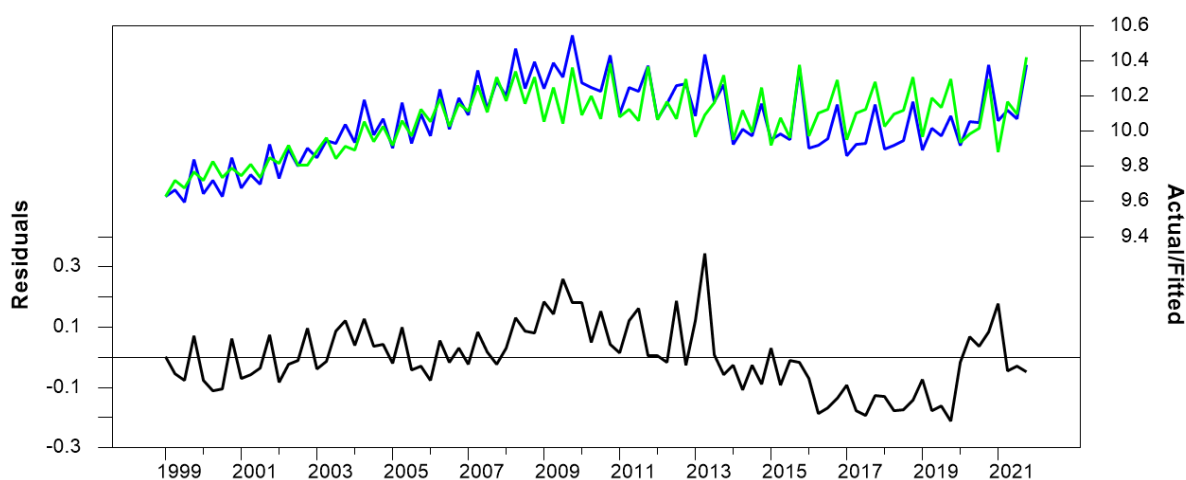
Έλεγχος Enders Siklos

Για το σύνολο της περιόδου εξέτασης εκτιμάται ως διάνυσμα Συνολοκλήρωσης η κάτωθι σχέση:

$l\exp_t = \gamma * lrev_t$ στην οποία εκτίμηση αξιοποιούμε και ως εξωγενείς μεταβλητές τις Dummy μεταβλητές για τα τρίμηνα 2,3 και 4.

Διάγραμμα 4-59. Εκτίμηση των καταλοίπων της σχέσης Συνολοκλήρωσης για αξιοποίηση στην εξέταση της ύπαρξης ασυμμετρίας των Enders-Siklos

Actual/Fitted and Residuals



Threshold προσαρμογή

$$\Delta \varepsilon_t = \rho_1 \varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^p a_i \Delta \varepsilon_{t-i} + v_t, \varepsilon_{t-1} \geq \tau$$

με $\tau = 0$

$$\Delta \varepsilon_t = \rho_2 \varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^p a_i \Delta \varepsilon_{t-i} + v_t, \varepsilon_{t-1} < \tau$$

Πίνακας 4-71. Εκτίμηση με το λογισμικό Eviews – Enders Siklos, κριτικές τιμές με παραγωγή εξομοίωσης (50000 επαναλήψεις)

Endogenous variables: LEXP LREV
Exogenous variable(s): DUM DUM2 DUM3
Method: Threshold (tau is defined by user)
Lags (determined by data): 5

Sample (adjusted): 2000Q3 2021Q4
Included observations: 86 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error
Above Threshold	-0.328781	0.136800
Below Threshold	-0.138977	0.131566
Differenced Residuals(t-1)	-0.327737	0.134885
Differenced Residuals(t-2)	-0.175599	0.140111
Differenced Residuals(t-3)	-0.070333	0.140069
Differenced Residuals(t-4)	0.204371	0.131475
Differenced Residuals(t-5)	-0.056911	0.113525

Threshold value (tau):	0.000000	
F-equal:	1.295583	(3.125090)*
T-max value:	-1.056335	(-2.185028)*
F-joint (Phi):	3.024060	(5.684549)*

*Simulated critical values for 5% significance level.
Number of simulations: 50000

Αποδοχή της μηδενικής υπόθεσης ότι $\rho_1 = \rho_2$ και αποδοχή της υπόθεσης ότι $\rho_1 = \rho_2 = 0$ από τις αντίστοιχες στατιστικές.

Δεν εμφανίζεται καμία ασυμμετρία στην αντίδραση στην συγκεκριμένη περίπτωση εξέτασης.

Threshold προσαρμογή

$$\Delta \varepsilon_t = \rho_1 \varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^p a_i \Delta \varepsilon_{t-i} + v_t, \varepsilon_{t-1} \geq \tau$$

με $\tau =$ εύρεση σύμφωνα με την μεθοδολογία του Chan(1993)

$$\Delta \varepsilon_t = \rho_2 \varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^p a_i \Delta \varepsilon_{t-i} + v_t, \varepsilon_{t-1} < \tau$$

Πίνακας 4-72. Εκτίμηση με το λογισμικό Eviews – Enders Siklos, κριτικές τιμές με παραγωγή εξομοίωσης (10000 επαναλήψεις)

Endogenous variables: LEXP LREV
Exogenous variable(s): DUM DUM2 DUM3
Method: Threshold (tau is determined by data)
Lags (determined by data): 5

Απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης ότι $\rho_1 = \rho_2$ αλλά αποδοχή της μη ύπαρξης Συνολοκλήρωσης και αποδοχή της υπόθεσης $\rho_1 = \rho_2 = 0$.

Sample (adjusted): 2000Q3 2021Q4
Included observations: 86 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error
Above Threshold	-0.483295	0.140462
Below Threshold	-0.062713	0.119806
Differenced Residuals(t-1)	-0.326402	0.128600
Differenced Residuals(t-2)	-0.159991	0.134970
Differenced Residuals(t-3)	-0.075837	0.134928
Differenced Residuals(t-4)	0.227902	0.127140
Differenced Residuals(t-5)	-0.035662	0.110072
Threshold value (tau):	0.122861	
F-equal:	6.871815	(6.782129)*
T-max value:	-0.523455	(-1.980438)*
F-joint (Phi):	5.977199	(7.004314)*

*Simulated critical values for 5% significance level.
Number of simulations: 10000

Momentum Threshold προσαρμογή

$$\Delta \varepsilon_t = \rho_1 \varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^p a_i \Delta \varepsilon_{t-i} + v_t, \Delta \varepsilon_{t-1} \geq \tau$$

με $\tau = 0$

$$\Delta \varepsilon_t = \rho_2 \varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^p a_i \Delta \varepsilon_{t-i} + v_t, \Delta \varepsilon_{t-1} < \tau$$

Πίνακας 4-73. Εκτίμηση με το λογισμικό Eviews – Enders Siklos, κριτικές τιμές με παραγωγή εξομοίωσης (10000 επαναλήψεις)

Endogenous variables: LEXP LREV
Exogenous variable(s): DUM DUM2 DUM3
Method: Momentum (tau is determined by data)
Lags (determined by data): 5

Και σε αυτή τη περίπτωση για το σύνολο της περιόδου εξέτασης δεν προκύπτει ασυμμετρική προσαρμογή.

Sample (adjusted): 2000Q3 2021Q4
Included observations: 86 after adjustments

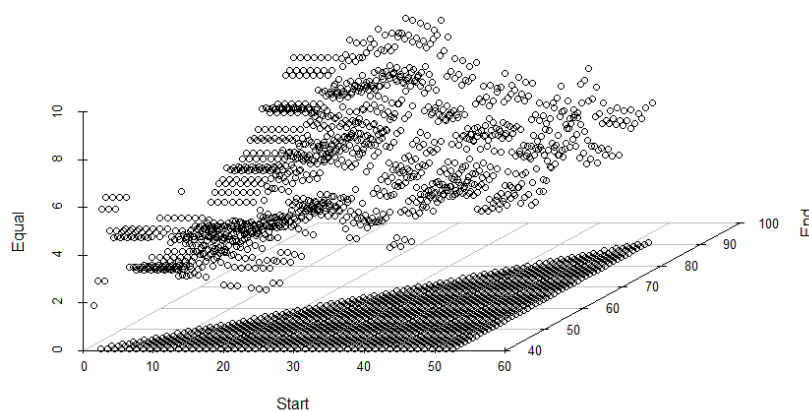
Variable	Coefficient	Std. Error
Above Threshold	-0.489536	0.160512
Below Threshold	-0.119171	0.115404
Differenced Residuals(t-1)	-0.265787	0.136829
Differenced Residuals(t-2)	-0.179575	0.136384
Differenced Residuals(t-3)	-0.086669	0.136806
Differenced Residuals(t-4)	0.205838	0.128258
Differenced Residuals(t-5)	-0.064462	0.110955
Threshold value (tau):	0.086345	
F-equal:	4.479715	(8.207198)*
T-max value:	-1.032640	(-1.884413)*
F-joint (Phi):	4.710358	(7.831461)*

*Simulated critical values for 5% significance level.
Number of simulations: 10000

Κατόπιν αυτού και για την εξάντληση των περιπτώσεων εύρεσης ασυμμετρίας προχωρούμε σε ένα αναλυτικό grid search για την εύρεση της καταλληλότερης περιόδου όπου είναι πιθανότερη η εξεταζόμενη ασυμμετρική συμπεριφορά.

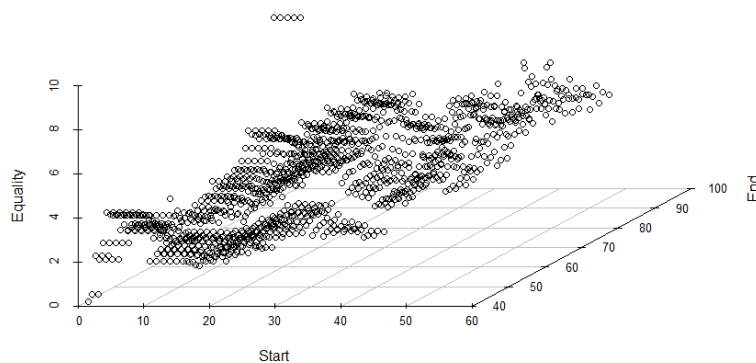
Το αποτέλεσμα του επαναλαμβανόμενου grid search μέσω της εφαρμογής της μεθόδου των Enders Siklos πραγματοποιήθηκε με το περιορισμό να είναι διαθέσιμες τουλάχιστον 40 παρατηρήσεις και αυτό για την περίπτωση των M-TAR υποδειγμάτων με 5 χρονικές υστερήσεις στον έλεγχο.

Διάγραμμα 4-60. Εκτίμηση των τιμών της Στατιστικής $\rho_1=\rho_2$ των Enders Siklos για όλα τα χρονικά υποσύνολα της περιόδου εξέτασης



Κατά την εξέταση των παρατηρήσεων εντοπίστηκε ότι σε πλήθος περιπτώσεων 5 χρονικές υστερήσεις δεν επέτρεπαν στα κατάλοιπα να μην αυτοσυσχετίζονται και κατόπιν αυτού προχωρήσαμε σε επαναξιολόγηση της διαδικασίας με την χρήση του κριτηρίου των Ljung-Box για την ύπαρξη μη αυτοσυσχέτισης στα κατάλοιπα (επίπεδο σημαντικότητας > 60% για την αποδοχή της μηδενικής υπόθεσης μη ύπαρξης αυτοσυσχέτισης).

Διάγραμμα 4-61. Εκτίμηση των τιμών της Στατιστικής $\rho_1=\rho_2$ των Enders Siklos για όλα τα χρονικά υποσύνολα της περιόδου εξέτασης, καθορισμός αριθμός χρονικών υστερήσεων στον έλεγχο των Enders Siklos βάσει της μη αυτοσυσχέτισης των καταλοίπων στην εξίσωση ενδιαφέροντος.



Εξετάζοντας τις περιπτώσεις όπου οι στατιστικές ενδιαφέροντος λαμβάνουν τις υψηλότερες τιμές (και άρα πιθανότερη η απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης) εξετάζουμε τα κάτωθι υποσύνολο δεν εντοπίστηκε Ασυμμετρική Συνολοκλήρωση.

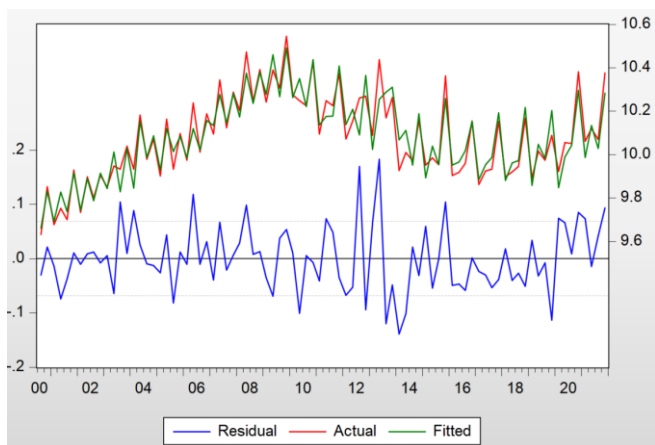
Nonlinear ARDL – asymmetric cointegration

Σύνολο περιόδου εξέτασης

Το υπόδειγμα είναι της μορφής $l exp_t = \gamma * l rev_t$ ενώ επιτρέπουμε την ύπαρξη σταθεράς και τάσης στην ECM μορφή του υποδείγματος. Χωρίς τη συμπερίληψη μη γραμμικοτήτων (με την μορφή ασυμμετρίας αντίδρασης) για το σύνολο της περιόδου εξέτασης εντοπίζεται Συνολοκλήρωση σύμφωνα με τα κάτωθι αποτελέσματα.

Πίνακας 4-74. ARDL – έλεγχος Συνολοκλήρωσης

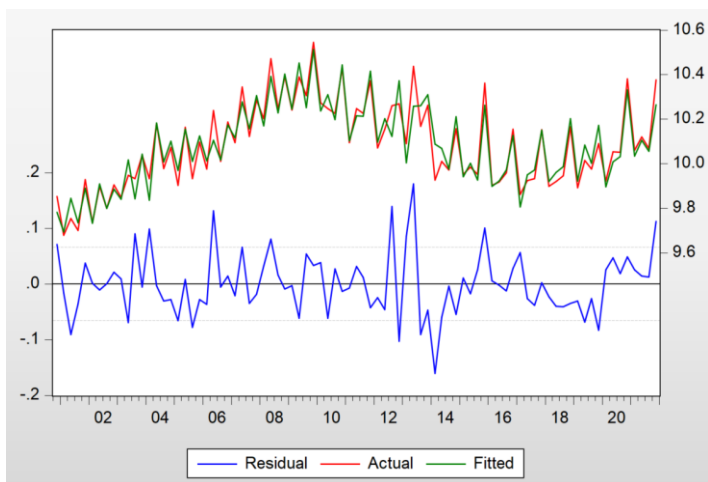
Levels Equation				
Case 5: Unrestricted Constant and Unrestricted Trend				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LREV	1.285304	0.188979	6.801321	0.0000
EC = LEXP - (1.2853*LREV)				
F-Bounds Test				
Null Hypothesis: No levels relationship				
Test Statistic	Value	Signif.	I(0)	I(1)
Asymptotic: n=1000				
F-statistic	6.729624	10%	5.59	6.26
k	1	5%	6.56	7.3
		2.5%	7.46	8.27
		1%	8.74	9.63
Actual Sample Size	86	Finite Sample: n=80		
		10%	5.725	6.45
		5%	6.82	7.67
		1%	9.17	10.24
t-Bounds Test				
Null Hypothesis: No levels relationship				
Test Statistic	Value	Signif.	I(0)	I(1)
t-statistic	-3.585616	10%	-3.13	-3.4
		5%	-3.41	-3.69
		2.5%	-3.65	-3.96
		1%	-3.96	-4.26



Η εκτιμηθείσα σχέση Συνολοκλήρωσης είναι $l exp_t = 1,285304 * l rev_t$. Στο ίδιο υπόδειγμα επιτρέποντας την ύπαρξη ασυμμετρίας στις αντιδράσεις των εξόδων σε σχέση με τις θετικές η αρνητικές μεταβολές των εσόδων δε προκύπτει σημαντική διαφοροποίηση ενώ η υπόθεση της Συνολοκλήρωσης απορρίπτεται από τους αντίστοιχους ελέγχους.

Πίνακας 4-75. NARDL – έλεγχος Συνολοκλήρωσης

Levels Equation				
Case 5: Unrestricted Constant and Unrestricted Trend				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LREV POS	2.533422	1.769840	1.431441	0.1572
LREV NEG	2.220066	1.314883	1.688413	0.0963
EC = LEXP - (2.5334*LREV POS + 2.2201*LREV NEG)				
F-Bounds Test				
Null Hypothesis: No levels relationship				
Test Statistic	Value	Signif.	I(0)	I(1)
Asymptotic: n=1000				
F-statistic	1.187591	10%	4.19	5.06
k	2	5%	4.87	5.85
		2.5%	5.79	6.59
		1%	6.34	7.52
Actual Sample Size	85	Finite Sample: n=80		
		10%	4.307	5.223
		5%	5.067	6.103
		1%	6.73	8.053
t-Bounds Test				
Null Hypothesis: No levels relationship				
Test Statistic	Value	Signif.	I(0)	I(1)
t-statistic	-1.516090	10%	-3.13	-3.63
		5%	-3.41	-3.95
		2.5%	-3.65	-4.2
		1%	-3.96	-4.53



Βάσει του ARDL ελέγχου εμφανίζεται Συνολοκλήρωση με τις Κρατικές Δαπάνες να προσαρμόζονται στα Κρατικά έσοδα όσον αφορά το εκτιμηθέν διάλυσμα Συνολοκλήρωσης.

Πίνακας 4-76. ARDL – Εκτίμηση Υποδείγματος

```

Linear Regression - Estimation by Least Squares
Dependent Variable DLEXP
Quarterly Data From 2000:03 To 2021:04
Usable Observations                86
Degrees of Freedom                   70
Centered R^2                        0.8955943
R-Bar^2                             0.8732217
Uncentered R^2                      0.8957648
Mean of Dependent Variable          0.0076495699
Std Error of Dependent Variable     0.1902586190
Standard Error of Estimate           0.0677433792
Sum of Squared Residuals            0.3212415796
Regression F(15,70)                 40.0308
Significance Level of F              0.00000000
Log Likelihood                      118.3374
Durbin-Watson Statistic             2.0803

```

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Constant	-1.077207164	0.275105244	-3.91562	0.00020696
2. TIME	-0.001523884	0.000406800	-3.74603	0.00036563
3. DLEXP{1}	-0.148615474	0.128881065	-1.15312	0.25278307
4. DLEXP{2}	-0.173370452	0.132329386	-1.31014	0.19443040
5. DLEXP{3}	0.263421732	0.137444803	1.91656	0.05937652
6. DLEXP{4}	0.309632247	0.123798227	2.50110	0.01472328
7. DLEXP{5}	0.205984235	0.103082927	1.99824	0.04957675
8. DLREV	0.369737836	0.121741576	3.03707	0.00335485
9. DLREV{1}	-0.510458046	0.193927910	-2.63221	0.01042942
10. DLREV{2}	-0.643347362	0.182610673	-3.52305	0.00075602
11. DLREV{3}	-0.671371297	0.179756576	-3.73489	0.00037936
12. DLREV{4}	-0.522922447	0.142476069	-3.67025	0.00046935
13. DUM	0.222996458	0.073751341	3.02363	0.00348929
14. DUM2	-0.054943334	0.036573608	-1.50227	0.13752608
15. DUM3	0.263857824	0.072615211	3.63364	0.00052898
16. ECT{1}	-0.392446507	0.106205153	-3.69517	0.00043248

Από την αντίστοιχη εκτίμηση του VECM τα συμπεράσματα μένουν ως είχαν, η ύπαρξη σχέσης Συνολοκλήρωσης εντοπίζεται αλλά προσαρμογή στην ισορροπία εμφανίζουν μόνο οι Κρατικές Δαπάνες.

Πίνακας 4-77. ARDL – Εκτίμηση VECM – ενδεικτικά αποτελέσματα

```

F-Tests, Dependent Variable DLEXP
Variable      F-Statistic  Signif
*****
DLEXP        5.3512     0.0003191
DLREV       5.7510     0.0001673

```

```

Dependent Variable DLREV
Mean of Dependent Variable      0.0075259716
Std Error of Dependent Variable 0.1866973404
Standard Error of Estimate      0.0662906585
Sum of Squared Residuals       0.3076115982
Durbin-Watson Statistic        1.9793

```

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. DLEXP{1}	0.058678058	0.125939777	0.46592	0.64271819
2. DLEXP{2}	0.094927677	0.129008869	0.73582	0.46429704
3. DLEXP{3}	0.224797176	0.132079847	1.70198	0.09319689
4. DLEXP{4}	0.232040555	0.121465698	1.91034	0.06018666
5. DLEXP{5}	0.072018149	0.111878781	0.64372	0.52186318
6. DLREV{1}	-0.633207501	0.175434658	-3.60936	0.00057243
7. DLREV{2}	-0.505858422	0.194907549	-2.59538	0.01150331
8. DLREV{3}	-0.485000526	0.201412287	-2.40800	0.01867810
9. DLREV{4}	0.244066337	0.189869746	1.28544	0.20287482
10. DLREV{5}	0.100129576	0.147410370	0.67926	0.49921474
11. DUM	0.122458841	0.070676769	1.73266	0.08755992
12. DUM2	0.055471678	0.036532873	1.51840	0.13341627
13. DUM3	0.079090950	0.070426568	1.12303	0.26526295
14. Constant	0.224859684	0.292527806	0.76868	0.44467022
15. TIME	0.000020587	0.000454872	0.04526	0.96403055
16. ECT{1}	0.105224059	0.113519884	0.92692	0.35715207

```

F-Tests, Dependent Variable DLREV
Variable      F-Statistic  Signif
*****
DLEXP        1.0517     0.3946208
DLREV       11.1035     0.0000001

```


Balke and Fomby Threshold Cointegration – με threshold το κόστος δανεισμού όπως αποτυπώνεται στα 10ετή Κρατικά Ομόλογα

Για την περίπτωση των Κρατικών Εσόδων και Εξόδων και στο πλαίσιο εύρεσης ασυμμετρίας στις αντιδράσεις των μεγεθών στην ισορροπία είναι σημαντική και η εφαρμογή της μεθόδου των Balke and Fomby. Συγκεκριμένα αναμένεται να υπάρχουν περίοδοι δημοσιονομικής χαλάρωσης όπου τα έξοδα και τα έσοδα δε προσαρμόζονται στην ισορροπία (ανάλογα με τις εκάστοτε μακροοικονομικές συνθήκες) και στιγμές όπου οι συνθήκες ορίζουν την ανάγκη προσαρμογής των μεγεθών σε αυτή.

Οι Κρατικές Δαπάνες και τα Κρατικά Έσοδα είναι μεγέθη τα οποία αξιωματικά πρέπει να εμφανίζουν σχέσεις συνολοκλήρωσης και συμμεταβολής μεταξύ τους. Δεδομένου ότι ο αντίστοιχος έλεγχος με μεταβλητή μετάβασης/ threshold το spread μεταξύ των μεγεθών δεν έδωσε σαφή αποτελέσματα αξιοποιήθηκε ως δείκτης το επίπεδο του κόστους δανεισμού, καθώς αξιοποιήθηκε ιστορικά για την κάλυψη των ελλειμμάτων της Ελληνικής Οικονομίας.

Βάσει του ελέγχου του Tsay προκρίθηκε η χρήση 1 χρονικής υστέρησης όσον αφορά τη μεταβλητή μετάβασης.

Από το αντίστοιχο grid search που πραγματοποιήθηκε δε κατέστη δυνατή η εύρεση τριών διαφορετικών καταστάσεων. Κατόπιν αυτού επιλέχθηκε η προτυποποίηση με δύο καταστάσεις / regimes και συγκεκριμένα με το κόστος δανεισμού άνω του 5,4% και τη συμπληρωματική της.

Πίνακας 4-78. Εκτίμηση των δύο regimes όσον αφορά τη προσαρμογή των μεγεθών στην ισορροπία

**** Group 0 ****

Linear Regression - Estimation by Least Squares
Dependent Variable DLEXP
Quarterly Data From 2000:02 To 2021:04
Usable Observations 49
Degrees of Freedom 39
Skipped/Missing (from 87) 38
Centered R² 0.9117238
R-Bar² 0.8913524
Uncentered R² 0.9122319
Mean of Dependent Variable 361.9591837
Std Error of Dependent Variable 4806.7244389
Standard Error of Estimate 1584.3759447
Sum of Squared Residuals 97900120.195
Regression F(5,39) 44.7550
Significance Level of F 0.0000000
Log Likelihood -424.9651
Durbin-Watson Statistic 1.9813

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Constant	821.041825	433.307263	1.89483	0.06554655
2. DLREV(1)	-0.251096	0.202453	-1.24027	0.22238757
3. DLREV(2)	-0.346731	0.151785	-1.80752	0.07833625
4. DLREV(3)	-0.493391	0.188018	-2.62412	0.01233770
5. DLREV(4)	-0.301647	0.195507	-1.54290	0.13093191
6. DLXP(1)	-0.767197	0.195230	-3.92970	0.0003771
7. DLXP(2)	-0.559566	0.194422	-2.87809	0.00646035
8. DLXP(3)	-0.548213	0.195322	-2.80672	0.0077216
9. DLXP(4)	0.285053	0.166516	1.71187	0.09486377
10. SPREAD(1)	3486.905964	2932.102529	1.18922	0.24154465

**** Group 1 ****

Linear Regression - Estimation by Least Squares
Dependent Variable DLEXP
Quarterly Data From 2000:02 To 2021:04
Usable Observations 38
Degrees of Freedom 28
Skipped/Missing (from 87) 49
Centered R² 0.8125884
R-Bar² 0.7523490
Uncentered R² 0.8125946
Mean of Dependent Variable -28.739474
Std Error of Dependent Variable 5067.668822
Standard Error of Estimate 2521.900904
Sum of Squared Residuals 178079556.72
Regression F(5,28) 13.4893
Significance Level of F 0.0000000
Log Likelihood -346.7626
Durbin-Watson Statistic 2.1793

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Constant	529.854246	759.402905	0.66281	0.51287041
2. DLREV(1)	-0.324959	0.334472	-2.76543	0.00994812
3. DLREV(2)	-0.872672	0.351270	-2.48433	0.01822937
4. DLREV(3)	-1.151036	0.347562	-3.42683	0.00190583
5. DLREV(4)	-0.457204	0.326929	-1.39848	0.17294798
6. DLXP(1)	-0.405131	0.216350	-1.87258	0.07160416
7. DLXP(2)	-0.278129	0.224716	-1.23769	0.22610881
8. DLXP(3)	0.038274	0.204059	0.18756	0.85257172
9. DLXP(4)	0.189700	0.175887	1.07872	0.28991955
10. SPREAD(1)	-7836.879560	4393.429909	-1.78377	0.08330374

Linear Regression - Estimation by Least Squares
Dependent Variable DLREV
Quarterly Data From 2000:02 To 2021:04
Usable Observations 102
Degrees of Freedom 39
Skipped/Missing (from 87) 38
Centered R² 0.8885375
R-Bar² 0.8628154
Uncentered R² 0.8886232
Mean of Dependent Variable 102.3679469
Std Error of Dependent Variable 3727.5702220
Standard Error of Estimate 1380.6342659
Sum of Squared Residuals 74339888.457
Regression F(5,39) 34.5437
Significance Level of F 0.0000000
Log Likelihood -418.2203
Durbin-Watson Statistic 2.0109

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Constant	-179.095167	377.885500	-0.47439	0.63791156
2. DLREV(1)	-0.314462	0.176419	-1.78242	0.08246729
3. DLREV(2)	-0.344112	0.167122	-2.05905	0.04621188
4. DLREV(3)	-0.482992	0.169339	-2.84797	0.00537895
5. DLREV(4)	0.482658	0.170365	2.83308	0.00726122
6. DLXP(1)	-0.259505	0.170124	-1.52639	0.13823300
7. DLXP(2)	-0.106558	0.163420	-0.63132	0.53151752
8. DLXP(3)	-0.119577	0.170204	-0.70490	0.48506060
9. DLXP(4)	-0.059489	0.145102	-0.40959	0.68406399
10. SPREAD(1)	5198.272949	2555.044991	2.03451	0.04873949

Linear Regression - Estimation by Least Squares
Dependent Variable DLREV
Quarterly Data From 2000:02 To 2021:04
Usable Observations 38
Degrees of Freedom 28
Skipped/Missing (from 87) 49
Centered R² 0.9293186
R-Bar² 0.9065996
Uncentered R² 0.9295813
Mean of Dependent Variable 276.2131579
Std Error of Dependent Variable 4583.1188944
Standard Error of Estimate 1400.6887325
Sum of Squared Residuals 54932441.147
Regression F(5,28) 40.5049
Significance Level of F 0.0000000
Log Likelihood -322.4162
Durbin-Watson Statistic 2.4166

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Constant	343.791114	443.989949	0.77419	0.44530965
2. DLREV(1)	-0.853750	0.185766	-4.55604	0.00008363
3. DLREV(2)	-0.981609	0.195096	-5.03141	0.00002546
4. DLREV(3)	-0.884207	0.193037	-4.58051	0.00008725
5. DLREV(4)	-0.034413	0.181577	-0.18952	0.85105185
6. DLXP(1)	0.102401	0.120161	0.85220	0.40133444
7. DLXP(2)	0.206910	0.124808	1.65783	0.10651459
8. DLXP(3)	0.256563	0.113335	2.26376	0.03162898
9. DLXP(4)	0.302965	0.097672	3.10187	0.00435924
10. SPREAD(1)	-1730.393513	2440.119631	-0.70914	0.48409921

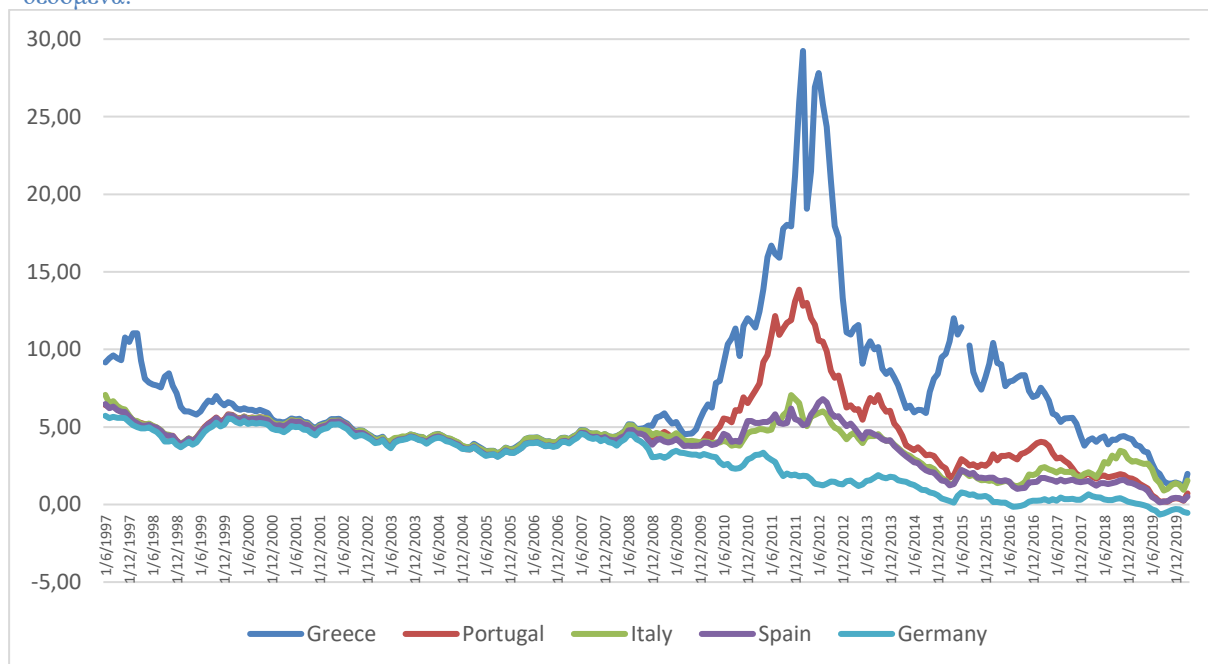
Από τα αποτελέσματα των εκτιμήσεων προκύπτει ότι για κόστος δανεισμού μικρότερου του 5,5% τα Κρατικά Έσοδα είναι εκείνα τα οποία προσαρμόζονται στις Κρατικές Δαπάνες ενώ το αντίθετο συμβαίνει όταν το κόστος δανεισμού ξεπερνάει το συγκεκριμένο όριο.

4.3. Σχέση Μεταξύ αποδόσεων 10ετών Ομολόγων χωρών της Ε.Ε.

4.3.1. Παρουσίαση των δεδομένων

Τα δεδομένα αφορούν τις αποδόσεις 10ετών ομολόγων για την περίοδο 1/6/1997-1/3/2020 σε ημερήσια βάση και αφορούν αποδόσεις (ποσοστιαία μεγέθη).

Διάγραμμα 4-62. Αποδόσεις 10ετών Ομολόγων για επιλεγμένες χώρες της Ευρωζώνης. 1997-2020, μηνιαία δεδομένα.



Όσον αφορά τη συμπεριφορά και το σύνολο των αλληλοεπιδράσεων των μεγεθών θα εξεταστούν στο γραμμικό πλαίσιο τρεις περιόδοι:

- 1997-2008 που αφορά την περίοδο της «σύγκλισης» των Ελληνικών Ομολόγων με εκείνα των υπολοίπων χωρών
- 2001-2008 που αφορά την περίοδο που οι αποδόσεις παρουσιάζονται να συμμεταβάλλονται και άρα αναμένεται η εύρεση Συνολοκλήρωσης
- 2008-2019 που αφορά την περίοδο της εκτόξευσης των επιτοκίων από τις αγορές

Και φυσικά θα εξεταστεί και το σύνολο της περιόδου εξέτασης.

4.3.2. Προκαταρκτικοί Έλεγχοι

Λόγω του ότι οι αποδόσεις των Γερμανικών Ομολόγων λαμβάνουν και αρνητικές τιμές δε μπορεί να αξιοποιηθεί μετασχηματισμός σε λογαρίθμους και άρα τα δεδομένα θα εξεταστούν στο επίπεδο το οποίο βρίσκονται.

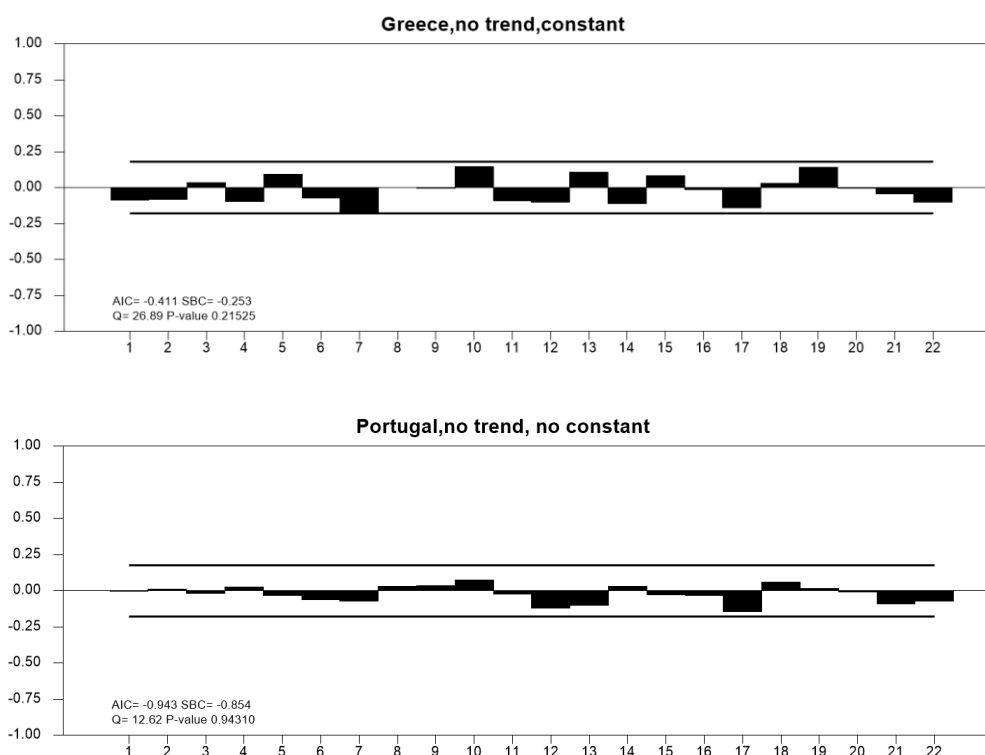
Αποτελέσματα Ελέγχου Dickey – Fuller⁴¹⁸

Αποτελέσματα του ελέγχου Augmented Dickey Fuller, η επιλογή του αριθμού των χρονικών υστερήσεων για τις πρώτες διαφορές στον επαυξημένο έλεγχο Dickey Fuller υποδείχθηκαν από το κριτήριο του Akaike ή του Schwarz ανάλογα με την επίτευξη ανυπαρξίας συσχέτισης στα κατάλοιπα. Ο αριθμός των χρονικών υστερήσεων επαυπολογίζεται ανά υπόδειγμα.

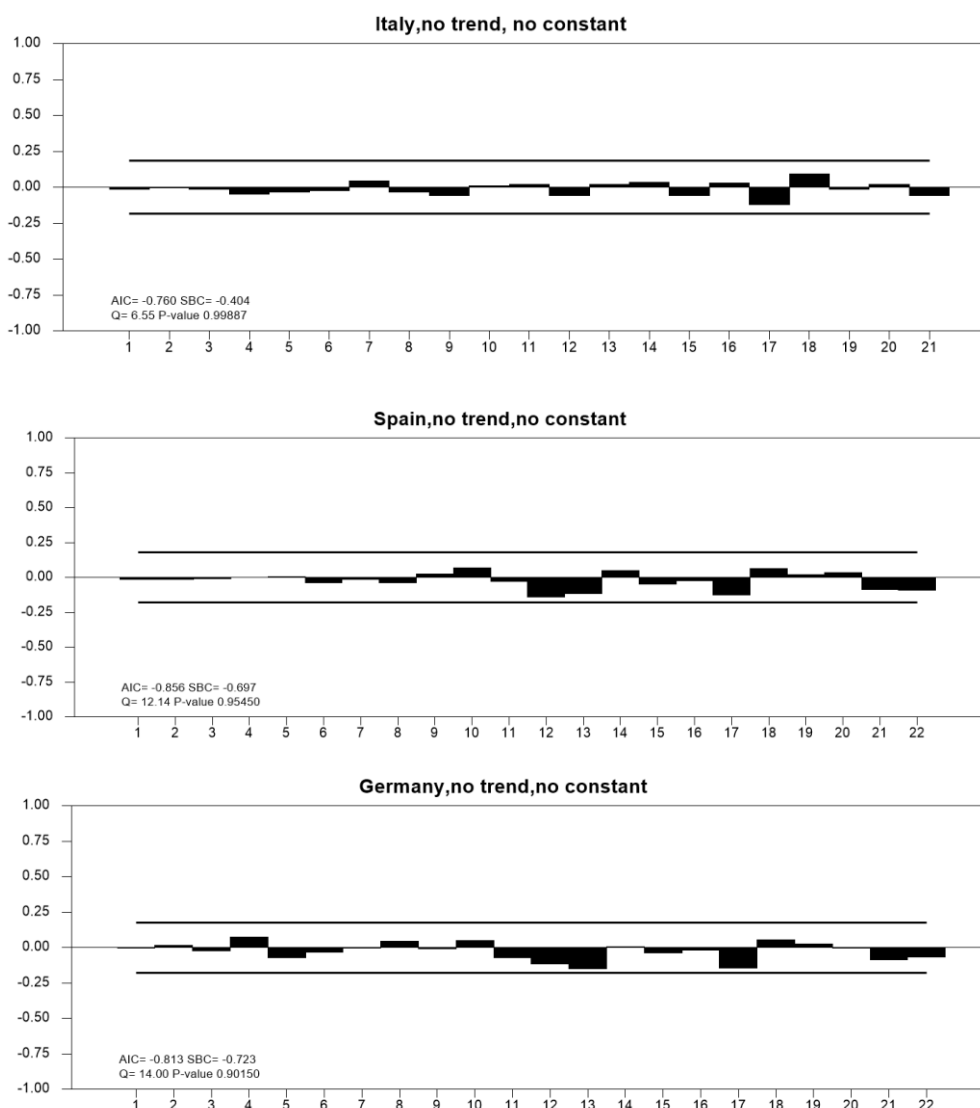
Πίνακας 4-79. Περίοδος 1997:06-2008:04

Υπόδειγμα	1%	5%	Ελλάδα	Πορτογαλία	Ιταλία	Ισπανία	Γερμανία
Με σταθερά και τάση (p=1)	-3.99	-3.43	-2.0183	-2.5599	-2.2584	-2.4100	-2.6929
Έλεγχος ύπαρξης μοναδιαίας ρίζας και ανυπαρξίας τάσης	8.43	6.34	3.9758	3.6773	3.3426	3.1226	3.8895
Με σταθερά (p=1)	-3.46	-2.88	-2.7308	-2.4715	-2.5338	-2.1030	-2.4370
Έλεγχος ύπαρξης μοναδιαίας ρίζας και ανυπαρξίας σταθεράς	6.52	4.63	4.9639*	3.1611	3.5249	2.3042	3.1357
Έλεγχος ύπαρξης μοναδιαίας ρίζας, χωρίς σταθερά, χωρίς τάση	-2.58	-1.95	-	-0.5028	-0.3686	-0.7304	-0.8975
Με σταθερά και τάση, πρώτες διαφορές	-3.99	-3.43	-10.366**	-3.2405	-6.656**	-4.039**	-8.856**
Έλεγχος ύπαρξης μοναδιαίας ρίζας και ανυπαρξίας τάσης, πρώτες διαφορές	8.43	6.34		5.3758			
Με σταθερά (p=1)	-3.46	-2.88		-3,2903*			

Διάγραμμα 4-63. Αυτοσυσχετίσεις στα κατάλοιπα της ADF



⁴¹⁸ Οι υπολογισμοί έγιναν στο λογισμικό Rats της Estima



Βάσει του επαυξημένου ελέγχου DF οι εξεταζόμενες χρονοσειρές είναι $I(1)$ και άρα στάσιμες στις πρώτες διαφορές.

Αποτελέσματα Ελέγχου KPSS (μηδενική υπόθεση η Στασιμότητα)⁴¹⁹

Η διαδικασία για τον έλεγχο του KPSS πραγματοποιήθηκε με την χρήση της μεθόδου Bartlett Kernel για εκτίμηση του Spectral Window και το Bandwidth με την διαδικασία Newey-West.

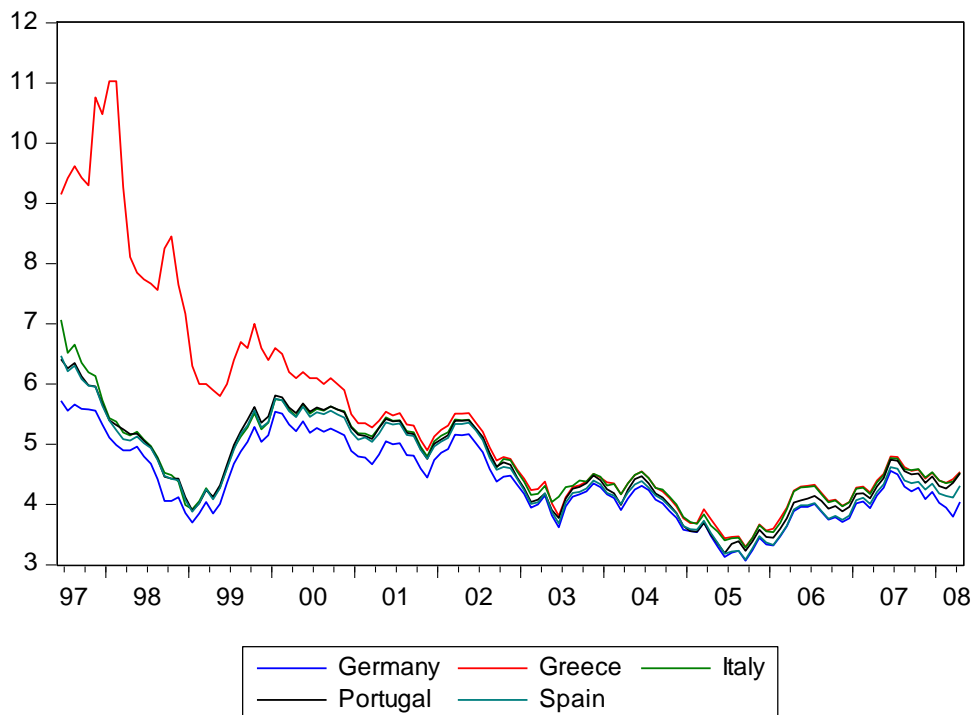
Πίνακας 4-80. Αποτελέσματα ελέγχου KPSS στις αποδόσεις των 10ετών ομολόγων

Υπόδειγμα	1%	5%	Ελλάδα	Πορτογ.	Ιταλία	Ισπανία	Γερμανία
Με σταθερά και τάση	0.216	0.146	0.2736**	0.100722	0.090404	0.096897	0.089906
Πρώτες διαφορές, με σταθερά και τάση	0.216	0.146	0.036505	-	-	-	-

⁴¹⁹ Οι υπολογισμοί έγιναν στο λογισμικό Eviews της IHS Markit

Ο έλεγχος KPSS δεν επιβεβαιώνει τα αποτελέσματα του ελέγχου ADF καθώς οι σειρές φαίνεται να εμφανίζονται στάσιμες με εξαίρεση την περίπτωση της Ελλάδας. Παρατηρώντας την περίοδο εξέτασης διαγραμματικά για τις συγκεκριμένες χώρες τα αποτελέσματα του ελέγχου αιτιολογούνται.

Διάγραμμα 4-64. Απεικόνιση των αποδόσεων 10ετών ομολόγων για την περίοδο 1997-2008



4.3.3. Έλεγχοι Συνολοκλήρωσης – Γραμμικές και Μη Γραμμικές μέθοδοι

Έλεγχος Engle – Granger

Περίοδος 1997:06 έως 2008:04

Θεωρώντας ότι οι χρονοσειρές την εξεταζόμενη περίοδο είναι $I(1)$ προχωράμε στον έλεγχο των Engle Granger για εύρεση Συνολοκλήρωσης μεταξύ των υπό εξέτασης μεγεθών.

Συγκεκριμένα η σχέση είναι της μορφής

$$Gr_t = a_0 + b * t + a_1 Ger_t + a_2 Italy_t + a_3 Port_t + a_4 Spain_t,$$

όπου εμφανίζονται οι αποδόσεις της Ελλάδας, της Γερμανίας, της Ιταλίας, της Πορτογαλίας και της Ισπανίας αντίστοιχα. Προφανώς για τη συγκεκριμένη σχέση και λόγω της πιθανής ύπαρξης παραπάνω από μιας σχέσεων Συνολοκλήρωσης η προκρινόμενη μέθοδος είναι των Johansen Juselius η οποία εξετάζεται στη συνέχεια.

Για το σύνολο της παραπάνω περιόδου εξέτασης δεν εντοπίζεται Συνολοκλήρωσης μεταξύ των εξεταζόμενων μεγεθών.

Πίνακας 4-81. Αποτελέσματα ελέγχου Engle Granger περίοδος 1997:06-2008:04

```
Engle-Granger Cointegration Test
Null is no cointegration (residual has unit root)
Regression Run From 1998:07 to 2008:04
Observations      119
With 12 lags chosen from 12 by AIC
Constant and linear trend in cointegrating vector
Critical Values from MacKinnon for 5 Variables

Test Statistic -3.35790
1% (**)         -5.47678
5% (*)          -4.86305
10%            -4.54965
```

Πάρα ταύτα εντοπίζεται σχέση Γραμμικής Συνολοκλήρωσης για την περίοδο 1999:10-2008:04

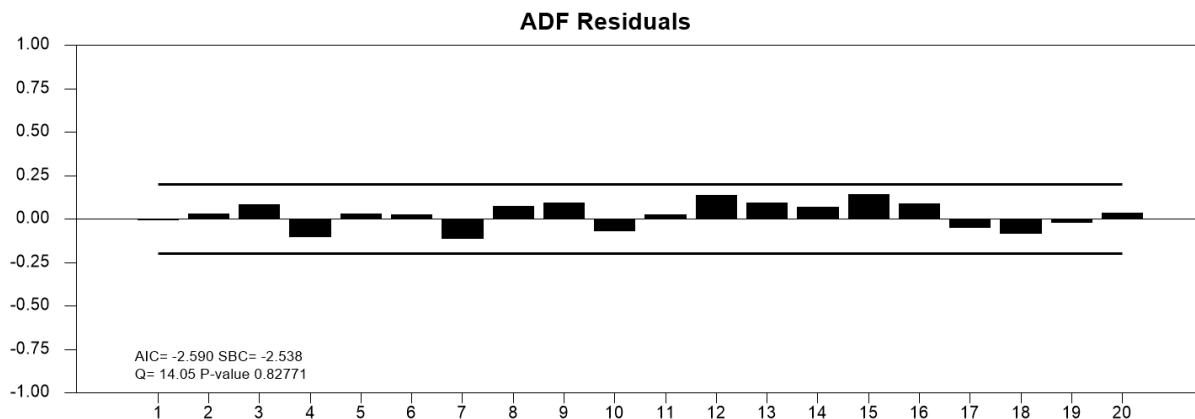
Πίνακας 4-82. Αποτελέσματα ελέγχου Engle Granger περίοδος 1999:12-2008:04

```
Engle-Granger Cointegration Test
Null is no cointegration (residual has unit root)
Regression Run From 1999:12 to 2008:04
Observations      102
With 1 lags chosen from 1 by AIC
Constant and linear trend in cointegrating vector
Critical Values from MacKinnon for 5 Variables

Test Statistic -5.02631*
1% (**)         -5.51531
5% (*)          -4.88789
10%            -4.56892
```

Τα κατάλοιπα του ελέγχου ADF με κριτικές τιμές της EG εμφανίζονται χωρίς αυτοσυσχετίσεις

Διάγραμμα 4-65. Απεικόνιση των αυτοσυσχετίσεων των καταλοίπων της ADF για τον έλεγχο EG



Και ο έλεγχος των Anderson Darling οδηγεί σε αποδοχή της μηδενικής υπόθεσης περί κανονικότητας των καταλοίπων. Πάρα ταύτα από την προτυποποίηση της παραπάνω σχέσης δεν προκύπτει προσαρμογή στην ισορροπία για κανένα από τα εξεταζόμενα μεγέθη.

Έλεγχος Johansen Juselius

Περίοδος 1997:06 έως 2008:04

Στο παρόν υπόδειγμα χρησιμοποιούνται 9 χρονικές υστερήσεις ενώ επιτρέπουμε στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης την ύπαρξη τάσης. Από τον έλεγχο Συνολοκλήρωσης με χρήση trace statistic εντοπίζεται σχέση Συνολοκλήρωσης και συγκεκριμένα 3ις πιθανές σχέσεις.

Πίνακας 4-83. Αποτελέσματα ελέγχου Συνολοκλήρωσης – trace statistic 1997:06-2008:04

I(1) - ANALYSIS							
p-r	r	Eig.Value	Trace	Trace*	Frac95	P-Value	P-Value*
5	0	0.483	168.797	168.797	88.554	0.000	0.000
4	1	0.265	88.306	88.306	63.659	0.000	0.000
3	2	0.191	50.744	50.744	42.770	0.006	0.006
2	3	0.133	24.943	24.943	25.731	0.063	0.063
1	4	0.060	7.489	7.489	12.448	0.305	0.305

Ως επόμενο βήμα της διαδικασίας είναι η εύρεση των συγκεκριμένων σχέσεων Συνολοκλήρωσης καθώς με 5 διαφορετικές μεταβλητές είναι αναμενόμενο ότι δεν θα συμπεριλαμβάνονται όλες στο εκάστοτε διάνυσμα Συνολοκλήρωσης.

Κατόπιν υποβολής περιορισμών και ελέγχων των αποτελεσμάτων οι σχέσεις Συνολοκλήρωσης εκτιμήθηκε ότι είναι οι κάτωθι:

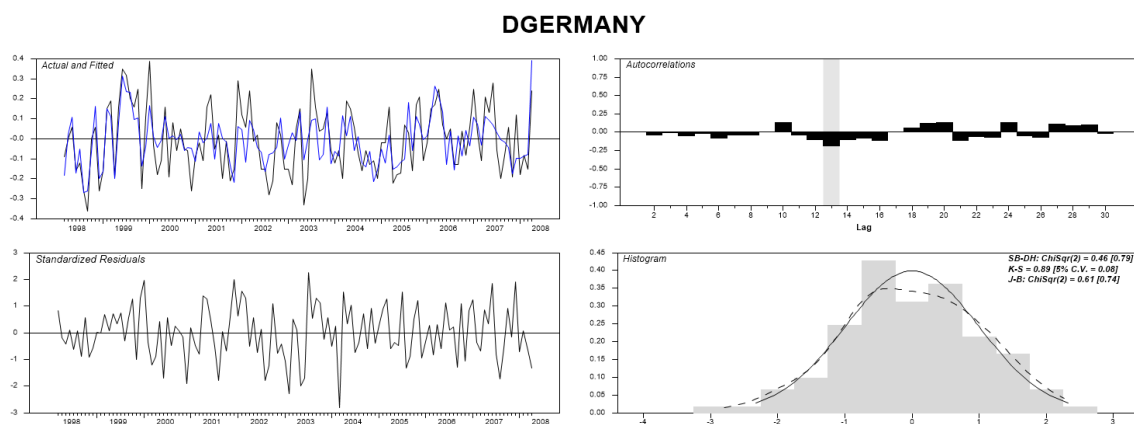
BETA (transposed)						
	GREECE	PORTUGAL	ITALY	SPAIN	GERMANY	TREND
Beta (1)	0.000	-0.910	1.000	0.000	0.000	0.001
	(.NA)	(-86.637)	(.NA)	(.NA)	(.NA)	(2.409)
Beta (2)	0.000	0.000	1.000	-0.910	-0.032	-0.001
	(.NA)	(.NA)	(.NA)	(-11.900)	(-0.386)	(-1.805)
Beta (3)	1.000	0.000	0.000	-0.038	-0.863	-0.005
	(.NA)	(.NA)	(.NA)	(-0.024)	(-0.494)	(-1.153)

$$ECT_1 = Italy + 0.001 * time - 0.91 * Portugal$$

$$ECT_2 = Italy - 0.001 * time - 0.91 * Spain - 0.032 * Germany$$

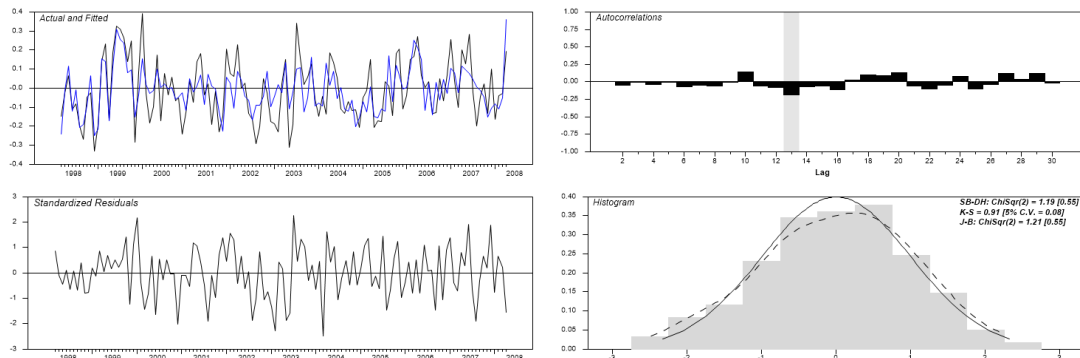
$$ECT_3 = Greece - 0.038 * Spain - 0.863 * Germany - 0.005 * time$$

Διάγραμμα 4-66. Παρουσίαση καταλοίπων βάση της παραπάνω προτυποποίησης

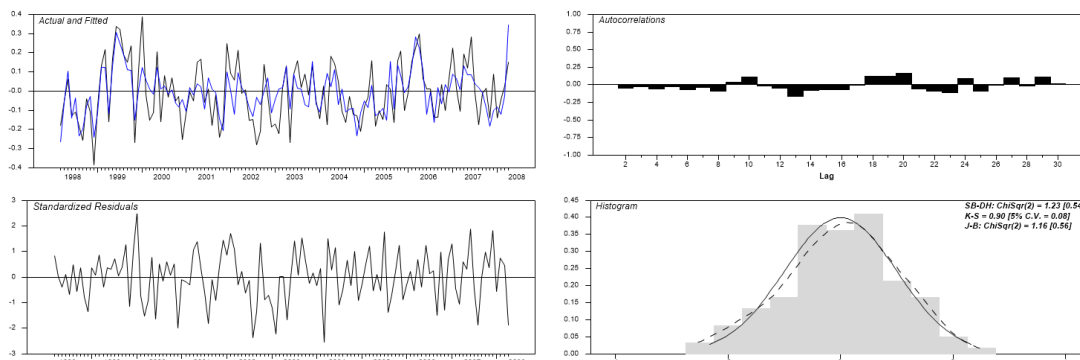


Διάγραμμα 4-66. Παρουσίαση καταλοίπων βάση της παραπάνω προτυποποίησης

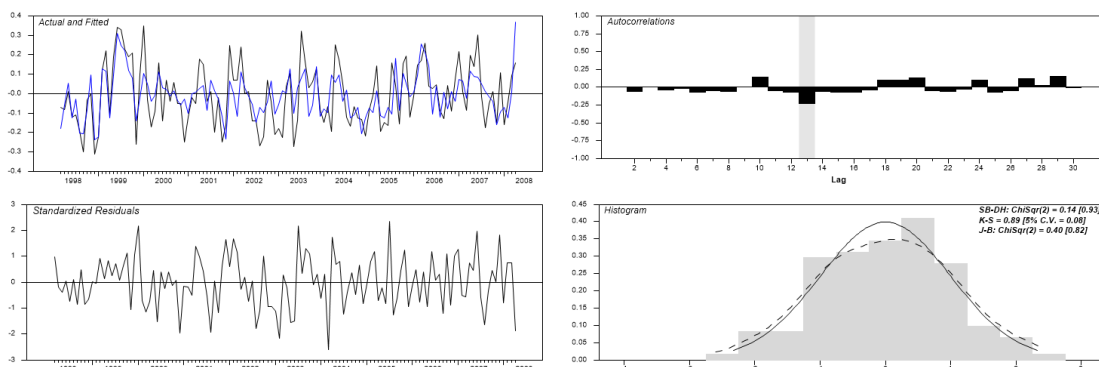
DSPAIN



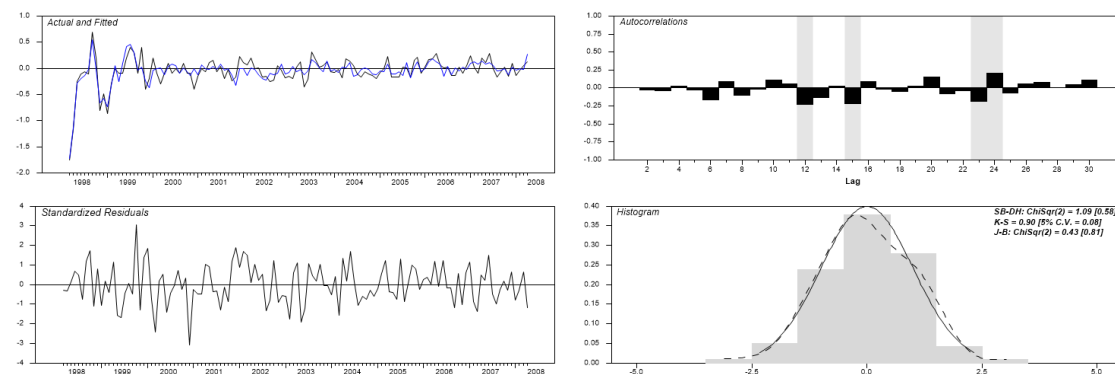
DITALY



DPORTUGAL



DGREECE



Από την εκτίμηση του VECM στη συνέχεια παρουσιάζονται ενδεικτικά αποτελέσματα σχετικά με τη προσαρμογή των αποδόσεων σε σχέση με τις τρεις παραπάνω σχέσης ισορροπίας.

Πίνακας 4-84. Ενδεικτικά αποτελέσματα εκτίμησης VECM 1997:06-2008:04

Dependent Variable DGR				
Mean of Dependent Variable	-0.053196721			
Std Error of Dependent Variable	0.277730669			
Standard Error of Estimate	0.156705862			
Sum of Squared Residuals	1.9154247230			
Durbin-Watson Statistic	2.0376			
Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. DGR(1)	-0.179105875	0.146700001	-1.22090	0.22580209
2. DGR(2)	-0.452755780	0.117105062	-3.86624	0.00022745
3. DGR(3)	-0.094137765	0.124756964	-0.75457	0.45277970
4. DGR(4)	-0.322547157	0.099490871	-3.27523	0.00157625
5. DGR(5)	-0.234630003	0.103830720	-2.25974	0.02662794
6. DGR(6)	-0.399412087	0.101070428	-3.95182	0.00016919
7. DGR(7)	-0.307867160	0.109043630	-2.82334	0.00602900
8. DGR(8)	-0.037667467	0.101922833	-0.36957	0.71270550
9. DPOR(1)	0.794976415	1.030465517	0.77147	0.44275749
10. DPOR(2)	-1.785582030	0.893406712	-1.99862	0.04913359
11. DPOR(3)	0.773878370	0.894983183	0.86468	0.38986332
...				
41. Constant	0.064152311	0.363727747	0.17637	0.86045685
42. ECT1(1)	-0.711885463	0.945485468	-0.75293	0.45375780
43. ECT2(1)	1.132365677	0.797794540	1.41937	0.15977527
44. ECT3(1)	-0.186591123	0.035665053	-5.23176	0.00000138
Dependent Variable DPOR				
Mean of Dependent Variable	-0.006554500			
Std Error of Dependent Variable	0.158884669			
Standard Error of Estimate	0.142841299			
Sum of Squared Residuals	1.5914836601			
Durbin-Watson Statistic	2.0870			
Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
10. DPOR(2)	-1.699237519	0.814362484	-2.08659	0.04019291
11. DPOR(3)	0.256693975	0.815799477	0.31465	0.75386508
12. DPOR(4)	-1.369444454	0.778979866	-1.75800	0.08267095
13. DPOR(5)	-0.420130242	0.758357253	-0.55400	0.58116338
14. DPOR(6)	0.156039952	0.754928671	0.20669	0.83678671
15. DPOR(7)	-1.241730588	0.721543453	-1.72094	0.08922691
16. DPOR(8)	1.139504972	0.664208961	1.71558	0.09020852
17. DSPAIN(1)	1.047297503	1.002276643	1.04492	0.29928794
18. DSPAIN(2)	0.566240792	0.975810106	0.58028	0.56340005
19. DSPAIN(3)	-0.365122992	0.921756618	-0.39612	0.69310061
20. DSPAIN(4)	0.702088076	0.878528557	0.79916	0.42662242
...				
42. ECT1(1)	-1.798075069	0.861833568	-2.08634	0.04021613
43. ECT2(1)	1.274862211	0.727209607	1.75309	0.08351590
44. ECT3(1)	-0.091806509	0.032509584	-2.82398	0.00601804
Dependent Variable DSPAIN				
Mean of Dependent Variable	-0.007582191			
Std Error of Dependent Variable	0.159696377			
Standard Error of Estimate	0.137888743			
Sum of Squared Residuals	1.4830378273			
Durbin-Watson Statistic	2.0829			
Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
17. DSPAIN(1)	0.937653480	0.967525972	0.96912	0.33547843
18. DSPAIN(2)	0.708497481	0.941977075	0.75214	0.45423137
19. DSPAIN(3)	-0.236846118	0.889797716	-0.26618	0.79080315
20. DSPAIN(4)	0.566036996	0.848068447	0.66744	0.50645939
21. DSPAIN(5)	0.979447884	0.845079195	1.15900	0.24999161
22. DSPAIN(6)	0.320887745	0.843735656	0.38032	0.70474319
23. DSPAIN(7)	1.201749627	0.834351719	1.44034	0.15377339
24. DSPAIN(8)	-0.136045324	0.789267030	-0.17237	0.86359375
25. DITAL(1)	0.131755846	0.527074125	0.24998	0.80326316
26. DITAL(2)	0.244944507	0.485409853	0.50461	0.61525276
27. DITAL(3)	-0.242028450	0.449421428	-0.53853	0.59174246
28. DITAL(4)	0.023847378	0.447460209	0.05329	0.95763315
29. DITAL(5)	-0.367489115	0.421393408	-0.87208	0.38584083
30. DITAL(6)	-0.404177203	0.432584595	-0.93433	0.35301669
31. DITAL(7)	-0.501419284	0.377531648	-1.32815	0.18800130
32. DITAL(8)	-0.831176175	0.358569989	-2.31803	0.02306962
33. DGERM(1)	-1.223598175	0.558184019	-2.19211	0.03135407
42. ECT1(1)	-2.002108561	0.831952302	-2.40652	0.01847081
43. ECT2(1)	1.637972607	0.701995988	2.33331	0.02220964
44. ECT3(1)	-0.104018884	0.031382421	-3.31456	0.00139425

Πίνακας 4-84. Ενδεικτικά αποτελέσματα εκτίμησης VECM 1997:06-2008:04

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
Dependent Variable DITAL				
Mean of Dependent Variable	-0.006926230			
Std Error of Dependent Variable	0.154770912			
Standard Error of Estimate	0.134753163			
Sum of Squared Residuals	1.4163563614			
Durbin-Watson Statistic	2.0637			
..				
30. DITAL{6}	-0.330211492	0.422747651	-0.78111	0.43710344
31. DITAL{7}	-0.487638738	0.368946605	-1.32171	0.19012972
32. DITAL{8}	-0.571484397	0.350416133	-1.63087	0.10694862
33. DGERM{1}	-1.525105170	0.545490954	-2.79584	0.00651451
34. DGERM{2}	0.605217892	0.738278578	0.81977	0.41484579
35. DGERM{3}	0.437428846	0.694727069	0.62964	0.53076935
36. DGERM{4}	0.626457835	0.656449495	0.95431	0.34287380
37. DGERM{5}	-0.232088844	0.645416045	-0.35960	0.72012123
38. DGERM{6}	-0.236043858	0.658248953	-0.35859	0.72086791
39. DGERM{7}	0.813929990	0.709826979	1.14666	0.25502767
40. DGERM{8}	-0.054810106	0.635016707	-0.08631	0.93143890
41. Constant	0.837844383	0.312773649	2.67876	0.00900887
42. ECT1{1}	-2.298076344	0.813033766	-2.82654	0.00597462
43. ECT2{1}	1.490100492	0.686032648	2.15748	0.03404651
44. ECT3{1}	-0.110356638	0.030668787	-3.59834	0.00056024

Περίοδος 2008:1 έως 2015:12

Στο παρόν υπόδειγμα χρησιμοποιούνται 9 χρονικές υστερήσεις ενώ επιτρέπουμε στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης την ύπαρξη τάσης. Από τον έλεγχο Συνολοκλήρωσης με χρήση trace statistic εντοπίζεται σχέση Συνολοκλήρωσης και συγκεκριμένα 3ις πιθανές σχέσεις.

Πίνακας 4-85. Αποτελέσματα ελέγχου Συνολοκλήρωσης – trace statistic 2008:1-2015:12

p-r	r	Eig.Value	Trace	Trace*	Frac95	P-Value	P-Value*
5	0	0.541	148.485	148.485	88.554	0.000	0.000
4	1	0.377	85.438	85.438	63.659	0.000	0.000
3	2	0.288	47.049	47.049	42.770	0.017	0.017
2	3	0.169	19.505	19.505	25.731	0.257	0.257
1	4	0.054	4.479	4.479	12.448	0.675	0.675

Ως επόμενο βήμα της διαδικασίας είναι η εύρεση των συγκεκριμένων σχέσεων Συνολοκλήρωσης καθώς με 5 διαφορετικές μεταβλητές είναι αναμενόμενο ότι δεν θα συμπεριλαμβάνονται όλες στο εκάστοτε διάνυσμα Συνολοκλήρωσης.

Κατόπιν υποβολής περιορισμών και ελέγχων των αποτελεσμάτων οι σχέσεις Συνολοκλήρωσης εκτιμήθηκε ότι είναι οι κάτωθι:

BETA (transposed)						
	GREECE	PORTUGAL	ITALY	SPAIN	GERMANY	TREND
Beta (1)	0.000	-0.204	0.000	1.000	0.000	0.003
	(.NA)	(-10.186)	(.NA)	(.NA)	(.NA)	(1.402)
Beta (2)	0.000	0.000	-0.783	1.000	0.023	-0.012
	(.NA)	(.NA)	(-24.844)	(.NA)	(0.372)	(-4.450)
Beta (3)	0.098	0.000	0.000	-0.668	1.000	0.027
	(9.109)	(.NA)	(.NA)	(-10.165)	(.NA)	(10.472)

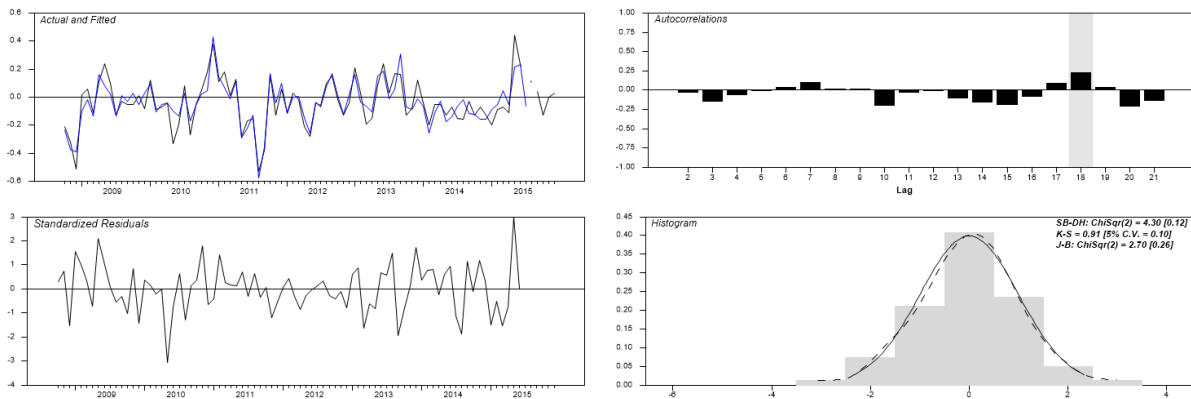
$$ECT_1 = Italy + 0.003 * time - 0.204 * Portugal + Spain$$

$$ECT_2 = -0.783 * Italy - 0.012 * time + Spain + 0.023 * Germany$$

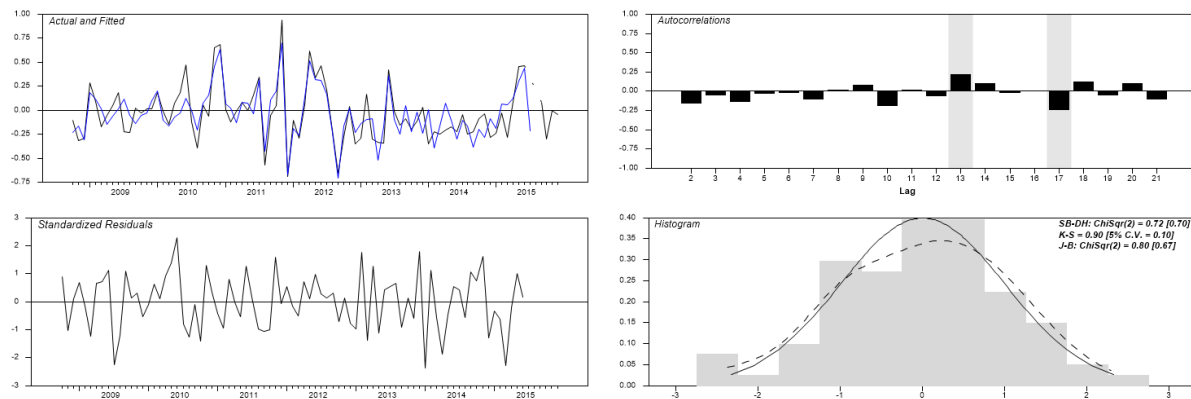
$$ECT_3 = 0.098 * Greece - 0.668 * Spain + Germany + 0.027 * time$$

Διάγραμμα 4-67. Παρουσίαση καταλοίπων βάση της παραπάνω προτυποποίησης

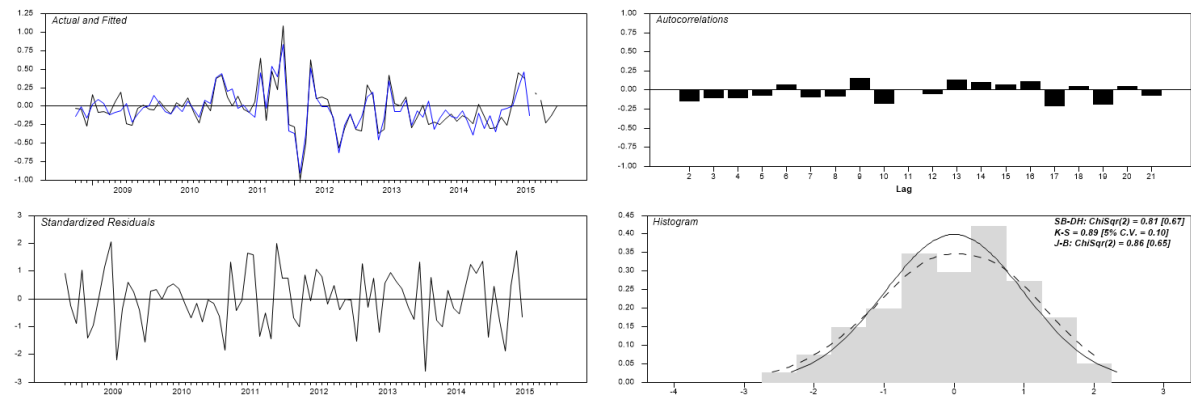
DGERMANY



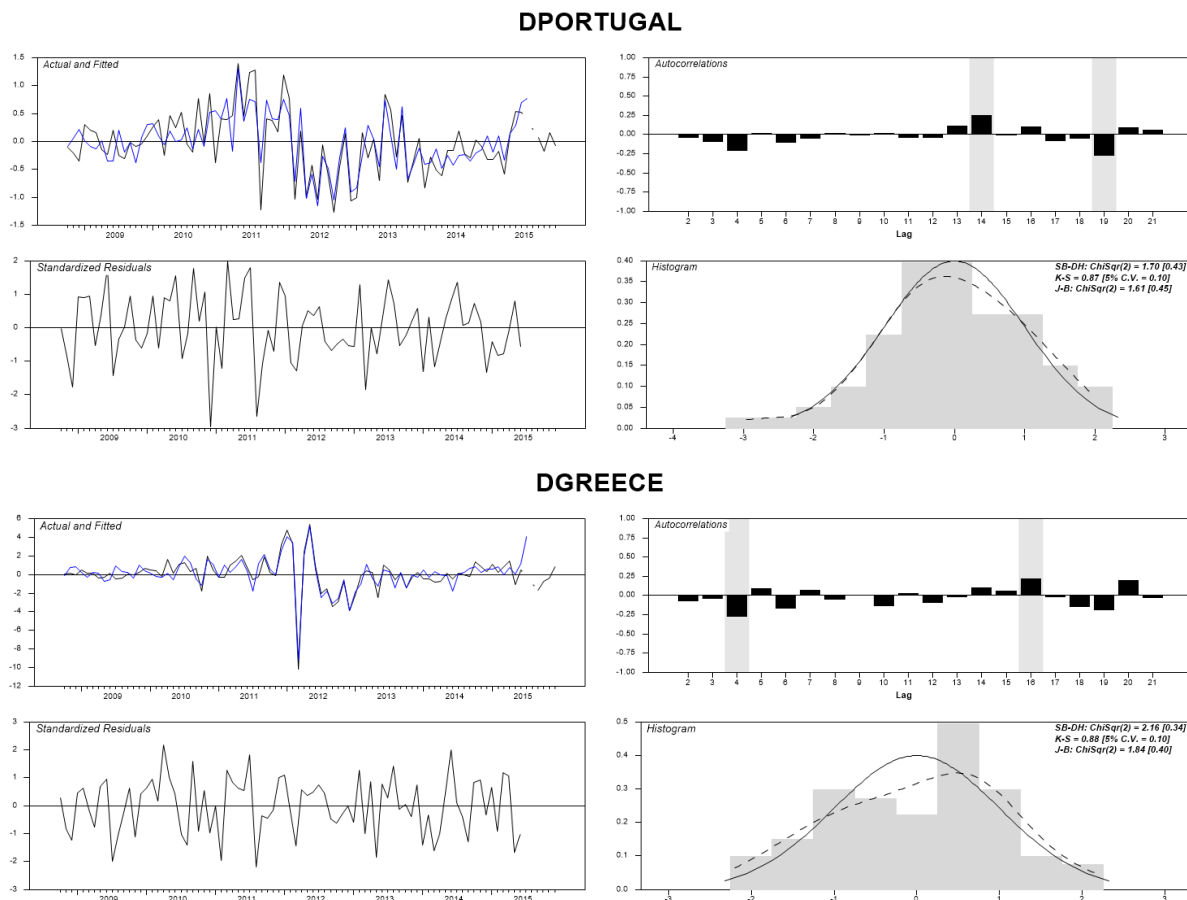
DSPAIN



DITALY



Διάγραμμα 4-67. Παρουσίαση καταλοίπων βάση της παραπάνω προτυποποίησης



Από τα αποτελέσματα της εκτίμησης για τη συγκεκριμένη περίοδο προκύπτει ότι πράγματι η Ελλάδα βραχυχρόνια επηρεάζει τις υπόλοιπες χώρες.

Συγκεκριμένα:

- Βραχυχρόνια η Ελλάδα επηρεάζεται από τις τιμές των χωρών Ισπανία, Πορτογαλία και Ιταλία
- Επηρεάζει βραχυχρόνια την Ιταλία, Ισπανία και Γερμανία
- Η προσαρμογή των χωρών στις σχέσεις Συνολοκλήρωσης είναι στατιστικά σημαντική για τη πλειοψηφία των σχέσεων

Αντίστοιχα εξετάστηκε και το σύνολο της περιόδου εξέτασης, πάρα ταύτα δε προέκυψε δυνατή προτυποποίηση η οποία εξασφάλιζε έλλειψη αυτοσυσχέτισης και ύπαρξη κανονικότητας στα κατάλοιπα. Κατόπιν τούτου καταλήγουμε ότι η παραπάνω μεθοδολογία αδυνατεί να βρει σχέση Συνολοκλήρωσης εντός του παρόντος πλαισίου.

4.3.4. Χαρτοφυλάκιο με την χρήση Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης

Στην παρούσα ενότητα εξετάζεται η χρήση του Spread τεσσάρων χωρών για την δημιουργία ενός χαρτοφυλακίου με τεχνικές Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης και κατά πόσο μπορούν να προσφέρουν μια κερδοφόρα στρατηγική σε σχέση με εναλλακτικές τεχνικές.

Συμπερασματικά εμφανίζεται ότι η εφαρμογή αυτών των τεχνικών επιφέρει υψηλότερα κέρδη τουλάχιστον συγκρινόμενη με τεχνικές Γραμμικής Συνολοκλήρωσης, χωρίς πολλές φορές να αποφεύγεται και η περίπτωση μη ύπαρξης Συνολοκλήρωσης.

4.3.4.1. Η επενδυτική στρατηγική

Η επενδυτική στρατηγική είχε ως στόχο την παρακολούθηση των αποδόσεων του Γενικού Δείκτη του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών. Πρόκειται για μια αναλυτική σε μηνιαία βάση στρατηγική αγορών και πωλήσεων. Οι βασικές παραδοχές καθορισμού του πλαισίου είναι οι εξής:

- Σε κάθε πράξη (αγορά/ πώληση) οι προμήθειες βρίσκονται στο ύψος του 2%
- Η επένδυση στην αγορά γίνεται με Κεφάλαιο 1.000€

Η σύνδεση της επενδυτικής στρατηγικής με τις εξελίξεις στο Γενικό Δείκτη του Χρηματιστηρίου βασίζεται στον υπολογισμό των σταθμίσεων του χαρτοφυλακίου σε σχέση με την ύπαρξη συνολοκλήρωσης που εμφανίζει ο Δείκτης του Χαρτοφυλακίου με τον Γενικό Δείκτη.

Η διαφορά του «Στατικού» και του «Δυναμικού» Χαρτοφυλακίου είναι στο ότι στο Δυναμικό ή διαχρονικό χαρτοφυλάκιο οι σταθμίσεις υπολογίζονταν διαχρονικά αξιοποιώντας όμως όλη τη διαθέσιμη πληροφόρηση την χρονική περίοδο που εφαρμοζόταν για να υπολογιστούν οι σταθμίσεις του χαρτοφυλακίου (και να μεταφραστούν σε επενδυτικές κινήσεις).

Στους δύο Πίνακες που ακολουθούν παρουσιάζονται οι επενδυτικές στρατηγικές όπως προκύπτουν χρησιμοποιώντας την τεχνική της Ελάχιστης Διακύμανσης – Συνδιακύμανσης. Στον Πίνακα 82 όπως προκύπτουν από την Στατική Επενδυτική Στρατηγική και στον Πίνακα 83 από την διαχρονική (δυναμική) στρατηγική. Τα σημεία αγορών/πωλήσεων βασίζονται σε μια στρατηγική «κινητών μέσων».

Πίνακας 4-86. Στατική Επενδυτική Στρατηγική

Πράξη	ΗΜΕΡ/ΝΙΑ	Αξία Χαρτοφυλακίου	Δαπάνες Διαχείρισης		Ελλάδα	Ιταλία	Πορτογαλία	Ισπανία
Προτεινόμενη Ημερομηνία για εισαγωγή στην Αγορά	2001:05	980	20	20	40,41%	0,00%	0,00%	59,59%
Πωλήσεις	2001:07	953,8523	39,46637	19,46637	40,41%	0,00%	0,00%	59,59%
Αγορές	2002:01	934,7753	58,54342	19,07705	40,41%	0,00%	0,00%	59,59%
Πωλήσεις	2002:05	983,5591	78,61605	20,07263	40,41%	0,00%	0,00%	59,59%
Αγορές	2003:06	963,8879	98,28724	19,67118	40,41%	0,00%	0,00%	59,59%
Πωλήσεις	2004:01	1047,086	119,6563	21,36911	40,41%	0,00%	0,00%	59,59%
Αγορές	2004:02	1026,145	140,5981	20,94173	40,41%	0,00%	0,00%	59,59%
Πωλήσεις	2004:04	1027,285	161,5631	20,96501	40,41%	0,00%	0,00%	59,59%
Αγορές	2005:10	1006,74	182,1088	20,54571	40,41%	0,00%	0,00%	59,59%
Πωλήσεις	2006:09	1181,676	206,2246	24,11583	40,41%	0,00%	0,00%	59,59%
Αγορές	2006:11	1158,042	229,8581	23,63351	40,41%	0,00%	0,00%	59,59%
Πωλήσεις	2007:10	1336,496	257,1336	27,27543	40,41%	0,00%	0,00%	59,59%
Αγορές	2008:03	1309,766	283,8635	26,72993	40,41%	0,00%	0,00%	59,59%
Πωλήσεις	2008:09	1440,421	313,2598	29,39635	40,41%	0,00%	0,00%	59,59%
Αγορές	2009:04	1411,613	342,0683	28,80842	40,41%	0,00%	0,00%	59,59%
Πωλήσεις	2009:05	1393,988	370,517	28,44874	40,41%	0,00%	0,00%	59,59%
Αγορές	2009:12	1366,109	398,3968	27,87977	40,41%	0,00%	0,00%	59,59%
Πωλήσεις	2011:11	3235,593	464,4293	66,03252	40,41%	0,00%	0,00%	59,59%

Πράξη	ΗΜΕΡ/ΝΙΑ	Αξία Χαρτοφυλακίου	Δαπάνες Διαχείρισης	Ελλάδα	Ιταλία	Πορτογαλία	Ισπανία
Αγορές	2012:01	3170,882	529,1412 64,71187	40,41%	0,00%	0,00%	59,59%
Πωλήσεις	2012:09	2552,851	581,2402 52,09901	40,41%	0,00%	0,00%	59,59%
Αγορές	2015:04	2501,794	632,2972 51,05703	40,41%	0,00%	0,00%	59,59%
Πωλήσεις	2015:10	2520,726	683,7406 51,44339	40,41%	0,00%	0,00%	59,59%
Αγορές	2016:11	2470,312	734,1551 50,41452	40,41%	0,00%	0,00%	59,59%
Πωλήσεις	2017:06:00	2339,858	781,9073	40,41%	0,00%	0,00%	59,59%
Αγορές	2018:07:00	2293,061	828,7045	40,41%	0,00%	0,00%	59,59%

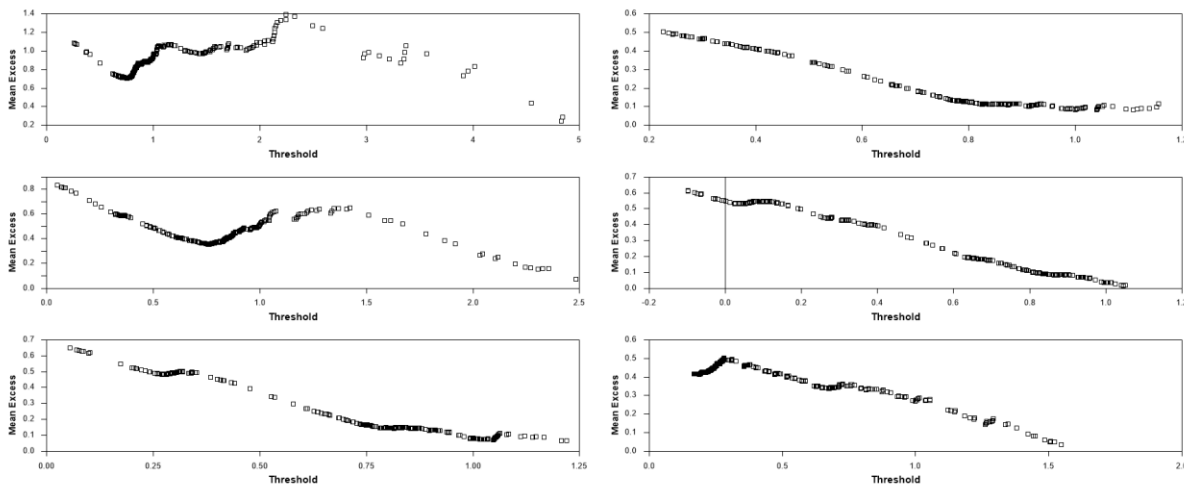
Πίνακας 4-87. Δυναμική Επενδυτική Στρατηγική

Πράξη	ΗΜΕΡ/ΝΙΑ	Αξία Χαρτοφυλακίου	Δαπάνες Διαχείρισης	Στήλη1	Ελλάδα	Ιταλία	Πορτογαλία	Ισπανία
Προτεινόμενη Ημερομηνία για εισαγωγή στην Αγορά	2001:05	980,0000	20,0000	20,0000	20,68%	79,32%	0,00%	0,00%
Πωλήσεις	2001:07	955,4664	39,4993	19,4993	20,64%	79,36%	0,00%	0,00%
Αγορές	2002:01	936,3570	58,6086	19,1093	20,93%	79,07%	0,00%	0,00%
Πωλήσεις	2002:05	993,4676	78,8835	20,2749	21,22%	78,78%	0,00%	0,00%
Αγορές	2003:07	973,5982	98,7528	19,8694	21,72%	38,24%	0,00%	40,04%
Πωλήσεις	2004:01	1003,0200	119,2226	20,4698	22,21%	30,59%	0,00%	47,20%
Αγορές	2004:02	982,9598	139,2830	20,0604	22,24%	30,15%	0,00%	47,61%
Πωλήσεις	2004:05	1022,6690	160,1538	20,8708	23,41%	19,27%	0,00%	57,32%
Αγορές	2005:10	1002,2160	180,6072	20,4534	24,12%	6,41%	0,00%	69,48%
Πωλήσεις	2006:08	1213,6240	205,3751	24,7678	23,49%	16,47%	0,00%	60,04%
Αγορές	2007:01	1189,3510	229,6475	24,2725	23,37%	17,00%	0,00%	59,64%
Πωλήσεις	2007:10	1279,7550	255,7650	26,1175	23,67%	13,84%	0,00%	62,49%
Αγορές	2008:02	1254,1600	281,3601	25,5951	23,88%	11,68%	0,00%	64,44%
Πωλήσεις	2008:10	1382,2900	309,5701	28,2 1	22,84%	19,17%	0,00%	57,99%
Αγορές	2009:12	1354,6440	337,2159	27,6458	21,00%	0,00%	0,00%	79,00%
Πωλήσεις	2012:03	2336,0730	384,8908	47,6750	12,08%	17,64%	13,78%	56,49%
Αγορές	2015:05	2289,3510	431,6123	46,7215	25,37%	5,22%	13,90%	55,52%
Πωλήσεις	2015:09	2292,9410	478,4070	46,7947	27,94%	4,45%	9,29%	58,32%
Αγορές	2016:08	2247,0820	524,2658	45,85882	28,17%	7,45%	5,64%	58,74%
Πωλήσεις	2017:04	3469,3730	595,0694	70,8035	31,54%	17,96%	10,89%	39,60%
Αγορές	2018:04	3399,9860	664,4568	69,3875	33,08%	13,01%	14,25%	39,66%
Πωλήσεις	2018:11	4943,6270	765,3472	100,8904	33,35%	17,24%	33,14%	16,26%

Διάγραμμα 4-68. Threshold χαρακτηριστικά των αποδόσεων

Threshold characteristics of yields

Our estimations



4.3.4.2. Η Γραμμική Συνολοκλήρωση

Ανεξάρτητα των πιθανών ενστάσεων που μπορεί να υπάρχουν από την εφαρμογή τεχνικών Συνολοκλήρωσης για τον υπολογισμό των σταθμίσεων ενός χαρτοφυλακίου, η διαδικασία που ακολουθήθηκε για την παραγωγή των προηγούμενων αποτελεσμάτων είναι η κάτωθι:

$w_1, w_2, w_3, \dots, w_k$ οι σταθμίσεις του χαρτοφυλακίου οι οποίες την χρονική στιγμή t για κάθε t είναι

$$w_{1t}, w_{2t}, w_{3t}, \dots, w_{kt}$$

$$\sum_{j=1}^k w_{jt} = 1$$

Και άρα το άθροισμα των σταθμίσεων του χαρτοφυλακίου αθροίζει στο 100% και αφορά την κατανομή του συνόλου της επένδυσης μεταξύ των επενδυτικών προϊόντων 1,2,3,...k

Ο δείκτης του χαρτοφυλακίου είναι της μορφής

$\sum_{j=1}^k w_{jt} P_{jt}$ όπου P_{jt} οι τιμές των 4ων Spread που αξιοποιούνται για να απαρτίσουν το χαρτοφυλάκιο (και άρα $k=4$).

Η διαδικασία που ακολουθείται για τον υπολογισμό των σταθμίσεων είναι η εξής:

$$\max_{t_\delta > \tau} \left\{ \min_{\beta_0, \beta_1, \beta_2, P, w_1, w_2, \dots, w_k, \delta} \sum_{t=1}^T \Delta(\Gamma \Delta_t - \beta_0 - \beta_1 \sum_{j=1}^k w_{jt} P_{jt}) - \delta(\Gamma \Delta_t - \beta_0 - \beta_1 \sum_{j=1}^k w_{jt} P_{jt})_{t-1} - \sum_{j=1}^k \delta_j (\Gamma \Delta_t - \beta_0 - \beta_1 \sum_{j=1}^k w_{jt} P_{jt})_{t-1} \right.$$

Από την εφαρμογή της παραπάνω διαδικασίας σε στατικό επίπεδο δεν φαίνεται να υπάρχει Συνολοκλήρωση, καθώς από την παραπάνω επαναληπτική διαδικασία με την αξιοποίηση της

τεχνικής ελαχιστοποίησης BFGS δεν εντοπίστηκε σχέση σε κάποια εκ των 2 χιλιάδων επαναλήψεων.

4.3.5. Μη Γραμμική Συνολοκλήρωση⁴²⁰

Στην περίπτωση αυτή ελέγξαμε την ύπαρξη Συνολοκλήρωσης μεταξύ των τεσσάρων τίτλων με αξιοποίηση τεχνικών Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης ή καλύτερα «μετασχηματισμένα γραμμικά – γραμμοποιημένη Μη Γραμμική Συνολοκλήρωση».

Βασικό εργαλείο της γραμμοποίησης ήταν η χρήση του μετασχηματισμού Box Cox όπως αναπτύχθηκε αναλυτικά στο 3^ο Κεφάλαιο της παρούσης διατριβής. Ο συντελεστής λ βαίνει μεταβαλλόμενος λαμβάνοντας τιμές από -2 έως 2 με βήματα από 1 έως 0.1 κοκ

Η εφαρμογή αυτής της τεχνικής δείχνει την ύπαρξη Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης για $\lambda = -0,2$ και άρα εμφανίζεται ύπαρξη Συνολοκλήρωσης για τις μετασχηματισμένες με box cox τιμές των δεδομένων.

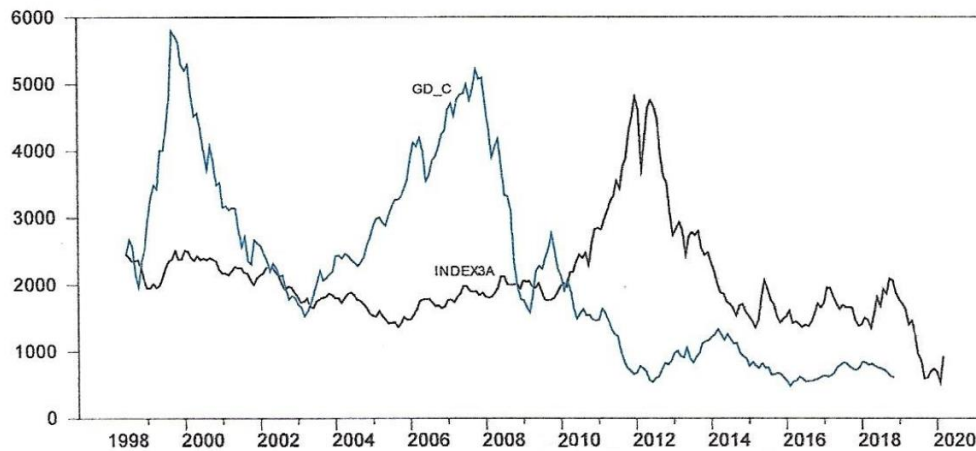
Πίνακας 4-88. Επενδυτικές Στρατηγικές με τεχνικές Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης

Πράξη	ΗΜΕΡ/ΝΙΑ	Αξία Χαρτοφυλακίου	Δαπάνες Διαχείρισης	Στήλη1	Ελλάδα	Ιταλία	Πορτογαλία	Ισπανία
Προτεινόμενη Ημερομηνία για εισαγωγή στην Αγορά	2001:05	980	20	20	4,421553	-1,7E-10	90	5
Πωλήσεις	2001:07	957,2961599	39,53665632	19,53666	4,421553	-1,7E-10	90	5
Αγορές	2002:01	938,1502367	58,68257952	19,14592	4,421553	-1,7E-10	90	5
Πωλήσεις	2002:05	995,9515958	79,00812229	20,32554	4,421553	-1,7E-10	90	5
Αγορές	2003:06	976,0325638	98,92715421	19,91903	4,421553	-1,7E-10	90	5
Πωλήσεις	2004:01	1104,7406	121,4728807	22,54573	4,421553	-1,7E-10	90	5
Αγορές	2004:02	1082,645788	143,5676927	22,09481	4,421553	-1,7E-10	90	5
Πωλήσεις	2004:04	1094,714608	165,9088072	22,34111	4,421553	-1,7E-10	90	5
Αγορές	200s:10	1072,820316	187,8030993	21,89429	4,421553	-1,7E-10	90	5
Πωλήσεις	2006:09	1236,279371	213,0332906	25,23019	4,421553	-1,7E-10	90	5
Αγορές	2006:11	1211,553783	237,758878	24,72559	4,421553	-1,7E-10	90	5
Πωλήσεις	2007:10	1413,923738	266,6144645	28,85559	4,421553	-1,7E-10	90	5
Αγορές	2008:03	1385,645263	294,8929392	28,27847	4,421553	-1,7E-10	90	5
Πωλήσεις	2008:09	1536,007072	326,2400223	31,34708	4,421553	-1,7E-10	90	5
Αγορές	2009:04	1505,28693	356,9601637	30,72014	4,421553	-1,7E-10	90	5
Πωλήσεις	2009:0S	1519,44072	387,969158	31,00899	4,421553	-1,7E-10	90	S,
Αγορές	2009:12	1489,051905	418,3579724	30,38881	4,421553	-1,7E-10	90	5
Πωλήσεις	2011:11	2542,55699	470,2468906	51,88892	4,421553	-1,7E-10	90	5
Αγορές	2012:01	2491,70585	521,0980304	50,85114	4,421553	-1,7E-10	90	5
Πωλήσεις	2012:09	2659,652028	575,3766432	54,27861	4,421553	-1,7E-10	90	5
Αγορές	2015:04	2606,458987	628,5696837	53,19304	4,421553	-1,7E-10	90	5
Πωλήσεις	2015:10	3344,84271G	696,83178	68,2621	4,421553	-1,7E-10	90	5
Αγορές	2016:11	3277,945862	763,7286343	66,89685	4,421553	-1,7E-10	90	5
Πωλήσεις	2017:06	3316,306499	831,4083588	67,67972	4,421553	-1,7E-10	90	5
Αγορές	2018:07	3249,980369	897,7344888	66,32613	4,421553	-1,7E-10	90	5

Από τα στοιχεία του παραπάνω Πίνακα προκύπτει η κερδοφόρος επενδυτική στρατηγική διαδικασία Αγορών και Πωλήσεων. Πράγματι για την περίοδο 2001:5 έως 2018:07 έχουμε κέρδη τοποθετώντας το αρχικό ποσό των 1.000€ (ύψους 3.249,98€ με προμήθειες 897,7€).

⁴²⁰ Γραμμοποιημένη Μη Γραμμική Συνολοκλήρωση

Διάγραμμα 4-69. Διαχρονική Συνεξέλιξη του δείκτη του χαρτοφυλακίου με τον ΓΔ του ΧΑΑ

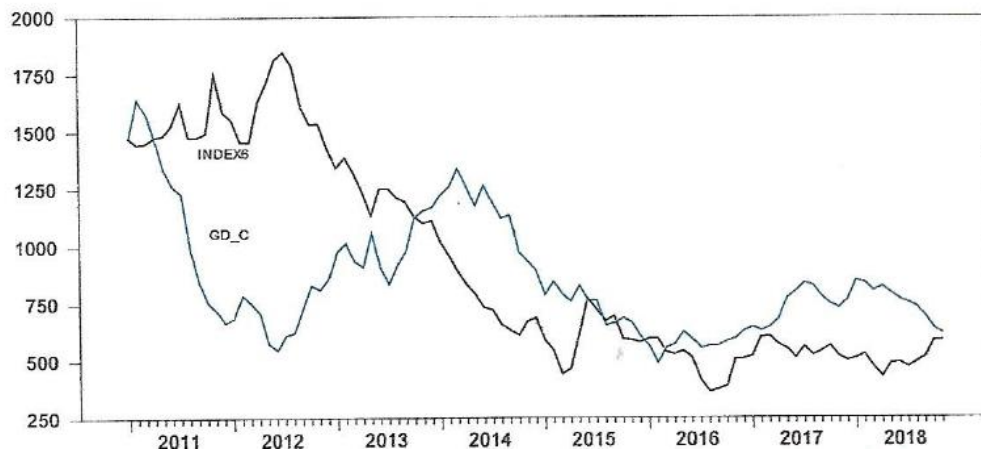


4.3.5.1. Διαχρονική Μη Γραμμική Επενδυτική Στρατηγική

Η παραπάνω επενδυτική στρατηγική έχει ένα βασικό μειονέκτημα, αποτελεί μια στρατηγική εκ' των υστέρων. Έγιναν προσπάθειες μείωσης αυτού του μειονεκτήματος εφαρμόζοντας διαχρονικά την διαδικασία , ήτοι επανεξετάζοντας την σχέση Συνολοκλήρωσης με την περίοδο εξέτασης να αντιστοιχεί όχι σε ολόκληρη την χρονική περίοδο εξέτασης αλλά να μεταβάλλεται μηνιαίως.

Αποτέλεσμα αυτής της διαδικασίας ήταν ο επανακαθορισμός των σταθμίσεων μηνιαία οι οποίες αναπαρίστανται διαγραμματικά στο ακόλουθο διάγραμμα.

Διάγραμμα 4-70. Ο δείκτης του χαρτοφυλακίου μετά την εφαρμογή της διαδικασίας μηνιαίας αναπροσαρμογής



Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Συμπερασματικά θα μπορούσαμε να δεχθούμε ότι η εφαρμογή της συγκεκριμένης τεχνικής βρίσκει εφαρμογή και μπορεί να οδηγήσει σε υψηλότερα επενδυτικά κέρδη, συγκρινόμενη με μια πολυχρησιμοποιούμενη τεχνική διαμόρφωσης των σταθμίσεων ενός χαρτοφυλακίου.

5. Συμπεράσματα

Η διδακτορική διατριβή αναφέρεται στην θεωρητική και εμπειρική εφαρμογή τεχνικών Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης, τόσο προ υπάρχουσών μεθόδων όσο και μιας προτεινόμενης μεθόδου εξέτασης Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης. Η τελευταία αποτελεί επέκταση της προσέγγισης της γραμμικής συνολοκλήρωσης όπου οι υπό μελέτη βραχυχρόνιες και μακροχρόνιες σχέσεις μεταξύ των μεγεθών έχουν υποστεί μη γραμμικό μετασχηματισμό, και ιδιαίτερα με την αξιοποίηση των τεχνικών των καθηγητών Box και Cox. Οι έλεγχοι της αποτελεσματικότητας αυτής της προσέγγισης βασίζονται σε τεχνικές στοχαστικής εξομοίωσης και Bootstrapping προσεγγίσεις.

Η συμβολή της διατριβής έγκειται τόσο σε θεωρητικό όσο και σε εμπειρικό επίπεδο. Πολλά αν όχι τα περισσότερα οικονομικά μεγέθη εμφανίζουν έντονα Μη Γραμμικά χαρακτηριστικά τόσο στις μεταβλητές όσο και τις παραμέτρους. Η υπάρχουσα βιβλιογραφία προτείνει πλήθος παραμετρικών και μη μεθόδων για την εξέταση και την προτυποποίηση των συγκεκριμένων σχέσεων, τόσο ως προς την άμεση εξέταση της σχέσης ως Μη Γραμμική όσο και της διατήρησης της Γραμμικότητας του διανύσματος Συνολοκλήρωσης και τη συμπερίληψη Μη Γραμμικών όρων στο Υπόδειγμα διόρθωσης λαθών. Η προταθείσα τεχνική έρχεται να γενικεύσει την έννοια της Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης κάνοντας την εμπεριεχόμενη με την έννοια της γραμμικής συνολοκλήρωσης, προσφέροντας έτσι μια πιο εύχρηστη και υπολογιστικά προσβάσιμη μέθοδο σε μια πληθώρα από ερευνητές και αναλυτές που χρησιμοποιούν τεχνικές σύνδεσης μακροχρόνιων και βραχυχρόνιων συμπεριφορών μέσω ενός αρκετές φορές ικανοποιητικού μηχανισμού διόρθωσης. Σημειώνεται ότι στο πλαίσιο της εφαρμογής των υπάρχουσών μεθόδων όπως και της προτεινόμενης μεθόδου προκύπτουν ενδιαφέροντα συμπεράσματα τα οποία εμπλουτίζουν την υπάρχουσα βιβλιογραφία για τα υπό εξέταση Μακροοικονομικά και Χρηματοοικονομικά δεδομένα.

Οι εμπειρικές εφαρμογές περιλαμβάνουν σύνολα δεδομένων όπως οι Αμυντικές δαπάνες Ελλάδος και Τουρκίας και τα spreads των δεκαετών Ομολόγων μιας σειράς Ευρωπαϊκών χωρών, η πορεία των οποίων είναι καθοριστικής σημασίας στη διαμόρφωση των οικονομικών εξελίξεων και όχι μόνον. Παράλληλα με την εφαρμογή της προταθείσας μεθόδου εξετάστηκε σειρά Γραμμικών και Μη Γραμμικών μεθόδων εύρεσης Συνολοκλήρωσης (από την προσέγγιση των Engle-Granger και Johansen Juselius έως και εξέταση Threshold συμπεριφορών, Threshold VECM υποδειγμάτων, Nonlinear ARDL κ.α.)

Από τις πραγματοποιηθείσες εμπειρικές αναλύσεις, χρησιμοποιώντας αρκετές φορές γνωστά λογισμικά περιβάλλοντα, προέκυψαν μη γραμμικές μακροχρόνιες συμπεριφορές αλλά και αντίστοιχοι μηχανισμοί διόρθωσης. Οι επεκτάσεις της προτεινόμενης μη γραμμικής προσέγγισης έτυχαν εφαρμογής και στην διαχείριση χαρτοφυλακίου με βάση τα διαθέσιμα στοιχεία για τα spreads. Εξυπακούεται η δυνατότητα αξιοποίησής αυτής της τεχνικής με μια πληθώρα από ανάλογα εμπορικά οικονομικά υπολογιστικά περιβάλλοντα. Ακόμα στο πλαίσιο της διατριβής εξετάζονται συγκεκριμένα μεγέθη ενδιαφέροντος (ενδεικτικά Αμυντικές Δαπάνες, Spread, ανεργία) για την εξέταση και εύρεση των ιδιοτεροτήτων οι οποίες μπορούν να αποδοθούν και να αποτυπωθούν με Μη Γραμμικά εργαλεία και τεχνικές. Τέλος αποτυπώνονται οι πιθανές επεκτάσεις της και με χρήση άλλων πιθανών μετασχηματισμών που ενέχουν τη δυνατότητα να αξιοποιηθούν αντίστοιχα.

Παράρτημα Α΄: γραμμικό πλαίσιο

Α) Βασικές έννοιες : Η έννοια της στασιμότητας και της μοναδιαίας ρίζας (γραμμικό πλαίσιο)

Κατά την διενέργεια της μελέτης είναι αναγκαίο να ελέγχουμε και τις ιδιότητες των διαδικασιών οι οποίες παράγουν τις συγκεκριμένες χρονοσειρές καθώς εμφανίζεται συχνά το πρόβλημα της "νόθου παλινδρόμησης" (spurious regression).

Το πρόβλημα αυτό εντοπίζεται σε περιπτώσεις όπου τα αποτελέσματα τα οποία εμφανίζονται μεταξύ των μεταβλητών της παλινδρόμησης δείχνουν να μαρτυρούν ουσιώδεις σχέσης (μέσω του ελέγχου σημαντικότητας των παραμέτρων) αλλά στην πραγματικότητα είναι εμφάνιση μόνο παροδικών ταυτόχρονων συσχετίσεων και όχι ουσιωδών σχέσεων αιτιότητας.

Για την επίλυση του προβλήματος αυτού είναι απαραίτητη η εισαγωγή της έννοιας της στασιμότητας στην ανάλυση των χρονοσειρών.

Βασικές έννοιες⁴²¹

1. Στοχαστική διαδικασία

Μια οικογένεια από πραγματικές τυχαίες μεταβλητές X_1, X_2, X_3, \dots όπου οι δείκτες αναφέρονται σε διαδοχικές χρονικές περιόδους, ονομάζεται στοχαστική διαδικασία και σημειώνεται με $\{X_t\}$. Κάθε μια από τις τυχαίες μεταβλητές στην στοχαστική διαδικασία έχει γενικά τη δική της πιθανότητα κατανομής και δεν είναι ανεξάρτητες.

2. Χρονοσειρά

Ας θεωρήσουμε ότι για κάθε μια χρονική περίοδο παίρνουμε ένα δείγμα μεγέθους ένα (μια παρατήρηση) για κάθε μια από τις τυχαίες μεταβλητές της στοχαστικής διαδικασίας. Επομένως παίρνουμε μία σειρά από παρατηρήσεις που αντιστοιχούν σε κάθε μια χρονική περίοδο και σε κάθε μια τυχαία μεταβλητή. Η σειρά αυτή των παρατηρήσεων ονομάζεται χρονολογική σειρά και σημειώνεται με X_t .

3. Αυστηρή Στασιμότητα

Μια στοχαστική διαδικασία, και αντίστοιχα μια χρονολογική σειρά, λέγεται ότι είναι αυστηρά στάσιμη εάν η από κοινού κατανομή πιθανότητας τους είναι αμετάβλητη διαχρονικά, η με άλλα λόγια εάν η από κοινού κατανομή πιθανότητας οποιουδήποτε συνόλου n μεταβλητών $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ είναι η ίδια με την από κοινού κατανομή πιθανότητας των μεταβλητών $X_{1+k}, X_{2+k}, X_{3+k}, \dots, X_{n+k}$ για κάθε n και k .

4. Ασθενής Στασιμότητα

Ένας ορισμός που χρησιμοποιείται συχνότερα διότι ο προσδιορισμός της από κοινού κατανομής πιθανότητας μιας στοχαστικής διαδικασίας (που απαιτεί ο ορισμός της Αυστηρής Στασιμότητας) είναι δύσκολος στην πράξη, είναι ο ορισμός της ασθενούς στασιμότητας.

Για να είναι μια χρονοσειρά ασθενώς στάσιμη πρέπει να έχει

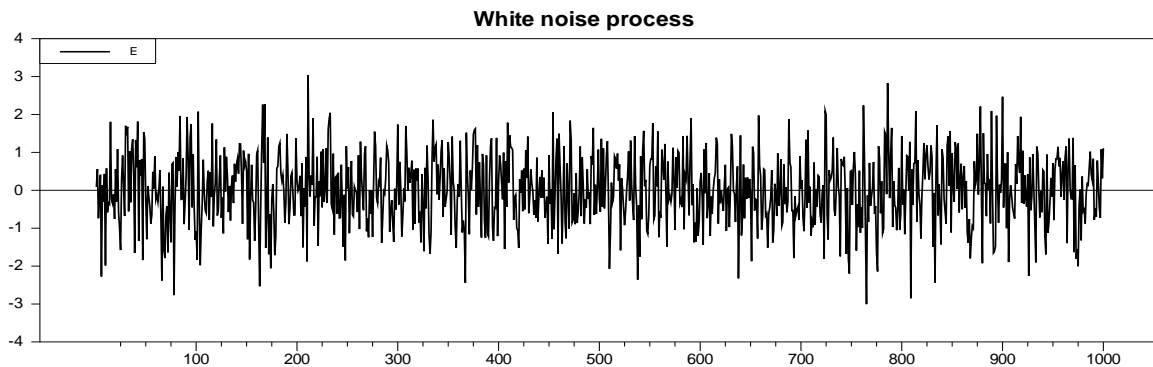
1. Σταθερό μέσο $E(X_t) = \mu$ για όλα τα t
2. Σταθερή διακύμανση $V(X_t) = \sigma^2$ για όλα τα t
3. Συνδυακόμενη σταθερή και ανεξάρτητη της επιλογής του t αλλά εξαρτώμενη μόνο από την μεταξύ τους απόσταση
 $Cov(X_t, X_{t+k}) = \gamma_k$.

⁴²¹ Κάτος Α., Οικονομετρία: Θεωρία και Εφαρμογές(2004) σελ.941-7

5. Λευκός Θόρυβος

Αποτελεί μια καθαρά τυχαία διαδικασία $\{\varepsilon_t\}$, όπου το t παίρνει τιμές από $-\infty$ έως $+\infty$, και όπου τα ε_t κατανομούνται όλα όμοια και ανεξάρτητα (IID) με

1. Μέσο $E(\varepsilon_t) = 0$, για όλα τα t
2. Διακύμανση $V(\varepsilon_t) = \sigma^2$, για όλα τα t
3. Συνδυακόμενη $Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+k}) = 0$, για όλα τα t και $k \neq 0$



Σχεδιάγραμμα Α.1. Εξομοιωμένη διαδικασία λευκό θορύβου

Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Η χρονοσειρά του λευκού θορύβου, η οποία γράφεται και ως $\varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$ είναι εξ' ορισμού στάσιμη διαδικασία.

6. Τυχαίος περίπατος

Αποτελεί μια απλή στοχαστική διαδικασία $\{X_t\}$ η οποία ορίζεται ως

$$X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t \text{ όπου } \varepsilon_t \text{ είναι λευκός θόρυβος}$$

η οποία μπορεί να γραφεί μετά από μια διαδικασία συνεχών αντικαταστάσεων και ως

$$X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t = X_{t-2} + \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t = \dots = X_0 + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i$$

Η συγκεκριμένη διαδικασία έχει μέσο διαχρονικά σταθερό :

$$E(X_t) = E(X_0 + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i) = E(X_0) + E(\sum_{i=1}^t \varepsilon_i) = E(X_0) + \sum_{i=1}^t E(\varepsilon_i) = E(X_0) + 0 = E(X_0)$$

Η διακύμανση της εξαρτάται από τον χρόνο

$$Var(X_t) = \sum_{i=1}^t Var(\varepsilon_i) = t\sigma^2$$

Η συνδυακόμενη της εξαρτάται από τον χρόνο

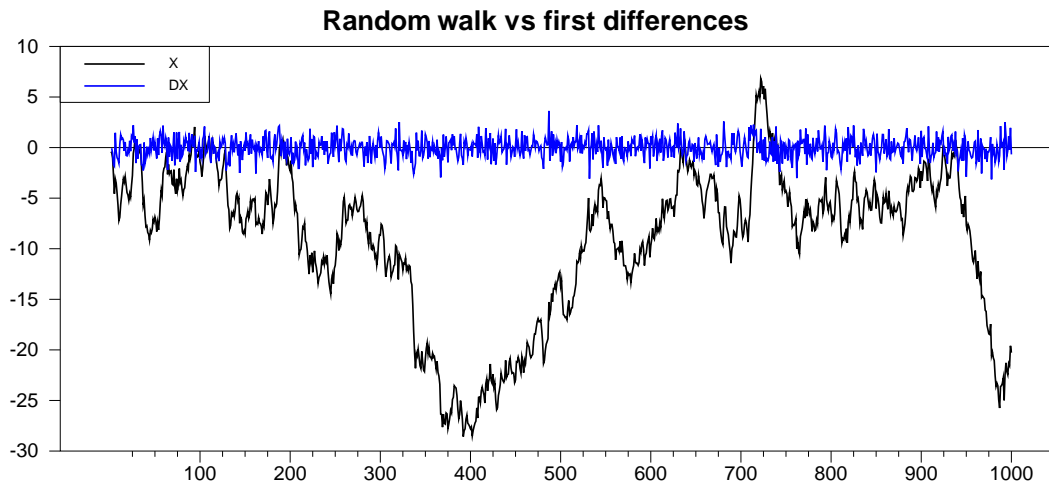
$$Cov(X_t, X_{t-k}) = (t-k)\sigma^2$$

Η συγκεκριμένη χρονοσειρά είναι μη στάσιμη χρονοσειρά η οποία μετατρέπεται σε στάσιμη αν λάβουμε πρώτες διαφορές διότι

$$\Delta(X_t) = X_t - X_{t-1} = \varepsilon_t$$

Για να γίνει αυτό εμφανές διαγραμματικά, δημιουργήσαμε μια σειρά με 1000 παρατηρήσεις με γενεσιουργό διαδικασία την $X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t$ οπού η αρχική τιμή X_0 τραβήχτηκε τυχαία από την κανονική κατανομή $N(0,1)$ όπως και τα σφάλματα ε_t .

Η X_t παρουσιάζει εμφανώς μη στάσιμη συμπεριφορά (διαγραμματικά χαρακτηριστικά της οποίας είναι η εκρηκτική συμπεριφορά) ενώ οι πρώτες της διαφορές (DX στο διάγραμμα, με μπλε χρώμα) έχει στάσιμη συμπεριφορά γύρω από τον μέσο μηδέν.



Σχεδιάγραμμα Α.2 Εξομοίωση χρονοσειράς τυχαίου περιπάτου και αντιπαραβολή με τις πρώτες διαφορές της

Πηγή: Εκτιμήσεις μας

7. Τυχαίος περίπατος με περιπλάνηση

Αποτελεί μια απλή στοχαστική διαδικασία $\{X_t\}$ η οποία ορίζεται ως

$$X_t = \mu + X_{t-1} + \varepsilon_t \text{ όπου } \varepsilon_t \text{ είναι λευκός θόρυβος}$$

Η παράμετρος μ εδώ οδηγεί σε ντετερμινιστική τάση. Για να το δούμε αυτό με μια σειρά συνεχών αντικαταστάσεων

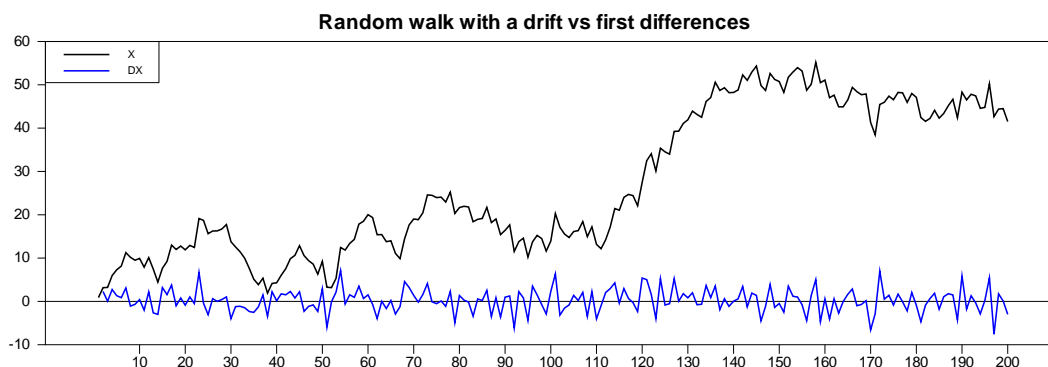
$$X_t = \mu + X_{t-1} + \varepsilon_t = \mu + (\mu + X_{t-2} + \varepsilon_{t-1}) + \varepsilon_t = t\mu + X_0 + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i$$

Σε περίπτωση όμως που λάβουμε τις πρώτες διαφορές της σειράς

$\Delta(X_t) = \mu + \varepsilon_t$ η σειρά είναι στάσιμη με μέσο μ . Η συγκεκριμένη σειρά ονομάζεται διαφορών στάσιμη διαδικασία και η αρχική σειρά X_t φαίνεται να κινείται ανοδικά η καθοδικά ανάλογα με το πρόσημο της παραμέτρου μ .

Στην συγκεκριμένη διαδικασία δεν γίνεται μετατροπή στασιμότητας με την απάλειψη της τάσης

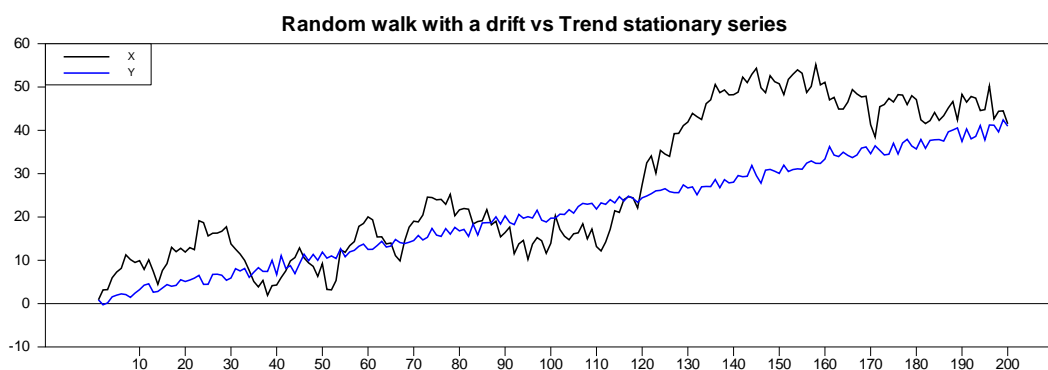
$t\mu + X_0$ αφού ο όρος $\sum_{i=1}^t \varepsilon_i$ δεν επιτρέπει την ύπαρξη στασιμότητας στην διαδικασία.



Σχεδιάγραμμα Α.3 Εξομοίωση χρονοσειράς τυχαίου περιπάτου με περιπλάνηση και αντιπαραβολή με τις πρώτες διαφορές της

Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Για να γίνει αυτό εμφανές διαγραμματικά χρησιμοποιήσαμε μια σειρά 1000 παρατηρήσεων (θέτοντας $\mu=0.2$) αλλά στο διάγραμμα αποτυπώνουμε τις πρώτες 200 για να είναι εμφανής η στασιμότητα της DX αφού οι τιμές της βρίσκονται στάσιμες γύρω από το 0.2t ενώ η αρχική συνάρτηση συνεχίζει να αυξάνει.



Σχεδιάγραμμα Α.4 Εξομοίωση χρονοσειράς τυχαίου περιπάτου και αντιπαραβολή με τις στάσιμη γύρω από συγκεκριμένη τάση χρονοσειρά

Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Για να γίνει επίσης αντιληπτή η διαφορά μεταξύ ενός μη στάσιμου τυχαίου περιπάτου με περιπλάνηση (x) και μιας στάσιμης γύρω από μια συγκεκριμένη τάση σειράς (y) αποτυπώνονται διαγραμματικά οι 200 παρατηρήσεις των διαδικασιών:

$$X_t = 0.2t + X_{(t-1)} + \varepsilon_t = X_0 + 0.2t + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i$$

και η

$$X_t = X_0 + 0.2t + \varepsilon_t$$

Είναι εμφανές διαγραμματικά πως η συνεχής συσσώρευση των σφαλμάτων απομακρύνει την μεταβλητή X_t από την τάση $X_0 + 0.2t$ δίνοντας την μη στάσιμη (εκρηκτική) συμπεριφορά.

8. Προσδιοριστική τάση

$$X_t = a + \beta t + \varepsilon_t$$

Η συγκεκριμένη διαδικασία είναι τάσεως στάσιμη διαδικασία καθώς η απαλοιφή της τάσης οδηγεί σε στάσιμη χρονοσειρά (η αλλιώς μπορεί να ερμηνευθεί ως στασιμότητα της σειράς γύρω από μια συγκεκριμένη τάση, όπως αποτυπώνεται από την $a + \beta t$).

9. AR (Autoregressive) υποδείγματα

Τα αυτοπαλίνδρομα υποδείγματα πρώτης τάξεως AR(1) είναι της μορφής

$$X_t = \varphi X_{t-1} + \varepsilon_t$$

Και τα p τάξεως AR(p) είναι της μορφής

$$X_t = \varphi_1 X_{t-1} + \varphi_2 X_{t-2} + \dots + \varphi_p X_{t-p} + \varepsilon_t$$

Χρησιμοποιώντας τον τελεστή υστέρησης L ως

$$(1 - \varphi L) X_t = \varepsilon_t$$

$$X_t = (1 - \varphi L)^{-1} \varepsilon_t$$

Για να είναι στάσιμη η χρονοσειρά πρέπει η χαρακτηριστική ρίζα της εξίσωσης $1 - \varphi L = 0$ η οποία είναι η $L = 1/\varphi$ να έχει απόλυτη τιμή μεγαλύτερη της μονάδας.

Αυτό συμβαίνει όταν $|\varphi| < 1$.

Στην περίπτωση που είναι $\varphi < -1$ ή $\varphi > 1$ τότε η διαδικασία είναι μη στάσιμη.

Για το απλό AR(1) υπόδειγμα αν $\varphi = 1$ (δηλαδή περιέχει μοναδιαία ρίζα) γίνεται το υπόδειγμα του τυχαίου περιπάτου.

Αντίστοιχη συνθήκη για το AR(P) υπόδειγμα

$$X_t = \varphi_1 X_{t-1} + \varphi_2 X_{t-2} + \dots + \varphi_p X_{t-p} + \varepsilon_t$$

Γράφεται με την χρήση του τελεστή υστέρησης ως

$$(1 - (\varphi_1 L + \varphi_2 L^2 + \dots + \varphi_p L^p)) X_t = \varepsilon_t$$

και άρα

$$X_t = (1 - \varphi_1 L - \varphi_2 L^2 - \dots - \varphi_p L^p)^{-1} \varepsilon_t$$

Για να είναι στάσιμη η χρονοσειρά πρέπει οι ρίζες του πολυωνύμου

$1 - \varphi_1 L - \varphi_2 L^2 - \dots - \varphi_p L^p = 0$ να είναι όλες μεγαλύτερες σε απόλυτες τιμές, η όπως συνήθως λέγεται να βρίσκονται "έξω από το μοναδιαίο κύκλο".

Στην περίπτωση τέλος που έστω ότι έχουμε μια μοναδιαία ρίζα στην εξίσωση τότε

$$(1 - \varphi_1 L - \varphi_2 L^2 - \dots - \varphi_p L^p) X_t = \varepsilon_t$$

$$(1 - L)(1 + aL + bL^2 + \dots + cL^{p-1}) X_t = \varepsilon_t$$

$\Delta X_t (1 + aL + bL^2 + \dots + cL^{p-1}) = \varepsilon_t$ και έτσι βλέπουμε ότι η ΔX_t γίνεται στάσιμη διαδικασία, άρα η διαδικασία μετατροπής της X_t σε στάσιμη γίνεται με πρώτες διαφορές.

Στην αντίστοιχη περίπτωση που έχουμε δυο μοναδιαίες ρίζες στην εξίσωση η αντίστοιχη παραγοντοποίηση είναι

$$(1 - \varphi_1 L - \varphi_2 L^2 - \dots - \varphi_p L^p) X_t = \varepsilon_t$$

$$(1 - L)(1 - L)(1 + aL + bL^2 + \dots + cL^{p-2}) X_t = \varepsilon_t$$

$$\Delta^2 X_t (1 + aL + bL^2 + \dots + cL^{p-1}) = \varepsilon_t$$

Και άρα πρέπει να λάβουμε δεύτερες διαφορές για να μετατραπεί η χρονοσειρά σε στάσιμη.

10. Κριτήρια επιλογής χρονικών υστερήσεων σε AR(p) υποδείγματα

Για τον καθορισμό του βαθμού p ενός υπό εκτίμηση AR υποδείγματος υπάρχει μια σειρά κριτηρίων από τα οποία μπορούμε να επιλέξουμε.

Για το AR(p) μορφής

$$X_t = \varphi_1 X_{t-1} + \varphi_2 X_{t-2} + \dots + \varphi_p X_{t-p} + \varepsilon_t$$

με δείγμα n και με υπολογισμό του $\hat{\sigma}^2 = (n-p-1)^{-1} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2$ για διαφορετικές τιμές του p υπολογίζουμε τα κάτωθι κριτήρια. (Liew & Khim-Sen, 2004)⁴²²

Akaike's Information criterion

$$AIC_p = -2n \ln(\hat{\sigma}^2) + 2p$$

Schwarz information

$$SIC_p = \ln(\hat{\sigma}^2) + n^{-1} p \ln(n)$$

Hannan Quinn criterion

$$HQC_p = \ln(\hat{\sigma}^2) + 2n^{-1} p \ln(\ln(n))$$

Final Prediction error

$$FPE_p = \ln(\hat{\sigma}^2)(n+p)(n-p)^{-1}$$

Bayesian information criterion

$$BIC_p = (n-p) \ln((n-p)^{-1} n \hat{\sigma}^2) + n[1 + \ln(\sqrt{2\pi})] + p \ln[p^{-1} (\sum_{i=1}^T X_i^2 - n \hat{\sigma}^2)]$$

Corrected AIC:

$$AICC_p = -2n[\ln(\hat{\sigma}^2)] + n \frac{1 + p/n}{1 - (p+2)/n}$$

⁴²² Liew, Venus Khim-Sen, (2004) "Which Lag Length Selection Criteria Should We Employ?." Economics Bulletin, Vol. 3, No. 33 pp. 1-9

Έλεγχοι Στασιμότητας - Οι έλεγχοι μοναδιαίας ρίζας

1. Augmented Dickey Fuller

Η απλή εκδοχή του ελέγχου Dickey Fuller αφορά στον έλεγχο ύπαρξης μοναδιαίας ρίζας σε AR(1) διαδικασία:

$$X_t = \rho * X_{t-1} + \varepsilon_t \text{ και βασίζεται στον έλεγχο του } \rho=1 \text{ (ύπαρξη μοναδιαίας ρίζας).}$$

Για την διενέργεια του ελέγχου μετασχηματίζεται η παραπάνω εξίσωση με πρώτες διαφορές και έχουμε ότι

$$\Delta X_t = \delta * X_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\text{Όπου } \delta = \rho - 1$$

Και άρα ο έλεγχος στασιμότητας ταυτίζεται με το κατά πόσο το δ είναι αρνητικό.

Συγκεκριμένα ο έλεγχος αφορά τις εξής υποθέσεις:

$$H_0: \delta = 0, \text{ για μη στασιμότητα, εάν } t_\delta > \tau$$

$$H_1: \delta < 0, \text{ για στασιμότητα, εάν } t_\delta < \tau$$

Οι Dickey και Fuller παρατήρησαν ότι οι κριτικές τιμές τ εξαρτώνται από τη μορφή της εξίσωσης παλινδρόμησης και το αν αυτή περιλαμβάνει μια σταθερά α και τάση.

Για αυτό παρήγαγαν δυο ακόμα πίνακες κριτικών τιμών για τις συγκεκριμένες περιπτώσεις.

$$\Delta X_t = \alpha + \delta * X_{t-1} + \varepsilon_t$$

και

$$\Delta X_t = \alpha + \beta t + \delta * X_{t-1} + \varepsilon_t$$

Ο έλεγχος όμως που πρακτικά θα χρησιμοποιήσουμε στην πλειοψηφία των περιπτώσεων είναι ο Επαυξημένος έλεγχος Dickey Fuller (Augmented Dickey Fuller- ADF)

Ξεκινώντας με την εξίσωση AR(p):

$$X_t = \rho_1 * X_{t-1} + \rho_2 * X_{t-2} + \dots + \rho_p * X_{t-p} + \varepsilon_t$$

Η οποία μετασχηματίζεται σε

$$\Delta X_t = \delta * X_{t-1} + \delta_1 * \Delta X_{t-1} + \dots + \delta_{p-1} * \Delta X_{t-p+1} + \varepsilon_t$$

$$\text{Όπου } \delta = \rho_1 + \rho_2 + \dots + \rho_p - 1$$

Η επαύξηση λοιπόν αφορά στους όρους διαφορών της εξίσωσης.

Αντίστοιχα οι τρεις περιπτώσεις εξισώσεων (χωρίς σταθερά και χωρίς τάση, με σταθερά, με σταθερά και με τάση) γίνονται:

$$\Delta X_t = \delta * X_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \delta_j \Delta X_{t-j} + \varepsilon_t$$

$$\Delta X_t = a + \delta * X_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \delta_j \Delta X_{t-j} + \varepsilon_t$$

$$\Delta X_t = a + \beta t + \delta * X_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \delta_j \Delta X_{t-j} + \varepsilon_t$$

Για τον καθορισμό της συμπερίληψης η όχι των παραμέτρων της σταθεράς και της τάσης εμφανίζεται ένα πρόβλημα. Οι έλεγχοι για την παρουσία μοναδιαίων ριζών είναι υπό συνθήκη ως προς την ύπαρξη προσδιοριστικών περιπλανήσεων και τάσεων, και οι έλεγχοι για την ύπαρξη προσδιοριστικών περιπλανήσεων και τάσεων είναι υπο συνθήκη ως προς την ύπαρξη μοναδιαίων ριζών (Κάτος, 2004)⁴²³

Για την λύση των παραπάνω οι Dolado et al. (1990), Holden and Perman (1984) και Enders (1995) παρουσίασαν διαδοχικές επεξεργασίες εάν η γενετική διαδικασία των στοιχείων δεν είναι γνωστή.

Η διαδικασία ξεκινά από την πλέον γενικευμένη περίπτωση (σταθερά και τάση) και οδηγείται προς τα κάτω με ελέγχους και απαλοιφή των όρων σταματώντας στην πρώτη απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης για τον όρο πρώτης χρονικής υστέρησης (απόρριψη μηδενικής υπόθεσης σημαίνει στασιμότητα) λόγω της χαμηλής δύναμης του ελέγχου ADF.

Η Επιλογή των χρονικών υστερήσεων γίνεται με τα γνωστά κριτήρια ελέγχου (AIC, SBC κλπ).

Συγκεκριμένα⁴²⁴:

- Ξεκινώντας από την γενικότερη μορφή εκτιμούμε την

$$\Delta X_t = a + \beta t + \delta * X_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \delta_j \Delta X_{t-j} + \varepsilon_t$$

Η επιλογή του αριθμού των χρονικών υστερήσεων γίνεται με τα γνωστά κριτήρια ελέγχου χρονικών υστερήσεων (AIC, SCH κλπ) και πραγματοποιούμε και έλεγχο αυτοσυσχέτισης στα κατάλοιπα.

- Με το στατιστικό τ_τ ελέγχουμε την υπόθεση $\delta = 0$

Σε περίπτωση απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης θεωρούμε ότι η σειρά δεν περιέχει μοναδιαία ρίζα και άρα είναι στάσιμη. Εδώ σταματάει η διαδικασία

Αν δεν απορριφθεί η μηδενική υπόθεση πρέπει να συνεχίσουμε να ελέγξουμε τους όρους περιπλανήσεως και τάσεως

- Με το στατιστικό $\tau_{\beta t}$ ελέγγω την μηδενική υπόθεση $\beta = 0$ δοθέντος ότι $\delta = 0$. Δηλαδή ελέγχουμε την σημαντικότητα του όρου τάσεως δοθέντος ότι η χρονολογική σειρά περιέχει μοναδιαία ρίζα. Ο έλεγχος μπορεί να επαληθευθεί με το στατιστικό Φ_3 ο οποίος ελέγχει την από κοινού μηδενική υπόθεση $\beta = \delta = 0$.

Εάν δεν απορριφθεί η μηδενική υπόθεση, δηλαδή αν το β δεν είναι σημαντικό, μπορούμε να συνεχίσουμε.

Εάν απορριφθεί η μηδενική υπόθεση, δηλαδή εάν το β είναι σημαντικό, μπορούμε να ελέγξουμε την μηδενική υπόθεση $\delta = 0$ με την τυπική κανονική κατανομή.

⁴²³ Κάτος Α., Οικονομετρία: Θεωρία και Εφαρμογές(2004) σελ.975

⁴²⁴ Κάτος Α., Οικονομετρία: Θεωρία και Εφαρμογές(2004) σελ.976-8

Απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης μας δείχνει ότι η χρονοσειρά είναι στάσιμη.

Εάν δεν απορριφθεί η μηδενική υπόθεση, δηλαδή αν η χρονολογική σειρά περιέχει μοναδιαία ρίζα συμπεραίνουμε ότι το $\beta \neq 0$ και $\delta = 0$.

- Με το στατιστικό $\tau_{\alpha\tau}$ ελέγχω την μηδενική υπόθεση $\alpha = 0$ δοθέντος ότι $\delta = 0$. Δηλαδή ελέγχουμε την σημαντικότητα του σταθερού όρου δεδομένου ότι η χρονολογική σειρά περιέχει μοναδιαία ρίζα. Ο έλεγχος μπορεί να επαληθευθεί με το στατιστικό Φ_2 ο οποίος ελέγχει την από κοινού μηδενική υπόθεση $\alpha = \beta = \delta = 0$.

Εάν δεν απορριφθεί η μηδενική υπόθεση, δηλαδή αν το α δεν είναι σημαντικό, μπορούμε να συνεχίσουμε.

Εάν απορριφθεί η μηδενική υπόθεση, δηλαδή εάν το α είναι σημαντικό, μπορούμε να ελέγξουμε την μηδενική υπόθεση $\alpha = 0$ με την τυπική κανονική κατανομή.

Απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης μας δείχνει ότι η χρονοσειρά είναι στάσιμη.

Εάν δεν απορριφθεί η μηδενική υπόθεση, δηλαδή αν η χρονολογική σειρά περιέχει μοναδιαία ρίζα συμπεραίνουμε ότι το $\alpha \neq 0$ και $\delta = 0$.

- Εκτιμούμε την εξίσωση με OLS

$$\Delta X_t = a + \delta * X_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \delta_j \Delta X_{t-j} + \varepsilon_t$$

Με το στατιστικό τ_μ ελέγχω την μηδενική υπόθεση $\delta = 0$.

Εάν απορριφθεί η μηδενική υπόθεση, τότε η χρονολογική σειρά δεν περιέχει μοναδιαία ρίζα

Εάν δεν απορριφθεί η μηδενική υπόθεση πρέπει να συνεχίσουμε τον έλεγχο σημαντικότητας του όρου περιπλανήσεως.

- Με το στατιστικό $\tau_{\alpha\mu}$ ελέγχω την μηδενική υπόθεση $\alpha = 0$ δοθέντος ότι $\delta = 0$. Δηλαδή ελέγχουμε την σημαντικότητα του σταθερού όρου δεδομένου ότι η χρονολογική σειρά περιέχει μοναδιαία ρίζα. Ο έλεγχος μπορεί να επαληθευθεί με το στατιστικό Φ_1 ο οποίος ελέγχει την από κοινού μηδενική υπόθεση $\alpha = \delta = 0$.

Εάν δεν απορριφθεί η μηδενική υπόθεση, δηλαδή αν το α δεν είναι σημαντικό, μπορούμε να συνεχίσουμε.

Εάν απορριφθεί η μηδενική υπόθεση, δηλαδή εάν το α είναι σημαντικό, μπορούμε να ελέγξουμε την μηδενική υπόθεση $\alpha = 0$ με την τυπική κανονική κατανομή.

Απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης μας δείχνει ότι η χρονοσειρά είναι στάσιμη.

Εάν δεν απορριφθεί η μηδενική υπόθεση, δηλαδή εάν η χρονολογική σειρά περιέχει μοναδιαία ρίζα, συμπεραίνουμε ότι $\alpha \neq 0$ και $\delta = 0$

- Εκτιμούμε την εξίσωση με OLS

$$\Delta X_t = \delta * X_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \delta_j \Delta X_{t-j} + \varepsilon_t$$

Με το στατιστικό τα ελέγχουμε την μηδενική υπόθεση $\delta = 0$.

Εάν απορριφθεί η μηδενική υπόθεση, τότε η χρονολογική σειρά δεν περιέχει μοναδιαία ρίζα, οπότε είναι στάσιμη.

Εάν δεν απορριφθεί η μηδενική υπόθεση, τότε η χρονολογική σειρά περιέχει μοναδιαία ρίζα, οπότε συμπεραίνουμε ότι η σειρά είναι μη στάσιμη.

Η συγκεκριμένη διαδικασία αποτυπώνεται σε πίνακα στο paper του Perron (1988)

	Step and Model	Μηδενική Υπόθεση	Στατιστική Ελέγχου	Κριτικές τιμές
1	$\Delta X_t = a + \beta t + \delta * X_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \delta_j \Delta X_{t-j} + \varepsilon_t$	$\delta = 0$	τ_τ	Fuller (1976) (table. 8.5.2, block 3)
2	$\Delta X_t = a + \beta t + \delta * X_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \delta_j \Delta X_{t-j} + \varepsilon_t$	$\delta = \beta = 0$	Φ_3	Dickey and Fuller (1981) (table VI)
2a	$\Delta X_t = a + \beta t + \delta * X_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \delta_j \Delta X_{t-j} + \varepsilon_t$	$\delta = 0$	t	Standard Normal
3	$\Delta X_t = a + \delta * X_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \delta_j \Delta X_{t-j} + \varepsilon_t$	$\delta = 0$	τ_μ	Fuller (1976)(table 8.5.2, block 2)
4	$\Delta X_t = a + \delta * X_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \delta_j \Delta X_{t-j} + \varepsilon_t$	$\delta = \alpha = 0$	Φ_1	Dickey and Fuller (1981) (table IV)
4a	$\Delta X_t = a + \delta * X_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \delta_j \Delta X_{t-j} + \varepsilon_t$	$\delta = 0$	t	Standard Normal
5	$\Delta X_t = \delta * X_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \delta_j \Delta X_{t-j} + \varepsilon_t$	$\delta = 0$	τ	Fuller (table 8.5.2, block 1)

2. Ο έλεγχος των Phillips και Perron

Όπως γνωρίζουμε ο επαυξημένος έλεγχος των Dickey Fuller (Augmented Dickey Fuller- ADF) περιλαμβάνει την προσθήκη όρων διαφορών στην εξίσωση για να λάβει υπόψη του την περίπτωση η γενεσιουργός διαδικασίας (data generating process – dgp) να είναι πιο περίπλοκη από μια AR(1) διαδικασία.

Οι όροι αυτοί ‘ασπρίζουν’ (την οδηγούν να ομοιάζει περισσότερο με διαδικασία λευκού θορύβου) την παράμετρο λάθους (αφού τα αυτοσυσχετιζόμενα κατάλοιπα δημιουργούν πρόβλημα στην χρήση των DF κατανομών).

Μια εναλλακτική διαδικασία είναι αυτή που προτάθηκε από τον Phillips(1987)⁴²⁵ και επεκτάθηκε από τον Perron(1988)⁴²⁶ και Phillips and Perron(1988)⁴²⁷.

Η συγκεκριμένα διαδικασία ελέγχου προτείνει μια μη παραμετρική διόρθωση της τιμής της στατιστικής t η οποία λαμβάνει υπόψη (γίνεται σύμφωνα) με την παρουσία αυτοσυσχέτισης.

Έτσι οι κλασικές DF τύπου εξισώσεις (χωρίς σταθερά, με σταθερά, με σταθερά και τάση) εκτιμώνται και η τιμή της t statistic τροποποιείται ώστε να λάβει υπόψη την οποιαδήποτε μεροληψία που μπορεί να προκύψει εξαιτίας της αυτοσυσχέτισης στα κατάλοιπα της αρχικής εξίσωσης.

Η μεροληψία είναι αποτέλεσμα της διαφοράς στην διακύμανση του 'πραγματικού' πληθυσμού

$$\sigma^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} E(T^{-1}S_T^2)$$

Από την διακύμανση των καταλοίπων στην εξίσωση παλινδρόμησης

$$\sigma_u^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} T^{-1} \sum_{t=1}^T E(u_t^2)$$

Συνεπείς εκτιμητές των παραπάνω είναι οι εξής:

$$S_{Tl}^2 = T^{-1} \sum_{t=1}^T (u_t^2) + 2T^{-1} \sum_{t=1}^l \sum_{j=t+1}^T w_{tj} u_t u_{t-j}$$

$$\text{Όπου } w_{tj} = 1 - \frac{\tau}{l+1}$$

$$S_u^2 = T^{-1} \sum_{t=2}^T (u_t^2)$$

Για το σ^2 και το σ_u^2 αντίστοιχα.

Ο εκτιμητής S_{Tl}^2 είναι συνεπής όσον αφορά την ετεροσκεδαστικότητα και την αυτοσυσχέτιση (heteroskedasticity and autocorrelation consistent – HAC) και είναι γνωστός ως εκτιμητής των Newey και West (1987).

Όπου l η lag truncation παράμετρος η οποίας χρησιμοποιείται για να λάβει πλήρως υπόψη (να συλλάβει πλήρως) την αυτοσυσχέτιση που εντοπίζεται στα κατάλοιπα.

Όταν δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση στα κατάλοιπα τότε $S_u^2 = S_{Tl}^2$.

Το Phillips Z- test υπολογίζεται από την εξίσωση ανάλογα με την μορφή της εξίσωσης :

Στην περίπτωση όπου

$$\Delta X_t = \delta * X_{t-1} + u_t \quad \text{όπου } u_t \sim IID(0, \sigma^2)$$

⁴²⁵ Phillips, P.C.B. (1987) Time series regression with a unit root, *Econometrica*, 55, 277-301

⁴²⁶ Perron, P. (1988) Trends and random walks in macroeconomic time series: Further evidence from a new approach, *Journal of Economic Dynamics and Control* 12, 297-332

⁴²⁷ Phillips, P.C.B. and P. Perron (1988) Testing for a unit root in times series regression. *Biometrika*, 75, 335-446.

$$Z(\tau_\mu) = (S_u / S_{Tl})\tau_\mu - 1/2(S_{Tl}^2 - S_u^2)\{S_{Tl}[T^{-2} \sum_{i=2}^T x_{t-1}^2]^{(1/2)}\}^{(-1)}$$

Στην περίπτωση όπου

$$\Delta X_t = a + \delta * X_{t-1} + u_t \quad \text{όπου } u_t \sim IID(0, \sigma^2)$$

$$Z(\tau_\mu) = (S_u / S_{Tl})\tau_\mu - 1/2(S_{Tl}^2 - S_u^2)\{S_{Tl}[T^{-2} \sum_{i=2}^T (x_{t-1} - \bar{x}_{-1})^2]^{(1/2)}\}^{(-1)}$$

$$Z(\tau_a) = (S_u / S_{Tl})\tau_a + 1/2\sqrt{T}(S_{Tl}^2 - S_u^2)\{S_{Tl}[T^{-2} \sum_{i=2}^T (x_{t-1} - \bar{x}_{-1})^2]^{(1/2)}\}^{(-1)} \frac{\sum_{i=2}^T x_{t-1}}{(\sum_{i=2}^T x_{t-1}^2)^{1/2}}$$

Και τέλος στην περίπτωση όπου

$$\Delta X_t = a + \beta t + \delta * X_{t-1} + u_t \quad \text{όπου } u_t \sim IID(0, \sigma^2)$$

$$Z(\tau_\mu) = \left(\frac{S_u}{S_{Tl}}\right)\tau_\mu - T^3(S_{Tl}^2 - S_u^2)\{S_{Tl}\sqrt{24D_x}\}^{-1}$$

$$Z(\tau_a) = (S_u / S_{Tl}) \tau_a - \frac{(T^4 \sqrt{T}(S_{Tl}^2 - S_u^2) \sum_{t=2}^T x_{(t-1)})}{4[3S_{Tl}^2 D_x (12D_x + T^3 (\sum_{t=2}^T x_{(t-1)})^2)]^{(1/2)}}$$

$$Z(\tau_b) = (S_u / S_{Tl}) \tau_b - \frac{T\sqrt{T}(S_{Tl}^2 - S_u^2)(T \sum_{t=2}^T x_{(t-1)} - 2 \sum_{t=2}^T t x_{(t-1)})}{4[S_{Tl}^2 D_x (\sum_{t=2}^T x_{(t-1)} - \bar{x}_{-1})^2]^{(1/2)}}$$

$$\text{Όπου } \bar{x}_{-1} = (T-1)^{-1} \sum_{t=2}^T x_{t-1}$$

Όπου D_x ⁴²⁸ η ορίζουσα του εσωτερικού γινομένου της μήτρας δεδομένων με τον εαυτόν της, η οποία είναι:

$$D_x = \frac{T^2(T^2 - 1)}{12} \sum_{t=2}^T x_{t-1}^2 - T(\sum_{t=2}^T t x_{t-1})^2 + T(T+1) \sum_{t=2}^T t x_{t-1} \sum_{t=2}^T x_{t-1} - \frac{T(T+1)(2T+1)}{6} (\sum_{t=2}^T x_{t-1})^2$$

Η εκάστοτε τιμή τ_μ αποτελεί ανά περίπτωση την τιμή της στατιστικής στον έλεγχο $\delta = 0$.

Ένα από τα προβλήματα του PP test αφορά στο root size (συχνότερη απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης όταν είναι αληθής) του ελέγχου⁴²⁹, όταν η εξίσωση έχει υψηλούς αρνητικούς ΜΑ όρους (οι οποίοι φαίνονται να βρίσκονται στην πράξη σε μακροοικονομικές χρονολογικές σειρές).

Για τον υπολογισμό της ο Schwert προτείνει δυο τιμές:

⁴²⁸ Gilles Dufrenot και Valerie Mignon (2002) « Recent Developments in Nonlinear Cointegration with Applications to Macroeconomics and Finance» σελ.33

⁴²⁹ Schwert, G. William 1989, "Why Does Stock Market Volatility Change Over Time?" Journal of Finance 44,1115-1153

$$l_4 = \text{int}\left[4\left(\frac{T}{100}\right)^{1/4}\right]$$

$$l_{12} = \text{int}\left[12\left(\frac{T}{100}\right)^{1/4}\right]$$

Για την αντιμετώπιση του προβλήματος του φτωχού size του ελέγχου αυτού προτάθηκε το Modified Z-test.

3. KPSS

Το κριτήριο KPSS⁴³⁰ σε αντίθεση με τα προηγούμενα έχει την μηδενική Υπόθεση ως την υπόθεση της ύπαρξης στασιμότητας και απόρριψη αυτής οδηγεί στο να θεωρήσουμε ότι η σειρά είναι μη στάσιμη διαδικασία.

Το κριτήριο αυτό βασίζεται στην εξής γενεσιουργό διαδικασία (data generating process) στην οποία δεχόμαστε ότι μια χρονοσειρά y_t μπορεί να αναλυθεί:

$$y_t = at + r_t + \varepsilon_t$$

$$r_t = r_{t-1} + u_t \text{ με } u_t \sim iid(0, \sigma_u^2)$$

Η μηδενική υπόθεση είναι ο έλεγχος του κατά πόσο η διακύμανση σ_u^2 είναι μηδέν. Υπό την μηδενική υπόθεση, είναι στάσιμη γύρω από μια σταθερά ($\alpha = 0$) ή trend stationary ($\alpha \neq 0$).

Αν $\alpha = 0$ η χρονοσειρά είναι στάσιμη γύρω από ένα επίπεδο (r_0)

Στην πράξη τα βήματα που ακολουθούνται είναι η εκτίμηση της παλινδρόμησης

Έστω e_t , $t = 1, \dots, T$ τα κατάλοιπα από την παλινδρόμηση της y_t σε μια σταθερά και τάση.

Η LM στατιστική δίνεται από την σχέση:

$$LM = \frac{\sum_{t=1}^T S_t^2}{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}$$

$$\text{Όπου } S_t = \sum_{i=1}^t e_i, t = 1, \dots, T$$

⁴³⁰ Kwiatkowski, D.; Phillips, P. C. B.; Schmidt, P.; Shin, Y. (1992). "Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root". Journal of Econometrics 54 (1-3): 159-178

$$S_t^2 = \sum_{i=1}^t e_i$$

$$t=1 \quad S_1 = \sum_{i=1}^1 e_i = e_1$$

$$t=2 \quad S_2 = \sum_{i=1}^2 e_i = e_1 + e_2$$

$$t=3 \quad S_3 = \sum_{i=1}^3 e_i = e_1 + e_2 + e_3$$

⋮
⋮

$$t=T \quad S_T = \sum_{i=1}^T e_{iT} = e_1 + e_2 + e_3 + \dots + e_T$$

Και $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ ένας εκτιμητής της διακύμανσης των καταλοίπων e_t

Όπως και στον έλεγχο των Phillips και Perron

$$\sigma^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{E(S_T^2)}{T} \quad \text{Και ο αντίστοιχος εκτιμητής του είναι ο}$$

$$\hat{\sigma}_{\Pi}^2 = T^{-1} \sum_{t=1}^T (e_t^2) + 2T^{-1} \sum_{s=1}^l \sum_{t=s+1}^T w_{\tau t} e_t e_{t-s}$$

$$\text{Όπου } w_{\tau} = 1 - \frac{s}{l+1}$$

Για την 1^η περίπτωση όπου εξετάζουμε στασιμότητα γύρω από ένα επίπεδο (μόνο σταθερά χωρίς τάση)

Η στατιστική ελέγχου είναι η

$$\eta_{\mu} = \frac{\sum_{t=1}^T S_T^2}{T^2 \hat{\sigma}_{\Pi}^2}$$

Η οποία υπό την μηδενική υπόθεση

$$\eta_{\mu} \rightarrow \int_0^1 V^2(s) ds$$

Όπου $V(s)$ η standard Brownian bridge και \rightarrow υποδηλώνει ασθενή σύγκλιση

Για την 2^η περίπτωση όπου εξετάζουμε στασιμότητα γύρω από μια τάση (σταθερά και τάση)

$$\eta_{\tau} = \frac{\sum_{t=1}^T S_T^2}{T^2 \hat{\sigma}_{\Pi}^2}$$

Η οποία υπό την μηδενική υπόθεση

$$\eta_\tau \rightarrow \int_0^1 V_2^2(s) ds$$

Οι Kwiatkowski et al. (1992) μας έχουν προμηθεύσει κριτικές τιμές για τις η_μ και η_τ

4. Ο έλεγχος του Perron για ύπαρξη Structural Break

Ο Perron (Perron, 1989)⁴³¹ ανέφερε ότι σε έναν έλεγχο όπως ο ADF αλλά και τον έλεγχο των Phillips-Perron μπορεί να είναι υπάρξει μεροληψία με αδυναμία απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης της ύπαρξης μοναδιαίας ρίζας όταν η σειρά είναι στάσιμη αλλά υπάρχει ένα μόνιμο structural change κάποια χρονική στιγμή.

Ο συγγραφέας επανέλεξε τα δεδομένα των Nelson και Plosser (1982) και παρατήρησε ότι σε 11 από τις 14 σημαντικές μακροοικονομικές μεταβλητές των ΗΠΑ υπήρξε στασιμότητα όταν συμπεριλαμβανόταν εξωγενώς μια δομική αλλαγή (structural break).

Το τεστ του Perron (1989) επιτρέπει δομική αλλαγή σε μια χρονική στιγμή η οποία συμβαίνει στο διάστημα T_B (όπου $1 < T_B < T$) όπου T ο αριθμός των παρατηρήσεων.

Τρία διαφορετικά υποδείγματα ελέγχονται σε αυτόν τον έλεγχο:

Το πρώτο υπόδειγμα επιτρέπει η εξωγενής αλλαγή να γίνεται στο επίπεδο της χρονοσειράς (ένα "crash" υπόδειγμα)

$$\Delta y_t = \hat{\mu}^A + \hat{\alpha}^A y_{t-1} + \hat{\theta}^A DU_t + \hat{\beta}^A t + \hat{d}^A D(T_B) + \sum_{j=1}^k \hat{c}_j^A \Delta y_{t-j} + \hat{\varepsilon}_t$$

Το δεύτερο υπόδειγμα επιτρέπει εξωγενή αλλαγή στον ρυθμό αύξησης της χρονοσειράς (ένα "changing growth" υπόδειγμα)

$$\Delta y_t = \hat{\mu}^B + \hat{\alpha}^B y_{t-1} + \hat{\gamma}^B DT_t^* + \hat{\beta}^B t + \sum_{j=1}^k \hat{c}_j^B \Delta y_{t-j} + \hat{\varepsilon}_t$$

Το τρίτο υπόδειγμα επιτρέπει την πραγματοποίηση και των δυο αλλαγών.

$$\Delta y_t = \hat{\mu}^C + \hat{\alpha}^C y_{t-1} + \hat{\theta}^C DU_t + \hat{\beta}^C t + \hat{\gamma}^C DT_t^* + \hat{d}^C D(T_B) + \sum_{j=1}^k \hat{c}_j^C \Delta y_{t-j} + \hat{\varepsilon}_t$$

$$D(T_B) = 1 \text{ αν } T = T_B + 1 \text{ και } 0 \text{ σε άλλη περίπτωση}$$

$$DU_t = 1 \text{ αν } t > T_B$$

$$DT_t^* = t - T_B \text{ αν } t > T_B \text{ και } 0 \text{ σε άλλη περίπτωση.}$$

Η μηδενική υπόθεση των ελέγχων είναι η ύπαρξη μη στασιμότητας. Η εναλλακτική είναι η σε τάση στάσιμη διαδικασία με ένα break την στιγμή T_B

⁴³¹ Perron, P. (1989). The great crash, oil price shock and the unit root hypothesis. *Econometrica*, 57, 1361-1401

Οι ασυμπτωτικές κατανομές των $\hat{\alpha}^A, \hat{\alpha}^B, \hat{\alpha}^C$ είναι διαφορετικές για το καθένα από αυτά όπως και οι έλεγχοι για τα διαφορετικά υποδείγματα και εξαρτώνται από το σημείο που συμβαίνει το breakpoint $\lambda = T_B / T$

Τα υποδείγματα αυτά δεν μπορούν να εφαρμοστούν όταν τέτοια breaks είναι άγνωστα. Για αυτό η διαδικασία αυτή έχει επικριθεί για το ότι υποθέτει ότι είναι a priori γνωστή η ημερομηνία του break, κάτι το οποίο αυξάνει το πρόβλημα του προελέγχου και του data mining όσον αφορά την εύρεση της ημερομηνίας αυτής⁴³².

5. Ο έλεγχος των Zivot Andrews⁴³³

Ο συγκεκριμένος έλεγχος ύπαρξης μοναδιαίας ρίζας επίσης λαμβάνει υπόψη και την ύπαρξη structural break στην χρονοσειρά.

Η ύπαρξη structural breaks στις χρονοσειρές μπορεί να αιτιολογηθεί θεωρητικά από μια σειρά παραγόντων όπως είναι οι οικονομικές κρίσεις, οι αλλαγές πολιτικής και οι αλλαγές regimes.

Βάσει αυτών το συγκεκριμένο test ουσιαστικά ελέγχει την μηδενική υπόθεση της δομικής σταθερότητας σε σχέση με την εναλλακτική της δομικής αλλαγής.

Η διαφορά από τον έλεγχο του Perron είναι ότι η εκτίμηση του break γίνεται ενδογενώς και όχι εξωγενώς.

Οι Zivot- Andrews προτείνουν τα τρία παρακάτω υποδείγματα:

$$\Delta y_t = \hat{\mu}^A + \hat{\alpha}^A y_{t-1} + \hat{\theta}^A DU_t(\hat{\lambda}) + \hat{\beta}^A t + \sum_{j=1}^k \hat{c}_j^A \Delta y_{t-j} + \hat{\varepsilon}_t \quad (A)$$

$$\Delta y_t = \hat{\mu}^B + \hat{\alpha}^B y_{t-1} + \hat{\gamma}^B DT_t^*(\hat{\lambda}) + \hat{\beta}^B t + \sum_{j=1}^k \hat{c}_j^B \Delta y_{t-j} + \hat{\varepsilon}_t \quad (B)$$

$$\Delta y_t = \hat{\mu}^C + \hat{\alpha}^C y_{t-1} + \hat{\theta}^C DU_t(\hat{\lambda}) + \hat{\beta}^C t + \hat{\gamma}^C DT_t^*(\hat{\lambda}) + \sum_{j=1}^k \hat{c}_j^C \Delta y_{t-j} + \hat{\varepsilon}_t \quad (C)$$

Το Break εκτιμάται ενδογενώς από τις συναρτήσεις.

Το μέγεθος του δείγματος το οποίο ελέγχεται για break είναι από το 15 έως το 85 % των παρατηρήσεων.

Η επιλογή του αριθμού χρονικών υστερήσεων μπορεί να ληφθεί από την χρήση κάποιου εκ των γνωστών κριτηρίων (SBC, AIC κλπ). Το λ αποτελεί την ενδογενή εκτίμηση του πιθανού break και η τιμή της στατιστικής α εξετάζεται για όλες τις τιμές μέσα στις οποίες ελέγχεται η πιθανή ύπαρξη του break (λαμβάνοντας υπόψη μερικές παρατηρήσεις στην αρχή και στο τέλος για την δυνατότητα εκτίμησης του υποδείγματος).

Η ημερομηνία break επιλέγεται σε αυτή που ελαχιστοποιείται η τιμή της ADF για το α .

⁴³² Maddala GS, Kim IM. 2003. Unit Roots, Cointegration and Structural Change. Cambridge University Press

⁴³³ Zivot, E., Andrews, D.W.K. (1992). Further Evidence on the Great Crash, Oil Price Shock and the Unit Root Hypothesis. Journal of Business and Economic Statistics, 10, 251-270.

6. Ο έλεγχος των Lumsdaine και Papell test⁴³⁴

Η ύπαρξη παραπάνω από ενός break στην χρονοσειρά οδηγεί στο συγκεκριμένο έλεγχο το οποίο επιτρέπει την ύπαρξη δυο δομικών αλλαγών στα δεδομένα κατά τον έλεγχο της μοναδιαίας ρίζας.

Τα υποδείγματα που ελέγχονται καθορίζουν τα δυο break points ενδογενώς.

Το πρώτο υπόδειγμα επιτρέπει δυο δομικές αλλαγές στην σταθερά (δυο crashes)

$$\Delta y_t = \hat{\mu}^A + \hat{\alpha}^A y_{t-1} + \hat{\theta}^A DU_1(\hat{\lambda}_1) + \hat{\omega}^A DU_2(\hat{\lambda}_2) + \hat{\beta}^A t + \sum_{j=1}^k \hat{c}_j^A \Delta y_{t-j} + \hat{\varepsilon}_t$$

Το δεύτερο υπόδειγμα επιτρέπει μια αλλαγή στην σταθερά (ένα crash) και στην τάση (trend break η changing growth) στο πρώτο break και ένα crash στο δεύτερο.

$$\Delta y_t = \hat{\mu}^B + \hat{\alpha}^B y_{t-1} + \hat{\theta}^B DU_1(\hat{\lambda}_1) + \hat{\gamma}^B DT_1(\hat{\lambda}_1) + \hat{\beta}^B t + \hat{\omega}^B DU_2(\hat{\lambda}_2) + \sum_{j=1}^k \hat{c}_j^B \Delta y_{t-j} + \hat{\varepsilon}_t$$

Το τρίτο υπόδειγμα επιτρέπει αλλαγή στην σταθερά και στην τάση (crash και trend break) και στα δυο break

$$\Delta y_t = \hat{\mu}^C + \hat{\alpha}^C y_{t-1} + \hat{\theta}^C DU_1(\hat{\lambda}_1) + \hat{\gamma}^C DT_1(\hat{\lambda}_1) + \hat{\beta}^C t + \hat{\omega}^C DU_2(\hat{\lambda}_2) + \hat{\psi}^C DT_2(\hat{\lambda}_2) + \sum_{j=1}^k \hat{c}_j^C \Delta y_{t-j} + \hat{\varepsilon}_t$$

Οι Lumsdaine και Papell μας παρέχουν διαφορετικούς πίνακες κριτικών τιμών ανά περίπτωση.

7. DF- GLS Detrended⁴³⁵

Ο συγκεκριμένος έλεγχος μεγιστοποιεί την δύναμη του ελέγχου ADF με την χρήση της διαδικασίας του Detrending.

Για να το επιτύχουν αυτό ορίζουν την ημι-διαφορά⁴³⁶

$$d(y_t|a) = \begin{cases} y_t & \text{αν } t=1 \text{ και αν } t>1 \text{ αντίστοιχα.} \\ y_t - ay_{t-1} & \end{cases}$$

Ύστερα από την παλινδρόμηση της ημιδιαφοράς $d(y_t|a) = \bar{y}$ στην ημιδιαφορά $d(z_t|a) = \bar{z}$

Όπου

$$z_t = (1) \text{ η } z_t = (1, t) \text{ (περίπτωση μόνο σταθεράς η και σταθεράς και τάσης αντίστοιχα)}$$

$$\bar{y} = (y_1, (1 - \bar{a}L) y_2, \dots, (1 - \bar{a}L) y_T)$$

$$\bar{z} = (z_1, (1 - \bar{a}L) z_2, \dots, (1 - \bar{a}L) z_T)$$

⁴³⁴ Lumsdaine, R.L., Papell, D.H. (1997). Multiple trend breaks and the unit root hypothesis. The Review of Economics and Statistics, 79, 212-218.

⁴³⁵ Elliott, G., Rothenberg, T. J. and Stock, J. H. (1996) Efficient tests for an autoregressive unit root, Econometrica, 64, 813-36.

⁴³⁶ Κάτος Α., Οικονομετρία: Θεωρία και Εφαρμογές(2004) σελ.994

δηλαδή από την παλινδρόμηση:

$$d(y_t|a) = d(z_t|a)' \beta(\alpha) + \varepsilon_t$$

$$\bar{a} = 1 + \frac{\bar{c}}{T}$$

Όπου T ο αριθμός των παρατηρήσεων για y_t και \bar{c} σταθερό σε -7 στο υπόδειγμα μόνο με την σταθερά και -13.5 όταν έχουμε το υπόδειγμα με την σταθερά και την τάση.

Και λαμβάνουμε την εκτίμηση $\hat{\beta}(\alpha)$ του $\beta(\alpha)$.

Υπολογίζουμε την

$$y_t^d = y_t - z_t' \hat{\beta}(\alpha)$$

Δηλαδή την

$$y_t^d = y_t - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 t$$

Όπου τα $(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1)$ αποτελούν το $\hat{\beta}(\alpha)$

Ο έλεγχος DF GLS βασίζεται στον έλεγχο της μηδενικής υπόθεσης

$$H_0 : \psi^* = 0 \text{ στην παλινδρόμηση}$$

$$\Delta y_t^d = \psi^* y_{t-1}^d + \psi_1^* \Delta y_{t-1}^d + \dots + \psi_{p-1}^* \Delta y_{t-p+1}^d + u_t$$

Όπου y_t^d είναι η Detrended σειρά.

Το συγκεκριμένο τεστ έχει μεγαλύτερη δύναμη από το απλό Augmented Dickey Fuller.

Αν η βασική εξίσωση περιλαμβάνει μόνο σταθερά, τότε συνεχίζουν να ισχύουν οι κριτικές τιμές των Dickey Fuller η MacKinnon.

Στην περίπτωση που η βασική εξίσωση περιλαμβάνει σταθερά και τάση, τότε ισχύουν οι κριτικές τιμές που μας παρέχουν οι Elliot et.al.

Συνοψίζοντας τα βήματα είναι τα εξής:

- Υπολογισμός της \bar{a} βάσει της επιλογής με σταθερά η σταθερά και τάσης
- Δημιουργία της \bar{y} και \bar{z}
- Παλινδρόμηση της \bar{y} στην \bar{z} και εκτίμηση των όρων $\hat{\beta}_0$ και $\hat{\beta}_1$ για τις περιπτώσεις με σταθερά η σταθερά και τάση αντίστοιχα
- Υπολογισμός της $y_t^d = y_t - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 t$
- Ο έλεγχος $H_0 : \psi^* = 0$ στην παλινδρόμηση

$$\Delta y_t^d = \psi^* y_{t-1}^d + \psi_1^* \Delta y_{t-1}^d + \dots + \psi_{p-1}^* \Delta y_{t-p+1}^d + u_t$$

Οι Ng και Perron⁴³⁷ μελέτησαν το μέγεθος και την δύναμη του συγκεκριμένου τεστ σε πεπερασμένα δείγματα και πρότειναν την χρήση του Modified Akaike Criterion (MAIC) για τον καθορισμό του αριθμού των χρονικών υστερήσεων.

8. Ο έλεγχος των Ng και Perron (Modified Z- test)

Όπως αναφέραμε οι έλεγχοι PP χαρακτηρίζονται από root size.

Οι Perron και Ng μετατρέπουν τους ελέγχου Z οι οποίοι προτάθηκαν από τους PP για να διορθώσουν το πρόβλημα αυτό.

Οι Modified Z είναι:

$$MZ_t = MSB * MZ_p$$

όπου

$$MZ_p = Z_p + \frac{T}{2} (p-1)^2$$

Όπου για AR(1) χωρίς περιπλάνηση:

$$MSB = [T^{-2} (\sum y_{t-1}^2 / S_{Tl}^2)]^{1/2}$$

$$Z_p = T(\hat{\rho} - 1) - \frac{1}{2} \frac{S_{Tl}^2 - S_u^2}{[T^{-2} \sum_{t=2}^T y_{t-1}^2]}$$

Για AR(1) μόνο με περιπλάνηση

$$MSB = [T^{-2} (\sum_{t=2}^T (y_{t-1} - \bar{y}_{-1})^2 / S_{Tl}^2)]^{1/2}$$

$$Z_p = T(\hat{\rho} - 1) - \frac{1}{2} \frac{S_{Tl}^2 - S_u^2}{[T^{-2} \sum_{t=2}^T (y_{t-1} - \bar{y}_{-1})^2]}$$

Για AR(1) με περιπλάνηση και τάση

$$MSB = [\frac{24D_x}{T^6 S_{Tl}^2}]^{1/2}$$

$$Z_p = T(\hat{\rho} - 1) - (S_{Tl}^2 - S_u^2) \frac{T^3}{24D_x}$$

Σε αντίθεση όμως με τον έλεγχο των PP στον έλεγχο των Ng και Perron δεν προτείνεται η χρήση του Newey-West HAC εκτιμητή για το S_{Tl}^2 .

⁴³⁷ Ng, Serena, Perron P. "Lag length Selection and the Construction of Unit Root Tests with Good Size and Power" *Econometrica* Volume 69, Issue 6, pages 1519–1554, November 2001

Αντίθετα προτείνετε ο εκτιμητής

$$S_{\pi}^2 = \frac{S_{\varepsilon}^2}{[1 - \hat{b}(l)]^2}$$

Όπου

$$S_{\varepsilon}^2 = (T - k)^{-1} \sum_{t=k+1}^T \hat{\varepsilon}_t^2$$

Και

$$\hat{b}(l) = \sum_{j=1}^k \hat{b}_j$$

Όπου $\hat{b}(j)$ και $\hat{\varepsilon}_t^2$ για την περίπτωση με σταθερά/ σταθερά και τάση, τα λαμβάνουμε από την εξής παλινδρόμηση:

$$\Delta y_t^d = a + b_0 y_{t-1}^d + \sum_{j=1}^k b_j \Delta y_{t-j}^d + \varepsilon_t$$

Όπου y_t^d αναφέρεται στην Detrended σειρά με την μέθοδο του GLS Detrending.

Οι Ng και Perron προτείνουν την χρήση του κριτηρίου MIC στον καθορισμό του αριθμού των χρονικών υστερήσεων.

B) Η έννοια της Συνολοκλήρωσης (Γραμμικό πλαίσιο) - Λοιπές Έννοιες

Μέθοδοι Ελέγχου Γραμμικής Συνολοκλήρωσης

1. Η Μέθοδος των Engle και Granger

Όπως αναφέραμε στο προηγούμενο τμήμα όταν έχουμε δυο χρονοσειρές οι οποίες είναι I(d) (δηλαδή χρειάζεται να πάρουμε πρώτες διαφορές d φορές για να καταστούν στάσιμες) τότε γενικά οποιοσδήποτε γραμμικός συνδυασμός τους θα είναι επίσης I(d).

Στην περίπτωση όμως που βρούμε ένα διάνυσμα β ώστε ο διαταρακτικός όρος (κατάλοιπα) από την παλινδρόμηση ($\varepsilon_t = y_t - \hat{\beta}x_t$) είναι μικρότερου βαθμού ολοκλήρωσης (I(d-b)) τότε τα δυο μεγέθη είναι Συνολοκληρωμένα τάξης I(d-b).

Αν υποθέσουμε ότι d=b=1 και άρα ο διαταρακτικός όρος είναι I(0) τότε για την εκτίμηση της μακροχρόνιας σχέσης μεταξύ τους αρκεί η εκτίμηση του στατικού υποδείγματος:

$$y_t = \beta x_t + \varepsilon_t$$

Η παραπάνω εκτίμηση με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων (OLS) είναι για μεγάλα δείγματα "υπερ-συνεπής" (Stock, 1987)⁴³⁸, δηλαδή ο εκτιμητής είναι συνεπής και πολύ αποτελεσματικός καθώς συγκλίνει γρηγορότερα στις πραγματικές τιμές των συντελεστών παλινδρόμησης σε σύγκριση με τον εκτιμητή OLS που αναφέρεται σε στάσιμες μεταβλητές (Κάτος, 2004)⁴³⁹.

⁴³⁸ Stock, J.H. (1987) Asymptotic properties of least squares estimators of Cointegrating vectors. *Econometrica*. 55. 1035-1056

⁴³⁹ Κάτος Α., Οικονομετρία Θεωρία και Εφαρμογές Κεφ.11 σελ. 1005

Πάραυτα σε πεπερασμένα δείγματα η μεροληψία είναι πρόβλημα. Οι Phillips και Durlauf (Phillips & Durlauf, 1986)⁴⁴⁰ εκτίμησαν την ασυμπτωτική κατανομή του εκτιμητή του β (με την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων), και τις αντίστοιχες τιμές της στατιστικής t , αποδεικνύοντας ότι αυτές είναι εξαιρετικά περίπλοκες και μη-κανονικές και άρα προξενείτε αδυναμία στην εφαρμογή των κλασικών ελέγχων υποθέσεων.

Η μέθοδος των Engle και Granger δίνει την προσοχή της στον διαταρακτικό όρο και ελέγχει αν αυτά αποτελούν $I(1)$ ή $I(0)$ διαδικασία (και άρα αν δεν συνολοκληρώνονται η συνολοκληρώνονται αντίστοιχα).

Τα βήματα που ακολουθεί είναι τα εξής:

- Ελέγχουμε την τάξη ολοκλήρωσης των δυο μεταβλητών (με την μεθοδολογία των μοναδιαίων ριζών) και η οποία τάξη πρέπει να είναι ίδια για τις δυο μεταβλητές (εάν είναι διαφορετικής τάξης ολοκλήρωσης τότε μπορούμε να συμπεράνουμε ότι οι μεταβλητές δεν συνολοκληρώνονται)
- Εκτιμούμε με την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων την μακροχρόνια εξίσωση ισορροπίας :

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + \varepsilon_t$$

Και αποθηκεύουμε τα κατάλοιπα e_t ως μια εκτίμηση του σφάλματος ισορροπίας ε_t .

- Με την χρήση του κατάλληλου κριτηρίου επιλογής χρονικών υστερήσεων (AIC, SBC, HQ, MAIC κλπ) επιλέγουμε τον κατάλληλο αριθμό χρονικών υστερήσεων για το υπόδειγμα

$$\Delta e_t = \rho * e_{t-1} + \sum_{i=0}^{p-1} \Delta e_{t-i} \quad (\text{εφόσον συμπεριλήφθηκε η σταθερά στο διάνυσμα συνολοκλήρωσης})$$

δεν χρειάζεται σταθερά το υπόδειγμα των καταλοίπων αφού εκ' κατασκευής έχει μέση τιμή ίση με το μηδέν). Επίσης ο Hansen (1992) έδειξε με Monte Carlo πειράματα ότι ανεξάρτητα του αν το e_t (που είναι η εκτίμηση του ε_t) περιέχει ντετερμινιστική τάση ή όχι, η συμπερίληψη μιας ντετερμινιστικής τάσης οδηγεί σε μείωση της δύναμης του ελέγχου (αδυναμία απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης περι Μη Συνολοκλήρωσης παρότι είναι λάθος).

- Χρησιμοποιώντας κάποιον έλεγχο μοναδιαίας ρίζας (όπως τον έλεγχο Augmented Dickey Fuller (ADF)) ελέγχουμε την τάξη ολοκλήρωσης των καταλοίπων. Αυτήν την φορά όμως δεν χρησιμοποιούμε τις κριτικές τιμές των Dickey Fuller όπως στο πρώτο βήμα καθώς πρέπει να λάβουμε υπόψη το γεγονός ότι η OLS αναζητά να παράγει στάσιμα κατάλοιπα (θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε τις συγκεκριμένες τιμές των Dickey Fuller αν το διάνυσμα Συνολοκλήρωσης ήταν εξ' αρχής γνωστό και δεν αποτελούσε εκτίμηση). Για τον έλεγχο αυτό χρησιμοποιούμε συγκεκριμένες κριτικές τιμές (MacKinnon, 1991).⁴⁴¹ Οι κριτικές τιμές επίσης αλλάζουν ανάλογα με το αν στην εξίσωση του ADF παρουσιάζεται σταθερός όρος η τάση το μέγεθος του δείγματος αλλά και των αριθμό των μεταβλητών στην σχέση⁴⁴².
- Αν σύμφωνα με τον παραπάνω έλεγχο τα κατάλοιπα είναι στάσιμα (δηλαδή απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση της μη στασιμότητας) καταλήγουμε στο ότι οι μεταβλητές Συνολοκληρώνονται.

Είναι σημαντικό εδώ να σημειώσουμε ότι τα προβλήματα που απασχολούν τους ελέγχους μοναδιαίας ρίζας παρουσιάζονται και στους residual based ελέγχους Συνολοκλήρωσης. Οι ασυμπτωτικές κριτικές τιμές μπορεί να είναι σοβαρά παραπλανητικές όταν τα δείγματα είναι μικρού μεγέθους και ο έλεγχος αυτός Συνολοκλήρωσης πάσχει από έλλειψη δύναμης (under-rejection of null μη στασιμότητας)

⁴⁴⁰ Phillips, P.C.B, and S.N. Durlauf (1986). Multiple time series regression with integrated processes, Review of Economic Studies, 53, 473-495.

⁴⁴¹ MacKinnon, j. (1991) Critical Values for co-integration tests, in R.F. Engle and C.W.J. Granger (eds.) Long Run Economic Relationships, Oxford University Press, pp.257-276

⁴⁴² Το λογισμικό Rats της Estima που χρησιμοποιούμε υπολογίζει τις συγκεκριμένες κριτικές τιμές έως και για 6 μεταβλητές.

οδηγώντας στο εμπειρικό συμπέρασμα ότι η απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης δίνει μόνο ασθενή στοιχεία για την μη ύπαρξη Συνολοκλήρωσης μεταξύ των μεγεθών.

Τέλος η μεθοδολογία είναι όπως αναφέραμε μεροληπτική σε πεπερασμένα δείγματα δίνοντας την εντύπωση ότι το να συμπεριληφθούν βραχυχρόνιες δυναμικές είναι μια πρόταση η οποία έχει τα οφέλη της.

Εφαρμογή του ελέγχου των Engle και Granger σε εξομοιωμένα δεδομένα

Για την ολοκλήρωση της αναφοράς στην εκάστοτε μέθοδο ελέγχου Συνολοκλήρωσης κρίνεται απαραίτητη η εφαρμογή τους σε εξομοιωμένα δεδομένα.

Αφού εξομοιώσουμε το σύστημα του οποίου οι μεταβλητές είναι Συνολοκληρωμένες λαμβάνουμε τις 2 μεταβλητές και πραγματοποιούμε τους ελέγχους Συνολοκλήρωσης (υποθέτοντας ότι δεν γνωρίζουμε τις πραγματικές σχέσεις).

Έτσι ελέγχουμε την αξιοπιστία των ελέγχων και έχουμε και ένα πρακτικό παράδειγμα της εφαρμογής τους.

Συγκεκριμένα εξομοιώσαμε ένα σύστημα στο οποίο η μεταβλητή x είναι ασθενώς εξωγενής

Συγκεκριμένα το σύστημα είναι το εξής:

$$y_t = y_{t-1} + dely$$

$$x_t = x_{t-1} + delx$$

$$ecm = y - 2 - 0.5 * x \text{ (το διάνυσμα Συνολοκλήρωσης)}$$

$$dely = 0.4 * dely \{1\} + 0.2 * delx \{1\} - 0.7 * ect \{1\} + u_{1t}$$

$$delx = 0.6 * delx \{1\} + 0.3 * dely \{1\} + u_{2t}$$

Οι τελευταίες δυο εξισώσεις αποτελούν την Error Correction απεικόνιση του συστήματος.

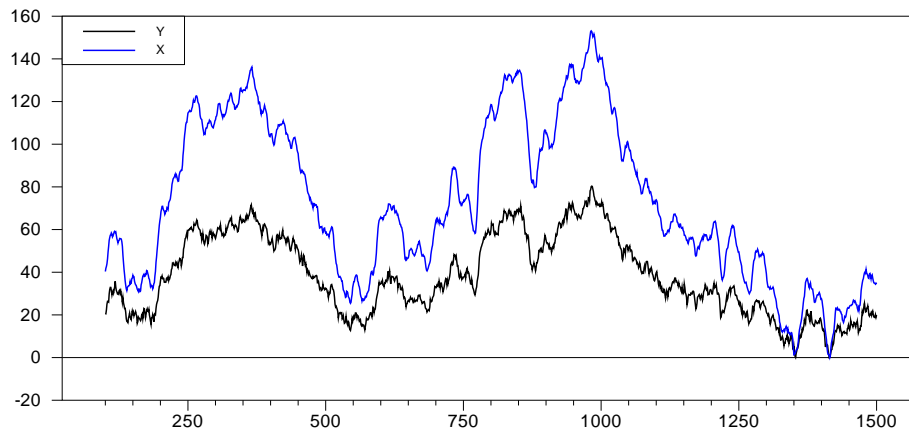
Το διάνυσμα Συνολοκλήρωσης δεν εισέρχεται στην εξίσωση delx και άρα η x είναι ασθενώς εξωγενής (αν υπήρχε ο συγκεκριμένος όρος η x θα ήταν ενδογενής μεταβλητή)

Για τα u_{1t}, u_{2t} χρησιμοποιούμε το εξής covariance matrix:

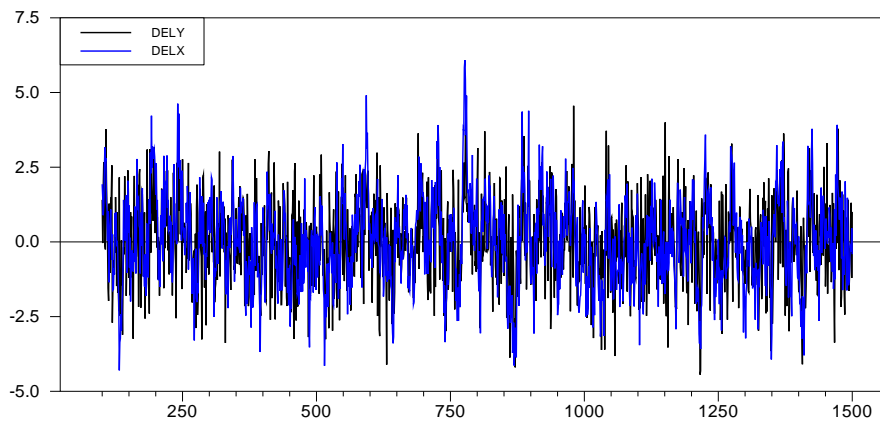
$$V = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 \end{bmatrix}$$

Και παράγουμε 1500 παρατηρήσεις από το παραπάνω σύστημα.

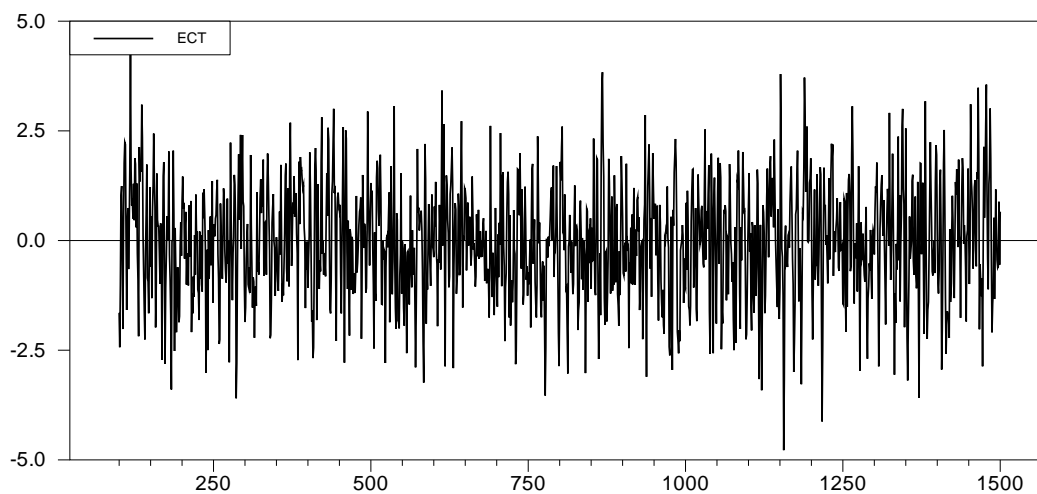
Από τα παραπάνω αποτελέσματα έχουμε:



Σχεδιάγραμμα Β.1 Εξομοιωμένες τιμές των μεταβλητών γ και x οι οποίες και είναι $I(1)$ -μη στάσιμες διαδικασίες



Σχεδιάγραμμα Β.2 Εξομοιωμένες τιμές των μεταβλητών $dely$ και $delx$ οι οποίες και παρουσιάζονται να είναι $I(0)$ -στάσιμες διαδικασίες.



Σχεδιάγραμμα Β.3 Παρουσίαση του ECT (αποτελεί την διαφορά $\gamma - 2 - 0.5x$) το οποίο φαίνεται να είναι $I(0)$ -στάσιμη διαδικασία).

Πριν προχωρήσουμε στους ελέγχους Συνολοκλήρωσης πρέπει πρώτα να ελέγξουμε αν οι σειρές y και x είναι $I(1)$ μη στάσιμες διαδικασίες χρησιμοποιώντας τους γνωστότερους ελέγχους μοναδιαίων ριζών.

Θα παρουσιάσουμε αναλυτικά την διαδικασία μόνο για το πρώτο αυτό παράδειγμα και στα επόμενα θα μεταφέρουμε άμεσα τα αποτελέσματα των ελέγχων.

Η παρουσίαση εδώ γίνεται για να αποτυπωθούν πλήρως τα αποτελέσματα του ελέγχου ADF από το υπόδειγμα με την γενικότερη περίπτωση στο ειδικότερο κατά την μεθοδολογία του Perron (1988).

Για την μεταβλητή y ελέγχουμε πρώτα τον αριθμό των χρονικών υστερήσεων που θα λάβουμε υπόψη μας στην εξίσωση ADF η οποία δίνεται από τους τύπους:

$$dy_t = a_0 + \rho^* y_{t-1} + \sum_{i=1}^{lags} a_i dy_{t-i} \quad \text{Με σταθερό όρο}$$

$$dy_t = a_0 + \beta^* t + \rho^* y_{t-1} + \sum_{i=1}^{lags} a_i dy_{t-i} \quad \text{Με σταθερό όρο και τάση}$$

AIC (Akaike), BIC (Schwarz), HQ (Hannan Quinn), MAIC (modified AIC)

Information Criteria for ADF Lag Lengths, Series Y

Μεταβλητή y (με σταθερά και τάση). Δείγμα: παρατηρήσεις 200 έως 300 (κοινό δείγμα ελέγχου για την σύγκριση: 213 έως 300)					
Lags	AIC	BIC	HQ	MAIC	ADF
0	0.711*	0.795*	0.745*	0.666*	-0.999
1	0.732	0.844	0.777	0.690	-1.049
2	0.753	0.894	0.810	0.714	-1.075
3	0.771	0.940	0.839	0.727	-0.954
4	0.765	0.962	0.845	0.711	-0.725
5	0.765	0.990	0.856	0.721	-0.925
6	0.724	0.978	0.826	0.712	-1.372
7	0.746	1.027	0.859	0.728	-1.276
8	0.747	1.057	0.872	0.755	-1.520
9	0.752	1.090	0.888	0.735	-1.202
10	0.774	1.140	0.921	0.753	-1.123
11	0.753	1.147	0.911	0.769	-1.467
12	0.764	1.186	0.934	0.754	-1.175

Πηγή: Εκτιμήσεις μας

1. Βάσει των κριτηρίων για το υπόδειγμα της ADF με σταθερά και τάση δεν χρειάζεται καμία χρονική υστέρηση (lag) διαφορών της y .
2. Ακολουθώντας την διαδοχική επεξεργασία για τον έλεγχο των μοναδιαίων ριζών (Κάτος, 2004)⁴⁴³ προχωράμε σε έλεγχο για ύπαρξη μοναδιαίας ρίζας στην συγκεκριμένη εξίσωση

Dickey-Fuller Unit Root Test, Series Y	
Regression Run From 201 to 300	
Observations	101
With intercept and trend	
Using 0 lags on the differences	

⁴⁴³ Κάτος Οικονομετρία – Θεωρία και Εφαρμογές, Σελ.975

Dickey-Fuller Unit Root Test, Series Y	
Sig Level	Crit Value
1%(**)	-4.05115
5%(*)	-3.45434
10%	-3.15258
T-Statistic	-0.85428

Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Από τον παραπάνω έλεγχο (και χρησιμοποιώντας τις κριτικές τιμές του (MacKinnon, 1991)⁴⁴⁴) βλέπουμε ότι δεν μπορούμε να απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση και άρα προχωράμε σε έλεγχο του συντελεστή περιπλανήσεως και τάσεως.

Linear Regression - Estimation by Least Squares				
Dependent Variable DY				
Usable Observations	100			
Degrees of Freedom	97			
Centered R ²	0.0242250			
R-Bar ²	0.0041059			
Uncentered R ²	0.0448569			
Mean of Dependent Variable	0.2009244934			
Std Error of Dependent Variable	1.3739764643			
Standard Error of Estimate	1.3711528486			
Sum of Squared Residuals	182.36583303			
Regression F(2,97)	1.2041			
Significance Level of F	0.3044108			
Log Likelihood	-171.9361			
Durbin-Watson Statistic	1.8864			
Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Y{1}	-0.023714769	0.027760025	-0.85428	0.39505607
2. Constant	1.341973048	1.286232577	1.04334	0.29938588
3. TIME	0.000257108	0.008881434	0.02895	0.97696480

Πηγή: Εκτιμήσεις μας

- Με τον έλεγχο του συντελεστή τάσεως με την χρήση του στατιστικού $\tau_{\beta\tau}$ δεν μπορώ να απορρίψω ότι ο συντελεστής δεν είναι στατιστικά σημαντικός στο 5% επίπεδο σημαντικότητας (αποδέχομαι την μηδενική υπόθεση)
- Αντίστοιχο έλεγχο για την σταθερά με την χρήση του στατιστικού $\tau_{\alpha\tau}$ οδηγεί σε αδυναμία απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης στο 5% επίπεδο σημαντικότητας.
- Προχωρώ στην εκτίμηση της εξίσωσης χωρίς τάση αλλά μόνο με σταθερά:

$$dy_t = a_0 + \rho^* y_{t-1} + \sum_{i=1}^{lags} a_i dy_{t-i}$$

Linear Regression - Estimation by Least Squares	
Dependent Variable DY	
Usable Observations	100

⁴⁴⁴ MacKinnon, J. (1991) Critical Values for co-integration tests, in R.F. Engle and C.W.J. Granger (eds.) Long Run Economic Relationships, Oxford University Press, pp.257-276

Degrees of Freedom	98			
Centered R ²	0.0242166			
R-Bar ²	0.0142596			
Uncentered R ²	0.0448487			
Mean of Dependent Variable	0.2009244934			
Std Error of Dependent Variable	1.3739764643			
Standard Error of Estimate	1.3641451259			
Sum of Squared Residuals	182.36740860			
Regression F(1,98)	2.4321			
Significance Level of F	0.1220957			
Log Likelihood	-171.9365			
Durbin-Watson Statistic	1.8877			
Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Y{1}	-0.023035740	0.014770992	-1.55953	0.12209568
2. Constant	1.371862614	0.763121323	1.79770	0.07530421

Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Και κατόπιν προχωρώ στον έλεγχο Augmented Dickey Fuller με σταθερά και 0 χρονικές υστερήσεις (ουσιαστικά είναι ο απλός έλεγχος Dickey Fuller)

Dickey-Fuller Unit Root Test, Series Y	
Regression Run From 201 to 300	
Observations	101
With intercept	
Using 0 lags on the differences	
Sig Level	Crit Value
1% (**)	-3.49576
5% (*)	-2.89003
10%	-2.58178
T-Statistic	-1.55953

Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Όπου και πάλι δεν μπορώ να απορρίψω την μηδενική υπόθεση περί μη στασιμότητας.

6. Προχωρώντας σε έλεγχο του συντελεστή της σταθεράς με το στατιστικό $\tau_{\alpha\mu}$ καταλήγω ότι δεν μπορώ να απορρίψω την μηδενική υπόθεση στο 5% επίπεδο σημαντικότητας (αποδοχή της μηδενικής υπόθεσης περί μη σημαντικότητας της σταθεράς)
7. Εκτιμούμε τέλος την εξίσωση

$$dy_t = \rho * y_{t-1} + \sum_{i=1}^{lags} a_i dy_{t-i} \quad \text{χωρίς σταθερά και τάση}$$

Και προχωρούμε σε έλεγχο Dickey Fuller για την ύπαρξη η όχι μοναδιαίας ρίζας.

Τα αποτελέσματα του ελέγχου είναι:

Dickey-Fuller Unit Root Test, Series Y	
Regression Run From 201 to 300	
Observations	101
Without intercept or trend	
Using 0 lags on the differences	

Sig Level	Crit Value
1%(**)	-2.58619
5%(*)	-1.94324
10%	-1.61739
T-Statistic	1.15742

Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Και άρα καταλήγουμε ότι η σειρά y περιέχει μοναδιαία ρίζα .

Λαμβάνοντας πρώτες διαφορές (dy) για την y και κάνοντας τον γενικότερο έλεγχο ADF (με σταθερά και τάση, τα κριτήρια AIC, SBC και HQ καταλήγουν και τα τρία στο να μην συμπεριλάβουμε καμία χρονική υστέρηση στον έλεγχο) καταλήγουμε σε απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης (περί μη στασιμότητας της dy) από το πρώτο βήμα του ελέγχου και άρα καταλήγουμε ότι η σειρά dy είναι στάσιμη (και άρα η y είναι $I(1)$).

Μεταβλητή dy (με σταθερά και τάση). Δείγμα: παρατηρήσεις 200 έως 300 (κοινό δείγμα ελέγχου για την σύγκριση: 213 έως 300)

Information Criteria for ADF Lag Lengths, Series DY					
Lags	AIC	BIC	HQ	MAIC	ADF
0	0.722*	0.806*	0.756*	2.545	-8.966
1	0.744	0.857	0.790	2.510	-6.280
2	0.759	0.900	0.816	2.883	-5.625
3	0.749	0.918	0.817	3.843	-5.701
4	0.753	0.950	0.832	3.088	-4.183
5	0.725	0.950	0.816	2.214	-3.052
6	0.744	0.997	0.846	2.433	-3.070
7	0.754	1.035	0.867	2.117*	-2.622
8	0.748	1.058	0.873	2.599	-2.926
9	0.768	1.105	0.904	2.819	-2.924
10	0.759	1.125	0.906	2.225	-2.362
11	0.760	1.154	0.918	2.720	-2.614
12	0.765	1.187	0.935	3.338	-2.834

Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Dickey-Fuller Unit Root Test, Series DY	
Regression Run From 201 to 300	
Observations	101
With intercept and trend	
Using 0 lags on the differences	
Sig Level	Crit Value
1%(**)	-4.05115
5%(*)	-3.45434
10%	-3.15258
T-Statistic	-9.45338***⁴⁴⁵

Πηγή: Εκτιμήσεις μας

⁴⁴⁵ Η τιμή της Dickey Fuller διαφέρει από αυτήν του προηγούμενου πίνακα γιατί για την συγκεκριμένη εκτίμηση χρησιμοποιούμε όλο το διαθέσιμο δείγμα (παρατηρήσεις 201 έως 300) ενώ για το προηγούμενο χρησιμοποιούμε κοινό δείγμα (παρατηρήσεις 213 έως 300)

Ακολουθώντας τα ίδια βήματα καταλήγουμε ότι και η μεταβλητή x είναι $I(1)$ (η μόνη διαφορά βρίσκεται ότι στα δεδομένα της x τα κριτήρια ελέγχου επιλέγουν την ύπαρξη μιας χρονικής υστέρησης στην ADF).

Μέθοδος των Engle & Granger (των 2 βημάτων)

Η εκτίμηση της εξίσωσης Συνολοκλήρωσης γίνεται με βάση την μορφή $y = a + b \cdot x$. Τα αποτελέσματα που μας δίνει η συγκεκριμένη εκτίμηση με OLS είναι η εξής:

Η εκτίμηση γίνεται για το διάστημα 200 έως 300				
Linear Regression - Estimation by Least Squares				
Dependent Variable Y				
Usable Observations	101			
Degrees of Freedom	99			
Centered R ²	0.9832545			
R-Bar ²	0.9830853			
Uncentered R ²	0.9994695			
Mean of Dependent Variable	50.881059631			
Std Error of Dependent Variable	9.248791490			
Standard Error of Estimate	1.202864125			
Sum of Squared Residuals	143.24132831			
Regression F(1,99)	5813.0328			
Significance Level of F	0.0000000			
Log Likelihood	-160.9580			
Durbin-Watson Statistic	1.3221			
Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. X	0.5042991177	0.0066143447	76.24325	0.00000000
2. Constant	1.4440937110	0.6593652152	2.19013	0.03086287

Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Κατόπιν αυτής της εκτίμησης για τα κατάλοιπα προχωράμε σε έλεγχο επιλογής του κατάλληλου αριθμού χρονικών υστερήσεων της εξίσωσης ADF που θα χρησιμοποιήσουμε στο επόμενο βήμα (Στην συγκεκριμένη εξίσωση δεν περιλαμβάνουμε σταθερό όρο αφού περιλαμβάνεται στο διάστημα Συνολοκλήρωσης και άρα τα κατάλοιπα κατανέμονται εκ' κατασκευής γύρω από το μηδέν και δεν περιλαμβάνουμε την τάση (Hansen B. , 1992)⁴⁴⁶ διότι κάτι τέτοιο οδηγεί σε μείωση της δύναμης του ελέγχου).

Τα κριτήρια SBC, HQ και MAIC θεωρούν την ύπαρξη μηδενικού αριθμού χρονικών υστερήσεων στην ADF την καταλληλότερη.

Βάσει των παραπάνω από τον έλεγχο των Engle και Granger λαμβάνουμε το εξής αποτέλεσμα):

Linear Regression - Estimation by Least Squares	
Dependent Variable DU	
Usable Observations	100
Degrees of Freedom	99
Centered R ²	0.3312178
R-Bar ²	0.3312178
Uncentered R ²	0.3315234
Mean of Dependent Variable	-0.029417488
Std Error of Dependent Variable	1.382756228

⁴⁴⁶ Hansen, B.E. (1992) Efficient estimation and testing of Cointegrating vectors in the presence of deterministic trends, Journal of Econometrics, 53, 87-121

Linear Regression - Estimation by Least Squares				
Standard Error of Estimate	1.130805703			
Sum of Squared Residuals	126.59343229			
Log Likelihood	-153.6844			
Durbin-Watson Statistic	1.9330			
Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. U{1}	-0.669495057	0.095546728	-7.00699	0.00000000
Engle-Granger Cointegration Test				
Test Statistic	-7.00699			
Critical Values	1%	5%	10%	
	-4.01	-3.40	-3.09	

Πηγή: Εκτιμήσεις μας

Καταλήγουμε ότι η τιμή της στατιστικής είναι κατά πολύ μικρότερη των κριτικών τιμών του Mackinnon και άρα μπορούμε με ασφάλεια να απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση περί μη ύπαρξη Συνολοκλήρωσης (και άρα να αποδεχτούμε την ύπαρξη σχέσης Συνολοκλήρωσης μεταξύ των δυο μεταβλητών το οποίο ήταν και το αναμενόμενο).

2. Η μέθοδος με χρήση του κριτηρίου Durbin – Watson

Τα πρώτα δυο βήματα της μεθόδου των Durbin – Watson (DW) είναι ακριβώς τα ίδια με την μέθοδο των Engle και Granger. Δηλαδή:

- Ελέγχουμε την τάξη ολοκλήρωσης των δυο μεταβλητών (με την μεθοδολογία των μοναδιαίων ριζών) και η οποία τάξη πρέπει να είναι ίδια για τις δυο μεταβλητές (εάν είναι διαφορετικής τάξης ολοκλήρωσης τότε μπορούμε να συμπεράνουμε ότι οι μεταβλητές δεν συνολοκληρώνονται)
- Εκτιμούμε με την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων την μακροχρόνια εξίσωση ισορροπίας :

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + \varepsilon_t$$

Και αποθηκεύουμε τα κατάλοιπα e_t ως μια εκτίμηση του σφάλματος ισορροπίας ε_t .

- Υπολογίζουμε το στατιστικό DW που τώρα ονομάζεται 'στατιστικό DW της παλινδρομήσεως Συνολοκλήρωσης (CRDW). Το στατιστικό αυτό γράφεται ως:

$$CRDW = \frac{\sum (e_t - e_{t-1})^2}{\sum (e_t - \bar{e})^2}$$

Όπου \bar{e} είναι ο αριθμητικός μέσος των καταλοίπων

- Σύγκριση της CRDW με τις κριτικές τιμές των Sargan-Bhargava (Sargan & Bhargava, 1983)⁴⁴⁷ και (Engle & Granger, 1987)⁴⁴⁸. Στην περίπτωση που η τιμή της CRDW είναι μικρότερη της κριτικής τιμής τότε αποδεχόμαστε την μηδενική υπόθεση περί μη στασιμότητας και άρα απορρίπτουμε την ύπαρξη Συνολοκλήρωσης μεταξύ των μεταβλητών.

⁴⁴⁷ Sargan, J.D. and Bhargava, A. (1983) Testing residuals from least squares regression for being generated by the Gaussian random walk. *Econometrica*. 51. 153-174

⁴⁴⁸ Engle R.F. and Granger C.W.J. (1987) Cointegration and error correction: Representation, estimation and testing. *Econometrica*. 55. 251-276.

Η CRDW ουσιαστικά πραγματοποιεί τον έλεγχο με την μηδενική υπόθεση να είναι ένας απλός μη στάσιμος τυχαίος περίπατος ($\varepsilon_t = \varepsilon_{t-1} + z_t$ όπου $z_t \sim IN(0, \sigma^2)$) ενάντια στο ότι είναι μια στάσιμη αυτοπαλίνδρομη διαδικασία πρώτου βαθμού ($\varepsilon_t = \rho * \varepsilon_{t-1} + z_t$ όπου $|\rho| < 1$ $z_t \sim IN(0, \sigma^2)$).

Άρα το συγκεκριμένο τεστ είναι σχετικό μόνο όταν θεωρούμε ότι τα κατάλοιπα ακολουθούν μια AR(1) διαδικασία (δεν υπάρχει υψηλότερου βαθμού αυτοσυσχέτιση στην ε_t).

Εφαρμογή του ελέγχου του κριτηρίου Durbin Watson σε εξομοιωμένα δεδομένα⁴⁴⁹

Όπως αναφέραμε η συγκεκριμένη μέθοδος περιορίζεται από το γεγονός ότι τα κατάλοιπα σαν εναλλακτική της μη στασιμότητας εντοπίζουν ar(1) στάσιμη διαδικασία.

Λαμβάνοντας την τιμή της στατιστικής DW από την σχέση Συνολοκλήρωσης (1.3121) αυτή είναι μεγαλύτερη από τις κριτικές τιμές των Sargan και Bhargava(1993) και Engle και Granger(1987) (οι οποίες είναι 0,511 , 0,386 και 0,322 για επίπεδα σημαντικότητας 0,01 0,05 και 0,10 αντίστοιχα) και άρα οι μεταβλητές είναι Συνολοκληρωμένες (απορρίπτω την μηδενική υπόθεση για μη στασιμότητα των καταλοίπων).

3. Η μέθοδος του Αυτοπαλίνδρομου υποδείγματος κατανεμημένων υστερήσεων (ADL)

Η διαφοροποίηση της μεθόδου αυτής σε σχέση με αυτήν των Engle- Granger εντοπίζεται στον τρόπο εκτίμησης των καταλοίπων τα οποία χρησιμοποιούμε για τον έλεγχο στασιμότητας.

Συγκεκριμένα οι Phillips και Loretan (Phillips & Loretan, 1991)⁴⁵⁰ πρότειναν αντί για την εκτίμηση της σχέσης που προτείνουν οι Engle Granger, να εκτιμήσουμε την αυτοπαλίνδρομη εξίσωση κατανεμημένων υστερήσεων (ADL(Autoregressive Distributed Lag)) :

$$y_t = a + \sum_{j=1}^q a_j y_{t-j} + \sum_{j=0}^q \beta_j x_{t-j}$$

Η οποία σε σταθερή κατάσταση μακροχρόνιας ισορροπίας δεν μεταβάλλεται και άρα οι μεταβλητές παίρνουν τις ίδιες τιμές για όλες τις χρονικές περιόδους και άρα ισχύει ότι

$$y_{t-1} = y_{t-2} = \dots = y^* \text{ και αντίστοιχα } x_t = x_{t-1} = \dots = x^*$$

και άρα η Εξίσωση σχέση μετασχηματίζεται σε

$$y^* = \frac{\alpha}{1 - \sum_{j=1}^q a_j} + \frac{\sum_{j=0}^q \beta_j}{1 - \sum_{j=1}^q a_j} * x^*$$

Εκτιμώντας την παραπάνω σχέση λαμβάνουμε τα κατάλοιπα ως

$$e^* = y^* - \hat{\alpha} - \hat{\beta}x^*$$

Στα κατάλοιπα αυτά εφαρμόζουμε την μεθοδολογία των Engle και Granger.

⁴⁴⁹ (χρήση δεδομένων προηγούμενου παραδείγματος)

⁴⁵⁰ Phillips, P.C.B and Loretan, M. (1991) Estimating long-run economic equilibria. Review of Economic Studies 5. 407-436

4. Η ARDL (Autoregressive Distributed Lag) μέθοδος των Pesaran and Shin (1999)

Για την εκτίμηση ενός ECM υποδείγματος βασισμένου στην μέθοδο ARDL (Pesaran & Shin, 1999)⁴⁵¹ προτείνεται η παρακάτω διαδικασία:

1. Μετασχηματισμός του υποδείγματος ARMA(p,q) στην unrestricted ECM μορφή η οποία είναι

$$\Delta y_t = a_0 + a y_{t-1} + \theta x_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \gamma_j \Delta y_{t-j} + \sum_{j=0}^q \psi_j \Delta x_{t-j} + u_t$$

2. Χρήση κριτηρίων επιλογής χρονικών υστερήσεων (AIC, SBC, HQ, MAIC, etc) και επιλογή του κατάλληλου αριθμού για το ARDL υπόδειγμα. Σε μικρά δείγματα ενδείκνυται η χρήση του AIC (Lütkepohl, 1991)⁴⁵²
3. Έλεγχος για την ύπαρξη σχέσης Συνολοκλήρωσης με την χρήση ενός κλασσικού F-TEST για την σημαντικότητα των παραμέτρων α και θ . Αν οι τιμές της F- statistic π υπολογίζουμε ξεπερνούν τις κριτικές τιμές, απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση περί μη ύπαρξης Συνολοκλήρωσης ($\alpha=\theta=0$). Ακολουθώντας τους Pesaran et al. (Pesaran, Shin, & Smith, 2001)⁴⁵³ δυο διαφορετικές στατιστικές εκτιμώνται για το 'bounds test' της ύπαρξης η όχι μακροχρόνιας σχέσης (Συνολοκλήρωσης). Δυο ασυμπτωτικά critical value bounds μας δίνουν ένα τεστ Συνολοκλήρωσης όπου οι ανεξάρτητες μεταβλητές είναι I(d) (όπου 0 μικρότερο η ίσο d μικρότερο ίσο μονάδας), μια χαμηλή τιμή για το αν όλοι οι regressors είναι I(0) και ένα ανώτερο το οποίο αφορά I(1) regressors. Αν το τεστ ξεπερνάει τις κριτικές τιμές μπορούμε να καταλήξουμε ότι υπάρχει μακροχρόνια σχέση μεταξύ των μεταβλητών. Αν οι κριτικές τιμές είναι μικρότερες των κριτικών τιμών τότε αποδεχόμαστε την μηδενική υπόθεση περί μη ύπαρξης Συνολοκλήρωσης. Αν η τιμή του ελέγχου είναι μεταξύ των δυο bounds η κατάληξη για ύπαρξη η μη μακροχρόνιας σχέσης είναι inconclusive.
4. Εκτίμηση του ARDL(p,q) η του unrestricted ECM και εκτίμηση του error correction term

$$\xi_t = y_t - \hat{c} - \hat{\beta} x_t \text{ όπου } \hat{c} = -\frac{a_0}{\hat{\alpha}} \quad \hat{\beta} = -\frac{\hat{\theta}}{\hat{\alpha}} \text{ όπου } a_0, \hat{\alpha}, \hat{\theta} \text{ είναι οι εκτιμήσεις OLS από την}$$

εκτίμηση της παραπάνω εξίσωσης (αφού οι δυο πρώτοι της όροι μας δίνουν τον error correction term βγάζοντας κοινό παράγοντα το α .)

5. Τρέχουμε την παλινδρόμηση του Δy στα $\hat{\xi}_t$, p-1 υστερήσεις του Δy και q-1 υστερήσεις του Δx :

$$\Delta y_t = a \hat{\xi}_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \gamma_j \Delta y_{t-j} + \sum_{j=0}^q \psi_j \Delta x_{t-j} + u_t$$

Η παραπάνω μέθοδος (bound testing approach) με την χρήση του ARDL έχει καλύτερη απόδοση σε μικρότερα δείγματα από άλλες μεθόδους (που δεν λαμβάνουν υπόψη τις βραχυχρόνιες δυναμικές συμπεριφορές) και είναι εφαρμόσιμη ανεξάρτητα του αν οι επεξηγηματικές σειρές είναι I(0) η I(1) η μεταξύ τους Συνολοκλήρωμένες.

Σκοπός όμως της διαδικασίας προελέγχου είναι οι χρονοσειρές τις οποίες ελέγχουμε να μην είναι I(2) ώστε να αποφύγουμε "νόθα" αποτελέσματα καθώς με την παρουσία τους στην εκτίμηση χρονοσειρών δεύτερης τάξης ολοκλήρωσης δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι τιμές της στατιστικής F όπως παρασχέθηκαν από τους Pesaran et al (2001).

⁴⁵¹ Pesaran MH, Shin Y. 1999. An autoregressive distributed lag modelling approach to cointegration analysis. Chapter 11 in Econometrics and Economic Theory in the 20th Century: The Ragnar Frisch Centennial Symposium, Strom S (ed.). Cambridge University Press: Cambridge

⁴⁵² Lütkepohl H, 1991 Introduction to Multiple Time Series Analysis. Springer- Verlag, Berlin

⁴⁵³ Pesaran, H. Shin, Y. and Smith, R. (2001) Bound testing approaches to the analysis of level relationships. Journal of Applied Econometrics 16, 289-326

Το υπό συνθήκη μακροχρόνιο υπόδειγμα μπορεί να εκτιμηθεί από την reduced form λύση της εξίσωσης του βήματος 1 όταν η πρώτες διαφορές είναι μηδέν.

Συγκεκριμένα το υπόδειγμα

$$\Delta y_t = a_0 + a y_{t-1} + \theta x_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \gamma_j \Delta y_{t-j} + \sum_{j=0}^q \psi_j \Delta x_{t-j} + u_t$$

Γίνεται

$$y_t = -a_0 / a + (-\theta / a)x_t + v_t$$

Οι όροι a_0, a και θ αναφέρονται στην μακροχρόνια σχέση ενώ οι όροι γ και ψ στην βραχυχρόνια δυναμική του υποδείγματος.

Το τεστ αυτό βασίζεται στο Wald-test (F statistic). Η ασυμπτωτική κατανομή είναι μη κανονική υπό την μηδενική υπόθεση μη ύπαρξης Συνολοκλήρωσης. Οι κριτικές τιμές δίνονται στον Pesaran et al (2001) για τον έλεγχο Συνολοκλήρωσης.

Επίσης ο έλεγχος αυτός εκτιμά την βραχυχρόνια και μακροχρόνια δυναμική σχέση ταυτόχρονα.

Δεν χρειάζεται έλεγχος σχετικά με το αν οι μεταβλητές είναι $I(1)$ ή $I(0)$ (ελέγχους του βαθμού ολοκλήρωσης των μεταβλητών).

Τέλος σύμφωνα με τον Narayan (2005) οι κριτικές τιμές που παρουσιάζονται από τους Pesaran et al. (2001) δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν για μικρά δείγματα. Ο Narayan παραθέτει ένα σετ κριτικών τιμών για μεγέθη δειγμάτων από 30 έως 80 παρατηρήσεις.

5. Η μέθοδος των Engle-Granger-Yoo των τριών βημάτων

Οι Engle και Yoo (Engle & Yoo, 1991)⁴⁵⁴ προτείνουν μια επέκταση της διαδικασίας των Engle-Granger ώστε να ξεπεράσουν τα προβλήματα που δίνονται από την αρχική στατική εκτίμηση της μακροχρόνιας σχέσης ισορροπίας (Εξίσωση 1.0X2) που όπως αναφέραμε είναι μεροληπτική σε πεπερασμένα δείγματα και η κατανομή της είναι μη κανονική, κάτι το οποίο δεν μας επιτρέπει να προχωρήσουμε στους κλασσικούς ελέγχους της t στατιστικής για το διάνυσμα Συνολοκλήρωσης.

Υποθέτοντας ότι ισχύουν τα κάτωθι:

- Υπάρχει μοναδικό διάνυσμα Συνολοκλήρωσης (στην περίπτωση των δυο μεταβλητών μπορεί να υπάρχει μέχρι 1 διάνυσμα Συνολοκλήρωσης, στην περίπτωση n μεταβλητών έως $n-1$ διανύσματα Συνολοκλήρωσης)
- Οι μεταβλητές στην δεξιά πλευρά του ECM (Error Correction Model) είναι ασθενώς εξωγενείς

η μέθοδος αυτή μας επιτρέπει να πραγματοποιήσουμε μια διόρθωση στην πρώτη εκτίμηση του διανύσματος Συνολοκλήρωσης ώστε να αποκτήσει κανονική κατανομή (και άρα να μπορούν να πραγματοποιηθούν οι κλασσικοί έλεγχοι).

Τα βήματα που ακολουθούμε είναι τα εξής:

⁴⁵⁴ Engle, R.F. and B.S. Yoo (1991) Cointegrated economic time series: An overview with new results, in R.F. Engle and C.W.J. Granger (eds.) Long-Run Economic Relationships, Oxford University Press, 237-66

- Εκτίμηση της στατικής μακροχρόνιας σχέσης ισορροπίας και αρχική εκτίμηση του διανύσματος Συνολοκλήρωσης (Για λόγους ευκολίας το συμβολίζουμε ως $\hat{\beta}_1$).
- Αποθήκευση των καταλοίπων e_t (όπου $e_t = y_t - \hat{\beta}_1 x_t$)
- Χρήση των καταλοίπων αυτών για εκτίμηση του βραχυχρόνιου ECM (Error Correction Model)

$$A(L)\Delta y_t = B(L)\Delta x_t - (1-a) * e_{t-1} + u_t$$

Εκτίμηση της σχέσης

$$\hat{u}_t = \delta(1 - \hat{\alpha})x_{t-1} + v_t$$

- Η εκτίμηση του δ που εκτιμήθηκε (μαζί με την τυπική απόκλιση η οποία μας δίνει την σωστή τυπική απόκλιση του β_3) χρησιμοποιείται για την διόρθωση του $\hat{\beta}_1$ και έτσι έχουμε ότι:

$$\hat{\beta}_3 = \hat{\beta}_1 + \hat{\delta}$$

6. Η Fully Modified Ordinary Least Squares (FMLS) μέθοδος

Η συγκεκριμένη μέθοδος εκτίμησης του διανύσματος Συνολοκλήρωσης προέρχεται από τους Phillips και Hansen (Phillips & Hansen, 1990)⁴⁵⁵ και χρησιμοποιείται για να καλύψει την αδυναμία την κλασικής μεθόδου OLS εκτίμησης όσον αφορά τον έλεγχο υποθέσεων στο εκτιμημένο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης.

Η λογική της συγκεκριμένης μεθόδου προέρχεται από το γεγονός ότι η δυναμική μοντελοποίηση της διαδικασίας (περιλαμβανομένης και της βραχυχρόνιας δυναμικής συμπεριφοράς) οδηγεί σε ισχυρότερους ελέγχους Συνολοκλήρωσης καθώς και στο ότι δίνει τιμές της στατιστικής οι οποίες μπορούν να εφαρμοστούν για ελέγχους υποθέσεων στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης. Η καλύτερη αυτή απόδοση του δυναμικού υποδείγματος προέρχεται κατά ένα μέρος από το γεγονός ότι οι βραχυχρόνιες δυναμικές δεν οδηγούνται (συμπεριλαμβάνονται) στα όρο των καταλοίπων της παλινδρόμησης με OLS (όπως συμβαίνει στην μεθοδολογία των Engle και Granger σε πεπερασμένα δείγματα).

Ο συγκεκριμένος έλεγχος εφαρμόζει μια μη παραμετρική διόρθωση για να λάβει υπόψη την σημασία της αυτοσυσχέτισης που θα εμφανιστεί στα κατάλοιπα (και την πιθανή ενδογένεια στις παρατηρήσεις στην δεξιά πλευρά της εξίσωσης αν δεν είναι ασθενώς εξωγενής).

Αυτή η μέθοδος είναι γνωστή ως modified OLS και εφαρμόζει adjustments στις εκτιμήσεις της OLS για τις μακροχρόνιες παραμέτρους αλλά και για τις τιμές της στατιστικής t για να λάβει υπόψη οποιαδήποτε μεροληψία εξαιτίας αυτοσυσχέτισης στα κατάλοιπα αλλά και προβλημάτων ενδογένειας. Έτσι οι έλεγχοι με την συγκεκριμένη μέθοδο είναι ασυμπτωτικά κανονικοί.

Ο Inder (Inder, 1993)⁴⁵⁶ αναφέρει κάποια προβλήματα σχετικά με την συγκεκριμένη μέθοδο και συγκεκριμένα :

- Παρατήρησε μικρή έως καθόλου βελτίωση των εκτιμήσεων από την απλή OLS μέθοδο
- Η μεροληψία παρέμεινε πρόβλημα σε πολλές από τις Monte Carlo εξομοιώσεις καταλήγοντας στο ότι η ημιπαραμετρική διόρθωση δεν είναι αρκετή για να αφαιρέσει την

⁴⁵⁵ Phillips and Hansen 1990

⁴⁵⁶ Inder B. 1993 Estimating long run relationships in economics: A comparison of different approaches, Journal of Econometrics, 57, 53-68

αυτοσυσχέτιση στα κατάλοιπα όταν ο γενεσιουργός μηχανισμός (διαδικασία) περιλαμβάνει χρονικές υστερήσεις της εξαρτημένης μεταβλητής

- Οι τιμές της t -statistics δίνουν μικρή έως καθόλου βελτίωση από τις τιμές της OLS και η χαμηλή απόδοση των συγκεκριμένων στατιστικών υποθέτει ότι χρειάζονται πολύ μεγάλα δείγματα ώστε η ασυμπτωτική κανονικότητα να ενεργοποιηθεί.

Η συγκεκριμένη μέθοδος όντας ημι-παραμετρική απαιτεί συνεπή εκτίμηση των παραμέτρων συνδιακύμανσης. Το τελευταίο υπολογίζεται με την χρήση του quadratic spectral kernel εκτιμητή των Andrews και Monahan (1992) όπως στην περίπτωση του ελέγχου των Phillips- Perron ($Z(t)$).

Εφαρμογή του ελέγχου FMOLS σε εξομοιωμένα δεδομένα

Για την εφαρμογή του ελέγχου αυτού εξομοιώσαμε δυο $I(1)$ μεταβλητές, y_t και x_t αντίστοιχα στο υπόδειγμα

$$y_t = y_{t-1} + dely$$

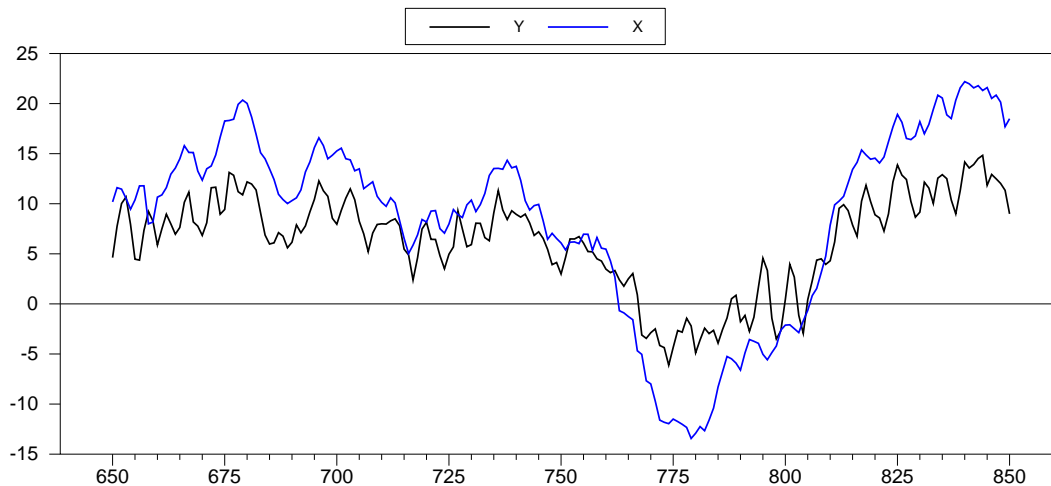
$$x_t = x_{t-1} + delx$$

$$ect = y - 2 - 0.5 * x \text{ (το διάνυσμα Συνολοκλήρωσης)}$$

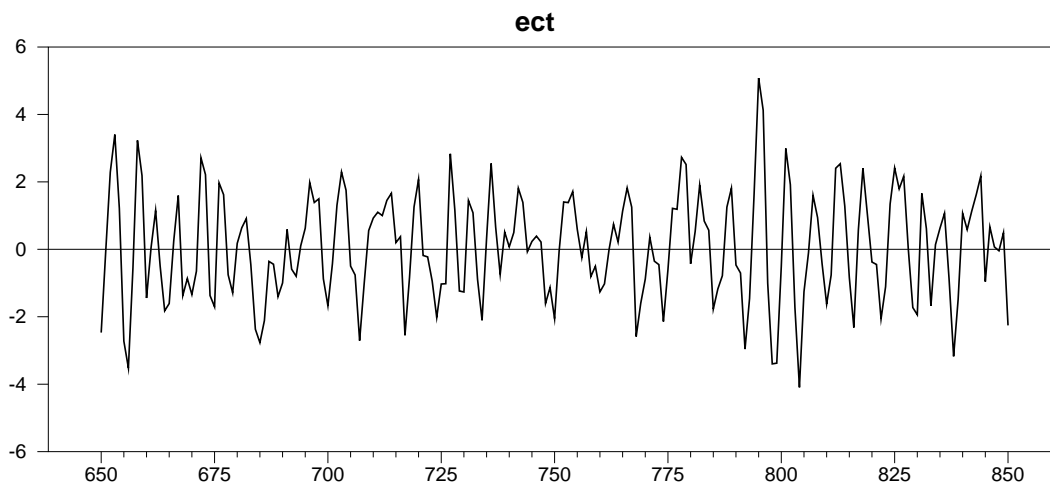
$$dely = 0.5 * dely\{1\} + 0.3 * delx\{1\} - 0.7 * ect\{1\} + u_{1t}$$

$$delx = -0.2 * dely\{1\} + 0.6 * delx\{1\} + 0.2 * ect\{1\} + u_{2t}$$

Και λάβαμε 200 παρατηρήσεις (διάστημα 650,850)



Η αποτύπωση του $ect = y - 2 - 0.5 * x$ διαγραμματικά είναι



Για ευκολία παραθέτουμε τα αποτελέσματα της εκτίμησης με OLS και FMOLS

Linear Regression - Estimation by Fully Modified LS

Dependent Variable Y

Usable Observations 200
Degrees of Freedom 198
Mean of Dependent Variable 6.3076308883
Std Error of Dependent Variable 4.8497393045
Standard Error of Estimate 1.5921115858
Sum of Squared Residuals 501.89422172
Durbin-Watson Statistic |1.1475

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif

1. Constant	2.0507725002	0.1760702717	11.64747	0.00000000
2. X	0.5017944291	0.0140880249	35.61851	0.00000000

Linear Regression - Estimation by Least Squares

Dependent Variable Y

Usable Observations 201
Degrees of Freedom 199
Centered R² 0.8915225
R-Bar² 0.8909774
Uncentered R² 0.9598681
Mean of Dependent Variable 6.2992459957
Std Error of Dependent Variable 4.8390601419
Standard Error of Estimate 1.5977885451
Sum of Squared Residuals 508.03271876
Regression F(1,199) 1635.4819
Significance Level of F 0.0000000
Log Likelihood -378.3944
Durbin-Watson Statistic 1.1438

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif

1. X	0.4977997985	0.0123092572	40.44109	0.00000000
2. Constant	2.0720689318	0.1537107125	13.48032	0.00000000

7. Kanioura and Turner 2005 F-test method

Ο συγκεκριμένος έλεγχος ουσιαστικά είναι ένα τεστ Συνολοκλήρωσης ο οποίος ελέγχει την από κοινού σημαντικότητα των παραμέτρων σε επίπεδα (και όχι σε πρώτες διαφορές) που λαμβάνουν μέρος στην εξίσωση του Error Correction.

Λαμβάνοντας δυο χρονοσειρές x_t και y_t το F-test των Kanioura και Turner⁴⁵⁷ (Kanioura & Turner, 2005) βασίζεται στην σημαντικότητα των (με μια χρονική υστέρηση) επιπέδων των μεταβλητών στο κάτωθι ECM :

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \alpha_1 \Delta x_t + a_2 y_{t-1} + a_3 x_{t-1} + u_t$$

Οι Kanioura και Turner μας δίνουν τις κριτικές τιμές για τον έλεγχο της από κοινού υπόθεσης περί μη ύπαρξης Συνολοκλήρωσης $H_0: a_2 = a_3 = 0$.

Τέλος αποτελέσματα Monte Carlo των συγγραφέων δείχνουν ότι το συγκεκριμένο F-test έχει καλύτερη δύναμη από το γνωστό τεστ των Engle and Granger (1987) αλλά λιγότερη δύναμη από τον αντίστοιχο έλεγχο t-μορφής των Kremers et al. (με στατιστική t και όχι F) στην Error Correction εξίσωση αλλά με την F-μορφή του ελέγχου να έχει το προτέρημα ότι η κατανομή είναι ανεξάρτητη των παραμέτρων του προβλήματος που ελέγχουμε (signal to noise ration). Το test των Kremers et al.⁴⁵⁸ είναι εξαιρετικά ευκολότερο στην εφαρμογή του εάν γνωρίζουμε a priori το διάνυσμα Συνολοκλήρωσης, κάτι το οποίο όμως δεν μπορεί να αποτελεί πιθανή προϋπόθεση στις περισσότερες εμπειρικές περιπτώσεις (ικανό σε περιπτώσεις με την προϋπόθεση μοναδιαίας ελαστικότητας στις μεταβλητές Συνολοκλήρωσης).

Παρότι λοιπόν η F μορφή του ελέγχου έχει μικρότερη δύναμη έχει το πλεονέκτημα ότι οι κριτικές τιμές ελέγχου δεν αλλάζουν ανάλογα με το σχεδιασμό του δείγματος και είναι πολύ ευκολότερο στην εφαρμογή του.

8. GLS Detrending based Cointegration test Perron- Rodriguez (2001)

Οι Perron και Rodriguez (Perron & Rodriguez, 2001)⁴⁵⁹ υποστηρίζουν την χρήση GLS Detrending (or quasi differencing) σαν μια μέθοδο η οποία αυξάνει την δύναμη του ελέγχου των Dickey Fuller (το συγκεκριμένο προφανώς αποτελεί επέκταση της δουλειάς των Elliott et al. (Elliott, Rothenberg, & Stock, 1996) Σχετικά με την χρήση του GLS Detrending σε μια χρονοσειρά για την αύξηση της δύναμης του ελέγχου μοναδιαίας ρίζας Dickey Fuller σε αυτήν).

Για την εφαρμογή της συγκεκριμένης μεθόδου χρειάζεται να ακολουθούνται τα παρακάτω βήματα:

1. πρώτα μια απόφαση σχετικά με το αν το διάνυσμα συνολοκλήρωσης θα περιλαμβάνει σταθερά η σταθερά και τάση ώστε να καθορίσουμε την συμπερίληψη των παραπάνω στον ντετερμινιστικό όρο z_t . Αν οι σειρές περιλαμβάνουν τάση τότε η διαδικασία ορίζει την z_t ίση με $(1, t)'$, διαφορετικά το z_t είναι ίσο με 1.
2. Μετά τον καθορισμό της z_t προχωρούμε στον παρακάτω μετασχηματισμό των μεταβλητών x_t, y_t (οι υπό εξέταση χρονοσειρές με δείγμα μεγέθους T) και z_t :

$$y_a = [y_1, y_2 - a y_1, \dots, y_T - a y_{T-1}]'$$

⁴⁵⁷ Kanioura, A. and Turner, P. (2005) Critical values for an F-test for cointegration in a multivariate model, Applied Economics, 37, 265–70.

⁴⁵⁸ Kremers, J., Ericsson, N. and Dolado, J. (1992) The power of cointegration test, Oxford Bulletin of Economics and Statistics, 54, 325–48.

⁴⁵⁹ Perron, P. and Rodriguez, G. (2001) Residual based tests for cointegration with GLS detrended data, mimeo, Department of Economics, Boston University.

$$x_a = [x_1, x_2 - a x_1, \dots, x_T - a x_{T-1}]'$$

$$z_a = [z_1, z_2 - a z_1, \dots, z_T - a z_{T-1}]'$$

Όπου $a = 1 + c/T$ όπου c μια σταθερά η οποία καθορίζεται από το αν στο z περιλαμβάνεται σταθερά ($c = -7$) η σταθερά και τάση ($c = -13.5$) και T ο αριθμός των παρατηρήσεων των χρονοσειρών (το μέγεθος του δείγματος που έχουμε στην διάθεση μας)

3. Εκτιμώ την παλινδρόμηση της y_a στην z_a και λαμβάνω τους όρους $\hat{\beta}_0$ στην περίπτωση που η z_a περιλαμβάνει μόνο σταθερά και τους $\hat{\beta}_0$ και $\hat{\beta}_1$ στην περίπτωση που η z_a περιλαμβάνει σταθερά και τάση.
4. Υπολογίζω την $y_t^d = y_t - \hat{\beta}_0$ στην περίπτωση της σταθεράς και την $y_t^d = y_t - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 t$ όπου η y_t^d είναι η detrended διαδικασία.
5. Επαναλαμβάνω την ίδια διαδικασία για να λάβω την x_t^d
6. Εκτιμώ το διάνυσμα Συνολοκλήρωσης με την εκτίμηση μέσω OLS της εξίσωσης $y_t^d = \gamma x_t^d + u_t$ και σε πλήρη αναλογία με την μέθοδο των Engle και Granger ελέγχω με την χρήση του τεστ του Dickey Fuller τα κατάλοιπα u_t για ύπαρξη (Συνολοκλήρωση) η μη στασιμότητας (μη ύπαρξη Συνολοκλήρωσης).

Ο Cook (Cook, 2006)⁴⁶⁰ συγκρίνει την δύναμη του παραπάνω τεστ σε σχέση με το test των Engle και Granger και το τεστ τον Kanioura και Turner καταλήγοντας στην μεγαλύτερη δύναμη του τελευταίου.

9. Dynamic Ordinary Least Squares (DOLS)

Η συγκεκριμένη μέθοδος ελέγχου Συνολοκλήρωσης προέρχεται από τους Stock and Watson (1993) και μας επιτρέπει μια ασυμπτωτική συνεπή εκτίμηση (ανάλογη της Μέγιστης Πιθανοφάνειας) της σχέσης Συνολοκλήρωσης και μια εξίσωση υπολογισμού της ασυμπτωτικής διακύμανσης.

Η χρήση της αφορά σε δυναμική παλινδρόμηση με lags (χρονικές υστερήσεις) αλλά και με leads (χρονικές προηγήσεις) ώστε να αντιμετωπιστεί η πιθανή ταυτόχρονη μεροληψία μεταξύ των εκτιμητών.

Για την σχέση μεταξύ της y_{1t} με τις $y_{2t}, y_{3t}, \dots, y_{mt}$ (Y^* στον παρακάτω συμβολισμό)

$$y_{1t} = X\beta + Y^* \eta^* + \sum_{j=-p}^p \gamma_j \Delta Y_{-j}^* + \nu_t$$

Όπου $X\beta$ οι ντετερμινιστικοί όροι (σταθερά η σταθερά και τάση).

Η DOLS μεθοδολογία απλά "προσθέτει" p leads και p χρονικές υστερήσεις στις πρώτες διαφορές του Y^* στην εκτίμηση του διανύσματος Συνολοκλήρωσης.

Η προσθήκη αυτή removes the deleterious effects that short-run dynamics of the equilibrium process vt have on the estimate of the Cointegration vector η^* .

Ο εκτιμητής της η^* ονομάζεται dynamic OLS εκτιμητής και σημειώνεται ως η_{DOLS}^* , είναι συνεπής, κατανέμεται ασυμπτωτικά κανονικά και είναι αποτελεσματικός.

⁴⁶⁰ Steven Cook (2006): The power of single equation tests for cointegration, Applied Economics Letters, 13:5, 265-267

Εκτιμήσεις για τα ασυμπτωτικά ισχύοντα τυπικά για τις παραμέτρους της η_{DOLS}^* μπορούν να εκτιμηθούν είτε:

- Με τον πολλαπλασιασμό των τυπικών σφαλμάτων της OLS από την εκτίμηση της σχέσης Συνολοκλήρωσης με OLS πολλαπλασιασμένα με τον λόγο

$$\left(\frac{\sigma_v^2}{\text{Irv}(v_t)}\right)^{1/2}$$

Όπου σ_v^2 είναι η OLS εκτίμηση του $\text{var}(v_t)$ και $\text{Irv}(v_t)$ είναι ένας οποιοσδήποτε συνεπής εκτιμητής της μακροχρόνιας διακύμανσης των v_t με την χρήση των εκτιμήσεων των καταλοίπων v_t . Εναλλακτικά μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο Newey- West HAC εκτιμητής.

Σημειώνεται ότι αν το T (μέγεθος του δείγματος) δεν είναι αρκετά υψηλό σε σχέση με το p(m-1) (αριθμός χρονικών υστερήσεων επί του αριθμού των μεταβλητών που λαμβάνουμε υπόψιν) η απόδοση σε πεπερασμένα δείγματα του Dols εκτιμητή να είναι φτωχές.

Εφαρμογή του ελέγχου DOLS σε εξομοιωμένα δεδομένα

Για την εφαρμογή του ελέγχου αυτού εξομοιώσαμε δυο I(1) μεταβλητές, y_t και x_t αντίστοιχα στο υπόδειγμα

$$y_t = y_{t-1} + dely$$

$$x_t = x_{t-1} + delx$$

$$ecm = y - 2 + 0.5 * x \text{ (το διάνυσμα Συνολοκλήρωσης)}$$

$$dely = 0.5 * dely\{1\} + 0.3 * delx\{1\} - 0.7 * ect\{1\} + u_{1t}$$

$$delx = -0.2 * dely\{1\} + 0.6 * delx\{1\} + 0.2 * ect\{1\} + u_{2t}$$

Οι τελευταίες δυο εξισώσεις αποτελούν την Error Correction απεικόνιση του συστήματος.

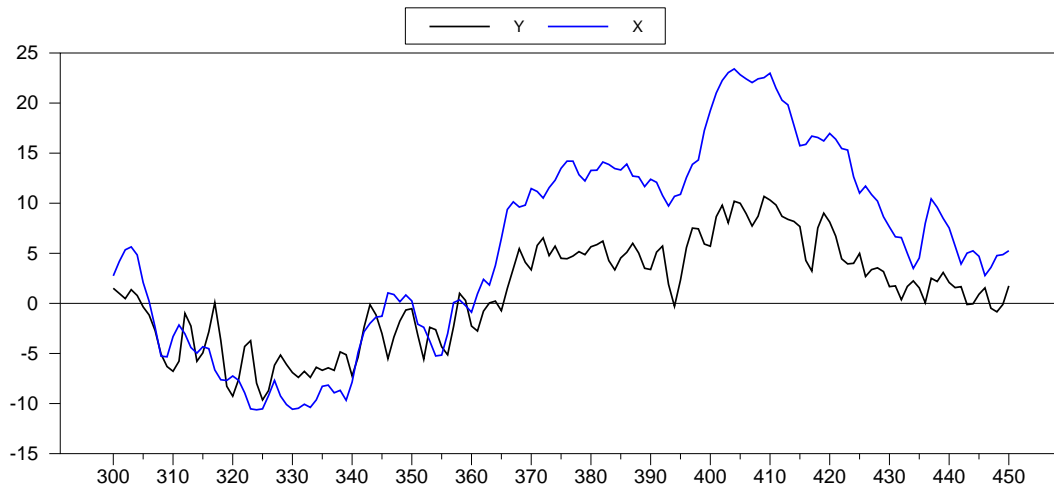
Το διάνυσμα Συνολοκλήρωσης εισέρχεται στην εξίσωση delx και άρα η x είναι ενδογενής μεταβλητή)

Για τα u_{1t}, u_{2t} χρησιμοποιούμε το εξής covariance matrix:

$$V = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 \end{bmatrix}$$

Και παράγουμε 1500 παρατηρήσεις από το παραπάνω σύστημα.

Από τα παραπάνω αποτελέσματα λαμβάνουμε τις παρατηρήσεις από 300 έως 450:



Αφού ελέγχουμε με την ADF ότι οι δυο σειρές x_t, y_t είναι $I(1)$:(η μηδενική υπόθεση της Μη στασιμότητας δεν μπορεί να απορριφθεί σε όλα τα εναλλακτικά υποδείγματα που μας προσφέρει η συγκεκριμένη διαδικασία ελέγχου μοναδιαίας ρίζας)

Έλεγχος x_t (σταθερά και τάση)			Έλεγχος x_t (σταθερά)			Έλεγχος x_t (χωρίς σταθερά και χωρίς τάση)		
Dickey-Fuller Test, Series X	Unit Root		Dickey-Fuller Test, Series X	Unit Root		Dickey-Fuller Test, Series X	Unit Root	
Regression Run From 306 to 450			Regression Run From 304 to 450			Regression Run From 304 to 450		
Observations	146		Observations	148		Observations	148	
With intercept and trend			With intercept and trend			With intercept		
Using 5 lags on the differences			Using 3 lags on the differences			Using 3 lags on the differences		
Sig Level	Crit Value		Sig Level	Crit Value		Sig Level	Crit Value	
1% (**)	-4.02324		1% (**)	-4.02241		1% (**)	-3.47537	
5% (*)	-3.44110		5% (*)	-3.44070		5% (*)	-2.88098	
10%	-3.14482		10%	-3.14458		10%	-2.57702	
T-Statistic	-1.51367		T-Statistic	-1.74267		T-Statistic	-1.20119	

Έλεγχος y_t (σταθερά και τάση)			Έλεγχος y_t (σταθερά)			Έλεγχος y_t (χωρίς σταθερά και χωρίς τάση)		
Dickey-Fuller Test, Series X	Unit Root		Dickey-Fuller Test, Series Y	Unit Root		Dickey-Fuller Test, Series Y	Unit Root	
Regression Run From 304 to 450			Regression Run From 304 to 450			Regression Run From 304 to 450		
Observations	148		Observations	148		Observations	148	
Without intercept or trend			With intercept and trend			With intercept		
Using 3 lags on the differences			Using 3 lags on the differences			Using 3 lags on the differences		

Sig Level	Crit Value	Sig Level	Crit Value	Sig Level	Crit Value
1% (**)	-2.57950	1% (**)	-4.02241	1% (**)	-3.47537
5% (*)	-1.94199	5% (*)	-3.44070	5% (*)	-2.88098
10%	-1.61682	10%	-3.14458	10%	-2.57702
T-Statistic	-1.04636	T-Statistic	-1.56156	T-Statistic	-1.09012

Χρήση κριτηρίου AIC για την επιλογή του κατάλληλου αριθμού χρονικών υστερήσεων/ προηγήσεων (επιλέγει την τιμή $p=2$)

Linear Regression - Estimation by Least Squares				
Dependent Variable Y				
Usable Observations		151		
Degrees of Freedom		144		
Centered R ²		0.9427826		
R-Bar ²		0.9403986		
Uncentered R ²		0.9448166		
Mean of Dependent Variable		0.9781305569		
Std Error of Dependent Variable		5.1117074809		
Standard Error of Estimate		1.2479418755		
Sum of Squared Residuals		224.25968514		
Regression F(6,144)		395.4530		
Significance Level of F		0.0000000		
Log Likelihood		-244.1218		
Durbin-Watson Statistic		1.2293		
Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif

1. Constant	-1.797347387	0.117542918	-15.29099	0.0000000
2. X	0.504558793	0.010760412	46.89028	0.0000000
3. DX{-2}	0.310532610	0.093071464	3.33650	0.00107953
4. DX{-1}	-0.042023962	0.107877922	-0.38955	0.69744404
5. DX	-0.543946729	0.110312362	-4.93097	0.00000223
6. DX{1}	0.040662425	0.107854757	0.37701	0.70672047
7. DX{2}	0.409307875	0.093052804	4.39866	0.00002105

Εφαρμογή του ελέγχου των E.G. στα κατάλοιπα της συγκεκριμένης εκτίμησης

Engle-Granger Cointegration Test	
Null is no cointegration (residual has unit root)	
Regression Run From 301 to 450	
Observations	151
Using fixed lags	0
No deterministic variables in cointegrating vector	
Critical Values from MacKinnon for 2 Variables	
Test Statistic	-4.88355**
1% (**)	-3.39000
5% (*)	-2.76000
10%	-2.45000

Και οδηγούμαστε στην απόρριψη της Μηδενικής Υπόθεσης και της αποδοχής ύπαρξης Συνολοκλήρωσης σε όλα τα επίπεδα στατιστικής σημαντικότητας.

10. Gregory Hansen Cointegration έλεγχος

Η περίπτωση δομικής αλλαγής (regime shift) στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης

Η μεθοδολογία που ακολουθούν οι Gregory & Hansen (Gregory & Hansen, 1996)⁴⁶¹ αφορά επέκταση των test των Phillips & Perron Z_a και Z_t και του ADF (Augmented Dickey Fuller) οι οποίες επιτρέπουν δομική αλλαγή στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης.

Συγκεκριμένα το διάνυσμα Συνολοκλήρωσης επιτρέπεται να αλλάξει μια φορά σε κάποιο άγνωστο χρονικό σημείο τ .

Ουσιαστικά στην περίπτωση αυτή μιλάμε για την κατηγορία "residual based tests" που έχουν ως εναλλακτική υποδείγματα τα οποία επιτρέπουν αυτή την δομική αλλαγή.

Τα υποδείγματα τα οποία εξετάζονται είναι τα εξής (υποδείγματα 2,3 και 4 παρακάτω):

$$y_{1t} = \mu + \alpha * y_{2t} + \varepsilon_t \quad \text{Υπόδειγμα 1}$$

Όπου η y_{1t} αφορά πραγματικές τιμές, η y_{2t} είναι διάνυσμα βαθμού m (δηλαδή αφορά m μεταβλητές στην σχέση Συνολοκλήρωσης) και η ε_t είναι $I(0)$.

Το Υπόδειγμα 1 δηλαδή αφορά την κλασσική περίπτωση Συνολοκλήρωσης.

Για να επιτρέψουμε τώρα δομική αλλαγή στην τιμή της σταθεράς (Level Shift)

$$y_{1t} = \mu_1 + \mu_2 * D + \alpha * y_{2t} + \varepsilon_t \quad \text{Υπόδειγμα 2}$$

Στο οποίο η D αφορά μια Dummy variable η οποία παίρνει την τιμή μηδέν πριν την δομική αλλαγή και την τιμή 1 μετά την δομική αλλαγή.

$$y_{1t} = \mu_1 + \mu_2 * D + \beta * t + \alpha * y_{2t} + \varepsilon_t \quad \text{Υπόδειγμα 3}$$

Το Υπόδειγμα 3 είναι ακριβώς το ίδιο με το υπόδειγμα 2 αλλά επιτρέπει την παρουσία ντετερμινιστικής τάσης (Level Shift with Trend)

Τέλος το παρακάτω υπόδειγμα

$$y_{1t} = \mu_1 + \mu_2 * D + \alpha_1 * y_{2t} + \alpha_2 * D * y_{2t} + \varepsilon_t \quad \text{Υπόδειγμα 4}$$

Επιτρέπει την παρουσία πλήρους δομικής αλλαγής (Regime Shift) στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσης αφού πριν το σημείο τ (όπου εντοπίζεται η αλλαγή) έχουμε το υπόδειγμα:

$$y_{1t} = \mu_1 + \alpha_1 * y_{2t} + \varepsilon_t$$

Και μετά την δομική αλλαγή το υπόδειγμα

$$y_{1t} = (\mu_1 + \mu_2) + (\alpha_1 + \alpha_2) * y_{2t} + \varepsilon_t$$

⁴⁶¹ Gregory W. Allan, Hansen Bruce E, Residual based tests for cointegration in models with regime shifts, Journal of Econometrics 70(1996) 99-126

Η διαδικασία των Gregory & Hansen

1. Έλεγχος με το κλασικό τεστ ADF. Σε περίπτωση αποδοχής της μηδενικής υπόθεσης (δηλαδή αδυναμίας απόρριψης της περίπτωσης μη Συνολοκλήρωσης) θεωρούμε ότι η αδυναμία αυτή μπορεί να οφείλετε σε δομική αλλαγή στο διάνυσμα Συνολοκλήρωσεως
2. Η μηδενική υπόθεση του τεστ αφορά το υπόδειγμα 1 αλλά με κατάλοιπα που είναι $I(1)$
3. Για τ το οποίο ανήκει στο διάστημα $[0.15*n, 0.85*n]$ όπου n είναι ο αριθμός των παρατηρήσεων. Η επιλογή του συγκεκριμένου διαστήματος αφορά στο γεγονός ότι χρειαζόμαστε αρκετές παρατηρήσεις για να εκτιμήσουμε την σχέση Συνολοκλήρωσης πριν και μετά το break. Έτσι με αυτόν τον τρόπο έχουμε πάντα έναν ελάχιστο αριθμό διαθέσιμων παρατηρήσεων.
4. Για κάθε τ (σε περίπτωση δηλαδή που είναι το $n=100$ παρατηρήσεις ξεκινάω από την παρατήρηση 15 μετά την 16 κ.ο.κ. έως την παρατήρηση 85) εκτιμώ κάθε ένα από τα υποδείγματα 2 έως 4 με OLS (δηλαδή εκτιμώ έστω το υπόδειγμα 2 με break στο 15, μετά με break στο 16 κ.ο.κ. έως την παρατήρηση 85)
5. Λαμβάνω τα κατάλοιπα $e_{t\tau}$ για κάθε μια από τις παραπάνω εκτιμήσεις. Ο δείκτης τ στην εκτίμηση των καταλοίπων μας δείχνει ότι αυτά εξαρτώνται από την επιλογή του χρονικού σημείου τ στο οποίο υποθέτουμε ότι γίνεται το break.
6. Εκτιμώ αυτά τα κατάλοιπα σαν AR(1) και λαμβάνω τα νέα κατάλοιπα: δηλαδή

$v_{t,\tau} = e_{t,\tau} - \rho_{\tau} * e_{t-1,\tau}$ όπου η εκτίμηση του ρ_{τ} προκύπτει από την σχέση:

$$\rho_{\tau} = \frac{\sum_{t=1}^{n-1} (e_{t,\tau} * e_{t+1,\tau})}{\sum_{t=1}^{n-1} e_{t,\tau}^2}$$

7. Για την διόρθωση εκτιμούμε το εξής σταθμισμένο άθροισμα των αυτό-συνδυακυμάνσεων:

$$\lambda_{\tau} = \sum_{j=1}^M W\left(\frac{j}{M}\right) * \gamma_{\tau}(j)$$

Όπου

$$\gamma_{\tau}(j) = \frac{1}{n} * \sum_{t=j+1}^n v_{t-j,\tau} * v_{t,\tau}$$

Η επιλογή του M εξαρτάται από το n και γίνεται έτσι ώστε $M/n^5 = O(1)$

8. Τα $W(\cdot)$ είναι kernel
9. Η μακροχρόνια διακύμανση εκτιμάται από την εξίσωση :

$$\sigma_{\tau}^2 = \gamma_{\tau}(0) + 2 * \lambda_{\tau}$$

10. Μετά του παραπάνω υπολογισμούς υπολογίζουμε το διορθωμένο πλέον

$$\rho_{\tau}^* = \frac{\sum_{t=1}^{n-1} (e_{t,\tau} * e_{t+1,\tau} - \lambda_{\tau})}{\sum_{t=1}^{n-1} e_{t,\tau}^2}$$

Και υπολογίζουμε τις στατιστικές Phillips

$$Z_{\alpha}(\tau) = n * (\rho_{\tau}^* - 1)$$

Και

$$Z_t(\tau) = (\rho_t^* - 1)/s_t$$

Όπου

$$s_t^2 = \sigma_t^2 / \sum_{t=1}^{n-1} e_{t,\tau}^2$$

Και ADF (η κλασσική ADF διαδικασία)

11. Τέλος για την εύρεση του structural break επιλέγουμε την μικρότερη δυνατή τιμή εκ των παραπάνω (δηλαδή από τις τιμές που για ένα συγκεκριμένο υπόδειγμα επιλέγουμε το τ που αυτή είναι μικρότερη, δηλαδή είναι η μεγαλύτερη αρνητική διότι εφόσον είναι πολύ αρνητική σε αυτήν είναι πιθανότερο να απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση περί μη στασιμότητας).

(Τα βήματα 6-11 αφορούν ουσιαστικά την μεθοδολογία των Phillips Perron για τα δυο τεστ τους).

Γ) Αιτιότητα- Γραμμικό πλαίσιο

Έννοια της αιτιότητας

Από τα σημαντικότερα ερωτήματα που καλούνται πολλές έρευνες να απαντήσουν κατά την εξειδίκευση και εκτίμηση των υποδειγμάτων τους είναι ο προσδιορισμός του κατά πόσο μια μεταβλητή αιτιάζει μία άλλη ή αιτιάζεται από αυτή ή είναι ανεξάρτητη από τις άλλες.

Σε κλάδους της επιστήμης που είναι δυνατή η διενέργεια ελεγχόμενου πειράματος η σχέση αιτίας και αιτιατού μπορεί να προσδιοριστεί. Στην οικονομική επιστήμη όμως μία τέτοια σχέση είναι σχεδόν αδύνατο να καθοριστεί λόγω της έλλειψης πειραματικών δεδομένων.

Αν έχουμε δύο μεταβλητές X και Y και σύμφωνα με την οικονομική θεωρία η μεταβλητή X προσδιορίζει την συμπεριφορά της Y το ερώτημα που τίθεται είναι εάν πράγματι μία τέτοια σχέση υπάρχει.

Η διαδικασία που ακολουθούμε για να απαντήσουμε στο ερώτημα αυτό είναι να παλινδρομήσουμε τη μεταβλητή Y πάνω στην X χρησιμοποιώντας τα δεδομένα που έχουμε και να ελέγξουμε τη στατιστική σημαντικότητα του συντελεστή X . Η ύπαρξη υψηλής συσχέτισης μεταξύ δύο μεταβλητών δεν αποτελεί σε καμία περίπτωση και απόδειξη ότι υπάρχει μία σχέση αιτιότητας μεταξύ των μεταβλητών που μελετάμε, όπως είδαμε στο πρόβλημα της νόθου παλινδρομήσεως στο προηγούμενο τμήμα.

Οι δυσκολίες του καθορισμού μίας σχέσης αιτιότητας μεταξύ των οικονομικών μεταβλητών οδήγησαν τον Granger (1969) στην ανάπτυξη της οικονομικής έννοιας της αιτιότητας γνωστής ως αιτιότητας κατά Granger (Granger Causality).

Γενικά θα λέμε ότι μία μεταβλητή X αιτιάζει κατά Granger μία άλλη Y , αν όλη η πρόσφατη και προηγούμενη πληροφόρηση γύρω από τις τιμές της μεταβλητής αυτής βοηθούν στην καλύτερη πρόβλεψη των τιμών της Y . Για να χρησιμοποιηθεί αυτός ο ορισμός της αιτιότητας είναι απαραίτητο να προσδιοριστούν τόσο ο τρόπος διεξαγωγής των προβλέψεων όσο και ο τρόπος μέτρησης της ακρίβειας των προβλέψεων που αφορούν τις τιμές της ενδιαφερόμενης μεταβλητής.

Όταν σε μια εξίσωση παλινδρομήσεως λέμε ότι η 'ερμηνευτική' μεταβλητή X_t επηρεάζει την 'εξαρτημένη' μεταβλητή Y_t , τότε εμμέσως αποδεχόμαστε ότι η μεταβλητή X_t 'προκαλεί' την μεταβλητή Y_t , υπό την έννοια ότι μεταβολές στη μεταβλητή X_t επιφέρουν μεταβολές στην μεταβλητή

Y_t . Αυτό με απλά λόγια αποτελεί την έννοια της ‘αιτιότητας’. Αναφορικά με την κατεύθυνση της αιτιότητας διακρίνουμε τις παρακάτω περιπτώσεις:

1. Μονόδρομη αιτιότητα η αιτιότητα μιας κατεύθυνσης : Αυτή αποτελεί την περίπτωση όταν το X_t προκαλεί το Y_t , αλλά το Y_t δεν προκαλεί το X_t
2. Αμφίδρομη αιτιότητα η αιτιότητα αναδράσεως : Αυτή αποτελεί την περίπτωση όταν οι μεταβλητές X_t και Y_t προσδιορίζονται από κοινού⁴⁶².

Για την εύρεση της αιτιότητας μεταξύ των μεταβλητών που μας ενδιαφέρουν υπάρχει μια σειρά διαφορετικών ελέγχων με γραμμική και Μη Γραμμική προσέγγιση. Οι έλεγχοι αυτοί ουσιαστικά μας βοηθούν στην εξαγωγή συμπερασμάτων σχετικά με το αν μια μεταβλητή, έστω η X_t προηγείται μιας άλλης, έστω της Y_t , με την έννοια ότι η X_t έχει σημαντική προβλεπτική επίδραση πάνω στην Y_t .

Ένας ακόμα ορισμός της κατά Granger αιτιότητας είναι ο κάτωθι:

Έστω $\{x_t\}$ και $\{y_t\}$ δυο στάσιμες χρονοσειρές και $F\left(x_t / \Phi_{t-1}\right)$ η υπο συνθήκη κατανομή πιθανότητας της x_t η οποία δίνεται από το σύνολο πληροφοριών στο σετ Φ_{t-1} , οριζόμενο ως $\Phi_{t-1} + \{x_{t-lx}^{lx}, y_{t-ly}^{ly}\}$ όπου $x_{t-ly}^{ly} = \{x_{t-lx}, x_{t-lx-1}, \dots, x_{t-1}\}$ και $y_{t-ly}^{ly} = \{y_{t-ly}, y_{t-ly-1}, \dots, y_{t-1}\}$ και lx και ly χρονικές υστερήσεις της x_t και y_t αντίστοιχα.

Ορίζουμε ότι η lx και ly $\{y_t\}$ δεν προκαλεί κατά Granger την $\{x_t\}$ αν

$$F\left(x_t / \Phi_{t-1}\right) = F\left(x_t / \Phi_{t-1} - y_{t-ly}^{ly}\right) \quad t = 1, 2, \dots (1)$$

Αν η ισότητα στην εξίσωση 1 δεν ισχύει, τότε η γνώση των παλαιότερων τιμών της y μας επιτρέπουν να εκτιμήσουμε και να προβλέψουμε τωρινές αλλά και μελλοντικές τιμές της μεταβλητής x , και η y λέγεται ότι προκαλεί αυστηρά κατά Granger την x .

Αντίστοιχα, εάν

$$F\left(x_t / \Phi_{t-1}\right) = F\left(x_t / \Phi_{t-1} + y_t\right)$$

τότε υπάρχει μια έλλειψη ταυτόχρονης αιτιότητας από την y στην x .

Στην περίπτωση που η ισότητα στην εξίσωση (2) δεν ισχύει, τότε η y λέγεται ότι προκαλεί ταυτόχρονα και αυστηρά την κατά Granger την x .

⁴⁶² Αναστάσιος Κάτος. Βιβλίο: Οικονομετρία Θεωρία και Εφαρμογές σελ.1042

1. Έλεγχος Granger

Για τον προσδιορισμό της κατά Granger γραμμικής αιτιότητας χρειάζεται όλες οι μεταβλητές οι οποίες εξετάζουμε να είναι στάσιμες και για αυτό η διαδικασία ξεκινάει με τον έλεγχο μοναδιαίων ριζών στις υπό εξέταση χρονοσειρές. Εάν κάποια χρονοσειρά έχει μοναδιαία ρίζα (είναι δηλαδή $I(1)$) χρησιμοποιούμε τις πρώτες διαφορές της (η αξιοπιστία του ελέγχου μειώνεται εάν οι μεταβλητές που συμμετέχουν στην διαδικασία είναι μη στάσιμες⁴⁶³).

Κατόπιν εκτιμούμε το παρακάτω VAR υπόδειγμα στο οποίο βασίζεται και το test αιτιότητας του Granger.

$$Y_t = a_{10} + \sum_{j=1}^k a_{1j} X_{t-j} + \sum_{j=1}^k \beta_{1j} Y_{t-j} + \varepsilon_{1t}$$

$$X_t = a_{20} + \sum_{j=1}^k a_{2j} X_{t-j} + \sum_{j=1}^k \beta_{2j} Y_{t-j} + \varepsilon_{2t}$$

Όπου ο συντελεστής υστέρησης k καθορίζεται από κάποιο κριτήριο επιλογής χρονικών υστερήσεων (όπως π.χ. το AIC (Akaike Information Criterion)).

Αναφορικά με το υπόδειγμα των δύο αυτών εξισώσεων διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις:

1. Εάν $\{a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1k}\} \neq 0$ και $\{\beta_{21}, \beta_{22}, \dots, \beta_{2k}\} = 0$, τότε υπάρχει μονόδρομη αιτιότητα από το X_t στο Y_t
2. Εάν $\{a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1k}\} = 0$ και $\{\beta_{21}, \beta_{22}, \dots, \beta_{2k}\} \neq 0$, τότε υπάρχει μονόδρομη αιτιότητα από το Y_t στο X_t
3. Εάν $\{a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1k}\} \neq 0$ και $\{\beta_{21}, \beta_{22}, \dots, \beta_{2k}\} \neq 0$, τότε υπάρχει μια αμφίδρομη αιτιότητα μεταξύ του X_t και του Y_t
4. Εάν $\{a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1k}\} = 0$ και $\{\beta_{21}, \beta_{22}, \dots, \beta_{2k}\} = 0$, τότε δεν υπάρχει αιτιότητα μεταξύ των X_t και Y_t , η αλλιώς οι μεταβλητές αυτές είναι μεταξύ τους ανεξάρτητες

Για τον έλεγχο γίνεται η χρήση του στατιστικού F του ελέγχου Wald το οποίο είναι:

$$F_c = \frac{(ESS_R - ESS_U)/k}{ESS_U/(n - 2k - 1)} \sim F(k, n - 2k - 1)$$

Όπου ESS_U το άθροισμα τετραγώνων καταλοίπων από την ελεύθερη εξίσωση (πλήρης εξίσωση χωρίς περιορισμούς)

Και

ESS_R το άθροισμα τετραγώνων καταλοίπων από την περιορισμένη εξίσωση (κάτω από την υπόθεση ότι ένα σύνολο μεταβλητών είναι πλεονάζων).

Οι υποθέσεις του ελέγχου όσον αφορά το :

Η X προκαλεί κατά Granger την Y αφορά στον έλεγχο στατιστικής σημαντικότητας των $\{a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1k}\}$ εφόσον αυτά είναι διάφορα του μηδενός.

⁴⁶³ Geweke et.al, Journal of Econometrics 21 (1983) 161-194. North-Holland Publishing Company

Αντίστοιχα η Y προκαλεί κατά Granger την X όταν στον έλεγχο στατιστικής σημαντικότητας των $\{\beta_{21}, \beta_{22}, \dots, \beta_{2k}\}$ αυτά είναι διάφορα του μηδενός.

2. Έλεγχος Sims

Μια επέκταση του ελέγχου του Granger (1969) είναι ο έλεγχος του Sims (1972) σύμφωνα με τον οποίο μια απαραίτητη προϋπόθεση ώστε το Y να μην προκαλεί κατά Granger το X είναι οι συντελεστές των μελλοντικών τιμών του X να είναι μηδενικοί σε μια παλινδρόμηση του Y σε τωρινές, παρελθοντικές και μελλοντικές τιμές του X .

Ο Sims ξεκινάει μετασχηματίζοντας τους φυσικούς λογαρίθμους των σειρών X και Y σύμφωνα με το φίλτρο :

$$X_t^* = X_t - 1.5X_{t-1} + 0.5625X_{t-2}$$

Η διαδικασία αυτή υποστηρίζεται ότι εξομαλύνει την spectral density των χρονοσειρών στις οποίες εφαρμόζεται και άρα αυξάνει την πιθανοφάνεια ότι τα κατάλοιπα της παλινδρόμησης είναι λευκός θόρυβος.

Για τον έλεγχο ότι η X_t δεν αιτιάζει την Y_t εκτιμούνται οι ακόλουθες εξισώσεις:

$$X_t^* = \sum_{j=0}^n \beta_j Y_{t-j}^* + c_1 + v_{1t}$$

$$X_t^* = \sum_{j=-n}^n \beta_j Y_{t-j}^* + c_2 + v_{2t}$$

Όπου οι παραπάνω είναι η περιορισμένη και η ελεύθερη εξίσωση αντίστοιχα.

3. Έλεγχος των Geweke-Meese-Dent⁴⁶⁴

Εξετάζοντας τα δυο παραπάνω τεστ οι Geweke, Meese και Dent (1983) εξέτασαν μια σειρά διαφορετικών μορφών ελέγχου αιτιότητας και βρήκαν ότι ο έλεγχος του Sim παρουσίαζε δυσκολίες στην εφαρμογή λόγω της αδυναμίας του να διορθώσει για γραμμική αυτοσυσχέτιση στα κατάλοιπα. Σαν εναλλακτική λύση πρότειναν ένα two sided υπόδειγμα κατανεμημένων χρονικών υστερήσεων στο οποίο προσέθεσαν χρονικές υστερήσεις της εξαρτημένης μεταβλητής για να διορθώσουν την γραμμική αυτοσυσχέτιση.

Αυτός ο έλεγχος δεν χρειαζόταν το φιλτράρισμα των μεταβλητών όπως πρότεινε ο Sims αλλά μόνο ότι χρονικές υστερήσεις της εξαρτημένης μεταβλητής προστίθενται στο υπόδειγμα. Όπως το προηγούμενο τεστ απαιτούνται τα δεδομένα να είναι στάσιμα.

στην προσπάθεια μας να ελέγξουμε εάν το X προκαλεί το Y , εκτιμούμε την εξίσωση:

$$X_t = a_0 + \sum_{j=1}^k a_j X_{t-j} + \sum_{j=-k}^k \beta_j Y_{t-j} + \varepsilon_t$$

⁴⁶⁴ Jeff B. Cromwell, Walter C. Labys, Michael J. Hannan, Michel Terraza. Multivariate Tests for Time Series Models 1994

Η διαφοροποίηση εδώ έγκειται στο ότι περιλαμβάνονται χρονικές προηγήσεις της μεταβλητής Y (στην εξίσωση με περιορισμό περιλαμβάνονται μόνο οι χρονικές υστερήσεις και όχι οι χρονικές προηγήσεις της Y).

Ο έλεγχος γίνεται με βάση την σημαντικότητα των συντελεστών γ_j για $j=-k, \dots, k$ οι οποίοι στην περίπτωση που είναι διάφοροι του μηδενός και δεδομένου του σκεπτικού της αιτιότητας κατά Granger ότι 'το μέλλον δεν μπορεί να προκαλέσει το παρόν ή το παρελθόν' σημαίνει ότι το X προκαλεί την Y .

Ο έλεγχος γίνεται με το στατιστικό του Wald και εξαιρετικά σημαντική κρίνεται η επιλογή του αριθμού των χρονικών υστερήσεων ώστε να μηδενισθεί η πιθανή αυτοσυσχέτιση στα κατάλοιπα.

Δ) Ο Μετασχηματισμός των Box – Cox

Ο έλεγχος της γραμμικότητας στην περίπτωση αυτή συνιστάται στην χρησιμοποίηση και εκτίμηση μη γραμμικών συναρτήσεων οι οποίες περιέχουν την γραμμική ως μία υποπερίπτωση. Μία τέτοια οικογένεια υποδείγμάτων είναι τα υποδείγματα που βασίζονται στον μετασχηματισμό των Box – Cox.

$$\frac{y_t^\lambda - 1}{\lambda} = \beta_0 + \beta_1 \frac{x_{t1}^\lambda - 1}{\lambda} + \beta_2 \frac{x_{t2}^\lambda}{\lambda} + \varepsilon_t \dots$$

Όταν $\lambda = 0$ ή (1) καθίσταται απροσδιόριστη.

$$\text{Όταν } \lambda \rightarrow 0 \quad \frac{y_t^\lambda - 1}{\lambda} - \log y_t, \quad \frac{x_t^\lambda - 1}{\lambda} = \log x_t$$

Αρα το (1) γίνεται $\log y_t = \beta_0 + \beta_1 \log x_{t1} + \beta_2 \log x_{t2} + \varepsilon_t$

$$\log y_t = \beta_0 + \sum_{j=1}^N \log x_{tj} + \varepsilon_t$$

Εάν $\lambda = 1$ ή (1) γράφεται :

$$\frac{y_t' - 1}{1} = \beta_0 + \beta_1 \frac{x_{t1}' - 1}{1} + \beta_2 \frac{x_{t2}' - 1}{1} + \varepsilon_t.$$

$$(y_t - 1) = \beta_0 + \beta_1(x_{t1}' - 1) + \beta_2(x_{t2}' - 1) + \varepsilon_t$$

$$= \beta_0$$

$$y_t = \beta_0 + 1 + \beta_1 x_{t1} - \beta_1 + \beta_2 x_{t2} - \beta_2 + \varepsilon_t$$

Το υπόδειγμα αυτό μπορεί να γραφτεί υπό μορφή μητριών ως εξής:

$$y_t = [1 \ x_{t2} \ x_{t3}] \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_2^2 \end{bmatrix} + \varepsilon_t$$

$$y_t = f(x_{t1}; \beta) + \varepsilon_t$$

$$x_t = (1 \ x_{t2} \ x_{t3})'$$

$$\beta = (\beta_1 \ \beta_2)$$

$$E(\varepsilon_t) = 0$$

$$E(\varepsilon_t^2) = \sigma^2.$$

$$E(y_t) = f(x_t; \beta)$$

ή

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(x_1; \beta) \\ f(x_2; \beta) \\ \vdots \\ f(x_T; \beta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_T \end{bmatrix}$$

ή

$$y = f(x; \beta) + \varepsilon$$

Η μετατροπή που εισήγαγαν οι Box και Cox (1964) δίνεται από:

$$y^{(\lambda)} = \begin{cases} \frac{y^\lambda - 1}{\lambda}, & \lambda \neq 0, y > 0 \\ \log y, & \lambda \rightarrow 0, y > 0 \end{cases}$$

Για να γενικεύσουμε και την περίπτωση που οι τιμές της μεταβλητής είναι αρνητικές, έχει προταθεί ο ανάλογος μετασχηματισμός:

$$y^{(\lambda)} = \begin{cases} -[(y + \lambda_1)\lambda_2 - 1] / \lambda_2, & \lambda_2 \neq 0 \\ \log(y + \lambda_1), & \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

όπου $y + \lambda_1 > 0$.

Ο Manly (1976) τροποποίησε σχετικά τον μετασχηματισμό ως εξής:

$$y(e(\lambda)) = \begin{cases} [\exp(\lambda y) - 1] / \lambda, & \lambda \neq 0 \\ y, & \lambda = 0 \end{cases}$$

Με βάση τους παραπάνω μετασχηματισμούς το υπόδειγμα των Box – Cox μπορεί να γραφτεί:

$$y_t^{(\lambda)} = \ell_0 + \sum_{j=1}^M \beta_j x_{tj}^{(\lambda)} + u_t \quad i = 1, 2, \dots, T$$

ή

$$y(e(\lambda)) = \beta_0 + \sum_{j=1}^M \beta_j x_{tj}(e(\lambda)) + u_t \quad t = 1, 2, \dots, T$$

Ο έλεγχος για την γραμμικότητα ή μη γραμμικότητα μιας μεταβλητής x_t στην διαμόρφωση της μεταβλητικότητας μιας μεταβλητής y_t , είναι η εξής:

$$y_t^{(\lambda)} = a + \beta x_t + \varepsilon_t \quad T = 1, 2, \dots, T$$

$$y_t^{(\lambda)} = \frac{y_t^\lambda - 1}{\lambda} \quad \text{για } \lambda \neq 0$$

ή

$$y_t^{(\lambda)} = \log y_t \quad \text{για } \lambda \rightarrow 0$$

Η εκτίμηση της παραπάνω σχέσης βασίζεται στην εφαρμογή μιας επαναληπτικής τεχνικής. Εφόσον έχουμε στατιστικά σημαντικές εκτιμήσεις για την παράμετρο λ , μπορούμε να αποφανθούμε ότι πράγματι υπάρχει κάποιο πρόβλημα μη γραμμικότητας στην σχέση που συνδέει τις μεταβλητές x_t και y_t .

Η συνήθης διαδικασία είναι για διάφορες τιμές του $\lambda \in [0, 1]$ να ελαχιστοποιήσουμε το άθροισμα.

$$\sum_{a, \beta, \lambda} (y^{(\lambda)} - a - \beta x_t)^2 = \sum_{a, \beta, \lambda} \left(\frac{y_t^{\lambda-1}}{\lambda} - a - \beta x_t \right)^2$$

ή

$$\text{για } \forall \lambda \in [0, 1] \text{ να } \text{Min}_{\hat{a}, \hat{\beta}} \sum \left(\frac{y_t^\lambda - 1}{\lambda} - \hat{a} - \hat{\beta} \right)^2 = S(a, \beta, \lambda)$$

Παράρτημα Β΄ Παρουσίαση των εφαρμογών σε συγκεκριμένο Οικονομετρικό λογισμικό Περιβάλλον (R.A.T.S της Estima)⁴⁶⁵

1. Έλεγχος Tsay(1989) για εύρεση Threshold Μη Γραμμικότητας: εφαρμογή σε εξομοιωμένα δεδομένα

Για την διενέργεια των ελέγχων εκτίμησης των TAR μοντέλων δημιουργήσαμε 1000 παρατηρήσεις από την εξής Threshold Autoregressive διαδικασία

$$y_t = \begin{cases} 0.3 + 0.8 * y_{t-1} + \varepsilon_t \\ -0.5 + 0.2 * y_{t-1} + \varepsilon_t \end{cases}$$

Με Threshold μεταβλητή την y_{t-1} και threshold τιμή την τιμή μηδέν.

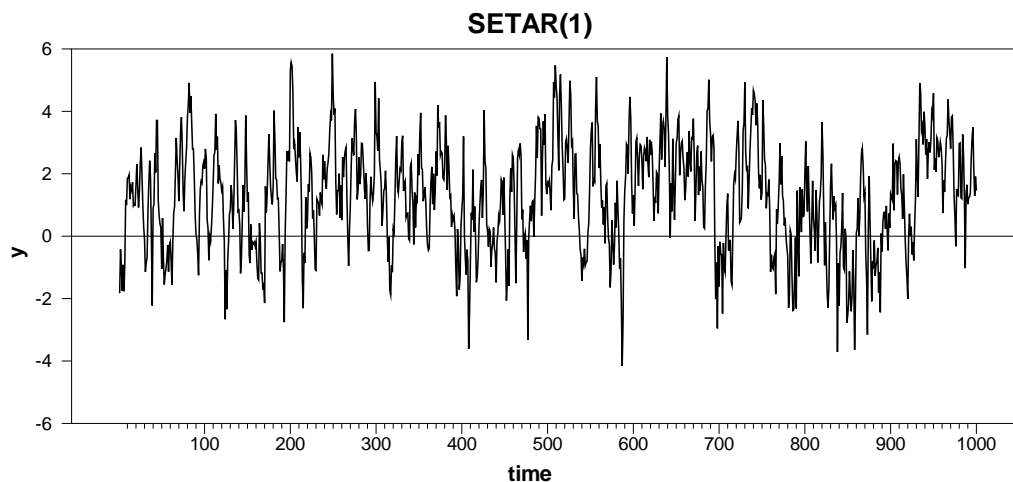
Όταν $y_{t-1} \geq 0$ η σειρά ακολουθεί το πρώτο regime και στην αντίθετη περίπτωση το 2^ο

Όπου $\varepsilon_t \sim N(0,1)$

```
all 1000
seed 1000
set y = 0
com y(1) = %ran(2)
com m1 = 0.
com m2 = 0.

do i=2,1000
if y(i-1).ge.0 {
    com y(i) =0.3+ 0.8*y(i-1)+%ran(1)
    com m1=m1+1
}
else {
com y(i)= -0.5+0.2*y(i-1)+%ran(1)
com m2=m2+1
}
end do i
Graph(STYLE=LINE,HEADER="SETAR(1)",VLABEL="y",HLABEL="time" 1);
#y
```

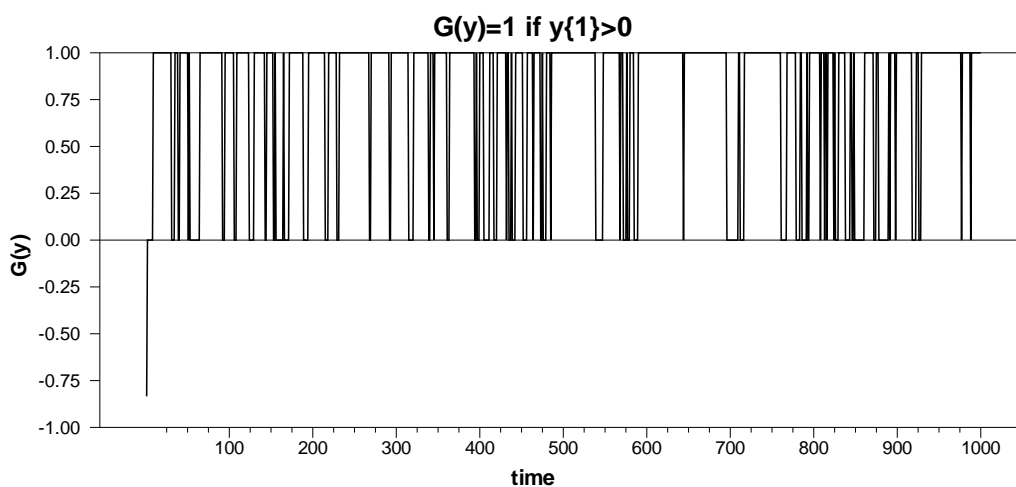
⁴⁶⁵ Οι εφαρμογές 1-11 αφορούν σε επεξήγηση της διαδικασίας εφαρμογών οι οποίες ήταν διαθέσιμες (μαζί με τα δεδομένα) μέσω του λογισμικού Rats της Estima, με πηγές το Rats procedure browser, Textbook examples, Rats Programming Manual (Enders) και RATS Handbook for Switching Models and Structural Breaks (Thomas A. Doan). Το σύνολο των εφαρμογών του κεφαλαίου 4 μαζί με τα δεδομένα περιλαμβάνονται στα συνοδευτικά δεδομένα της διατριβής.



Από το σύνολο των παρατηρήσεων (και εξαιρώντας την 1^η) οι 759 βρίσκονται στο πρώτο regime και οι 240 στο δεύτερο.

Οι εναλλαγές μεταξύ των regimes γίνονται συχνά και αποτυπώνονται παρακάτω:

```
do i=2,1000
if y(i-1).ge.0 {
com dune(i)=1
}
else {
com dune(i)=0
}
end do i
graph 1; #dune
GRAPH(STYLE=LINE,HEADER="G(y)=1 if y{1}>0",VLABEL="G(y)",HLABEL="time") 1
# DUNE
```



Αυτό γίνεται για την εξασφάλιση ότι κανένα από τα δυο regime/καταστάσεις δεν είναι "απορροφητικό" (δεν απορροφάει την χρονοσειρά δηλαδή και δεν της επιτρέπει να αλλάξει regime).

Για την διενέργεια του ελέγχου θα επιλέξουμε το δείγμα 200 παρατηρήσεων (600 έως 800).

- Οι έλεγχοι για ύπαρξη μοναδιαίων ριζών η εποχικών ριζών δείχνουν απουσία ύπαρξης και των δυο και άρα θα χρησιμοποιήσουμε τα αρχικά δεδομένα σε levels.

@bjdiff(diffs=1,sdifs=1) y 600 800

Η παραπάνω εντολή @bjdiff πραγματοποιεί έλεγχο για ύπαρξη μοναδιαίων και εποχικών ριζών. Το αποτέλεσμα το οποίο μας δίνεται είναι:

Reg	Diff	Seas	Diff	Intercept	Crit
0	0	No	0.000000*		
0	0	Yes	0.0263846		
0	1	No	0.0000000		
0	1	Yes	0.0264916		
1	0	No	0.0000000		
1	0	Yes	0.0264916		
1	1	No	0.0000000		
1	1	Yes	0.0265995		

- Δεδομένου ότι δεν έχουμε μοναδιαία ρίζα θα χρησιμοποιήσουμε την σειρά στα επίπεδα (levels) και όχι σε πρώτες διαφορές. Προχωρούμε σε εκτίμηση του αριθμού των χρονικών υστερήσεων του αυτοπαλίνδρομου χρησιμοποιώντας τα κριτήρια HQ (Hannan Quin) και BIC (Schwartz)

@arautolags(crit=hq) y 600 800

@arautolags(crit=bic) y 600 800

Η διαδικασία @arautolags του Rats ουσιαστικά πραγματοποιεί τον έλεγχο για το επιλεγμένο κριτήριο (όπως παρουσιάζεται εδώ ως crit=hq για το κριτήριο των Hannan Quin και crit=bic για το κριτήριο του Schwartz). Οι αριθμοί 400 έως 600 είναι η αρχή και το τέλος του δείγματος για το οποίο ζητούμε να πραγματοποιήσει το πρόγραμμα την συγκεκριμένη διαδικασία.

Το πρόγραμμα μας δίνει το κάτωθι αποτέλεσμα:

Minimum Hannan-Quinn Lags for Y = 1 Minimum Schwarz/Bayesian IC Lags for Y = 1

Άρα και τα δυο κριτήρια επιλέγουν μια χρονική υστέρηση για την αυτοπαλίνδρομη μοντελοποίηση.

- Πριν προχωρήσουμε θα πρέπει να ελέγξουμε κατά πόσο η εκτίμηση με το απλό γραμμικό υπόδειγμα αφήνει εκτός Μη Γραμμικότητες τις οποίες θα πρέπει να υπολογίσουμε. Εκτιμούμε το απλό γραμμικό υπόδειγμα με μια χρονική υστέρηση για το σύνολο των παραπάνω δεδομένων

linreg y 600 800

constant y{1}

- Εφαρμογή ελέγχων εύρεσης Μη Γραμμικότητας στα κατάλοιπα του Γραμμικού Υποδείγματος του παραπάνω υποδείγματος

@regreset(h=4)

@bdstest y 600 800

@bdindtests %resids

Η εντολή @regreset(h=4) πραγματοποιεί το Reset έλεγχο του Ramsey

Το αποτέλεσμα που μας δίνει το rats βρίσκεται στο αριστερό κελί, στο δεξί η επεξήγηση

RESET(4) Test Form Statistic Sig Level F(3,196) 4.350080 0.0054171 LM(3) 12.547694 0.0057242	Και στις δυο εκδοχές του ελέγχου (F και LM) η μηδενική υπόθεση ότι οι παράμετροι που προστέθηκαν για τον έλεγχο είναι μηδέν μπορεί να απορριφθεί στο επίπεδο του 1%.
---	--

Η εντολή @bdstest y 600 800 μας δίνει τον έλεγχο BDS για Μη Γραμμικότητα με μηδενική υπόθεση την iid κατανομή των καταλοίπων

BDS Test for Y P = 1.00000 eps = 1.72848 m = 2 C_mT = 0.36508 C_T = 0.52249 K = 0.30328 sigma2 = 0.00367 BDS = 21.55469 signif = 4.78498e-103	Παρότι ο έλεγχος BDS έχει χαμηλή δύναμη ενάντια στην συγκεκριμένη μορφή υποδείγματος (Self-Exciting Threshold Autoregressive) ⁴⁶⁶ απορρίπτει την μηδενική υπόθεση περί iid καταλοίπων.
---	---

- Ο έλεγχος του Tsay για την ύπαρξη Threshold Μη Γραμμικότητας

Ο έλεγχος πραγματοποιείται με την εντολή @tsaytest

Ορίζουμε αρχικά την τιμή του threshold ως $y\{1\}$ και πραγματοποιούμε τον έλεγχο με το AR υπόδειγμα που εξειδικεύσαμε παραπάνω (με μια χρονική υστέρηση και με την μεταβλητή σε επίπεδα και όχι σε πρώτες διαφορές)

```
set thresh = y{1}
@tsaytest(thresh=thresh) y
# constant y{1}
```

TSAY Arranged Autoregression Test F(2 , 197)= 3.87165 P= 0.02243	Ο έλεγχος του Tsay εντοπίζει Threshold Μη Γραμμικότητα (απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση σε σημαντικότητα 5% και 10%). Επίσης μπορούμε να την απορρίψουμε και με σημαντικότητα 3% σύμφωνα με το διπλανό p-value.
--	---

Ο Μη παραμετρικός έλεγχος του Tsay(1989) εντοπίζει Threshold Μη Γραμμικότητα

Εδώ αξίζει να σημειωθεί ότι ο παραπάνω Μη παραμετρικός έλεγχος μπορεί να μας βοηθήσει να επιλέξουμε και ποια χρονική υστέρηση της μεταβλητής y θα χρησιμοποιήσουμε σαν threshold παράμετρο.

Για να γίνει αυτό πραγματοποιούμε την εξής επαναληπτική διαδικασία:

```
do i=1,4
```

⁴⁶⁶ Rothman P. (1992), "The comparative power of the TR test against simple threshold models", Journal of Applied Econometrics, vol. 7, s187-195


```
set thresh = y{i}
dis 'lag=' i
```

```
@tsaytest(thresh=thresh) y 600 800
# constant y{1}
```

```
end do i
```

Σε αυτήν την διαδικασία θέτουμε διαδοχικά για το δείγμα μας τον έλεγχο του Tsay λαμβάνοντας σε κάθε επανάληψη και διαφορετική threshold μεταβλητή (από Y_{t-1} έως Y_{t-4})

Επιλέγουμε εκείνη την threshold μεταβλητή η οποία έχει την μικρότερη p-value και άρα ενισχύει την υπόθεση της Threshold Μη Γραμμικότητας.

Τα αποτελέσματα της παραπάνω διαδικασίας είναι τα εξής

lag= 1 TSAY Arranged Autoregression Test F(2 , 197)= 3.87165 P= 0.02243 lag= 2 TSAY Arranged Autoregression Test F(2 , 197)= 2.78002 P= 0.06447 lag= 3 TSAY Arranged Autoregression Test F(2 , 197)= 0.80596 P= 0.44813 lag= 4 TSAY Arranged Autoregression Test F(2 , 197)= 2.00221 P= 0.13778	Τα αποτελέσματα του ελέγχου για διαφορετικές χρονικές υστερήσεις της Threshold μεταβλητής επιλέγουν μια χρονική υστέρηση και άρα λαμβάνουμε ως Threshold μεταβλητή (η μεταβλητή μετάβασης) την Y_{t-1}
--	--

2. Έλεγχος Tsay(1998) για εύρεση Threshold Μη Γραμμικότητας: εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα

Ακολουθώντας τα στοιχεία που επιλέγει στο paper του ο Tsay χρησιμοποιούμε τις τιμές των επιτοκίων για τις Η.Π.Α. για την περίοδο από το 1959 έως το 1993 (409 παρατηρήσεις).

Για το υπόδειγμα που θα εκτιμήσουμε χρησιμοποιούμε τα επιτόκια 3μήνου (όπως αποτυπώνονται στα 3μηνιαία Treasury Bills), 3 ετών(όπως αποτυπώνονται στα 3ετή Treasury Notes) και το Spread που αποτελεί τον μέσο όρο των τριών τελευταίων διαφορών τους

Δίνουμε τις παρακάτω εντολές στο input window:

```
open data usrates.xls
calendar(m) 1959
data(format=xls,org=columns) 1959:1 1993:2 fcm3 ftb3
set g3year = log(fcm3/fcm3{1})
set g3month = log(ftb3/ftb3{1})
set spread = log(ftb3)-log(fcm3)
set sspread = (spread+spread{1}+spread{2})/3
compute sspread(1959:1)=spread(1959:1)
compute sspread(1959:2)=(spread(1959:1)+spread(1959:2))/2
```

Οι παραπάνω εντολές ανοίγουν το αρχείο usrates.xls το οποίο περιλαμβάνει τις τιμές των treasury bills 3μηνών και 3 ετών για την περίοδο Ιανουάριος 1959 (1959:1) έως Φεβρουάριος 1993 (1993:2).

Με την εντολή set μετασχηματίζουμε τις μεταβλητές λαμβάνοντας λόγο λογαρίθμων (η διαφορά λογαρίθμων που είναι ισοδύναμο) το οποίο όπως γνωρίζουμε από τον λογαριθμικό μετασχηματισμό μας δίνει τον ρυθμό αύξησης των τιμών, δηλαδή τις αποδόσεις/επιτόκια.

Θέτουμε το spread ως την διαφορά των επιτοκίων και το sspread ως τον μέσο όρο των τριών τελευταίων spread.

Με το `compute` υπολογίζουμε τις τιμές του `sspread` για την 1^η και 2^η χρονική περίοδο (αφού η εντολή `set` δεν μπορεί να το θέσει δεδομένου ότι εκεί δεν ορίζεται η σειρά λόγω έλλειψης παρατηρήσεων).

Δημιουργούμε το διάγραμμα των μεταβλητών

```
spgraph(vfields=3,$
  footer="Figure 3. Time Plots of Growth Series of U.S. Monthly Interest Rates")
graph(vlabel="3-month")
# g3month
graph(vlabel="3-year")
# g3year
graph(vlabel="Spread")
# sspread
spgraph(done)
```

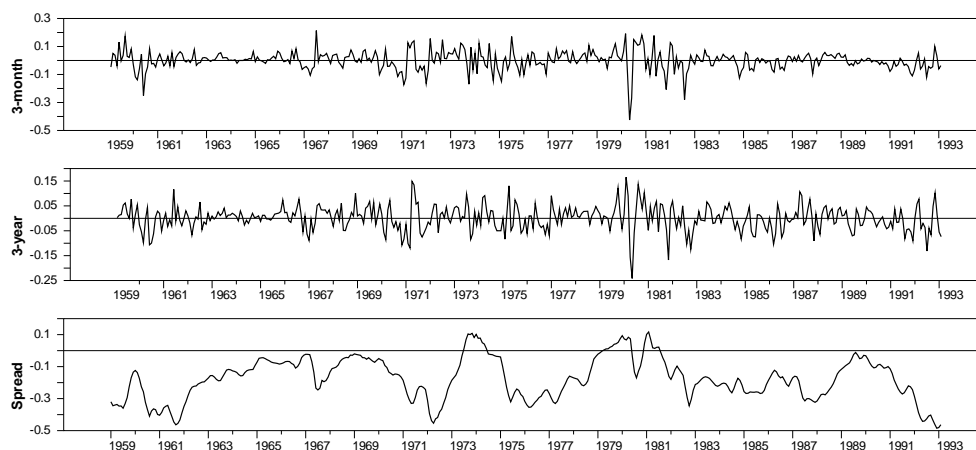


Figure 3. Time Plots of Growth Series of U.S. Monthly Interest Rates

Σκοπός μας είναι να ελέγξουμε αν η σχέση μεταξύ των δυο μεγεθών επηρεάζεται από την μεταβλητή `spread`.

Ακολουθούμε τα εξής βήματα

1. Επιλογή του αριθμού χρονικών υστερήσεων με το κριτήριο του Akaike.

```
@VARLagSelect(lags=12,crit=aic)
```

```
# g3year g3month
```

VAR Lag Selection	
Lags	AICC
0	-2588.2794
1	-2653.5273
2	-2665.7123
3	-2664.9785
4	-2661.9384
5	-2660.7850
6	-2668.1104
7	-2680.9372*
8	-2675.6108
9	-2672.7354

10 -2666.8751
11 -2663.5270
12 -2660.5017

Και επιλέγει για το γραμμικό VAR 7 χρονικές υστερήσεις που θα χρησιμοποιήσουμε σαν όριο για την επιλογή των χρονικών υστερήσεων μετέπειτα στο Threshold VAR.

- Με την χρήση του $p=7$ (που λάβαμε από το προηγούμενο βήμα) και για το $SSPREAD\{d\}$ ελέγχουμε με το κριτήριο $C(d)$ και την ανάλογη p -value .

M0 οι διαφορετικές τιμές για τις οποίες ξεκινάει η εκτίμηση του RLS (Recursive Least Squares)
Η διαδικασία που ακολουθεί εκτιμά το κριτήριο $C(d)$ και την ανάλογη p -value για την επιλογή της κατάλληλης Threshold μεταβλητής η οποία είναι εκείνη η οποία ελαχιστοποιεί την p -value (είναι πλέον πιθανή η ύπαρξη Μη Γραμμικότητας).

compute p =7

compute k =2

*

do d=1,7

dofor m0 = 50 100

set thresh = sspread{d}

*

rls(noprint,order=thresh,condition=m0) g3year / rr3year

constant g3year{1 to p} g3month{1 to p}

rls(noprint,order=thresh,condition=m0) g3month / rr3month

constant g3year{1 to p} g3month{1 to p}

order(ranks=rr) thresh %regstart() %regend()

linreg(noprint,smpl=rr>m0) rr3year / wr3year

constant g3year{1 to p} g3month{1 to p}

linreg(noprint,smpl=rr>m0) rr3month / wr3month

constant g3year{1 to p} g3month{1 to p}

ratio(mcorr=%nreg,degrees=k*%nreg,noprint)

rr3year rr3month

wr3year wr3month

disp "D=" d "m0=" m0 @16 "C(d)=" *### %cdstat @28 "P-value" #.##### %signif

end dofor m0

end do d

Το Rats μας δίνει τα κάτωθι αποτελέσματα:

D= 1 m0= 50	C(d)= 65.53 P-value 0.00019
D= 1 m0= 100	C(d)= 66.03 P-value 0.00016
D= 2 m0= 50	C(d)= 66.67 P-value 0.00013
D= 2 m0= 100	C(d)= 59.17 P-value 0.00116
D= 3 m0= 50	C(d)= 69.23 P-value 0.00006
D= 3 m0= 100	C(d)= 61.45 P-value 0.00061
D= 4 m0= 50	C(d)= 68.06 P-value 0.00009
D= 4 m0= 100	C(d)= 69.24 P-value 0.00006
D= 5 m0= 50	C(d)= 67.36 P-value 0.00011
D= 5 m0= 100	C(d)= 64.67 P-value 0.00024

D= 6 m0= 50	C(d)= 67.86	P-value 0.00009
D= 6 m0= 100	C(d)= 62.05	P-value 0.00052
D= 7 m0= 50	C(d)= 67.63	P-value 0.00010
D= 7 m0= 100	C(d)= 59.61	P-value 0.00103

Η επιλογή γίνεται για $d=1$ και για $d=4$

3. Χρήση κριτηρίου AIC

Αφού βρήκαμε και επιλέξαμε την Threshold μεταβλητή σαν $sspread_{t-1}$ προχωρούμε σε ένα Grid Search για την τιμή της τιμής γ η οποία είναι και η Threshold τιμή σε σχέση με την οποία το $sspread_{t-1}$ καθορίζει την συμπεριφορά του υποδείγματος.

Για κάθε τιμή μέσα στο grid (0.3,0.05) η Threshold τιμή γ λαμβάνεται και εκτιμάται το TVAR υπόδειγμα καθώς υπολογίζεται και η τιμή του κριτηρίου Akaike. Στο τέλος επιλέγεται εκείνο το TVAR (και άρα η τιμή του γ) η οποία ελαχιστοποιεί το κριτήριο.

Θέτουμε το Threshold ίσο με $sspread_{t-1}$ και χωρίζουμε σε 300 ίσα τμήματα το διάστημα -0.3 έως 0.05 με την εντολή @gridseries

Επίσης θέτουμε την σειρά AIC ίση με το μηδέν

Η σειρά αυτή θα λαμβάνει σε κάθε χρονική στιγμή (από 1 έως ngrid) την τιμή του AIC για το κάθε γ που θα λαμβάνεται από το διάστημα (-0.3,0.05)

```
set thresh = sspread{1}
```

```
@gridseries(from=-.30,to=.05,n=300,pts=ngrid) rgrid
```

```
set aic 1 ngrid = 0.0
```

Πραγματοποιείται η επαναληπτική διαδικασία (300 φορές) με υπολογισμό κάθε φορά του αντίστοιχα TVAR σε σχέση με την threshold μεταβλητή $sspread_{t-1}$ που γνωρίζουμε και την τιμή γ που ψάχνουμε.

```
do i=1,ngrid
```

```
compute rtest=rgrid(i)
```

```
sweep(group=thresh<rtest,var=hetero)
```

```
# g3year g3month
```

```
# constant g3year{1 to p} g3month{1 to p}
```

```
compute aic(i)=-2.0*%logl+2.0*%nregsystem
```

```
end do i
```

```
*
```

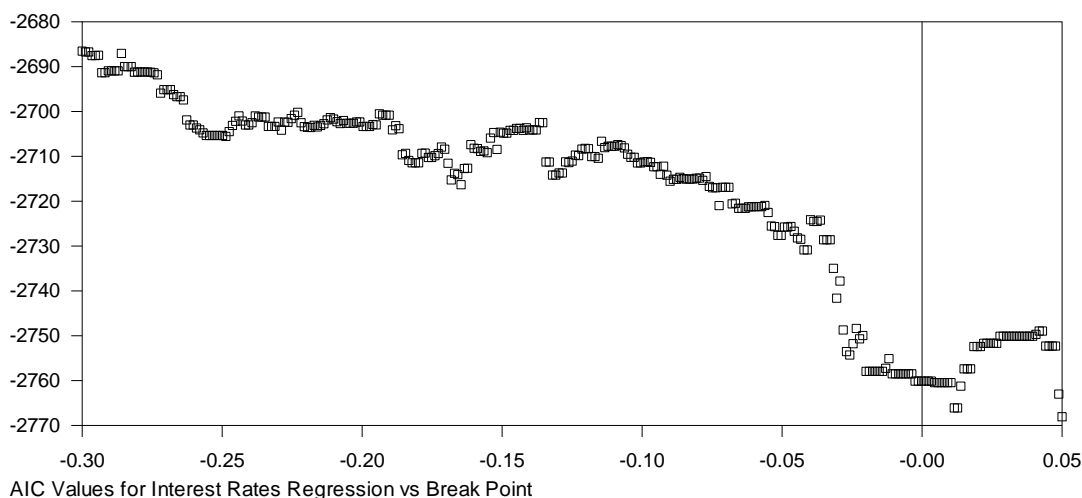
```
scatter
```

```
# rgrid aic
```

```
*
```

```
ext(noprint) aic 1 ngrid
```

```
disp rgrid(%minent)
```



Best Break is 0.05000 with AIC -2768.05776

Το κριτήριο επιλέγει την τιμή 0.05 ως Threshold τιμή γ όπως αποτυπώνεται και στο παραπάνω διάγραμμα.

Ο έλεγχος για την ύπαρξη 2 threshold στην χρονοσειρά μπορεί να γίνει με ανάλογη διαδικασία ως εξής:

Καθορισμός threshold παραμέτρου και grid μέσα στο οποίο θα γίνει ο έλεγχος

```
set thresh = sspread{1}
@gridseries(from=-.30,to=.05,n=80,pts=ngrid) rgrid
compute bestaic=%na
```

Το grid search το οποίο τώρα θα πραγματοποιηθεί για δυο threshold, το γ_1 και γ_2 ($\gamma_1 < \gamma_2$) που στον κώδικα λαμβάνουν την μορφή rgrid(i) και rgrid(j)

```
do i=1,ngrid-19
  do j=i+20,ngrid
    sweep(group=(thresh<rgrid(i))+(thresh<rgrid(j)),var=homo)
    # g3year g3month
    # constant g3year{1 to p} g3month{1 to p}
    compute thisaic=-2.0*logl+2.0*nregssystem
    if .not.%valid(bestaic).or.thisaic<bestaic
      compute bestaic=thisaic,bestlower=rgrid(i),bestupper=rgrid(j)
    end do j
  end do i
```

Η επαναληπτική διαδικασία κάνει διπλό grid search πρώτα επιλέγοντας τιμή για το πρώτο threshold από το διάστημα που επιλέγουμε (και λαμβάνει τιμές το i) και με σταθερή αυτή την τιμή εκτιμά για όλες τις πιθανές τιμές του δεύτερου threshold.

Σε κάθε βήμα της εκτίμησης προχωράει σε υπολογισμό του κριτηρίου AIC και κρατάει τα στοιχεία και τον συνδυασμό που ελαχιστοποιεί το κριτήριο.

Αντίστοιχα μετά πάει στην επόμενη τιμή που λαμβάνει το i και με εκείνη την τιμή δεδομένη επιλέγει όλες τις πιθανές τιμές j και επαναλαμβάνει την διαδικασία.

```
disp "Best double break is at" bestlower "and" bestupper "with AIC" bestaic
```

Η παραπάνω εντολή οδηγεί το rats να μας δώσει τα αποτελέσματα του grid search τα οποία και είναι:

Best double break is at	-0.09438 and	0.05000 with AIC	-2767.82931
-------------------------	--------------	------------------	-------------

Λόγω του ότι οι τιμές των δυο κριτηρίων Akaike είναι εξαιρετικά κοντά δεν φαίνεται το γεγονός ότι συμπεριλάβαμε και δεύτερο break να βελτίωσε ιδιαίτερα την τιμή του κριτηρίου και άρα το υπόδειγμα.

3. Έλεγχος Hansen(1996) για ύπαρξη Threshold Μη Γραμμικότητας: εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα

Για την διενέργεια του ελέγχου του Hansen σε πραγματικά δεδομένα θα χρησιμοποιήσουμε την σειρά του επιπέδου ανεργίας των Η.Π.Α. (μηνιαία στοιχεία) για την περίοδο 1960:01-2010:09

Εισάγουμε τα δεδομένα στο rats, η ανεργία είναι σε ποσοστό % και έχει τίτλο unrate.

```
open data unrate.xls
calendar(m) 1960:1
data(format=xls,org=columns) 1960:01 2010:09 unrate
```

Για ευκολία δημιουργούμε το γράφημα

```
graph(footer="U.S. Unemployment Rate")
# unrate
```

Και προχωρούμε σε έλεγχο των χαρακτηριστικών της χρονοσειράς

Συγκεκριμένα

1. Εξετάζουμε τα χαρακτηριστικά της σειράς

```
@bjdiff(diffs=1,sdifs=1) unrate
```

Που όπως είδαμε και στην 1^η εφαρμογή κάνει τον έλεγχο για ύπαρξη μοναδιαίας η seasonal ρίζας στην χρονοσειρά.

BJDiff Table, Series UNRATE				Η ελάχιστη τιμή του κριτηρίου βρίσκεται στην ύπαρξη μιας μοναδιαίας ρίζας και 0 seasonal ριζών.
Reg	Diff	Seas	Diff Intercept Crit	
0	0	No	-0.227267	
0	0	Yes	-2.020238	
0	1	No	-2.046844	
0	1	Yes	-2.041291	
1	0	No	-3.452969*	
1	0	Yes	-3.443514	
1	1	No	-2.695195	
1	1	Yes	-2.684548	

Λόγω του ότι η χρονοσειρά της ανεργίας όπως δίνεται εμφανίζει πολλές τιμές που είναι παραπλήσιες και δεν θα θέλαμε όλες να θεωρούνται ξεχωριστά σαν τιμή Threshold στην συνέχεια του ελέγχου πραγματοποιούμε στρογγυλοποίηση στο 1^ο δεκαδικό.

```
set dur = %round(unrate-unrate{1},1)
```

Η συγκεκριμένη εντολή λαμβάνει και στρογγυλοποιεί τις πρώτες διαφορές της ανεργίας που είναι η μεταβλητή dur.

Στην συνέχεια όπως και στην εφαρμογή 1 εκτιμούμε πρώτα την γραμμική παλινδρόμηση αλλά για να γίνει αυτό χρειάζεται εκτίμηση του αριθμού των χρονικών υστερήσεων που θα λάβουμε υπόψιν.

@arautolags(crit=hq) dur

@arautolags(crit=bic) dur

Το rats μας δίνει τα αποτελέσματα των κριτηρίων χρονικών υστερήσεων και τα δυο κριτήρια συμφωνούν στην επιλογή 4^{ων} χρονικών υστερήσεων.

Minimum Hannan-Quinn Lags for DUR = 4
Minimum Schwarz/Bayesian IC Lags for DUR = 4

Εκτιμούμε το γραμμικό υπόδειγμα με σταθερά της μορφής:

$$Dur_t = a_0 + \sum_{i=1}^4 a_i Dur_{t-i} + \varepsilon_t$$

Linear Regression - Estimation by Least Squares	
Dependent Variable DUR	
Monthly Data From 1960:06 To 2010:09	
Usable Observations	604
Degrees of Freedom	599
Centered R^2	0.1573692
R-Bar^2	0.1517422
Uncentered R^2	0.1588068
Mean of Dependent Variable	0.0074503311
Std Error of Dependent Variable	0.1803648114
Standard Error of Estimate	0.1661176321
Sum of Squared Residuals	16.529445552
Regression F(4,599)	27.9672
Significance Level of F	0.0000000
Log Likelihood	229.6872
Durbin-Watson Statistic	2.0056

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif

1. Constant	0.0031833965	0.0067731598	0.47000	0.63852488
2. DUR{1}	0.0003782365	0.0402429042	0.00940	0.99250405
3. DUR{2}	0.2262519562	0.0394434413	5.73611	0.00000002
4. DUR{3}	0.1922545064	0.0390024156	4.92930	0.00000107
5. DUR{4}	0.1654077904	0.0397063222	4.16578	0.00003560

Και λαμβάνουμε τα κατάλοιπα για την πραγματοποίηση ελέγχων **Μη Γραμμικότητας**

Ο έλεγχος Reset δεν εντοπίζει την ύπαρξη Μη Γραμμικότητας:

@regreset(h=4)

RESET(4) Test		
Form	Statistic	Sig Level
F(3,596)	0.0125327	0.9980805
LM(3)	0.0381005	0.9980445

Αντίθετα ο έλεγχος bds εντοπίζει ύπαρξη Μη Γραμμικότητας:

@bdstest dur

```

*****
BDS Test for DUR
*****
P =          1.00000
eps =        0.18237
m =           3
C_mT =       0.12751
C_T =        0.47789
K =          0.26428
sigma2 =     0.00607
BDS =        5.81279
signif =     6.14399e-009
*****

```

Τέλος για την εφαρμογή του ελέγχου του Hansen (1996)

```

set thresh = dur{1}
@threshtest(thresh=thresh,nreps=500) dur
# constant dur{1 to 4}

```

Η εντολή @threshtest χρησιμοποιεί ως threshold μεταβλητή την μια χρονική υστέρηση της πρώτης διαφοράς της ανεργίας και παράγει κριτικές τιμές με την μέθοδο του fixed regressor bootstrapping του Hansen.

Test of Null of No Threshold Against Alternative of Threshold Under Maintained Assumption of Homoskedastic Errors	
Dependent Variable	DUR
Threshold Variable	THRESH
Observations	604
From	1960:06
To	2010:09
Maximum F-Test	5.9640
Achieved at	0.0000
Bootstrap Replications	500
Bootstrap P-Value	0.0000

Με την συγκεκριμένη p-value μπορούμε εύκολα να απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση της γραμμικότητας σε ποσοστό σημαντικότητας 1%.

Άρα σύμφωνα με τον έλεγχο του Hansen υπάρχει Threshold Μη Γραμμικότητα στο υπόδειγμα των πρώτων διαφορών της ανεργίας με threshold μεταβλητή την χρονική υστέρηση της πρώτης διαφοράς.

Τέλος με την χρήση της εντολής @tar μπορούμε να ελέγξουμε για SETAR effects άμεσα και να εκτιμήσουμε και το υπόδειγμα παράλληλα

@tar(p=4,nreps=500) dur

Όπου p οι τέσσερις χρονικές υστερήσεις και nreps ο αριθμός των επαναλήψεων για την bootstrapping επαναληπτική διαδικασία του Hansen η οποία και παράγει τις κριτικές τιμές

Threshold Autoregression Threshold is DUR{1}=0.0000	Η τιμή Threshold που επιλέγει η διαδικασία είναι η τιμή μηδέν.
--	--

Tests for Threshold Effect use 500 draws				Οι τρεις στατιστικές του Hansen SupLm, ExpLm και AveLM έχουν εξαιρετικά χαμηλές p-values και άρα απορρίπτουν την μηδενική υπόθεση της γραμμικότητας (κάθε ένα από τα τρία κριτήρια). Ακολουθεί η εκτίμηση του υποδείγματος.
SupLM	28.854422	P-value	0.006000	
ExpLM	10.419775	P-value	0.002000	
AveLM	11.026610	P-value	0.000000	
Variable	Full Sample	<=Thresh	>Thresh	
Constant	0.0031834	-0.0117563	-0.0513826	
	(0.0067732)	(0.0109102)	(0.0212389)	
DUR{1}	0.0003782	-0.1816337	0.2937387	
	(0.0402429)	(0.0768646)	(0.0979941)	
DUR{2}	0.2262520	0.0815869	0.3590441	
	(0.0394434)	(0.0527958)	(0.0602047)	
DUR{3}	0.1922545	0.1884737	0.1047951	
	(0.0390024)	(0.0494792)	(0.0630308)	
DUR{4}	0.1654078	0.1942809	0.0964432	
	(0.0397063)	(0.0502303)	(0.0622587)	
Observations	604	391	213	
SEESQ	0.0275951	0.0257688	0.0278487	

Το υπόδειγμα στο οποίο καταλήγουμε είναι της μορφής:

$$Dur_t = -0.0117563 - 0.1816337 * Dur_{t-1} + 0.0815869 Dur_{t-2} + 0.1884737 Dur_{t-3} + 0.1942809 * Dur_{t-4} + e_{1t}, Dur_{t-1} \leq 0$$

$$Dur_t = -0.0513826 + 0.2937387 * Dur_{t-1} + 0.3590441 Dur_{t-2} + 0.1047951 Dur_{t-3} + 0.0964432 * Dur_{t-4} + e_{2t}, Dur_{t-1} > 0$$

4. Εφαρμογή LSTAR ελέγχου και εκτίμησης σε πραγματικά δεδομένα

Για τον έλεγχο και εκτίμηση ενός LSTAR υποδείγματος θα χρησιμοποιήσουμε μηνιαία δεδομένα της ανεργίας για τις ΗΠΑ που καλύπτουν την περίοδο 1960:01-2010:09 (609 παρατηρήσεις) τα οποία χρησιμοποιήσαμε και στην Εφαρμογή 3.

Η διαδικασία που ακολουθούμε για να ελέγξουμε αν η ανεργία εμφανίζει LSTAR συμπεριφορά είναι η εξής:

Εισάγουμε τα δεδομένα στο Rats με τις παρακάτω εντολές

```
open data unrate.xls
```

```
calendar(m) 1960:1
```

```
data(format=xls,org=columns) 1960:01 2010:09 unrate
```

Επιλεκτικά αν θέλουμε μπορούμε να αποτυπώσουμε την σειρά διαγραμματικά

```
graph(footer="U.S. Unemployment Rate")
```

```
# unrate
```

Δεδομένου ότι χρησιμοποιούμε τα δεδομένα της Εφαρμογής 3 δεν χρειάζεται να χρησιμοποιήσουμε τις εντολές @bjdiff διότι όπως γνωρίζουμε η σειρά περιέχει μοναδιαία ρίζα και για αυτό λαμβάνουμε τις πρώτες διαφορές

```
set dur = unrate-unrate{1}
```

1. Εκτιμούμε ένα απλό Autoregressive υπόδειγμα και χρησιμοποιούμε τα κριτήρια AIC, BIC και HQ για την επιλογή του κατάλληλου αριθμού χρονικών υστερήσεων (εξαρτημένη μεταβλητή οι πρώτες διαφορές της ανεργίας)

Υπενθυμίζω ότι στην προηγούμενη εφαρμογή επιλέξαμε τον αριθμό των χρονικών υστερήσεων με την χρήση της εντολής @autolags με διαφορετικά κριτήρια (το Hannan-Quinn και το Schwartz τα οποία επέλεξαν την συμπερίληψη τεσσάρων χρονικών υστερήσεων).

Minimum Hannan-Quinn Lags for DUR = 4

Minimum Schwarz/Bayesian IC Lags for DUR = 4

2. Εκτιμούμε ένα AR(4) υπόδειγμα για την μεταβλητή dur (1η διαφορά unemployment rate)

```
linreg dur
# constant dur{1 2 3 4}
```

Το Rats εκτιμά το γραμμικό υπόδειγμα και μας δίνει τα κάτωθι δεδομένα

Dependent Variable DUR				
Monthly Data From 1960:06 To 2010:09				
Usable Observations		604		
Degrees of Freedom		599		
Centered R ²		0.1573692		
R-Bar ²		0.1517422		
Uncentered R ²		0.1588068		
Mean of Dependent Variable	0.0074503311			
Std Error of Dependent Variable	0.1803648114			
Standard Error of Estimate	0.1661176321			
Sum of Squared Residuals	16.529445552			
Regression F(4,599)	27.9672			
Significance Level of F	0.0000000			
Log Likelihood	229.6872			
Durbin-Watson Statistic	2.0056			
Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif

1. Constant	0.0031833965	0.0067731598	0.47000	0.63852488
2. DUR{1}	0.0003782365	0.0402429042	0.00940	0.99250405
3. DUR{2}	0.2262519562	0.0394434413	5.73611	0.00000002
4. DUR{3}	0.1922545064	0.0390024156	4.92930	0.00000107
5. DUR{4}	0.1654077904	0.0397063222	4.16578	0.00003560

3. Προχωρούμε στον έλεγχο για ύπαρξη STAR Μη Γραμμικότητας με threshold μεταβλητή την dur για χρονικές υστερήσεις από 1 έως 4.

Επιλέγουμε σαν threshold μεταβλητή εκείνη την μεταβλητή την οποία ο παραπάνω έλεγχος μας υποδεικνύει ως την πιο πιθανή για ύπαρξη STAR συμπεριφοράς.

Από τον παραπάνω έλεγχο επιλέγεται σαν πιο πιθανή threshold μεταβλητή η dur{1}

Συγκεκριμένα στο rats χρησιμοποιούμε την διαδικασία @startest η οποία και ελέγχει για Smooth Transition Autoregressive Μη Γραμμικότητα

```
do d=1,4
```

```
@startest(d=d,p=4,print) dur
end do d
```

Τα αποτελέσματα τα οποία μας δίνει το Rats τα συγκεντρώνουμε στον κάτωθι πίνακα
Τα παρακάτω αποτελέσματα αποτελούν μιας σειρά LM ελέγχων βασιζόμενων στην σειρά Taylor και τον έλεγχο σημαντικότητας μιας σειράς παραμέτρων της ανεπτυγμένης κατά Taylor σειράς.
Υπό την μηδενική υπόθεση στην οποία δεν είναι στατιστικά σημαντικές οι παράμετροι δεν έχουμε STAR Μη Γραμμικότητα.

Ο έλεγχος επιλέγει σαν Threshold παράμετρο την Dur{1}, δηλαδή την 1^η χρονική υστέρηση των πρώτων διαφορών στα οποία η σημαντικότητα όλων των παραπάνω ελέγχων είναι μηδενική και άρα απορρίπτουμε σε όλες τις περιπτώσεις την μηδενική υπόθεση.

Ο έλεγχος γραμμικότητας περιλαμβάνει όλους τους όρους έως και τρίτης δύναμης της μεταβλητής μετάβασης και ελέγχει για γενική STAR συμπεριφορά.
Οι H01,H02,H03 ελέγχουν για μια μόνο δύναμη ο καθένας τους και ο H12 ελέγχει την από κοινού υπόθεση δυνάμεων 1^{ου} και 2^{ου} βαθμού.

Στην περίπτωση ενός LSTAR υποδείγματος σε όλους τους ελέγχους θα πρέπει να απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση, στην περίπτωση ενός ESTAR θα περιμένουμε οι έλεγχοι που περιλαμβάνουν δυνάμεις τρίτου βαθμού να είναι στατιστικά σημαντικοί λόγω συμμετρίας και άρα να υπάρχει υψηλή σημαντικότητα. Άρα σε ένα ESTAR περιμένουμε το H03 να αποδέχεται την μηδενική υπόθεση.

Test for STAR in series DUR AR length 4 Delay 1 <table> <thead> <tr> <th>Test</th> <th>F-stat</th> <th>Signif</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Linearity</td> <td>4.0449411</td> <td>0.0000</td> </tr> <tr> <td>H01</td> <td>4.0763236</td> <td>0.0029</td> </tr> <tr> <td>H02</td> <td>3.6460117</td> <td>0.0060</td> </tr> <tr> <td>H03</td> <td>4.1738770</td> <td>0.0024</td> </tr> <tr> <td>H12</td> <td>3.9470675</td> <td>0.0001</td> </tr> </tbody> </table>	Test	F-stat	Signif	Linearity	4.0449411	0.0000	H01	4.0763236	0.0029	H02	3.6460117	0.0060	H03	4.1738770	0.0024	H12	3.9470675	0.0001	Test for STAR in series DUR AR length 4 Delay 2 <table> <thead> <tr> <th>Test</th> <th>F-stat</th> <th>Signif</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Linearity</td> <td>2.3974858</td> <td>0.0050</td> </tr> <tr> <td>H01</td> <td>3.0129190</td> <td>0.0177</td> </tr> <tr> <td>H02</td> <td>1.7821884</td> <td>0.1308</td> </tr> <tr> <td>H03</td> <td>2.3289275</td> <td>0.0549</td> </tr> <tr> <td>H12</td> <td>2.0616812</td> <td>0.0376</td> </tr> </tbody> </table>	Test	F-stat	Signif	Linearity	2.3974858	0.0050	H01	3.0129190	0.0177	H02	1.7821884	0.1308	H03	2.3289275	0.0549	H12	2.0616812	0.0376
Test	F-stat	Signif																																			
Linearity	4.0449411	0.0000																																			
H01	4.0763236	0.0029																																			
H02	3.6460117	0.0060																																			
H03	4.1738770	0.0024																																			
H12	3.9470675	0.0001																																			
Test	F-stat	Signif																																			
Linearity	2.3974858	0.0050																																			
H01	3.0129190	0.0177																																			
H02	1.7821884	0.1308																																			
H03	2.3289275	0.0549																																			
H12	2.0616812	0.0376																																			
Test for STAR in series DUR AR length 4 Delay 3 <table> <thead> <tr> <th>Test</th> <th>F-stat</th> <th>Signif</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Linearity</td> <td>1.8732738</td> <td>0.0348</td> </tr> <tr> <td>H01</td> <td>3.8941316</td> <td>0.0039</td> </tr> <tr> <td>H02</td> <td>1.1311255</td> <td>0.3408</td> </tr> <tr> <td>H03</td> <td>0.5609163</td> <td>0.6911</td> </tr> <tr> <td>H12</td> <td>0.8462681</td> <td>0.5621</td> </tr> </tbody> </table>	Test	F-stat	Signif	Linearity	1.8732738	0.0348	H01	3.8941316	0.0039	H02	1.1311255	0.3408	H03	0.5609163	0.6911	H12	0.8462681	0.5621	Test for STAR in series DUR AR length 4 Delay 4 <table> <thead> <tr> <th>Test</th> <th>F-stat</th> <th>Signif</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Linearity</td> <td>2.5717960</td> <td>0.0025</td> </tr> <tr> <td>H01</td> <td>1.0686069</td> <td>0.3712</td> </tr> <tr> <td>H02</td> <td>1.4958322</td> <td>0.2019</td> </tr> <tr> <td>H03</td> <td>5.1307615</td> <td>0.0005</td> </tr> <tr> <td>H12</td> <td>3.3218481</td> <td>0.0010</td> </tr> </tbody> </table>	Test	F-stat	Signif	Linearity	2.5717960	0.0025	H01	1.0686069	0.3712	H02	1.4958322	0.2019	H03	5.1307615	0.0005	H12	3.3218481	0.0010
Test	F-stat	Signif																																			
Linearity	1.8732738	0.0348																																			
H01	3.8941316	0.0039																																			
H02	1.1311255	0.3408																																			
H03	0.5609163	0.6911																																			
H12	0.8462681	0.5621																																			
Test	F-stat	Signif																																			
Linearity	2.5717960	0.0025																																			
H01	1.0686069	0.3712																																			
H02	1.4958322	0.2019																																			
H03	5.1307615	0.0005																																			
H12	3.3218481	0.0010																																			

4. Εκτίμηση του υποδείγματος και αποτύπωση της συνάρτησης μετάβασης σε σχέση με το threshold

Η μορφή που έχει η λογιστική συνάρτηση υπενθυμίζουμε ότι είναι της μορφής:

$$F(dur_{t-1}; \gamma, c) = (1 + \exp\{-\gamma(dur_{t-1} - c)\})^{-1}$$

$$\gamma > 0$$

Και για το LSTAR υπόδειγμα το οποίο εμπεριέχει την συγκεκριμένη συνάρτηση εκτιμάται με χρήση Nonlinear Least Squares δίνοντας αρχικές τιμές για τις παραμέτρους γάμμα και c.

```
nonlin(parmset=starparms) gamma c
frml glstar = %logistic(gamma*(dur{1}-c),1.0)
stats(noprint) dur
compute c=0.0,gamma=2.0/sqrt(%variance)
equation standard x
# constant dur{1 to 4}
equation transit x
# constant dur{1 to 4}
```

Ορίζουμε δυο συναρτήσεις, την standard η οποία είναι οι γραμμικοί όροι του υποδείγματος και μια transit η οποία είναι οι όροι οι οποίοι πολλαπλασιάζονται με την λογιστική συνάρτηση F όπως την ορίσαμε παραπάνω.

```
frml(equation=standard,vector=phi1) phi1f
frml(equation=transit ,vector=phi2) phi2f
frml star dur = g=glstar,phi1f+g*phi2f
```

Με την χρήση της εντολής frml δημιουργούμε δυο διανύσματα παραμέτρων, το γραμμικό το οποίο είναι το phi1 και το Μη Γραμμικό που είναι το phi2 και οι αντίστοιχες φόρμουλες είναι η phi1f και η phi2f των οποίων ο συνδυασμός σε frml με την ονομασία star αποτελεί ουσιαστικά το LSTAR υπόδειγμα που ακολουθεί η Dur_t

Η τελευταία παραπάνω εντολή δηλαδή δημιουργεί την frml

$$Dur_t = (a_0 + \sum_{i=1}^4 a_i Dur_{t-i}) + (b_0 + \sum_{i=1}^4 b_i Dur_{t-i}) F(dur_{t-1}; \gamma, c) + \varepsilon_t$$

Όπου παραπάνω οι phi1 είναι οι παράμετροι a_0, a_1, \dots, a_4 και phi2 είναι οι παράμετροι b_0, b_1, \dots, b_4

Οι παρακάτω εντολές εκτιμούν με Μη Γραμμικά Ελάχιστα τετράγωνα το LSTAR υπόδειγμα

Η προτελευταία γραμμή εκτιμά με υπόδειγμα με τις αρχικές τιμές για τα γάμμα και c και στο επόμενο βήμα το υπόδειγμα εκτιμάται συνολικά.

```
nonlin(parmset=regparms) phi1 phi2
nonlin(parmset=starparms) gamma c
nlls(parmset=regparms,frml=star) dur
nlls(parmset=regparms+starparms,frml=star) dur
```

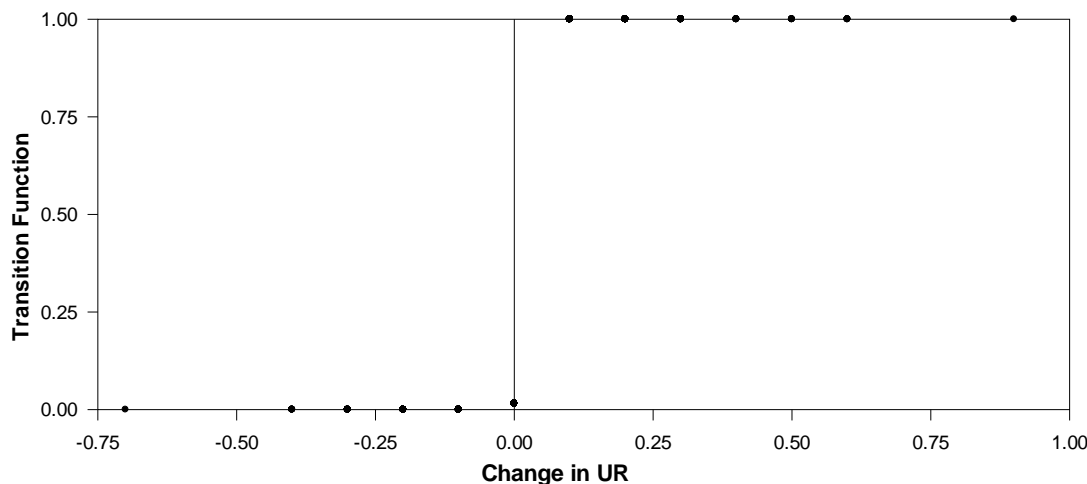
Dependent Variable DUR	
Monthly Data From 1960:02 To 2010:09	
Usable Observations	604
Degrees of Freedom	592
Skipped/Missing (from 608)	4
Centered R ²	0.1971560
R-Bar ²	0.1822383
Uncentered R ²	0.1985258
Mean of Dependent Variable	0.0074503311

Std Error of Dependent Variable	0.1803648114			
Standard Error of Estimate	0.1631042155			
Sum of Squared Residuals	15.748967183			
Log Likelihood	244.2945			
Durbin-Watson Statistic	2.0108			
Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif

1. PHI1(1)	-0.011693	0.015668	-0.74630	0.45578491
2. PHI1(2)	-0.179505	0.091810	-1.95518	0.05103181
3. PHI1(3)	0.093438	0.070757	1.32056	0.18715885
4. PHI1(4)	0.190291	0.051503	3.69475	0.00024051
5. PHI1(5)	0.183100	0.052647	3.47788	0.00054248
6. PHI2(1)	-0.042258	0.026278	-1.60812	0.10834207
7. PHI2(2)	0.479437	0.132516	3.61796	0.00032230
8. PHI2(3)	0.240246	0.108437	2.21552	0.02710394
9. PHI2(4)	-0.080489	0.083245	-0.96689	0.33399190
10. PHI2(5)	-0.067999	0.081157	-0.83786	0.40244652
11. GAMMA	217.077475	196095371.078941	1.10700e-006	0.99999911
12. C	0.019144	17295.666660	1.10688e-006	0.99999911

Από την παραπάνω εκτίμηση λαμβάνουμε μια αρκετά υψηλή τιμή για το γάμμα και δεδομένου ότι τα LSTAR υποδείγματα εμπεριέχουν TAR για αρκετά υψηλό γάμμα προχωράμε στην διαγραμματική αποτύπωση της λογιστικής διαδικασίας.

```
set test = glstar
set xtest = dur{1}
scatter(style=dots,hlabel="Change in UR",vlabel="Transition Function",
  footer="Transition Function in LSTAR for Unemployment Rate")
# xtest test
```



Transition Function in LSTAR for Unemployment Rate

Είναι προφανές και από τις τιμές της εκτίμησης ($c=0.019, \gamma=217$) ότι η σχέση ομοιάζει περισσότερο σε TAR υπόδειγμα και άρα η χρήση LSTAR υποδείγματος δεν είναι κατάλληλη για την συγκεκριμένη χρονοσειρά.

5. Εφαρμογή πρόβλεψης με χρήση TAR υποδειγμάτων σε εξομοιωμένα δεδομένα

Για την διενέργεια της πρόβλεψης σε TAR υπόδειγμα χρησιμοποιούμε τις παρατηρήσεις του προηγούμενου παραδείγματος του ελέγχου του Tsay για δείγμα 200 παρατηρήσεων (600,800) από το υπόδειγμα

$$y_t = \begin{cases} 0.3 + 0.8 * y_{t-1} + \varepsilon_t \\ -0.5 + 0.2 * y_{t-1} + \varepsilon_t \end{cases}$$

Στο 1^ο regime η σειρά βρίσκεται όταν $y_{t-1} \geq 0$ και στο 2^ο στην αντίθετη περίπτωση.

Η μέθοδος πρόβλεψης γίνεται για 15 βήματα και με την διαδικασία Monte Carlo όπου γίνεται averaging 5000 επαναλήψεων

Εισάγουμε τις τιμές της μεταβλητής y_t όπως βρίσκονται στο αρχείο setardata.xls

```
all 1000  
open data a:\setardata.xls  
data(org=col,for=xls)
```

```
table  
graph 1; #y
```

Πραγματοποιούμε τους προηγούμενους ελέγχους με ανάλογα αποτέλεσμα (μη ύπαρξη μοναδιαίας ρίζας από την διαδικασία @bjdiff και επιλογή μιας χρονικής υστέρησης στο αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα από την διαδικασία @arautolags με την χρήση των κριτηρίων Hannan-Quinn και Schwartz).

```
@bjdiff(dif=1,sdiff=1) y 600 800  
@arautolags(crit=hq) y 600 800  
@arautolags(crit=bic) y 600 800
```

Δημιουργούμε 2 branches το καθένα από τα οποία θα αναπαριστά και ένα εκ των δυο regime. Το πρώτο branch είναι για τιμές της $y\{1\}$ μικρότερες του μηδενός και το δεύτερο branch για τιμές μεγαλύτερες/ίσες του μηδενός.

```
linreg(smpl=y{1}<0.0,frml=branch1) y 600 800  
# constant y{1}  
compute rss1=%rss,ndf1=%ndf  
linreg(smpl=y{1}>=0.0,frml=branch2) y 600 800  
# constant y{1}  
compute rss2=%rss,ndf2=%ndf  
compute seesq=(rss1+rss2)/(ndf1+ndf2)
```

Συνδυάζουμε τα δυο branches σε ένα με τον τίτλο tarfrml η οποία λαμβάνει τιμές στο branch1 όταν η τιμή της $y\{1\}<0$ και branch2 για τιμές της $y\{1\}>=0$

```
frml(variance=seesq) tarfrml y = %if(y{1}<0.0,branch1,branch2)
```

Τοποθετούμε την tarfrml στο group με τίτλο tarmodel για να προχωρήσουμε στην πρόβλεψη μέσω forecasting.

group tarmodel tarfrml

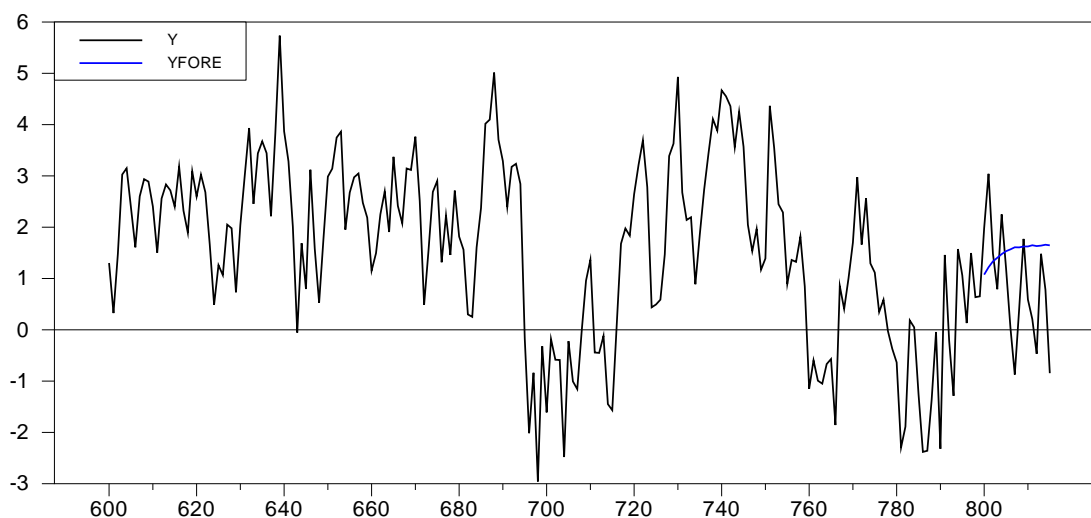
θέτουμε την σειρά yfore εκείνη στην οποία θα αποθηκεύσουμε τις τιμές της πρόβλεψης.

Πραγματοποιούμε την εκτίμηση για 5000 επαναλήψεις και θέτουμε ως yfore τον μέσο όρο αυτών των τιμών

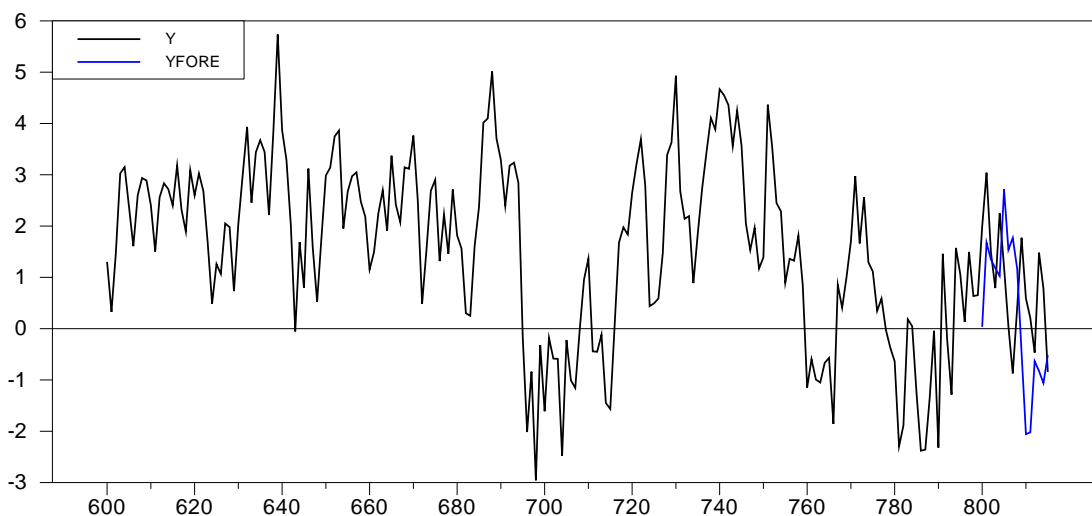
```
set yfore 800 815 = 0.0
compute ndraws=5000
do draw=1,ndraws
simulate(model=tarmodel,from=800,to=815,results=sims)
set yfore 800 815 = yfore +sims(1)
end do draw
set yfore 800 815 = yfore/ndraws
```

Αποτυπώνουμε διαγραμματικά την σειρά και τις προβλέψεις

```
graph 2
# y 600 815
# yfore
graph 1; #yfore
```



Λόγω του μεγάλου αριθμού επαναλήψεων (5000) η πρόβλεψη παρουσιάζεται εξαιρετικά εξωμαλυμένη. Μπορούμε να προχωρήσουμε και σε πρόβλεψη με μια επανάληψη της διαδικασίας απλά αντικαθιστώντας στον παραπάνω κώδικα το ndraws με 1



1. Εφαρμογή Γενικής Συνάρτησης Αιφνιδίων αντιδράσεων με TAR υπόδειγμα σε εξομοιωμένα δεδομένα

Για την δημιουργία της Generalized Impulse Response Function (GIRF) προχωρούμε στα κάτωθι (το υπόδειγμα είναι το εξομοιωμένο SETAR(1) που χρησιμοποιήσαμε και στα προηγούμενα παραδείγματα και εισάγουμε αντίστοιχα τα δεδομένα από το αρχείο setardata.xls)

Για υπολογισμό της GIRF με το σοκ να λαμβάνει χώρα στην παρατήρηση 780 και για 35 περιόδους εισάγουμε στο Rats τις παρακάτω εντολές:

```
compute stddev=sqrt(seesq)
```

όπου το seesq έχει υπολογισθεί προηγούμενος από την εκτίμηση του υποδείγματος με τα δυο branches που είδαμε στην προηγούμενη εφαρμογή.

Για ευκολία του αναγνώστη αντιγράφουμε την διαδικασία μετά την εισαγωγή των δεδομένων στο Rats ως

```
linreg(smpl=y{1}<0.0,frml=branch1) y 600 800
# constant y{1}
compute rss1=%rss,ndf1=%ndf
linreg(smpl=y{1}>=0.0,frml=branch2) y 600 800
# constant y{1}
compute rss2=%rss,ndf2=%ndf
compute seesq=(rss1+rss2)/(ndf1+ndf2)
```

και ακολουθεί η εντολή

```
compute stddev=sqrt(seesq)
```

Δημιουργούμε την σειρά στην οποία θα αποθηκεύσουμε την υπολογιζόμενη σειρά αιφνιδίων αντιδράσεων

```
set girf 780 780+35 = 0.0
```

Εισάγουμε τον αριθμό των επαναλήψεων στον οποίο θα γίνει averaging για να βρεθεί το μέσο GIRF

```
compute ndraws=5000
do draw=1,ndraws
```


Δημιουργία της σειράς των σοκ ως σειρά κανονικά κατανεμημένη με τυπική απόκλιση την εκτίμηση της τυπικής απόκλισης του υποδείγματος

```
set shocks = %ran(stddev)
forecast(paths,model=tarmodel,from=780,$
steps=36,results=basesims)
# shocks
```

Δημιουργία της δεύτερης σειράς των σοκ με διαφορετική τιμή για το 1^ο σοκ

```
compute ishock=%ran(stddev)
compute shocks(780)=shocks(780)+ishock
forecast(paths,model=tarmodel,from=780,$
steps=36,results=sims)
# shocks
```

Άθροισμα των 5000 διαφορετικών GIRF τα οποία παράγονται με την παραπάνω διαδικασία και αφορούν την διαφορά των τιμών του δεύτερου simulation από το πρώτο

```
set girf 780 780+35 = girf+(sims(1)-basesims(1))/ishock
end do draw
```

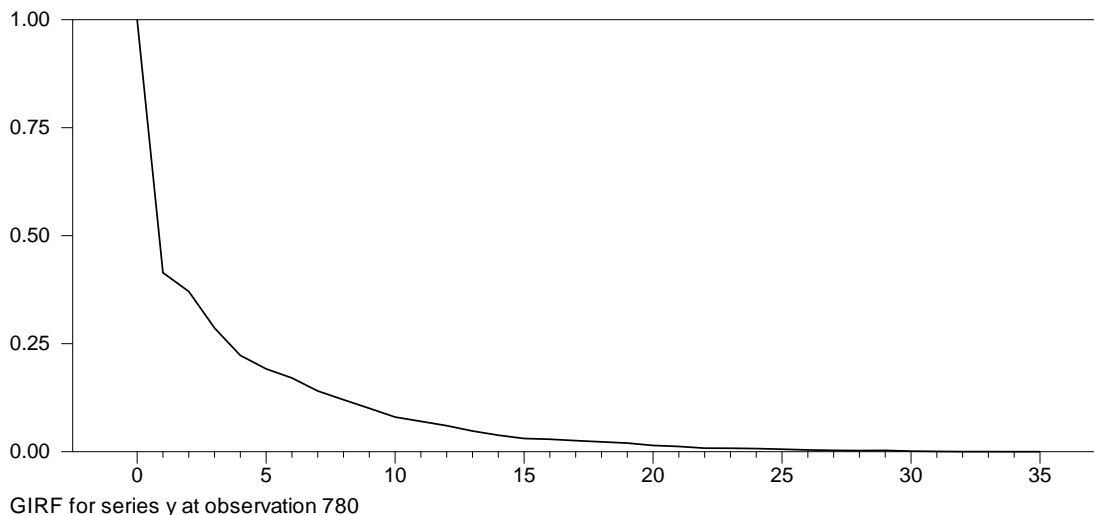
Averaging του girf διαιρώντας το άθροισμα girf προς τον αριθμό των επαναλήψεων

```
set girf 780 780+35 = girf/ndraws
```

Δημιουργία γραφήματος

```
graph(number=0,footer="GIRF for series y at observation 780")
# girf
```

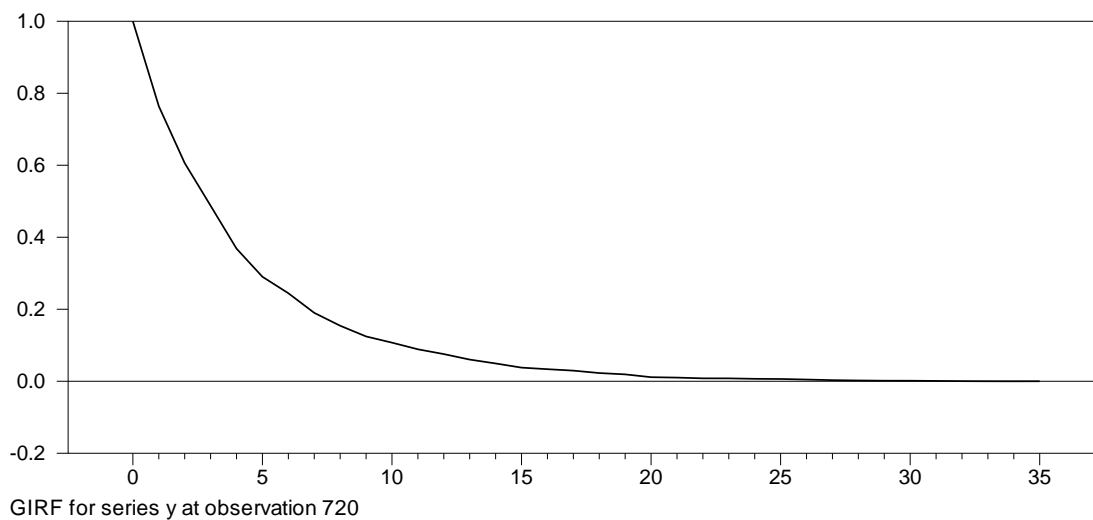
Σχεδιάγραμμα της GIRF διαδικασίας με δυο όμοιες σειρές σοκ και διαφορά στο αρχικό σοκ στην παρατήρηση 780



Η αντίστοιχη διαδικασία για σοκ στην παρατήρηση 720

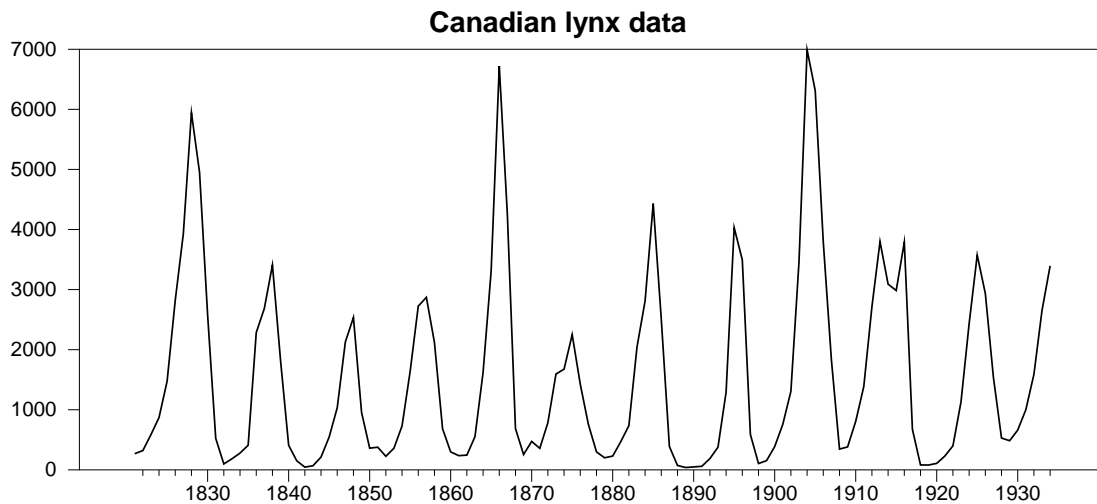
```
compute stddev=sqrt(%seesq)
clear girf
set girf 720 720+35 = 0.0
```

```
compute ndraws=5000
do draw=1,ndraws
set shocks 720 720+35 = %ran(stddev)
forecast(paths,model=tarmodel,from=720,$
steps=36,results=basesims)
# shocks
compute ishock=%ran(stddev)
compute shocks(720)=shocks(720)+ishock
forecast(paths,model=tarmodel,from=720,$
steps=36,results=sims)
# shocks
set girf 720 720+35 = girf+(sims(1)-basesims(1))/ishock
end do draw
*
set girf 720 720+35 = girf/ndraws
graph(number=0,footer="GIRF for series y at observation 720")
# girf
```



6. Εφαρμογή LSTAR εκτίμησης και GIRF σε πραγματικά δεδομένα

Για την εφαρμογή χρησιμοποιούμε τα δεδομένα του Καναδικού Λύγξ για την περίοδο 1821:1 έως 1934:1 (ετήσια στοιχεία, 114 παρατηρήσεις).

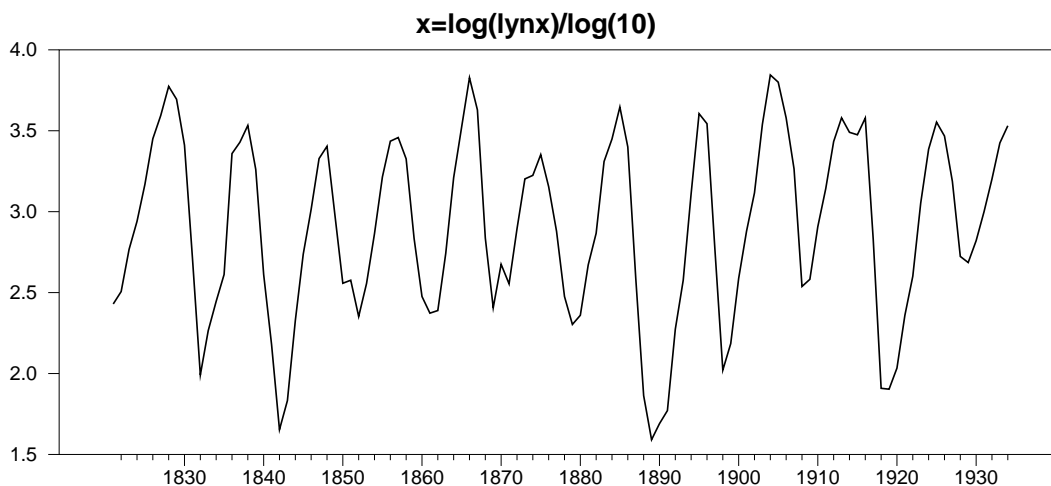


Σε αυτά τα δεδομένα όπως αναφέραμε και παραπάνω είχε παρατηρηθεί Μη Γραμμική συμπεριφορά και μάλιστα κάτι που ομοιάζε σε regime switching συμπεριφορά Moran(1953) και το οποίο εξετάστηκε αργότερα και από τον Tong στην ανάπτυξη των TAR μοντέλων. Το εξής παράδειγμα αναλύεται στον Terasvirta (1994).

Οι παραπάνω εντολές εισάγουν στο Rats τα δεδομένα μας και μετασχηματίζουν την μεταβλητή lynx

```
cal 1821
open data lynx.dat
data(org=cols) 1821:1 1934:1 lynx
set x = log(lynx)/log(10)
```

Μετατρέπουμε την σειρά σε λογαρίθμους και την διαιρούμε με τον $\log(10)$ και έχουμε την εξής χρονοσειρά:



Η διαίρεση με το $\log(10)$ γίνεται για rescaling της σειράς αφού χωρίς αυτό είναι "πολύ ψηλά" από τον οριζόντιο άξονα όπως και στο αρχικό paper.

Η εντολή stats μας δίνει τα βασικά στατιστικά στοιχεία της μεταβλητής x

stats x

Statistics on Series X			
Annual Data From 1821:01 To 1934:01			
Observations	114		
Sample Mean	2.903664	Variance	0.311820
Standard Error	0.558409	SE of Sample Mean	0.052300
t-Statistic (Mean=0)	55.519635	Signif Level (Mean=0)	0.000000
Skewness	-0.366835	Signif Level (Sk=0)	0.114579
Kurtosis (excess)	-0.712265	Signif Level (Ku=0)	0.132317
Jarque-Bera	4.966567	Signif Level (JB=0)	0.083469

Και χρησιμοποιούμε το $1/s.e(x)$ το οποίο και είναι ίσο με 1.8 για να κάνουμε το rescaling της παραμέτρου γ όπως ακριβώς το κάνει και ο Terasvirta(1994).

Για να εισάγει την rescaling παράμετρο χρησιμοποιούμε την εντολή compute

```
compute scalef=1.8
```

Η εκτίμηση πραγματοποιείται όπως στον Tsay και μας δίνει το ίδιο αποτέλεσμα, με χρήση ενός lag στο πρώτο regime και των lags 2,3,4,9 και 11 στο κομμάτι της λογιστικής Συνάρτησης.

Σε αυτό το τμήμα της εκτίμησης δηλαδή έχουμε καθορίσει ποιες παράμετροι θεωρούνται στατιστικά σημαντικές και θα συμπεριλάβουμε στην εκτίμηση του υποδείγματος μας.

```
nonlin(parmset=starparms) gamma c
frml flstar = %logistic(scalef*gamma*(x{3}-c),1.0)
compute c=%mean,gamma=2.0
```

Οι παραπάνω εντολές εισάγουν στο Rats τις Μη Γραμμικές προς εκτίμηση παραμέτρους που είναι η τιμή της γ και η τιμή του Threshold c.

Τέλος δίνουμε αρχικές τιμές στις παραμέτρους c και gamma

```
equation standard x
# x{1}
equation transit x
# x{2 3 4 10 11}
```

Δημιουργούμε δυο συναρτήσεις, την "standard" η οποία περιλαμβάνει τις γραμμικές παραμέτρους και την "transit" η οποία τις Μη Γραμμικές παραμέτρους.

```
frml(equation=standard,vector=phi1) phi1f
frml(equation=transit ,vector=phi2) phi2f
frml star x = f=flstar,phi1f+f*phi2f
nonlin(parmset=regparms) phi1 phi2
nlls(parmset=regparms,frml=star) x
nlls(parmset=regparms+starparms,frml=star) x
```

Το υπόδειγμα που εκτιμούμε λοιπόν είναι το:

$$x_t = \text{phi}_{1,1}x_{t-1} + (\text{phi}_{2,1}x_{t-2} + \text{phi}_{2,2}x_{t-3} + \text{phi}_{2,3}x_{t-4} + \text{phi}_{2,4}x_{t-9} + \text{phi}_{2,5}x_{t-11})F(x_{t-3}; \gamma, c) + \varepsilon_t$$

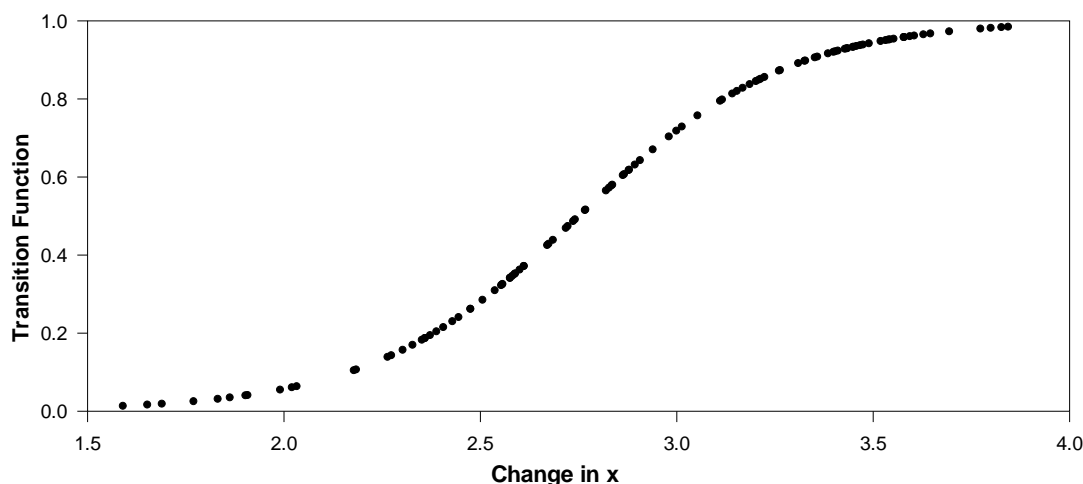
όπου το γ διαιρείται με μια τυπική απόκλιση της υπο εξέταση μεταβλητής για να μην έχει μονάδες μέτρησης.

Η εκτίμηση μας δίνει:

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. PHI1(1)	1.163062312	0.025474572	45.65581	0.00000000
2. PHI2(1)	-0.920600416	0.161069764	-5.71554	0.00000013
3. PHI2(2)	1.057903311	0.266360416	3.97170	0.00013882
4. PHI2(3)	-0.388772560	0.149415730	-2.60195	0.01075312
5. PHI2(4)	0.473615102	0.075976675	6.23369	0.00000001
6. PHI2(5)	-0.485992806	0.097163982	-5.00178	0.00000260
7. GAMMA	2.088942637	0.611097311	3.41835	0.00092942
8. C	2.752266723	0.093469400	29.44564	0.00000000

Για την διαγραμματική αποτύπωση της σχέσης μπορούμε να προχωρήσουμε ως εξής

```
set glstar = %logistic(scalef*2.08894*(x{3}-2.7522),1.0)
set xttest = x{3}
scatter(style=dots,hlabel="Change in x",vlabel="Transition Function", $
  footer="Transition Function in LSTAR for lynx data")
# xttest glstar
```



Transition Function in LSTAR for lynx data

Παρατηρούμε ότι οι συγκεκριμένες τιμές του γάμμα δεν ομοιάζουν σε καμία περίπτωση με TAR διαδικασία όπως συνέβη σε προηγούμενη εφαρμογή.

Για τον υπολογισμό τώρα της GIRF (Generalized impulse response) σε αντιστοιχία με τα TAR υποδείγματα παρουσιάζουμε το αποτέλεσμα για 5000 επαναλήψεις στις οποίες ουσιαστικά παίρνουμε τον μέσο όρο (averaging) της αντίδρασης μεταξύ κάποιας σειράς σοκ και της ίδιας σειράς σοκ με αλλαγή στην τιμή του αρχικού σοκ.

```
compute rstart=12,rend=%regend()
group starmodel star
compute istart=1925:1
compute nsteps=40
compute iend =istart+nsteps-1
```

Δημιουργούμε το group με το όνομα starmodel για την μετέπειτα εξομοίωση που περιλαμβάνει την frm1 star όπως την ορίσαμε παραπάνω.

Επιλέγουμε ως istart την χρονική στιγμή του 1^{ου} σοκ που θα είναι το 1925:1 και θα γίνει ο υπολογισμός της GIRF για 40 βήματα μπροστά. Βάσει αυτού υπολογίζουμε και το iend που είναι το τέλος εκτίμησης της GIRF διαδικασίας.

Η διαδικασία που ακολουθείται είναι ανάλογη της GIRF διαδικασίας στα TAR υποδείγματα, με την χρήση της τυπικής απόκλισης της ίδιας της μεταβλητής δημιουργούνται μια σειρά σφαλμάτων η οποία χρησιμοποιείται στην 1^η εξομοίωση .

```
compute stddev=sqrt(%seesq)
set girf istart iend = 0.0
compute ndraws=5000
do draw=1,ndraws
  set shocks istart iend = %ran(stddev)
  forecast(paths,model=starmodel,from=istart,to=iend,results=basesims)
# shocks
```

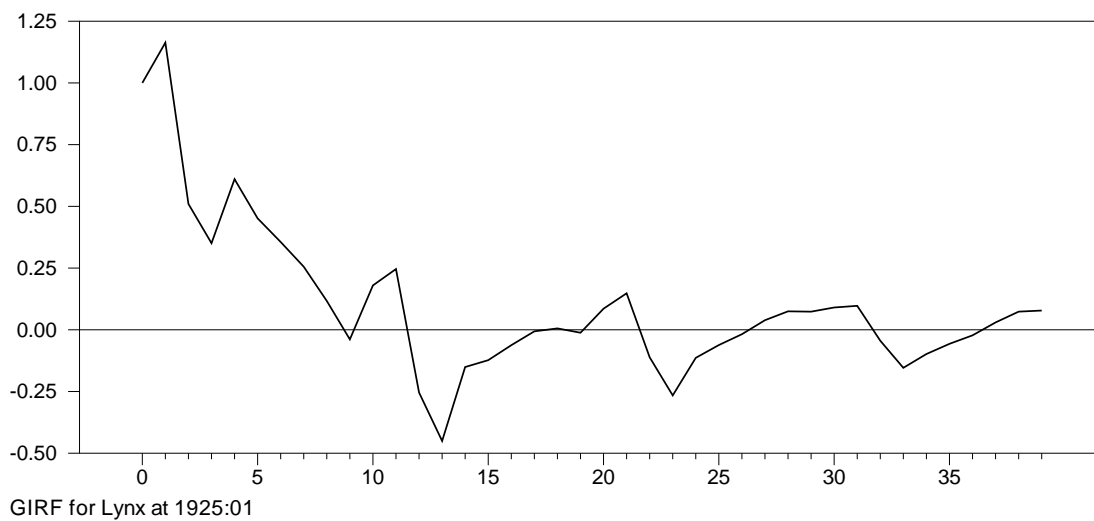
Μετά υπολογίζουμε για την ίδια σειρά μια αλλαγή με την προσθήκη στην τιμή της το 1925:01 μιας ακόμα τυχαίας τυπικής απόκλισης (το υπόλοιπο της σειράς των σοκ παραμένει ίδιο)

Η εκτίμηση επαναλαμβάνεται και για τον υπολογισμό του GIRF λαμβάνουμε τις διαφορές για μια διαδικασία 5000 επαναλήψεων.

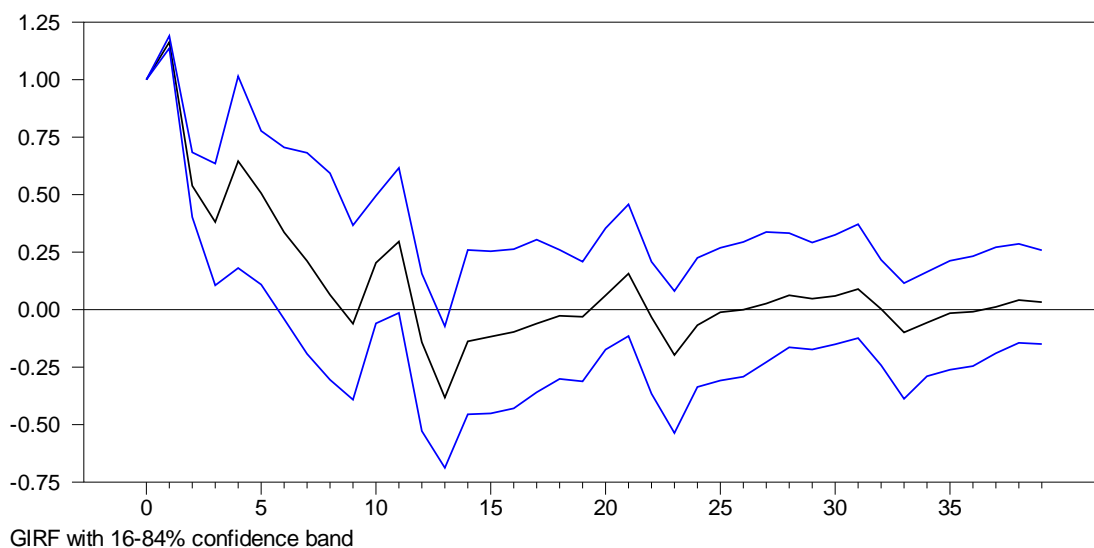
```
compute ishock=%ran(stddev)
compute shocks(istart)=shocks(istart)+ishock
forecast(paths,model=starmodel,from=istart,to=iend,results=sims)
# shocks
set girf istart iend = girf+(sims(1)-basesims(1))/ishock
end do draw
```

```
set girf istart iend = girf/ndraws
graph(number=0,footer="GIRF for Lynx at "+%datelabel(istart))
# girf istart iend
```

Στο παρακάτω διάγραμμα λαμβάνουμε την GIRF για τα δεδομένα του λύγξ με αρχικό σοκ το 1925:01 (το έτος 1925 δηλαδή δεδομένου ότι τα στοιχεία είναι ετήσια)



GIRF με διαστήματα εμπιστοσύνης με χρήση του αλγόριθμου Metropolis- Hastings ο οποίος λαμβάνει τιμές από μια πολυμετάβλητη t επικεντρωμένη στις NLLS εκτιμήσεις.



Ακολουθεί ο κώδικας για την διενέργεια της συγκεκριμένης εφαρμογής

```

compute accept=0
compute ndraws=5000
compute nburn =1000

compute s2prior=1.0/10.0
compute nuprior=5.0

compute allparms=regparms+starparms
compute fxx =%decomp(%seesq*%xx)
compute nuxx=10

compute bdraw=%beta
compute logqlast=0.0

dec series[vect] girfs
gset girfs 1 ndraws = %zeros(nsteps,1)

infobox(action=define,progress,lower=-nburn,upper=ndraws) $
  "Independence MH"
do draw=-nburn,ndraws

  compute %parmspoke(allparms,bdraw)
  sstats rstart rend (x-star(t))^2>>rssbeta
  compute rssplus=nuprior*s2prior+rssbeta
  compute hdraw =%ranchisqr(nuprior+%nobs)/rssplus

```

Η διαδικασία για τον αλγόριθμο MH (MH chain)

```

compute btest=%beta+%ranmvt(fxx,nuxx)
compute logqtest=%ranlogkernel()
compute %parmspoke(allparms,btest)
sstats rstart rend (x-star(t))^2>>rsstest
compute logptest=-.5*hdraw*rsstest
compute logplast=-.5*hdraw*rssbeta
compute alpha =exp(logptest-logplast+logqlast-logqtest)
if alpha>1.0.or.%uniform(0.0,1.0)<alpha {
  compute bdraw=btest,accept=accept+1
  compute logqlast=logqtest
}
infobox(current=draw) %strval(100.0*accept/(draw+nburn+1),"##.#")
if draw<=0
  next

compute stddev=sqrt(1.0/hdraw)
set shocks istart iend = %ran(stddev)
forecast(paths,model=starmodel,results=basesims,from=istart,to=iend)
# shocks
compute ishock=%ran(stddev)
compute shocks(istart)=shocks(istart)+ishock
forecast(paths,model=starmodel,results=sims,from=istart,to=iend)
# shocks
set girf istart iend = (sims(1)-basesims(1))/ishock

```



```
ewise girfs(draw)(i)=girf(i+istart-1)
end do draw
infobox(action=remove)

set median istart iend = 0.0
set lower istart iend = 0.0
set upper istart iend = 0.0

dec vect work(ndraws)
do time=istart,iend
  ewise work(i)=girfs(i)(time+1-istart)
  compute ff=%fractiles(work,||.16,.50,.84||)
  compute lower(time)=ff(1)
  compute upper(time)=ff(3)
  compute median(time)=ff(2)
end do time
```

Δημιουργία γραφήματος

```
graph(number=0,footer="GIRF with 16-84% confidence band") 3
# median istart iend
# lower istart iend 2
# upper istart iend 2
```

7. Asymmetric Cointegration – Εφαρμογή της διαδικασίας των Enders & Siklos 2001

Εισάγουμε στο Rats τα δεδομένα για την περίοδο 1964:01 έως 1997:4 (μηνιαία στοιχεία) έχοντας στην κατοχή μας 400 παρατηρήσεις (η αποτύπωση των σειρών και των παρατηρήσεων που έχουμε για την κάθε μία από αυτές μπορεί να γίνει με την εντολή table)

```
open data rates.xls
calendar(m) 1964:1
data(format=xls,org=obs) 1964:01 1997:4
```

Προχωρούμε στην διαγραμματική αποτύπωση των 2 μεγεθών

```
graph(footer="Figure 4. Interest Rate Data", $
  key=upleft,klabels=||"Fed Funds","10 Year Bond"||) 2
# fed_funds
# g_10
```

Προχωρούμε στα χαρακτηριστικά της κάθε χρονοσειράς ελέγχοντας την ύπαρξη μοναδιαίας ρίζας

```
@dfunit(lags=4) fed_funds 1980:1 *
@dfunit(lags=4) g_10 1980:1 *
```

Dickey-Fuller Unit Root Test, Series FED_FUNDS Regression Run From 1980:06 to 1997:04 Observations 204 With intercept	Dickey-Fuller Unit Root Test, Series G_10 Regression Run From 1980:06 to 1997:04 Observations 204 With intercept
--	---

Using 4 lags on the differences		Using 4 lags on the differences	
Sig Level	Crit Value	Sig Level	Crit Value
1% (**)	-3.46361	1% (**)	-3.46361
5% (*)	-2.87572	5% (*)	-2.87572
10%	-2.57426	10%	-2.57426
T-Statistic	-1.18250	T-Statistic	-1.11769

Και στις δυο περιπτώσεις καταλήγουμε στην ύπαρξη μοναδιαίας ρίζας. Σε αντίστοιχο συμπέρασμα μπορούμε να καταλήξουμε και με την χρήση της @bjdiff διαδικασίας η οποία προτείνει την ύπαρξη μιας μοναδιαίας ρίζας και μηδέν seasonal ριζών.

Μετασχηματίζουμε τις τιμές σε λογαρίθμους
 set logff = log(fed_funds)
 set log10 = log(g_10)

Προχωρούμε στην διενέργεια του ελέγχου του Johansen για την ύπαρξη γραμμικής Συνολοκλήρωσης. Για να γίνει αυτό πρέπει να κρίνουμε πόσες χρονικές υστερήσεις θα λάβουμε υπόψη κατά την εκτίμηση του VAR υποδείγματος.

Αυτό γίνεται με την διαδικασία @varlagselect με την οποία επιλέγουμε τον κατάλληλο αριθμό χρονικών υστερήσεων με το κριτήριο του Schwartz και μετά με το κριτήριο του Akaike (AIC)

```
@varlagselect(crit=bic,lags=10) 1980:1 *
# logff log10
@varlagselect(crit=aic,lags=10) 1980:1 *
# logff log10
```

VAR Lag Selection Lags SBC/BIC	VAR Lag Selection Lags AICC
0 -4.3851	0 -11.0311
1 -1271.4569	1 -1291.2768
2 -1323.8605*	2 -1356.6926
3 -1311.2829	3 -1356.9610*
4 -1293.3749	4 -1351.7276
5 -1276.9643	5 -1347.8151
6 -1258.3099	6 -1341.4766
7 -1241.1086	7 -1336.4035
8 -1222.9452	8 -1330.1747
9 -1217.0942	9 -1336.0586
10 -1200.7630	10 -1331.2559

Τέλος ολοκληρώνουμε τον έλεγχο γραμμικής Συνολοκλήρωσης του Johansen και για τις δυο περιπτώσεις επιλογής χρονικών υστερήσεων για την χρήση στο VAR υπόδειγμα:

```
@johmle(det=rc,lags=2) 1980:1 *
# logff log10
@johmle(det=rc,lags=3) 1980:1 *
# logff log10
```

Το Rats πραγματοποιεί δυο ελέγχους Johansen και μας δίνει τα αποτελέσματα των ελέγχων

Likelihood Based Analysis of Cointegration
Variables: LOGFF LOG10
Estimated from 1980:01 to 1997:04
Data Points 208 Lags 2 with Constant restricted to Cointegrating Vector

Unrestricted eigenvalues and $-T \log(1-\lambda)$

Rank	EigVal	Lambda-max	Trace	Trace-95%	LogL
0			681.6420		
1	0.0497	10.6088	13.9519	20.1600	686.9464
2	0.0159	3.3431	3.3431	9.1400	688.6179

Cointegrating Vector for Largest Eigenvalue
LOGFF LOG10 Constant
4.763435 -7.399783 6.701650

Likelihood Based Analysis of Cointegration
Variables: LOGFF LOG10
Estimated from 1980:01 to 1997:04
Data Points 208 Lags 3 with Constant restricted to Cointegrating Vector

Unrestricted eigenvalues and $-T \log(1-\lambda)$

Rank	EigVal	Lambda-max	Trace	Trace-95%	LogL
0			687.3837		
1	0.0404	8.5823	11.2410	20.1600	691.6748
2	0.0127	2.6587	2.6587	9.1400	693.0042

Cointegrating Vector for Largest Eigenvalue
LOGFF LOG10 Constant
4.841577 -7.246744 6.235308

Η μεθοδολογία του Johansen δεν φαίνεται να βρίσκει μακροχρόνια σχέση Συνολοκλήρωσης μεταξύ των μεγεθών (λ -trace, λ -max οδηγούν σε αποδοχή μηδενικής υπόθεσης περί μηδέν διανυσμάτων Συνολοκλήρωσης).

Μετά την αποτυχία της μεθόδου του Johansen πραγματοποιούμε και τον έλεγχο τον Engle Granger με την εξής διαδικασία:

```
linreg logff 1979:10 * u
# constant log10
@egtestresids(lags=2) u
```

Εκτιμούμε με γραμμική παλινδρόμηση την σχέση $\log ff = a + \beta \log 10 + u$

(όπου $\log 10$ υπενθυμίζουμε ότι είναι ο λογάριθμος των τιμών του δεκαετούς ομολόγου).

Λαμβάνουμε τα κατάλοιπα u και με την διαδικασία @egtestresids το Rats τα λαμβάνει και πραγματοποιεί τον έλεγχο των Engle και Granger.

Τα αποτελέσματα του ελέγχου είναι τα εξής:

Engle-Granger Cointegration Test	
Auxiliary regression run with 2 additional lags	
Test Statistic -2.85863	
MacKinnon CV for 2 Variables	
1%	-3.95119
5%	-3.36646
10%	-3.06580

Και άρα και η μέθοδος των Engle και Granger αδυνατεί να βρει σχέση Συνολοκλήρωσης.

Αφού λοιπόν δείξαμε την αδυναμία των γραμμικών μεθόδων προχωράμε στον έλεγχο ύπαρξης Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης με την διαδικασία της Asymmetric Cointegration των Enders και Siklos.

Λαμβάνουμε τις πρώτες διαφορές των καταλοίπων

```
set du = u-u{1}
```

Λαμβάνουμε την βοηθητική παλινδρόμηση των καταλοίπων (ο αριθμός 2 των χρονικών υστερήσεων λαμβάνεται ώστε να μην έχουμε αυτοσυσχέτιση στα κατάλοιπα της συγκεκριμένης σχέσης)

```
linreg(title="Engle-Granger Auxiliary Regression") du
# u{1} du{1 2}
```

Θέτουμε την σειρά threshold την μια χρονική υστέρηση
set tseries = u{1}

Πραγματοποιούμε τρεις ελέγχους των Enders και Siklos

Η παρακάτω διαδικασία:

```
@EndersSiklos(title="Threshold Model with tau=0",threshold=tseries,tau=0.0,lags=2) u
```

Εκτιμά TAR με γνωστό threshold ίσο με το μηδέν της μορφής

$$\Delta \varepsilon_t = I_t \rho_1 \varepsilon_{t-1} + (1 - I_t) \rho_2 \varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^p a_i \Delta \varepsilon_{t-i} + v_t$$

Όπου η I_t είναι λαμβάνει τιμές

$$I_t = 1, \varepsilon_{t-1} \geq 0$$

$$I_t = 0, \varepsilon_{t-1} < 0$$

Από την εκτίμηση λαμβάνουμε τα εξής αποτελέσματα:

Threshold Model with tau=0			T-max : Η μεγαλύτερη τιμή της t στατιστικής
Lags	2		Phi: Η τιμή της στατιστικής F για τον έλεγχο της υπόθεσης $\rho_1 = \rho_2 = 0$
Threshold	0.0000		Equality: Η τιμή της στατιστικής ελέγχου για τον έλεγχο της υπόθεσης
T-Max	-1.5823		$\rho_1 = \rho_2$
Phi	4.3236		Η τιμή της F εδώ (4.3236) είναι μικρότερη της κριτικής τιμής που μας παρέχουν οι Enders και Siklos (4.92).
Equality	0.4955		
	Coeff	Std Error	
Above	-0.0846	0.0336	
Below	-0.0520	0.0329	
DU{1}	0.1889	0.0678	
DU{2}	-0.1466	0.0681	

	<p>Η t-max εδώ (-1.5823) ξεπερνάει την αντίστοιχη κριτική τιμή σε 10% σημαντικότητα.</p> <p>Συνολικά δεν μπορούμε να απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση (ο έλεγχος δεν εντοπίζει σχέση Συνολοκλήρωσης με την χρήση TAR μοντελοποίησης και threshold ίσο με το μηδέν).</p>
--	---

Εκτίμηση MTAR με γνωστό threshold ίσο με το μηδέν

$$\Delta \varepsilon_t = I_t \rho_1 \varepsilon_{t-1} + (1 - I_t) \rho_2 \varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^p a_i \Delta \varepsilon_{t-i} + v_t$$

Όπου η I_t είναι λαμβάνει τιμές

$$I_t = 1, \Delta \varepsilon_{t-1} \geq 0$$

$$I_t = 0, \Delta \varepsilon_{t-1} < 0$$

Εισάγουμε στο Rats τα κάτωθι:

```
set dseries = du{1}
```

```
@EndersSiklos(title="Momentum Model with tau=0",threshold=dseries,tau=0.0,lags=2) u
```

Από την παραπάνω εκτίμηση λαμβάνουμε τα εξής αποτελέσματα:

<p>Momentum Model with tau=0</p> <p>Lags 2</p> <p>Threshold 0.0000</p> <p>T-Max -0.6283</p> <p>Phi 6.3628</p> <p>Equality 4.4176</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Coeff</th> <th>Std Error</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Above</td> <td>-0.0205</td> <td>0.0327</td> </tr> <tr> <td>Below</td> <td>-0.1173</td> <td>0.0333</td> </tr> <tr> <td>DU{1}</td> <td>0.1834</td> <td>0.0672</td> </tr> <tr> <td>DU{2}</td> <td>-0.1606</td> <td>0.0676</td> </tr> </tbody> </table>		Coeff	Std Error	Above	-0.0205	0.0327	Below	-0.1173	0.0333	DU{1}	0.1834	0.0672	DU{2}	-0.1606	0.0676	<p>Η τιμή της $\Phi = 6.3628$ για τον έλεγχο του $\rho_1 = \rho_2 = 0$ μας επιτρέπει να απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση σε 5 % επίπεδο σημαντικότητας (κριτική τιμή κοντά στο 5.36 από τους πίνακες του Enders Siklos)⁴⁶⁷.</p> <p>Η τιμή της T-max δεν μας επιτρέπει να απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση, κάτι το οποίο όμως περιμέναμε λόγω της χαμηλής δύναμης του συγκεκριμένου ελέγχου⁴⁶⁸.</p> <p>Τέλος ο έλεγχος για την υπόθεση $\rho_1 = \rho_2$ για τον έλεγχο της μηδενικής υπόθεσης της συμμετρικής προσαρμογής γίνεται σε σύγκριση με την στάνταρτ F κατανομή και οδηγεί σε απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης.</p> <p>Στην περίπτωση του M-TAR υποδείγματος με threshold μηδέν εντοπίζουμε Ασυμμετρική Συνολοκλήρωση.</p>
	Coeff	Std Error														
Above	-0.0205	0.0327														
Below	-0.1173	0.0333														
DU{1}	0.1834	0.0672														
DU{2}	-0.1606	0.0676														

⁴⁶⁷ Enders, W. and Siklos, P. L. (2001). Cointegration and threshold adjustment. *Journal of Business and Economic Statistics* 19 170, table 1.

⁴⁶⁸ Enders, W. and Siklos, P. L. (2001). Cointegration and threshold adjustment. *Journal of Business and Economic Statistics* 19 170, table 2.

Εκτίμηση MTAR με άγνωστο threshold (εκτίμηση από τα δεδομένα)

Τέλος προχωράμε στην εκτίμηση MTAR χωρίς όμως να δίνουμε a priori την τιμή του Threshold την οποία εδώ ονομάζουμε c και άρα το υπόδειγμα είναι της μορφής:

$$\Delta \varepsilon_t = I_t \rho_1 \varepsilon_{t-1} + (1 - I_t) \rho_2 \varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^p a_i \Delta \varepsilon_{t-i} + v_t$$

Όπου η I_t είναι λαμβάνει τιμές

$$I_t = 1, \Delta \varepsilon_{t-1} \geq c$$

$$I_t = 0, \Delta \varepsilon_{t-1} < c$$

@EndersSiklos(title="Momentum Model with empirical tau",threshold=dseries,pi=.15, lags=2) u

Momentum Model with empirical tau			<p>Η εκτίμηση της τιμής threshold γίνεται με την διαδικασία που αναφέρθηκε παραπάνω και μας δίνει αποτέλεσμα την τιμή -0.0261 (το ποσοστό των πιθανών τιμών threshold που αφήνουμε εκτός από την αρχή και το τέλος του δείγματος είναι 15% έκαστο και άρα η επιλογή γίνεται από το 70% των πιθανών threshold).</p>
Lags	2		
Threshold	-0.0261		
T-Max	-0.6795		
Phi	7.5482		
Equality	6.6975		<p>Η τιμή της Phi (7.5482) μας επιτρέπει να απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση σε 5% επίπεδο σημαντικότητας (σύγκριση με κριτικές τιμές της Φ^*) και ο έλεγχος F για την ισότητα (με το στατιστικό Equality) μπορεί να απορριφθεί σε 1% επίπεδο σημαντικότητας.</p> <p>Άρα το M-TAR υπόδειγμα με εκτιμώμενη threshold τιμή οδηγεί στο συμπέρασμα ότι τα μεγέθη Συνολοκληρώνονται με μορφή Ασυμμετρικής Συνολοκλήρωσης.</p>
	Coeff	Std Error	
Above	-0.0203	0.0298	
Below	-0.1412	0.0367	
DU{1}	0.1864	0.0668	
DU{2}	-0.1550	0.0670	

Στην συγκεκριμένη εφαρμογή καταλήξαμε στην εύρεση σχέσης Συνολοκλήρωσης όταν το υπόδειγμα το οποίο επιλέγουμε για την αποτύπωση της διαδικασίας είναι ένα M-TAR υπόδειγμα ενώ αντίθετα η απλή μέθοδος των Engle & Granger αλλά και το TAR υπόδειγμα αποτυγχάνουν να εντοπίσουν σχέση Συνολοκλήρωσης.

8. Ο έλεγχος των Balke & Fomby για εύρεση Μη Γραμμικής Συνολοκλήρωσης

Εισάγουμε τα δεδομένα στο Rats

cal(m) 1954:7

open data irates.xls

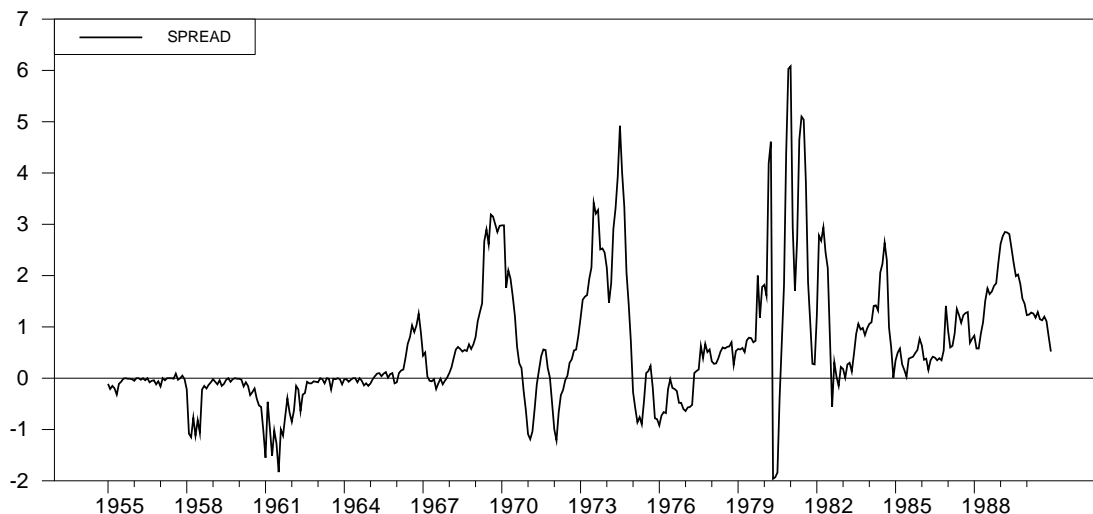
data(format=xls,org=columns) 1955:01 1990:12 fedfunds mdiscret

graph(key=upleft) 2; #fedfunds; #mdiscret

Τα στοιχεία που χρησιμοποιούμε είναι οι αποδόσεις των Federal Funds και το μέσο επιτόκιο (Mdiscret, Mean discount rate)

Θέτουμε το spread ως την διαφορά τους

set spread = fedfunds-mdiscrt
και δημιουργούμε το γράφημα του spread
graph(key=upleft) 1; #spread



Προχωρούμε σε έλεγχο μοναδιαίας ρίζας για τις τρεις σειρές

```
@dfunit(lags=12) fedfunds
@dfunit(lags=12) mdiscrt
@dfunit(lags=12) spread
```

Οι οποίοι έλεγχοι μας δίνουν στασιμότητα στην σειρά των spread (απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο 5% σημαντικότητας) και μη στασιμότητα στις σειρές Fedfunds και Mdiscrt

Τα αποτελέσματα του Rats εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα

Dickey-Fuller Unit Root Test, Series FEDFUNDS		Dickey-Fuller Unit Root Test, Series MDISCRT		Dickey-Fuller Unit Root Test, Series SPREAD	
Regression Run From 1956:02 to 1990:12		Regression Run From 1956:02 to 1990:12		Regression Run From 1956:02 to 1990:12	
Observations	420	Observations	420	Observations	420
With intercept		With intercept		With intercept	
Using 12 lags on the differences		Using 12 lags on the differences		Using 12 lags on the differences	
Sig Level	Crit Value	Sig Level	Crit Value	Sig Level	Crit Value
1% (**)	-3.44795	1% (**)	-3.44795	1% (**)	-3.44795
5% (*)	-2.86867	5% (*)	-2.86867	5% (*)	-2.86867
10%	-2.57055	10%	-2.57055	10%	-2.57055
T-Statistic	-1.98513	T-Statistic	-1.93476	T-Statistic	-3.19977*

Για τον έλεγχο τώρα της σειράς spread επιλέγουμε με το κριτήριο του Schwartz τον κατάλληλο αριθμό χρονικών υστερήσεων

```
@arautolags(crit=hq) spread
```

Η εφαρμογή του κριτηρίου στα δεδομένα επιλέγει 10 χρονικές υστερήσεις.

Minimum Schwarz/Bayesian IC Lags for SPREAD = 2

Τα κριτήρια AIC και HQ ευνοούν συμπερίληψη μεγαλύτερου αριθμού χρονικών υστερήσεων (ιδιαίτερα για το Spread) και για αυτό ο έλεγχος ADF γίνεται με την χρήση 12 χρονικών υστερήσεων.

Με την χρήση του συγκεκριμένου αριθμού χρονικών υστερήσεων (2 lags) προχωράμε στον έλεγχο του Tsay(1989) τον οποίο χρησιμοποιούμε και για την κατάλληλη τιμή της χρονικής υστέρησης της Threshold μεταβλητής η οποία έχουμε επιλέξει ότι θα είναι το spread.

Η επαναληπτική διαδικασία πραγματοποιείται για τέσσερις χρονικές υστερήσεις του spread και επιλέγουμε εκείνη την τιμή για την οποία ο έλεγχος Tsay απορρίπτει πιο "ισχυρά" την μηδενική υπόθεση της γραμμικότητας.

```
do d=1,4
  set thresh = spread{d}
  @tsaytest(thresh=thresh) spread
  # constant spread{1 2}
end do d
```

<p>Lag = 1 TSAY Arranged Autoregression Test F(3 , 424)= 12.33099 P= 9.51082e-008 Lag = 2 TSAY Arranged Autoregression Test F(3 , 424)= 6.53921 P= 2.48580e-004 Lag = 3 TSAY Arranged Autoregression Test F(3 , 423)= 1.69843 P= 0.16668 Lag = 4 TSAY Arranged Autoregression Test F(3 , 422)= 6.08244 P= 4.64555e-004</p>
--

Ο έλεγχος μπορεί να πραγματοποιηθεί και με αντίστροφη σειρά της threshold μεταβλητής (σε κατάταξη από την μεγαλύτερη προς την μικρότερη δηλαδή) και καταλήγει στο ίδιο συμπέρασμα.

```
do d=1,4
  set thresh = -spread{d}
  @tsaytest(thresh=thresh) spread
  # constant spread{1 2}
end do d
```

Βάση του παραπάνω ελέγχου και με την a priori επιλογή threshold μεταβλητής Spread χρησιμοποιούμε για την τιμή t ως threshold μεταβλητή την $Spread_{t-1}$

- Έλεγχος της συμπεριφοράς του $Spread$ (αναμένουμε να εμφανίζει συμπεριφορά μοναδιαίας ρίζας στις ενδιάμεσες τιμές του threshold και στάσιμη συμπεριφορά στις ακραίες τιμές όπως υπονοεί και η θεωρία) με την αποτύπωση των στατιστικών t του ελέγχου Dickey Fuller και της πορείας τους σε σχέση με τις τιμές της threshold μεταβλητής. Συγκεκριμένα ακολουθούμε τα εξής βήματα:

- Θέτουμε σαν threshold μεταβλητή την $Spread_{t-1}$
- Θέτουμε σε σειρά/κατάταξη την μεταβλητή $Spread$ σε σχέση με τις τιμές της threshold μεταβλητής $Spread_{t-1}$
- Εκτιμούμε με την χρήση Recursive Least Squares την εξίσωση $\Delta Spread = a + \rho Spread_{t-1} + \beta \Delta Spread_{t-1}$ όπου εδώ η μεταβλητή $Spread$ έχει πριν καταταχθεί στην σειρά που θέσαμε παραπάνω

- Εκτιμούμε την τιμή της στατιστικής t για την σημαντικότητα της ρ και αποθηκεύουμε την τιμή της για κάθε βήμα της RLS εκτίμησης.
- Αποτυπώνουμε διαγραμματικά τα αποτελέσματα, στον οριζόντια άξονα την τιμή του threshold και στον κάθετο τις τιμές της στατιστικής t

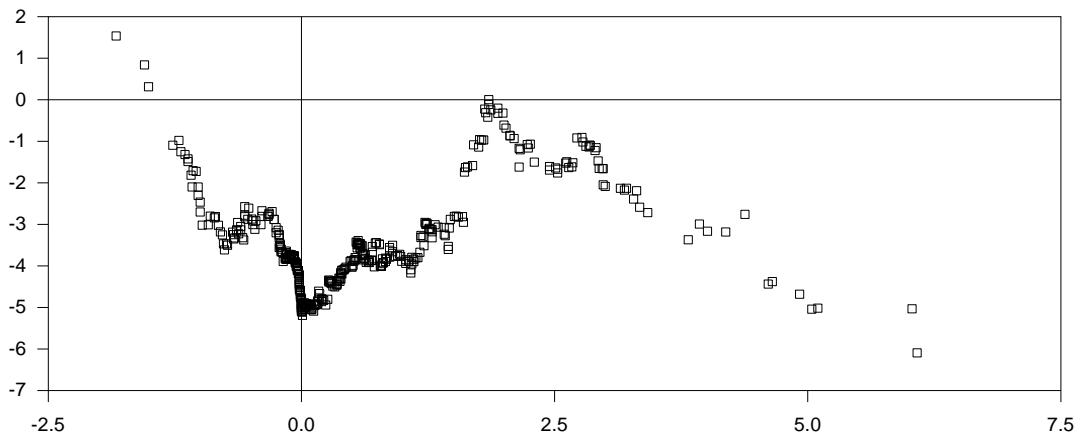


Figure 1. Recursive D-F T-Statistics
Arranged Autoregression from Low to High

```
set dsprad = spread-spread{1}
set thresh = spread{1}
rls(order=thresh,cohistory=coh,sehistory=seh) dsprad
# spread{1} constant dsprad{1}

set tstats = coh(1)(t)/seh(1)(t)
scatter(footer="Figure 1. Recursive D-F T-Statistics\\Arranged Autoregression from Low to High")
# thresh tstats
```

Παρατηρώντας το παραπάνω διάγραμμα βλέπουμε ότι με την αύξηση των παρατηρήσεων στο αριστερό τμήμα του διαγράμματος η συμπεριφορά που αποτυπώνεται από την στατιστική DF είναι στάσιμης χρονοσειράς (απομάκρυνση της τιμής από την τιμή μηδέν) κάτι το οποίο αλλάζει όταν φτάνουμε κοντά στην τιμή threshold ίση με 1 (όπου και αρχίζει κα την αύξηση των τιμών της στατιστικής DF).

Η παραπάνω διαγραμματική αποτύπωση βοηθάει σε μια αποτύπωση της συμπεριφοράς της χρονοσειράς χωρίς όμως να μας δώσει συγκεκριμένες τιμές threshold όπου η συμπεριφορά αλλάζει παρά μόνο διαισθητικά διαστήματα στα οποία επέρχεται η αλλαγή.

Με την παρακάτω διαδικασία το Rats εκτιμάει την παραπάνω διαγραμματική αποτύπωση της DF στατιστικής ελέγχου και για την αντίστροφη σειρά.

```
rls(order=-thresh,cohistory=coh,sehistory=seh) dsprad
# spread{1} constant dsprad{1}

set tstats = coh(1)(t)/seh(1)(t)
scatter(footer="Figure 2. Recursive D-F T-Statistics\\Arranged Autoregression from High to Low")
# thresh tstats
```

Ακολουθεί διαγραμματικά η αποτύπωση για την αντίστροφη σειρά (κατάταξη δηλαδή σε σχέση με τις τιμές της $-Spread_{t-1}$)

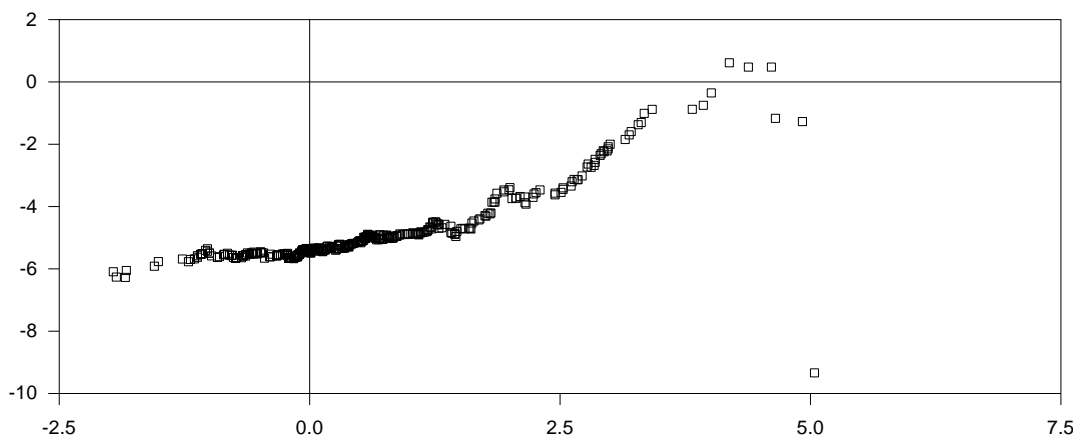


Figure 2. Recursive D-F T-Statistics
Arranged Autoregression from High to Low

8. Έλεγχος για τον εντοπισμό των τιμών που η Threshold μεταβλητή προκαλεί αλλαγή Regime/κατάστασης

Υπενθυμίζουμε ότι στην περίπτωση ενός threshold η διαδικασία γίνεται με την αφαίρεση 15% πιθανών threshold παρατηρήσεων από την αρχή και το τέλος του δείγματος (trimming διαδικασία του δείγματος) για να γίνει εξασφάλιση ύπαρξης threshold σε κάθε regime.

Στην συγκεκριμένη περίπτωση ο έλεγχος αφορά την εύρεση δυο τιμών threshold (υπενθυμίζουμε ότι η θεωρία υπονοεί την ύπαρξη τριών διαφορετικών regime/καταστάσεων και άρα την ύπαρξη δυο τιμών threshold που ενεργοποιούν την αλλαγή στην εκάστοτε συμπεριφορά της χρονοσειράς) και για την διαδικασία trimming ο έλεγχος αφαιρεί 15% των παρατηρήσεων στην αρχή και 30% των παρατηρήσεων στο τέλος (ώστε να υπάρχουν διαθέσιμες παρατηρήσεις και για την εύρεση του 2^{ου} threshold).

Για τις τιμές αυτές γίνεται ένα grid search το οποίο μεγιστοποιεί την τιμή της Log Likelihood με τις τιμές για τα πιθανά threshold να ελέγχονται για το πρώτο στο διάστημα (0.15,0.70) και για το δεύτερο threshold στο διάστημα (0.30,0.85) των πιθανών threshold.

```
set thresh = spread{1}
```

Τρέχουμε την γραμμική παλινδρόμηση του Spread σε μια σταθερά και δυο χρονικές υστερήσεις (όπως μας προτείνει το κριτήριο του Schwartz) και αποθηκεύουμε την τιμή της Log Likelihood (%logl) με την οποία θα γίνει η σύγκριση στην επόμενη επαναληπτική διαδικασία για την μεγιστοποίηση της.

```
linreg(noprint) spread
# constant spread{1 2}
compute loglbest=%logl
```

Η διαδικασία @uniquevalues ελέγχει για διπλές τιμές στο διάστημα των υποψήφιων threshold τιμών και μας επιστρέφει τιμές απαλλαγμένες από διπλές τέτοιες τιμές

```
@UniqueValues(values=tvalues) thresh %regstart() %regend()
```

```
compute n=%rows(tvalues)
```

```
compute pi=.15
```

Η τιμή της π είναι 0.15 και αποτελεί το 15% των παραμέτρων που θα αφήσουμε εκτός κατά το grid search για την μεγιστοποίηση της Log Likelihood συνάρτησης.

```
compute x=tvalues  
compute y=tvalues  
compute f=%fill(n,n,%na)
```

```
compute spacing=fix(pi*n)
```

Η παρακάτω διαδικασία κάνει ένα διπλό grid search για την πρώτη και την δεύτερη threshold μεταβλητή αποθηκεύοντας τις τιμές εκείνες που μεγιστοποιούν την συνάρτηση πιθανοφάνειας.

Το lindex αποτελεί την πρώτη threshold τιμή και το uindex την δεύτερη.

Το lindex λαμβάνει τιμές από το 15% των παρατηρήσεων έως το 70% και το uindex από το 30% έως το 85%.

Η διαδικασία γίνεται διαδοχικά και η lindex είναι πάντα μικρότερη της uindex.

```
compute lstart=spacing,lend=n+1-2*spacing  
compute uend =n+1-spacing  
do lindex=lstart,lend  
  do uindex=lindex+spacing,uend  
    sweep(group=(thresh>=tvalues(lindex))+(thresh>tvalues(uindex)))  
      # spread  
      # constant spread{1 2}  
      if %logl>loglbest  
        compute lindexbest=lindex,uindexbest=uindex,loglbest=%logl  
      compute f(lindex,uindex)=%logl  
    end do uindex  
  end do lindex
```

Τέλος γίνεται παρουσίαση των αποτελεσμάτων

```
disp "Best Break Values" tvalues(lindexbest) "and" tvalues(uindexbest)
```

Ο έλεγχος μας δίνει πιθανά Break στις τιμές -0.45 για το πρώτο Threshold και 1.45 για το δεύτερο.

Το παρακάτω διάγραμμα μας δίνει τις τιμές της Log Likelihood για διαφορετικές πιθανές τιμές του αριστερού Threshold κρατώντας την τιμή του δεξιού Threshold σαν δεδομένη.

```
set testf 1 n = f(t,uindexbest)  
set testx 1 n = tvalues(t)  
compute yvalue=loglbest-.5*%invchisqr(.05,1)  
spgraph  
scatter(vgrid=yvalue,footer=$  
  "Log likelihood as function of left threshold given right threshold")  
# testx testf  
grtext(y=yvalue,x=0.0,direction=45) ".05 Critical Point for Left Threshold"  
spgraph(done)
```

9. Εκτίμηση των Γραμμικών Μοντέλων και του ECM

Γνωρίζοντας τις τιμές των Threshold προχωρούμε στην εκτίμηση του υποδείγματος για κάθε Regime

Δημιουργούμε το group το οποίο περιλαμβάνει ουσιαστικά τρεις γραμμικές σχέσεις (τρία regime)

```
set group = (thresh>=tvalues(lindexbest))+(thresh>tvalues(uindexbest))
```

Με την παρακάτω επαναληπτική διαδικασία γίνεται η εκτίμηση των διαφορετικών regime και η αποτύπωση της τιμής της DF στατιστικής για τον έλεγχο της στασιμότητας (ανα regime)

```
dofor i = 0 1 2
  disp "**** Group " i "****"
  linreg(smpl=(group==i)) spread
  # constant spread{1 2}
  summarize(noprint) %beta(2)+%beta(3)-1.0
  disp "DF T-Stat" %cdstat
end do i
```

1^o Regime

Linear Regression - Estimation by Least Squares
Dependent Variable SPREAD
Monthly Data From 1955:03 To 1990:12
Usable Observations 53
Degrees of Freedom 50
Skipped/Missing (from 430) 377
Centered R² 0.2463144
R-Bar² 0.2161670
Uncentered R² 0.8122158
Mean of Dependent Variable -0.790377358
Std Error of Dependent Variable 0.459652721
Standard Error of Estimate 0.406950523
Sum of Squared Residuals 8.2804364067
Regression F(2,50) 8.1703
Significance Level of F 0.0008507
Log Likelihood -26.0092
Durbin-Watson Statistic 1.9037

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Constant	-0.323482619	0.151599344	-2.13380	0.03778803
2. SPREAD[1]	0.565813246	0.146411404	3.86454	0.00032150
3. SPREAD[2]	-0.068697394	0.063699497	-1.07846	0.28600371

DF T-Stat **-3.11819**

2^o Regime

Linear Regression - Estimation by Least Squares
Dependent Variable SPREAD
Monthly Data From 1955:03 To 1990:12
Usable Observations 296
Degrees of Freedom 293
Skipped/Missing (from 430) 134
Centered R² 0.7775458
R-Bar² 0.7760274
Uncentered R² 0.8375481
Mean of Dependent Variable 0.3265540541
Std Error of Dependent Variable 0.5382308910
Standard Error of Estimate 0.2547217775
Sum of Squared Residuals 19.010772887
Regression F(2,293) 512.0627
Significance Level of F 0.0000000
Log Likelihood -13.6935
Durbin-Watson Statistic 1.8853

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Constant	0.009809036	0.017891534	0.54825	0.58393761
2. SPREAD[1]	1.415996044	0.061872525	22.88570	0.00000000
3. SPREAD[2]	-0.428464164	0.052349508	-8.18468	0.00000000

DF T-Stat **-0.39302**

3^o Regime

Linear Regression - Estimation by Least Squares
Dependent Variable SPREAD
Monthly Data From 1955:03 To 1990:12
Usable Observations 81
Degrees of Freedom 78
Skipped/Missing (from 430) 349
Centered R² 0.3968149
R-Bar² 0.3813486
Uncentered R² 0.8914981
Mean of Dependent Variable 2.5744444444
Std Error of Dependent Variable 1.2132106165
Standard Error of Estimate 0.9542434755
Sum of Squared Residuals 71.025287619

Regression F(2,78) 25.6568
Significance Level of F 0.0000000
Log Likelihood -109.6118
Durbin-Watson Statistic 2.0014

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Constant	1.265856206	0.303996402	4.16405	0.00007998
2. SPREAD(1)	1.001675969	0.141867912	7.06062	0.00000000
3. SPREAD(2)	-0.537184888	0.133322838	-4.02920	0.00012907

DF T-Stat -496114

Ελέγχοντας τις τιμές της DF οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι στο ενδιάμεσο Regime εμφανίζεται Μη Στάσιμη συμπεριφορά και μοναδιαία ρίζα όπως αναμενόταν από την θεωρία.

10. Εκτίμηση του ECM

Τέλος μπορούμε να προχωρήσουμε στην εκτίμηση του ECM και να προχωρήσουμε στην διεξαγωγή συμπερασμάτων

```
set dff = fedfunds-fedfunds{1}
set ddr = mdiscret -mdiscret{1}
do for i = 0 1 2
  disp "**** Group " i "****"
  linreg(smpl=(group==i)) dff
  # constant dff{1} ddr{1} spread{1}
  linreg(smpl=(group==i)) ddr
  # constant dff{1} ddr{1} spread{1}
end do i
```

Regime 1*

Linear Regression - Estimation by Least Squares
Dependent Variable DFF
Monthly Data From 1955:03 To 1990:12
Usable Observations 53
Degrees of Freedom 49
Skipped/Missing (from 430) 377
Centered R² 0.2725577
R-Bar² 0.2280204
Uncentered R² 0.2734147
Mean of Dependent Variable -0.016415094
Std Error of Dependent Variable 0.482529769
Standard Error of Estimate 0.423962081
Sum of Squared Residuals 8.8074484690
Regression F(3,49) 6.1198
Significance Level of F 0.0012782
Log Likelihood -27.6443
Durbin-Watson Statistic 2.1679

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Constant	-0.310675766	0.158118953	-1.96482	0.05511803
2. DFF(1)	0.258136229	0.066450441	3.88464	0.00030740
3. DDR(1)	0.141708574	0.220361056	0.64307	0.52317390
4. SPREAD(1)	-0.455254239	0.173846419	-2.61872	0.01171236

Linear Regression - Estimation by Least Squares
Dependent Variable DDR
Monthly Data From 1955:03 To 1990:12
Usable Observations 53
Degrees of Freedom 49
Skipped/Missing (from 430) 377
Centered R² 0.7490934
R-Bar² 0.7337318
Uncentered R² 0.7982890
Mean of Dependent Variable -0.133773585
Std Error of Dependent Variable 0.273469352
Standard Error of Estimate 0.141113414
Sum of Squared Residuals 0.9757367870
Regression F(3,49) 48.7639
Significance Level of F 0.0000000
Log Likelihood 30.6599
Durbin-Watson Statistic 2.5734

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Constant	0.0117771455	0.0526290115	0.22378	0.82386147
2. DFF(1)	0.1899028879	0.0221176586	8.58603	0.00000000
3. DDR(1)	0.2389057322	0.0733459486	3.25725	0.00204582
4. SPREAD(1)	0.0415748922	0.0578638109	0.71850	0.47586403

Στο 1^ο regime βλέπουμε ότι ο συντελεστής διόρθωσης (ECT) είναι πράγματι στατιστικά σημαντικός για την περίπτωση που εξαρτημένη μεταβλητή είναι η DFF (1^η διαφορά της μεταβλητής Federal Funds) και μάλιστα "διορθώνει" σε κάθε περίοδο το 45% της απόκλισης από την Μακροχρόνια Ισορροπία.

Σε αντίθεση η μεταβλητή DDR (1^η διαφορά της μεταβλητής Discount Rate) δεν φαίνεται να διορθώνεται σε σχέση με την ανισορροπία από την απόκλιση καθώς το discount rate φαίνεται να είσαι ασθενώς εξωγενής μεταβλητή.

Regime 2^ο (ενδιάμεσο Regime)

Linear Regression - Estimation by Least Squares

Dependent Variable DFF

Monthly Data From 1955:03 To 1990:12

Usable Observations 296

Degrees of Freedom 292

Skipped/Missing (from 430) 134

Centered R² 0.3536488

R-Bar² 0.3470082

Uncentered R² 0.3562281

Mean of Dependent Variable 0.0258783784

Std Error of Dependent Variable 0.4095312394

Standard Error of Estimate 0.3309336285

Sum of Squared Residuals 31.978983403

Regression F(3,292) 53.2556

Significance Level of F 0.0000000

Log Likelihood -90.6643

Durbin-Watson Statistic 1.8404

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Constant	0.011299348	0.023247068	0.48605	0.62729290
2. DFF{1}	0.761343968	0.068038158	11.18996	0.00000000
3. DDR{1}	-0.156632692	0.117685979	-1.33094	0.18424783
4. SPREAD{1}	-0.001186350	0.041422178	-0.02864	0.97717091

Linear Regression - Estimation by Least Squares

Dependent Variable DDR

Monthly Data From 1955:03 To 1990:12

Usable Observations 296

Degrees of Freedom 292

Skipped/Missing (from 430) 134

Centered R² 0.4124607

R-Bar² 0.4064243

Uncentered R² 0.4151590

Mean of Dependent Variable 0.0148648649

Std Error of Dependent Variable 0.2192158181

Standard Error of Estimate 0.1688923305

Sum of Squared Residuals 8.3291888359

Regression F(3,292) 68.3293

Significance Level of F 0.0000000

Log Likelihood 108.4420

Durbin-Watson Statistic 2.0392

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Constant	0.0012690085	0.0118641657	0.10696	0.91489300
2. DFF{1}	0.3316499564	0.0347233463	9.55121	0.00000000
3. DDR{1}	0.2088619552	0.0600611647	3.47749	0.00058315
4. SPREAD{1}	0.0139888350	0.0211398527	0.66173	0.50866733

Στο ενδιάμεσο Regime βλέπουμε ότι πράγματι δεν πραγματοποιείται καμία διόρθωση (οι τιμές της παραμέτρου του ECT που είναι το Spread{1} είναι μηδενικής σημαντικότητας και πολύ κοντά στην τιμή μηδέν υπονοώντας διόρθωση 1 τοις χιλίοις για την μεταβλητή DFF και 1 % για την DDR).

Η ερμηνεία είναι ότι όταν το Spread{1} βρίσκεται σε αυτά τα επίπεδα ο μηχανισμός προσαρμογής στην ισορροπία παραμένει ανενεργός.

Regime 3^ο

Linear Regression - Estimation by Least Squares

Dependent Variable DFF

Monthly Data From 1955:03 To 1990:12

Usable Observations 81

Degrees of Freedom 77

Skipped/Missing (from 430) 349

Centered R² 0.3422259

R-Bar² 0.3165984

Uncentered R² 0.3422654

Mean of Dependent Variable -0.009506173

Std Error of Dependent Variable 1.234734689

Standard Error of Estimate 1.020731821

Sum of Squared Residuals 80.225795675

Regression F(3,77) 13.3538

Significance Level of F 0.0000004

Log Likelihood -114.5451

Durbin-Watson Statistic 1.8644

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Constant	1.383185724	0.326176948	4.24060	0.00006141
2. DFF{1}	0.491692589	0.159825534	3.07643	0.00290018
3. DDR{1}	0.647629159	0.578973486	1.11858	0.26679618
4. SPREAD{1}	-0.596284112	0.116011187	-5.13988	0.00000203

Linear Regression - Estimation by Least Squares

Dependent Variable: DDR

Monthly Data From 1955:03 To 1990:12

Usable Observations	81
Degrees of Freedom	77
Skipped/Missing (from 430)	349
Centered R ²	0.2150170
R-Bar ²	0.1844332
Uncentered R ²	0.3342105
Mean of Dependent Variable	0.0985185185
Std Error of Dependent Variable	0.2342920779
Standard Error of Estimate	0.2115862131
Sum of Squared Residuals	3.4471918705
Regression F(3,77)	7.0304
Significance Level of F	0.0003066
Log Likelihood	12.9200
Durbin-Watson Statistic	2.0346

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. Constant	0.166360170	0.067612809	2.46048	0.01611495
2. DFF(1)	0.093181607	0.033130034	2.81260	0.00623229
3. DDR(1)	0.106332857	0.120014685	0.88600	0.37837692
4. SPREAD(1)	-0.039099995	0.024047813	-1.62593	0.10805126

Τέλος στο 3ο Regime/Κατάσταση υπάρχει διόρθωση στο 59% της απόκλισης από την ισορροπία για κάθε χρονική περίοδο αλλά μόνο από την μεταβλητή DFF καθώς η DDR πάλι δεν φαίνεται να διορθώνει καθώς η σημαντικότητα του όρου διόρθωσης είναι εξαιρετικά μικρή και η διόρθωση μόλις 3% της απόκλισης ανά χρονική περίοδο.

9. Balke and Fomby εκτίμηση των τιμών του Threshold από το VECM υπόδειγμα

Ένας ακόμα τρόπος ελέγχου και εύρεσης του Threshold μπορεί να γίνει ακολουθώντας την ίδια διαδικασία trimming που ακολουθήθηκε παραπάνω αλλά με τις τιμές Threshold να επιλέγονται εκεί που μεγιστοποιείται η Log Likelihood του προς εκτίμηση Vector Error Correction Model.

Στην συγκεκριμένη περίπτωση το ECM είναι το εξής:

$$\Delta FF_t = a_{0,1} + a_{1,1}\Delta FF_{t-1} + a_{2,1}\Delta DR_{t-1} + \rho_1 Spread_{t-1} + \varepsilon_{1,t}$$

$$\Delta DR_t = a_{0,2} + a_{2,1}\Delta FF_{t-1} + a_{2,2}\Delta DR_{t-1} + \rho_2 Spread_{t-1} + \varepsilon_{2,t}$$

Όπου

ΔFF_t οι πρώτες διαφορές των Federal Funds

ΔDR_t οι πρώτες διαφορές των Discount Rates

$Spread_{t-1}$ το Error Correction Term

Για να γίνει αυτό στο Rats και έχοντας εισάγει τα δεδομένα όπως στην προηγούμενη εφαρμογή :

Υπολογίζουμε σε αντιστοιχία με την προηγούμενη περίπτωση την γραμμική σχέση του spread (ο αριθμός χρονικών υστερήσεων πραγματοποιήθηκε όπως και στις προηγούμενες εφαρμογές από χρήση κριτηρίων επιλογής χρονικών υστερήσεων).

```
set spread = fedfunds-mdiscrt
```

```
set thresh = spread{ 1 }
```

```
linreg spread
```

```
# constant spread{ 1 2 }
```

```
@UniqueValues(values=tvalues) thresh %regstart() %regend()
```

```
compute n=%rows(tvalues)
compute pi=.15
compute spacing=fix(pi*n)
compute lstart=spacing,lend=n+1-2*spacing
compute uend =n+1-spacing
set dff = fedfunds-fedfunds{1}
set ddr = mdiscret -mdiscret{1}
```

Η εντολή sweep δημιουργεί την VECM μορφή του υποδείγματος

```
sweep
```

```
# dff ddr
```

```
# constant dff{1} ddr{1} spread{1}
```

Υπολογίζοντας ουσιαστικά την γραμμική μορφή της

$$\Delta FF_t = a_{0,1} + a_{1,1}\Delta FF_{t-1} + a_{2,1}\Delta DR_{t-1} + \rho_1 Spread_{t-1} + \varepsilon_{1,t}$$

$$\Delta DR_t = a_{0,2} + a_{2,1}\Delta FF_{t-1} + a_{2,2}\Delta DR_{t-1} + \rho_2 Spread_{t-1} + \varepsilon_{2,t}$$

Και αποθηκεύουμε την τιμή της log likelihood με την οποία θα γίνει η σύγκριση σε σχέση με το Μη Γραμμικό (Threshold VECM).

```
compute loglbest=%logl
```

Η επαναληπτική διαδικασία με το grid search γίνεται για την εκτίμηση ολόκληρου του VECM για όλες τις πιθανές τιμές των threshold τιμών.

```
do lindex=lstart,lend
```

```
do uindex=lindex+spacing,uend
```

```
sweep(group=(thresh>=tvalues(lindex))+(thresh>tvalues(uindex)))
```

```
# dff ddr
```

```
# constant dff{1} ddr{1} spread{1}
```

```
if %logl>loglbest
```

```
compute lindexbest=lindex,uindexbest=uindex,loglbest=%logl
```

```
end do uindex
```

```
end do lindex
```

```
disp "Best Break Values" tvalues(lindexbest) "and" tvalues(uindexbest)
```

Η συγκεκριμένη διαδικασία μας δίνει εκτιμήσεις Threshold τις τιμές 0,63 και 1,22.

Από την στιγμή που έχουμε τις τιμές των Threshold τιμών μπορούμε να προχωρήσουμε στην εκτίμηση του TVECM

Αποθηκεύουμε τις παραπάνω τιμές των Threshold στις σταθερές lower και upper

```
compute lower=tvalues(lindexbest),upper=tvalues(uindexbest)
```

Η frml switch ουσιαστικά χωρίζει το VECM σε τρία διαφορετικά regimes

```
dec frml[int] switch
```

```
frml switch = 1+fix((spread{1}>=lower)+(spread{1}>upper))
```

Εκτίμηση του υποδείγματος με τις εκτιμημένες threshold τιμές


```
sweep(group=switch(t))
# dff ddr
# constant dff{1} ddr{1} spread{1}
compute tvecmsigma=%sigma

set dff = fedfunds-fedfunds{1}
set ddr = mdiscret -mdiscret{1}
```

Εκτίμηση του υποδείγματος

```
system(model=basevecm)
variables dff ddr
lags 1
det constant spread{1}
end(system)
```

```
dec rect[frml] tvecfrml(2,3)
do i=1,3
  estimate(smpl=(switch(t)==i))
  frml(equation=%modeleqn(basevecm,1)) tvecfrml(1,i)
  frml(equation=%modeleqn(basevecm,2)) tvecfrml(2,i)
end do i
```

Η εκτίμηση του VECM μας δίνει τα κάτωθι αποτελέσματα:

1^o Regime/Κατάσταση

VAR/System - Estimation by Least Squares
Monthly Data From 1955:03 To 1990:12
Usable Observations 278
Skipped/Missing (from 430) 152

Dependent Variable DFF
Mean of Dependent Variable 0.0110071942
Std Error of Dependent Variable 0.3341334932
Standard Error of Estimate 0.3022240686
Sum of Squared Residuals 25.026992211
Durbin-Watson Statistic 1.9334

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. DFF{1}	0.267600891	0.039239815	6.81963	0.00000000
2. DDR{1}	0.084224702	0.088147417	0.95550	0.34016803
3. Constant	0.020445916	0.018512880	1.10442	0.27038175
4. SPREAD{1}	-0.101628804	0.039833259	-2.55136	0.01127412

F-Tests, Dependent Variable DFF

Variable	F-Statistic	Signif
DFF	46.5073	0.00000000
DDR	0.9130	0.34016800

Dependent Variable DDR

Mean of Dependent Variable -0.024352518
Std Error of Dependent Variable 0.203711354
Standard Error of Estimate 0.138919773
Sum of Squared Residuals 5.2878446748
Durbin-Watson Statistic 2.1054

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. DFF{1}	0.210039638	0.018036903	11.64499	0.00000000
2. DDR{1}	0.219689213	0.040517683	5.42206	0.00000013
3. Constant	-0.003400290	0.008509597	-0.39958	0.68977500
4. SPREAD{1}	0.015681352	0.018309684	0.85645	0.39249660

F-Tests, Dependent Variable DDR

Variable	F-Statistic	Signif
DFF	135.6059	0.00000000
DDR	29.3987	0.00000001

Στο 1^ο Regime (το οποίο περιλαμβάνει και το μεγαλύτερο μέρος των παρατηρήσεων, 278 από τις 430) παρατηρούμε ότι διόρθωση φαίνεται να συμβαίνει μόνο στην DFF η οποία είναι μάλλον "αργή" καθώς διορθώνεται το 10% περίπου της απόκλισης ανά χρονική περίοδο.

Στο ενδιάμεσο Regime (το οποίο περιλαμβάνει 53 παρατηρήσεις) παρατηρούμε ότι η σημαντικότητα των συντελεστών διόρθωσης είναι μηδενική και άρα καμία διόρθωση δεν φαίνεται να πραγματοποιείται επαληθεύοντας την ύπαρξη Μοναδιαίας ρίζας και Μη στάσιμης συμπεριφοράς στο ενδιάμεσο Regime.

2ο Regime/Κατάσταση

VAR/System - Estimation by Least Squares
Monthly Data From 1955:03 To 1990:12
Usable Observations 53
Skipped/Missing (from 430) 377

Dependent Variable DFF
Mean of Dependent Variable 0.0837735849
Std Error of Dependent Variable 0.7267240149
Standard Error of Estimate 0.4013188922
Sum of Squared Residuals 7.8917858080
Durbin-Watson Statistic 2.2324

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. DFF{1}	1.037502875	0.129382766	8.01886	0.00000000
2. DDR{1}	1.645077025	0.467454304	3.51923	0.00094523
3. Constant	-0.289421834	0.285206781	-1.01478	0.31519593
4. SPREAD{1}	0.314644272	0.306828196	1.02547	0.31017568

F-Tests, Dependent Variable DFF

Variable	F-Statistic	Signif
DFF	64.3022	0.0000000
DDR	12.3849	0.0009452

Dependent Variable DDR

Mean of Dependent Variable 0.0532075472
Std Error of Dependent Variable 0.3581940470
Standard Error of Estimate 0.1905475314
Sum of Squared Residuals 1.7791097243
Durbin-Watson Statistic 2.1911

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. DFF{1}	0.353929507	0.061431363	5.76138	0.00000054
2. DDR{1}	1.375402988	0.221948843	6.19694	0.00000012
3. Constant	0.187511771	0.135417119	1.38470	0.17241805
4. SPREAD{1}	-0.219532196	0.145683038	-1.50692	0.13825243

F-Tests, Dependent Variable DDR

Variable	F-Statistic	Signif
DFF	33.1935	0.0000005
DDR	38.4020	0.0000001

Σημειώνεται ότι η μη σημαντικότητα της προσαρμογής ενισχύεται από το γεγονός ότι οι παράμετροι του Error Correction Term $Spread\{1\}$ έχουν λάθος πρόσημο οδηγώντας στο συμπέρασμα ότι αν ήταν στατιστικά σημαντικοί δεν θα οδηγούσαν σε διόρθωση αλλά σε απομάκρυνση από την ισορροπία.

Τέλος και όσον αφορά το 3^ο Regime/Κατάσταση

VAR/System - Estimation by Least Squares
Monthly Data From 1955:03 To 1990:12
Usable Observations 99
Skipped/Missing (from 430) 331

Dependent Variable DFF
Mean of Dependent Variable -0.014949495
Std Error of Dependent Variable 1.129171968
Standard Error of Estimate 0.967986095
Sum of Squared Residuals 89.014722547
Durbin-Watson Statistic 1.8382

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. DFF{1}	0.431565010	0.145776592	2.96045	0.00387902
2. DDR{1}	0.747907490	0.524331451	1.42640	0.15703042
3. Constant	0.915396543	0.246223838	3.71774	0.00033980
4. SPREAD{1}	-0.458384028	0.095366126	-4.80657	0.00000574

F-Tests, Dependent Variable DFF

Variable	F-Statistic	Signif
DFF	8.7643	0.0038790
DDR	2.0346	0.1570304

Dependent Variable: DDR
 Mean of Dependent Variable: 0.0933333333
 Std. Error of Dependent Variable: 0.2238941076
 Standard Error of Estimate: 0.2043210790
 Sum of Squared Residuals: 3.9659748173
 Durbin-Watson Statistic: 2.0750

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. DFF{1}	0.093736307	0.030770308	3.04632	0.00299877
2. DDR{1}	0.095058931	0.110675110	0.85890	0.39255733
3. Constant	0.128795543	0.051972565	2.47814	0.01497173
4. SPREAD{1}	-0.027856233	0.020129741	-1.38383	0.16965186

F-Tests, Dependent Variable: DDR

Variable	F-Statistic	Signif
DFF	9.2801	0.0029988
DDR	0.7377	0.3925573

Η διόρθωση φαίνεται να συμβαίνει στο 3^ο Regime/Κατάσταση για την DFF και μάλιστα σε ποσοστό 45% της απόκλισης από την ισορροπία.

Αντίστοιχα για την DDR καταλήγουμε και εδώ (όπως και στην TAR μοντελοποίηση που ακολουθήσαμε στην Εφαρμογή 9) ότι είναι ασθενώς εξωγενής καθώς δεν λαμβάνει μέρος στην προσαρμογή μέσω του Error Correction μηχανισμού (ο οποίος και στην εξίσωση της DDR δεν είναι στατιστικά σημαντικός). Μετά την μοντελοποίηση μπορούμε να προχωρήσουμε σε διαδικασία πρόβλεψης για το VECM υπόδειγμα.

Για την διαδικασία πρόβλεψης:

Δημιουργούμε τις `frml` οι οποίες θα μας δώσουν την πορεία των μεγεθών στα κανονικά επίπεδα (levels) και όχι σε πρώτες διαφορές:

```
frml(identity) fffd fedfunds = fedfunds{1}+dff
frml(identity) drid mdisct = mdisct{1}+ddr
frml(identity) spid spread = fedfunds-mdisct
```

```
frml dffeq dff = tvecfrml(1,switch(t))
frml ddreq ddr = tvecfrml(2,switch(t))
```

Δημιουργούμε το `group` των παραπάνω `frml` οι οποίες αποτελούν το σύστημα στο οποίο θα πραγματοποιηθεί το forecasting

```
group tvecm dffeq ddreq fffd drid spid
```

Το forecasting ξεκινάει από την περίοδο 1981:1 και για 40 βήματα μπροστά

```
forecast(model=tvecm,from=1981:1,steps=40,results=eff)
```

Διαγραμματική απεικόνιση του forecasting

```
graph(footer=$
  "Eventual Forecast Function for SPREAD, starting at 1981:1")
# eff(5)
graph(footer=$
  "Eventual Forecast Function for Change in DR, starting at 1981:1")
# eff(2)
```

Τέλος μπορούμε να λάβουμε και την GIRF (Generalized Impulse Response Function) για σοκ μιας τυπικής απόκλισης την στιγμή 1969:3 στο Discount Rate. Η διαδικασία γίνεται για 40 βήματα και το averaging για 5000 επαναλήψεις.

```

compute ndraws=5000
compute baseentry=1969:3
compute nsteps =40

dec vect[series] fshocks(2) girf(5)
dec series[vect] bishocks
dec vect ishocks

smpl baseentry baseentry+(nsteps-1)
do i=1,5
  set girf(i) = 0.0
end do i

compute fsigma=%psdfactor(tvecmsigma,||2,1||)

do draw=1,ndraws
  gset bishocks = %ranmvnormal(fsigma)
  set fshocks(1) = bishocks(t)(1)
  set fshocks(2) = bishocks(t)(2)
  forecast(paths,model=tvecm,results=basesims)
  # fshocks
  compute ishock=fsigma(2,2)
  compute ishocks=inv(fsigma)*bishocks(baseentry)
  compute ishocks(2)=ishock/fsigma(2,2)
  compute bishocks(baseentry)=fsigma*ishocks
  compute fshocks(1)(baseentry)=bishocks(baseentry)(1)
  compute fshocks(2)(baseentry)=bishocks(baseentry)(2)
  forecast(paths,model=tvecm,results=sims)
  # fshocks
  do i=1,5
    set girf(i) = girf(i)+(sims(i)-basesims(i))
  end do i
end do draw

do i=1,5
  set girf(i) = girf(i)/ndraws
end do i

graph(footer=$
"GIRF for Discount Rate to One S.D. Shock in Discount Rate")
# girf(4)
graph(footer=$
"GIRF for FedFunds Rate to One S.D. Shock in Discount Rate")
# girf(3)
graph(footer=$
"GIRF for Spread to One S.D. Shock in Discount Rate")
# girf(5)

```

10. Εφαρμογή του ελέγχου των Hansen & Seo σε πραγματικά δεδομένα

Ακολουθούμε το παράδειγμα των Hansen και Seo και εφαρμόζουμε τον έλεγχο στις μηνιαίες αποδόσεις των δεδομένων που προμήθευσαν οι McCulloch και Kwon (1993)⁴⁶⁹ και αφορούν έλεγχο σχέσης αποδόσεων μεταξύ ομολόγων (zero coupon) διαφορετικής λήξης.

Τα δεδομένα που έχουμε στην διάθεση μας είναι από το 1951 έως το 1991 και είναι σε μηνιαία βάση.

Εισάγουμε τα δεδομένα στο Rats

```
open data zero1d.dat
```

```
cal(m) 1951
```

```
all 531
```

```
data(format=free,org=columns,missing=-88.888) * 1991:2 year month notmiss regnobs stderr taxrate $  
r0m r1m r2m r3m r4m r5m r6m r7m r8m r9m r10m r11m r12m $  
r13m r14m r15m r16m r17m r18m r21m r24m r30m r36m r48m r60m r72m r84m r96m $  
r108m r120m r132m r144m r156m r168m r180m r192m r204m r216m r228m r240m r252m $  
r264m r276m r288m r300m r312m r324m r336m r348m r360m r372m r384m r396m r408m r420m  
r480m
```

```
*
```

```
rewind data
```

```
data(format=free,org=columns,missing=-88.888) 1991:3 531 year month notmiss regnobs stderr taxrate $
```

```
r0m r1m r2m r3m r4m r5m r6m r7m r8m r9m r10m r11m r12m $  
r13m r14m r15m r16m r17m r18m r21m r24m r30m r36m r48m r60m r72m r84m r96m $  
r108m r120m r132m r144m r156m r168m r180m r192m r204m r216m r228m r240m r252m $  
r264m r276m r288m r300m r312m r324m r336m r348m r360m r372m r384m r396m r408m r420m  
r480m
```

Ορίζουμε τις διαφορές μεταξύ των διαφόρων rates

```
set s1_2 = r2m-r1m
```

```
set s1_3 = r3m-r1m
```

```
set s1_6 = r6m-r1m
```

```
set s3_6 = r6m-r3m
```

```
set s3_12 = r12m-r3m
```

```
set s3_120 = r120m-r3m
```

```
set s12_24 = r24m-r12m
```

```
set s12_120 = r120m-r12m
```

```
set s24_120 = r120m-r24m
```

Θέτουμε μια σειρά από ζευγάρια (9 ζευγάρια) προς μετέπειτα εκτίμηση της μεταξύ τους σχέσης

```
dec rect[int] ratepair
```

```
compute ratepair=||r1m,r2m|r1m,r3m|r1m,r6m|r3m,r6m|r3m,r12m|$  
r3m,r120m|r12m,r24m|r12m,r120m|r24m,r120m||
```

⁴⁶⁹ J. Huston McCulloch, Heon-Chul Kwon "U.S. Term Structure Data, 1947-1991" Ohio State University. Department of Economics (1993)

Για τα ζεύγη πραγματοποιούμε τον LM έλεγχο των Hansen Seo για ύπαρξη Threshold μορφής Μη Γραμμικότητα σε ένα διμετάβλητο VAR

```
do i=1,9
  set short = ratepair(i,1){0}
  set long = ratepair(i,2){0}
  @hslmtest(noprint,beta=1.0,lags=1,boot=250) 1957:3 * long short
  disp "Test of" %l(ratepair(i,1)) "and" %l(ratepair(i,2)) @25 %signif
end do i
```

Η διαδικασία @hslmtest πραγματοποιεί τον έλεγχο και παράγει κριτικές τιμές με την fixed regressor bootstrapping διαδικασία

Χρησιμοποιούμε το κριτήριο supLM με fixed Regressor Bootstrapping για 250 και 2500 επαναλήψεις για την παραγωγή των κριτικών τιμών.

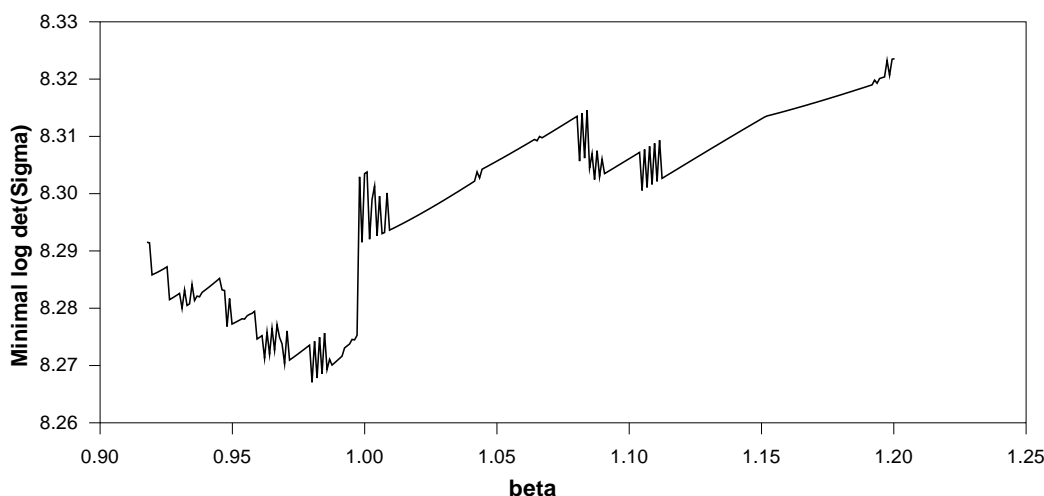
P-values με fixed Regressor Bootstrapping 250 επαναλήψεων		P-values με fixed Regressor Bootstrapping 2500 επαναλήψεων	
Μεταβλητές υπό εξέταση	p-value	Μεταβλητές υπό εξέταση	p-value
Test of R1M and R2M	0.04400	Test of R1M and R2M	0.05000
Test of R1M and R3M	0.01600	Test of R1M and R3M	0.01280
Test of R1M and R6M	0.07600	Test of R1M and R6M	0.05360
Test of R3M and R6M	0.00800	Test of R3M and R6M	0.01160
Test of R3M and R12M	0.05600	Test of R3M and R12M	0.04000
Test of R3M and R120M	0.14800	Test of R3M and R120M	0.18760
Test of R12M and R24M	0.19600	Test of R12M and R24M	0.21800
Test of R12M and R120M	0.01600	Test of R12M and R120M	0.00880
Test of R24M and R120M	0.17600	Test of R24M and R120M	0.17760

Για τον έλεγχο επιλέγουμε από τα πιθανά ζεύγη τα R12M (1 έτους) και R120M (10ετούς).

Η διαδικασία μπορεί να γίνει άμεσα με την διαδικασία @hansenseo η οποία πραγματοποιεί τον έλεγχο αλλά και την εκτίμηση

```
@hansenseo(graph) 1957:3 * r120m r12m
```

Το grid search που γίνεται στο διάστημα $[\beta_L, \beta_U]$ με κριτήριο την ελαχιστοποίηση του $\log |\Sigma(\beta, \gamma)|$ αποτυπώνεται στο παρακάτω διάγραμμα (βήμα 3 της διαδικασίας των Hansen Seo).



Το grid search επιλέγει τιμή για το beta το 0.980124 και τιμή για το γάμμα (threshold) το -0.591760

Το VECM που εκτιμάται είναι το εξής:

$$\Delta R120m = \begin{cases} 0.539352 + 0.350110W_{t-1} + 0.346754\Delta R120m_{t-1} - 0.173719\Delta R12m_{t-1} + \varepsilon_{1t}, & W_{t-1} \leq -0.59176 \\ 0.009169 - 0.023766W_{t-1} - 0.076720\Delta R120m_{t-1} + 0.093377\Delta R12m_{t-1} + \varepsilon_{1t}, & W_{t-1} > -0.59176 \end{cases}$$

$$\Delta R12m = \begin{cases} 1.418861 + 1.440766W_{t-1} + 0.896139\Delta R120m_{t-1} - 0.027975\Delta R12m_{t-1} + \varepsilon_{2t}, & W_{t-1} \leq -0.59176 \\ -0.03521 + 0.042796W_{t-1} - 0.070684\Delta R120m_{t-1} + 0.230508\Delta R12m_{t-1} + \varepsilon_{2t}, & W_{t-1} > -0.59176 \end{cases}$$

Συνολικά τα αποτελέσματα μαζί με τα standard errors των Eicker-White.

Regime 1(N=38)

Constant	0.539352 (0.168900)	1.418861 (0.342514)
W{1}	0.350110 (0.179707)	1.440766 (0.340877)
D1{1}	0.346754 (0.261170)	0.896139 (0.617379)
D2{1}	-0.173719 (0.119495)	-0.027975 (0.259684)

Regime 2(N=419)

Constant	0.009169 (0.021780)	-0.035217 (0.039257)
W{1}	-0.023766 (0.031143)	0.042796 (0.038737)
D1{1}	-0.076720 (0.057787)	-0.070684 (0.127159)
D2{1}	0.093377 (0.053242)	0.230508 (0.128455)

Τα $\Delta R120m$ και $\Delta R12m$ φαίνεται να μην διορθώνονται προς την ισορροπία στο Regime 2 το οποίο έχει το μεγαλύτερο μέρος των παρατηρήσεων (419 συνολικά).

Στο 1^ο Regime (όπου το $\Delta R120m$ είναι αρκετά μικρότερο του $\Delta R12m$) εμφανίζεται Error Correction μηχανισμός στην εξίσωση του $\Delta R12m$ αλλά και σχετικά σημαντικός ECT στην εξίσωση του $\Delta R120m$. Η διαδικασία των Hansen Seo που χρησιμοποιούμε με το Rats είναι η εξής (περιορίζεται στην σχέση 2 μεταβλητών)

Ορισμός της διαδικασίας (*ο κώδικας είναι διαθέσιμος στο site της Estima*)

```
procedure hansenseo start end y1 y2
type integer start end
type series y1 y2
```

Επιλογές που θα έχει η διαδικασία

```
option integer lags 1
option real beta
option real gamma
option integer bsize 300
option integer gsize 300
option real pi .05
option switch graph 0
```

Παράμετροι που θα αξιοποιηθούν στους υπολογισμούς της διαδικασίας

```
local series d1 d2 u1 u2 w d betag betadet
local vect[integer] reglist
local integer k n
local integer start1 endl
local real beta0 betax gamma0 gammax value minval
local real countd
local vect betav gammav
local rect ss a1 a2 s1 s2
local symm xxi xxs uu uug rcmom v1 v2
local integer count1 count2 ifill
*
inquire(reglist) start1<<start endl<<endl
# y1{0 to lags+1} y2{0 to lags+1}
*
set d1 = y1-y1{1}
set d2 = y2-y2{1}
```

Δημιουργία λίστας παραμέτρων για την μετέπειτα επεξεργασία (η οποία λίστα περιλαμβάνει σταθερά, τον όρο διόρθωσης και χρονικές υστερήσεις των πρώτων διαφορών των δυο μεταβλητών)

```
compute k=lags
compute reglist=%rladdlag(||constant||,w,1)
if k>0 {
  compute reglist=%rladdlaglist(reglist,d1,%seq(1,k))
  compute reglist=%rladdlaglist(reglist,d2,%seq(1,k))
}
```

Εφόσον το beta (διάνυσμα Συνολοκλήρωσης) δεν δοθεί στην αρχή της διαδικασίας και άρα πρέπει να οδηγηθούμε σε grid search για την εύρεση του δημιουργούμε με την παρακάτω εντολή το διάστημα στο οποίο θα γίνει αυτό το search (ουσιαστικά δημιουργούμε το διάστημα (b_L, b_u) το οποίο και λαμβάνει

τιμές από την εκτίμηση του συντελεστή beta της γραμμικής σχέσης μεταξύ των δυο μεταβλητών προσθέτοντας και αφαιρώντας από αυτήν έναν αριθμό τυπικών αποκλίσεων).

```
if .not.%defined(beta) {
  linreg(noprint) y1 startl endl
  # y2
  compute beta0=%beta(1)
  compute betav=%seqa(beta0-20*%stderrs(1),40*%stderrs(1)/(bsize-1),bsize)
}
else {
  compute beta0=beta
  compute betav=||beta0||
}
```

Δημιουργία του αντίστοιχου grid search διαστήματος (γ_L, γ_u) δημιουργώντας την σειρά w (που είναι ουσιαστικά η μεταβλητή διόρθωσης (διάνυσμα Συνολοκλήρωσης))

```
if .not.%defined(gamma) {
  set w = y1{1}-beta0*y2{1}
  stats(fractiles,noprint) w startl endl
  compute gammav=%seqa(%minimum,(%maximum-%minimum)/(gsize-1),gsize)
  compute gamma0=%median
}
else {
  compute gamma0=gamma
  compute gammav=||gamma0||
}
```

```
compute minval=%na
```

Η παρακάτω διαδικασία πραγματοποιεί το grid search ξεκινώντας για τιμές του beta στο διάστημα (b_L, b_u) και για κάθε τιμή στο συγκεκριμένο διάστημα ελέγχοντας τις τιμές στο διάστημα (γ_L, γ_u)

```
set betag 1 %rows(betav) = betav(t)
set betadet 1 %rows(betav) = %na
compute ifill=0
dofor betax = betav
  compute ifill=ifill+1
  set w = y1-betax*y2

  cmom startl endl
  # d1 d2 reglist
  compute ss =%sweeplist(%cmom,%seq(3,%ncmom))
  compute xxi=%xsubmat(ss,3,%ncmom,3,%ncmom)
  compute uu =%xsubmat(ss,1,2,1,2)

  linreg(noprint) d1 startl endl u1
  # reglist
  linreg(noprint) d2 startl endl u2
  # reglist
```

```
dofor gammax = gammav

  set d = w{1}<=gammax
  sstats(mean) startl endl d>>countd
  if countd<pi.or.countd>(1-pi)
    next

  cmom(smpl=d) startl endl
  # u1 u2 reglist
  compute xxs=%xsubmat(%cmom,3,%ncmom,3,%ncmom)
  compute uug=uu-%mqform(inv(xxs-%mqform(xxi,xxs)),%xsubmat(%cmom,3,%ncmom,1,2))
  compute value=log(%det(uug))
  if .not.%valid(betadet(ifill)).or.value<betadet(ifill)
    compute betadet(ifill)=value
  if .not.%valid(minval).or.value<minval
    compute minval=value,beta0=betax,gamma0=gammax
  end dofor gammax
end dofor betax
if graph.and..not.%defined(beta) {
  scatter(style=lines,hlabel="beta",vlabel="Minimal log det(Sigma)")
  # betag betadet 1 %rows(betav)
}
```

Εκτίμηση του υποδείγματος για τις τιμές που επιλέγει το grid search

```
set w = y1-beta0*y2
set d = w{1}<=gamma0
cmom(smpl=d) startl endl
# reglist d1 d2
compute rcmom=%cmom
compute n=%ncmom-2
compute count1=%nobs
compute a1=%xsubmat(%sweeptop(rcmom,n),1,n,n+1,n+2)
set u1 = d1-%dot(%xcol(a1,1),%eqnxvector(0,t))
set u2 = d2-%dot(%xcol(a1,2),%eqnxvector(0,t))

mcov(smpl=d) startl endl u1 u2
# reglist
compute v1=%mqform(%cmom,%kroneker(%identity(2),inv(%xsubmat(rcmom,1,n,1,n))))
compute s1=%vectorect(%sqrt(%xdiag(v1)),n)

cmom(smpl=.not.d) startl endl
# reglist d1 d2
compute rcmom=%cmom
compute count2=%nobs
compute a2=%xsubmat(%sweeptop(rcmom,n),1,n,n+1,n+2)
set u1 = d1-%dot(%xcol(a2,1),%eqnxvector(0,t))
set u2 = d2-%dot(%xcol(a2,2),%eqnxvector(0,t))
mcov(smpl=.not.d) startl endl u1 u2
# reglist
compute v2=%mqform(%cmom,%kroneker(%identity(2),inv(%xsubmat(rcmom,1,n,1,n))))
compute s2=%vectorect(%sqrt(%xdiag(v2)),n)
```

Παρουσίαση αποτελεσμάτων

```
report(action=define)
report(atrow=1,atcol=1,span) "Estimates of a Threshold Cointegration Model"
report(atrow=2,atcol=1) "Beta" beta0
report(atrow=3,atcol=1) "Gamma" gamma0
report(atrow=5,atcol=2,tocol=5,span,align=center) "Regime 1(N="+count1+" )"
report(atrow=5,atcol=6,tocol=9,span,align=center) "Regime 2(N="+count2+" )"
report(atrow=6,atcol=1,fillby=cols) %eqnreglabels(0)
report(atrow=6,atcol=2) %xcol(a1,1) %xcol(s1,1) %xcol(a1,2) %xcol(s1,2)
report(atrow=6,atcol=6) %xcol(a2,1) %xcol(s2,1) %xcol(a2,2) %xcol(s2,2)
report(action=format,atrow=2,atcol=1,width=9)
report(action=show)
end
```

11. Εκτίμηση VAR υποδείγματος με LSTAR Μη Γραμμικότητα

Η εφαρμογή βασίζεται στο paper των Anderson, Athanasopoulos & Vahid (2007)⁴⁷⁰ για leading indicator γραμμικά και Μη Γραμμικά αυτοπαλίνδρομα υποδείγματα.

Η εκτίμηση θα πραγματοποιηθεί για LSTAR Μη Γραμμικότητα, το spread αποτελεί την διαφορά μεταξύ του βραχυχρόνιου και του μακροχρόνιου επιτοκίου

Εισαγωγή των δεδομένων στο Rats και η μεταβλητή growth η οποία είναι η πρώτη διαφορά των λογαρίθμων του πραγματικού ΑΕΠ της Οικονομίας πολλαπλασιασμένο επί 100.

```
open data "g7_japan.dat"
calendar(q) 1971:1
data(format=prn,nolabels,org=columns) 1971:01 1999:4 date growth spread
```

Πραγματοποιούμε τον καθορισμό δυο εξισώσεων οι οποίες αποτυπώνονται εις διπλούν παρακάτω με την χρήση της εντολής frml σε fg1 και fg2

```
equation yeqn growth
# constant growth{1 2} spread{1 2}
equation seqn spread
# constant growth{1 2} spread{1 2}
```

$$Growth_t = (a_{10} + \sum_{i=1}^2 a_{1i} Growth_{t-i} + \sum_{i=1}^2 b_{1i} Spread_{t-i}) + (c_{10} + \sum_{i=1}^2 c_{1i} Growth_{t-i} + \sum_{i=1}^2 d_{1i} Spread_{t-i}) F(Growth_{t-2}, \gamma_g, c_g) + \varepsilon_{1t}$$

$$Spread_t = (a_{20} + \sum_{i=1}^2 a_{2i} Growth_{t-i} + \sum_{i=1}^2 b_{2i} Spread_{t-i}) + (c_{20} + \sum_{i=1}^2 c_{2i} Growth_{t-i} + \sum_{i=1}^2 d_{2i} Spread_{t-i}) F(Growth_{t-1}, \gamma_s, c_s) + \varepsilon_{2t}$$

```
frml(equation=yeqn,vector=bg1) fg1
frml(equation=yeqn,vector=bg2) fg2
frml(equation=seqn,vector=bs1) fs1
frml(equation=seqn,vector=bs2) fs2
```

Στο σύστημα σε κάθε LSTAR επιτρέπουμε να έχει το δική του Threshold μεταβλητή (διαφορετική μεταξύ των 2 εξισώσεων) και διαφορετική τιμή γάμμα και c για την λογιστική συνάρτηση.

```
set threshg = growth{2}
set threshs = growth{1}
```

⁴⁷⁰ Anderson M. H, Athanasopoulos G, Vahid F (2007), "Nonlinear Autoregressive Leading Indicator Models of Output in G-7 Countries", Journal of Applied Econometrics 22, 64-87

Χρήση της εντολής stats για υπολογισμό αρχικών τιμών για την μεθοδολογία Nonlinear Least Squares (και για τις δυο εξισώσεις διαδοχικά)

```
stats threshg
nonlin(parmset=starg) gammag cg
compute gammag=2.0/sqrt(%variance),cg=%mean
stats threshs
nonlin(parmset=stars) gammas cs
compute gammas=2.0/sqrt(%variance),cs=%mean
```

```
nonlin(parmset=regg) bg1 bg2
nonlin(parmset=regs) bs1 bs2
```

frml της λογιστικής συνάρτησης (μια για κάθε εξίσωση)

```
frml glstarg = %logistic(gammag*(threshg-cg),1.0)
frml glstars = %logistic(gammas*(threshs-cs),1.0)
```

```
frml lstarg growth = g=glstarg,fg1+g*fg2
frml lstars spread = g=glstars,fs1+g*fs2
```

Εκτίμηση των δυο εξισώσεων ξεχωριστά

```
nlls(parmset=regg,frml=lstarg) growth
nlls(parmset=regg+starg,frml=lstarg) growth
```

```
Nonlinear Least Squares - Estimation by Gauss-Newton
Convergence in 48 Iterations. Final criterion was 0.0000082 <= 0.0000100
Dependent Variable GROWTH
Quarterly Data From 1971:01 To 1999:04
Usable Observations 114
Degrees of Freedom 102
Skipped/Missing (from 116) 2
Centered R^2 0.1728921
R-Bar^2 0.0836942
Uncentered R^2 0.5280522
Mean of Dependent Variable 0.8292446314
Std Error of Dependent Variable 0.9601316293
Standard Error of Estimate 0.9190751066
Sum of Squared Residuals 86.159303264
Regression F(11,102) 1.9383
Significance Level of F 0.0427547
Log Likelihood -145.7990
Durbin-Watson Statistic 2.1005
```

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. BG1(1)	0.86814757	0.42740564	2.03120	0.04483552
2. BG1(2)	0.82228023	0.55270069	1.48775	0.13990197
3. BG1(3)	0.67850503	0.41289036	1.64331	0.10339890
4. BG1(4)	-0.97290417	0.79200667	-1.22840	0.22212218
5. BG1(5)	0.47953830	0.68377490	0.70131	0.48470644
6. BG2(1)	-0.45684128	0.47312163	-0.96559	0.33653343
7. BG2(2)	-0.80405288	0.56292114	-1.42836	0.15624382
8. BG2(3)	-0.38178550	0.43122826	-0.88534	0.37805333
9. BG2(4)	1.21621964	0.80010619	1.52007	0.13158654
10. BG2(5)	-0.54907933	0.69621539	-0.78866	0.43213821
11. GAMMAG	23.99205447	43.18422024	0.55557	0.57971826
12. CG	-0.20978676	0.08077869	-2.59706	0.01079167

```
nlls(parmset=regs,frml=lstars) spread
nlls(parmset=regs+stars,frml=lstars) spread
```

```
Nonlinear Least Squares - Estimation by Gauss-Newton
Dependent Variable SPREAD
Quarterly Data From 1971:01 To 1999:04
Usable Observations 114
Degrees of Freedom 102
Skipped/Missing (from 116) 2
Centered R^2 0.7117637
R-Bar^2 0.6806794
Uncentered R^2 0.7427103
Mean of Dependent Variable 0.4766271930
Std Error of Dependent Variable 1.3803762093
Standard Error of Estimate 0.7800292760
Sum of Squared Residuals 62.061458490
Log Likelihood -127.0988
Durbin-Watson Statistic 2.0885
```

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. BS1(1)	0.465373	0.271521	1.71395	0.08957527
2. BS1(2)	0.245483	0.257121	0.95474	0.34196745
3. BS1(3)	-0.113280	0.222248	-0.50970	0.61136122
4. BS1(4)	0.830386	0.194295	4.27383	0.00004320
5. BS1(5)	-0.152463	0.217906	-0.69967	0.48572368
6. BS2(1)	-0.436980	0.321549	-1.35898	0.17714982
7. BS2(2)	-0.186844	0.281555	-0.66362	0.50843266
8. BS2(3)	0.045361	0.236919	0.19146	0.84854571
9. BS2(4)	0.273989	0.228690	1.19808	0.23366323
10. BS2(5)	-0.086433	0.244328	-0.35376	0.72424964
11. GAMMAS	389.495133	1721392865.227036	2.26267e-007	0.999999981
12. CS	-0.039576	77506.417724	-5.10615e-007	0.999999959

Εισαγωγή αρχικής τιμής για το γ_s της δεύτερης εξίσωσης γιατί η εκτίμηση του μας έδωσε εξαιρετικά υψηλή τιμή
compute gammas=20.0

Εκτίμηση του από κοινού συστήματος

nlssystem(parmset=regg+regs+starg+stars, iters=500) / lstarg lstars

Non-Linear System Estimation
Convergence in 70 Iterations, Final criterion was 0.0000094 <= 0.0000100
Quarterly Data From 1971:01 To 1999:04
Usable Observations 114
Skipped/Missing (from 116) 2
Function Value 228.00000000

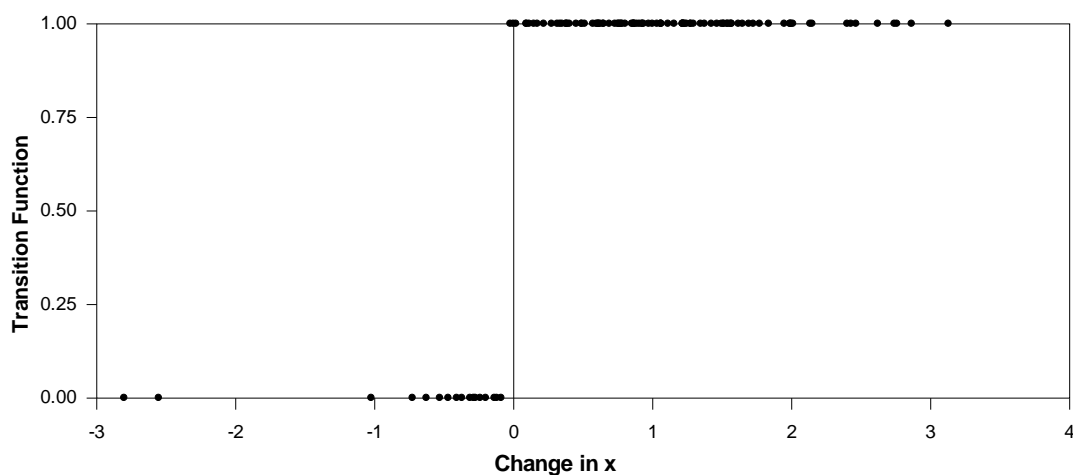
Dependent Variable GROWTH
Mean of Dependent Variable 0.8292446314
Std Error of Dependent Variable 0.9601316293
Standard Error of Estimate 0.8696159891
Sum of Squared Residuals 86.210444417
Durbin-Watson Statistic 2.1106

Dependent Variable SPREAD
Mean of Dependent Variable 0.4766271930
Std Error of Dependent Variable 1.3805762093
Standard Error of Estimate 0.7377699839
Sum of Squared Residuals 62.050718602
Durbin-Watson Statistic 2.0914

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
1. BG1(1)	0.79671	0.42650	1.86801	0.06176032
2. BG1(2)	0.87384	0.53833	1.62325	0.10453613
3. BG1(3)	0.65404	0.39162	1.67008	0.09490408
4. BG1(4)	-0.88491	0.75305	-1.17510	0.23995291
5. BG1(5)	0.37982	0.65495	0.57993	0.56196430
6. BG2(1)	-0.36789	0.47235	-0.77886	0.43606230
7. BG2(2)	-0.85650	0.54902	-1.56006	0.11874634
8. BG2(3)	-0.36636	0.40780	-0.89838	0.36898060
9. BG2(4)	1.12964	0.76235	1.48179	0.13839512
10. BG2(5)	-0.45393	0.66856	-0.67896	0.49716078
11. BS1(1)	0.49508	0.25615	1.93280	0.05326141
12. BS1(2)	0.29299	0.24076	1.21691	0.22363850
13. BS1(3)	-0.07009	0.20541	-0.34124	0.73292295
14. BS1(4)	0.84974	0.18300	4.64332	0.00000343
15. BS1(5)	-0.16010	0.20522	-0.78012	0.43532067
16. BS2(1)	-0.47305	0.29914	-1.58137	0.11379276
17. BS2(2)	-0.22846	0.26424	-0.86461	0.38725323
18. BS2(3)	0.00088	0.22073	0.00400	0.99680977
19. BS2(4)	0.24759	0.21197	1.16804	0.24278874
20. BS2(5)	-0.07472	0.22809	-0.32757	0.74323481
21. GAMMAG	19.30999	35.88067	0.53817	0.59045799
22. CG	-0.23787	0.10639	-2.23581	0.02536436
23. GAMMAS	71768.02297	0.00000	0.00000	0.000000000
24. CS	-0.03067	0.00000	0.00000	0.000000000

Από την εκτίμηση φαίνεται να καταλήγουμε ότι η εξίσωση της μεταβλητής Growth περιέχει LSTAR Μη Γραμμικότητα αλλά λόγω της τεράστιας τιμής του GAMMAS () η τιμή της γ_s φαίνεται ότι το υπόδειγμα συγκλίνει σε μια TAR διαδικασία

```
set glstar = %logistic(71768*(growth{1}+0.03067),1.0)
set xtest = growth{1}
scatter(style=dots,hlabel="Change in x",vlabel="Transition Function", $
  footer="Transition Function in LSTAR")
# xtest glstar
```



Transition Function in LSTAR

Η χρήση TAR μοντελοποίησης στην δεύτερη εξίσωση φαίνεται και σχεδιαγραμματικά η ενδεδυμένη. Η συγκεκριμένη εφαρμογή αποτελεί και μια εξαιρετική περίπτωση όπου η αρχική χρήση του LSTAR οδηγεί σε TAR υπόδειγμα το οποίο εμπεριέχεται και εμφανίζεται για εξαιρετικά υψηλές τιμές της παραμέτρου γ στην λογιστική συνάρτηση.

12. Εφαρμογές στο μέγεθος της ανεργίας - Ελλάδα

[Ανεργία Μηνιαία 3 lags \(αντίστοιχος ο κώδικας για 11 lags\)](#)

seed 550103

calendar(m) 2004:1

open data unrate.xlsx

data(format=xlsx,org=columns) 2004:01 2022:3

graph(footer="The Greek monthly Unemployment Rate",vlabel="Percent")

unrate

set dur = unrate-unrate{1}

@urauto unrate

@urauto dur

graph 1; #dur

*

@arautolags(crit=aic) dur

@arautolags(crit=bic) dur

Εκτίμηση AR υποδείγματος (3 lags)

linreg dur

constant dur{1 to 3}

@regactfit

Γραμμικός υπολογισμός

```
set sur %regstart() %regend() = $
    %if(t==%regstart(),unrate{1},sur{1})+sdur
graph(footer="Simulated UR with Linear AR",key=upleft) 2
# sur
# unrate
```

Έλεγχος Tsay – Μη γραμμικό υπόδειγμα

```
@tsaytest(thresh=dur,d=1) dur
# constant dur{1 to 3}

@threshtest(thresh=dur,d=1,nreps=500,graph) dur
# constant dur{1 to 3}
compute break1=%breakvalue
@tar(p=3,nreps=500) dur
Εκτίμηση των 2 καταστάσεων του TAR υποδείγματος
set time = t
linreg(smpl=dur{1}<=break1,frml=branch1) dur
# constant dur{1 to 3}
compute rss1=%rss,ndf1=%ndf
linreg(smpl=dur{1}>break1,frml=branch2) dur
# constant dur{1 to 3}
compute rss2=%rss,ndf2=%ndf
compute seesq=(rss1+rss2)/(ndf1+ndf2)
```

Διενέργεια προβλέψεων TAR υποδείγματος

```
frml(variance=seesq) tarfrml dur = $
    %if(dur{1}<=break1,branch1,branch2)
frml(identity) urid unrate = unrate{1}+dur
group tarmodel tarfrml urid
compute fstart=2019:1,fend=2020:06
set urfore fstart fend = 0.0
compute ndraws=5000
```

```
do draw=1,ndraws

    simulate(model=tarmodel,from=fstart,to=fend,$
        results=sims,noprint)

    set urfore fstart fend = urfore+sims(2)

end do draw

set urfore fstart fend = urfore/ndraws

graph(footer="Out-of-sample forecasts",key=upleft) 2

# unrate fstart-12 fstart-1

# urfore

Ανεργία Ετήσια471

seed 550103

calendar 1960:1

open data unrate.xlsx

data(format=xlsx,org=columns) 1960:01 2023:1

table

graph(footer="The Greek Yearly Unemployment Rate",vlabel="Percent")

# unrate

graph(header="Greek General Government debt - %GDP- IMF and unemployment
%",vlabel="Percent",key=upleft) 2;

#debt

#unrate

table

set ldebt = log(debt)

set lun = log(unrate)

graph(header="Logs- Greek General Government debt - %GDP- IMF and unemployment
%",vlabel="Percent",key=upleft) 2;

#ldebt

#lun

print / difdebt dd

set dur = unrate-unrate{ 1 }
```

⁴⁷¹ Ενδεικτική διαδικασία, ο κώδικας παραμένει ίδιος με εναλλαγή της threshold παραμέτρου για τα μεγέθη εξέτασης


```
print / debt
dif debt / difdebt
@EGTEST(DET=constant,LAGS=15,METHOD=aIC)
# unrate debt
@regactfit
linreg unrate / resids
#constant debt
@regactfit
@EGTEST(DET=constant,LAGS=15,METHOD=aIC)
# lun ldebt

linreg lun / resids
#constant ldebt
**** Έλεγχος Γραμμικής εξειδίκευσης
dif resids / dres
linred dres / utah
#resids{1} dres{1}
@regcorrs(qstats,span=4) utah
stats utah
@adtest utah 1980:1 2020:1
@histogram(stats,distrib=normal) utah
graph 1; #utah
set dum = 0
com dum(2012:1) = 1
set dum2 = 0
com dum2(2013:1) = 1
*** Έλεγχος με CATS πακέτο της ESTIMA
SOURCE 'C:\Users\30698\Desktop\cats.src'
@CATS(LAGS=9,DETTREND=CIDRIFT) 1960:01 2022:01
# lun ldebt
**** η εκτίμηση οδηγεί στο κάτωθι υπόδειγμα:
SOURCE 'C:\Users\30698\Desktop\cats.src'
```

@CATS(LAGS=8,DETTREND=CIMEAN) 1960:01 2022:01

lun ldebt

*****SYNOLOKLIRWSI KAI XWRIS XRISI DUMMIES SE LOGS

SET ect = lun-0.836844*ldebt+1.556595

graph 1; #ect 1970:1 *

dif ldebt / dldebt

dif lun / dlun

system(model=linear)

var dldebt dlun

lags 1 to 7

det ect{ 1 }

end(system)

estimate(nofests)

****Αντίστοιχη εξέταση των impulses για την εξέταση του επηρεασμού*

****** NONLINEAR ΕΞΕΤΑΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ*

@tsaytest(thresh=dur,d=1) dur

constant dur{ 1 to 2 }

@threshtest(thresh=dur,d=1,nreps=500) dur

constant dur{ 1 to 2 }

compute break1=%breakvalue

dis break1

* Do TAR test

*

@tar(p=2,nreps=500) dur

* Estimate the two branches and define equations

*

linreg(smpl=dur{ 1 }<=break1,frml=branch1) dur

constant dur{ 1 to 2 }

compute rss1=%rss,ndf1=%ndf

linreg(smpl=dur{ 1 }>break1,frml=branch2) dur

```
# constant dur{ 1 to 2}

compute rss2=%rss,ndf2=%ndf
compute seesq=(rss1+rss2)/(ndf1+ndf2)
*
*Υπόδειγμα για forecasting
frml(variance=seesq) tarfrml dur = $
    %if(dur{ 1 }<=break1,branch1,branch2)
frml(identity) urid unrate = unrate{ 1 }+dur
group tarmodel tarfrml urid
*
* Υπολογισμών τιμών TAR με χρήση simulation (λόγω υψηλού επηρεασμού από τα κατάλοιπα)
*

compute fstart=2010:1,fend=2022:01
set urfore fstart fend = 0.0
compute ndraws=5000
do draw=1,ndraws
    simulate(model=tarmodel,from=fstart,to=fend,$
        results=sims,noprint)
    set urfore fstart fend = urfore+sims(2)
end do draw
set urfore fstart fend = urfore/ndraws
set mtar = urfore
graph(footer="Out-of-sample forecasts",key=upleft) 2
# unrate
# mtar
clear urfore
*****

NON LIN WITH DEBT

@tsaytest(thresh=debt,d=1) dur
# constant dur{ 1 to 2}
@threshtest(thresh=debt,d=1,nreps=500,graph) dur
# constant dur{ 1 to 2}
```

```
compute break1=%breakvalue

graph 1; #debt

dis break1

linreg(smpl=debt{1}<=break1,frml=branch1) dur
# constant dur{1 to 2}

compute rss1=%rss,ndf1=%ndf

linreg(smpl=debt{1}>break1,frml=branch2) dur
# constant dur{1 to 2}

compute rss2=%rss,ndf2=%ndf

compute seesq=(rss1+rss2)/(ndf1+ndf2)

frml(variance=seesq) tarfrml dur = $
    %if(debt{1}<=break1,branch1,branch2)
frml(identity) urid unrate = unrate{1}+dur
group tarmodel tarfrml urid
compute fstart=1990:1,fend=2022:01
set urfore fstart fend = 0.0
compute ndraws=5000
do draw=1,ndraws
    simulate(model=tarmodel,from=fstart,to=fend,$
        results=sims,noprint)
    set urfore fstart fend = urfore+sims(2)
end do draw
set urfore fstart fend = urfore/ndraws
graph(footer="Out-of-sample forecasts") 2

# unrate
# urfore
clear urfore

*****

print / dd ddz
dif debt / ddz
```

```
@tsaytest(thresh=ddz,d=1) dur
# constant dur{1 to 2}
@threshtest(thresh=ddz,d=1,nreps=500,graph) dur
# constant dur{1 to 2}
compute break1=%breakvalue

dis break1
linreg(smpl=ddz{1}<=break1,frml=branch1) dur
# constant dur{1 to 2}
compute rss1=%rss,ndf1=%ndf
linreg(smpl=ddz{1}>break1,frml=branch2) dur
# constant dur{1 to 2}
compute rss2=%rss,ndf2=%ndf
compute seesq=(rss1+rss2)/(ndf1+ndf2)
frml(variance=seesq) tarfrml dur = $
    %if(ddz{1}<=break1,branch1,branch2)
frml(identity) urid unrate = unrate{1}+dur
group tarmodel tarfrml urid
compute fstart=1990:1,fend=2022:01
set urfore fstart fend = 0.0
compute ndraws=5000
do draw=1,ndraws
    simulate(model=tarmodel,from=fstart,to=fend,$
        results=sims,noprint)
    set urfore fstart fend = urfore+sims(2)
end do draw
set urfore fstart fend = urfore/ndraws
set tar_Dif_1_Debt = urfore
graph(footer="Out-of-sample forecasts",key=upleft) 2
# unrate
# tar_Dif_1_Debt
clear urfore
```

******Nonlin with debt με χρήση δεικτών*

dif unrate / dur

dofor z=dd dd2 dd3 dd4 dd5 ab2 ab3 ab5

dis "test for threshold" z

@tsaytest(thresh=z,d=3) dur

constant dur{1 to 2}

end dofor z

******dd me lag 1 lag 2*

******dd4 me lag 2*

******ab3 me threshold 1 kai 2*

****mono lags 1 kai 2*

dofor z=dd dd2 dd3 dd4 dd5 ab2 ab3 ab5

@threshtest(thresh=z,d=2,nreps=500,graph) dur

constant dur{1 to 2}

end dofor z

******dd2 me lag 1 kai 2, ab2 me lag 1, ab5 me lag 2*

******DOKIMES KAI EFARMOGES*

******dd me lag 1 lag 2*

******dd4 me lag 2*

******ab3 me threshold 1 kai 2*

******dd2 me lag 1 kai 2,*

******ab2 me lag 1*

******ab5 me lag 2*

******dd me lag 2*

@tsaytest(thresh=dd,d=2) dur

```
# constant dur{1 to 2}

@threshtest(thresh=dd,d=2,nreps=500,graph) dur
# constant dur{1 to 2}

compute break1=%breakvalue

dis break1
linreg(smpl=dd{2}<=break1,frml=branch1) dur
# constant dur{1 to 2}
compute rss1=%rss,ndf1=%ndf
linreg(smpl=dd{2}>break1,frml=branch2) dur
# constant dur{1 to 2}
compute rss2=%rss,ndf2=%ndf
compute seesq=(rss1+rss2)/(ndf1+ndf2)

frml(variance=seesq) tarfrml dur = $
    %if(dd{2}<=break1,branch1,branch2)
frml(identity) urid unrate = unrate{1}+dur
group tarmodel tarfrml urid
compute fstart=1990:1,fend=2022:01
set urfore fstart fend = 0.0
compute ndraws=5000
do draw=1,ndraws
    simulate(model=tarmodel,from=fstart,to=fend,$
        results=sims,noprint)
    set urfore fstart fend = urfore+sims(2)
end do draw
set urfore fstart fend = urfore/ndraws
set tar_Dif_2_Debt = urfore
graph(footer="Out-of-sample forecasts",key=upleft) 2
# unrate
```

```
# tar_Dif_2_Debt

clear urfore

*****

*****dd2 me lag 1

@threshtest(thresh=dd2,d=1,nreps=500,graph) dur

# constant dur{ 1 to 2}

compute break1=%breakvalue

dis break1

* Do TAR test

* Estimate the two branches and define equations

*

linreg(smpl=dd2{ 1 }<=break1,frml=branch1) dur

# constant dur{ 1 to 2}

compute rss1=%rss,ndf1=%ndf

linreg(smpl=dd2{ 1 }>break1,frml=branch2) dur

# constant dur{ 1 to 2}

compute rss2=%rss,ndf2=%ndf

compute seesq=(rss1+rss2)/(ndf1+ndf2)

*

*

frml(variance=seesq) tarfrml dur = $

    %if(dd2{ 1 }<=break1,branch1,branch2)

frml(identity) urid unrate = unrate{ 1 }+dur

group tarmodel tarfrml urid

*

*

compute fstart=2010:1,fend=2022:01

set urfore fstart fend = 0.0
```



```

compute ndraws=5000

do draw=1,ndraws
    simulate(model=tarmodel,from=fstart,to=fend,$
        results=sims,noprint)
    set urfore fstart fend = urfore+sims(2)
end do draw

set urfore fstart fend = urfore/ndraws
set TAR_av_1st_Diff_2 = urfore
graph(footer="Out-of-sample forecasts",key=upleft) 2
# unrate
# TAR_av_1st_Diff_2

clear urfore
*****
*****dd2 me lag 2
@threshtest(thresh=dd2,d=2,nreps=500,graph) dur
# constant dur{1 to 2}

compute break1=%breakvalue

dis break1

linreg(smpl=dd2{2}<=break1,frml=branch1) dur
# constant dur{1 to 2}
compute rss1=%rss,ndf1=%ndf
linreg(smpl=dd2{2}>break1,frml=branch2) dur
# constant dur{1 to 2}
compute rss2=%rss,ndf2=%ndf
compute seesq=(rss1+rss2)/(ndf1+ndf2)

```

```

frml(variance=seesq) tarfrml dur = $
    %if(dd2{2}<=break1,branch1,branch2)
frml(identity) urid unrate = unrate{1}+dur
group tarmodel tarfrml urid

*

compute fstart=2010:1,fend=2022:01
set urfore fstart fend = 0.0
compute ndraws=5000
do draw=1,ndraws
    simulate(model=tarmodel,from=fstart,to=fend,$
        results=sims,noprint)
    set urfore fstart fend = urfore+sims(2)
end do draw
set urfore fstart fend = urfore/ndraws
set TAR_av_1st_Diff_2_lag2 = urfore
graph(footer="Out-of-sample forecasts",key=upleft) 2
# unrate
# TAR_av_1st_Diff_2_lag2
clear urfore
*****dd4 me lag 2
@threshtest(thresh=dd4,d=2,nreps=5000,graph) dur
# constant dur{1 to 2}
compute break1=%breakvalue
dis break1
*****
*****ab2 me lag 2
@threshtest(thresh=ab2,d=2,nreps=500,graph) dur
# constant dur{1 to 2}

compute break1=%breakvalue

```

dis break1

graph 1; #ab2

linreg(smpl=ab2{2}<=break1,frml=branch1) dur

constant dur{1 to 2}

compute rss1=%rss,ndf1=%ndf

linreg(smpl=ab2{2}>break1,frml=branch2) dur

constant dur{1 to 2}

compute rss2=%rss,ndf2=%ndf

compute seesq=(rss1+rss2)/(ndf1+ndf2)

frml(variance=seesq) tarfrml dur = \$

%if(ab2{1}<=break1,branch1,branch2)

frml(identity) urid unrate = unrate{1}+dur

group tarmodel tarfrml urid

*

*

compute fstart=2010:1,fend=2022:01

set urfore fstart fend = 0.0

compute ndraws=5000

do draw=1,ndraws

simulate(model=tarmodel,from=fstart,to=fend,\$

results=sims,noprint)

set urfore fstart fend = urfore+sims(2)

end do draw

set urfore fstart fend = urfore/ndraws

graph(footer="Out-of-sample forecasts",key=upleft) 2

unrate

urfore

clear urfore

[Ανεργία ESTAR εκτίμηση](#)

calendar(m) 2004:1

open data unrate.xlsx

data(format=xlsx,org=columns) 2004:01 2022:03

table

set dur = unrate-unrate{1}

@arautolags(crit=bic) dur

linreg dur

constant dur{1 to 3}

do d=1,4

 @startest(d=d,p=4,print) dur

end do d

nonlin(parmset=starparms) gamma c

frml glstar = 1 - exp(-gamma*(dur{1}-c)^2)

stats(noprint) dur

compute c=0.0,gamma=2.0/%variance

equation standard x

constant dur{1 to 4}

equation transit x

constant dur{1 to 4}

frml(equation=standard,vector=phi1,parmset=stdparms) phi1f

frml(equation=transit ,vector=phi2,parmset=trnparms) phi2f

frml star dur = g=glstar,phi1f+g*phi2f

compute regparms=stdparms+trnparms

nonlin(parmset=starparms) gamma c

```
nlls(parmset=regparms,frml=star) dur
```

```
nlls(parmset=regparms+starparms,frml=star) dur
```

```
set test = glstar
```

```
set xtest = dur{1}
```

```
scatter(style=dots,$
```

```
hlabel="Change in UR",vlabel="Transition Function",
```

```
footer="Transition Function in LSTAR for Unemployment Rate")
```

```
# xtest test
```

```
@regactfit
```

```
set estimates = 0.000414-0.521153*dur{1}+0.132142*dur{2}+0.673880*dur{3}+0.224523*dur{4}+(1 -  
exp(-9573.383505*(dur{1}-0.001489)^2))*(-0.000167+1.035163*dur{1}-0.213591*dur{2}-  
0.678396*dur{3}-0.807896*dur{4})
```

```
graph(key=upleft) 2; #estimates;#dur
```

```
****2004:2
```

```
clear sur
```

```
set sur 2004:02 2022:03 = $
```

```
%if(t==2004:02,unrate{1},unrate{1}+estimates)
```

```
graph(key=upleft,footer="Simulated UR with Linear AR") 2;
```

```
# sur ;#unrate
```

```
***15 lags
```

```
calendar(m) 2004:1
```

```
open data unrate.xlsx
```

```
data(format=xlsx,org=columns) 2004:01 2022:03
```

```
table
```

```
set dur = unrate-unrate{1}
```

```
@arautolags(crit=aic) dur
```

```
linreg dur
```

```
# constant dur{1 to 15}
```

do d=1,4

@startest(d=d,p=15,print) dur

end do d

nonlin(parmset=starparms) gamma c

frml glstar = %logistic(gamma*(dur{1}-c),1.0)

stats(noprint) dur

compute c=0.0,gamma=2.0/sqrt(%variance)

equation standard x

constant dur{1 to 15}

equation transit x

constant dur{1 to 15}

frml(equation=standard,vector=phi1,parmset=stdparms) phi1f

frml(equation=transit ,vector=phi2,parmset=trnparms) phi2f

frml star dur = g=glstar,phi1f+g*phi2f

compute regparms=stdparms+trnparms

nonlin(parmset=starparms) gamma c

nlls(parmset=regparms,frml=star) dur

nlls(parmset=regparms+starparms,frml=star) dur

* Διάγραμμα

set test = glstar

set xtest = dur{1}

scatter(style=dots,\$

hlabel="Change in UR",vlabel="Transition Function",

footer="Transition Function in LSTAR for Unemployment Rate")

xtest test

calendar(m) 2004:1

open data unrate.xlsx

data(format=xlsx,org=columns) 2004:01 2022:03

table

set dur = unrate-unrate{1}

@arautolags(crit=aic) dur

linreg dur

constant dur{1 to 11}

*

do d=1,4

@startest(d=d,p=11,print) dur

end do d

*

nonlin(parmset=starparms) gamma c

frml glstar = 1 - exp(-gamma*(dur{1}-c)^2)

stats(noprint) dur

compute c=0.0,gamma=2.0/%variance

equation standard x

constant dur{1 to 11}

equation transit x

constant dur{1 to 11}

*

frml(equation=standard,vector=phi1,parmset=stdparms) phi1f

frml(equation=transit ,vector=phi2,parmset=trnparms) phi2f

frml star dur = g=glstar,phi1f+g*phi2f

*

compute regparms=stdparms+trnparms

nonlin(parmset=starparms) gamma c

nlls(parmset=regparms,frml=star) dur

nlls(parmset=regparms+starparms,frml=star) dur

*

* Graph the transition function against the threshold.

*

```
set test = glstar
set xtest = dur{1}
scatter(style=dots,$
  xlabel="Change in UR",ylabel="Transition Function",
  footer="Transition Function in ESTAR for Unemployment Rate- GREECE")
# xtest test
*****

graph(key=upleft,header="Unemployment Rate Greece - data ELSTAT") 1;
#unrate
graph 1; #dur
```

13.Εξομοίωση Κεφαλαίου 3 – μετασχηματισμός box cox

```
ALLOCATE 0 2500
```

```
COMPUTE [INTEGER] s_DAT1=(1)
```

```
COMPUTE [INTEGER] s_DATF=2000
```

```
sour(echo) MacKinnonCV.SRC
```

```
sour(echo) EGTEST.SRC
```

```
set qy s_dat1 s_datf =.232
```

```
set qx s_dat1 s_datf =.165232
```

```
set qz s_dat1 s_datf =.765232
```

```
FRml(variance=0.625) vdef1 v1 = 0.0
```

```
frml(variance=0.2725) vdef2 v2 = 0.0
```

```
frml(variance=0.3725) vdef3 v3 = 0.0
```

```
FRML zFEQ1 QY=5+0.6*qy(t-1)+0.3*(1+0.5*qx(t-1))*(1-exp(-4*qx(t-1)**2))
```

```
FRML zFEQ2 Qx=7.1+0.5*qx(t-1)+0.3*(1+0.5*qy(t-1))*(1-exp(-6*qy(t-1)**2))
```

```
dec symm v(2,2)
```

```
compute v=||1.0|0.2,1.0||
```

```
*medit v
```

```
group(vcv=v) NL_model zFEQ1>>Fy zFEQ2>>fx
```



```
SMPL S_DAT1+1 s_datf
simulate(model=NL_model,print)
graph 2 ; # fx ; # fy

smpl s_dat1 s_datf
scatter 1
# fy fx
print(window="") / qy qx
SMPL S_DAT1+3 S_DATF

*****
*****simulation analysis
dis s_dat1 s_datf

do tim=s_dat1+200-1,s_datf,100
dis tim
end

inquare(series=fy) s_dat1 s_datf
smpl s_dat1 s_datf
COMP FSTAT=0.0
COMP SUR2=0.0
COMP INDX_1=1
do ll=1,200,10

compute ll1=0.01*ll
*compute ll1=0.01

if ll1<>0.0
{
set b_y1 s_dat1+5 s_datf =%BOXCOX(Fy,LL1)
set b_y2 s_dat1+5 s_datf =%BOXCOX(fx,LL1)
```

```
*print / b_y1 ay1
@EGTEST(noprint) s_datf-300 s_datf
# b_y1 b_y2
com nobsz = s_datf-s_datf+300
@MacKinnonCV(npts=nobsz,nvar=2) cv
dis ll1 %tstats(1) cv(1) cv(2) cv(3)
dis ll1 abs(%tstats(1)) abs(cv(1)) cv(2) cv(3)
IF abs(%tstats(1)).gt.abs(CV(3))
{
COMP FSTAT=abs(%tstats(1))
}
}
end ll
DIS FSTAT cv(1) cv(2) cv(3)
dis '-----'
end
```

```
declare Vect F1sum1(50)
declare Vect F1sum2(50)
declare Vect F1sum3(50)
declare Vect F2sum1(50)
declare Vect F2sum2(50)
declare Vect F2sum3(50)
```

```
do kkk=1,50,1
comp F1sum1(kkk)=0.0
comp F1sum2(kkk)=0.0
comp F1sum3(kkk)=0.0
comp F2sum1(kkk)=0.0
comp F2sum2(kkk)=0.0
comp F2sum3(kkk)=0.0
end
```

```
declare Vect num(50)
```

```
do kkk=1,50,1
```

```
comp F1sum1(kkk)=0.0
```

```
comp F1sum2(kkk)=0.0
```

```
comp F1sum3(kkk)=0.0
```

```
comp F2sum1(kkk)=0.0
```

```
comp F2sum2(kkk)=0.0
```

```
comp F2sum3(kkk)=0.0
```

```
end
```

```
DO ITER=1,100,1
```

```
*comp iter=1
```

```
*simulate(model=mod2,NOPRINT) * s_datf 2
```

```
SMPL S_DAT1+10 S_DATF
```

```
simulate(model=NL_model) * s_datf
```

```
*graph 2 ; # fy ;# fx
```

```
*****cointegration
```

```
COMP IND_DATA=1
```

```
DO TIM=20,500,10
```

```
*COMP TIM=20
```

```
*****LINEAR COINTEGRATION
```

```
*SMPL S_DATF-TIM S_DATF
```

```
*PRINT / QY QX
```

```
SMPL S_DATF-TIM S_DATF
```

```
@EGTEST(NOprint)
```

```
# fy fx
```

```
com nobsz = tim
```

```
@MacKinnonCV(npts=nobsz,nvar=2) cv
```

```
*DIS %nob abs(%cdstat) abs(cv(1)) abs(cv(2)) abs(cv(3)) %NOBS TIM
```

```
*DIS %nob %tstats(1) cv(1) cv(2) cv(3)
```

```
*DIS abs(%cdstat) abs(cv(1)) abs(cv(2)) abs(cv(3)) %NOBS TIM
```

```
*DIS %tstats(1) cv(1) cv(2) cv(3)
```

```
IF ABS(%cdstat).GE.ABS(CV(1))
```

```
{
```

```
COMP F1SUM1(IND_DATA)=F1SUM1(IND_DATA)+1
```

```
}
```

```
*****
```

```
IF ABS(%cdstat).GE.ABS(CV(2))
```

```
{
```

```
COMP F1SUM2(IND_DATA)=F1SUM2(IND_DATA)+1
```

```
}
```

```
*****
```

```
IF ABS(%cdstat).GE.ABS(CV(3))
```

```
{
```

```
COMP F1SUM3(IND_DATA)=F1SUM3(IND_DATA)+1
```

```
}
```

```
*****
```

```
*****box cox*****
```

```
comp zsum1=0.0
```

```
comp zsum2=0.0
```

```
comp zsum3=0.0
```

```
comp ind=1
```

```
do ll=-10,200,10
```

```
compute ll1=0.01*ll
```

```
*if ll1<>0.0
```

```
{
```

```
set b_y1 s_dat1+5 s_datf =%BOXCOX(Fy,LL1)
```

```
set b_y2 s_dat1+5 s_datf =%BOXCOX(fx,LL1)
```

```
*print / b_y1 ay1
```

```
SMPL S_DATF-TIM S_DATF
```

```
@EGTEST(noprint)
```

```
# b_y1 b_y2
com nobsz = tim
@MacKinnonCV(npts=nobsz,nvar=2) cv

*dis ll1 %tstats(1) cv(3)
set zm1 ind ind =abs(%tstats(1))
set zm2 ind ind =abs(cv(1))
set zm3 ind ind =abs(cv(2))
set zm4 ind ind =abs(cv(3))
comp ind=ind+1
end ll

smpl 1 ind-1
extremum(noprint) zm1
*dis %maximum
comp mm1=%maximum
extremum(noprint) zm2
*dis %maximum
comp mm2=%maximum
extremum(noprint) zm3
*dis %maximum
comp mm3=%maximum
extremum(noprint) zm4
*dis %maximum
comp mm4=%maximum

IF ABS(mm1).GE.ABS(mm2)
{
COMP F2SUM1(IND_DATA)=F2SUM1(IND_DATA)+1
}
IF ABS(mm1).GE.ABS(mm3)
{
COMP F2SUM2(IND_DATA)=F2SUM2(IND_DATA)+1
```

}

IF ABS(mm1).GE.ABS(mm4)

{

COMP F2SUM3(IND_DATA)=F2SUM3(IND_DATA)+1

}

14. Εφαρμογή Χαρτοφυλακίου – Spread – κεφάλαιο 4 (ενότητα 4.3)

call(M) 1980 1

all 0 2020:3

sour(echo) egttest.src

sour(echo) mackinnoncv.src

open data spread.rat

data(format=rats,COMPACT=AVERAGE) /

SET grpr / = GREECE

SET ITpr / = ITALY

SET IRpr / = PORTUGAL

SET SPpr / = SPAIN

SET GERpr / = GERMANY

print(window=) / grpr irpr sppr itpr gerpr

OPEN DATA trap.rat

DATA(fornat=rats,COMPACT=AVERAGE) / \$

gd_c

open data genikos1.rat

data(format=rat,COMPACT=AVERAGE) / gen_c

set gd_c * 2000:1:1 = gen_c

smpl 1986:1:1 *

GRAPH 1 ; # GD_C

declare vect[series] y(10)

declare vect[string] NAMES1(6)

INPUT NAMES1

greece

italy

portugal

spain

gremany

GENERAL_INDX

dis names1

```
declare vect[series] comp1(15) p(15)
```

```
DECLARE VECT[SERIES] DM(15) met(15)
```

```
COMP INDX=1
```

```
DOFOR JJkk = grpr irpr sppr itpr gerpr gd_c
```

```
comp s_dat1=1998:1
```

```
INQUARE(SERIES=JJKK) CDAT1 CDATF
```

```
SMPL CDAT1 CDATF
```

```
COMPUTE [INTEGER] INDX_2=1
```

```
SET JJ1 CDAT1 CDATF = ( [SERIES] JJkk )
```

```
set gg =%valid(JJ1)
```

```
*-----
```

```
do tt1=cdat1+1,cdatf,1
```

```
if gg(tt1)==0.or.jj1(tt1)==0
```

```
{
```

```
compute JJ1(tt1)=JJ1(TT1-1)
```

```
}
```

```
end do tt1
```

```
*-----
```

```
SET JJKK CDAT1 CDATF = JJ1
```

```
set met(indx) cdat1 cdatf = jj1
```

```
set p(indx) cdat1 cdatf =log(met(indx))
```

```

SET DM(INDX) CDAT1 CDATF =(JJ1-JJ1{1})/jj1{1}

set comp1(indx) s_dat1 cdatf =(met(indx)/met(indx)(s_dat1))

COMP INDX=INDX+1

end dofor

dis indx

graph 1 ; # met(3)

list iser = MET

smpl s_dat1 *

graph(key=attach) indx-1

cards iser

smpl s_dat1 *

print(window=") / MET

dis indx

SOUR(ECHO) DFUNIT1.txt

COMP INDX=1

dofor x = DM(1) to DM(15)

    *set %s("log_" + %l(x)) = log(x{0})

    INQUARE(SERIES=X) DAT1 DATF

    SMPL DAT1+20 DATF

    @dfunit(DET=CONSTANT,NOPRINT,method=aic,maxlag=12) X ; %s("log_" + %l(x))

DIS NAMES1(INDX) %CDSTAT critvalues(1) critvalues(2) critvalues(3)

COMP INDX=INDX+1

end dofor x

*****

*

* @MePlot( options ) series start end

*

* Parameters:

* series series to analyze

```



```

* start end range to analyze

* Options:

* SMPL=series with zeros in entries to skip [use all]

* TITLE=" title for graph "

*

procedure MePlot series start end

option series smpl

option string title

*

*option series copy1

declare series copy me

declare integer n

stats(fractiles,noprint) copy 1 n

scatter(smpl=copy>=%fract01.and.copy<=%fract99,header=' '$

    hlabel="Threshold",vlabel="Mean Excess")

# copy me 1 n

end

declare vect[series] zz_m(7)

spgraph(vfields=3,hfields=2,header='.....!',$

    subheader='.....')

do j=1,6,1

inquire(series=comp1(6)) dat1 datf

@MePlot comp1(j) dat1 datf

end

spgraph(done)

inquire(series=comp1(1)) dat1 datf

@MePlot comp1(1) dat1 datf

dis n

set mcopy1 1 n =copy

*set me1 1 n = me/t-mcopy1

print(window=") 1 n copy

```

```
inquare(series=comp1(2)) dat1 datf
@MePlot comp1(2) dat1 datf
dis n
set mcopy2 1 n =copy

inquare(series=comp1(3)) dat1 datf
@MePlot comp1(3) dat1 datf
dis n
set mcopy3 1 n =copy
stats(fractiles,noprint) mcopy1 1 n
scatter(key=upleft,smpl=copy>=% fract01.and.copy<=% fract99,header=' ', $
  hlabel="Threshold",vlabel="Mean Excess") 3
# mcopy1 me 1 n
# mcopy2 me 1 n
# mcopy3 me 1 n
declare vect[series] mmcopy(7)

do j=1,7,1
inquare(series=comp1(j)) dat1 datf
@MePlot comp1(j) dat1 datf
set mmcopy(j) 1 n =copy
end
list iser = mmcopy

cards iser 1 n

stats(fractiles,noprint) mcopy1 1 n
scatter(key=uprighth,smpl=copy>=% fract01.and.copy<=% fract99,header=' ', $
  hlabel="Threshold",vlabel="Mean Excess") 7
# mmcopy(1) me 1 n
# mmcopy(2) me 1 n
```

```
# mcopy(3) me 1 n
# mcopy(4) me 1 n
# mcopy(5) me 1 n
# mcopy(6) me 1 n
# mcopy(7) me 1 n
*****
*****INDEX WITH NO COINTEGRATION CASE I**
*****CASE OF INDEX1
DECLARE VECT[SERIES] FW1(5) fw2(5) fw3(5)
INQUIRE(SERIES=grpr) DAT1 DATF
SMPL dat1 DATF
comp s_dat1=1999:1
*****differences
SET S1 / =dm(1)
SET S2 /      =dm(2)
SET S3 / =dm(3)
SET S4 / = dm(4)
SET S5 / = dm(5)
*SET S6 / = dm(6)

*INQUIRE(SERIES=p(1)) DAT1 DATF
SMPL S_DAT1 DATF
nonlin(parmset=base) w1 w2 w3 w4 w5
nonlin(parmset=constraint) w1>=0.0 w2>=0.0 w3>=0.0 w4>=0.0 $
w5>=0.0 w1+w2+w3+w4+w5==1.0
*
comp w1=0.30
comp w2=0.10
comp w3=0.05
comp w4=0.05
*comp w5=0.20
comp w5=1-(w1+w2+w3+w4)
```

dis w5

```
comp w1=%uniform(.1,.3)
```

```
comp w2=%uniform(.1,.12)
```

```
comp w3=%uniform(.01,.07)
```

```
comp w4=%uniform(.21,.32)
```

```
*comp mw5=%uniform(.01,.12)
```

```
comp w5=1-(w1+w2+w3+w4)
```

*

```
COMP sharpe=0.4
```

```
*stats index
```

```
compute fullnobs=%nobs
```

```
find(method=bfgs,paramset=base+constraint,trace) maximum sharpe
```

```
set index s_DAT1 DATF = (w1*s1+w2*s2+w3*s3+w4*s4+w5*s5)
```

```
*set ret = (index-index{1})/index{1}
```

```
set index1 S_dat1 S_dat1 =100
```

```
set index1 S_dat1+1 datf =(1+INDEX(t))*index1{1}
```

```
statistics(noprint) index
```

```
if %nobs<fullnobs {
```

```
compute sharpe=%na
```

```
next
```

```
}
```

```
comp mw = %mean
```

```
comp std = sqrt(%variance*(%nobs-1)/%nobs)
```

```
compute sharpe=mw/std
```

```
DIS SHARPE
```

```
end find
```

```
*set index3 / = EXP(INDEX)
```

```
graph(key=attach) 1 ; # index1
```

```
set index1a S_dat1 S_dat1 =GD_C(S_DAT1)
```

```
set index1a S_dat1+1 datf =(1+INDEX(t))*index1a{1}
```

```
SMPL S_DAT1 DATF
```

graph(KEY=ATTACH) 2 ; # index1a ; # GD_C

DIS W1 W2 W3 W4 W5

SET FW1(1) / =W1

SET FW1(2) / =W2

SET FW1(3) / =W3

SET FW1(4) / =W4

SET FW1(5) / =W5

*****INDEX WITH NO COINTERGRATION CASE DIACHRONIC
WEIGHTS**

*****CASE OF INDEX1A+++++

INQUIRE(SERIES=GRPR) DAT1 DATF

COMP S_DAT1=1999:01

SMPL s_dat1 DATF

*****differences

SET S1 / =dm(1)

SET S2 / =dm(2)

SET S3 / =dm(3)

SET S4 / = dm(4)

SET S5 / = dm(5)

*SET S6 / = dm(6)

PRINT(WINDOW=") s_dat1 * S1 TO S5

SMPL S_DAT1 DATF

nonlin(parmset=base) w1 w2 w3 w4 w5

nonlin(parmset=constraint) w1>=0.0 w2>=0.0 w3>=0.0 w4>=0.0 \$

w5>=0.0 w1+w2+w3+w4+w5==1.0

INQUIRE(SERIES=GRPR) DAT1 DATF

SET INDEX2 S_DAT1 s_DAT1+10 =INDEX1

print(window=") s_dat1 * index1 index2

SET INDEX2 S_DAT1 s_DAT1+10 =INDEX1

comp w1=0.30

```
comp w2=0.10

comp w3=0.05

comp w4=0.05

*comp w5=0.20

comp w5=1-(w1+w2+w3+w4)

DO TIM=s_DAT1+10,DATEF,1

*COMP TIM =s_DAT1+10

*comp w1=%uniform(.1,.3)

*comp w2=%uniform(.1,.12)

*comp w3=%uniform(.01,.07)

*comp w4=%uniform(.21,.32)

*comp mw5=%uniform(.01,.12)

*comp w5=1-(w1+w2+w3+w4)

dis w1 w2 w3 w4 w5

*

COMP sharpe=0.006

*COMP TIM=s_DAT1+11

*stats(NOPRINT) index

*compute fullnobs=%nobs

find(noprint,method=bfgs,paramset=base+constraint,NOtrace,ITERATIONS=1000) maximum sharpe

COMP QQQQ1 = (w1*s1(TIM)+w2*s2(TIM)+w3*s3(TIM)+w4*s4(TIM)+w5*s5(TIM))

DIS QQQQ1

*PRINT(WINDOW=") tim * s1 to s5

set Index2 (TIM) tim =(1+QQQQ1)*index2(tim-1)

*PRINT(WINDOW=") s_DAT1 TIM INDEX2

statistics(noprint) index2 s_DAT1 TIM
```

```
comp mw = % mean
comp std = sqrt(% variance*(% nobs-1)/% nobs)
compute sharpe=mw/std
DIS TIM SHARPE
end find

SET FW2(1) TIM TIM =W1
SET FW2(2) TIM TIM =W2
SET FW2(3) TIM TIM =W3
SET FW2(4) TIM TIM =W4
SET FW2(5) TIM TIM =W5
END TIM

PRINT(WINDOW=") s_dat1 * fw2
list iser = fw2

graph 5
cards iser

PRINT(WINDOW=") / S1 TO S5
*set index3 / = EXP(INDEX)
graph(key=attach) 1 ; # index1
set index1 S_dat1+1 S_dat1+3 =GD_C(S_DAT1)
set index1 S_dat1+2 datf =(1+INDEX(t))*index1{1}
SMPL S_DAT1+1 DATF
graph(KEY=ATTACH) 2 ; # index2 ; # GD_C

*****minimum variance portfolio
smpl s_dat1 datf
VCV(MATRIX=VCVMAT,PRINT)
# dm(1) to dm(5)
```

```

lqprog(NOPRINT,q=VCVMAT,a=||1.0,1.0,1.0,1.0,1.0||,b=||1.0||,equalities=1) ww4
DIS ww4 %FUNCVAL

SET          INDEX3          /          =
WW4(1)*DM(1)+WW4(2)*DM(2)+WW4(3)*DM(3)+WW4(4)*DM(4)+WW4(5)*DM(5)

set index3A S_dat1+1 S_dat1+3 =GD_C(S_DAT1)

set index3A S_dat1+2 datf =(1+INDEX3(t))*index3A{1}

SMPL S_DAT1+1 DATF

graph(KEY=ATTACH) 2 ; # index3A ; # GD_C

*****iterative MINIMUM VARIANCE

DECLARE VECT[SERIES] FW4(7)

DO TIM=S_DAT1+10,DATF,1

smp1 s_dat1 TIM

VCV(MATRIX=VCVMAT,NOPRINT)

# dm(1) to dm(5)

lqprog(NOPRINT,q=VCVMAT,a=||1.0,1.0,1.0,1.0,1.0||,b=||1.0||,equalities=1) ww4
DIS ww4 %FUNCVAL

DO J=1,5,1

SET FW4(J) TIM TIM =WW4(J)

END

SET          INDEX4          TIM          TIM          =
WW4(1)*DM(1)+WW4(2)*DM(2)+WW4(3)*DM(3)+WW4(4)*DM(4)+WW4(5)*DM(5)

END

list iser = FW4

graph 5

cards iser

set index4A S_dat1+10 S_dat1+10 =GD_C(S_DAT1)

set index4A S_dat1+11 datf =(1+INDEX4(t))*index4A{1}

SMPL S_DAT1+1 DATF

graph(KEY=ATTACH) 2 ; # index4A ; # GD_C

PRINT(WINDOW=) / INDEX4A INDEX4

GRAPH 1 ; # INDEX4A

*****SINGLE EQUATION STRATEGY

```



```

PROCEDURE PR_Ma PPP MMA DATT1 DATTF LLLAG
TYPE SERIES MMA PPP
TYPE INTEGER DATT1 DATTF LLLAG
SMPL DATT1 DATTF
CLEAR MMA
compute [integer] TTT0=DATT1+1
compute [integer] TTTF=DATTF
DO TTTT=TTT0+LLLAG-1,TTTF,1
COMPUTE [REAL] SUM111=0
DO JQ1=TTTT,(TTTT-LLLAG+1),-1
compute [real] SUM111=SUM111+PPP(JQ1)
END DO JQ1
SET MMA TTTT TTTT =SUM111/LLLAG
END DO TTTT
END PROCEDURE

sour(echo) proc_1_new_4.rpf

set mret / = %na

@PR_Ma INDEX2 MRET s_dat1 datf 10

graph 2 ; # INDEX2 ; # index1

@xrhm1 INDEX1 mret s_dat1+10 datf
@xrhm1 INDEX2 mret s_dat1+10 datf

dis xart fres

*report(action=define)
*report(atrow=1,atcol=2,span) "Short Run"
*report(atrow=1,atcol=4,span) "Long Run"
*report(atrow=2,atcol=2) "Price" "Income" "Price" "Income"
*report(atrow=3,atcol=1) "Unrestricted Model" olsSRP olsSRI olsLRP olsLRI
*report(atrow=4,atcol=1) "Expectations Model" geoSRP geoSRI geoLRP geoLRI
*report(atrow=5,atcol=1) "Partial Adjustment Model" parSRP parSRI parLRP parLRI
*report(action=format,picture="* .###")

```

```
report(action=show>window="Table 21.2 Estimated Elasticities")
```

```
report(action=define)
```

```
report 'ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΓΙΑ ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΑΓΟΡΑ' %DATELABEL(TT2)
```

```
report 'ΗΜΕΡ/ΝΙΑ' 'ΠΡΑΞΗ' 'ΤΙΜΗ' 'ΑΠΟΔΟΣΗ'
```

```
report(action=show>window="Table 21.2 Estimated Elasticities")
```

```
*****COINTEGRATION*****
```

```
*****
```

```
*sour(echo) egtest.src
```

```
DECLARE VECTOR FW(5)
```

```
INQUIRE(SERIES=MET(1)) DAT1 DATF
```

```
INQUIRE(SERIES=GD_C) ZDAT1 DATF
```

```
SMPL DAT1 DATF
```

```
SET S1 / =dm(1)
```

```
SET S2 / =dm(2)
```

```
SET S3 / =dm(3)
```

```
SET S4 / = dm(4)
```

```
SET S5 / = dm(5)
```

```
SET S6 / = dm(6)
```

```
*print(window=") / s1 to s6
```

```
SMPL DAT1 DATF
```

```
nonlin(parmset=base) mw1 mw2 mw3 mw4 mw5
```

```
nonlin(parmset=constraint) mw1>=0.0 mw2>=0.0 mw3>=0.0 mw4>=0.0 $
```

```
mw5>=0.0 mw1<=.9 mw2<=.9 mw3<=.9 mw4<=.9 $
```

```
mw5<=.9 mw1+mw2+mw3+mw4+mw5==1.0
```

```
*
```

```
comp mw1=%uniform(.1,.3)
```

```
comp mw2=%uniform(.1,.12)
```

```
comp mw3=%uniform(.01,.07)
comp mw4=%uniform(.21,.32)
*comp mw5=%uniform(.01,.12)
comp mw5=1-(mw1+mw2+mw3+mw4)
dis mw5
set ret dat1 datf = (mw1*s1+mw2*s2+mw3*s3+mw4*s4+mw5*s5)
  set index2 dat1 datf =gd_c(dat1)
  set index2 dat1+1 datf =(1+ret(t))*index2{1} ; * index ; * 100*(index-index{1}/index{1})
  smpl s_dat1 *
*graph 1 ; # ret

graph(KEY=ATTACH) 2 ; # index2 ; # gd_c
@egtest(MAXlags=8,method=aic,noprint)
# index2 gd_c
disp "Test Statistic" %tstats(1)
disp "Critical Values" @20 "1%" @30 "5%" @40 "10%"
  disp cv(1) cv(2) cv(3)

comp zzzzz=.6

*LOOP
DO ITER=1,2,1
comp mw1=%uniform(.1,.3)
comp mw2=%uniform(.1,.12)
comp mw3=%uniform(.01,.07)
comp mw4=%uniform(.21,.32)
*comp mw5=%uniform(.01,.12)
comp mw5=1-(mw1+mw2+mw3+mw4)

find(method=bfgs,paramset=base+constraint,trace) maximum zzzzz
* dis mw1 mw2 mw3 mw4 mw5
set ret dat1 datf = (mw1*s1+mw2*s2+mw3*s3+mw4*s4+mw5*s5)
```

```
set index2 dat1 dat1 =gd_c(dat1)

set index2 dat1+1 datf =(1+ret(t))*index2{1} ;

smpl dat1 datf

smpl dat1+10 datf

@egtest(MAXlags=7,method=aic,noprint)

# index2 gd_c

*disp "Test Statistic" %tstats(1)

* disp "Critical Values" @20 "1%" @30 "5%" @40 "10%"

* disp cv(1) cv(2) cv(3)

comp zzzzz=abs(%tstats(1))

*dis zzzzz

end find

IF ZZZZZ.GT.ABS(CV(1))

{

COMP FZ= ZZZZZ

SET FINDEX / =index2

COMP FW(1)=MW1

COMP FW(2)=MW2

COMP FW(3)=MW3

COMP FW(4)=MW4

COMP FW(5)=MW5

DIS 'END'

*BREAK

EXIT

}

END

dis FZ

DIS FW

graph(KEY=ATTACH) 2 ; # FINDEX ; # gd_c

*****
```

*****BOX COX POFRT

DECLARE VECT[SERIES] boxm(6) Dboxm(6)

do ll=70,100,5

compute ll1=0.01*ll

COMP LL1=.8

do jn=1,5,1

set boxm(jn) dat1 datf =%BOXCOX(MET(jn),LL1)

set Dboxm(jn) dat1 datf = (boxm(jn)-boxm(jn)(T-1))/boxm(jn)(T-1)

end

SET BOXG DAT1 DATF =%BOXCOX(GD_C,LL1)

set DBOXG dat1 datf = (BOXG-BOXG(T-1))/BOXG(T-1)

list iser = Dboxm

graph 5

cards iser

SMPL DAT1 DATF

SET S1 / =Dboxm(1)

SET S2 / =Dboxm(2)

SET S3 / =Dboxm(3)

SET S4 / =Dboxm(4)

SET S5 / =Dboxm(5)

SET S6 / = dm(6)

*print(window=") / s1 to s6

SMPL DAT1 DATF

nonlin(parmset=base) mw1 mw2 mw3 mw4 mw5

nonlin(parmset=constraint) mw1>=0.0 mw2>=0.0 mw3>=0.0 mw4>=0.0 \$

mw5>=0.0 mw1<=.9 mw2<=.9 mw3<=.9 mw4<=.9 \$

mw5<=.9 mw1+mw2+mw3+mw4+mw5==1.0

*

```

comp mw1=%uniform(.1,.3)
comp mw2=%uniform(.1,.12)
comp mw3=%uniform(.01,.07)
comp mw4=%uniform(.21,.32)
*comp mw5=%uniform(.01,.12)
comp mw5=1-(mw1+mw2+mw3+mw4)
dis mw5
set ret dat1 datf =(mw1*s1+mw2*s2+mw3*s3+mw4*s4+mw5*s5)
  set index2 dat1 dat1 =gd_c(dat1)
  set index2 dat1+1 datf =(1+ret(t))*index2{1} ; * index ; * 100*(index-index{1}/index{1})
  smpl s_dat1 *
*graph 1 ; # ret

graph(KEY=ATTACH) 2 ; # index2 ; # BOXG
@egtest(MAXlags=8,method=aic,noprint)
# index2 gd_c
disp "Test Statistic" %tstats(1)
disp "Critical Values" @20 "1%" @30 "5%" @40 "10%"
disp cv(1) cv(2) cv(3)

```

15. Εφαρμογή Αμυντικών Δαπανών – Box Cox

```

cal 1960 1 1
all 2020:1
DATA(UNIT=INPUT,FORMAT=FREE,ORG=OBS) 1960:1 2019:1 Trk Gr Trkd Cypd
1960 1606.392985 1339.809554 . 0.04857303 0.035315712 .
1961 1553.942688 1506.433306 . 0.0424357 0.037645429 .
1962 1580.172319 1604.454801 . 0.040484297 0.037110834 .
1963 1620.097639 1648.555858 . 0.038244846 0.033873391 .
1964 1683.888718 1768.081427 . 0.035735621 0.034224652 .
1965 1821.465487 1852.4507 . 0.034984649 0.035544186 .
1966 1977.054525 1856.311594 . 0.035846874 0.031439811 .
1967 2545.679149 1999.991776 . 0.043457077 0.032595745 .
1968 2972.85426 2236.004954 . 0.046901803 0.032755556 .
1969 3365.144472 2167.761366 . 0.047887861 0.030793379 .
1970 3630.489065 2404.545775 . 0.041973022 0.032564885 .
1971 3837.514026 2755.373045 . 0.041191992 0.034997938 .
1972 4091.058026 2896.056666 . 0.039565251 0.034455206 .
1973 4113.853285 3070.587015 . 0.035177091 0.033494505 .
1974 5109.17096 3442.621995 . 0.048244688 0.031930214 .

```

1975	6572.432516	6020.345816	.	0.058473216	0.051194539	.	
1976	7192.593577	6325.195255	.	0.058292274	0.049430272	.	
1977	7625.085478	6090.272145	.	0.059185357	0.04713623	.	
1978	7788.55014	5576.862861	.	0.055754445	0.041873064	.	
1979	7544.907266	4948.273368	.	0.051812483	0.033572586	.	
1980	6525.549117	5128.682901	.	0.04660806	0.039003133	.	
1981	7724.055906	5786.378469	.	0.057357013	0.038245319	.	
1982	7881.421825	6325.759717	.	0.056265935	0.042981513	.	
1983	7189.435232	5985.194698	.	0.051724767	0.039376052	.	
1984	7056.927722	5818.320146	.	0.048354443	0.035970938	.	
1985	7003.940792	6172.724484	85.03897131	0.046925669	0.035310432		0.012702917
1986	5984.835142	6935.518824	112.6646077	0.041280151	0.036379925		0.015771579
1987	5971.681048	6623.626458	416.645614	0.042555204	0.033285853	0.053914777	
1988	6314.502952	5834.128507	477.507354	0.041982322	0.029322086	0.05700256	
1989	5920.62534	6750.40434	490.1496703	0.037658695	0.031487265	0.053693551	
1990	5985.886689	8156.833197	729.4311929	0.037982603	0.035277057		0.073740356
1991	5677.169749	8384.982425	716.0298983	0.034848651	0.037543642		0.072647761
1992	5899.83209	8819.690467	980.047559	0.036298009	0.038705665	0.09129286	
1993	5758.690318	9751.263052	440.302648	0.036001247	0.039214173	0.040749526	
1994	5857.896021	9533.680845	462.9659249	0.035819723	0.040513593	0.040239892	
1995	5983.18447	9794.130747	415.2151011	0.031731902	0.039016497	0.030410342	
1996	6341.616695	10961.34467	623.1333898	0.033119133	0.041396969	0.045247148	
1997	6757.844542	11423.99723	790.1389859	0.033658689	0.041036722	0.055739108	
1998	7363.977711	11970.45428	705.3518278	0.035338688	0.031845009	0.046763179	
1999	7709.652426	13217.16892	436.2067498	0.033604699	0.038890174	0.02733851	
2000	8137.086047	12791.26571	465.5719465	0.034653553	0.036610947	0.028220902	
2001	7957.910657	11726.02217	549.7088657	0.032514129	0.036034571	0.031532222	
2002	7806.222891	12476.46603	375.7965315	0.030773746	0.037959269	0.021301607	
2003	6687.726097	11602.62945	363.7129387	0.024938948	0.032960472	0.019851631	
2004	7352.796178	10782.34056	377.8946507	0.026056725	0.026979837	0.019557692	
2005	7950.917655	10392.2276	410.6101694	0.028365963	0.024093705	0.020374697	
2006	8266.748391	10878.35713	404.0180883	0.027834189	0.023595223	0.018999979	
2007	8260.186336	10489.16236	382.9704706	0.026793059	0.022179293	0.016845997	
2008	9182.676898	10640.15678	384.2435411	0.029830523	0.021992739	0.016297049	
2009	9627.664809	11385.06851	419.4636459	0.032248411	0.024893117	0.018168195	
2010	7398.46489	11183.65162	435.2199996	0.027270099	0.022866966	0.018578077	
2011	5956.733785	11279.58619	403.2479041	0.024769492	0.020427011	0.017426623	
2012	5268.478065	11556.40919	368.1611786	0.024076914	0.020245629	0.016593987	
2013	4919.765917	11868.24436	332.1809214	0.023576813	0.019385393	0.016110616	
2014	4879.615405	11954.84021	313.2573044	0.023335845	0.018815183	0.015491829	
2015	5174.743251	12301.57042	350.7784669	0.024509423	0.018223781	0.016585004	
2016	5390.41065	14422.76845	321.4406292	0.025430632	0.020644995	0.01415047	
2017	5386.107263	15480.22628	381.3513763	0.02516347	0.020652597	0.015894453	
2018	5757.114361	19648.69382	445.1919786	0.026406284	0.025469956	0.017843853	
2019	5732.207339	20795.81858	420.4446286	0.025719723	0.027183659	0.016276647	

print(window="") /

*****graphs*****

Graph(footer="Mil expenses - %GDP - Sipri Data", \$

key=attach, klabels=| | "Greece", "Turkey" | |) 2

; # grd ; # trkd

*****THRESHOLD GRAPHS

set y / = grD

comp kkk=4

**sour d:\BaiPerron(3).src

**smpl dat1+6 datf

```
@baiperron(minspan=8,maxbreaks=kkk,tests,nfix=1) grD

# grd{1} trkD constant
*
* Compute the means of the BP chosen subsamples
*
dec vect[series] dummies(kkk)
do i=1,kkk
    set dummies(i) = t<=%breakpoints(i)
end do i
*
linreg grD
# constant dummies
*
prj bgrD
inquare(series=grD) dat1 datf
smpl dat1 datf
graph(key=attach,HEADER='Military Expenses - Greece',footer=" Our Estimates",,$

grid=(t==%breakpoints(1)).OR.grid=(t==%breakpoints(2)).OR.grid=(t==%breakpoints(3)).OR.grid
=(t==%breakpoints(4))) 2 ;# bgrD ;# grD

*****8TURKEY

smpl dat1+6 datf

@baiperron(minspan=8,maxbreaks=kkk,tests,nfix=1) TRKd

# TRKd{1} GRd constant
*
* Compute the means of the BP chosen subsamples
*
dec vect[series] dummies(kkk)
do i=1,kkk
    set dummies(i) = t<=%breakpoints(i)
end do i
```


*

linreg TRKd

constant dummies

*

prj bPTRK

inquare(series=grd) dat1 datf

smpl dat1 datf

graph(key=attach,HEADER='Military Expenditure Turkey',footer=" Our Estimates",,\$

grid=(t==%%breakpoints(1)).OR.grid=(t==%%breakpoints(2)).OR.grid=(t==%%breakpoints(3)).OR.grid=(t==%%breakpoints(4))) 2 ;# bPTRK ;# TRKd

graph(key=attach,HEADER='Military Expenditure Equilibrium Greece - Turkey',footer=" Our Estimates",,\$

grid=(t==%%breakpoints(1)).OR.grid=(t==%%breakpoints(2)).OR.grid=(t==%%breakpoints(3)).OR.grid=(t==%%breakpoints(4))) 2 ;# bPTRK ;# bgrD

graph(key=attach,HEADER='Military Expenditure Equilibrium Greece - Turkey',footer=" Our Estimates",,\$

grid=(t==%%breakpoints(1)).OR.grid=(t==%%breakpoints(2)).OR.grid=(t==%%breakpoints(3)).OR.grid=(t==%%breakpoints(4))) 4 ;# trkd ;# grd ;# bPTRK ;# bgrD

*****LINEAR COINTERGRATION Y X *****

inquare(series=trk) dat1 datf

smpl dat1 datf

set y / = trkd

set x / =grd

GRAPH(KEY=ATTACH) 2 ;# Y ;# X

set ddd / = y-x

graph 1 ;# ddd

linreg y / resid

```
# X constant
```

```
*
```

```
@regactfit(footer="EG Cointegration relationship")
```

```
*
```

```
* This does the Engle-Granger test on the residuals. Because the
```

```
* critical values change with the number of endogenous variables, you
```

```
* have to provide that information as an option.
```

```
*
```

```
@egtestresids(nvar=2,lags=10,method=aic) resid
```

```
*
```

```
* The alternative procedure is EGTEST which also does the first step
```

```
* regression.
```

```
*
```

```
@egtest
```

```
# y X
```

```
set dy / =(y-y{1})/y{1}
```

```
set dx / =(x-x{1})/x{1}
```

```
linreg y / res1
```

```
# constant x
```

```
SET MX / =(y{1}-%beta(1)-%beta(2)*x{1})
```

```
stwise(define=eq1,force=1) dy
```

```
# mx dx{0 to 1} dy{1}
```

```
prj fdy
```

```
*print(window="") DAT1 DATF FDY y
```

```
inqusre(series=fdy) dat1 datf
```

```
set zdy dat1 dat1+1 = y
```

```
set zdy dat1+2 datf = (1+fdy)*zdy{1}
```

```
*print(window="") / zdy
```

```

INQUARE(SERIES=ZDY) FDAT1 FDATF

SMPL DAT1 DATF

set trkd = y

set Stwise_trkd = zdy

graph(footer= "Linear specification for turkey",key=upleft) 2 ; # trkd ; # Stwise_trkd

*****the case of greece

linreg x / res1

# constant y

SET MX / =(x{1}-%beta(1)-%beta(2)*x{1})

stwise(define=eq1,force=1) dx

# mx dy{0 to 1} dx{1 to 1}

prj fdy

*print(window=") DAT1 DATF FDY y

inqusre(series=fdy) dat1 datf

set zdy dat1 dat1+1 = x

set zdy dat1+2 datf = (1+fdy)*zdy{1}

print(window=") / zdy

graph 2 ; # x ; # zdy

*****

set Grd = x

set Stwise_grd = zdy

graph(footer= "Linear specification for Greece",key=upleft) 2 ; # Grd ; # Stwise_grd

*****

*****NONLINEAR COINTERGRATION

*****

*****BOX COX

graph(key=upleft) 2; #y ; #x

```

```
INQUARE(SERIES=trk) DAT1 DATF
```

```
SMPL DAT1 DATF
```

```
CLEAR FY FX
```

```
set fy /=y
```

```
set fx /=x
```

```
graph 2 ; # y ; # x
```

```
COMP FSTAT=0.0
```

```
COMP SUM_1=0.0
```

```
COMP SUM_3=0.0
```

```
COMP SUM_2=0.0
```

```
COMP INDX_1=1
```

```
do ll=-300,300,10
```

```
COMP ll1=0.01*ll
```

```
if ll1<>0.0
```

```
{
```

```
set b_y1 DAT1 DATF =%BOXCOX(Fy,LL1)
```

```
set b_y2 DAT1 DATF =%BOXCOX(fx,LL1)
```

```
*print / b_y1 ay1
```

```
@EGTEST(noprint)
```

```
# b_y1 b_y2
```

```
@EGCRTVAL(detcomp=constant) datf-dat1+1 2 cv
```

```
dis ll1 %tstats(1) cv(3)
```

```
IF %tstats(1).LT.CV(3)
```

```
{
```

```
COMP FSTAT=%tstats(1)
```

```
}
```

```
}
```

```
**end ll
```

**DIS FSTAT cv(1) cv(2) cv(3)

IF FSTAT.LT.CV(1)

{

COMP SUM_1=SUM_1+1

}

IF FSTAT.LT.CV(2)

{

COMP SUM_2=SUM_2+1

}

IF FSTAT.LT.CV(3)

{

COMP SUM_3=SUM_3+1

}

COMP INDX_1=INDX_1+1

END ITER

DIS INDX_1 ||1 (SUM_1/indx_1)*100 (SUM_2/indx_1)*100 (SUM_3/indx_1)*100

*END

DIS (SUM_1) (SUM_2) (SUM_3)

*END

*****reproduction with box cox

INQUARE(SERIES=B_Y1) DAT1 DATF

SMPL DAT1 DATF

spgraph(vfi=2,hfi=1)

graph(header="%GDP Military expenses",key=upleft,klabels=||"Turkey","Greece"||) 2; #y; #x

graph(header="Box-cox transformed series",key=upleft,klabels=||"Box Cox Turkey","Box Cox Greece"||) 2; # b_y1; # b_y2

spgraph(done)

```
@egtest(lags=5,method=bic)

# b_y1 b_y2

set db1 /=(b_y1-b_y1{1})/b_y1{1}
set db2 /=(b_y2-b_y2{1})/b_y2{1}

graph(header="% change of transformed series",klabels= ||"Turkey","Greece" ||,key=upleft) 2 ; # db1
; # db2

linreg b_y1 / res1
# constant b_y2
SET MX /=(b_y1{1}-%beta(1)-%beta(2)*b_y2{1})
graph 1 ; # mx
stwise(define=eq1,force=1) db1
# mx db2{0 to 1} db1{1 to 1}
prj fdy

*print(window=") DAT1 DATF FDY b_Y1

set zdy dat1 dat1+1 = b_y1
set zdy dat1+2 datf = (1+fdy)*zdy{1}
*print(window=") / zdy
graph(key=upleft,klabels= ||"Turkey box cox transformed","Estimated with ECM" ||) 2 ; # b_y1 ; # zdy
print / trkd b_y1 zdy fy
*SET FY / =EXP(LOG(3.3*B_Y1+1)/3)
SET FY / =EXP(LOG(3*ZDY+1)/3)

GRAPH(KEY=ATTACH,klabels= ||"Turkey","Estimated with ECM" ||) 2 ; # FY ; # Y ;

linreg fy
# constant y
```

```
scatter(lines=||%beta(1),%beta(2)||,header="MA(1)")
```

```
# x y
```

```
INQUARE(SERIES=B_Y1) MDAT1 MDATF
```

```
SMPL MDAT1 MDATF
```

```
*PRINT(WINDOW="") MDAT1 MDATF B_Y1
```

```
linreg(DEFINE=ZEQ1) b_y1 MDAT1 MDATF res1
```

```
# constant b_y2
```

```
DECLARE VECT[SERIES] ZZY(30)
```

```
do draw=1,20
```

```
*COMP DRAW=1
```

```
SMPL MDAT1 MDATF
```

```
uforecast(simulate,equation=ZEQ1,NOPRINT) SB_Y1
```

```
linreg(DEFINE=ZEQ1,NOPRINT) Sb_y1 / res1
```

```
# constant b_y2
```

```
SET MX / =(Sb_y1{1}-%beta(1)-%beta(2)*b_y2{1})
```

```
*graph 1 ; # mx
```

```
stwise(define=eq1,force=1,NOPRINT) db1
```

```
# mx db2{0 to 1} db1{1 to 1}
```

```
prj fdy
```

```
*print(window="") DAT1 DATF FDY b_Y1
```

```
set zdy Mdat1 Mdat1+1 = b_y1
```

```
set zdy Mdat1+2 Mdatf = (1+fdy)*zdy{1}
```

```
*print(window="") / zdy
```

```
graph 2 ; # b_y1 ; # zdy
```

```
*SET FY /=EXP(LOG(3.3*B_Y1+1)/3)
```

```
SET FY /=EXP(LOG(3*ZDY+1)/3)
```

```
*GRAPH(KEY=ATTACH) 2 ; # FY ; # Y
```

```
SET ZZY(DRAW) / = FY
```

```
END
```

```
graph 2; #y; #x
```

```
SET ZZY(1) / = Y
```

```
list iser = ZZY
```

```
graph 1; #zzy(1)
```

```
graph(footer="Simulated forecasts, Turkey",key=upleft) 20
```

```
cards iser
```

```
graph(footer="Simulated forecasts", $
```

```
key=attach,klabels=| |"Greece","Turkey" | |) 2
```

```
# y ; # x
```

```
linreg fy
```

```
# constant y
```

```
scatter(lines=| |%beta(1),%beta(2) | |,header="MA(1)")
```

```
# x y
```

```
*****
```

```
PRINT(WINDOW="") / FY Y
```

```
*****
```

```
linreg b_y2 / res1
```

```
# constant b_y1
```



```

SET MX / =(b_y2{1}-%beta(1)-%beta(2)*b_y1{1})

graph 1 ; # mx

stwise(define=eq1,force=1) db2

# mx db1{0 to 1} db2{1 to 1}

prj fdy

print(window='') DAT1 DATF FDY b_Y2

inquare(series=fdy) mdat1 mdatf

set zdy mdat1 mdat1+1 = b_y2

set zdy mdat1+2 mdatf = (1+fdy)*zdy{1}

print(window='') / zdy

graph 2 ; # b_y2 ; # zdy

SMPL DAT1 DATF

*SET FY / =EXP(LOG(3.3*B_Y1+1)/3)

SET FY / =EXP(LOG(3*ZDY+1)/3)

GRAPH(KEY=ATTACH) 2 ; # FY ; # X

PRINT(WINDOW='') / FY X zdy

*****BBOTSTRAP

linreg(DEFINE=ZEQ2) b_y2 / res1

# constant b_y1

DECLARE VECT[SERIES] ZZ(30)

do draw=1,20

*COMP DRAW=1

SMPL MDAT1 MDATF

uforecast(simulate,equation=ZEQ1,NOPRINT) SB_Y2

linreg(DEFINE=ZEQ1,NOPRINT) Sb_y2 / res1

```

```
# constant b_y1

SET MX / =(Sb_y2{1}-%beta(1)-%beta(2)*b_y1{1})

*graph 1 ; # mx

stwise(define=eq1,force=1,NOPRINT) db2

# mx db1{0 to 1} db2{1 to 1}

prj fdy

*print(window='') DAT1 DATF FDY b_Y1

set zdy Mdat1 Mdat1+1 = b_y2
set zdy Mdat1+2 Mdatf = (1+fdy)*zdy{1}
*print(window='') / zdy
*graph 2 ; # b_y1 ; # zdy

*SET FY / =EXP(LOG(3.3*B_Y1+1)/3)
SET FX / =EXP(LOG(3*ZDY+1)/3)

*GRAPH(KEY=ATTACH) 2 ; # FX ; # X

SET ZZ(XDRAW) / = FX

END

SET ZZ(X1) / = X

list iser = ZZ(X)

graph(footer="Simulated forecasts, Greece",key=upleft) 20

cards iser
```

Παράρτημα Γ- Βιβλιογραφικές αναφορές

1. *Nonlinearity: The History and Philosophy of the Science* Burke, Kenneth M. Online Submission, Paper presented at the Biennial Qualitative Research Conference: Generations in Qualitative Research (7th, St. Lous, MO, Feb 6-7, 2009)
2. Alwyn C. Scott (2007), *The Nonlinear Universe: Chaos, Emergence, Life* (The Frontiers Collection), Springer, p.04.
3. *Nonlinearity: The History and Philosophy of the Science* Burke, Kenneth M. Online Submission, Paper presented at the Biennial Qualitative Research Conference: Generations in Qualitative Research (7th, St. Lous, MO, Feb 6-7, 2009)
4. Henri Poincaré, (1903), *Science and Method* p.68.
5. Francesco Mosconi, Thomas Julou, Nicolas Desprat, Deepak Kumer Sinha, Jean- Francois Allemand, Vincent Croquette and David Bensimon (2008), "Some Nonlinear Challenges in biology", *Nonlinearity* 21, T113-147.
6. Malthus Thomas, (1798), *An Essay on the Principle of Population*.
7. Clark, Gregory. "Yields Per Acre in English Agriculture, 1250-1860: Evidence from Labour Inputs." *The Economic History Review* 44, no. 3 (1991): 445-60
8. Charles Elton and Mary Nicholson, *The Ten-Year Cycle in Numbers of the Lynx in Canada*, *Journal of Animal Ecology*, Vol. 11, No. 2 (Nov., 1942), pp. 215-244.
9. H. Tong; K. S. Lim, *Threshold Autoregression, Limit Cycles and Cyclical Data* *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, Vol. 42, No. 3. (1980), pp.245-292.
10. M. J. Campbell and A. M. Walker, *A Survey of Statistical Work on the Mackenzie River Series of Annual Canadian Lynx Trappings for the Years 1821-1934 and a New Analysis*, *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, Vol. 140, No. 4 (1977), pp.411-431.
11. Heath A. Richard (2000), *Nonlinear Dynamics: Techniques and Application in Psychology*, Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
12. Bertenthal, B.I., "Dynamical Systems: It's About Time," in Boker & Wenger (eds.), *Data Analytic Techniques for Dynamical Systems: The Notre Dame Series on Quantitative Methodology* (New Jersey: Laurence Erlbaum Associates, Inc., 2007).
13. Hart, H. (1945), "Logistic social trends," *American Journal of Sociology* 50, 337-352.
14. Taagepera, R. (1978) *Size and Duration of Empires: Growth-Decline Curves, 3000 to 600 B.C.* *Social Science Research* 7:180-196.
15. Taagepera Rein, "Expansion and Contraction Patterns of Large Polities: Context for Russia", *International Studies Quarterly*(1997) 41, 475-504.
16. Lewis Peter (1982), "Insights from history: The next great empire", *Futures* Vol.42, Issue 1, p.47-61.

17. T. Modis, "The limits of complexity and change" *The Futurist*, May-June, 2003.
18. T.Modis, " Forecasting the growth of complexity and change", *Technological Forecasting & Social Change* 69 (2002) 377 – 404.
19. Scheinkman, J.A., LeBaron, B. (1989). *Nonlinear dynamics and stock returns. Journal of Business*, 62 (3), 311–337.
20. Kyrtsoy C, Terraza M (2003), *Is it Possible to Study Chaotic and ARCH Behaviour Jointly? Application of a Noisy Mackey- Glass Equation with Heteroskedastic Errors to the Paris Stock Exchange Return Series, Computational Economics* 21: 257-276.
21. Kanas, A.(2003)'Non-linear cointegration between stock prices and dividends', *Applied Economics Letters*,10:7,401— 405.
22. Yoshida Z.(2010), *Nonlinear Science : The Challenge of Complex Systems*. Springer.
23. Παπαδάκης Δ. Βασίλης, "Στρατηγική των Επιχειρήσεων: Ελληνική και Διεθνής Εμπειρία", Τόμος Α, 4η έκδοση, σελ.44
24. Δασκαλόπουλος Δ., "Δύο σενάρια για το Μέλλον της Ελληνικής Βιομηχανίας", *Εφημερίδα κέρδος, ένθετο επιχειρήσεων (Σεπ.2000)*, σελ.202-205
25. Albu, Lucian-Liviu (2006): *Non-linear models: applications in economics*, Munich Personal RePEc Archive
26. Sportelli, Mario and Mastorillo, Marina, *Non-Linear Dynamics and Complexity in Economics: A Historical Overview (December 04, 2014)*. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2548210> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2548210>
27. Perona, Eugenia, (2005), *Birth and Early History of Nonlinear Dynamics in Economics*, *Revista de Economía y Estadística*, XLIII, issue 2, p. 29-60
28. C.W.J Granger και T. Terasvirta (1993) – *Modelling Nonlinear Economic Relationships (Ch.01, p.01)- Oxford University Press*.
29. Grandmont, J.M. (1994). "Anticipations et fluctuations économiques endogE'mes nonlineaires", *Revue d'Economie Politique* 104, 277-293.
30. Κάτος Α. , *Οικονομετρία: Θεωρία και Εφαρμογές(2004)*
31. C.W.J Granger και T. Terasvirta (1993) – *Modelling Nonlinear Economic Relationships (Ch.01, p.01)- Oxford University Press*.
32. Lee, T.H., White, H., και Granger, C.W.J (1993) – *Testing for neglected Nonlinearity in time series models : a comparison of neural network methods and alternative tests, Journal of Econometrics* 56, 269-90.
33. Clive W. J. Granger & Tae-Hwy Lee (1999) *The effect of aggregation on nonlinearity, Econometric Reviews*, 18:3, 259-269.
34. Fan J., Yao Q, *Nonlinear time series :Nonparametric and Parametric Methods*, 2003, Springer.

35. Moran, P.A.P. (1953). *The statistical analysis of the Canadian lynx cycle, I: Structure and prediction*. *Australian Journal of Zoology*, 1, 163–173.
36. Morley J. and Piger J. , *The Asymmetric Business Cycles*, *The Review of Economics and Statistics*, February 2012, Vol. 94, No. 1, Pages 208-221.
37. Keynes, John Maynard. *The General Theory of Employment, Interest and Money*. London: Macmillan, 1936, p.314.
38. Neftçi, Salih N. "Are Economic Time Series Asymmetric over the Business Cycle?" *Journal of Political Economy* 92, no. 2 (1984): 307-28.
39. Ana Beatriz C. Galvão, *Can non-linear time series models generate US business cycle asymmetric shape?*, *Economics Letters*, Volume 77, Issue 2, October 2002, Pages 187–194.
40. Kim, C-J. and Nelson, C. R (1999): "Friedman's Plucking Model of Business Fluctuations: Tests and Estimates of Permanent and Transitory Components," *Journal of Money, Credit and Banking*, 31, 317–334.
41. Fan J., Yao Q, *Nonlinear time series :Nonparametric and Parametric Methods*, 2003, Springer.
42. C.W.J Granger και T. Tirasvirta (1993) – *Modelling Nonlinear Economic Relationships* (Ch.01, p.08)- Oxford University Press.
43. Fan J., Yao Q, *Nonlinear time series :Nonparametric and Parametric Methods*, 2003, Springer.
44. Fredj Jawadi & Georges Prat, 2009. "Nonlinear Stock Price Adjustment in the G7 Countries," *EconomiX Working Papers 2009-21*, University of Paris West - Nanterre la Défense, EconomiX.
45. C.W.J Granger και T. Tirasvirta (1993) – *Modelling Nonlinear Economic Relationships* (Ch.08, p.135-141) Oxford University Press
46. Timo Teräsvirta, Dag Tjøstheim, Clive W.J. Granger *Modelling Nonlinear Economic Time Series*, (Ch.17,p452-458) Oxford University Press (2010)
47. C.W.J Granger και T. Tirasvirta (1993) – *Modelling Nonlinear Economic Relationships* (Ch.08, p.135-141) Oxford University Press
48. Clive W. J. Granger & Tae-Hwy Lee (1999) *The effect of aggregation on nonlinearity*, *Econometric Reviews*, 18:3, 259-269
49. Clive W. J. Granger, 1988. "Aggregation of time series variables-a survey," *Discussion Paper / Institute for Empirical Macroeconomics 1*, Federal Reserve Bank of Minneapolis.
50. K. Brännäs and H. Ohlsson, "Asymmetric Time Series and Temporal Aggregation" , *The Review of Economics and Statistics* May 1999,vol. 81, no.2 , p.341-344.
51. Alfred A. Haug, *Temporal Aggregation and the Power of Cointegration tests, a Monte Carlo study*, *Oxford bulletin of Economics and Statistics*, 64, 4 (2002) 0305-9049.

52. Marcellino, M. (1999). 'Some Consequences of Temporal Aggregation in Empirical Analysis', *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 17, pp. 129–36.
53. Timo Teräsvirta, Dag Tjøstheim, Clive W.J. Granger "modelling nonlinear economic time series", (ch.17, p 453-4) *Oxford university press* (2010)
54. Granger, C.W.J., Newbold, P., *Spurious Regressions in Econometrics*, *Journal of Econometrics* 2 (1974) 111-120.
55. G. Udny Yule, *Why do we sometimes get Nonsense- Correlations between Time- Series? – A study in Sampling and the Nature of Time Series*, *Journal of the Royal Statistical Society*, Vol. 89, No.1, Jan.1926, p.1-63
56. Granger, C.W.J., Newbold, P., *Spurious Regressions in Econometrics*, *Journal of Econometrics* 2 (1974) 111-120.
57. Hendry F. David, "Econometrics-Alchemy or Science?" *Economica*, *New Series*, vol.74, No.188, nov.1980, pp.387-406
58. Banerjee, A., Dolado, J.J, Galbraith, J.W. and D.F. Hendry (1993) *Co-integration, Error Correction and the Econometric Analysis of Non-Stationary Data*, *Advanced Text in Econometrics*, *Oxford University Press*.
59. Granger, C. W. J. (1981): "Some Properties of Time Series Data and Their Use in Econometric Model Specification," *Journal of Econometrics*, 121-130.
60. Robert F. Engle and C. W. J. Granger, *Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing*. *Econometrica*, Vol. 55, No. 2 (Mar., 1987), pp. 251-276.
61. James E.H. Davidson, David F. Hendry, Frank Srba, Stephen Yeo. "Econometric Modelling of the Aggregate Time Series Relationship Between Consumers' Expenditure and Income in the United Kingdom" *The Economic Journal*, vol.88, no.352, Dec.1978,661-692.
62. Granger, Clive W J, 1986. "Developments in the Study of Cointegrated Economic Variables," *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, *Department of Economics*, *University of Oxford*, vol. 48(3), pages 213-28, August.
63. Robert F. Engle and C. W. J. Granger, *Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing*. *Econometrica*, Vol. 55, No. 2 (Mar., 1987), pp. 251-276.
64. Granger, C. W. J. and Hallman, J. J. (1991) *Long-memory series with attractors*, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 53, 11–26.
65. Escribano, A. (2004) "Nonlinear Error Correction: The Case of Money Demand in the U.K, 1878–1970," *Macroeconomic Dynamics*, 8(1): 76–116.
66. Gilles Dufrenot και Valerie Mignon (2002) «Recent Developments in Nonlinear Cointegration with Applications to Macroeconomics and Finance».

67. Mohamed El Hedi Aroui, Fredj Jawadi and Duc Khuong Nguyen. «Nonlinear Cointegration and Nonlinear Error-Correction Models: Theory and Empirical Applications for Oil and Stock Markets» από το βιβλίο « Nonlinear Financial Econometrics: Markov Switching Models, Persistence and Nonlinear Cointegration» , Gregoriou, Pascaulau (2011).
68. Dumas, B. (1992). "Dynamic Equilibrium and the Real Exchange Rate in a Spatially Separated World", *Review of Financial Studies* 2, 153-180.
69. Heather M. Anderson, Transaction costs and Non-linear adjustment towards equilibrium in the US treasury bill market, *Oxford bulletin of Economics and Statistics*, 59, 4 (1997) 0305-9049
70. Michael P, Nobay A.R, D.A. Peel 1997, Transaction costs and nonlinear adjustment in real exchange rates: an empirical investigation. *Journal of Political Economy* 105,803-879
71. Granger, C.W.J. and Teräsvirta, T. (1993) *Modeling Nonlinear Economic Relationships*, Oxford University Press: Oxford, UK.
72. Balke S. Nathan, Fomby B. Thomas, *Threshold Cointegration*," *International Economic Review*, vol 38, no.3 (Aug.1997), pp 627-645
73. Granger, C.W.J. (Clive William John) & Escribano, Álvaro, 1998. "Investigating the relationship between gold and silver prices," *DES - Working Papers. Statistics and Econometrics*. WS 4517, Universidad Carlos III de Madrid. Departamento de Estadística.
74. Escribano, Alvaro & Pfann, Gerard A., 1998. "Non-linear error correction, asymmetric adjustment and cointegration," *Economic Modelling*, Elsevier, vol. 15(2), pages 197-216, April.
75. Sadorsky, P. (1999) Oil price shocks and stock market activity, *Energy Economics*, 21, 449–69. doi:10.1016/S0140-9883 (99)00020-1.
76. Franses, Van Dijk, *Nonlinear time series models in empirical finance*, 2000.
77. Liu, Y. (2001) "Modelling Mortgage Rate Changes with a Smooth Transition Error Correction Model," *Working Paper*, No. 23, Bank of Canada.
78. Enders, W. and Siklos, P. L. (2001). *Cointegration and threshold adjustment*. *Journal of Business and Economic Statistics* 19 166–176.
79. Alvaro Escribano & Santiago Mira, 2001. "Nonlinear error correction models," *Documentos de trabajo conjunto ULL-ULPGC 2001-03*, Facultad de Ciencias Económicas de la ULPGC.
80. Dufrenot and Mignon (2002), "Recent Developments in Nonlinear Cointegration with Applications to Macroeconomics and Finance", Springer.
81. Escribano, A. (2004) "Nonlinear Error Correction: The Case of Money Demand in the U.K, 1878–1970," *Macroeconomic Dynamics*, 8(1): 76–116.

82. Fredj Jawadi & Georges Prat, 2009. "Nonlinear Stock Price Adjustment in the G7 Countries," *EconomiX Working Papers 2009-21*, University of Paris West - Nanterre la Défense, EconomiX.
83. Sajal Ghosh, Kakali Kanjilal (2014), *Co-movement of international crude oil price and Indian Stock Market : Evidences from Nonlinear Cointegration tests*, *Energy Economics*.
84. Hatemi-J, A., 2008. *Tests for cointegration with two unknown regime shifts with an application to financial market integration*. *Empir. Econ.* 35 (3), 497–505.
85. Julien Chevaller, 2012. "Cointegration between carbon spot and futures prices: from linear to nonlinear modeling," *Economics Bulletin*, AccessEcon, vol. 32(1), pages 160-181.
86. Athanasios Athanaseas, Constantinos Katrakilidis, Emmanoyil Trachanas. *Government spending and revenues in the Greek economy: evidence for nonlinear cointegration*. *Empirica*, May 2014, volume 41, issue 2, pp 365-376.
87. Shin, Y., Yu, B., Greenwood-Nimmo, M., (2011) *Modelling asymmetric cointegration and dynamic multipliers in a nonlinear ARDL framework*. Mimeo.
88. Aysen Arac & A.Yasemin Yalta, "Testing the expectations hypothesis in Eurozone: A nonlinear cointegration analysis", *Finance Research Letters* 15 (2015), 41-48.
89. Kapetanios, G., Shin, Y., Snell, A., 2006. *Testing for cointegration in nonlinear smooth transition error correction models*. *Economet. Theor.* 22, 279–303.
90. Chang, T., & Chen, W.-Y. (2017). *Revisiting the relationship between suicide and unemployment: Evidence from linear and nonlinear cointegration*. *Economic Systems*, 41(2), 266–278.
91. Shin, Y., B. Yu and M. Greenwood-Nimmo (2014) *Modelling asymmetric cointegration and dynamic multipliers in a nonlinear ARDL framework*. In: W. C. Horrace and R. C. Sickles (eds.), *Festschrift in honor of Peter Schmidt: Econometric methods and applications*: New York. Springer Science And Business Media: 281-314.
92. Chlibi, S., Jawadi, F., & Sellami, M. (2017). *Modeling threshold effects in stock price co-movements: a vector nonlinear cointegration approach*. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, 21(1). doi:10.1515/snde-2016-0049
93. Hansen, B. E., and B. Seo. 2002. "Testing For Two-Regime Threshold Cointegration in Vector Error Correction Models." *Journal of Econometrics* 110: 293–318.
94. Palaios, P., & Papapetrou, E. (2018). *Asymmetric dynamics in the social contributions and social benefits nexus in Greece*. *Economic Change and Restructuring*. doi:10.1007/s10644-018-9234-9
95. Lacheheb, Miloud and Sirag, Abdalla, (2019), *Oil price and inflation in Algeria: A nonlinear ARDL approach*, *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 73, issue C, p. 217-222.

96. Karantininis, K., Kostas, K., & Persson, M. (2011). *Price transmission in the Swedish pork chain: Asymmetric nonlinear ARDL*. Paper Presented at the EAAE 2011 Congress: Challenges and Uncertainty.
97. Sharma, Vishal & Mittal, Ashok. (2019). *Fiscal deficit, capital formation, and economic growth in India: a nonlinear ARDL model*. DECISION. 46. 10.1007/s40622-019-00223-8.
98. Polemis, Michael and Tsionas, Mike, (2019), *Bayesian nonlinear panel cointegration: an empirical application to the EKC hypothesis*, Letters in Spatial and Resource Sciences, 12, issue 2, p. 113-120.
99. Breitung, J.: *Rank tests for nonlinear cointegration relationships*. J. Bus. Econ. Stat. 19, 331–340 (2001)
100. Francisco Jareño, Marta Tolentino, María de la O González & Alejandro Oliver (2019) *Impact of changes in the level, slope and curvature of interest rates on U.S. sector returns: an asymmetric nonlinear cointegration approach*, Economic Research- Ekonomiska Istraživanja, 32:1, 1275-1297,
101. Kassouri, Y., & Altıntaş, H. (2019). *Threshold cointegration, nonlinearity, and frequency domain causality relationship between stock price and Turkish Lira*. Research in International Business and Finance, 101097. doi:10.1016/j.ribaf.2019.101097
102. Costas Siriopoulos & Sophia Kassapi, 2019. "Is Education an Investment for the Future? The Impact of the Greek case on Economic Growth," Annals of Social Sciences & Management studies, Juniper Publishers Inc., vol. 3(5), pages 116-119, July.
103. Husein, J., & Kara, S. M. (2020). *Nonlinear ARDL estimation of tourism demand for Puerto Rico from the USA*. Tourism Management, 77, 103998. doi:10.1016/j.tourman.2019.103998
104. Miteza, Ilir & Tanku, Altin. (2020). *Exchange rate changes and money demand in Albania: a nonlinear ARDL analysis*. Economic Change and Restructuring. 1-15. 10.1007/s10644-019-09261-9.
105. Jurgen Brauer (2002): *Survey and Review of the Defense Economics Literature on Greece and Turkey: What Have We Learned?*, Defence and Peace Economics, 13:2, 85-107.
106. Ploumis M(2007): *Hellenic Defence industrial base in the era of economic crisis*, South-Eastern Europe Journal of Economics 2 (2017) 103-125.
107. Mevlutoglu, A. 2017. *Commentary on Assessing the Turkish Defence Industry: Structural Issues and Major Challenges*. Defence Studies, 17(3).
108. Benoit, E. (1978) *Growth and defence in developing countries*. Economic Development and Cultural Change 26 271–280.
109. Deger, Saadet, 1986a. *'Economic Development and Defense Expenditure*, Economic Development and Cultural Change, vol. 35, no. 1, October, pp. 179-196.

110. Antonakis, N. (1997). *Military Expenditure and Economic Growth in Greece, 1960-90*. *Journal of Peace Research*, 34(1), 89-100
111. Kollias, C. and Makrydakis, S.V. (2000), "Tax and spend or spend and tax? Empirical evidence from Greece, Spain, Portugal and Ireland", *Applied Economics*, Vol. 32, pp. 533-46.
112. Karagianni, Stella & Pempetzoglou, Maria. (2009). *Defense spending and economic growth in Turkey: A linear and non-linear Granger causality approach*. *Defence and Peace Economics*. 20. 139-148.
113. Nikolaidou, E. (2016). *Greece, Portugal, Spain: New Evidence on the Economic Effects of Military Expenditure Using the New SIPRI Data*. *Economics of Peace and Security Journal*, 11(2): 20-27
114. Yolcu Karadam, J., Yildirim, J. & Öcal, N. (2017). *Military expenditure and economic growth in Middle Eastern countries and Turkey: A non-linear panel data approach*. *Defence and Peace Economics*, 28(6): 719-730.
115. Dunne, J. Paul; Smith, Ron P. (2019). *Military Expenditure, Investment and Growth*. *Defence and Peace Economics*, (), 1-14.
116. Dimitrios Doulos Et Al (2021). *How to Make Butter out of Guns: The Turkish Case and the Greek Bitter Lesson*, *European Research Studies Journal Volume XXIV Issue 1*, 1055-1072
117. Jurgen Brauer (2002): *Survey and Review of the Defense Economics Literature on Greece and Turkey: What Have We Learned?*, *Defence and Peace Economics*, 13:2, 85-107.
118. Christos Kollias & Stelios Makrydakis (1997): *Is there a Greek-Turkish arms race?: Evidence from cointegration and causality tests*, *Defence and Peace Economics*, 8:4, 355-379.
119. Wilson, A. (1979) "The Aegean Dispute", *Adelphi Papers*, No. 195, *International Institute for Strategic Studies*, London.
120. Conostas, D. (ed.) (1991) *The Greek-Turkish Conflict in the 1990s*, Macmillan.
121. Larrabee, S. (1992) "Instability And Change In The Balkans", *Survival*, Vol.34, pp. 31-49.
122. Clogg, R. (1983) "Troubled Alliance: Greece And Turkey", in R. Clogg (ed.), *Greece in the 1980s*, London, pp. 123-143.
123. Clogg, R. (1991) "Greek-Turkish Relations In The Post-1974 Period", in D. Conostas (ed.) *The Greek-Turkish Conflict in the 1990s*, pp.12-23.
124. Dunne, J.P., Nikolaidou, E. and Smith, R.P. (2005) *Is there an arms race between Greece and Turkey?* *Peace Economics, Peace Science and Public Policy*
125. Refenes, A. , C. Kollias & A. Zapranis (1995) " , *Defence Economics and Peace Economics* , Vol 6, No 1

126. Smith, R., Sola, M., & Spagnolo, F. (2000). *The Prisoner's Dilemma and Regime-Switching in the Greek-Turkish Arms Race*. *Journal of Peace Research*, 37(6), 737–750.
127. Öcal, N. (2002) *Asymmetric effects of military expenditure between Turkey and Greece*. *Defence and Peace Economics* 13(5) 405–416
128. Nadir Öcal & Jülide Yildirim (2009) *ARMS RACE BETWEEN TURKEY AND GREECE: A THRESHOLD COINTEGRATION ANALYSIS*, *Defence and Peace Economics*, 20:2, 123-129
129. Andreas S. Andreou & George A. Zombanakis (2011) *FINANCIAL VERSUS HUMAN RESOURCES IN THE GREEK–TURKISH ARMS RACE 10 YEARS ON: A FORECASTING INVESTIGATION USING ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS*, *Defence and Peace Economics*, 22:4, 459-469
130. D. Paparas, Christian Richter & A. Paparas (2016), “*Military Spending and Economic Growth in Greece and the Arms Race between Greece and Turkey*, *Journal of Economics Library*, volume 3 , March 2016, Issue 1
131. Kollias, Christos & Paleologou, Suzanna-Maria & Stergiou, Andreas. (2016). *Military expenditure in Greece: Security challenges and economic constraints*. *The Economics of Peace and Security Journal*. 11. 10.15355/epsj.11.1.28.
132. Asiye TÛTÛNCÛ & Burak ŞAHİNGÖZ, 2020. "Arms Race Between Turkey and Greece: Time-Varying Causality Analysis," *Sosyoekonomi Journal*, *Sosyoekonomi Society*, issue 28(45).
133. Ioannis Choulis, Marius Mehrl & Kostas Ifantis (2021) *Arms Racing, Military Build-Ups and Dispute Intensity: Evidence from the Greek-Turkish Rivalry, 1985-2020*, *Defence and Peace Economics*
134. Corbae, D. and Quliaris, S. (1988) *Cointegration and tests of purchasing power parity*, *Review of Economics and Statistics*, 70, 508–11.
135. Taylor, M. (1988) *An empirical examination of long-run purchasing power parity using cointegration techniques*, *Applied Economics*, 20, 1369–81.
136. Walter Enders (1988) *Arima and Cointegration Tests of PPP under Fixed and Flexible Exchange Rate Regimes*. *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 70, No. 3. (Aug., 1988), pp. 504-508.
137. Mark (1990), *Real and Nominal Exchange Rates in the Long Run, an empirical investigation*. *Journal of International Economics* 28 (1990) 115-136. North-Holland.
138. Patel, J. (1990) *Purchasing power parity as a long-run relation*, *Journal of Applied Econometrics*, 5, 367–79.
139. Yin-Wong Cheung, Kon S. Lai, “*A Fractional Cointegration Ananalysis of Purchasing Power Parity*” *Journal of Business & Economic Statistics*, January 1993, vol.11 , No.1.

140. Sercu, P., Uppal, R. and Van Hulle, C. (1995) *The exchange rate in the presence of transaction costs: implications for tests of purchasing power parity*, *Journal of Finance*, 50, 1309–19.
141. Michael, P., Nobay, R. and Peel, D. (1997) *Transaction costs and nonlinear adjustment in real exchange rates: an empirical investigation*, *Journal of Political Economy*, 105(4), 862–79.
142. Enders, Walter & Falk, Barry, 1998. "Threshold-autoregressive, median-unbiased, and cointegration tests of purchasing power parity," *International Journal of Forecasting*, Elsevier, vol. 14(2), pages 171-186, June
143. Enders, W., Granger, C.W.J., 1997. *Unit-root tests and asymmetric adjustment with an example using the term structure of interest rates*. Forthcoming. *Journal of Business and Economic Statistics*.
144. Sarno, L., 2000. *Real Exchange Rate Behavior in the Middle East: A Re-examination*. *Economics Letters*, 66, pp.127–36.
145. Bahmani-Oskooee, M., 1998. *Do exchange rates follow a random walk process in Middle Eastern countries?* *Economics Letters* 58, 339–344.
146. Holmes, M.J., 2001. *New Evidence on Real Exchange Rate Stationarity and Purchasing Power Parity in Less Developed Countries*. *Journal of Macroeconomics*. 23, pp.601-614.
147. Tsangyao Chang & Chi-Wei Su (2013): *Revisiting purchasing power parity for East Asian countries using the rank test for nonlinear cointegration*, *Applied Economics*, 45:19, 2847-2852.
148. Breitung, J. (2001) *Rank tests for nonlinear cointegration*, *Journal of Business and Economic Statistics*, 19, 331–40.
149. Moosa, Imad A. & Ma, Ming, 2018. "Linear and Nonlinear Attractors in Purchasing Power Parity," *Economia Internazionale / International Economics*, *Camera di Commercio Industria Artigianato Agricoltura di Genova*, vol. 71(2), pages 149-172.
150. Razzaque H. Bhatti & Nassar S. Al-Nassar (2021) *Price convergence and goods market integration in GCC countries*, *Macroeconomics and Finance in Emerging Market Economies*, 14:1, 86-104,
151. Anderl, C. and Caporale, G.M. (2021), "Nonlinearities and asymmetric adjustment to PPP in an exchange rate model with inflation expectations", *Journal of Economic Studies*, Vol. ahead-of-print No. ahead-of-print
152. Augustine c. Arize and Mohsen Bahmani-Oskooee, *Nonlinear ARDL approach and PPP: evidence from 82 countries*, *Global Economy Journal* Vol. 21, No. 01, 2150002 (2021)
153. Bohn, H. (1991). *Budget balance through revenue or spending adjustments? Some historical evidence for the United States*. *Journal of Monetary Economics* 27: 333-359.

154. Jones, J. D. and Joulfaian, D. (1991). *Federal government expenditures and revenues in the early years of the American Republic: Evidence from 1792 to 1860*. *Journal of Macroeconomics* 13: 133-155.
155. Oluwole Owoye (1995) *The causal relationship between taxes and expenditures in the G7 countries: cointegration and error-correction models*, *Applied Economics Letters*, 2:1, 19-22.
156. Hondroyiannis, George & Papapetrou, Evangelia, 1996. "An Examination of the Causal Relationship between Government Spending and Revenue: A Cointegration Analysis," *Public Choice, Springer*, vol. 89(3-4), pages 363-74, December.
157. Constantinos Katrakilidis, 1997. "Spending and revenues in Greece: new evidence from error correction modelling," *Applied Economics Letters, Taylor & Francis Journals*, vol. 4(6), pages 387-391.
158. Paresh Kumar Narayan & Seema Narayan (2006) *Government revenue and government expenditure nexus: evidence from developing countries*, *Applied Economics*, 38:3, 285-291.
159. Christos Kollias & Susana-Maria Paleologou, 2006. "Fiscal policy in the European Union: Tax and spend, spend and tax, fiscal synchronisation or institutional separation?," *Journal of Economic Studies, Emerald Group Publishing*, vol. 33(2), pages 108-120, May.
160. Paleologou, S-M, (2013) *Asymmetries in the revenue – expenditure nexus : a tale of three countries*, *Economic Modelling* 30, 52-60.
161. Athanasios Athanaseas, Constantinos Katrakilidis, Emmanoyil Trachanas. *Government spending and revenues in the Greek economy: evidence for nonlinear cointegration*. *Empirica*, May 2014, volume 41, issue 2, pp 365-376.
162. Shin, Y., Yu, B., Greenwood-Nimmo, M., (2011) *Modelling asymmetric cointegration and dynamic multipliers in a nonlinear ARDL framework*. Mimeo.
163. Mutascu, M. 2015. "A Bootstrap Panel Granger Causality Analysis of Government Revenues and Expenditures in the PIIGS Countries." *Economics Bulletin* 35 (3):2000–04.
164. Mesut Karakas & Taner Turan, 2019. "The Government Spending-Revenue Nexus in CEE Countries: Some Evidence for Asymmetric Effects," *Prague Economic Papers, Prague University of Economics and Business*, vol. 2019(6), pages 633-647.
165. Petrakos, G., Rontos, K., Vavoura, C., Vavouras, I. (2021). *The Mechanism of Political Budget Cycles in Greece*. In: Tsounis, N., Vlachvei, A. (eds) *Advances in Longitudinal Data Methods in Applied Economic Research. ICOAE 2020*. Springer Proceedings in Business and Economics. Springer, Cham
166. Karpoff, Jonathan M., 1987. "The Relation between Price Changes and Trading Volume: A Survey," *Journal of Financial and Quantitative Analysis, Cambridge University Press*, vol. 22(01), pages 109-126, March.

167. Hiemstra, C. and Jones, J. D. (1994), *Testing for Linear and Nonlinear Granger Causality in the Stock Price-Volume Relation*. *The Journal of Finance*, 49: 1639–1664.
168. Copeland, T., 1976, *A model of asset trading under the assumption of sequential information arrival*, *Journal of Finance* 31, 135-155.
169. Jennings, R., L. Starks, and J. Fellingham, 1981, *An equilibrium model of asset trading with sequential information arrival*, *Journal of Finance* 36, 143-161.
170. Lakonishok, J., and S. Smidt, 1989, *Past price changes and current trading volume*, *The Journal of Portfolio Management* 15, 18-24.
171. Clark, P., 1973, *A subordinated stochastic process model with finite variances for speculative prices*, *Econometrica* 41, 135-155.
172. CWJ Granger, O Morgenstern, *Spectral analysis of New York Stock Market Prices-Kyklos*, 1963
173. Godfrey, M. D., Granger, C. W. J. and Morgenstern, O. (1964), *The random-walk hypothesis of stock market behavior a*. *Kyklos*, 17: 1–30
174. Godfrey, M. D., Granger, C. W. J. and Morgenstern, O. (1964), *The random-walk hypothesis of stock market behavior a*. *Kyklos*, 17: 1–30
175. Clark, P. K. "A Subordinated Stochastic Process Model with Finite Variance for Speculative Prices." *Econometrica*, 41 (Jan. 1973), 135-155.
176. Epps, T. W., and M. L. Epps. "The Stochastic Dependence of Security Price Changes and Transaction Volumes: Implications for the Mixture-of-Distributions Hypothesis." *Econometrica*, 44 (March 1976), 305-321.
177. Copeland, T. E. "A Model of Asset Trading under the Assumption of Sequential Information
178. Arrival." *Journal of Finance*, 31 (Sept. 1976), 1149-1168.
179. Richard J. Rogalski, *The Dependence of Prices and Volume*, *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 60, No. 2 (Apr., 1978), pp. 268-274.
180. Haugh, Larry D., "Checking the Independence of Two Covariance-Stationary Time Series: A Univariate Residual Cross-Correlation Approach," *Journal of the American Statistical Association* 71 (June 1976), 378-385.
181. Karpoff, Jonathan M., 1987. "The Relation between Price Changes and Trading Volume: A Survey," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Cambridge University Press, vol. 22(01), pages 109-126, March.
182. Hanna, M. "Security Price Changes and Transaction Volumes: Additional Evidence." *American Economic Review*, 68 (Sept. 1978), 692-695.
183. Smirlock, M., and L. Starks. "A Transactions Approach to Testing Information Arrival Models." *Working Paper*, Washington Univ. (Aug. 1984).

184. Jain, P. C., and G. Joh. "The Dependence between Hourly Prices and Trading Volume." Working Paper, The Wharton School, Univ. of PA (Sept. 1986).
185. José A. Scheinkman and Blake LeBaron, *Nonlinear Dynamics and Stock Returns Source: The Journal of Business*, Vol. 62, No. 3 (Jul., 1989), pp. 311-337.
186. David A. Hsieh, *Chaos and Nonlinear Dynamics: Application to Financial Markets*, *The Journal of Finance*, vol.46, No.5 (Dec.1991), pp 1839-1877.
187. Brock, W.A., W.D. Dechert and J.A. Scheinkman (1987). "A Test for Independence Based on the Correlation Dimension", mimeo.
188. Gallant, A. Ronald, Rossi Peter E., and Tauchen George. "Stock Prices and Volume." *The Review of Financial Studies* 5, no. 2 (1992): 199-242.
189. Hiemstra, C., and J. Jones, 1992, *Detection and description of linear and nonlinear dependence in daily Dow Jones stock returns and NYSE trading volume*, Working paper, University of Strathclyde and Securities and Exchange Commission
190. Hiemstra, C., and Jones, J. D. (1994), *Testing for Linear and Nonlinear Granger Causality in the Stock Price-Volume Relation*. *The Journal of Finance*, 49: 1639–1664.
191. Kim, M., C. Nelson, and R. Startz, 1991, *Mean reversion in stock prices? A reappraisal of the empirical evidence*, *Review of Economic Studies* 58, 515-528.
192. Brooks, C. (1997) *Linear and non-linear (non-)forecastability of high-frequency exchange rates*. *Journal of Forecasting*, 16 (2). pp. 125-145.
193. Kanas, A.(2003)'Non-linear cointegration between stock prices and dividends',*Applied Economics Letters*,10:7,401— 405.
194. Catherine Kyrtsov & Michel Terraza, 2010. "Seasonal Mackey–Glass–GARCH process and short-term dynamics," *Empirical Economics*, Springer, vol. 38(2), pages 325-345, April.
195. Thomas C. Chiang, Zhuo Qiao & Wing-Keung Wong, *New evidence on the Relation between Return Volatility and Trading Volume*, *Journal of Forecasting J. Forecast.* 29, 502–515 (2010).
196. Brooks C. 1998. *Predicting stock index volatility: can market volume help?* *Journal of Forecasting* 17: 59–80.
197. Andersen TG, Bollerslev T, Diebold FX, Ebens H. 2001. *The distribution of realized stock return volatility*. *Journal of Financial Economics* 61: 43–76.
198. Sahoo, P.K., Sethi, D. and Acharya, D. (2019), "Is bitcoin a near stock? Linear and non-linear causal evidence from a price–volume relationship", *International Journal of Managerial Finance*, Vol. 15 No. 4, pp. 533-545.
199. Evangelia Kasimati (2011) *Did the climb on the Greek sovereign spreads cause the devaluation of euro?*,*Applied Economics Letters*, 18:9, 851-854.

- 200.** von Hagen, J., Schuknecht, L., Wolswijk, G., 2011. *Government bond risk premiums in the EU revisited: the impact of the financial crisis*. *European Journal of Political Economy* 27 (1), 36–43.
- 201.** Afonso, A., Furceri D., Gomes P, *Sovereign credit ratings and financial market linkages: Application to European data*, *Journal of International Money and Finance* 31 (2012) 606-638.
- 202.** Pauld De Grauwe, Yuemei Ji, *Self-fulfilling crises in the Eurozone : An empirical test*, *Journal of International Money and Finance* 34 (2013) 15-36.
- 203.** Raffaella Giordano, Marcello Pericoli, Pietro Tommasino. *Pure or wake-up-call contagion? Another look at the EMU sovereign debt crisis*. *Temi di Discussione (working papers), number 904, April 2013 banca d'italia eurosistema*.
- 204.** Gibson, Heather D. & Hall, Stephen G. & Tavlás, George S., 2014. "Fundamentally Wrong: Market Pricing of Sovereigns and the Greek Financial Crisis," *Journal of Macroeconomics, Elsevier, vol. 39(PB), pages 405-419*.
- 205.** Michael Ehrmann, Marcel Fratzscher, *Euro area government bonds—fragmentation and contagion during the sovereign debt crisis*, *Journal of International Money and Finance* (2016)
- 206.** Rodrigues, Paulo M. M.; Sibbertsen, Philipp; Voges, Michelle (2019) : *Testing for breaks in the cointegrating relationship: On the stability of government bond markets' equilibrium*, *Hannover Economic Papers (HEP), No. 656, Leibniz Universität Hannover, Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät, Hannover*
- 207.** Brock, W.A., W.D. Dechert, and J.A. Scheinkman, 1986, *A test for independence based on the correlation dimension*, *Discussion paper (Department of Economics, University of Wisconsin, Madison, WI)* και W. A. Broock, J. A. Scheinkman, W. D. Dechert & B. LeBaron (1996) *A test for independence based on the correlation dimension*, *Econometric Reviews*, 15:3, 197-235
- 208.** *Modelling Financial Time Series*, Eric Zivot, Springer 2006, Chapter 18 σελίδα 653
- 209.** White, H. (1989), "An additional hidden unit test for neglected nonlinearity in multilayer feedforward networks," *Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks, Washington, D.C., San Diego: SOS Printing* 11: 451-455
- 210.** Lee Tae-Hwy, White Halbert, Granger W.J. Clive, "Testing for neglected nonlinearity in time series models", *Journal of Econometrics* 56(1993) 269-290. North Holland.
- 211.** Teräsvirta, T., Lin, C.-F., & Granger, C. W. J. (1993). *POWER OF THE NEURAL NETWORK LINEARITY TEST*. *Journal of Time Series Analysis*, 14(2), 209–220
- 212.** Ramsey, J. B. (1969). "Test for Specification error in Classical Linear Least Squares Regression Analysis," *Journal of the Royal Statistical Society, Series B.* 31, 350-371.
- 213.** Timo Teräsvirta, Dag Tjøstheim, Clive W.J. Granger *Modelling Nonlinear Economic Time Series, (Ch.17,p452-458) Oxford University Press (2010)*

214. Hinich, M. (1996). "Testing for Dependence in the Input to a Linear Time Series Model", *Journal of Nonparametric Statistics* 6, 205-221.
215. Hinich, M.J. and D.M. Patterson (1995). "Detecting Epochs of Transient Dependence in White Noise", Working Paper, University of Texas.
216. McLeod, A. I. and Li, W. K.: Diagnostic checking ARMA time series models using squared residual autocorrelations, *Journal of Time Series Analysis*, 4, 269–273, 1983
217. Granger, C.W.J. and A.P. Andersen (1978). *An Introduction to Bilinear Time Series Models*. Vandenhoeck and Ruprecht, Gottingen.
218. Keenan, D.M., 1985, A Tukey nonadditivity type test for time series nonlinearity, *Biometrika* 72,39-44.
219. Engle, R.: Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of UK inflation, *Econometrica*, 50, 987–1008, 1982
220. Dufrenot and Mignon (2002), "Recent Developments in Nonlinear Cointegration with Applications to Macroeconomics and Finance", Springer
221. Lo, A.W. (1991). "Long-term Memory in Stock Market Prices", *Econometrica* 5, 1279-1313.
222. Andrews, D. (1991) "Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix Estimation," *Econometrica*, 59(3): 817–858.
223. Kwiatkowski, D., Phillips, P.C.B., Schmidt, P. and Y. Shin (1992). "Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root. How Sure Are We that Economic Time Series Have a Unit Root?", *Journal of Econometrics* 54, 159-178
224. Granger, C.W.J. and J.L Lin (1994). "Using the Mutual Information Coefficient to Identify Lags in Nonlinear models", *Journal of Time Series Analysis* 4, 371-384.
225. Escribano, A. and S. Mira (1997). "Nonlinear Cointegration with Mixing Errors", Working Paper, Universidad Carlos III, Madrid.
226. Escribano, A. and F.M. Aparicio (1997). "Information-Theoretic Analysis of Serial Dependence and Cointegration", Working Paper, Universidad Carlos III de Madrid.
227. Tong, H. (1978), *On a Threshold Model in Pattern recognition and Signal Processing*, ed. C. H. Chen, Amsterdam Sijthoff & Noordhoff
228. Tong, H., and Lim, K. S. (1980), "Threshold Autoregression, Limit Cycles and Cyclical Data" (with discussion), *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 42, 245-292
229. Tong, H. (1983), *Threshold Models in Nonlinear Time Series Analysis Lecture Notes in Statistics No. 21*, New York: Springer-Verlag.
230. Hansen E. Bruce, "Threshold autoregression in economics", *Statistics and Its Interface* Volume 4 (2011) 123–127

- 231.** Tong, H., and Lim, K. S. (1980), "Threshold Autoregression, Limit Cycles and Cyclical Data" (with discussion), *Journal of the Royal Statistical Society S, e r. B*, 42, 245-292
- 232.** Gilles Dufrenot και Valerie Mignon (2002) «Recent Developments in Nonlinear Cointegration with applications to Macroeconomics and Finance»
- 233.** Tsay S. Ruey (1989) "Testing and Modelling Threshold Autoregressive Processes", *Journal of the American Statistical Association*, vol.84, no.405 (mar.1989) pp.231-240
- 234.** Tsay, S Ruey Testing and Modelling Multivariate Threshold Models *Journal of the American Statistical Association*, vol.93, No. 443 1188-1202
- 235.** Balke, N.S. and T.B. Fomby (1997). "Threshold Cointegration", *International Economic Review* 38, 627-645.
- 236.** Lo, M., Zivot, E., 2001. Threshold cointegration and nonlinear adjustment to the law of one price. *Macroeconomic Dynamics* 5, 533–576.
- 237.** Hansen, B.E. (1996). "Inference When a Nuisance Parameter is Not Identified Under the Null Hypothesis", *Econometrica*, 64, 413-430.
- 238.** Hansen, B.E. (1996). "Inference When a Nuisance Parameter is Not Identified Under the Null Hypothesis", *Econometrica*, 64, 413-430.
- 239.** Gonzalo, J., and J.-Y. Pitarakis, (2002): "Estimation and model selection based inference in single and multiple threshold models," *Journal of Econometrics*, 110(2), 319 – 352
- 240.** Dufrenot and Mignon (2002), "Recent Developments in Nonlinear Cointegration with Applications to Macroeconomics and Finance", Springer
- 241.** Balke, N.S. and T.B. Fomby (1997). "Threshold Cointegration", *International Economic Review* 38, 627-645.
- 242.** Bacon, D.W. and D.G. Watts, 1971. Estimating the transition between two intersecting straight lines, *Biometrika* 58, 525–34
- 243.** Chan, KS. and H. Tong (1986). "On Estimating Thresholds in Autoregressive Models", *Journal of Time Series Analysis* 7, 179-190.
- 244.** Granger, C.W.J. and T. Terasvirta (1993). *Modelling Nonlinear Economic Relationships*. Oxford University Press
- 245.** Terasvirta T., 1994, Specification, estimation, and evaluation of smooth transition autoregressive models. *Journal of the American Statistical Association*, 89, 208-218
- 246.** Terasvirta T., 1998, Modelling economic relationships with smooth transition regressions. In A. Ullah & D.E. Giles (eds) *Handbook of applied economic statistics* (pp507-552) New York: Dekker
- 247.** Teräsvirta, T. Specification, estimation, and evaluation of smooth transition autoregressive models. *Journal of the American Statistical Association* 1994, 89, 208–218

248. Dick van Dijk , Timo Teräsvirta & Philip Hans Franses (2002): *Smooth Transition Autoregressive Models— a survey of recent developments*, *Econometric Reviews*, 21:1, 1-47
249. Jansen, E.S.; Terasvirta, T. *Testing parameter constancy and super exogeneity in econometric equations*. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 1996, 58, 735-768
250. van Dijk, D.; Franses, P.H.; Lucas, A. *Testing for smooth transition nonlinearity in the presence of additive outliers*. *Journal of Business and Economic Statistics* 1999, 17,217–235.
251. Luukkonen, R., Saikkonen, P. and T. Terasvirta (1988). "Testing Linearity against Smooth Transition Autoregressive Models", *Biometrika* 75, 491-499.
252. Chaouachi, Slim, Gilles Dufrenot, and Valerie Mignon, (2004) "Modelling the misalignments of the Dollar–Sterling real exchange rate: A nonlinear cointegration perspective." *Economics Bulletin*, Vol. 3, No. 19 pp. 1–11
253. Alvaro Escribano & Santiago Mira, 2001. "Nonlinear error correction models," *Documentos de trabajo conjunto ULL-ULPGC 2001-03, Facultad de Ciencias Económicas de la ULPGC*
254. Escribano, A. (2004) "Nonlinear Error Correction: The Case of Money Demand in the U.K, 1878–1970," *Macroeconomic Dynamics*, 8(1): 76–116.
255. Kapetanios, G., Shin, Y., Snell, A., 2003. *Testing for a unit root in the nonlinear STAR framework*. *Journal of Econometrics* 112, 359–379
256. De Gooijer, Jan G. & Kumar, Kuldeep, 1992. "Some recent developments in non-linear time series modelling, testing, and forecasting," *International Journal of Forecasting*, Elsevier, vol. 8(2), pages 135-156, October.
257. Franses, Van Dijk, *Nonlinear time series models in empirical finance*, 2000, p.118
258. Lin, J.-L. and C.W.J. Granger, 1994. *Forecasting from nonlinear models in practice*, *Journal of Forecasting* 13, 1–9
259. Clements, M.P. and J. Smith, 1997. *The performance of alternative forecasting methods for SETAR models*, *International Journal of Forecasting* 13, 463–75
260. Koop, G., M.H. Pesaran and S.M. Potter, 1996, *Impulse response analysis in nonlinear multivariate models*, *Journal of Econometrics* 74, 119-47.
261. Moran, P.A.P. (1953). *The statistical analysis of the Canadian lynx cycle, I: Structure and prediction*. *Australian Journal of Zoology*, 1, 163– 173.
262. Tong, H (1990). *Nonlinear Time series, A Dynamical System Approach*. *Oxford science publications*
263. Timo Teräsvirta, Dag Tjøstheim, Clive W.J. Granger *Modelling Nonlinear Economic Time Series*, (Ch.3,p34-5) *Oxford University Press* (2010)

- 264.** Aslanidis, N. (2007) *Business Cycle Regimes in CEECs Production: A Threshold SURE Approach*, Working Paper No.8-2007, Departament d'Economia, Universitat Rovira i Virgili, Facultat de Ciències Econòmiques i Empresariales
- 265.** Gallant A.R. (1975), *Seemingly unrelated non-linear regressions*, *Journal of Econometrics* 3, 35-50.
- 266.** Hansen, B.E. (1996). "Inference When a Nuisance Parameter is Not Identified Under the Null Hypothesis", *Econometrica*, 64, 413-430.
- 267.** Hansen, B.E. (1999). "Testing for Linearity", *Journal of Economic Surveys*, 13 (5), 551-576.
- 268.** Granger, C. W. J. and Hallman, J. J. (1991) *Long-memory series with attractors*, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 53, 11–26.
- 269.** Mohamed El Hedi Aroui, Fredj Jawadi and Duc Khuong Nguyen. «Nonlinear Cointegration and Nonlinear Error-Correction Models:Theory and Empirical Applications for Oil and Stock Markets» από το βιβλίο « *Nonlinear Financial Econometrics: Markov Switching Models, Persistence and Nonlinear Cointegration*» των Gregoriou, Pascaulau (2011)
- 270.** Escribano, A. and S. Mira (1996). "Nonlinear Cointegration and Nonlinear Error Correction", *Working Paper*, Universidad Carlos III, Madrid.
- 271.** Escribano, A. (1997). "Nonlinear Error-Correction: the Case of Money Demand in the U.K. (1878-1970)", *Working Paper*, Universidad Carlos III, Madrid.
- 272.** Kanas, A.(2003)'Non-linear cointegration between stock prices and dividends', *Applied Economics Letters*,10:7,401— 405
- 273.** Granger, Clive W J, 1991. " *Developments in the Nonlinear Analysis of Economic Series*," *Scandinavian Journal of Economics*, Wiley Blackwell, vol. 93(2), pages 263-76
- 274.** Granger, C. W. J. and Hallman, J. J. (1991) *Long-memory series with attractors*, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 53, 11–26.
- 275.** Richard A. Meese & Andrew K. Rose, 1991. "An Empirical Assessment of Non-Linearities in Models of Exchange Rate Determination," *Review of Economic Studies*, Oxford University Press, vol. 58(3), pages 603-619
- 276.** *Testing Nonlinear Cointegration*, Jin-Lung Lin and Clive W.J. Granger
- 277.** Park, J. & P.C.B. Phillips (1999) *Asymptotics for nonlinear transformations of time series*. *Econometric Theory* 15, 269–298
- 278.** Park, J. & P.C.B. Phillips (2001) *Nonlinear regressions with integrated time series*. *Econometrica* 69, 117–161.
- 279.** Chang, Y., Park, J.Y., Phillips, P.C.P., 2001. *Nonlinear econometric models with cointegrated and deterministically trending regressors*. *Econometrics Journal* 4, 1–36

280. Chang, Y. & J.Y. Park (2003) *Index models with integrated time series*. *Journal of Econometrics* 114, 73–106.
281. Karlsen, H.A., T. Myklebust, and D. Tjøstheim (2007) "Nonparametric estimation in a nonlinear cointegration model" *Annals of Statistics* 35, 252-299
282. Saikkonen, P. & Choi, I. 2000. "Cointegrating smooth transition regressions with applications to the Asian currency crisis," *SFB 373 Discussion Papers 2000,98*, Humboldt University of Berlin, *Interdisciplinary Research Project 373: Quantification and Simulation of Economic Processes*
283. Choi, I. & P. Saikkonen (2004) *Testing linearity in cointegrating smooth transition regressions*. *Econometrics Journal* 7, 341–365
284. Hong, S.H. & P.C.B. Phillips (2004) *Testing Linearity in Cointegrating Relations with an Application to PPP*. *Cowles Foundation Discussion Paper 1541*, Yale University
285. Kasparis, I. (2008) *Detection of functional form misspecification in cointegrating relations*. *Econometric Theory* 24, 1373–1403.
286. Choi, I. & P. Saikkonen (2010) *Tests for Nonlinear Cointegration*, *Econometric Theory*, 26, 2010, 682–709.
287. Saikkonen, P. & I. Choi (2004) *Cointegrating smooth transition regressions*. *Econometric Theory* 20, 301–340.
288. Pippenger and Goering (1993), Balke and Fomby (1997), Enders and Granger (1998)
289. Enders, W. and Siklos, P. L. (2001). *Cointegration and threshold adjustment*. *Journal of Business and Economic Statistics* 19 166–176.
290. Petrucelli, J. D. and Woolford, S. W. (1984). *A threshold AR(1) model*. *J. Appl. Probab.* 21, 270-286.
291. Nadir Öcal & Jülide Yildirim (2009): *ARMS RACE BETWEEN TURKEY AND GREECE: A THRESHOLD COINTEGRATION ANALYSIS*, *Defence and Peace Economics*, 20:2, 123-129
292. Sichel, Daniel, (1993), *Business Cycle Asymmetry: A Deeper Look*, *Economic Inquiry*, 31, issue 2, p. 224-36.
293. Enders, Walter, and Pierre L. Siklos. "Cointegration and Threshold Adjustment." *Journal of Business & Economic Statistics* 19, no. 2 (2001): 166-76
294. WALTER ENDERS * and KAMOL CHUMRUSPHONLERT (2004), *Threshold cointegration and purchasing power parity in the pacific nations*, *Applied Economics*, 2004, 36, 889–896
295. Enders, W. and Dibooglu, S. (2001) *Long run purchasing power parity with asymmetric adjustment*, *Southern Economic Journal*, 68(2), 433–45
296. Shin Y, Yu B, Greenwood-Nimmo M (2011) *Modelling asymmetric cointegration and dynamic multipliers in a nonlinear ARDL framework*. *Mimeo*

- 297.** Balke and Fomby *International Economic Review*, Vol. 38, No. 3 (Aug., 1997), pp. 627-645
- 298.** Balke, N.S. and T.B. Fomby (1997). "Threshold Cointegration", *International Economic Review* 38, 627-645.
- 299.** Tong, H. (1990). *Non-linear time series: a dynamical system approach*. Oxford University Press, Oxford.
- 300.** Chan, K.S., Petrucelli, J.D., Tong, H. and S.W. Woolford (1985). "A Multiple Threshold AR(I) Model", *Journal of Applied Probability* 22,267-279.
- 301.** Hansen, B.E. (1996). "Inference When a Nuisance Parameter is Not Identified Under the Null Hypothesis", *Econometrica*, 64, 413-430.
- 302.** Testing for two – regime threshold cointegration in vector error- correction models. Bruce E. Hansen, Byeongseon Seo. *Journal of Econometrics* 110 (2002) 293-318
- 303.** J. Huston McCulloch, Heon-Chul Kwon "U.S. Term Structure Data, 1947-1991" Ohio State University. Department of Economics (1993)
- 304.** J. Huston McCulloch, Heon-Chul Kwon "U.S. Term Structure Data, 1947-1991" Ohio State University. Department of Economics (1993)
- 305.** GONZALO, J. AND J. PITARAKIS (2006). *Threshold Effects in Cointegrating Relationships*, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 68 (Supplement), 813-833.
- 306.** Breitung, J. (2001) Rank tests for nonlinear cointegration, *Journal of Business and Economic Statistics*, 19, 331–40.
- 307.** Frédéric Bec, Mélika Ben Salem & Marine Carrasco (2004): *Tests for Unit-Root versus Threshold*
- 308.** George Kapetanios & Yongcheol Shin, 2006. "Unit root tests in three-regime SETAR models," *Econometrics Journal*, Royal Economic Society, vol. 9(2), pages 252-278, 07.
- 309.** Seo, M. (2008) *Unit Root Test in a Threshold Autoregression: Asymptotic Theory and Residual-Based Block Bootstrap*. *Econometric Theory* 24, 1699-1716
- 310.** Baek, E. and Brock, W. (1992) A general test for non-linear Granger causality: bivariate model. Working Paper. Iowa State University and University of Wisconsin, Madison.
- 311.** Hiemstra, C. and Jones, J.D. (1994) Testing for linear and non-linear Granger causality in the stock price – volume relation. *Journal of Finance* XLIX(5) 1639–1664.
- 312.** Hiemstra, C. and Jones, J.D. (1994) Testing for linear and non-linear Granger causality in the stock price – volume relation. *Journal of Finance* XLIX(5) 1639–1664.
- 313.** J.Li (2006), *Testing Granger Causality in the presence of threshold effects*, *International Journal of Forecasting* 22 (2006) 771–780
- 314.** Box, G.E.P., Cox, D.R., 1964. και Box, G.E.P. & Pierce A.D.A., 1970.
- 315.** Fuller, W.(1976), *Introduction to Statistical Time Series*, New York : John Wiley

316. "Introduction to Econometrics", by Stock and Watson (2003, Addison-Wesley).
317. "Econometric Analysis", by William H. Greene, Fifth Edition (2003, Prentice Hall).
318. "Time Series Analysis", by James D. Hamilton, (1994, Princeton University Press).
319. Nadir Öcal & Jülide Yildirim (2009): ARMS RACE BETWEEN TURKEY AND GREECE: A THRESHOLD COINTEGRATION ANALYSIS, *Defence and Peace Economics*, 20:2, 123-129
320. Bai and Perron, "Computation and Analysis of Multiple Structural Change Models", *Journal of Applied Econometrics*, 2003, pp 1-22.
321. Liew, Venus Khim-Sen, (2004) "Which Lag Length Selection Criteria Should We Employ?." *Economics Bulletin*, Vol. 3, No. 33 pp. 1-9
322. Phillips, P.C.B. (1987) Time series regression with a unit root, *Econometrica*, 55, 277-301
323. Perron, P. (1988) Trends and random walks in macroeconomic time series: Further evidence from a new approach, *Journal of Economic Dynamics and Control* 12, 297-332
324. Phillips, P.C.B. and P. Perron (1988) Testing for a unit root in times series regression. *Biometrika*, 75, 335-446.
325. Schwert, G. William 1989, "Why Does Stock Market Volatility Change Over Time?" *Journal of Finance* 44,1115-1153
326. Kwiatkowski, D.; Phillips, P. C. B.; Schmidt, P.; Shin, Y. (1992). "Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root". *Journal of Econometrics* 54 (1-3): 159-178
327. Perron, P. (1989). The great crash, oil price shock and the unit root hypothesis. *Econometrica*, 57, 1361-1401
328. Maddala GS, Kim IM. 2003. *Unit Roots, Cointegration and Structural Change*. Cambridge University Press
329. Zivot, E., Andrews, D.W.K. (1992). Further Evidence on the Great Crash, Oil Price Shock and the Unit Root Hypothesis. *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, 251-270.
330. Lumsdaine, R.L., Papell, D.H. (1997). Multiple trend breaks and the unit root hypothesis. *The Review of Economics and Statistics*, 79, 212-218.
331. Elliott, G., Rothenberg, T. J. and Stock, J. H. (1996) Efficient tests for an autoregressive unit root, *Econometrica*, 64, 813-36.
332. Ng, Serena, Perron P. "Lag length Selection and the Construction of Unit Root Tests with Good Size and Power" *Econometrica* Volume 69, Issue 6, pages 1519-1554, November 2001
333. Stock, J.H. (1987) Asymptotic properties of least squares estimators of Cointegrating vectors. *Econometrica*. 55. 1035-1056

334. Phillips, P.C.B, and S.N. Durlauf (1986). *Multiple time series regression with integrated processes*, *Review of Economic Studies*, 53, 473-495.
335. MacKinnon, j. (1991) *Critical Values for co-integration tests*, in R.F. Engle and C.W.J. Granger (eds.) *Long Run Economic Relationships*, Oxford University Press, pp.257-276
336. MacKinnon, j. (1991) *Critical Values for co-integration tests*, in R.F. Engle and C.W.J. Granger (eds.) *Long Run Economic Relationships*, Oxford University Press, pp.257-276
337. Hansen, B.E. (1992) *Efficient estimation and testing of Cointegrating vectors in the presence of deterministic trends*, *Journal of Econometrics*, 53, 87-121
338. Sargan, J.D. and Bhargava, A. (1983) *Testing residuals from least squares regression for being generated by the Gaussian random walk*. *Econometrica*. 51. 153-174
339. Engle R.F. and Granger C.W.J. (1987) *Cointegration and error correction: Representation, estimation and testing*. *Econometrica*. 55. 251-276.
340. Phillips, P.C.B and Loretan, M. (1991) *Estimating long-run economic equilibria*. *Review of Economic Studies* 5. 407-436
341. Pesaran MH, Shin Y. 1999. *An autoregressive distributed lag modelling approach to cointegration analysis*. Chapter 11 in *Econometrics and Economic Theory in the 20th Century: The Ragnar Frisch Centennial Symposium*, Strom S (ed.). Cambridge University Press: Cambridge
342. Lütkepohl H, 1991 *Introduction to Multiple Time Series Analysis*. Springer- Verlag, Berlin
343. Pesaran, H. Shin, Y. and Smith, R. (2001) *Bound testing approaches to the analysis of level relationships*. *Journal of Applied Econometrics* 16, 289-326
344. Engle, R.F. and B.S. Yoo (1991) *Cointegrated economic time series: An overview with new results*, in R.F. Engle and C.W.J. Granger (eds.) *Long- Run Economic Relationships*, Oxford University Press, 237-66
345. Phillips and Hansen 1990
346. Inder B. 1993 *Estimating long run relationships in economics: A comparison of different approaches*, *Journal of Econometrics*, 57, 53-68
347. Kanioura, A. and Turner, P. (2005) *Critical values for an F-test for cointegration in a multivariate model*, *Applied Economics*, 37, 265–70.
348. Kremers, J., Ericsson, N. and Dolado, J. (1992) *The power of cointegration test*, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 54, 325–48.
349. Perron, P. and Rodriguez, G. (2001) *Residual based tests for cointegration with GLS detrended data*, mimeo, Department of Economics, Boston University.
350. Steven Cook (2006): *The power of single equation tests for cointegration*, *Applied Economics Letters*, 13:5, 265-267

- 351.** Gregory W. Allan, Hansen Bruce E, *Residual based tests for cointegration in models with regime shifts*, *Journal of Econometrics* 70(1996) 99-126
- 352.** Geweke et.al, *Journal of Econometrics* 21 (1983) 161-194. North-Holland Publishing Company
- 353.** Jeff B. Cromwell, Walter C. Labys, Michael J. Hannan, Michel Terraza. *Multivariate Tests for Time Series Models* 1994
- 354.** Rothman P. (1992), "The comparative power of the TR test against simple threshold models", *Journal of Applied Econometrics*, vol. 7, s187-195
- 355.** Enders, W. and Siklos, P. L. (2001). *Cointegration and threshold adjustment*. *Journal of Business and Economic Statistics* 19 170, table 2.
- 356.** J. Huston McCulloch, Heon-Chul Kwon "U.S. Term Structure Data, 1947-1991" Ohio State University. Department of Economics (1993)
- 357.** Anderson M. H, Athanasopoulos G, Vahid F (2007), "Nonlinear Autoregressive Leading Indicator Models of Output in G-7 Countries", *Journal of Applied Econometrics* 22, 64-87
- 358.** *RATS Handbook for Switching Models and Structural Breaks*, Thomas A. Doan, Estima, 2017