



ΣΧΟΛΗ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΣΤΗ ΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΚΑΙ
ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ

Διπλωματική Εργασία

« MODELING AND FORECASTING ATEX STOCK INDEX VOLATILITY : A
COMPARISON BASED ON NORMAL NAD STUDENT'S T-ERROR
DISTRIBUTION»

του/της

ΤΖΑΝΕΤΟΣ ΚΡΙΤΣΕΛΗΣ

Επιβλέπων Καθηγητής: Ζαπράνης Αχιλλέας

Υποβλήθηκε ως απαιτούμενο για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος στη
Λογιστική και Χρηματοοικονομική

Δεκέμβριος 2022

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Ευχαριστώ τον επιβλέπων καθηγητή μου κύριο Ζαπράνη Αχιλλέα , για την έμπνευση, την αφοσίωση και τα σχόλιά του και τον πατέρα μου για την οικονομική του υποστήριξη.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η μοντελοποίηση , ανάλυση και η σύγκριση της προβλεπτής ικανότητας στοχαστικών μοντέλων GARCH πάνω στον γενικό δείκτη του Χρηματιστηρίου των Αθηνών. Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν είναι από την περίοδο 6/12/2003 έως 18/12/2015. Αφού αναλύσαμε τα δεδομένα μας για να αποφανθήκαμε πως παρουσιάζουν ετεροσκεδαστικότητα και συνεπώς μπορούν να μοντελοποιηθούν με GARCH. Εκτιμήσαμε τις παραμέτρους των μοντέλων μας. Ελέγξαμε κατά πόσον τον μοντέλο που έχει εκτιμηθεί εξηγεί την ετεροσκεδαστικότητα που υπάρχει στα δεδομένα μας. Συγκρίναμε τα μοντέλα μας και αποφανθήκαμε πως το μοντέλο EGARCH(1,1) είναι το καταλληλότερο μοντέλο για την πρόβλεψη των αποδόσεων και της δεσμευμένης διακύμανσης του γενικού δείκτη του Χρηματιστηρίου των Αθηνών .

Λέξεις-Κλειδιά: Πρόβλεψη, Μοντελοποίηση, Μεταβλητότητα, GARCH, EGARCH.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	6
2. ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟ ΑΘΗΝΩΝ : Γενικός δείκτης τιμών	7
3. ΘΕΩΡΙΑ	9
3.1 Μοντέλα Stochastic Volatility (Στοχαστικής Μεταβλητότητας)	9
3.1.1 Μοντέλο ARCH(q)	9
3.1.2 GARCH(p,q)	10
3.1.3 GARCH(1,1).....	12
3.1.4 EGARCH.....	13
3.1.5 EGARCH(1,1).....	14
3.2 Κατανομες (Κανονική και t-student)	14
3.2.1 Κανονική Κατανομή.....	14
3.2.2 T-student.....	15
3.3 Διακύμανση (Κεντρική ροπή δευτέρας τάξης)	16
3.4 Αποδόσεις (rate of return)	17
4. ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ	18
5. ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΕΨΗ(με τη βοήθεια της Matlab)	19
5.1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΓΙΑ ΤΙΣ ΑΠΟΔΟΣΕΙΣ	19
5.1.1 Μέση τιμή	19
5.1.2 Τυπική απόκλιση	19
5.2 ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΤΗΤΑ ΤΟΥ ΓΔ	20
5.3 ΚΑΝΟΝΙΚΟΤΗΤΑ ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ	21
5.3.1 Ιστόγραμμα συχνοτήτων	21
5.3.2 Γραφική Παράσταση Q-Q plot	21
5.4 Υπολογισμός κύρτωσης και Ασσυμετρίας	23
5.4.1 Κύρτωση	23
5.4.2 Ασσυμετρία	23
5.5 ΑΥΤΟΣΥΣΧΕΤΙΣΗ ΚΑΙ ΕΤΕΡΟΣΚΕΔΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ	25
5.5.1 Ετεροσκεδαστικότητα	25
5.5.2 Αυτοσυσχέτιση	26
5.5.3 Διαγνωστικοί Έλεγχοι lbqtest και ARCH του Engle	27
5.5.3.1 Διαγνωστικός έλεγχος lbqtest.....	27
5.5.3.2 Διαγνωστικός έλεγχος ARCH του Engle.....	28

5.6 ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ GARCH ΚΑΙ EGARCH.....	28
5.6.1.1 GARCH(1,1) για την κανονική κατανομή	28
5.6.1.2 GARCH(1,1) για την t κατανομή.....	29
5.6.1.3 EGARCH(1,1) για την κανονική κατανομή.....	29
5.6.1.4 EGARCH(1,1) για την t κατανομή.....	30
5.6.2 Διαγνωστικοί Έλεγχοι	30
5.6.2.1 Ιστογράμματα Συχνοτήτων.....	30
5.6.2.2 Διαγράμματα Q-Q	33
5.6.2.3 Κορελογράμματα των καταλοίπων των μοντέλων.	35
5.6.2.4 Κορελογράμματα των τετραγώνων των καταλοίπων των μοντέλων.	38
5.6.2.5 Αποτελέσματα διαγνωστικών ελέγχων Ljung-Box Q-test και ARCH του Engle των καταλοίπων των μοντέλων.	40
5.7 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΗΣ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑΣ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ	41
5.7.1 Akaike Information Criteria (AIC)	41
5.7.2 Αποτελέσματα σύγκρισης	42
5.7.3 Γραφική Απεικόνιση Υποδειγμάτων	43
6. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΕΙΑ.....	45

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η μεταβλητότητα είναι μια κρίσιμη μεταβλητή στη χρηματοοικονομική έρευνα ή στην οικονομετρία των χρηματοπιστωτικών αγορών, επειδή είναι συνώνυμη με τη λέξη κίνδυνος. Αυτό ορίζεται ως μια διακύμανση, για παράδειγμα σε μια τιμή τίτλου, και επομένως είναι ένα μέτρο του κινδύνου μιας επένδυσης. Η μεταβλητότητα χρησιμοποιείται σε διαφορετικές περιοχές. Μια εφαρμογή που δίνει τη μεγαλύτερη προσοχή στη μεταβλητότητα είναι στον χρηματοπιστωτικό κλάδο. Εκτός από το προσωπικό ενδιαφέρον για τη γνώση της αστάθειας των τιμών των μετοχών, για παράδειγμα, αυτό είναι απαραίτητο κατά την αξιολόγηση χρηματοοικονομικών παραγώγων. Εφόσον, με ένα δικαίωμα επιλογής, η μεταβλητότητα συνυπολογίζεται σε αυτήν την αποτίμηση μαζί με άλλους παράγοντες και επομένως επηρεάζει την αξία ενός δικαιώματος. Λόγω του μεγάλου όγκου συναλλαγών των δικαιωμάτων προαίρεσης, Θα ήταν αυτός αρκετός λόγος για τον οποίο οι εταιρείες έρευνας και χρηματοδότησης επιθυμούν τόσο πολύ να προσδιορίσουν την αστάθεια. Ταυτόχρονα, οι διαχειριστές κεφαλαίων ενδιαφέρονται επίσης για τον προσδιορισμό της μεταβλητότητας, καθώς αυτό είναι απαραίτητο για τη μείωση του κινδύνου στο χαρτοφυλάκιο. Η αστάθεια διαδραματίζει επίσης σημαντικό ρόλο στη διαχείριση κινδύνων των τραπεζών. Λόγω των αναγνωρισμένων αδυναμιών στη ρύθμιση των τραπεζών μετά την τελευταία χρηματοπιστωτική κρίση, αναγκάζονται να συγκρατήσουν μεγάλο μέρος των ιδίων κεφαλαίων τους για πιθανή ζημία. Εκτός από το οικονομικό συμφέρον, η αστάθεια είναι επίσης παρούσα σε οικονομικούς τομείς εφαρμογής. Ένα παράδειγμα αυτού είναι ότι η Ευρωπαϊκή Κεντρική Τράπεζα (ΕΚΤ) πρέπει να λαμβάνει υπόψη τη μεταβλητότητα όταν επιλέγει μια προσέγγιση νομισματικής πολιτικής, προκειμένου να μπορέσει να αντιμετωπίσει τις αναδυόμενες φάσεις αναταραχής στις χρηματοπιστωτικές αγορές, για παράδειγμα. Για το λόγο αυτό, η ΕΚΤ πρέπει να έχει ακριβείς προβλέψεις, καθώς οι αποφάσεις νομισματικής πολιτικής από την κεντρική τράπεζα έχουν άμεσο αντίκτυπο στις χρηματοπιστωτικές αγορές.

Για τους λόγους που μόλις αναφέρθηκαν, υπάρχει μεγάλο ενδιαφέρον για αξιόπιστες προβλέψεις μεταβλητότητας. Ωστόσο, εδώ προκύπτουν δύο μεγάλα προβλήματα. Το πρώτο πρόβλημα είναι ότι η αστάθεια δεν είναι παρατηρήσιμη όπως μια τιμή μετοχής, μπορεί μόνο να εκτιμηθεί. Επιπλέον, τα δεδομένα της χρηματοπιστωτικής αγοράς έχουν στατιστικές ιδιαιτερότητες που δεν μπορούν να μοντελοποιηθούν επαρκώς χρησιμοποιώντας κλασικές μεθόδους ανάλυσης χρονοσειρών.

2. ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟ ΑΘΗΝΩΝ : Γενικός δείκτης τιμών

Στις 4 Ιανουαρίου 1988, το Χρηματιστήριο της Αθήνας εισήγαγε ένα νέο Γενικό Δείκτη, ο οποίος περιλάμβανε συνολικά 71 μετοχές, διαφόρων κατηγοριών, από 49 εταιρίες οι οποίες με τη σειρά τους συνθέταν τρεις κλαδικούς δείκτες: τον Δείκτη Τραπεζών, τον Δείκτη Ασφαλειών & Επενδύσεων και τον Εμπορικό-Βιομηχανικό Δείκτη. Η βάση των δεικτών ήταν 31-12-1980 = 100 μονάδες. Οι νέοι δείκτες βασίζονταν στην εκάστοτε τρέχουσα χρηματιστηριακή αξία (αριθμός μετοχών, επί τη χρηματιστηριακή τιμή) των εταιριών οι οποίες περιλαμβάνονται σ' αυτούς. Ο δε μαθηματικός τύπος υπολογισμού των νέων δεικτών είναι ο παρακάτω:

$$\text{Δείκτης} = 100 \times \frac{\text{Αριθμός μετοχών σε κυκλοφορία} \times \text{Τιμή μετοχής}}{\text{Αριθμός μετοχών σε κυκλοφορία} \times \text{Τιμή μετοχής (στις 31/12/1980)}} \quad (1)$$

Ο Γενικός Δείκτης, καθώς και ο Δείκτης Τραπεζών μετά από πολλές μεταβολές στη σύνθεσή τους εξακολουθούν να ισχύουν έως και σήμερα. Ο Δείκτης Ασφαλειών & Επενδύσεων από το 1990 αντικαταστάθηκε από δύο επιμέρους δείκτες τον Δείκτη Επενδύσεων και τον Δείκτη Ασφαλειών. Επίσης ο Εμπορικός-Βιομηχανικός Δείκτης αντικαταστάθηκε, από την 2-8-1993, από δύο ξεχωριστούς δείκτες, το Βιομηχανικό Δείκτη και το Δείκτη Διαφόρων Εταιριών, εκ των οποίων ο τελευταίος, από την 3-10-1994, αντικαταστάθηκε από το Δείκτη Εταιριών Συμμετοχών, το Δείκτη Κατασκευαστικών Εταιριών και το Δείκτη Διαφόρων Εταιριών. Από τους δείκτες αυτούς, σήμερα εξακολουθεί να ισχύει μόνον ο Δείκτης Κατασκευαστικών Εταιριών.

Ο Γενικός Δείκτης 1980=100, υπολογίζεται καθημερινά από την ημέρα καθιέρωσής του (4-1-1988) μέχρι σήμερα με βάση τις τιμές που διαμορφώνονται στην χρηματιστηριακή αγορά της Αθήνας. Στο Μηνιαίο Στατιστικό Δελτίο του Δεκεμβρίου 1987 που δημοσιεύθηκε στις αρχές του 1988, περιλαμβάνονται οι ετήσιες τιμές του γενικού δείκτη και των τριών κλαδικών δεικτών για τα έτη 1981-1987, καθώς και οι μηνιαίες τιμές για το έτος 1987, για τις οποίες έγινε αναδρομικός υπολογισμός.

Μια απόπειρα που έγινε να γίνει αναδρομικός υπολογισμός του Γενικού Δείκτη για κάθε μέρα, με στόχο να δημιουργεί μία επαρκής βάση δεδομένων για χρήση από τους χρήστες της μεθοδολογίας της Τεχνικής Ανάλυσης, απέτυχε. Για το λόγο αυτό, σήμερα δεν υπάρχουν επίσημες τιμές για την περίοδο από 31/12/1980 έως 31/12/1987, με βάση το συγκεκριμένο (νέο) Γενικό Δείκτη. Για την περίοδο αυτή υπάρχουν τιμές μόνον με βάση τον παλαιότερο Γενικό Δείκτη που είχε κατασκευαστεί το 1972 και ο οποίος έχει καθημερινές τιμές από τον Αύγουστο του 1975.

Ο νέος Γενικός Δείκτης, κατά την πρώτη μέρα της λειτουργίας του (4/1/1988) έκλεισε στις 275,35 μονάδες. Μερικοί από τους “σταθμούς” στην 32ετή λειτουργία του, είναι:

- Στις 31/12/1989 βρισκόταν στις 459,43 μονάδες.
 - Έσπασε το “όριο” των 1.000 μονάδων (τιμή κλεισίματος) στις 4/5/1990,
 - Βρέθηκε, για πρώτη φορά, πάνω από τις 2.000 μονάδες, στις 27/3/1998.
 - Βρέθηκε πάνω από τις 3.000 μονάδες, στις 7/1/1999.
 - Ξεπέρασε το “όριο” των 4.000 μονάδων, στις 7/5/1999.
 - Ξεπέρασε τις 5.000 μονάδες, στις 23/8/1999.
 - Κατά την ημέρα του φονικού σεισμού στην Αθήνα (7/9/1999), σημείωσε άνοδο κατά 1,48% και έκλεισε στις 5.705,47 μονάδες.
 - Έκλεισε πάνω από τις 6.000 μονάδες στις 6.032,85
 - Στις 17/9/1999 σημείωσε το υψηλότερο κλείσιμο στην ιστορία του, στις 6.355,04 μονάδες.
 - Στο τέλος του 1999 βρισκόταν στις 5.535,09 μονάδες.
 - Στο τέλος της δεκαετίας του 2000, βρισκόταν στις 2.196,16 μονάδες.
 - Στο τέλος της δεκαετίας του 2010 βρισκόταν στις 916,67 μονάδες.
 - Βρέθηκε στις 440,88 μονάδες, στις 11/2/2016 (χαμηλό 27 ετών).
- (Γιάννης Σιάτρας - Αλέξανδρος Κόττης,2020)

3. ΘΕΩΡΙΑ

3.1 Μοντέλα Στοχαστικής Μεταβλητότητας (Stochastic Volatility)

Η λέξη "στοχαστική" σημαίνει ότι κάποια μεταβλητή προσδιορίζεται τυχαία και δεν μπορεί να προβλεφθεί με ακρίβεια. Ωστόσο, μπορεί να εξακριβωθεί μια κατανομή πιθανότητας. Στο πλαίσιο της χρηματοοικονομικής μοντελοποίησης, η στοχαστική μοντελοποίηση επαναλαμβάνεται με διαδοχικές τιμές μιας τυχαίας μεταβλητής που δεν είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Το ότι είναι εξαρτημένη σημαίνει ότι ενώ η τιμή της μεταβλητής αλλάζει τυχαία, το σημείο εκκίνησης της εξαρτάται από την προηγούμενη τιμή της, η οποία επομένως εξαρτιόταν από την τιμή της πριν από αυτήν και ούτω καθεξής. Αυτό περιγράφει τον λεγόμενο τυχαίο περίπατο.

Παραδείγματα στοχαστικών μοντέλων περιλαμβάνουν το μοντέλο GARCH που χρησιμοποιείται για την ανάλυση δεδομένων χρονοσειρών όπου το σφάλμα διακύμανσης πιστεύεται ότι συσχετίζεται σειριακά αυτοσυσχετιζόμενο το μοντέλο Heston και το μοντέλο SABR για τις επιλογές τιμολόγησης

Η αστάθεια ενός περιουσιακού στοιχείου είναι βασικό στοιχείο για τις επιλογές τιμολόγησης. Τα μοντέλα στοχαστικής μεταβλητότητας αναπτύχθηκαν από την ανάγκη τροποποίησης του μοντέλου Black Scholes για επιλογές τιμολόγησης, το οποίο απέτυχε να λάβει αποτελεσματικά υπόψη το γεγονός ότι η μεταβλητότητα της τιμής της υποκείμενης αξίας μπορεί να αλλάξει. Αντίθετα, το μοντέλο Black Scholes κάνει την απλουστευτική υπόθεση ότι η μεταβλητότητα της υποκείμενης αξίας ήταν σταθερή. Τα μοντέλα στοχαστικής μεταβλητότητας το διορθώνουν αυτό επιτρέποντας στη μεταβλητότητα της υποκείμενης αξίας να κυμαίνεται ως τυχαία μεταβλητή. Επιτρέποντας τη διακύμανση της τιμής, τα μοντέλα στοχαστικής μεταβλητότητας βελτίωσαν την ακρίβεια των υπολογισμών και των προβλέψεων. (Lucas Downey, 2022)

3.1.1 Μοντέλο ARCH(q)

Ο όρος ARCH προέρχονται από τις λέξεις Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, το οποίο μπορεί να αποδοθεί ως Υπόδειγμα Αυτοπαλίνδρομης Υπό-συνθήκης (Δεσμευμένης) Ετεροσκεδαστικότητας. Το υπόδειγμα ARCH παρουσιάστηκε στη βιβλιογραφία από τον Engle (1982) με σκοπό τη μοντελοποίηση της δεσμευμένης διακύμανσης

$Y = \varepsilon_t$

Παρατηρώντας τη μορφή της εξίσωσης που περιγράφει την υπό-συνθήκη διακύμανση, παρατηρούμε ότι η διακύμανση στο χρόνο t εξαρτάται από το μέγεθος (magnitude) του τυχαίου σφάλματος υψωμένου στο τετράγωνο στο χρόνο $t-1$. Άρα η δεσμευμένη διακύμανση είναι συνάρτηση του μεγέθους του τυχαίου σφάλματος την προηγούμενη χρονική περίοδο, ανεξαρτήτως από το πρόσημο τους. Έτσι αν μια μεταβλητή ακολουθεί μία ARCH διαδικασία μεγάλα σφάλματα θα τείνουν να ακολουθούνται από μεγάλα σφάλματα και μικρά σφάλματα από μικρά σφάλματα (volatility clustering phenomenon). (Ιωάννης Βρόντος, 2006) το γενικό μοντέλο ARCH(Q) είναι:

$$\sigma_t^2 = k + \sum_{i=1}^Q A_i \varepsilon_{t-i}^2 \quad (2)$$

Όπου,

ε : η διακύμανση των προηγούμενων κατάλοιπων.

Στην πράξη χρειαζόμαστε ένα μεγάλο Q για το μοντέλο ARCH(Q), το οποίο έχει την επίπτωση ότι θα χρειαστεί να εκτιμήσουμε ένα μεγάλο αριθμό παραμέτρων (Ζαπράνης 2021).

3.1.2 GARCH(p,q)

Ο όρος GARCH προέρχονται από τις λέξεις Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity. Μια ελεύθερη απόδοση του όρου heteroscedasticity (ετεροσκεδαστικότητα) είναι «χρονικά μεταβαλλόμενη διακύμανση». Ο όρος conditional (υπό συνθήκη - δεσμευμένη - εξαρτημένη) δηλώνει εξάρτηση από τις πρόσφατες παρατηρήσεις, ενώ ο όρος autoregressive (αυτοπαλίνδρομος) δηλώνει ένα μηχανισμό ανάδρασης που ενσωματώνει τις παρατηρήσεις του παρελθόντος στο παρόν. Πιο συγκεκριμένα, το μοντέλο GARCH είναι μία τεχνική μοντελοποίησης χρονολογικών σειρών, που χρησιμοποιεί παρελθοντικές διακυμάνσεις για να προβλέψει τις μελλοντικές διακυμάνσεις. Τα μοντέλα GARCH λαμβάνουν

υπόψη συγκεκριμένα χαρακτηριστικά τα οποία τυπικά σχετίζονται με τις χρηματοοικονομικές χρονολογικές σειρές:

- «παχιές ουρές» (fat tails)
- «συσσώρευση μεταβλητότητας» (volatility clustering)

Οι κατανομές πιθανότητας των αποδόσεων των κεφαλαιακών στοιχείων συχνά έχουν πιο παχιές ουρές από την κανονική κατανομή. Το φαινόμενο των παχιών ουρών είναι γνωστό ως υπερβάλλουσα κύρτωση (excess kurtosis). Επιπλέον, οι χρηματοοικονομικές χρονολογικές σειρές επιδεικνύουν ένα χαρακτηριστικό γνωστό ως συσσώρευση μεταβλητότητας (μεταβλητότητα κατά κύματα) όπου οι μεγάλες μεταβολές τείνουν να ακολουθούν μεγάλες μεταβολές, και οι μικρές μεταβολές τείνουν να ακολουθούν μικρές μεταβολές. Σε κάθε περίπτωση, το πρόσημο των μεταβολών από την μία περίοδο στην άλλη τυπικά δεν είναι προβλέψιμο. Η ύπαρξη της συσσώρευσης μεταβλητότητας ή αλλιώς του φαινομένου της «επιμονής» (persistence), μας κατευθύνει προς τη χρήση μοντέλων χρονολογικών σειρών στα οποία οι διαδοχικές διαταράξεις, αν και ασυσχέτιστες, είναι παρόλα αυτά εξαρτημένες. Η συσσώρευση μεταβλητότητας (ένας τύπος ετεροσκεδαστικότητας) ευθύνεται για ένα μέρος άλλα όχι για το σύνολο του φαινομένου των παχιών ουρών που τυπικά παρατηρούμε στα χρηματοοικονομικά δεδομένα. Ένα μέρος αυτού του φαινομένου μπορεί επίσης να είναι αποτέλεσμα μη κανονικών κατανομών που απλώς έτυχε να έχουν παχιές ουρές. Εάν αντιμετωπίσουμε μια χρηματοοικονομική χρονολογική σειρά ως μια σειρά τυχαίων παρατηρήσεων, αυτή η τυχαία σειρά, ή αλλιώς στοχαστική διαδικασία, ενδεχομένως να επιδεικνύει κάποιο βαθμό συσχέτισης από την μία παρατήρηση στην άλλη. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε αυτή τη δομή συσχέτισης για να προβλέψουμε μελλοντικές τιμές της διαδικασίας βασιζόμενοι σε ιστορικές παρατηρήσεις. Η εκμετάλλευση αυτής της δομής συσχέτισης, εφόσον υφίσταται, μας επιτρέπει να αποσυνθέσουμε την χρονολογική σειρά σε ένα προσδιοριστικό τμήμα (την πρόβλεψη), και ένα τυχαίο τμήμα (το σφάλμα, ή την αβεβαιότητα, που σχετίζεται με την πρόβλεψη). (Ζαπράνης 2021)

Το μοντέλο GARCH χαρακτηρίζει την δεσμευμένη κατανομή των ε_t επιβάλλοντας γραμμική εξάρτηση στην δεσμευμένη διακύμανση των σφαλμάτων πρόβλεψης. Συγκεκριμένα το γενικό μοντέλο GARCH(P, Q) είναι:

$$\text{Var}_{t-1}(y_t) = E_{t-1}(\varepsilon_t^2) = \sigma_t^2 \quad (3)$$

οπου

$$\sigma_t^2 = k + \sum_{i=1}^P G_i \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^Q A_j \sigma_{t-j}^2 \quad (4)$$

και

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t \quad (5)$$

με

Όπου G οι GARCH παράμετροι και A οι ARCH παράμετροι Για $P = 0$, παίρνουμε το μοντέλο GARCH(0,Q) γίνεται το μοντέλο ARCH(Q) που προτάθηκε από τον Engle.

3.1.3 GARCH(1,1)

Το απλό μοντέλο GARCH(1,1) συλλαμβάνει το μεγαλύτερο ποσοστό της μεταβλητότητας στις περισσότερες χρονολογικές σειρές. Τυπικά, τα μοντέλα GARCH(1,1), GARCH(2,1), ή GARCH(1,2) είναι επαρκή για την μοντελοποίηση μεταβλητοτήτων για μακριές χρονικές περιόδους .

Η απλοποιημένη μορφή του GARCH είναι το GARCH(1,1). Η δεσμευμένη διακύμανση του σ_t γίνεται:

$$\sigma_t^2 = k + \sum_{i=1}^P G_i \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^Q A_j \sigma_{t-j}^2 \quad (6)$$

3.1.4 EGARCH

Τα υποδείγματα ARCH και GARCH συλλαμβάνουν το ‘volatility clustering’ φαινόμενο και γι’ αυτό εφαρμόζονται με επιτυχία σε εμπειρικές εφαρμογές. Ωστόσο παρουσιάζουν μερικά βασικά μειονεκτήματα λόγω της συναρτησιακής τους μορφής. Συγκεκριμένα, τα υποδείγματα ARCH και GARCH υποθέτουν ότι οι μελλοντικές τιμές του εξαρτώνται μόνο από το μέγεθος του ϵ_t , και όχι από το πρόσημο του (θετικό ή αρνητικό). Δηλαδή, η δεσμευμένη διακύμανση παρουσιάζεται (θεωρείται) συμμετρική ως προς τις προηγούμενες χρονικές διαταραχές. Όμως, μια τέτοια συναρτησιακή μορφή ενδέχεται να είναι ακατάλληλη, καθώς δεν μπορεί να συλλάβει το ‘leverage effect’, την αρνητική δηλαδή σχέση ανάμεσα στις αποδόσεις των χρηματοοικονομικών στοιχείων και τις μελλοντικές διακυμάνσεις τους. Με άλλα λόγια, η διακύμανση τείνει να αυξάνει όταν παρατηρούνται αρνητικές αποδόσεις (άσχημα νέα, bad news) και τείνει να μειώνεται όταν παρατηρούνται θετικές αποδόσεις (καλά νέα, good news). Άλλοι περιορισμοί αυτών των υποδειγμάτων, έχουν να κάνουν α) με την ερμηνεία των μόνιμων διαταραχών (shock) στη διακύμανση, και τις συνθήκες που πρέπει να ικανοποιούν οι παράμετροι του υποδείγματος, ώστε να είναι στάσιμο και β) με τις συνθήκες στις παραμέτρους του υποδείγματος (μη αρνητικές τιμές) ώστε να είναι καλά ορισμένη η δεσμευμένη διακύμανση σε κάθε χρονική στιγμή t . Οι συνθήκες αυτές μπορεί να προκαλέσουν δυσκολίες κατά την διαδικασία εκτίμησης του υποδείγματος (Ιωάννης Βρόντος, 2006).

Ο Nelson (1991) πρότεινε το Exponential GARCH (EGARCH) υπόδειγμα, το οποίο ξεπερνά τους παραπάνω περιορισμούς, και χρησιμοποιεί την Generalized Error Distribution (Box και Tiao, 1973), η οποία μπορεί να συλλάβει την ιδιότητα των παχιών ουρών που εμφανίζουν τα χρηματοοικονομικά δεδομένα.

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της Generalized Error Distribution με μέσο 0 και διακύμανση 1, δίνεται από:

$$\ln(\sigma_t^2) = \sigma_t^2 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k g(\epsilon_{t-k}), \quad a_1 = 1 \quad (7)$$

Όπου a_0 και a_k σταθερές μη στοχαστικές παράμετροι και g συνάρτηση της μορφής :

$$g(\varepsilon_t) \equiv \theta \varepsilon_t + \gamma [|\varepsilon_t| - E|\varepsilon_t|], \quad (8)$$

(Nelson 1991). Η τυχαία μεταβλητή $g(\varepsilon_t)$ με $t \in \mathbb{R}$, ακολουθεί ανεξάρτητη και ισόνομη κατανομή.

3.1.5 EGARCH(1,1)

Η απλουστευμένη μορφή του μοντέλου EGARCH είναι το EGARCH(1,1) και είναι της μορφής:

$$\ln(\sigma_{t-j}^2) = a_0 + a_1 g(\varepsilon_{t-1}) + \beta_1 \ln(\sigma_{t-1}^2). \quad (9)$$

3.2 Κατανομες (Κανονική και t-student)

3.2.1 Κανονική Κατανομή

Η κανονική κατανομή $N(\mu, \sigma^2)$, $\mu \in \mathbb{R}$, $\sigma > 0$, επίσης γνωστή σαν κατανομή GAUSS, έχει πυκνότητα:

$$f(x) = (2\pi\sigma^2)^{-1/2} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}, \quad x \in \mathbb{R}. \quad (10)$$

Η χρήση αυτής της κατανομής σαν πιθανοθεωρητικού μοντέλου είναι διάφορων φαινομένων και μετρήσεων είναι ευρύτατη στην στατιστική πράξη.

Η συνάρτηση κατανομής της $N(\mu, \sigma^2)$ δεν μπορεί να υπολογιστεί σε κλειστή μορφή:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(z) dz = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) \quad (11)$$

Όπου Φ και φ συμβολίζουν την συνάρτηση κατανομής της τυπικής κανονικής $N(0,1)$, δηλαδή:

$$\varphi(x) = (2\pi)^{-1/2} \exp\left\{-\frac{x^2}{2}\right\} \text{ και } \Phi(x) = \int_{-\infty}^x \varphi(z) dz, \quad x \in \mathbb{R}. \quad (12)$$

(Κλωνιάς, 2010)

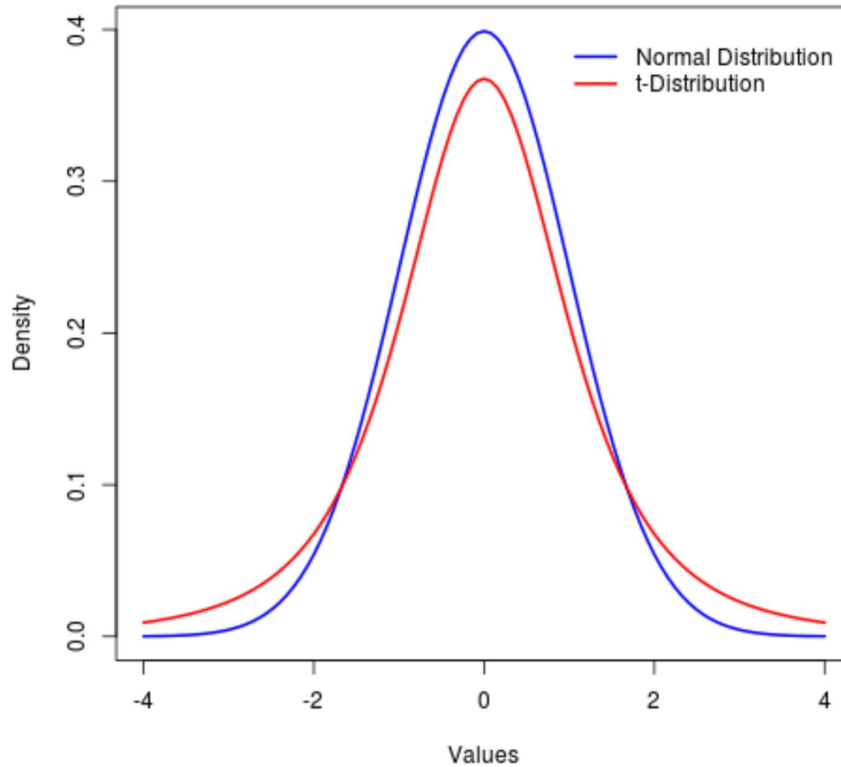
3.2.2 T-student

t-student ή t_v , $v=1,2,\dots$ με v βαθμούς ελευθέριας έχει πυκνότητα:

$$f(x) = \frac{\Gamma(\frac{v+1}{2})}{\sqrt{v\pi} \Gamma(\frac{v}{2})} \left(1 + \frac{x^2}{v}\right)^{-\frac{v+1}{2}}, \quad x \in \mathbb{R}. \quad (13)$$

Η t_v χρησιμοποιείται ευρύτατα στους ελέγχους στατικών υποθέσεων. Έχει “βαρείες ουρές”, “βαρύτερες” της κανονικής, δηλαδή βάζει πολύ (σχετικά με την κανονική) μάζα πιθανότητας σε περιοχές μακριά από το κέντρο της (Εικόνα 1). Οι ουρές της κατανομής ελαφρύνουν όπως το v αυξάνει και μάλιστα όταν $v \rightarrow \infty$ η πυκνότητα της t_v τείνει στην πυκνότητα της $N(0,1)$ (Κλωνιάς, 2010):

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f_{t_v}(x) = \varphi(x) \quad (14)$$



Εικόνα 1 Κανονική κατανομή και t κατανομή.

3.3 Διακύμανση (Κεντρική ροπή δευτέρας τάξης)

Έστω τ.μ. X στον (Ω, \mathcal{A}, P) και $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $g(x)=x^k, k=1,2,\dots$ έχουμε τ.μ. $Y=g(x)=X^k$

$$E(X^k) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} x^k f(x) dx & \text{αν } X \text{ συνεχης,} \\ \sum_{x \in S_X} x^k P(X = x) & \text{αν } X \text{ διακριτη,} \end{cases} \quad (15)$$

Ορισμός: Αν $E|X|^k < +\infty, k=1,2,\dots$, η $\mu_k := E(X^k)$, καλείται ροπή k τάξεως της τ.μ. X ή της κατανομής της.

Ορισμός: Αν $E|X|^k < +\infty, k=1,2,\dots$, η $\mu_k' := E[X - E(X^k)]$, καλείται κεντρική ροπή k τάξεως της τ.μ. X ή της κατανομής της.

Ειδικά, η κεντρική ροπή δευτέρας τάξης ,

$$\sigma^2 \equiv D(X) := E[X - E(X)]^2, \quad (16)$$

λέγεται διασπορά της τ.μ. X ή της κατανομής της. Το $\sigma := \sqrt{D(X)}$ λέγεται τυπική απόκλιση της τ.μ. X ή της κατανομής της και μας δίνει ένα μετρό συγκέντρωσης (μικρό σ) ή διάχυσης (μεγάλο σ) της μάζας πιθανότητας της τ.μ. X γύρω από την μέση τιμή της $\mu = \mu_1 = E(X)$. (Κλωνιάς, 2010)

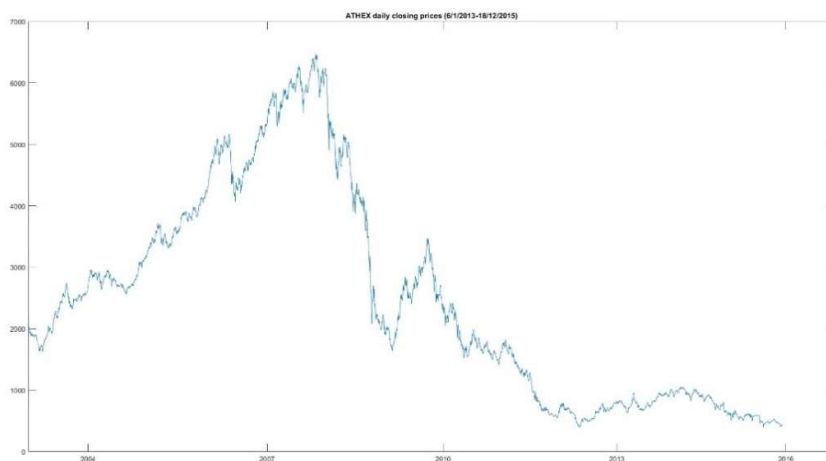
3.4 Αποδόσεις (rate of return)

Το αντικείμενο μελέτης αφορά το χρηματιστηριακό δείκτη του Χρηματιστηρίου των Αθηνών. Ο τύπος για τις αποδόσεις (rate of return) είναι:

$$Y_{t+1} = \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t} \quad (17)$$

4. ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν είναι από τον Γενικό Δείκτη Αθηνών(ΓΔ). Ο Γενικός Δείκτης Χ.Α. ξεκίνησε να υπολογίζεται στις 31 Δεκεμβρίου 1980 με τιμή εκκίνησης τις 100 μονάδες και αποτελεί ένα αξιόπιστο μετρώ καταγραφής σε πραγματικό χρόνο, των τάσεων των μετοχών των εταιρειών που διαπραγματεύονται στην Κατηγορία Μεγάλης Κεφαλαιοποίησης του Χρηματιστηρίου Αθηνών. Τα δεδομένα είναι από την περίοδο 6/12003 έως 18/12/1015.Αποτελούνται από 3287 ημερήσιες παρατηρήσεις. Αφού αναλύσουμε τα δεδομένα μας για να αποφανθούμε εάν παρουσιάζουν ετεροσκεδαστικότητα και συνεπώς μπορούν να μοντελοποιηθούν με GARCH. Στη συνέχεια , Θα εκτιμήσουμε τις παραμέτρους του μοντέλου και θα ελέγξουμε κατά πόσον τα μοντέλο που έχουν εκτιμηθεί εξηγούν την Ετεροσκεδαστικότητα που υπάρχει στα δεδομένα μας. Από τα αποτελέσματα που προκύπτουν, θα επιλέξουμε το καταλληλότερο μοντέλο για την πρόβλεψη των αποδόσεων και της δεσμευμένης διακύμανσης του γενικού δείκτη του Χρηματιστηρίου των Αθηνών



Εικόνα 2 Χρονολογική σειρά ημερήσιων τιμών κλεισίματος του ΧΑ για την χρονική περίοδο 6/1/2003-18/12/2015.

5. ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΕΨΗ(με τη βοήθεια της Matlab)

5.1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΓΙΑ ΤΙΣ ΑΠΟΔΟΣΕΙΣ

Καταρχήν υπολογίζουμε την μέση τιμή, την τυπική απόκλιση και την ελάχιστη και μέγιστη τιμή των ημερήσιων αποδόσεων.

5.1.1 Μέση τιμή

Για ένα διάνυσμα πεπερασμένου μήκους A που αποτελείται από N μετρήσιμες παρατηρήσεις, ο μέσος όρος ορίζεται ως:

$$\mu = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N A_i \quad (18)$$

5.1.2 Τυπική απόκλιση

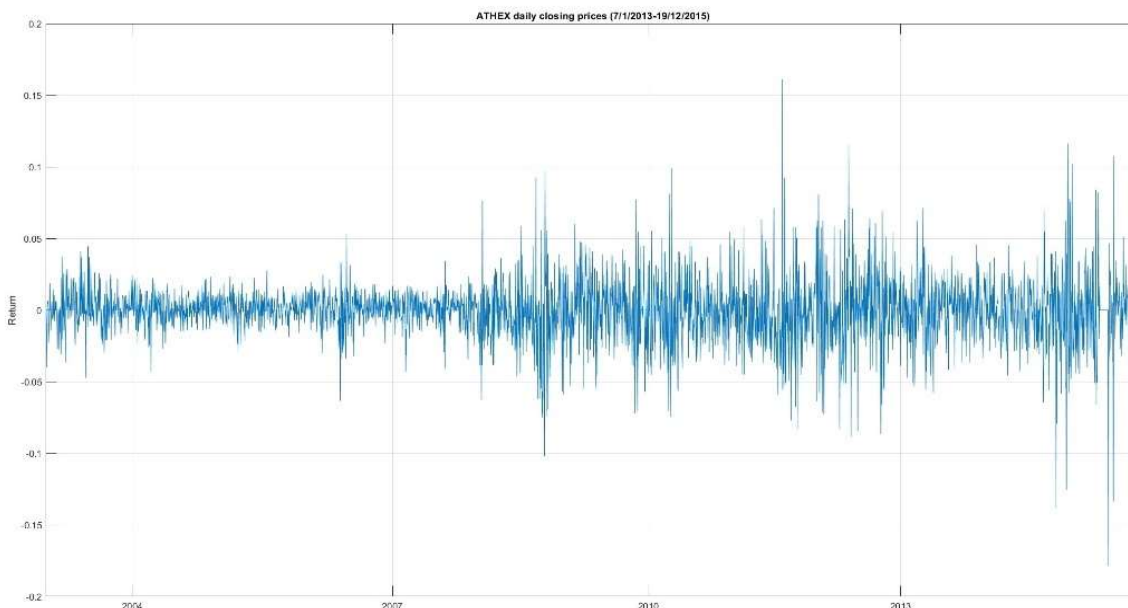
Για ένα διάνυσμα πεπερασμένου μήκους A που αποτελείται από N μετρήσιμες παρατηρήσεις, ο μέσος όρος ορίζεται ως:

$$S = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N A_i^2} \quad (19)$$

Μέση τιμή	-4.6233e-04
Τυπική απόκλιση	0.0216
Ελάχιστη τιμή	-0.1785
Μέγιστη τιμή	0.1610

5.2 ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΤΗΤΑ ΤΟΥ ΓΔ

Παρατηρούμε εδώ την συσσώρευση μεταβλητότητας (μεταβλητότητα κατά κύματα) όπου οι μεγάλες μεταβολές τείνουν να ακολουθούν μεγάλες μεταβολές, και οι μικρές μεταβολές τείνουν να ακολουθούν μικρές μεταβολές .



Εικόνα 3 Χρονολογική σειρά ημερήσιων λογαριθμικών αποδόσεων του ΧΑ για την χρονική περίοδο 6/1/2003-18/12/2015

Η πρώτη συστάδα μεταβλητότητας εμφανίζεται το 2009 . Μετά από 3 χρόνια το 2011 βλέπουμε την δεύτερη συστάδα μεταβλητότητας και η τρίτη εμφανίζεται το 2015.Μας υποδεικνύουν απρόβλεπτα άσχημα νέα εκείνων των περιόδων .

5.3 ΚΑΝΟΝΙΚΟΤΗΤΑ ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ

5.3.1 Ιστόγραμμα συχνοτήτων

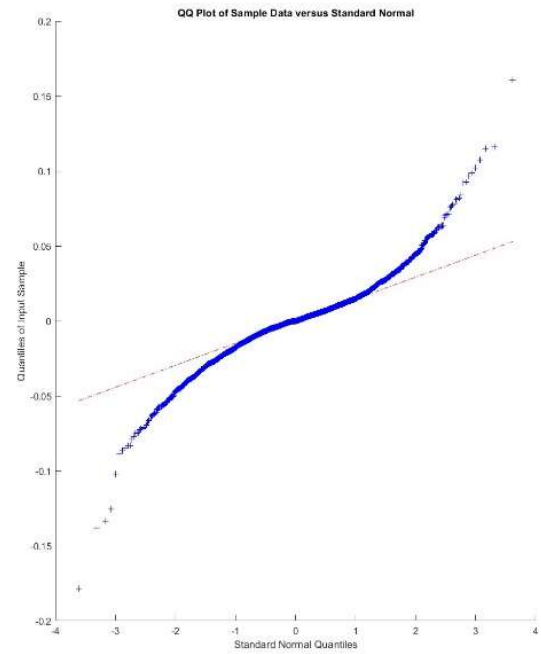
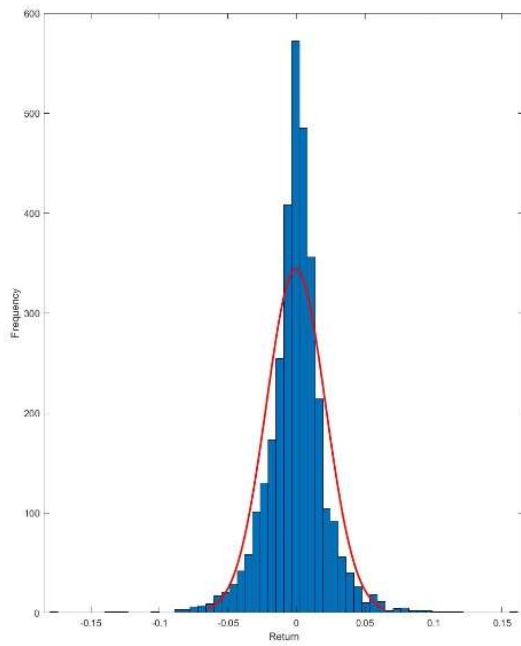
Το **ιστόγραμμα** είναι γραφική απεικόνιση στατιστικών συχνοτήτων περιοχών τιμών ενός μεγέθους.

5.3.2 Γραφική Παράσταση Q-Q plot

Μια γραφική παράσταση Q-Q plot αξιολογεί οπτικά εάν τα δεδομένα του δείγματος προέρχονται από μια καθορισμένη κατανομή. Εναλλακτικά, μια γραφική παράσταση Q-Q plot αξιολογεί εάν δύο σύνολα δεδομένων δείγματος προέρχονται από την ίδια κατανομή.

Μια γραφική παράσταση Q-Q plot ταξινομεί τις τιμές δεδομένων δείγματος από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο και, στη συνέχεια, σχεδιάζει αυτές τις τιμές έναντι της αναμενόμενης τιμής για την καθορισμένη κατανομή σε κάθε μερίδιο στα δεδομένα του δείγματος. Οι τιμές των ποσοστών του δείγματος εισόδου εμφανίζονται κατά μήκος του άξονα y και οι θεωρητικές τιμές της καθορισμένης κατανομής στα ίδια ποσοστά εμφανίζονται κατά μήκος του άξονα x . Εάν η γραφική παράσταση που προκύπτει είναι γραμμική, τότε τα δεδομένα του δείγματος πιθανότατα προέρχονται από την καθορισμένη κατανομή.

Μια γραφική παράσταση Q-Q plot μπορεί επίσης να αξιολογήσει εάν δύο σύνολα δεδομένων δείγματος έχουν την ίδια κατανομή, ακόμα κι αν δεν γνωρίζετε την υποκείμενη κατανομή. Οι τιμές ποσοστιαίων ποσοστών για το πρώτο σύνολο δεδομένων εμφανίζονται στον άξονα x και οι αντίστοιχες τιμές ποσοστιαίων για το δεύτερο σύνολο δεδομένων εμφανίζονται στον άξονα y . Δεδομένου ότι τα διαγράμματα Q-Q plot βασίζονται σε ποσοστημόρια, ο αριθμός των σημείων δεδομένων στα δύο δείγματα δεν χρειάζεται να είναι ίσος. Εάν τα μεγέθη του δείγματος είναι άνισα, η γραφική παράσταση Q-Q plot επιλέγει τα ποσοστά με βάση το μικρότερο σύνολο δεδομένων. Εάν η γραφική παράσταση που προκύπτει είναι γραμμική, τότε τα δύο σύνολα δεδομένων δείγματος πιθανότατα προέρχονται από την ίδια κατανομή.
(mathworks.com)



Εικόνα 4 Ιστόγραμμα συχνοτήτων με 60 κλάσεις και Q-Q plot για τις ημερήσιες λογαριθμικές αποδόσεις.

Βλέπουμε ότι πρόκειται για κατανομή με υψηλό βαθμό λεπτοκύρτωσης.

5.4 Υπολογισμός κύρτωσης και Ασσυμετρίας

5.4.1 Κύρτωση

Η Κύρτωση μετράει το βαθμό συγκέντρωσης των παρατηρήσεων γύρω από τη μέση τιμή. Η κύρτωση δείχνει την αιχμηρότητα ή την πλάτυνση της κατανομής.

Η κύρτωση μίας κατανομής ορίζεται ως:

$$\text{kurtosis} = \frac{E(x-\mu)^4}{\sigma^4} \quad (20)$$

Οπου,

μ : η μέση τιμή της x

σ : ο μέσος ορός της x

x : τυχαία μεταβλητή

και

$E(\lambda)$: αντιπροσωπεύει την αναμενόμενη τιμή της ποσότητας λ

5.4.2 Ασσυμετρία

Η κατανομή μπορεί να έχει συμμετρία ή ασυμμετρία. Για τον υπολογισμό της χρησιμοποιούμε τον παρακάτω τύπο :

$$\text{Skewness} = \frac{E(x-\mu)^3}{\sigma^3} \quad (21)$$

Οπου,

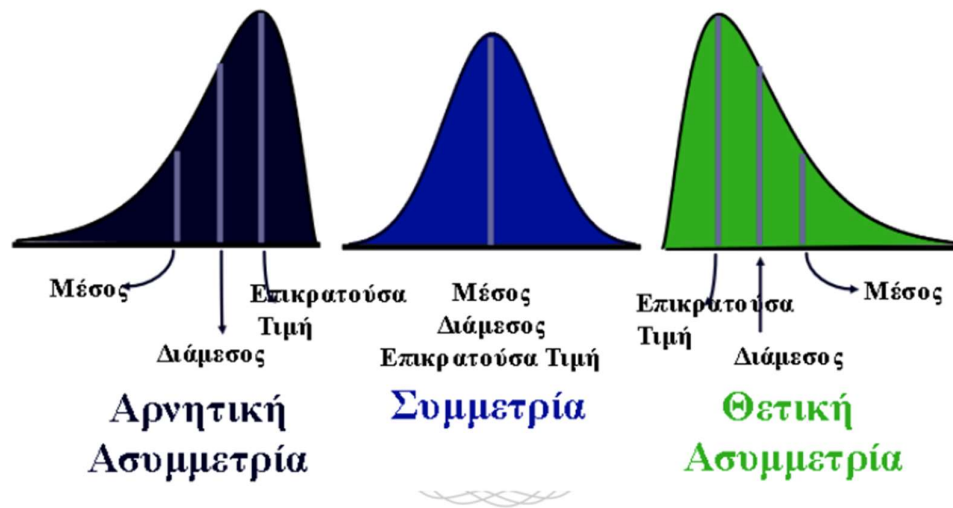
μ : η μέση τιμή μας x

σ : ο μέσος ορός μας x

x : τυχαία μεταβλητή

και

$E(y)$: αντιπροσωπεύει την αναμενόμενη τιμή μας ποσότητας y



Εικόνα 5 Αρνητική ασυμμετρία, Συμμετρία και Θετική ασυμμετρία (onlearn.gr)

Η κύρτωση και η ασυμμετρία μας κατανομής των ημερήσιων αποδόσεων του γενικού δείκτη του Χρηματιστηρίου των Αθηνών παρουσιάζονται παρακάτω από την περίοδο 6/12003 έως 18/12/1015:

Κύρτωση	9.0958
Ασυμμετρία	0.1460

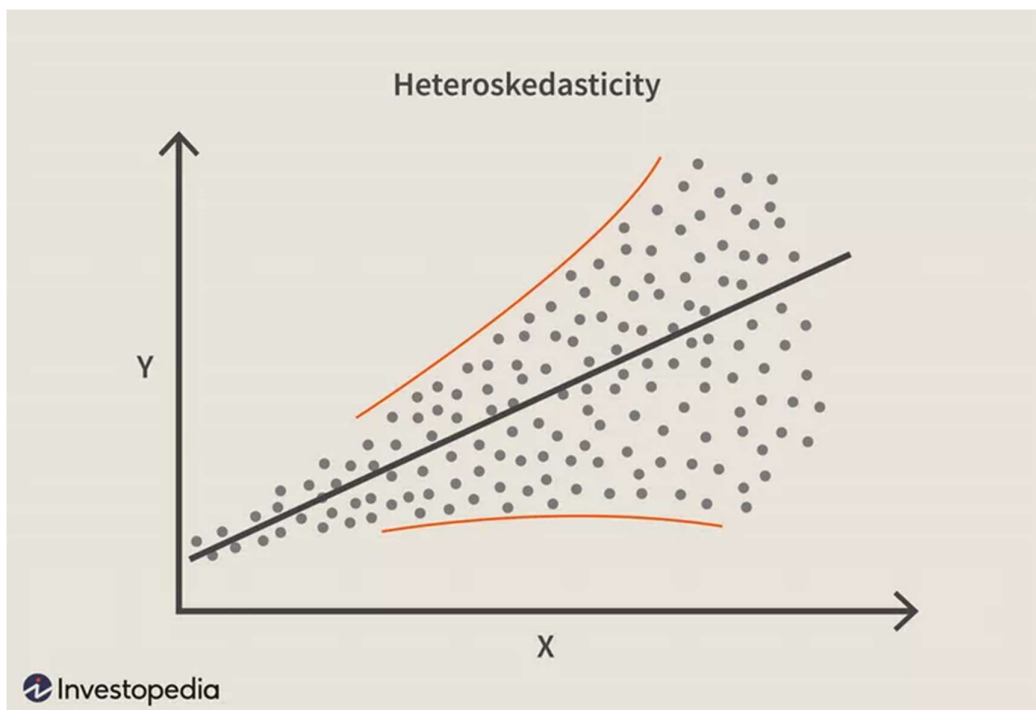
Βλέπουμε ότι πρόκειται για κατανομή με υψηλό βαθμό λεπτοκύρτωσης καθώς και μεγαλύτερες ακραίες τιμές από ότι προβλέπει η κανονική κατανομή. Μας παρατηρούμε και στην Εικόνα 4.

5.5 ΑΥΤΟΣΥΣΧΕΤΙΣΗ ΚΑΙ ΕΤΕΡΟΣΚΕΔΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ

5.5.1 Ετεροσκεδαστικότητα

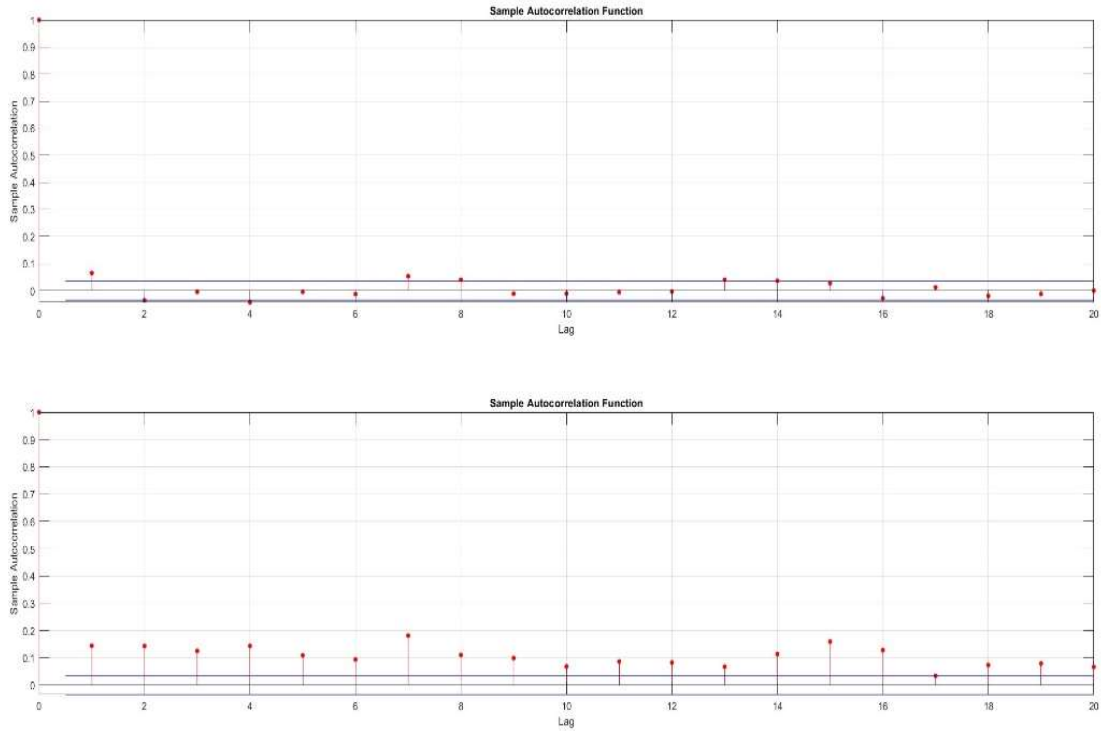
Στην στατιστική, η ετεροσκεδαστικότητα (ή ετεροσκεδαστικότητα) συμβαίνει όταν οι τυπικές αποκλίσεις μιας προβλεπόμενης μεταβλητής, που παρακολουθούνται σε διαφορετικές τιμές μιας ανεξάρτητης μεταβλητής ή σε σχέση με προηγούμενες χρονικές περιόδους, είναι μη σταθερές. Με την ετεροσκεδαστικότητα, το ενδεικτικό σημάδι κατά την οπτική επιθεώρηση των υπολειπόμενων σφαλμάτων είναι ότι θα τείνουν να εξαφανίζονται με την πάροδο του χρόνου, μας απεικονίζεται στην παρακάτω εικόνα.

Η ετεροσκεδαστικότητα εμφανίζεται συχνά σε δύο μορφές: δεσμευμένη και μη δεσμευμένη. Η δεσμευμένη ετεροσκεδαστικότητα προσδιορίζει τη μη σταθερή μεταβλητότητα που σχετίζεται με τη μεταβλητότητα μιας προηγούμενης περιόδου (π.χ. ημερήσια). Η μη δεσμευμένη ετεροσκεδαστικότητα αναφέρεται σε γενικές δομικές αλλαγές στη μεταβλητότητα που δεν σχετίζονται με τη μεταβλητότητα μιας προηγούμενης περιόδου. Η μη δεσμευμένη ετεροσκεδαστικότητα χρησιμοποιείται όταν μπορούν να εντοπιστούν μελλοντικές περιόδους υψηλής και χαμηλής μεταβλητότητας. (Adam Hayes, 2022)



Εικόνα 6 Η Ετεροσκεδαστικότητα γραφικά. (Investopedia.com)

5.5.2 Αυτοσυσχέτιση



Εικόνα 7 Διαγράμματα αυτοσυσχέτισης (correlograms) για 20 υστερήσεις για μας αποδόσεις και τα τετράγωνά μας

Στην Εικόνα 3 βλέπουμε ότι υπάρχει σημαντική αυτοσυσχέτιση στις αποδόσεις (ένδειξη ότι η χρονολογική σειρά δεν είναι τυχαία), αλλά και στα τετράγωνά που αποτελεί ένδειξη παρουσίας ετεροσκεδαστικότητας.

5.5.3 Διαγνωστικοί Έλεγχοι lbqtest και ARCH του Engle

5.5.3.1 Διαγνωστικός έλεγχος lbqtest

Την παρουσία αυτοσυσχέτισης μπορούμε να την ελέγξουμε και με τον έλεγχο Ljung-Box-Pierce Qtest. Χρησιμοποιώντας την συνάρτηση lbqtest για σύνολο υστερήσεων 5, 10 και 15, μπορούμε να επαληθεύσουμε τα προηγούμενα αποτελέσματα, δηλαδή ότι υπάρχει σημαντική αυτοσυσχέτιση τόσο μας αποδόσεις, όσο και στα τετράγωνα μας.

h1 =

1×3 logical array

1 1 1

pValue1 =

1.0e-03 *

0.1833 0.0153 0.0050

>> [h2,pValue2] = lbqtest(res.^2,'Lags',[5 10 15]),

Το αποτέλεσμα h1 = 1 1 1 σημαίνει ότι απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση για σύνολα υστερήσεων 5, 10 και 15, ενώ το Pvalue1 = 0.1833 0.0153 0.0050 υποδηλώνει ότι υπάρχει η πιθανότητα λάθους αν και μικρή για όλα τα σύνολα υστερήσεων για τα τετράγωνα μας έχουμε :

h2 =

1×3 logical array

1 1 1

pValue2 =

0 0 0

Μας και προηγουμένως Το αποτέλεσμα h1 = 1 1 1 σημαίνει ότι απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση για σύνολα υστερήσεων 5, 10 και 15, εδώ μας το Pvalue1 = 0 0 0 υποδηλώνει ότι η πιθανότητα λάθους είναι εξαιρετικά μικρή για όλα τα σύνολα υστερήσεων.

5.5.3.2 Διαγνωστικός έλεγχος ARCH του Engle

Μας ακόμη έλεγχος ετεροσκεδαστικότητας; Είναι ο έλεγχος ARCH του Engle:

h3 =

1×3 logical array

1 1 1

pValue3 =

0 0 0

Το αποτέλεσμα και αυτού του ελέγχου επιβεβαιώνει την ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας μας αποδόσεις μας. Τα αποτελέσματά μας υποδεικνύουν ότι θα μπορούσαμε να μοντελοποιήσουμε την διακύμανση των αποδόσεών μας με το μοντέλο GARCH.

5.6 ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ GARCH ΚΑΙ EGARCH

5.6.1.1 GARCH(1,1) για την κανονική κατανομή

Το προεπιλεγμένο υπόδειγμα GARCH του MATLAB μοντέλο του δεσμευμένου μέσου με GARCH(1,1) μεταβολές ε_t που ακολουθούν την κανονική κατανομή και για την t κατανομή είναι:

$$Y_t = \varepsilon_t \quad (22)$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t \quad (23)$$

$$\sigma_t^2 = k + G_1 \sigma_{t-1}^2 + A_1 \varepsilon_{t-1}^2 \quad (24)$$

Οι παράμετροι του μοντέλου είναι όλες στατιστικά σημαντικές με τις παρακάτω τιμές:

Parameter	Value	Standard Error	t Statistic	P-Value
Constant	0.0000	0.000	1.8100	0.07
GARCH(1)	0.9480	0.0014	698.3497	
ARCH(1)	0.0520	0.0025	20.9622	0.00

Η παράμετρος Constant αντιστοιχεί στο k , η GARCH{1} στο $G1$ και η ARCH{1} στο $A1$.

5.6.1.2 GARCH(1,1) για την t κατανομή

Οι παράμετροι του μοντέλου είναι όλες στατιστικά σημαντικές με τις παρακάτω τιμές:

Parameter	Value	Standard Error	t Statistic	P-Value
Constant	0.0000	0.000	2.6931	0.0071
GARCH(1)	0.9023	0.0088	102.7983	0
ARCH(1)	0.0977	0.0108	9.0671	0.0000
DoF	6.2351	0.5617	11.1009	0.0000

5.6.1.3 EGARCH(1,1) για την κανονική κατανομή

Το προεπιλεγμένο υπόδειγμα EGARCH του MATLAB μοντέλο του δεσμευμένου μέσου με GARCH(1,1) μεταβολές ε_t που ακολουθούν την κανονική κατανομή και για την t κατανομή είναι:

$$y_t = \varepsilon_t \quad (25)$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t \quad (26)$$

$$\log \sigma_t^2 = \kappa + \gamma_1 \log \sigma_{t-1}^2 + \alpha_1 \left[\frac{|\varepsilon_{t-1}|}{\sigma_{t-1}} - E \left\{ \frac{|\varepsilon_{t-1}|}{\sigma_{t-1}} \right\} \right] + \xi_1 \quad (27)$$

Οι παράμετροι του μοντέλου είναι όλες στατιστικά σημαντικές με τις παρακάτω τιμές:

Parameter	Value	Standard Error	t Statistic	P-Value
Constant	-0.0220	0.0053	-4.1169	3.8398e-05
GARCH(1)	0.9968	6.4873e-04	1.5365e+03	0
ARCH(1)	0.0641	0.0030	21.0514	2.2187e-98
Leverage(1)	-0.0334	0.0035	-9.6077	7.4156e-22

5.6.1.4 EGARCH(1,1) για την t κατανομή

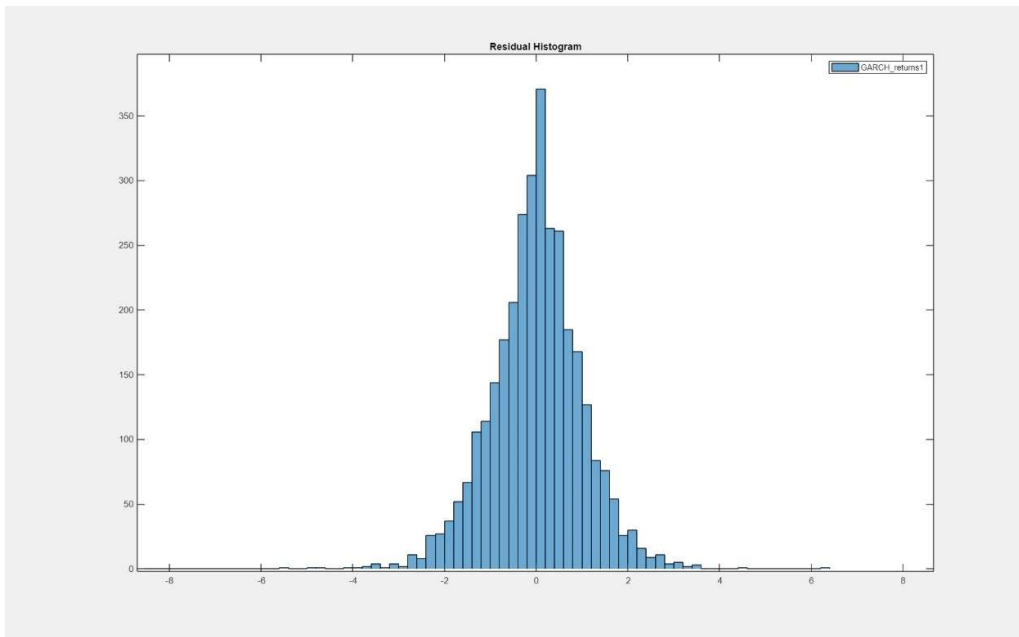
Οι παράμετροι του μοντέλου είναι όλες στατιστικά σημαντικές με τις παρακάτω τιμές:

Parameter	Value	Standard Error	t Statistic	P-Value
Constant	-0.1033	0.0227	-4.5515	0.0000
GARCH(1)	0.9871	0.0028	350.087	0
ARCH(1)	0.1561	0.0130	12.0386	0.0000
Leverage(1)	-0.0396	0.0093	-4.2531	0.0000
DoF	6.1344	0.5096	12.0368	0.0000

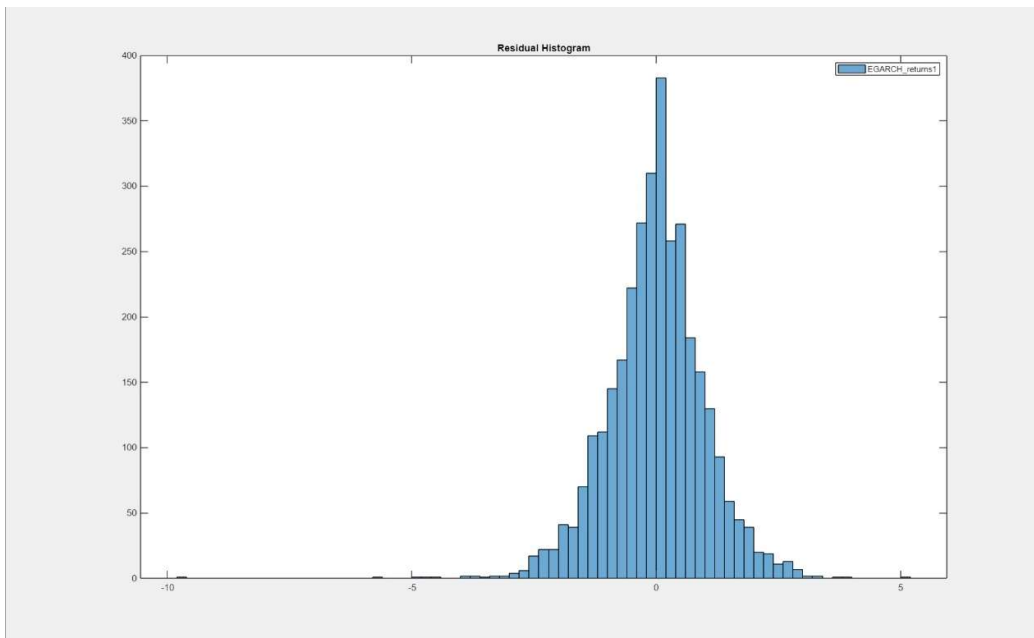
5.6.2 Διαγνωστικοί Έλεγχοι

5.6.2.1 Ιστογράμματα Συχνοτήτων

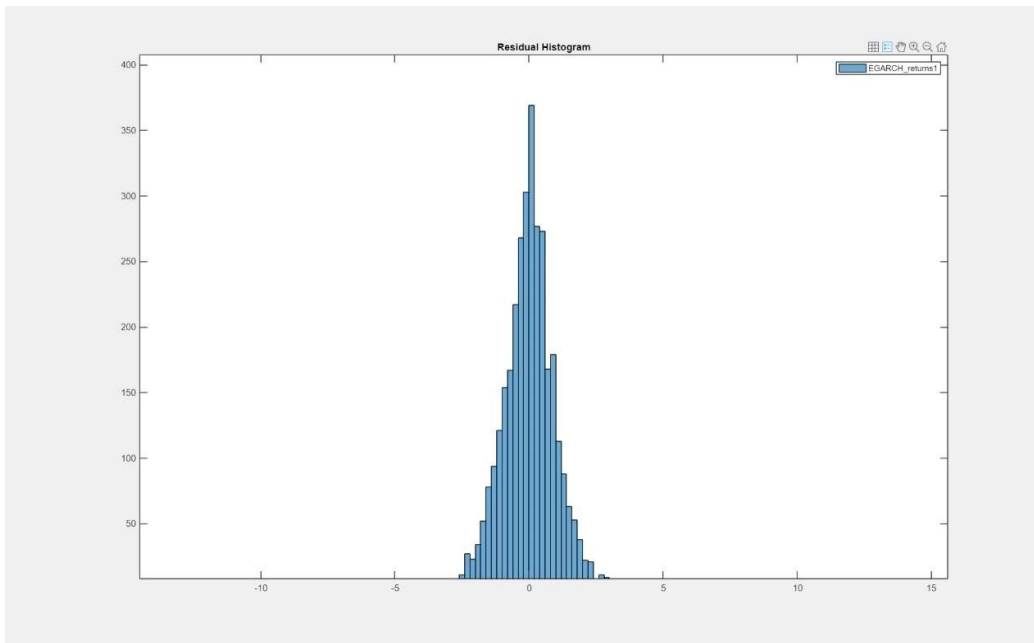
Στα παρακάτω ιστογράμματα συχνοτήτων έχουμε έναν οπτικό έλεγχο της κανονικότητας.



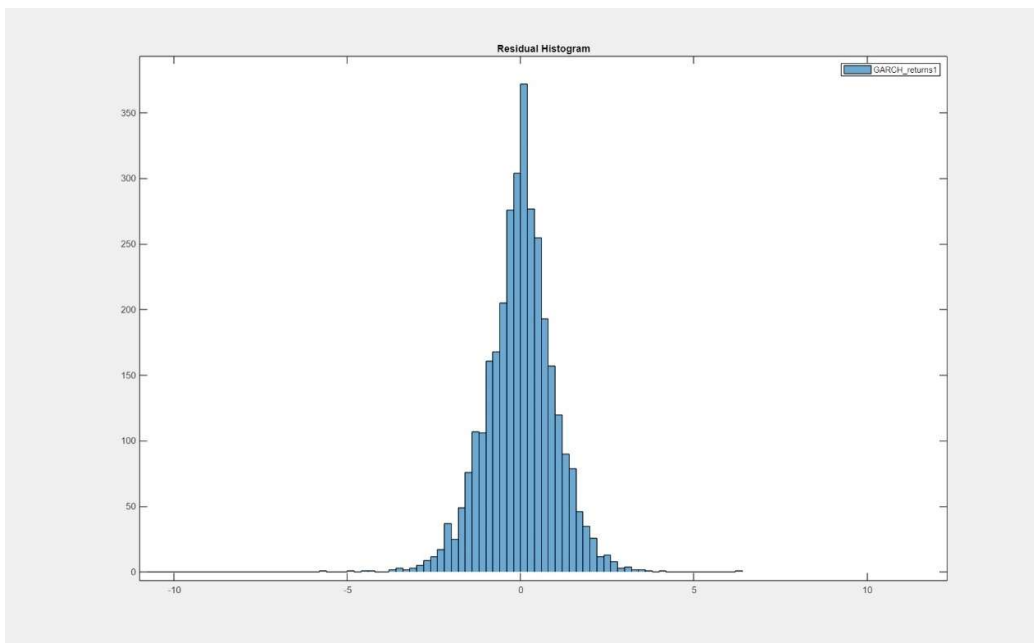
Εικόνα 8 Ιστόγραμμα των καταλοίπων του μοντέλου GARCH(1,1) για την κανονική κατανομή.



Εικόνα 9 Ιστόγραμμα των καταλοίπων του μοντέλου GARCH(1,1) για την t κατανομή.



Εικόνα 10 Ιστόγραμμα των καταλοίπων του μοντέλου EGARCH(1,1) για την κανονική κατανομή.

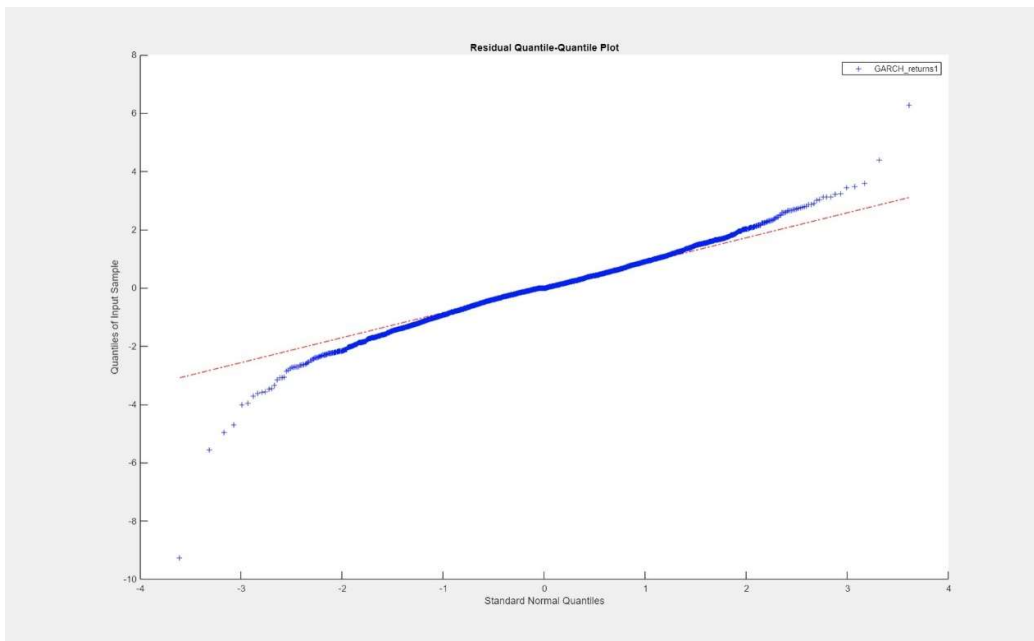


Εικόνα 11 Ιστόγραμμα των καταλοίπων του μοντέλου EGARCH(1,1) για την t κατανομή.

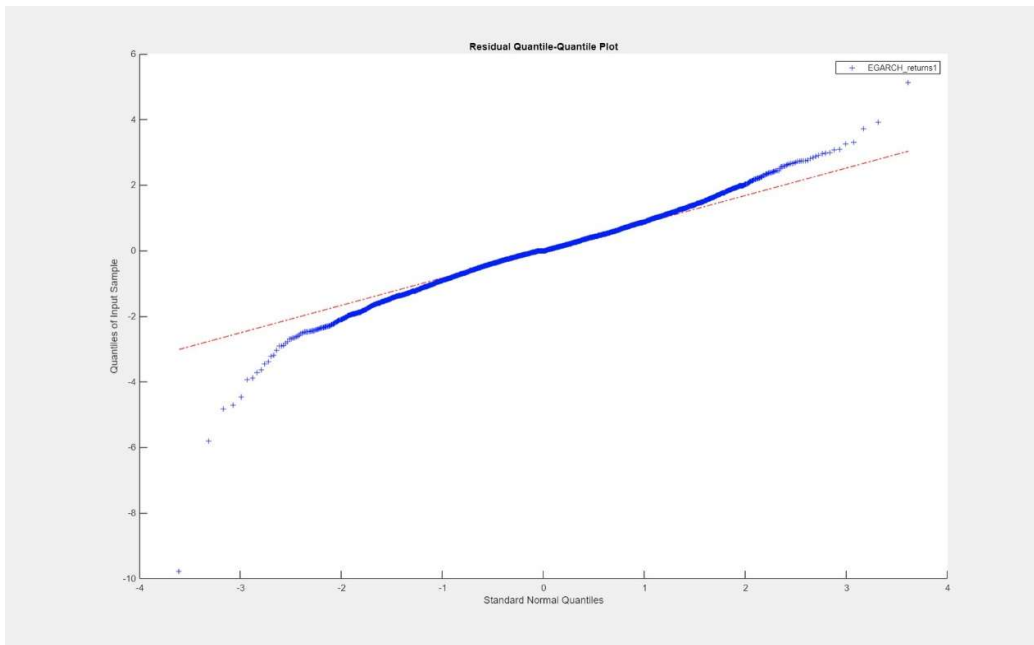
Βλέπουμε ότι έχουμε λεπτοκύρτωση αν και μικρότερη από αυτή των αποδόσεων. Αυτή είναι μία τυπική κατάσταση όταν κάνουμε την υπόθεση της κανονικής κατανομής για τις τυχαίες διακυμάνσεις του μοντέλου GARCH, καθώς μπορεί να συλλάβει μόνο μερικώς την λεπτοκύρτωση στη μη δεσμευμένη κατανομή των αποδόσεων (Ζαπράνης 2022).

5.6.2.2 Διαγράμματα Q-Q

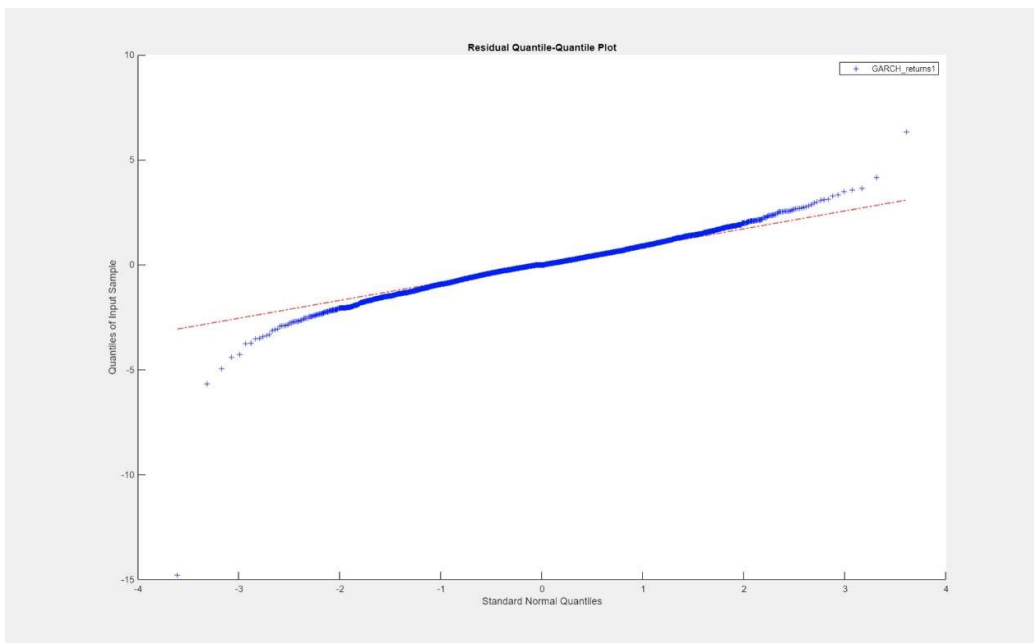
Τα διαγράμματα Q-Q επιβεβαιώνουν τις αποκλίσεις από την κανονικότητα (ύπαρξη λεπτοκύρτωσης).



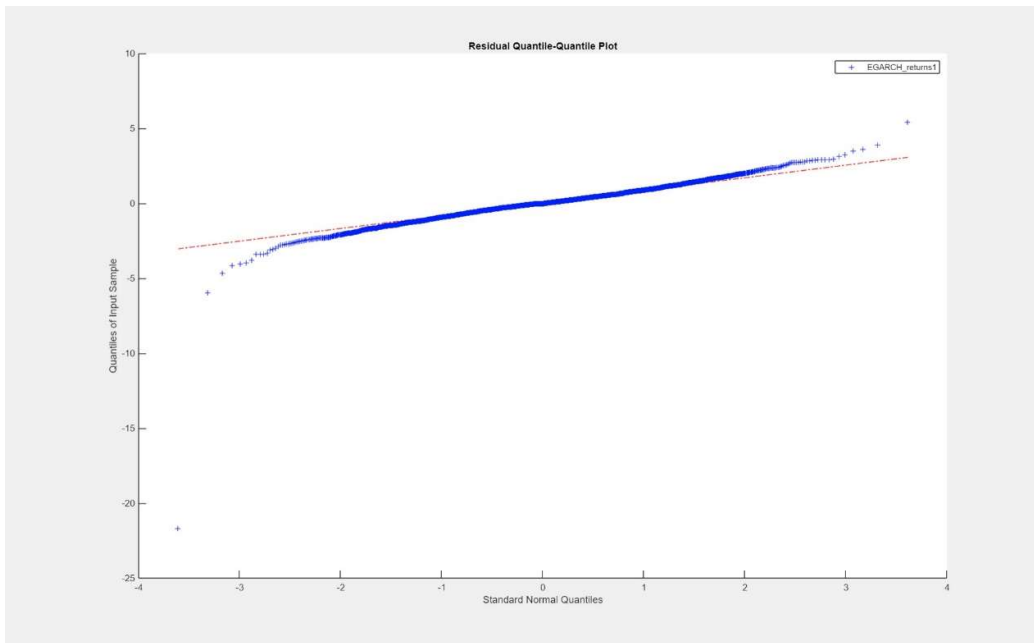
Εικόνα 12 Διάγραμμα Q-Q των καταλοίπων του μοντέλου GARCH(1,1) για την κανονική κατανομή.



Εικόνα 13 Διάγραμμα Q-Q των καταλοίπων του μοντέλου GARCH(1,1) για την t κατανομή.



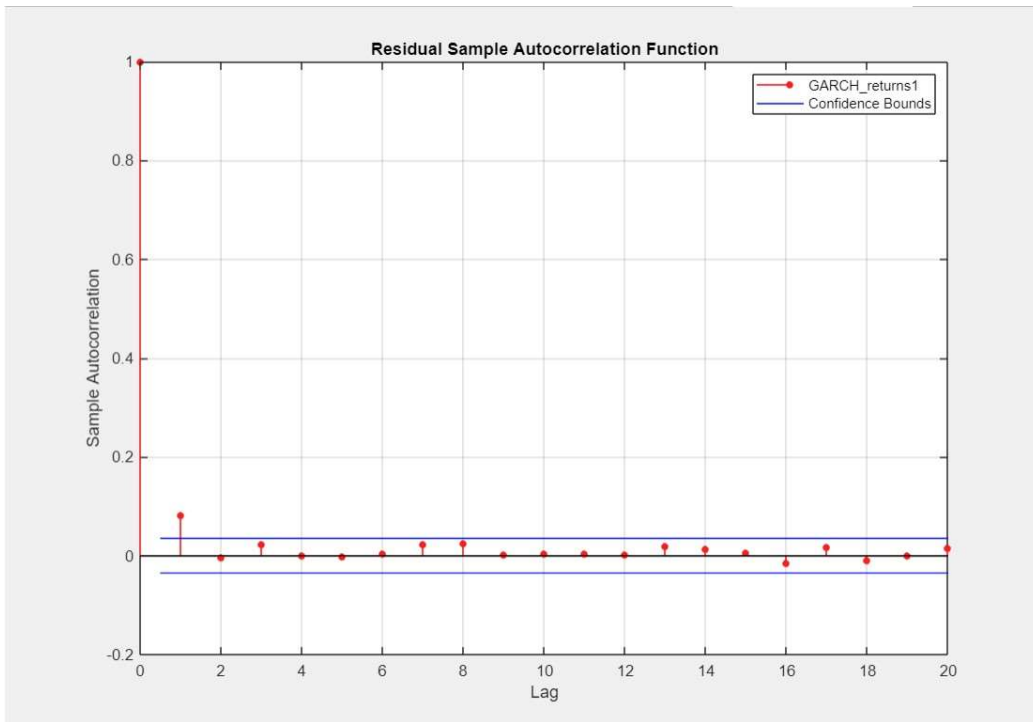
Εικόνα 14 Διάγραμμα Q-Q των καταλοίπων του μοντέλου EGARCH(1,1) για την κανονική κατανομή.



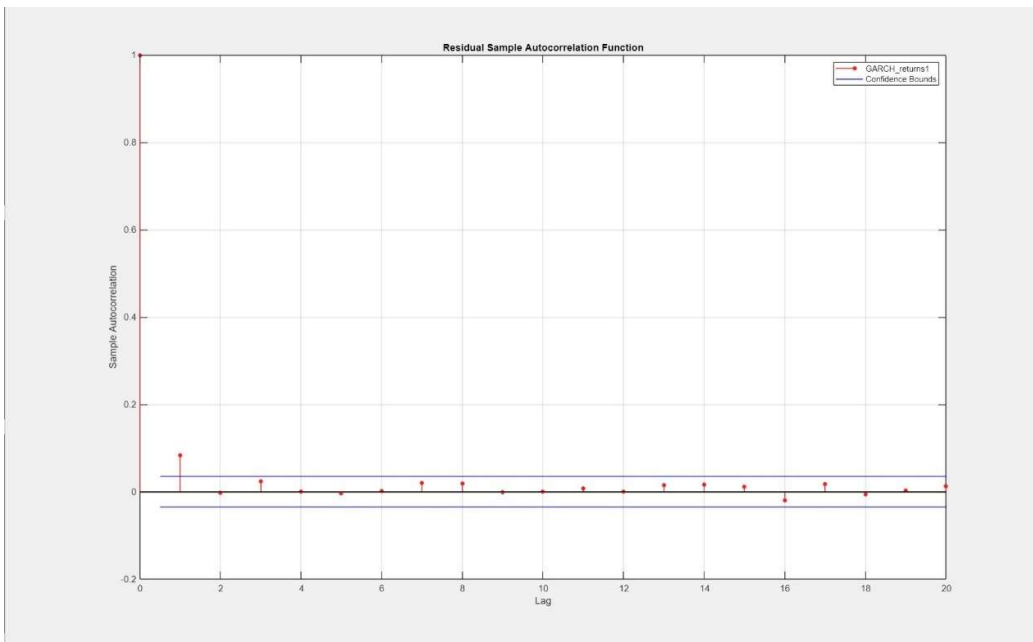
Εικόνα 15 Διάγραμμα Q-Q των καταλοίπων του μοντέλου EGARCH(1,1) για την κανονική κατανομή.

5.6.2.3 Κορελογράμματα των καταλοίπων των μοντέλων.

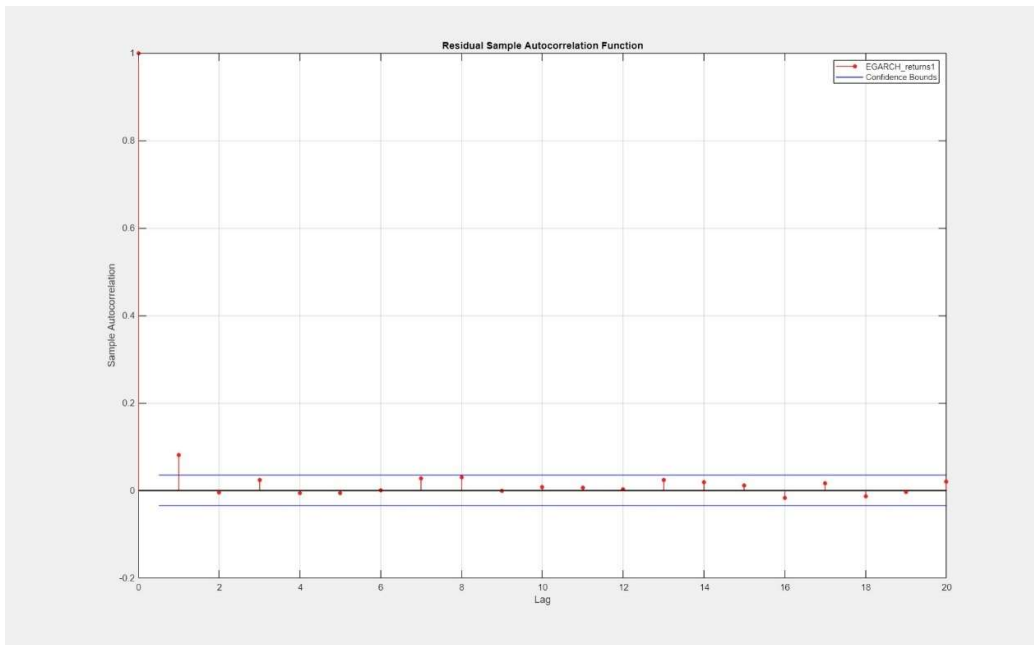
Στις παρακάτω εικόνες βλέπουμε το κορελογράμματα των καταλοίπων. Η αυτοσυσχέτιση είναι στατιστικά σημαντική μόνο για την υστέρηση 1 και για όλες περιπτώσεις .



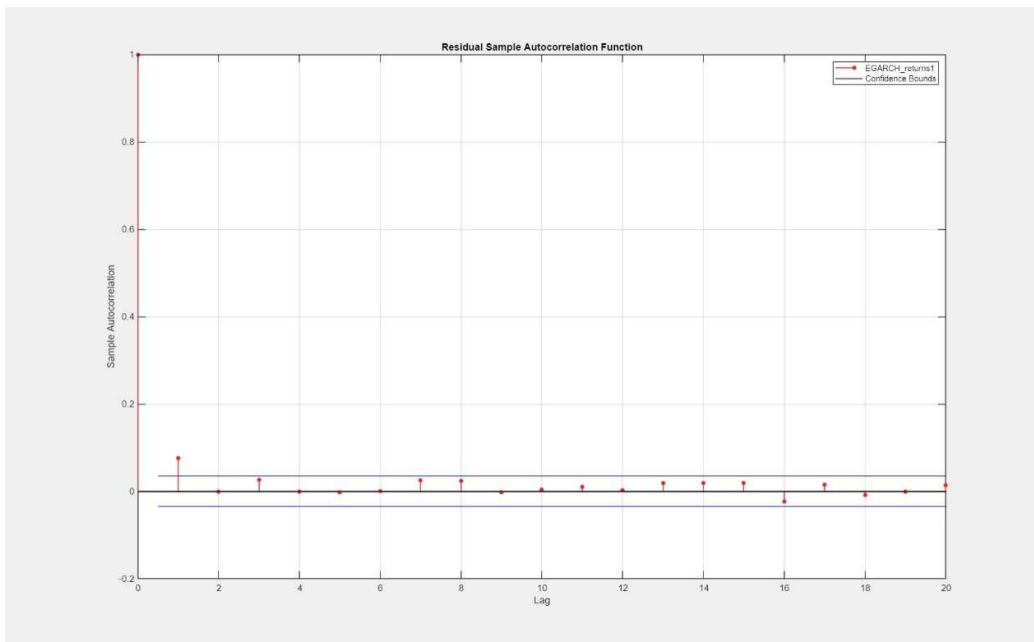
Εικόνα 16 Κορελόγραμμα των καταλοίπων του μοντέλου GARCH(1,1) για την κανονική κατανομή.



Εικόνα 17 Κορελόγραμμα των καταλοίπων του μοντέλου GARCH(1,1) για την t κατανομή.



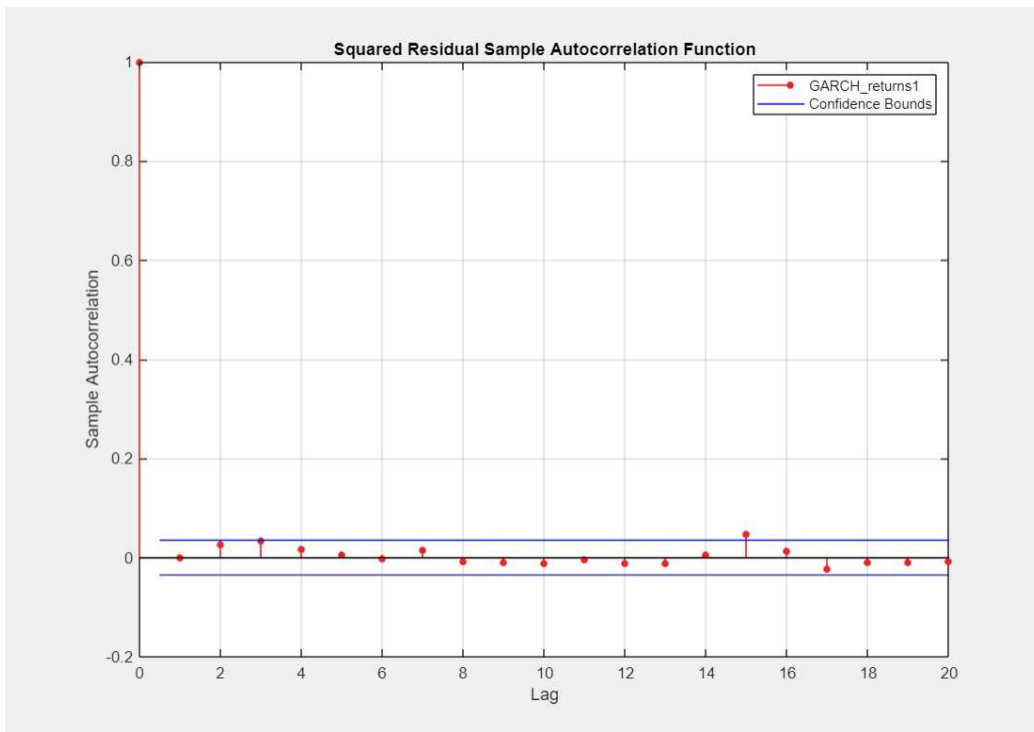
Εικόνα 18 Κορελόγραμμα των καταλοίπων του μοντέλου EGARCH(1,1) για την κανονική κατανομή.



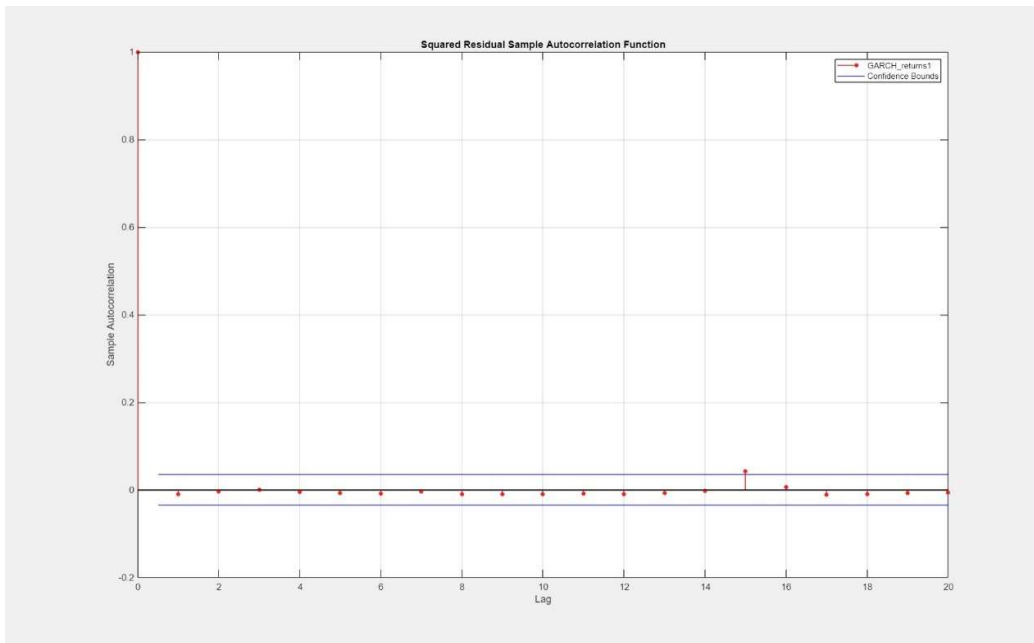
Εικόνα 19 Κορελόγραμμα των καταλοίπων του μοντέλου EGARCH(1,1) για την t κατανομή.

5.6.2.4 Κορελογράμματα των τετραγώνων των καταλοίπων των μοντέλων.

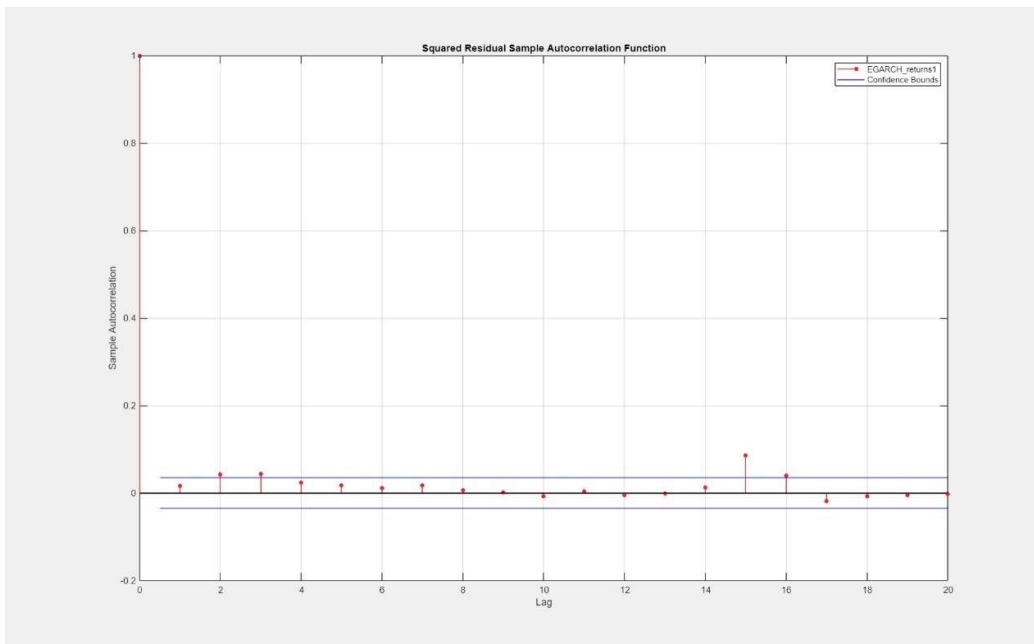
Στις παρακάτω εικόνες (Εικόνα 17, 18, 19 και 20 μπορούμε να δούμε τα κορελογράμματα των καταλοίπων. Η αυτοσυσχέτιση είναι στατιστικά σημαντική μόνο για την υστέρηση 15 εκτός του EGARCH με t κατανομή όπου η αυτοσυσχέτιση δεν είναι στατιστικά σημαντική για καμία υστέρηση.



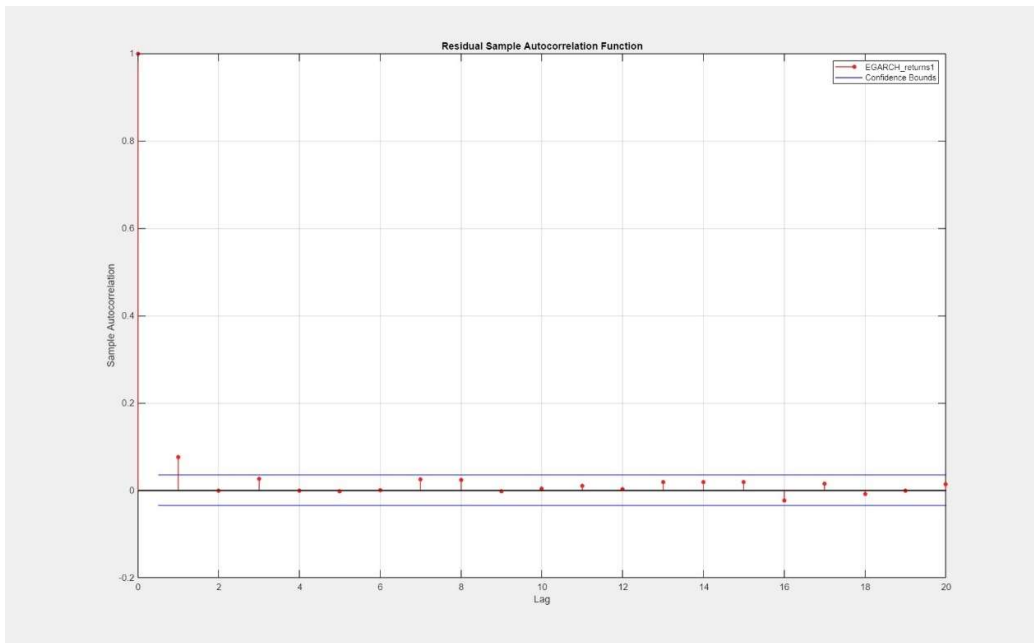
Εικόνα 20 Κορελόγραμμα των καταλοίπων του μοντέλου GARCH(1,1) για την κανονική κατανομή.



Εικόνα 21 Κορελόγραμμα των καταλοίπων του μοντέλου GARCH(1,1) για την t κατανομή



Εικόνα 22 Κορελόγραμμα των καταλοίπων του μοντέλου EGARCH(1,1) για την κανονική κατανομή.



Εικόνα 23 Κορελόγραμμα των καταλοίπων του μοντέλου EGARCH(1,1) για την t κατανομή.

5.6.2.5 Αποτελέσματα διαγνωστικών ελέγχων Ljung-Box Q-test και ARCH του Engle των καταλοίπων των μοντέλων.

Τόσο ο έλεγχος **Ljung-Box** όσο και ο έλεγχος ARCH του Engle επιβεβαιώνουν την μη ύπαρξη αυτοσυσχέτισης. Άρα λοιπόν και οι δύο έλεγχοι συνηγορούν στην μη ύπαρξη στατιστικά σημαντικής ετεροσκεδαστικότητας στα κατάλοιπα. Τα αποτελέσματα τα βλέπουμε στις παρακάτω εικόνες (Εικόνα 17 και Εικόνα 18).

GARCH-(κανονική κατανομή)								
Ljung-Box Q-Test for Autocorrelation(GARCH_returns1)								
Null Hypothesis: The first m autocorrelations of the residuals of GARCH_returns1 are jointly 0								
Results	Select	Null Rejected	P-Value	Test Statistic	Critical Value	Lags	DOF	Significance Level
1	<input type="checkbox"/>	true	0.0318	33.2382	31.4104	20	20	0.0500

GARCH(t-student)								
Ljung-Box Q-Test for Autocorrelation(GARCH_returns1)								
Null Hypothesis: The first m autocorrelations of the residuals of GARCH_returns1 are jointly 0								
Results	Select	Null Rejected	P-Value	Test Statistic	Critical Value	Lags	DOF	Significance Level
1	<input type="checkbox"/>	true	0.0330	33.0859	31.4104	20	20	0.0500

EGARCH-(κανονική κατανομή)								
Ljung-Box Q-Test for Autocorrelation(EGARCH_returns1)								
Null Hypothesis: The first m autocorrelations of the residuals of EGARCH_returns1 are jointly 0								
Results	Select	Null Rejected	P-Value	Test Statistic	Critical Value	Lags	DOF	Significance Level
1	<input type="checkbox"/>	true	0.0120	36.9194	31.4104	20	20	0.0500

EGARCH(t-student)								
Ljung-Box Q-Test for Autocorrelation(EGARCH_returns1)								
Null Hypothesis: The first m autocorrelations of the residuals of EGARCH_returns1 are jointly 0								
Results	Select	Null Rejected	P-Value	Test Statistic	Critical Value	Lags	DOF	Significance Level
1	<input type="checkbox"/>	true	0.0365	32.6917	31.4104	20	20	0.0500

Εικόνα 24 Αποτελέσματα διαγνωστικού ελέγχου Ljung-Box Q-test των καταλοίπων των μοντέλων.

GARCH-(κανονική κατανομή)								
Engle's ARCH Test for Heteroscedasticity(GARCH_returns1)								
Null Hypothesis: The residuals of GARCH_returns1 exhibit no ARCH effects								
Results	Select	Null Rejected	P-Value	Test Statistic	Critical Value	Lags	Significance Level	
1	<input type="checkbox"/>	false	0.9605	6.6321e-05	3.8415	1	0.0500	

GARCH(t-student)								
Engle's ARCH Test for Heteroscedasticity(GARCH_returns1)								
Null Hypothesis: The residuals of GARCH_returns1 exhibit no ARCH effects								
Results	Select	Null Rejected	P-Value	Test Statistic	Critical Value	Lags	Significance Level	
1	<input type="checkbox"/>	false	0.5613	0.3041	3.8415	1	0.0500	

EGARCH-(κανονική κατανομή)								
Engle's ARCH Test for Heteroscedasticity(EGARCH_returns1)								
Null Hypothesis: The residuals of EGARCH_returns1 exhibit no ARCH effects								
Results	Select	Null Rejected	P-Value	Test Statistic	Critical Value	Lags	Significance Level	
1	<input type="checkbox"/>	false	0.3525	0.8544	3.8415	1	0.0500	

EGARCH(t-student)								
Engle's ARCH Test for Heteroscedasticity(EGARCH_returns1)								
Null Hypothesis: The residuals of EGARCH_returns1 exhibit no ARCH effects								
Results	Select	Null Rejected	P-Value	Test Statistic	Critical Value	Lags	Significance Level	
1	<input type="checkbox"/>	false	0.9109	0.0536	3.8415	1	0.0500	

Εικόνα 25 Αποτελέσματα διαγνωστικού ελέγχου ARCH του Engle για ετεροσκεδαστικότητα των καταλοίπων των μοντέλων.

5.7 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΗΣ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑΣ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

5.7.1 Akaike Information Criteria (AIC)

Το Akaike Information Criteria (AIC) είναι μέτρηση για την καταλληλότητα των μοντέλων ορίζετε ως:

$$AIC = -2(\text{μέγιστη πιθανοφάνεια} - \text{αριθμός παραμέτρων στο μοντέλο}). \quad (28)$$

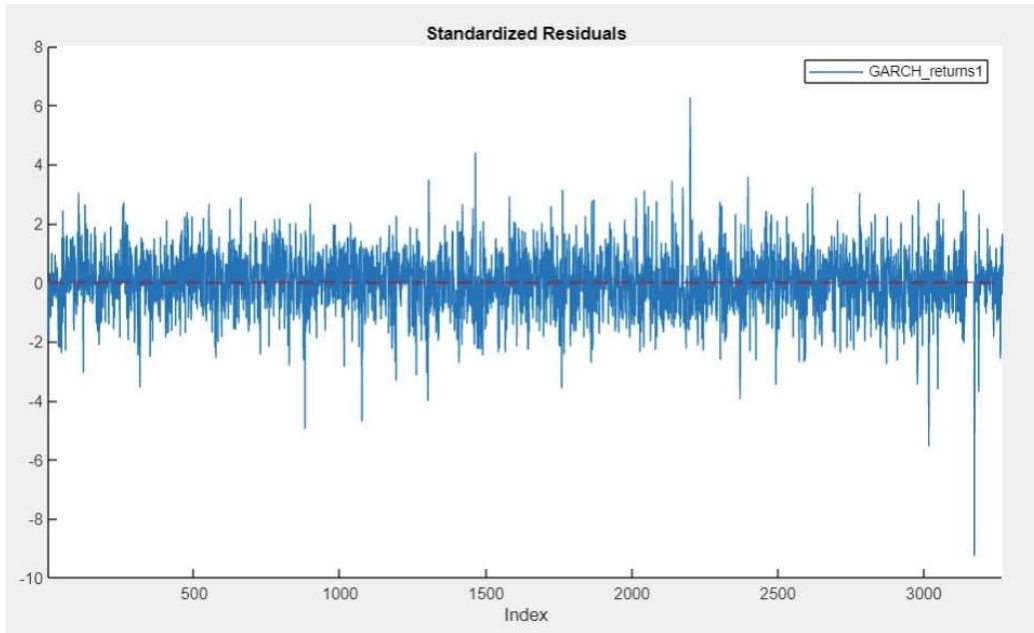
Το πιο κατάλληλο μοντέλο είναι αυτό με το μικρότερο AIC.

	AIC
GARCH(1,1) για την κανονική κατανομή.	-1,6988e+04
GARCH(1,1) για την τ κατανομή.	-1.7199e+04
EGARCH(1,1) για την κανονική κατανομή.	-1.6972e+04
EGARCH(1,1) για την τ κατανομή.	-1.7223e+04

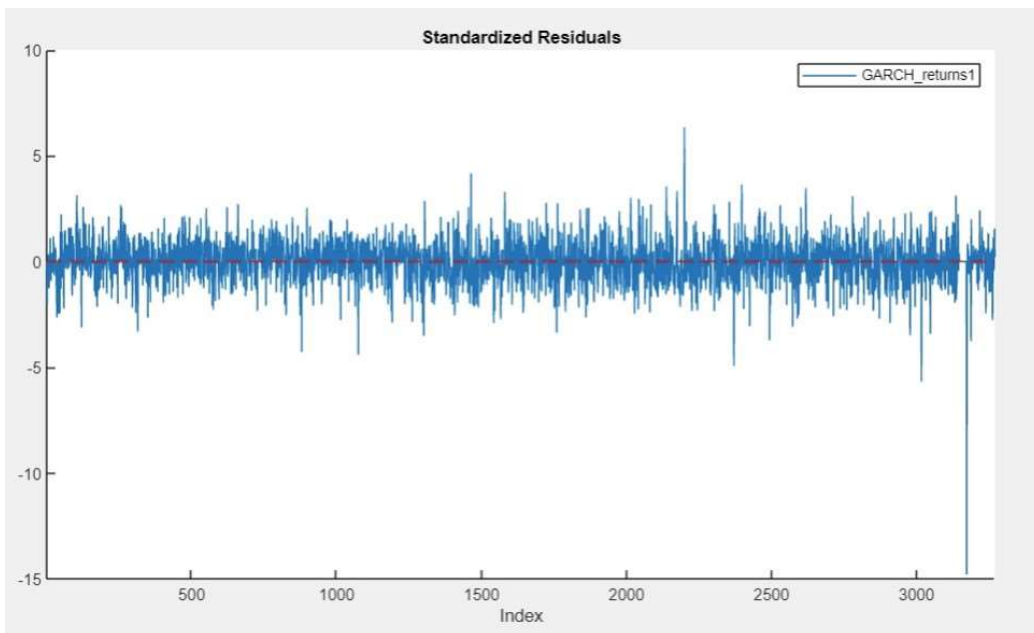
5.7.2 Αποτελέσματα σύγκρισης

Από τα αποτελέσματα που προέκυψαν, για την επιλογή του καταλληλότερου μοντέλου για την πρόβλεψη των αποδόσεων και της δεσμευμένης διακύμανσης του γενικού δείκτη του Χρηματιστηρίου των Αθηνών. Το μοντέλο EGARCH(1,1) είναι το πιο κατάλληλο μοντέλο γιατί έχει το μικρότερο AIC.

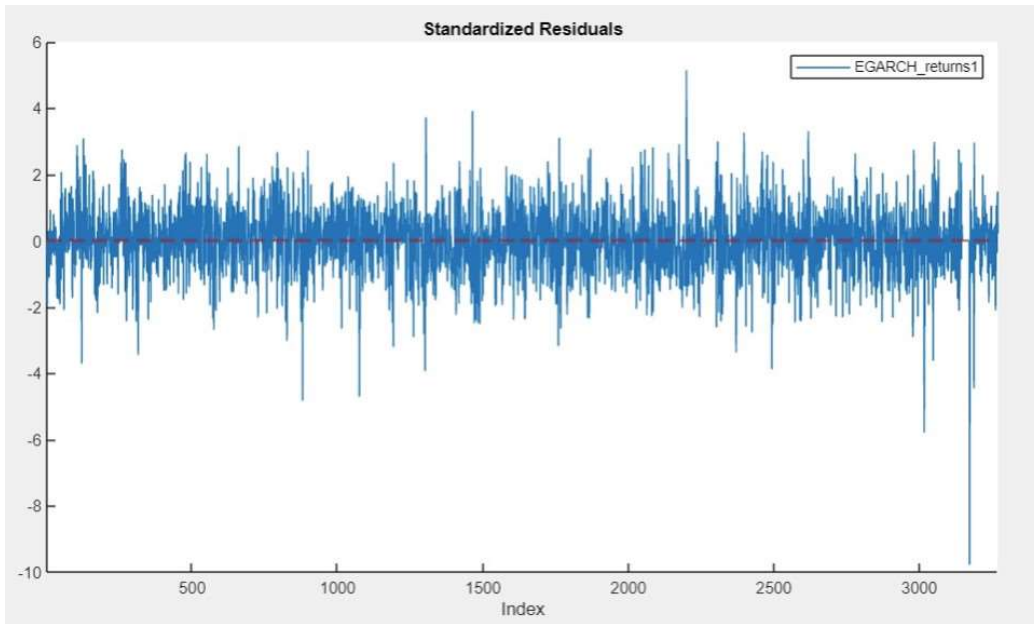
5.7.3 Γραφική Απεικόνιση Υποδειγμάτων



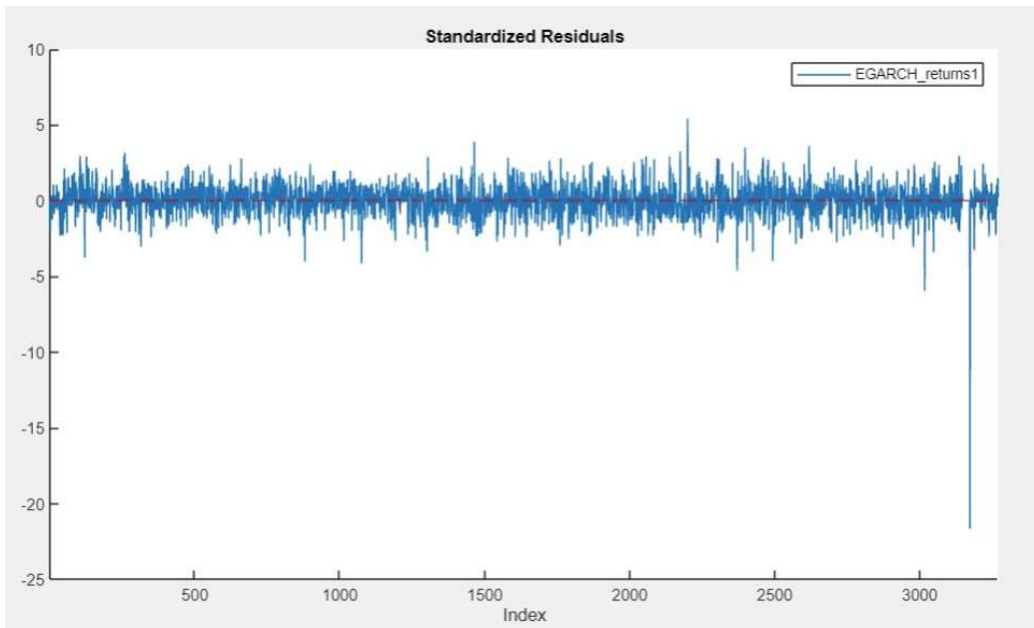
Εικόνα 26 GARCH(1,1) για την κανονική κατανομή.



Εικόνα 27 GARCH(1,1) για την t κατανομή.



Εικόνα 28 EGARCH(1,1) για την κανονική κατανομή.



Εικόνα 29 EGARCH(1,1) για την t κατανομή.

6. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΕΙΑ

Bollerslev, T. (1986), 'Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity', Journal of Econometrics.

Bollerslev, T., R. Y. Chou and K. F. Kroner (1992), 'ARCH modelling in finance: a selective review of the theory and empirical evidence', Journal of Econometrics.

Engle, R. F. (1982), 'Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the United Kingdom inflation', *Econometrica*, 50, 987-1008.

Engle, R. F., and T. Bollerslev (1986), 'Modelling the persistence of conditional variances', *Econometric Reviews*, 5, 1-50.

Tsay, R.S. (2002). *Analysis of Financial Time Series*. Wiley Series in Probability and Statistics.

Βρόντος Ι. (2006) Εφαρμογές στατιστικών μοντέλων στα Χρηματοοικονομικά.

Ζαπράνης, Α. (2021). Προηγμένες Μέθοδοι Προβλέψεων Χρηματιστηριακών Μεγεθών.

Κλωνιάς Β.Κ. (1985) Πιθανότητες Ι.

Κλωνιάς Β.Κ. (2010) Παραμετρική Στατιστική.

Διαδικτυακές Αναφορές

athexgroup.gr

ch.mathworks.com

euro2day.gr

finance.yahoo.com

investopedia.com