ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ

Σχολή Οικονομικών και Περιφερειακών Σπουδών

Τμήμα Οικονομικών Επιστημών

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Θεωρία Διαπραγματεύσεων: Θεωρία και Εφαρμογές

Σοφία Θ. Σαμψωνίδου

Επιβλέπων: Φιλιππιάδης Ελευθέριος, Επίκουρος Καθηγητής

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ

ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2021

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Θεωρία Διαπραγματεύσεων: Θεωρία και Εφαρμογές

Σοφία Θ. Σαμψωνίδου

Α.Μ. eco18060

Επιβλέπων: Φιλιππιάδης Ελευθέριος, Επίκουρος Καθηγητής

Περίληψη

Η παρούσα εργασία έχει ως στόχο τη μελέτη της θεωρίας διαπραγματεύσεων καθώς και των τρόπων που μπορεί αυτή να εφαρμοστεί σε καθημερινά ζητήματα. Πιο συγκεκριμένα, αναλύονται διεξοδικά οι θεωρίες της συνεργατικής ή αξιωματικής και της μη συνεργατικής προσέγγισης, σε περιβάλλον πλήρους και ελλιπούς πληροφόρησης, ενώ στην συνέχεια εξάγεται η σχέση μεταξύ των δύο αυτών προσεγγίσεων. Επιπλέον, γίνεται αναφορά σε εφαρμογές που αφορούν τους τρόπους με τους οποίους χρησιμοποιείται η θεωρία διαπραγματεύσεων σε ζητήματα όπως οι διαπραγματεύσεις εργοδοσίας και εργαζομένων, οι κρατικές διαπραγματεύσεις κ.ά.. Τέλος, εξάγονται συμπεράσματα αναφορικά με τις παραπάνω εφαρμογές.

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ: Θεωρία Διαπραγματεύσεων, Συνεργατική ή Αξιωματική Προσέγγιση, μη Συνεργατική Προσέγγιση, Διαπραγματευτική Λύση κατά Nash, Διαπραγματεύσεις Εργοδοσίας Εργαζομένων

Abstract

The present paper aims to study the Bargaining Theory as well as the ways in which it can be applied to everyday issues. More specifically, the theories of the cooperative or axiomatic and non-cooperative approach are analyzed in detail, in an environment of complete and incomplete information, while then the relationship between these two approaches is extracted. In addition, reference is made to applications concerning the ways in which Bargaining Theory is used on issues such as firms and trade unions bargaining, government debt negotiations, etc. Finally, conclusions are drawn regarding the above applications.

KEY WORDS: Bargaining Theory, Cooperative or Axiomatic Approach, non-Cooperative Approach, Nash's Bargaining Solution, Firms and Trade Unions Bargaining

Περιεχόμενα

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι διαπραγματεύσεις είναι ένα αναπόσπαστο κομμάτι της καθημερινότητας. Τα άτομα διαπραγματεύονται με τα μέλη της οικογένειάς τους, τους φίλους τους και με άλλα άτομα για καθημερινά ζητήματα όπως το μέρος που θα φάνε, ο τόπος των διακοπών κ.ά., αλλά επίσης διαπραγματεύονται και με πωλητές για την τιμή αγοράς προϊόντων ή με εργοδότες σχετικά με το επίπεδο του μισθού που θα λαμβάνουν από την εργασία που θα προσφέρουν. Εκτός από τα άτομα, σε μια διαδικασία διαπραγμάτευσης συμμετέχουν και οντότητες όπως επιχειρήσεις για θέματα που αφορούν συγχωνεύσεις ή εξαγωγές, ή κράτη για ζητήματα όπως η άρση εμπορικών περιορισμών, η παγκόσμια ασφάλεια, η αποπληρωμή χρεών κ.ά..

Με τον όρο διαπραγμάτευση (bargaining) αναφερόμαστε στη διαδικασία κατά την οποία άτομα, οργανισμοί, κράτη κ.ά., οι οποίοι ονομάζονται παίκτες έχουν τη δυνατότητα να καταλήξουν σε μία αμοιβαία επωφελή συμφωνία, ενώ υπάρχει σύγκρουση συμφερόντων για τη σύναψη της καταλληλότερης συμφωνίας. Επιπλέον, δεν μπορεί η διαπραγμάτευση να καταλήξει σε συμφωνία αν πρώτα δεν συμφωνήσουν όλα τα μέρη που συμμετέχουν σε αυτή (Rubinstein & Osborne, 1990).

Η διαδικασία της διαπραγμάτευσης αποτελείται από 4 βήματα. Αρχικά, ο κάθε παίκτης πρέπει να προετοιμάσει και να σχεδιάσει την τακτική του βασισμένος στις πληροφορίες που έχει. Στη συνέχεια, γίνεται η ανταλλαγή πληροφοριών μεταξύ των παικτών και μετά ξεκινά η διαδικασία προσφορών ή/και αντιπροσφορών που κάνει ο ένας παίκτης στον άλλον. Τέλος, ακολουθεί το κλείσιμο της διαπραγμάτευσης και η τήρηση των συμφωνιών (Ζαχαράκης, 2017).

Ένα από τα πιο απλά παραδείγματα που μπορεί να δώσει κανείς για να εξηγήσει τη διαδικασία της διαπραγμάτευσης είναι το «μοίρασμα της πίτας». Πιο συγκεκριμένα, τα μέρη που συμμετέχουν στη διαπραγμάτευση πρέπει να συμφωνήσουν στο μερίδιο που θα πάρει το καθένα από την «πίτα». Αυτό το μοίρασμα θα πρέπει να είναι αποδεκτό από όλα τα μέρη και επίσης να είναι αποτελεσματικό κατά Pareto, δηλαδή με το μερίδιο που θα λάβει το κάθε άτομο να μπορεί μόνο να ωφελείται εις βάρος του άλλου (Ζαχαράκης, 2017).

Θα ήταν, επίσης, καλό να αναφερθεί ότι κάθε παίκτης μπορεί σε μία διαπραγμάτευση να έχει διαφορετικά χαρακτηριστικά από τον άλλον. Για παράδειγμα, κάποιοι μπορεί να είναι πιο αυστηροί, πιο επιεικείς, άλλοι να είναι ανυπόμονοι και άλλοι όχι. Από την άλλη πλευρά, μπορεί ορισμένοι εξωγενείς ή ανεξέλεγκτοι παράγοντες να οδηγήσουν τη διαπραγμάτευση σε αδιέξοδο ή, από την άλλη πλευρά, ακόμα και σε επίτευξη συμφωνίας γρηγορότερα.

Επομένως, η θεωρία διαπραγματεύσεων ασχολείται με το πώς μπορεί αυτό το μοίρασμα να είναι δίκαιο για όλα τα μέρη που συμμετέχουν στη διαδικασία διαπραγμάτευσης, αλλά επίσης και με τις μεταβλητές που καθορίζουν το αποτέλεσμά της όπως η διαπραγματευτική δύναμη του κάθε παίκτη κ.ά..

Στόχος του κάθε παίκτη σε μία διαπραγμάτευση είναι να καταλήξει σε συμφωνία, η οποία θα είναι η καλύτερη γι' αυτόν. Ωστόσο, η διαδικασία αυτή συνήθως αποτελείται από προσφορές και αντιπροσφορές που κάνουν ο ένας παίκτης στον άλλον. Γι' αυτό τον λόγο, όπως και στις περισσότερες περιπτώσεις, οι διαπραγματεύσεις έχουν μεγάλη διάρκεια και συνήθως είναι δαπανηρές, ενώ υπάρχει και το ενδεχόμενο να μην επιτευχθεί συμφωνία και τα άτομα να καταλήξουν σε διαφωνία. Αν υπήρχε, όμως, κάποιο κόστος για όσο χρονικό διάστημα καθυστερεί η εύρεση συμφωνίας, αυτό θα πίεζε τους παίκτες να καταλήξουν σε συμφωνία πιο γρήγορα.

Ο πρώτος που προσπάθησε να αναλύσει τη θεωρία διαπραγματεύσεων ήταν ο John Nash. Ο Nash (1950) παρουσίασε μία λύση διαπραγμάτευσης μεταξύ δύο παικτών, η οποία είναι μοναδική και ικανοποιεί κάποιες ιδιότητες ή αλλιώς αξιώματα. Επιπλέον, δίνει έμφαση στον τρόπο με τον οποίο τα μέρη που διαπραγματεύονται θα μοιραστούν ορθολογικά το πλεόνασμα ή το όφελος που προκύπτει από τη συναλλαγή. Η προσέγγιση που χρησιμοποίησε ο Nash ονομάζεται Αξιωματική Προσέγγιση ή αλλιώς Συνεργατική Προσέγγιση. Λίγα χρόνια αργότερα, το 1953, παρουσίασε ένα εκτεταμένο μοντέλο της αξιωματικής προσέγγισης. Ακολούθησαν οι Kalai & Smorodinsky (1975), οι οποίοι κατάφεραν να βρουν μία λύση η οποία ικανοποιεί τρία από τα τέσσερα αξιώματα του Nash και ένα ακόμα που το ονόμασαν αξίωμα της μονοτονικότητας.

Ωστόσο, πολλοί υποστηρίζουν ότι η συνεργατική προσέγγιση δεν ανταποκρίνεται στον πραγματικό τρόπο με τον οποίο γίνονται οι διαπραγματεύσεις στην καθημερινή ζωή, δηλαδή με σειρά προσφορών και αντιπροσφορών μεταξύ των ατόμων που συμμετέχουν.

Για τον λόγο αυτό, κατά τη διάρκεια της δεκαετίας του 1980 ξεκίνησαν οι πρώτες προσπάθειες ανάλυσης της μη – συνεργατικής προσέγγισης της θεωρίας διαπραγματεύσεων. Πρώτος ο Rubinstein (1982), ο οποίος κατάφερε να αναλύσει τη διαδικασία της διαπραγμάτευσης ως ένα μη – συνεργατικό παίγνιο, αναλύοντας δηλαδή κάθε στάδιο της διαπραγμάτευσης ξεχωριστά. Με άλλα λόγια, σε αυτή η προσέγγιση, η διαδικασία διαπραγμάτευσης αποτελείται από προσφορές και αντιπροσφορές που κάνει ο ένας παίκτης στον άλλο, χωρίς να υπάρχει κάποιο συγκεκριμένο σημείο στον χρόνο όπου οι διαπραγματεύσεις θα πρέπει να τελειώσουν και να καταλήξουν οι παίκτες σε συμφωνία. Επίσης, υπάρχει και μία προσέγγιση που βασίζεται σε αυτή του Rubinstein, κατά την οποία η διαπραγμάτευση διαρκεί ένα πεπερασμένο χρονικό διάστημα στο οποίο οι παίκτες θα πρέπει να καταλήξουν σε συμφωνία. Το συγκεκριμένο υπόδειγμα εμπλουτίστηκε στη συνέχεια εντάσσοντας το στοιχείο της ελλιπούς πληροφόρησης (Rubinstein,1985), ενώ έχει δειχθεί και η σχέση ανάμεσα στη συνεργατική και τη μη – συνεργατική προσέγγιση από τους Binmore, Rubinstein & Wolinsky (1986).

Στη μη – συνεργατική προσέγγιση, σε αντίθεση με την αξιωματική προσέγγιση του Nash, υπάρχει και ένας παράγοντας που στόχο έχει να πιέσει τους παίκτες να καταλήξουν σε συμφωνία και δηλώνει τον ρυθμό με τον οποίο θα μειώνεται το ποσό που προσπαθούν να μοιράσουν, από το ένα στάδιο διαπραγμάτευσης στο άλλο. Επομένως, μπορούμε να πούμε ότι στη συγκεκριμένη προσέγγιση η καθυστέρηση να καταλήξουν σε συμφωνία κοστίζει.

Το κύριο εργαλείο που χρησιμοποιείται στην ανάλυση της θεωρίας διαπραγματεύσεων είναι η Θεωρία Παιγνίων. Οι περισσότερες διαδικασίες διαπραγμάτευσης περιγράφονται ως εκτεταμένα παίγνια, ενώ οι παίκτες καλούνται να πάρουν αποφάσεις ταυτόχρονα.

Συνεπώς, στο πρώτο μέρος αυτής της εργασίας θα αναλυθούν οι δύο αυτές προσεγγίσεις της θεωρίας διαπραγματεύσεων, η συνεργατική και η μη – συνεργατική. Αξίζει να σημειωθεί ότι και οι δύο προσεγγίσεις υποθέτουν ότι τα άτομα που συμμετέχουν στη διαπραγμάτευση είναι ορθολογικά και κάθε παίκτης έχει πλήρη πληροφόρηση για τις προτιμήσεις του άλλου. Επιπλέον, θα γίνει αναφορά και στις επεκτάσεις που υπάρχουν σε κάθε μία από αυτές τις προσεγγίσεις, οι οποίες σχετίζονται με τη διαπραγματευτική δύναμη κάθε παίκτη, τις τιμές του συντελεστή προεξόφλησης τους αλλά και τους παράγοντες που μπορούν να επηρεάσουν την απόφασή τους, δηλαδή ποια θα είναι η προσφορά που θα κάνει ο παίκτης και αν θα την αποδεχτεί ή όχι ο άλλος παίκτης, ενώ γίνεται και μία σύγκριση των δύο υποδειγμάτων και συμπεραίνεται η σχέση που υπάρχει μεταξύ τους.

Στο τέλος του πρώτου μέρους γίνεται αναφορά στο υπόδειγμα διαπραγματεύσεων με ελλιπή πληροφόρηση. Με άλλα λόγια, αναλύεται η περίπτωση όπου ο ένας παίκτης έχει πλήρη πληροφόρηση για όλα τα χαρακτηριστικά του παιγνίου, ενώ ο άλλος παίκτης δεν γνωρίζει ορισμένα χαρακτηριστικά του αντιπάλου του. Αυτή η ανάλυση βασίζεται στη θεωρία των παιγνίων σηματοδότησης.

Στο δεύτερο μέρος, θα γίνει αναφορά σε εφαρμογές της θεωρίας διαπραγματεύσεων. Πιο συγκεκριμένα, αναλύεται ο τρόπος που μπορεί να χρησιμοποιηθούν οι δύο αυτές προσεγγίσεις σε ζητήματα όπως είναι οι διακρατικές διαπραγματεύσεις, οι διαπραγματεύσεις μεταξύ οργανισμών και οι διαπραγματεύσεις εργοδοσίας και εργαζομένων.

2. ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟ - Θεωρία Διαπραγματεύσεων

Ο όρος διαπραγμάτευση δηλώνει την προσπάθεια δύο ή περισσότερων μερών να συνάψουν μία συμφωνία η οποία θα είναι όσο πιο συμφέρουσα γίνεται για το κάθε μέρος. Τέτοια μέρη μπορεί να είναι άτομα, εταιρίες, οργανισμοί, κράτη και άλλα.

Τα μέρη πρέπει να μοιράσουν ένα πλεόνασμα το οποίο προέρχεται από μία οικονομική συναλλαγή με τέτοιο τρόπο που να είναι αποδεκτός από όλους. Στόχος όλων των μερών που συμμετέχουν στη διαπραγμάτευση είναι η απόκτηση της μεγαλύτερης δυνατής ωφέλειας ή αλλιώς χρησιμότητας που θα προκύψει από τη διαπραγμάτευση. Με αυτό τον τρόπο, η παραπάνω διαδικασία είναι γνωστή ως το διαπραγματευτικό πρόβλημα.

Μερικά από τα πιο γνωστά παραδείγματα διαπραγματεύσεων είναι οι διαπραγματεύσεις μεταξύ εργοδότη και εργαζομένου, αγοραστή και πωλητή και οι διαπραγματεύσεις μεταξύ κρατών κ.ά..

Οι διαπραγματεύσεις χωρίζονται σε δύο κατηγορίες: Τη συνεργατική (ή αξιωματική) προσέγγιση και τη μη συνεργατική προσέγγιση. Στην πρώτη περίπτωση, η λύση του προβλήματος διαπραγμάτευσης θα πρέπει να ικανοποιεί κάποιες ιδιότητες ή αλλιώς αξιώματα, ενώ παράλληλα δίνεται έμφαση στον τρόπο με τον οποίο τα μέρη που διαπραγματεύονται θα μοιραστούν ορθολογικά το πλεόνασμα που προκύπτει από τη συναλλαγή. Στη μη συνεργατική προσέγγιση, η διαπραγμάτευση πραγματοποιείται σαν ένα μη συνεργατικό και συχνά δυναμικό παίγνιο όπου το ένα άτομο διαπραγματεύεται μετά το άλλο και η συμφωνία δεν είναι δεσμευτική.

2.1. Συνεργατική (ή Αξιωματική) Προσέγγιση

Έστω δύο παίκτες που διαπραγματεύονται και X το σύνολο συμφωνιών από το οποίο οι παίκτες πρέπει να αποφασίσουν από κοινού το μερίδιο που θα λάβει ο καθένας. Ο παίκτης 1 επιλέγει x_1και ο παίκτης 2 επιλέγει x_2 όπου $x_2 = X - x_1$ και άρα $X = x_1 + x_2$. Οι ωφέλειες που θα λάβει ο κάθε παίκτης από την επιλογή του μεριδίου θα είναι $u_1(x_1)$ και $u_2(x_2)$αντίστοιχα. Στόχος του κάθε παίκτη είναι η μέγιστη δυνατή ωφέλεια που μπορούν να αποκομίσουν από το μερίδιο που έχουν επιλέξει.

Αν οι δύο παίκτες δεν καταλήξουν σε συμφωνία τότε θα αποκομίσουν χρησιμότητες d_1 και d_2 αντίστοιχα, όπου $d = (d_1, d_2)$ είναι το σημείο διαφωνίας και είναι σταθερό. Υποθέτουμε ότι υπάρχει έστω μία συμφωνία χ όπου $u_i(x_i) > d_i$ με $\mathrm{i} = 1,2$.

Το U είναι το σύνολο χρησιμοτήτων που προκύπτει από το σύνολο των συμφωνιών, των δύο παικτών, που είναι δυνατό να επιτευχθούν. Συνεπώς,

$$U = \{(v_1, v_2): v_1 = u_1(x_1), v_2 = u_2(x_2), όπου\ x_1, x_2 \in X\}$$

Το πρόβλημα διαπραγμάτευσης είναι το (U, d), ενώ η λύση που προκύπτει δηλώνεται από τη συνάρτηση $f(U, d)$.

ΟΡΙΣΜΟΣ: Το Πρόβλημα Διαπραγμάτευσης είναι το ζεύγος (U, d), όπου U το σύνολο των χρησιμοτήτων του συνόλου συμφωνιών που μπορεί να επιτευχθούν και d το σύνολο των χρησιμοτήτων σε περίπτωση μη συμφωνίας, το οποίο ικανοποιεί τις εξής ιδιότητες:

- Το d είναι ένα υποσύνολο του U,
- Υπάρχει ένα ζεύγος συμφωνιών το οποίο είναι καλύτερο και για τους δύο παίκτες απ' ότι η διαφωνία, δηλαδή υπάρχει $(v_1, v_2) \in U$ τέτοιο ώστε $v_1 > d_1$ και $v_2 > d_2$,
- Το σύνολο των χρησιμοτήτων U είναι μη κενό,
- Το σύνολο των χρησιμοτήτων U είναι συμπαγές και φραγμένο σύνολο, δηλαδή οι χρησιμότητες που είναι δυνατό να προκύψουν από τη λύση

του διαπραγματευτικού προβλήματος είναι περιορισμένες και υπάρχει η πιθανότητα να υπάρξει κάποια λύση από κάποιου είδους μεγιστοποίηση.

ΟΡΙΣΜΟΣ: Η Λύση του Διαπραγματευτικού Προβλήματος εκφράζεται από μία συνάρτηση, η οποία σε κάθε σημείο του προβλήματος διαπραγμάτευσης συσχετίζει ένα σημείο του U.

2.1.1. Καμπύλη Αμοιβαίας Ωφέλειας (ΚΑΩ)

Η ΚΑΩ του προβλήματος διαπραγμάτευσης περιγράφει τους συνδυασμούς των ωφελειών που μπορούν να αποκομίσουν οι παίκτες στην περίπτωση που καταλήξουν σε κάποια αποτελεσματική συμφωνία.

Αποτελεσματική είναι μία συμφωνία όταν καμία αλλαγή στο μερίδιο που θα λάβει κάθε παίκτης μπορεί να αυξήσει την ωφέλεια του ενός παίκτη χωρίς να μειώσει την ωφέλεια του άλλου παίκτη.

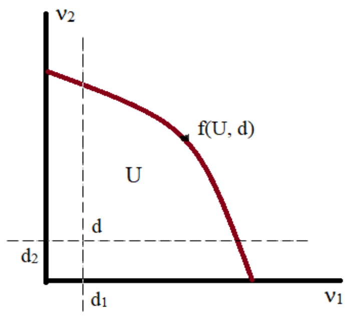
Η κλίση της καμπύλης δηλώνει το πόσο φοβούνται οι παίκτες τη διαφωνία. Η κλίση της ΚΑΩ μπορεί να αλλάξει σε περίπτωση που οι προτιμήσεις των παικτών γίνουν πιο σύνθετες.

Οι αποτελεσματικές λύσεις βρίσκονται πάνω στην ΚΑΩ. Συμφωνίες κάτω από την ΚΑΩ είναι μη αποτελεσματικές ενώ συμφωνίες πάνω από την ΚΑΩ είναι ανέφικτες.

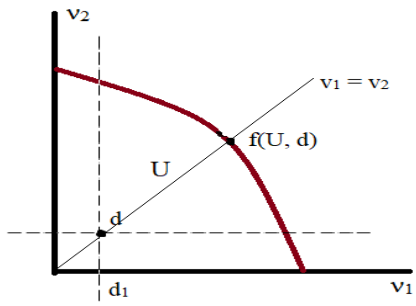
2.1.2. Διαπραγματευτική Λύση κατά Nash

Ο Nash επικεντρώθηκε στην ΚΑΩ και όρισε 4 χαρακτηριστικά ή αλλιώς αξιώματα που πρέπει να διαθέτει η λύση του προβλήματος διαπραγμάτευσης. Επίσης, ο Nash τόνισε ότι αυτή η λύση είναι μόνο μία. Τα αξιώματα του Nash είναι τα εξής: *Αποτελεσματικότητα κατά Pareto (Pareto Optimality), Συμμετρία (Symmetry), Ανεξαρτησία της κλίμακας μέτρησης της ωφέλειας (Independence of utility of utility calibrations), Ανεξαρτησία των άσχετων εναλλακτικών λύσεων (Independence of irrelevant alternatives).*

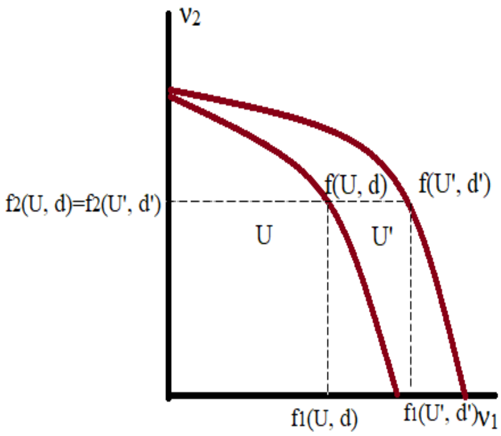
Αποτελεσματικότητα κατά Pareto: Το αξίωμα αυτό δείχνει ότι η λύση της διαπραγμάτευσης βρίσκεται πάνω στην Καμπύλη Αμοιβαίας Ωφέλειας , δηλαδή ότι η αλλαγή στο μερίδιο των παικτών δεν μπορεί να αυξήσει την ωφέλεια του ενός παίκτη χωρίς να μειώσει την ωφέλεια του άλλου.



Συμμετρία: Το αξίωμα αυτό δηλώνει ότι και οι δύο παίκτες έχουν ταυτόσημες συναρτήσεις ωφέλειας και άρα το μερίδιο που θα πάρουν είναι το ίδιο για τον κάθε παίκτη. Όταν οι παίκτες έχουν συμμετρ0ικά χαρακτηριστικά, η λύση $f(U,d)$ θα βρίσκεται πάνω στην ευθεία των 45 μοιρών και οι παίκτες λάβουν ισομερώς το ίδιο μερίδιο. Ταυτόχρονα, ισχύει ότι $d_1 = d_2$.

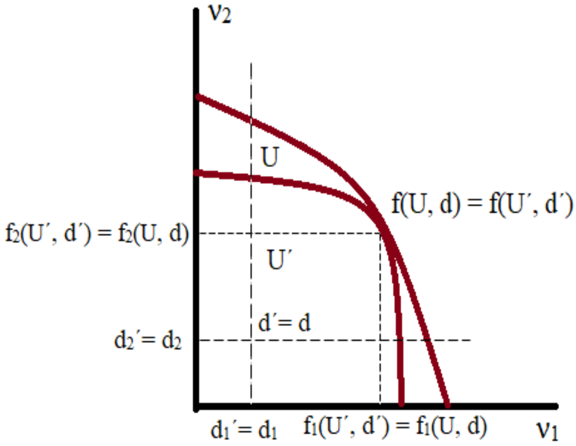


Ανεξαρτησία της κλίμακας μέτρησης της ωφέλειας: Αυτό το αξίωμα δηλώνει ότι στην περίπτωση που η συνάρτηση ωφέλειας του ενός ή και των δύο παικτών μεταβληθεί γραμμικά τότε θα μεταβληθεί και η λύση με τον ίδιο τρόπο. Για παράδειγμα, έστω το αρχικό πρόβλημα διαπραγμάτευσης (U,d) με λύση διαπραγμάτευσης $f(U,d)$. Αν υπάρχει ένα άλλο πρόβλημα (U',d'), το οποίο έχει μεταβληθεί γραμμικά, τότε η λύση του θα μεταβληθεί κατά τον ίδιο τρόπο αν ισχύει ότι:



$f_1(U',d') = a_1 f_1(U,d) + \beta_1$ και

$f_2(U',d') = a_2 f_2(U,d) + \beta_2$



<u>Ανεξαρτησία άσχετων εναλλακτικών λύσεων</u>: Το αξίωμα αυτό δηλώνει ότι αν μεταβληθεί το σύνολο από το οποίο επιλέγουν τη λύση τους οι παίκτες, η λύση του διαπραγματευτικού προβλήματος δεν θα μεταβληθεί. Με άλλα λόγια, στην περίπτωση που η λύση του προβλήματος διαπραγμάτευσης ενός συνόλου U ανήκει και σε ένα μικρότερο σύνολο U΄, τότε η λύση αυτή είναι και λύση για το μικρότερο σύνολο.

Επομένως, η διαπραγματευτική λύση κατά Nash (Nash Bargaining Solution)[1] γράφεται ως εξής:

$$\max_{(v_1,v_2)} (v_1-d_1)(v_2-d_2)\ \acute{o}\pi o\upsilon\ (v_1,v_2)\in U\ v_i\geq d_i\ i=1,2$$

Το γινόμενο $(v_1-d_1)(v_2-d_2)$ ονομάζεται Γινόμενο Nash. Η διαπραγματευτική λύση κατά Nash είναι η μοναδική που ικανοποιεί και τα τέσσερα αξιώματα. Συνεπώς, οποιαδήποτε άλλη λύση στο πρόβλημα διαπραγμάτευσης δεν είναι σε θέση να ικανοποιήσει όλα τα παραπάνω αξιώματα.

Παράδειγμα 1: Το μοίρασμα του ενός ευρώ (μέρος 1ο)

Υποθέτουμε ότι δύο παίκτες θέλουν να μοιραστούν 1€, το οποίο μπορεί να διαιρεθεί σε άπειρα μέρη, με όποιον τρόπο επιθυμούν αυτοί. Η χρησιμότητα του παίκτη 1 είναι $u_1=(x_1)^{\frac{1}{2}}$ και η χρησιμότητα του παίκτη 2 είναι $u_2=(x_2)^{\frac{1}{2}}$, όπου τα x_1 και x_2 δείχνουν τα μερίδια που θα λάβει κάθε παίκτης. Επιπλέον, ισχύει $x_2=1-x_1$ και επομένως $u_2=(1-x_1)^{\frac{1}{2}}$.

Σε περίπτωση που οι δύο παίκτες δεν καταλήξουν σε συμφωνία για τον διαμοιρασμό του ενός ευρώ, κάθε παίκτης θα αποκομίσει χρησιμότητα μηδέν, δηλαδή κανένας παίκτης δεν θα λάβει κάποιο μερίδιο και άρα $d_1=d_2=0$.

[1] Πρέπει να αναφέρουμε ότι η διαπραγματευτική λύση κατά Nash δεν σχετίζεται με την Ισορροπία κατά Nash που υπάρχει στην Θεωρία Παιγνίων.

Το γινόμενο κατά Nash που θέλουν να μεγιστοποιήσουν οι παίκτες είναι

$$\max\left(\left((x_1)^{\frac{1}{2}} - 0\right) * \left((x_2)^{\frac{1}{2}} - 0\right) = \max\left((x_1)^{\frac{1}{2}} * (1 - x_1)^{\frac{1}{2}}\right)\right.$$

Από τη μεγιστοποίηση προκύπτει ότι $x_1^* = \frac{1}{2}$ και $x_2^* = \frac{1}{2}$, δηλαδή κάθε παίκτης θα πάρει το ίδιο μερίδιο. Με άλλα λόγια, οι παίκτες θα μοιράσουν το 1€ στη μέση και ο καθένας θα πάρει από 50 λεπτά.

2.1.3. Επεκτάσεις

Α. Η λύση κατά Nash για n αριθμό παικτών

Το παραπάνω υπόδειγμα μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για την ανάλυση διαδικασίας διαπραγμάτευσης, στην οποία συμμετέχουν πάνω από 2 άτομα. Σύμφωνα με τους Osborne και Rubinstein (1990), όταν σε μία διαπραγμάτευση συμμετέχει n αριθμός παικτών, τότε το πρόβλημα διαπραγμάτευσης ορίζεται ως *(U, d)*, όπου το είναι ένα συμπαγές κυρτό υποσύνολο του R^n, με $d \in U$ και υπάρχει $u \in U$ τέτοιο ώστε $u_i > d_i$ για κάθε i = 1, 2, …, n.

Τα τέσσερα αξιώματα του Nash, δηλαδή η Αποτελεσματικότητα κατά Pareto, η Συμμετρία, η Ανεξαρτησία της κλίμακας μέτρησης της ωφέλειας αλλά και Ανεξαρτησία άσχετων εναλλακτικών λύσεων, μπορούν να επεκταθούν έτσι ώστε να χρησιμοποιηθούν για την ανάλυση της διαδικασίας διαπραγμάτευσης με n παίκτες. Από αυτή την ανάλυση προκύπτει ότι η λύση της διαπραγμάτευσης κατά Nash για n παίκτες είναι:

$$\underset{d \le u \in U}{arg\max} \prod_{i=1}^{n} (u_i - d_i)$$

Β. Η Διαπραγματευτική Δύναμη των παικτών

Τις περισσότερες φορές, το αποτέλεσμα της διαπραγμάτευση μπορεί να εξαρτάται από τη δύναμη ή ικανότητα του κάθε παίκτη στη διαπραγμάτευση. Ο όρος διαπραγματευτική δύναμη δηλώνει την σχετική ικανότητα που έχει κάθε μέρος που συμμετέχει σε μία διαπραγμάτευση να οδηγήσει τη διαπραγμάτευση σε συμφωνία με τους δικούς του όρους. Η διαπραγματευτική δύναμη είναι το σημαντικότερο μέσο που εξασφαλίζει την επίτευξη συμφωνίας σε μία διαπραγμάτευση και δεν εξαρτάται μόνο από το πόσο καλός είναι ένας παίκτης στη διαπραγμάτευση αλλά και από τις πληροφορίες που μπορεί να έχει σχετικά με τη διαδικασία της διαπραγμάτευσης. Για παράδειγμα, ένας αγοραστής ο οποίος γνωρίζει τις τιμές που υπάρχουν στην αγορά για ένα συγκεκριμένο αγαθό έχει μεγαλύτερη διαπραγματευτική δύναμη σε σχέση με τον πωλητή σε μία διαπραγμάτευση για την αγορά ενός αγαθού.

Αν προσθέσουμε στις συναρτήσεις κάθε παίκτη τη δύναμη ή ικανότητά του για διαπραγμάτευση (έστω α για τον παίκτη 1 και β για τον παίκτη 2) τότε θα έχουμε:

$$\max_{(v_1,v_2)} (v_1 - d_1)^{\alpha}(v_2 - d_2)^{\beta} \text{ όπου } (v_1, v_2) \in U \; v_i \geq d_i \; i = 1, 2$$

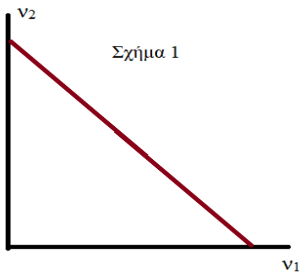
Ωστόσο, η συγκεκριμένη λύση δεν ικανοποιεί το αξίωμα της συμμετρίας και η λύση της διαπραγμάτευσης ονομάζεται Γενικευμένη Λύση Διαπραγμάτευσης κατά Nash (Σταματόπουλος, 2015). Η σχέση που μπορεί να προκύψει ανάμεσα στις δύο δυνάμεις που προσδιορίζουν τη διαπραγματευτική δύναμη είναι $\gamma = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}$ και $1 - \gamma = \frac{\beta}{\alpha+\beta}$. Συνεπώς, το πρόβλημα μεγιστοποίησης μπορεί να γραφεί ως εξής

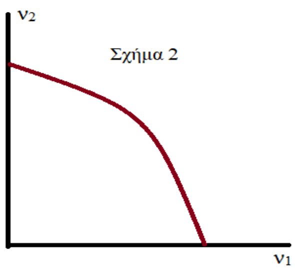
$$\max_{(v_1,v_2)} (v_1 - d_1)^{\gamma}(v_2 - d_2)^{1-\gamma} \text{ όπου } (v_1, v_2) \in U \; v_i \geq d_i \; i = 1, 2$$

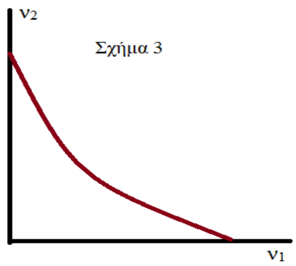
Η διαπραγματευτική δύναμη μπορεί να δείχνει και την αποστροφή προς στον κίνδυνο που έχουν οι παίκτες, δηλαδή το κατά πόσο φοβούνται ή όχι ότι η διαπραγμάτευση θα καταλήξει σε διαφωνία. Πιο συγκεκριμένα, η αποστροφή προς τον κίνδυνο μπορεί να εξαχθεί από τον δείκτη Arrow – Pratt, ο οποίος δηλώνει τον λόγο της 2ης παραγώγου της συνάρτησης χρησιμότητας του παίκτη προς την 1η παράγωγο της χρησιμότητας, δηλαδή $R_A = \frac{-u''(x)}{u'(x)}$. Όταν $R_A > 0$ ο παίκτης αποστρέφεται τον κίνδυνο, όταν $R_A < 0$ ο παίκτης δεν αποστρέφεται τον κίνδυνο, ενώ όταν $R_A = 0$ ο παίκτης είναι ουδέτερος προς τον κίνδυνο.

Στο βιβλίο του, ο Βαρουφάκης (2007), εξάγει τη διαπραγματευτική λύση κατά Nash υποθέτοντας ότι ο παίκτης 1 είναι ουδέτερος προς τον κίνδυνο, με συνάρτηση χρησιμότητας $u_1 = x$ και ο παίκτης 2 έχει συνάρτηση χρησιμότητας $u_2 = y^n$ και το πόσο φοβάται την πιθανή διαφωνία εξαρτάται από την τιμή που θα έχει το n. Επιπλέον, $x + y = 1,\ y = 1 - x$ και άρα $u_2 = y^n = (1 - x)^n \Rightarrow u_2 = (1 - u_1)^n$.

Το n είναι θετικός αριθμός. Στην περίπτωση που το n είναι μεγαλύτερο από το 1, ο παίκτης 2 αισθάνεται μεγαλύτερη αποστροφή προς τον κίνδυνο, δηλαδή φοβάται λιγότερο το να καταλήξει η διαπραγμάτευση σε διαφωνία σε σχέση με τον άλλο παίκτη, ενώ στην αντίθετη περίπτωση όπου το n είναι μικρότερο από το 1, ο παίκτης 2 αισθάνεται μικρότερη αποστροφή προς τον κίνδυνο. Όταν $n = 1$, ο παίκτης 2 είναι ουδέτερος προς τον κίνδυνο. Με άλλα λόγια, η τιμή του n εκφράζει το πόσο πρόθυμος είναι ο παίκτης να αρνηθεί την προσφορά που του έχει κάνει ο άλλος παίκτης και να καταλήξει η διαπραγμάτευση σε διαφωνία. Στην πρώτη περίπτωση ($n > 1$) η ΚΑΩ είναι κυρτή (Σχήμα 3), στη δεύτερη περίπτωση, όπου $n < 1$, η καμπύλη είναι κοίλη (Σχήμα 2), ενώ όταν το $n = 1$ η καμπύλη είναι ευθεία γραμμή (Σχήμα 1).







Για να εξαχθεί η διαπραγματευτική λύση κατά Nash πρέπει να μεγιστοποιηθεί το γινόμενο $u_1(\chi) * u_2(1-\chi) = \chi * (1-\chi)^n$. Η διαπραγματευτική λύση κατά Nash είναι το ζεύγος $(x, 1-x) = (\frac{1}{1+n}, \frac{n}{1+n})$ (Βαρουφάκης, 2007).

Συμπερασματικά μπορεί κανείς να πει ότι η διαπραγματευτική λύση κατά Nash ανταμείβει τον παίκτη που αποστρέφεται λιγότερο τον κίνδυνο.

Παράδειγμα 2: Το μοίρασμα ενός ευρώ (μέρος 2ο)

Λαμβάνοντας υπόψη τα δεδομένα του προηγούμενου παραδείγματος, θα δείξουμε πώς επηρεάζεται η λύση κατά Nash στις περιπτώσεις όπου οι παίκτες έχουν διαφορετική διαπραγματευτική δύναμη.

Έστω, ότι η χρησιμότητα του παίκτη 1 είναι $u_1 = (x_1)^{\gamma_1}$ και η χρησιμότητα του παίκτη 2 είναι $u_2 = (x_2)^{\gamma_2}$, όπου τα x_1 και x_2 δείχνουν τα μερίδια που θα λάβει κάθε παίκτης και τα γ_1 και γ_2 δηλώνουν τη διαπραγματευτική δύναμη κάθε παίκτη[2]. Η σχέση μεταξύ των δύο δυνάμεων μπορεί να εκφραστεί ως εξής $\gamma = \frac{\gamma_1}{\gamma_1+\gamma_2}$ και συνεπώς $1 - \gamma = \frac{\gamma_1}{\gamma_1+\gamma_2}$. Επομένως, οι δύο συναρτήσεις χρησιμότητας παίρνουν την μορφή $u_1 = (x_1)^{\gamma}$ και $u_2 = (x_2)^{1-\gamma}$.

Έστω, τώρα, ότι $\gamma_1 = \frac{1}{2}$ και $\gamma_2 = \frac{1}{4}$. Τότε $\gamma = \frac{2}{3}$ και $1 - \gamma = \frac{1}{3}$. Άρα, οι συναρτήσεις των παικτών είναι u_1=$(x_1)^{2/3}$ και $u_2 = (1 - x_1)^{1/3}$. Σε αυτή την περίπτωση, ο παίκτης 2 έχει μικρότερη διαπραγματευτική δύναμη από τον παίκτη 1 και αισθάνεται μεγαλύτερη αποστροφή στον κίνδυνο από ότι ο παίκτης 1. Με άλλα λόγια, ο παίκτης 2 φοβάται περισσότερο ότι η διαπραγμάτευση θα καταλήξει σε διαφωνία από ότι ο παίκτης 1. Το γινόμενο κατά Nash που προσπαθούν να μεγιστοποιήσουν είναι

$$\max((x_1)^{\frac{2}{3}} - 0) * ((x_2)^{\frac{1}{3}} - 0) = \max((x_1)^{\frac{2}{3}} * (1 - x_1)^{\frac{1}{3}}).$$

Συνεπώς, από τη μεγιστοποίηση προκύπτει

$$\frac{\partial x_1^{\frac{2}{3}} * (1-x_1)^{\frac{1}{3}}}{\partial x_1} = 0 \Rightarrow \frac{2}{3} x_1^{-\frac{1}{3}} (1 - x_1)^{\frac{1}{3}} - \frac{1}{3} x_1^{\frac{2}{3}} (1 - x_1)^{-\frac{2}{3}} = 0 \ \Rightarrow \ x_1^* = \frac{2}{3}$$

και $x_2^* = 1 - x_1^* = \frac{1}{3}$

Ο παίκτης 1, συνεπώς, θα λάβει τα $\frac{2}{3}$ του ενός ευρώ και ο παίκτης 2 το υπόλοιπο $\frac{1}{3}$. Από αυτή την ανάλυση προκύπτει ότι ο παίκτης με τη μικρότερη διαπραγματευτική δύναμη (ή, εναλλακτικά, την μεγαλύτερη αποστροφή προς τον κίνδυνο) θα λάβει το μικρότερο μερίδιο.

[2] Σύμφωνα με τον δείκτη Arrow – Pratt, η διαπραγματευτική δύναμη των παικτών μπορεί να επιδεικνύει και αποστροφή προς τον κίνδυνο. Ο δείκτης Arrow – Pratt υπολογίζεται από τον λόγο $R_A = \frac{-u''(x)}{u'(x)}$. Όταν $R_A > 0$ ο παίκτης αποστρέφεται τον κίνδυνο, όταν $R_A < 0$ ο παίκτης δεν αποστρέφεται τον κίνδυνο, ενώ όταν $R_A = 0$ ο παίκτης είναι ουδέτερος προς τον κίνδυνο. Έτσι, όταν ο δείκτης Arrow – Pratt του ενός παίκτη είναι μεγαλύτερος από τον δείκτη Arrow – Pratt του άλλου, δηλαδή όταν $\frac{-u''(x_1)}{u'(x_1)} > \frac{-u''(x_2)}{u'(x_2)}$, τότε ο παίκτης με τον μεγαλύτερο δείκτη αποστρέφεται περισσότερο τον κίνδυνο.

Έστω, τώρα, ότι $\gamma_1 = 2$ και $\gamma_2 = \frac{1}{2}$. Τότε $\gamma = \frac{4}{5}$ και $1-\gamma = \frac{1}{5}$. Οι συναρτήσεις των παικτών είναι $u_1 = (x_1)^{4/5}$ και $u_2 = (1-x_1)^{1/5}$. Σε αυτή την περίπτωση, ο παίκτης 1 έχει μεγαλύτερη διαπραγματευτική δύναμη και συνεπώς μικρότερη αποστροφή προς τον κίνδυνο σε σχέση με τον παίκτη 2, δηλαδή ο παίκτης 1 δεν φοβάται ότι η διαπραγμάτευση θα καταλήξει σε διαφωνία, ενώ από την άλλη μεριά ο παίκτης 2 φοβάται περισσότερο ότι η διαδικασία της διαπραγμάτευσης δεν θα οδηγήσει σε κάποια συμφωνία. Το γινόμενο κατά Nash θα έχει τη μορφή

$\max(x_1^{\frac{4}{5}} - 0) * ((x_2)^{\frac{1}{5}} - 0) = \max(x_1^{\frac{4}{5}} * (1-x_1)^{\frac{1}{5}})$. Από τη μεγιστοποίηση προκύπτει ότι $\frac{\partial x_1^{\frac{4}{5}} * (1-x_1)^{\frac{1}{5}}}{\partial x_1} = 0 \Rightarrow x_1^* = \frac{4}{5}$ και $x_2^* = \frac{1}{5}$. Συνεπώς, ο παίκτης 1 θα πάρει τα $\frac{4}{5}$ του ενός ευρώ, ενώ ο παίκτης 2 θα λάβει μόνο το $\frac{1}{5}$.

Από όλη την παραπάνω ανάλυση συμπεραίνεται ότι όταν οι παίκτες έχουν την ίδια διαπραγματευτική δύναμη και αποστρέφονται με τον ίδιο τρόπο τον κίνδυνο, θα λάβουν το ίδιο μερίδιο, σε αυτή την περίπτωση, θα λάβει ο καθένας από 50 λεπτά. Στην αντίθετη περίπτωση, όταν, δηλαδή, κάθε παίκτης έχει διαφορετική διαπραγματευτική δύναμη, αυτός που θα λάβει το μεγαλύτερο μερίδιο είναι ο παίκτης που έχει την μεγαλύτερη διαπραγματευτική δύναμη και αποστρέφεται λιγότερο τον κίνδυνο. Με άλλα λόγια, ο παίκτης που φοβάται λιγότερο ότι η διαπραγμάτευση θα καταλήξει σε διαφωνία λαμβάνει πάντα το μεγαλύτερο μερίδιο και όσο μεγαλύτερη είναι η διαπραγματευτική δύναμη τόσο μεγαλύτερο θα είναι και το μερίδιο που θα λάβει. Τέλος, όταν ο δείκτης Arrow – Pratt του ενός παίκτη είναι μεγαλύτερος από τον δείκτη Arrow – Pratt του άλλου, δηλαδή όταν $\frac{-u''(x_1)}{u'(x_1)} > \frac{-u''(x_2)}{u'(x_2)}$, τότε ο παίκτης με τον μεγαλύτερο δείκτη αποστρέφεται περισσότερο τον κίνδυνο.

Γ. Η Λύση Kalai- Smorodinsky

Η διαπραγματευτική λύση κατά Nash ικανοποιεί τα αξιώματα της Αποτελεσματικότητας κατά Pareto, της Συμμετρίας, της Ανεξαρτησίας της κλίμακας μέτρησης της ωφέλειας και της Ανεξαρτησίας άσχετων εναλλακτικών λύσεων. Αυτό που κατάφεραν να κάνουν οι Kalai – Smorodinsky (1975) ήταν να βρουν μία λύση η οποία ικανοποιεί τα τρία από τα τέσσερα αυτά κριτήρια (Αποτελεσματικότητα κατά Pareto, της Συμμετρία, της Ανεξαρτησία της κλίμακας μέτρησης της ωφέλειας) και ένα επιπλέον αξίωμα: αυτό της Μονοτονικότητας. Με άλλα λόγια, η λύση Kalai – Smorodinsky υποθέτει ότι οι άσχετες εναλλακτικές λύσεις θα πρέπει να επηρεάζουν τη λύση της διαπραγμάτευσης.

Μονοτονικότητα (Monotonicity): Στην περίπτωση που το σύνολο των εφικτών χρησιμοτήτων που υπάρχουν σε ένα πρόβλημα διαπραγμάτευσης επεκταθεί, δίχως όμως να υπάρξει αλλαγή στις μέγιστες χρησιμότητες που μπορεί να αποκτήσουν οι παίκτες, τότε δε θα υπάρξει μείωση στις χρησιμότητές τους, οι οποίες θα προκύψουν από τη λύση του διαπραγματευτικού προβλήματος. Με άλλα λόγια, έστω δύο προβλήματα διαπραγμάτευσης (U, d) και (U', d') όπου ισχύουν τα εξής:

- $U \subset U'$
- $d = d'$
- τα σημεία της ουτοπίας των δύο προβλημάτων είναι ταυτόσημα

Τότε ισχύει $f(U, d) \leq f(U', d')$.

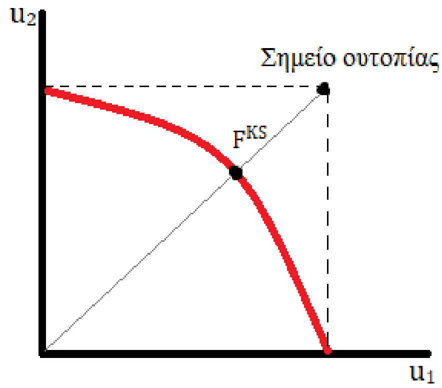
Για να γίνει πιο κατανοητό, το αξίωμα της μονοτονικότητας αναφέρει ότι αν η χρησιμότητα το ενός παίκτη είναι ασθενώς μεγαλύτερη από αυτή του άλλου παίκτη, τότε το μερίδιο που θα λάβει αυτός ο παίκτης από τη συμφωνία θα πρέπει να είναι ασθενώς μεγαλύτερο από αυτό που θα λάβει ο άλλος παίκτης.

Η διαπραγματευτική λύση κατά Kalai- Smorodinsky εκφράζεται ως

$$F^{KS}(U, d) = d + \bar{\lambda}(\hat{u} - d) = \bar{\lambda}\hat{u} + \left(1 - \bar{\lambda}\right)d$$

όπου $\hat{u} = (\hat{u}_1, \hat{u}_2)$ το σημείο ουτοπίας, $d = (d_1, d_2)$ το σημείο διαφωνίας και $\bar{\lambda}$ ο μέγιστος αριθμός που δείχνει ότι οι χρησιμότητες που ορίζονται από τη λύση είναι εφικτές. Επιπλέον, $\hat{u}_1$ και $\hat{u}_2$ οι μέγιστες χρησιμότητες που μπορεί να αποκτήσει κάθε παίκτης αντίστοιχα από τη διαπραγμάτευση και d_1 και d_2 η ελάχιστη ωφέλεια που μπορεί να αποκομίσει κάθε παίκτης.

Όπως φαίνεται στο σχήμα, η ΚΑΩ δείχνει το σύνολο εφικτών χρησιμοτήτων των δύο παικτών, ενώ το σημείο ουτοπίας είναι το σημείο που προκύπτει αν κάθε παίκτης αποκομίσει τη μέγιστη χρησιμότητα που μπορεί. Η γραμμή που ενώνει την αρχή των αξόνων, δηλαδή το σημείο διαφωνίας $d = (d_1, d_2) = 0$ και το σημείο ουτοπίας είναι η γραμμή των 45° όπου ισχύει $u_1 = u_2$. Επομένως, η λύση των Kalai – Smorodinsky είναι το σημείο επαφής της ΚΑΩ με την γραμμή των 45°.



Στην ουσία, η διαπραγματευτική λύση κατά Kalai – Smorodinsky δείχνει το επίπεδο χρησιμότητας κάθε παίκτη το οποίο είναι αναλογικό της μέγιστης χρησιμότητάς του ή αλλιώς αναλογικό του σημείου ουτοπίας.

Παράδειγμα 3: Το μοίρασμα του ενός ευρώ (μέρος 3°)

Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα των δύο προηγούμενων υποδειγμάτων υποθέτουμε ότι οι συναρτήσεις χρησιμότητας των παικτών θα είναι $u_1 = (x_1)^{1/2}$ και $u_2 = (1 - x_1)^{1/2}$. Επίσης, $x_1 = {u_1}^2$ και συνεπώς $u_2 = (1 - {u_1}^2)^{\frac{1}{2}}$ είναι η συνάρτηση της ΚΑΩ και αφού $u_1 = u_2$ τότε $u_1 = (1 - {u_1}^2)^{\frac{1}{2}}$. Λύνοντας την εξίσωση προκύπτει $u_1 = (1 - {u_1}^2)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow {u_1}^2 = (1 - {u_1}^2) \Rightarrow u_1 = \sqrt{\frac{1}{2}}$. Αντικαθιστώντας το u_1 στη συνάρτηση χρησιμότητας του παίκτη 1, προκύπτει $x_1^* = \frac{1}{2}$ και επειδή $x_1 + x_2 = 1$, $x_2^* = \frac{1}{2}$. Επομένως, οι δύο παίκτες λαμβάνουν $\frac{1}{2}$ του ευρώ.

Έστω, τώρα, ότι $\gamma_1 = \frac{1}{2}$ και $\gamma_2 = \frac{1}{4}$. Άρα, οι συναρτήσεις των παικτών είναι u_1=$(x_1)^{1/2}$ και $u_2 = (1 - x_1)^{1/4}$. Σε αυτή την περίπτωση, $x_1 = {u_1}^2$ και

$u_2 = (1 - {u_1}^2)^{\frac{1}{4}} \Rightarrow u_1 = (1 - {u_1}^2)^{\frac{1}{4}} \Rightarrow {u_1}^4 = 1 - {u_1}^2 \xRightarrow{x_1 = {u_1}^2} {x_1}^2 + x_1 - 1 = 0 \Rightarrow x_1^* = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} = 0.618.$

Άρα, ο παίκτης 1 θα πάρει 0,618[3] λεπτά του ευρώ ενώ ο παίκτης 2 θα πάρει τα υπόλοιπα 0,382 λεπτά.

Από την παραπάνω ανάλυση και συγκρίνοντας τις λύσεις Kalai – Smorodinsky με τις λύσεις κατά Nash των προηγούμενων παραδειγμάτων, συμπεραίνουμε ότι όταν οι παίκτες έχουν την ίδια διαπραγματευτική δύναμη, ή αλλιώς έχουν την ίδια αποστροφή προς τον κίνδυνο, τότε η λύση του Nash ταυτίζεται με αυτή των Kalai – Smorodinsky και οι δύο παίκτες θα λάβουν το ίδιο μερίδιο, δηλαδή από 50 λεπτά. Από την άλλη πλευρά, στην περίπτωση όπου οι διαπραγματευτικές δυνάμεις των παικτών διαφέρουν, η λύση των Kalai – Smorodinsky δίνει μεγαλύτερο μερίδιο στον παίκτη που έχει τη μικρότερη διαπραγματευτική δύναμη και αποστρέφεται περισσότερο τον κίνδυνο σε σχέση με το μερίδιο που λαμβάνει ο ίδιος παίκτης στη λύση κατά Nash.

Πιο συγκεκριμένα, ενώ στο παράδειγμα 2 ο παίκτης 1, στη λύση κατά Nash, λαμβάνει τα 2/3 του ευρώ και ο παίκτης 2 λαμβάνει το 1/3, στη λύση των Kalai – Smorodinsky παίκτης 1 θα λάβει μικρότερο μερίδιο, δηλαδή 0,618 λεπτά και ο παίκτης 2 μεγαλύτερο, δηλαδή 0,382 λεπτά.

Ο λόγος για τον οποίο υπάρχει διαφορά στις δύο λύσεις είναι ότι η λύση των Kalai – Smorodinsky δεν βασίζεται στο αξίωμα της Ανεξαρτησίας άσχετων εναλλακτικών λύσεων, δηλαδή υποθέτει ότι οι εναλλακτικές λύσεις θα πρέπει να επηρεάζουν το αποτέλεσμα της διαπραγμάτευσης.

Δ. Το μοντέλο του Nash για «Μεταβλητή Απειλή»

Ο Nash (1953) παρουσίασε ένα εκτεταμένο μοντέλο της αξιωματικής προσέγγισης, στο οποίο το d, δηλαδή η χρησιμότητα που θα αποκομίσουν οι παίκτες αν δεν καταφέρουν να καταλήξουν σε συμφωνία, δεν είναι σταθερό. Πιο συγκεκριμένα, ανέλυσε ένα μοντέλο, το οποίο βασίζεται σε ένα στρατηγικό παίγνιο δύο ατόμων, G, στο οποίο κάθε παίκτης έχει έναν ορισμένο αριθμό αμιγών στρατηγικών και επίσης, οι παίκτες μπορούν να επηρεάσουν το αποτέλεσμα της διαπραγμάτευσης.

Έστω A_i το σύνολο των αμιγών στρατηγικών του παίκτη i, S_i το σύνολο των μικτών στρατηγικών του παίκτη i και $H_i: S_1 * S_2 \longrightarrow R$ η συνάρτηση απόδοσης του παίκτη i. Οι παίκτες επιλέγουν ταυτόχρονα τη στρατηγική τους από το σύνολο μικτών

[3] $0.618 < \frac{2}{3}$ το οποίο προέκυψε από την λύση κατά Nash στο παράδειγμα 2.

στρατηγικών. Αυτή η στρατηγική που επιλέγουν οι παίκτες δηλώνει το τί θα κάνουν σε περίπτωση που η διαπραγμάτευση καταλήξει σε διαφωνία και ονομάζεται «απειλή». Στη συνέχεια, το η λύση διαπραγμάτευσης κατά Nash είναι το σύνολο των κατανομών πιθανότητας $A_1 * A_2$, ενώ το σημείο διαφωνίας είναι οι «απειλές» που έχουν επιλέξει προηγουμένως οι παίκτες. Κάθε παίκτης πρέπει να επιλέξει την «απειλή» του με στόχο να μεγιστοποιήσει την απόδοσή του, δεδομένης της «απειλής» του άλλου παίκτη.

Έστω ότι U είναι το κυρτό και συμπαγές σύνολο αποδόσεων σε κατανομές πιθανοτήτων πάνω από το $A_1 * A_2$ και η συνάρτηση ορίζεται ως $g: U \longrightarrow U$ με $g(d) = f^N(U, d)$ όπου f^N είναι η λύση διαπραγμάτευσης κατά Nash. Το παίγνιο «απειλών» του Nash είναι το παίγνιο G*. Το σύνολο των αμιγών στρατηγικών του παίκτη i είναι το S_i και η απόδοση του ζεύγους στρατηγικών (s_1, s_2) είναι $g_i(H(s_1, s_2))$, όπου $H(s_1, s_2) = (H_1(s_1, s_2), H_2(s_1, s_2))$. Το παίγνιο αυτό έχει μία ισορροπία κατά Nash και αφού $g_1\big(H(s_1, s_2)\big) > g_1(H(s'_1, s'_2))$ αν και μόνο αν $g_1\big(H(s_1, s_2)\big) > g_1(H(s'_1, s'_2))$, η στρατηγική ισορροπίας κάθε παίκτη του εξασφαλίζει την απόδοση ισορροπίας του (Osborne & Rubinstein, 1990).

2.2. Μη Συνεργατική Προσέγγιση

Αν και η διαπραγματευτική λύση κατά Nash, η οποία ικανοποιεί τέσσερα αξιώματα, από μαθηματικής άποψης φαίνεται άρτια, θα μπορούσε να κανείς να πει ότι δεν αντανακλά στη διαδικασία της διαπραγμάτευσης της πραγματικής ζωής. Στην πραγματικότητα, στη διαδικασία των διαπραγματεύσεων κάποιο μέλος της διαπραγμάτευσης κάνει μία προσφορά και ένα άλλο μέλος αποφασίζει αν θα την αποδεχτεί ή όχι. Στην περίπτωση που δεν την αποδεχτεί κάνει μία αντιπροσφορά και περιμένει να δει αν θα γίνει αποδεκτή ή θα υπάρξει ακόμα μία αντιπροσφορά κ.ο.κ.. Η διαπραγμάτευση, λοιπόν, αποτελείται από εναλλασσόμενες προσφορές που κάνει ο ένας παίκτης στον άλλον και μπορεί να συνεχιστεί είτε έως ότου καταλήξουν οι διαπραγματευτές σε μία συμφωνία, είτε μπορεί να συνεχιστεί για μη πεπερασμένο ή αλλιώς άπειρο χρονικό διάστημα χωρίς να καταλήξει σε συμφωνία. Επιπλέον, υπάρχει η δυνατότητα να υπάρξει και ένα σημείο στον χρόνο μέχρι το οποίο οι διαπραγματευτές καλούνται να συνάψουν μία συμφωνία.

Στη μη συνεργατική προσέγγιση της θεωρίας διαπραγματεύσεων, λοιπόν, οι παίκτες καλούνται να συμφωνήσουν σε ένα μοίρασμα του πλεονάσματος μέσω διαδοχικών προσφορών και αντιπροσφορών. Υπάρχουν δύο περιπτώσεις διαπραγματεύσεων στη μη συνεργατική προσέγγιση που εξαρτώνται από τον χρονικό ορίζοντα στον οποίο θα ολοκληρωθούν οι διαπραγματεύσεις: οι *διαπραγματεύσεις πεπερασμένου χρονικού ορίζοντα* και οι *διαπραγματεύσεις άπειρου (ή μη πεπερασμένου) χρονικού ορίζοντα*.

2.2.1. Διαπραγματεύσεις Πεπερασμένου Χρονικού Ορίζοντα

Σε αυτή την κατηγορία των διαπραγματεύσεων, υπάρχει ένα σημείο που ορίζει τη λήξη των διαπραγματεύσεων. Αν η συμφωνία προκύψει πριν από τη λήξη, η διαπραγμάτευση τερματίζεται. Στην αντίθετη περίπτωση, δηλαδή, αν δεν προκύψει συμφωνία μέχρι το πέρας των διαπραγματεύσεων, τότε ο κάθε παίκτης αποκομίζει πλεόνασμα ίσο με το 0.

Έστω, λοιπόν, δύο παίκτες οι οποίο διαπραγματεύονται για να μοιράσουν πλεόνασμα αξίας μία μονάδας. Το υπόδειγμα αποτελείται από $T < \infty$ στάδια. Σε κάθε στάδιο ο ένας παίκτης κάνει μία προσφορά και ο άλλος αποφασίζει αν θα τη δεχτεί ή όχι. Επιπλέον, κατά τη διαπραγμάτευση υπάρχει κίνδυνος να μη συμφωνήσουν οι διαπραγματευτές, γι’ αυτό υπάρχει ένας συντελεστής προεξόφλησης δ (discount rate)[4] ο οποίος είναι ίδιος για κάθε παίκτη και δηλώνει τον ρυθμό με τον οποίο το πλεόνασμα που προσπαθούν να μοιράσουν οι παίκτες μειώνεται διαχρονικά από το ένα στάδιο διαπραγμάτευσης στο άλλο. Ο λόγος για τον οποίο γίνεται αυτό είναι για να δείξει στους διαπραγματευτές ότι η καθυστέρηση στο να καταλήξουν σε συμφωνία έχει κάποιο κόστος και με αυτό τον τρόπο οι παίκτες πιέζονται για να ολοκληρώσουν τη διαπραγμάτευση. Δηλαδή, στην περίπτωση που ο ένας παίκτης αρνηθεί την προσφορά του άλλου παίκτη, το ποσό του πλεονάσματος που θα προσπαθήσουν να μοιράσουν οι παίκτες στο επόμενο στάδιο θα είναι μειωμένο κατά δ.[5]

Όταν το στάδιο είναι μονός αριθμός προσφορά κάνει ο παίκτης 1, ενώ όταν το στάδιο είναι ζυγός αριθμός προσφορά κάνει ο παίκτης 2. Για την ανάλυση αυτού του υποδείγματος θα χρησιμοποιηθεί η μέθοδος της προς τα πίσω επαγωγής, δηλαδή η ανάλυση θα ξεκινήσει από το τελευταίο στάδιο Τ, στη συνέχεια θα αναλυθεί το στάδιο Τ – 1 κ.ο.κ.. Συνεπώς, στα στάδια μονού αριθμού, η ανάλυση θα ξεκινά από τον παίκτη 1 και στα στάδια ζυγού αριθμού από τον παίκτη 2.

Αν οι παίκτες δεν καταλήξουν σε συμφωνία σε κανένα από τα στάδια της διαπραγμάτευσης τότε και οι δύο θα αποκομίσουν μερίδιο 0.

Παρακάτω θα γίνει η ανάλυση για Τ στάδια και υποθέτοντας ότι το Τ είναι ζυγός αριθμός, όπου στο τελευταίο στάδιο κάνει προσφορά ο παίκτης 2. Μέσα από την ανάλυση θα προσδιοριστεί η προσφορά που θα κάνουν οι παίκτες σε κάθε στάδιο, το αν ο κάθε παίκτης θα αποδεχτεί ή όχι την προσφορά που του έχει κάνει ο άλλος παίκτης καθώς και το χρονικό σημείο οπού οι δύο παίκτες θα συμφωνήσουν για το μερίδιο που θα λάβει ο καθένας.

Επιπλέον, υποθέτουμε χ_1 το μερίδιο που προτείνει ο παίκτης 1 για τον ίδιο όταν κάνει μία προσφορά στον παίκτη 2 και $1 - \chi_1$ το μερίδιο που προτείνει ο παίκτης 1 για τον παίκτη 2. Επίσης, χ_2 είναι η προσφορά που κάνει ο παίκτης 2 για τον παίκτη 1 και $1 - \chi_2$ το μερίδιο που προτείνει ο παίκτης 2 για τον εαυτό του.

[4] $\delta \epsilon (0,1)$

[5] Το δ δηλώνει, επίσης, πόσο ανυπόμονος είναι κάθε παίκτης στο να καταλήξει η διαπραγμάτευση σε συμφωνία. Όσο μεγαλύτερο είναι το δ, τόσο πιο ανυπόμονος είναι ο παίκτης, ενώ ταυτόχρονά θα λάβει το μικρότερο μερίδιο σε σχέση με τον άλλο παίκτη.

Στο στάδιο Τ, η προσφορά που θα κάνει ο παίκτης 2 στον παίκτη 1 είναι η κατανομή $(\chi_2,\ 1-\chi_2)$. Ο παίκτης 1 γνωρίζει ότι αν δεν την αποδεχτεί θα λάβει 0, συνεπώς θα δεχτεί κάθε προσφορά που θα του κάνει ο παίκτης 2. Από την πλευρά του ο παίκτης 2, γνωρίζοντας ότι ο παίκτης 1 θα δεχτεί οποιαδήποτε προσφορά του, θα κάνει την ελάχιστη δυνατή κατανομή που μπορεί να αποδεχτεί ο παίκτης 1 δηλαδή την $(0,1)$.

Στο στάδιο $T-1$, ο παίκτης 1 θα προτείνει κατανομή $(\chi_1,\ 1-\chi_1)$. Ο παίκτης 2 γνωρίζει ότι αν αποδεχτεί θα λάβει $1-\chi_1$, ενώ αν την απορρίψει θα λάβει όλο το ποσό, το οποίο θα έχει προεξοφληθεί με τον συντελεστή δ, δηλαδή θα λάβει $1 * \delta = \delta$ στο επόμενο στάδιο. Άρα, ο παίκτης 2 θα αποδεχτεί την προσφορά μόνο αν $1-\chi_1 \geq \delta$. Ο παίκτης 1 με τη σειρά του, αφού το γνωρίζει αυτό, θα κάνει μία προσφορά τέτοια που θα είναι η ελάχιστη δυνατή που μπορεί να αποδεχτεί ο παίκτης 2. Δηλαδή, θα προτείνει την κατανομή η οποία είναι η προεξοφλημένη αξία του μεριδίου που θα κέρδιζε ο παίκτης 2 στην επόμενη περίοδο. Άρα, προτείνει $(1-\delta,\ \delta)$.

Στο στάδιο Τ – 2 ο παίκτης 2, με τον ίδιο τρόπο, θα προτείνει $(\chi_2,\ 1-\chi_2)$. Ο παίκτης 1 γνωρίζει ότι, αν δεν αποδεχτεί την προσφορά, θα λάβει στο επόμενο στάδιο $1-\delta$ προεξοφλημένο με τον συντελεστή προεξόφλησης, δηλαδή θα λάβει $\delta(1-\delta)$. Όποτε, θα αποδεχτεί την προσφορά μόνο αν $\chi_2 \geq \delta(1-\delta)$. Ο παίκτης 2, λοιπόν, θα προσφέρει και αυτός την ελάχιστη δυνατή κατανομή που μπορεί να αποδεχτεί ο παίκτης 1. Άρα, θα προτείνει: $(\delta(1-\delta), 1-\delta(1-\delta)) = (\delta-\delta^2, 1-\delta+\delta^2)$.

Με τον ίδιο ακριβώς τρόπο, στο στάδιο Τ – 3 ο παίκτης 1 θα προτείνει την κατανομή

$$(\delta(1-\delta+\delta^2), 1-\delta(1-\delta+\delta^2)) = (\delta-\delta^2+\delta^3, 1-\delta+\delta^2-\delta^3)$$

Με την ίδια λογική, αν συνεχιστεί η ανάλυση σε κάθε στάδιο μέχρι και το πρώτο στάδιο, ο παίκτης 1 θα προτείνει την κατανομή $(\chi_1,\ 1-\chi_1)$.

Το μερίδιο που προτείνει ο παίκτης 1 να πάρει ο ίδιος θα είναι:

$$\chi_1 = 1-\delta+\delta^2-\ \delta^3+\cdots-\ \delta^{T-1}\ \Rightarrow$$

$$\chi_1 = \sum_{t=0}^{T-1}(-\delta)^t = \frac{1-(-\delta)^T}{1-(-\delta)} = \frac{1-\ \delta^T}{1-\delta}$$

και το μερίδιο που προτείνει για τον παίκτη 2 και το οποίο είναι το ελάχιστο μερίδιο που θα αποδεχτεί ο παίκτης 2 θα είναι:

$$1 - \chi_1 = 1 - \chi_1 = \delta - \ \delta^2 + \delta^3 - \cdots + \ \delta^{T-1} \ \Rightarrow$$

$$1 - \ \chi_1 = 1 - \ \frac{1 - \delta^T}{1 - \delta} = \ \frac{\delta + \delta^T}{\delta + \delta}$$

Από την παραπάνω ανάλυση καταλήγουμε στο ότι ο παίκτης 2 θα αποδεχτεί την προσφορά του παίκτη 1 στο πρώτο στάδιο και η διαπραγμάτευση θα ολοκληρωθεί στο πρώτο στάδιο με την τελική κατανομή να είναι $\left(\frac{1- \delta^T}{1-\delta}, \frac{\delta+ \delta^T}{\delta+\delta}\right)$.

2.2.2. Διαπραγματεύσεις Άπειρου Χρονικού Ορίζοντα

Αυτό το υπόδειγμα ονομάζεται και Υπόδειγμα Διαπραγματεύσεων κατά Rubinstein και πήρε το όνομά του από τον Ariel Rubinstein (1982), ο οποίος προσπάθησε να αναλύσει τη διαδικασία της διαπραγμάτευσης αναλύοντας κάθε στάδιο προσφορών και αντιπροσφορών χωρίς να υπάρχει ένα σημείο στον χρόνο όπου οι διαπραγματεύσεις θα ολοκληρωθούν. Με άλλα λόγια, ο κάθε παίκτης μπορεί πάντοτε να απορρίψει μία προσφορά και να κάνει μία νέα αντιπροσφορά. Με αυτό τον τρόπο, η διαπραγμάτευση θα συνεχίζεται στον διηνεκές.

Όπως και στις Διαπραγματεύσεις Πεπερασμένου Χρονικού Ορίζοντα, έτσι και εδώ, στα στάδια μονού αριθμού προτείνει κατανομή μεριδίου ο παίκτης 1 και ο παίκτης 2 αποφασίζει αν θα την αποδεχτεί και θα ολοκληρωθεί η διαπραγμάτευση ή αν θα την απορρίψει και θα συνεχιστεί η διαπραγμάτευση στο επόμενο στάδιο. Στα στάδια ζυγού αριθμού προτείνει μία κατανομή ο παίκτης 2 και ο παίκτης 1 αποφασίζει αν θα την αποδεχτεί ή όχι.

Επιπλέον, υπάρχει και σε αυτό το υπόδειγμα ο συντελεστής προεξόφλησης δ, ο οποίος παίρνει τιμές μεταξύ του 0 και του 1, είναι ίδιος για κάθε παίκτη και δείχνει τον ρυθμό με τον οποίο μειώνεται το πλεόνασμα που προσπαθούν να μοιράσουν οι παίκτες από το ένα στάδιο στο άλλο όταν κάθε παίκτης απορρίπτει την προσφορά του άλλου με αποτέλεσμα να μην ολοκληρώνεται η διαπραγμάτευση.

Στην ανάλυση δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος της προς τα πίσω επαγωγής, καθώς το υπόδειγμα είναι άπειρου χρονικού ορίζοντα και στην ουσία δεν μπορεί να οριστεί ένα τελευταίο στάδιο.

Υποθέτουμε $\overline{u}_1$ τη μέγιστη απόδοση που θα ζητήσει ο παίκτης 1 κάθε φορά που θα κάνει μία προσφορά και $\overline{u}_2$ τη μέγιστη απόδοση που θα ζητήσει ο παίκτης 2 όταν αυτός θα κάνει μία προσφορά. Επιπλέον, $\underline{u}_1$ και $\underline{u}_2$ οι ελάχιστες αποδόσεις που θα ζητήσουν οι παίκτες αντίστοιχα όταν θα προτείνουν μία κατανομή.

Έστω ότι η διαπραγμάτευση ξεκινά με τον παίκτη 1 να προτείνει μία κατανομή. Ο παίκτης 2 πρέπει να αποφασίσει αν θα την αποδεχτεί ή όχι. Γνωρίζει, όμως, ότι αν δεν την αποδεχτεί θα έχει τη δυνατότητα να ζητήσει στο επόμενο στάδιο τουλάχιστον $\underline{u}_2$ το οποίο θα είναι πολλαπλασιασμένο με τον συντελεστή προεξόφλησης δ. Άρα, θα την αποδεχτεί μόνο αν αυτό που του προτείνει ο παίκτης 1 είναι μεγαλύτερο ή ίσο από το $\delta * \underline{u}_2$. Γι' αυτό τον λόγο, ο παίκτης 1 δεν θα προτείνει μία κατανομή η οποία θα δίνει στον παίκτη 2 μερίδιο μεγαλύτερο από $\delta * \overline{u}_2$, διότι στην περίπτωση που ο παίκτης 2 δεν αποδεχτεί την προσφορά στο επόμενο στάδιο δεν μπορεί να ζητήσει μερίδιο μεγαλύτερο από το $\overline{u}_2$ καθώς αυτή είναι η μέγιστη απόδοση που μπορεί να αποκομίσει. Συνεπώς, μέγιστη απόδοση του παίκτη 1 μπορεί να οριστεί από τη σχέση:

$$1 - \overline{u}_1 \geq \delta * \underline{u}_2 \Rightarrow \overline{u}_1 \leq 1 - \delta * \underline{u}_2 \qquad \textbf{(1)}$$

Αντίστοιχα, η ελάχιστη απόδοσή του εκφράζεται από τη σχέση:

$$\underline{u}_1 \geq 1 - \delta * \overline{u}_2 \qquad \textbf{(2)}$$

Ας υποθέσουμε, τώρα, ότι ο παίκτης 2 κάνει μία προσφορά και ο παίκτης 1 θα πρέπει να αποφασίσει αν θα την αποδεχτεί ή όχι. Θα την αποδεχτεί μόνο αν το μερίδιο που θα του προτείνει ο παίκτης 2 είναι μεγαλύτερο ή ίσο από το $\delta * \underline{u}_1$. Παράλληλα, ο παίκτης 2 δεν θα προτείνει κατανομή η οποία είναι μεγαλύτερη από $\delta * \overline{u}_1$. Συνεπώς, η μέγιστη απόδοση για τον παίκτη 2 θα είναι

$$\overline{u}_2 \leq 1 - \delta * \underline{u}_1 \qquad \textbf{(3)}$$

και η ελάχιστη απόδοσή του θα είναι

$$\underline{u}_2 \geq 1 - \delta * \underline{u}_1 \qquad \textbf{(4)}$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι

$$\overline{u}_1 - \underline{u}_1 \leq \delta * (\overline{u}_2 - \underline{u}_2) \qquad \textbf{(5)}$$

Ενώ από τις σχέσεις (3) και (4) προκύπτει

$$\overline{u}_2 - \underline{u}_2 \leq \delta * (\overline{u}_1 - \underline{u}_1) \qquad \textbf{(6)}$$

Αν συνδυάσουμε τις σχέσεις (5) και (6) προκύπτει η σχέση

$$\overline{u}_1 - \underline{u}_1 \leq \delta * \left(\overline{u}_2 - \underline{u}_2\right) \leq \delta^2 * (\overline{u}_1 - \underline{u}_1) \qquad \textbf{(7)}$$

Η παραπάνω σχέση ισχύει μόνο όταν $\overline{u}_1 = \underline{u}_1$ και $\overline{u}_2 = \underline{u}_2$ γνωρίζοντας ότι $\delta < 1$. Ορίζοντας $\overline{u}_1 = \underline{u}_1 = u_1^*$ και $\overline{u}_2 = \underline{u}_2 = u_2^*$ από τις σχέσεις (1) και (2) αλλά και από τις σχέσεις (3) και (4) προκύπτει ότι

$$u_1^* = 1 - \delta u_2^* \qquad \textbf{(8)}$$

και

$$u_2^* = 1 - \delta u_1^* \qquad \textbf{(9)}$$

Αν λύσουμε το σύστημα των εξισώσεων (8) και (9) καταλήγουμε ότι

$$u_1^* = \frac{1}{1+\delta} \text{ και } u_2^* = \frac{1}{1+\delta}$$

Τα u_1^* και u_2^* εκφράζουν τα μερίδια του πλεονάσματος που θα προτείνει ο κάθε παίκτης για τον εαυτό του, όταν θα έρθει η σειρά του να κάνει μία προσφορά.

Επομένως, όταν κάνει μία προσφορά, για παράδειγμα, ο παίκτης 1 αυτή θα έχει τη μορφή $(u_1^*,\ 1 - u_1^*) = (\frac{1}{1+\delta}\ ,\ \frac{\delta}{1+\delta})$, όπου u_1^* και $1 - u_1^*$ είναι οι αποδόσεις ισορροπίας του παίκτη 1 και του παίκτη 2 αντίστοιχα.

Από όλη την παραπάνω ανάλυση μπορούμε να συμπεράνουμε ότι οι αποδόσεις ισορροπίας είναι μοναδικές και η συμφωνία θα επιτευχθεί αμέσως χωρίς να υπάρχει περίπτωση διαφωνίας. Επιπλέον, ο παίκτης που θα κάνει πρώτος την προσφορά έχει μεγαλύτερη απόδοση από τον άλλο παίκτη, καθώς έχει το πλεονέκτημα να κάνει πρώτος την προσφορά και να προτείνει οποιαδήποτε κατανομή επιθυμεί γιατί γνωρίζει ότι ο άλλος παίκτης θα την αποδεχτεί αμέσως.

2.2.3. Επεκτάσεις

Στις αναλύσεις, τόσο του υποδείγματος σε πεπερασμένο όσο και σε άπειρο χρονικό ορίζοντα, έχουμε υποθέσει ότι ο συντελεστής προεξόφλησης των παικτών είναι ίδιος και για τους δύο αλλά και ότι οι διαπραγματευτές δεν έχουν κίνητρο να μην συμφωνήσουν και καταλήγουν σε συμφωνία στο πρώτο στάδιο. Επιπλέον, έχουμε υποθέσει ότι το αποτέλεσμα της επιλογής τους, δηλαδή αν θα αποδεχτούν την κατανομή που τους προτείνεται ή όχι, δεν εξαρτάται από εξωτερικούς παράγοντες.

Σε αυτή την ενότητα, λοιπόν, θα αναλυθούν υποδείγματα όπου υπάρχει η πιθανότητα να μην καταλήξει η διαπραγμάτευση σε συμφωνία, οι συντελεστές προεξόφλησης είναι διαφορετικοί για κάθε παίκτη αλλά και η περίπτωση όπου ο ένας παίκτης θα μπορεί να διακόψει τη διαδικασία της διαπραγμάτευσης και να επιδιώξει μία άλλη εξωτερική επιλογή.

Α. Πιθανότητα Κατάρρευσης των Διαπραγματεύσεων

Υποθέτουμε ότι η περίπτωση να απορρίψει κάποιος παίκτης την κατανομή που έχει προτείνει ο άλλος παίκτης έχει πιθανότητα $p > 0$. Αυτή, επομένως, η πιθανότητα ρήξης των διαπραγματεύσεων και η πιθανή κατάληξη σε διαφωνία πιέζουν τους παίκτες ώστε να συμφωνήσουν όσο το δυνατό γρηγορότερα.

Υποθέτουμε, επιπλέον, τα $\bar{u}_1$, $\bar{u}_2$, $\underline{u}_1$ και $\underline{u}_2$ ως οι μέγιστες και οι ελάχιστες αποδόσεις των παικτών αντίστοιχα, όπως και στην προηγούμενη ανάλυση. Επίσης, στην περίπτωση κατάρρευσης των διαπραγματεύσεων, οι παίκτες αποκομίζουν αποδόσεις b_1 και b_2 αντίστοιχα με $b_1 + b_2 < 1$. Ο συντελεστής προεξόφλησης σε αυτή την ανάλυση θα είναι ίδιος και για τους δύο παίκτες και θα ισούται με τη μονάδα.

Έστω, λοιπόν, ότι ο παίκτης 1 προτείνει μία κατανομή στον παίκτη 2. Αυτός με τη σειρά πρέπει να αποφασίσει αν θα δεν αποδεχτεί ή όχι. Θα απορρίψει την προσφορά που θα του προτείνει στην περίπτωση που η απόδοση που θα λάβει είναι μικρότερη από εκείνη την απόδοση που θα αποκομίσει στο επόμενο στάδιο, δηλαδή αν απορρίψει την προσφορά και μετά κάνει αυτός μία προσφορά. Η απόρριψη της προσφοράς από τον παίκτη 2, δηλαδή το να αποκομίσει απόδοση b_2, έχει πιθανότητα p ότι θα καταρρεύσει και πιθανότητα $1 - \mathrm{p}$ ότι θα συνεχιστεί στο επόμενο στάδιο (και ο παίκτης 2 λάβει τουλάχιστον $\underline{u}_2$.

Ο παίκτης 2 θα αποδεχτεί αυτό που του προτείνει ο παίκτης 1 στην περίπτωση που $1-\overline{u}_1 \geq pb_2+(1-p)\underline{u}_2$ και συνεπώς η μέγιστη απόδοση που θα προτείνει ο παίκτης 1 για τον εαυτό του θα ικανοποιεί τη σχέση $\overline{u}_1 \leq 1-(pb_2+(1-p)\underline{u}_2)$.

Από τη άλλη πλευρά, ο παίκτης 1 δεν θα προτείνει στον παίκτη 2 μερίδιο μεγαλύτερο της μέγιστης απόδοσης που θα έχει ο παίκτης 2 στο επόμενο στάδιο στην περίπτωση που απορρίψει την προσφορά του παίκτη 1. Δηλαδή, το μερίδιο που θα προτείνει ο παίκτης 1 θα ικανοποιεί τη σχέση $1-\underline{u}_1 \geq pb_2+(1-p)\overline{u}_2$.

Και άρα η ελάχιστη απόδοση του παίκτη 1 θα ικανοποιεί τη σχέση

$\underline{u}_1 \leq 1-(pb_2+(1-p)\overline{u}_2)$.

Με παρόμοια ανάλυση για όταν ο παίκτης 2 κάνει μία προσφορά εξάγονται οι εξής σχέσεις

$\overline{u}_2 \leq 1-(pb_1+(1-p)\underline{u}_1)$ και $\underline{u}_2 \leq 1-(pb_1+(1-p)\overline{u}_1)$.

Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία που κάναμε και στην ανάλυση του άπειρου χρονικού ορίζοντα προκύπτουν τα εξής

$u_1^* = \frac{1- b_2+b_1(1-p)}{2-p}$ και $u_2^* = \frac{1-b_1+b_2(1-p)}{2-p}$

Όταν ο παίκτης 1 προτείνει πρώτος μία κατανομή τότε έχουμε

$(u_1^*, 1 - u_1^*) = (\frac{1- b_2+b_1(1-p)}{2-p}, \frac{1-p-b_1(1-p)+b_2}{2-p})$.

Β. Διαφορετικοί Συντελεστές Προεξόφλησης

Θα υποθέσουμε ότι ο δ_1 και δ_2 είναι οι συντελεστές προεξόφλησης του κάθε παίκτη αντίστοιχα. Επιπλέον, $\bar{u}_1$, $\bar{u}_2$, $\underline{u}_1$ και $\underline{u}_2$ είναι οι μέγιστες και οι ελάχιστες αποδόσεις των παικτών αντίστοιχα, όπως παραπάνω.

Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία όπως και παραπάνω βρίσκουμε τις μέγιστες και τις ελάχιστες αποδόσεις των δύο παικτών και συμπεραίνουμε ότι αυτές ταυτίζονται και ότι κάθε παίκτης έχει μοναδική απόδοση ισορροπίας. Επομένως, όταν ο παίκτης 1 κάνει πρώτος μία προσφορά, αυτή θα έχει τη μορφή

$$(u_1^*, 1 - u_1^*) = (\frac{1-\delta_2}{1-\delta_1\delta_2}, \frac{\delta_2(1-\delta_1)}{1-\delta_1\delta_2}).$$

Όπως και στις προηγούμενες αναλύσεις, η διαπραγμάτευση ολοκληρώνεται στο πρώτο στάδιο και ο παίκτης που θα προτείνει πρώτος μία κατανομή θα έχει μεγαλύτερη απόδοση από τον άλλο παίκτη.

Επίσης, εξάγεται το συμπέρασμα ότι το μερίδιο που θα προτείνει κάθε παίκτης για τον ίδιο αλλά και για τον άλλο παίκτη εξαρτάται από τον συντελεστή προεξόφλησης και ότι η απόδοση κάθε παίκτη είναι αύξουσα συνάρτησή του.

Γ. Εξωτερικές Επιλογές

Στο βιβλίο του, ο Osborne (2004), αναλύει μία περίπτωση στην οποία ένας από τους παίκτες έχει τη δυνατότητα, έκτος από το να επιλέξει να αποδεχτεί ή να απορρίψει την προσφορά που του έκανε ο άλλος παίκτης, να επιλέξει τη διακοπή των διαπραγματεύσεων και να επιδιώξει να κάνει κάποια άλλη δραστηριότητα. Για παράδειγμα, ένας αγοραστής που διαπραγματεύεται με έναν πωλητή την τιμή αγοράς ενός προϊόντος, μπορεί να διακόψει τις διαπραγματεύσεις μαζί του και να απευθυνθεί σε άλλο πωλητή.

Έστω, λοιπόν, υποθέτουμε το υπόδειγμα διαπραγματεύσεων πεπερασμένου χρόνου με Τ= 2 στάδια. Στο πρώτο στάδιο θα προτείνει μία κατανομή ο παίκτης 1. Ο παίκτης 2, εκτός από την αποδοχή ή την απόρριψη της προσφοράς, έχει τη δυνατότητα να επιλέξει να διακόψει τη διαπραγμάτευση επιδιώκοντας κάποια άλλη δραστηριότητα που του αποφέρει απόδοση v_2. Στην περίπτωση αυτή ο παίκτης 1 αποκομίζει απόδοση 0. Ο παίκτης 2 έχει, επομένως, τρεις επιλογές στο πρώτο στάδιο. Αν επιλέξει να μην αποδεχτεί την προσφορά, στο δεύτερο στάδιο, που είναι και το τελευταίο, ο παίκτης 2 προτείνει στον παίκτη 1 κατανομή (0,1). Υποθέτουμε, επίσης, ότι υπάρχει ο συντελεστής προεξόφλησης δ που είναι ο ίδιος για κάθε παίκτη.

Επομένως, η ανάλυση θα γίνει με τη μέθοδο της προς τα πίσω επαγωγής, όπως και στο υπόδειγμα διαπραγματεύσεων πεπερασμένου χρονικού ορίζοντα.

Στο στάδιο 2, ο παίκτης 2 προτείνει στον παίκτη 1 την κατανομή $(\chi_2, 1 - \chi_2) = (0,1)$, δηλαδή του προτείνει το ελάχιστο μερίδιο που θα αποδεχτεί ο παίκτης 1.

Στο στάδιο 1, ο παίκτης 1 προτείνει μία κατανομή στον παίκτη 2 της μορφής $(\chi_1, 1 - \chi_1)$. Ο παίκτης 2, αν την αποδεχτεί θα λάβει $1 - \chi_1$, ενώ αν την απορρίψει γνωρίζει ότι στο επόμενο στάδιο θα ζητήσει όλο το μερίδιο, προεξοφλημένο με τον συντελεστή δ, ενώ αν αποσυρθεί από τη διαπραγμάτευση θα λάβει v_2. Ο παίκτης 1 θα πρέπει να του προσφέρει τουλάχιστον v_2 για να μην αποχωρήσει από τη διαπραγμάτευση ο παίκτης 2.

Αν $v_2 > \delta$, ο παίκτης 2 προτιμάει να αποσυρθεί από τη διαπραγμάτευση και η προσφορά που θα κάνει ο παίκτης 1 θα είναι $(\chi_1, 1 - \chi_1) = (1 - v_2, v_2)$. Στην αντίθετη περίπτωση, όπου $v_2 < \delta$, ο παίκτης δεν ενδιαφέρεται να αποχωρήσει από τη διαπραγμάτευση και ο παίκτης 1 θα πρέπει να του προτείνει την κατανομή $(\chi_1, 1 - \chi_1) = (1 - \delta, \delta)$, ώστε ο παίκτης 2 να την αποδεχτεί και να ολοκληρωθεί η διαπραγμάτευση στο πρώτο στάδιο.

Αυτό που πρέπει να αναφερθεί είναι ότι, αν αυτό που θα αποκομίσει ο παίκτης 2 αν αποχωρήσει από τη διαπραγμάτευση είναι μεγαλύτερο από αυτό που θα λάβει τελικά αν δεν υπήρχε αυτή η εξωτερική επιλογή, θα υπάρξει περιορισμός στις κατανομές που μπορεί να προτείνει ο παίκτης 1.

Ωστόσο, αυτό το υπόδειγμα υποθέτει ότι ένας παίκτης μπορεί να αποχωρήσει από τη διαπραγμάτευση μόνο όταν αυτό που θα αποκομίσει από την αποχώρηση είναι μεγαλύτερο από αυτό που θα αποκομίσει αν δεν το κάνει.

2.3. Διαπραγματεύσεις με Ελλιπή Πληροφόρηση

Μέχρι στιγμής, στην ανάλυση των δύο προσεγγίσεων που έχουν προηγηθεί, χρησιμοποιείται η υπόθεση ότι όλα τα μέρη που συμμετέχουν στις διαπραγματεύσεις είναι πλήρως ενημερωμένα για όλα τα χαρακτηριστικά της διαδικασίας της διαπραγμάτευσης και ότι επιλέγουν τις κινήσεις που θα κάνουν ορθολογικά. Υπάρχουν περιπτώσεις, όπου μπορούμε να αναλύσουμε τη διαδικασία διαπραγμάτευσης ως ένα παίγνιο πλήρους πληροφόρησης, όπως οι διαπραγματεύσεις που στοχεύσουν σε συμφωνίες συλλογικών συμβάσεων εργασίας, σε περιπτώσεις, όμως που τα μέρη που διαπραγματεύονται γνωρίζονται και η διαπραγμάτευση πραγματοποιείται περιοδικά (Ζαχαράκης, 2017).

Ωστόσο, αυτό δεν συμβαίνει πάντα και ιδιαίτερα στις διαπραγματεύσεις όπως στις διακρατικές διαπραγματεύσεις. Μπορεί, για παράδειγμα, ένας παίκτης να μη γνωρίζει τη συνάρτηση χρησιμότητας του άλλου παίκτη, τις προτιμήσεις του κ.ά.. Επομένως, ως παίγνιο ελλιπούς πληροφόρησης ορίζεται αυτό στο οποίο τουλάχιστον ένας παίκτης δεν γνωρίζει ένα ή περισσότερα χαρακτηριστικά του παιγνίου. Είναι κατανοητό ότι όταν τα μέρη που διαπραγματεύονται έχουν πλήρη πληροφόρηση για τις προτιμήσεις των άλλων μερών, η διαπραγμάτευση μπορεί να καταλήξει σε συμφωνία πολύ πιο γρήγορα ή ακόμα και αμέσως. Από την άλλη πλευρά, όταν υπάρχει ελλιπή πληροφόρηση αυτό δεν θα είναι πλέον εφικτό.

Όταν σε ένα παίγνιο υπάρχει ελλιπής πληροφόρηση, ο κάθε παίκτης μπορεί να χρησιμοποιήσει τις κινήσεις του για να δώσει μηνύματα για τις προτιμήσεις του στον άλλο παίκτη, ενώ παράλληλα ο κάθε παίκτης μπορεί να χρησιμοποιήσει τις πληροφορίες που του δίνει ο αντίπαλος για να συμπεράνει διάφορα στοιχεία για τον χαρακτήρα του. Αντίθετα, ο κάθε παίκτης μπορεί να παραπλανήσει τον αντίπαλό του παρέχοντάς του ψευδείς πληροφορίες. Γι’ αυτό τον λόγο, η συγκεκριμένη ανάλυση βασίζεται στη θεωρία των παιγνίων σηματοδότησης (Rubinstein, 1985).

Στόχος αυτής της ενότητας είναι να αναλύσει τη διαδικασία της διαπραγμάτευσης της μη συνεργατικής προσέγγισης εναλλασσόμενων προσφορών όταν υπάρχει ελλιπής πληροφόρηση μεταξύ των παικτών και να εξηγήσει τις καθυστερήσεις που θα υπάρξουν στη σύναψη συμφωνίας (Osborne & Rubinstein, 1990).

Έστω δύο παίκτες που διαπραγματεύονται το μοίρασμα μίας «πίτας». Υποθέτουμε ότι ο ένας παίκτες γνωρίζει όλα τα χαρακτηριστικά του παιγνίου, ενώ ο άλλος δεν γνωρίζει τις προτιμήσεις του αντιπάλου. Το σύνολο των πιθανών συμφωνιών μπορεί να οριστεί ως εξής

$$X = \{(\chi_1, \chi_2) \in \mathcal{R}^2 : \chi_1 + \chi_2 = 1 \; \kappa\alpha\iota \; \chi_i \; \geq 0 \; \kappa\alpha\iota \; i = 1{,}2\}$$

Οι διαπραγματεύσεις διαδραματίζονται σε άπειρο χρονικό διάστημα, δηλαδή $T = \{0{,}1{,}2, \dots\}$ όπως στο υπόδειγμα του Rubinstein. Η λύση της διαπραγμάτευσης μπορεί να γραφεί ως (χ, t) όπου το χ δηλώνει το μερίδιο που είναι αποδεκτό και από τους δύο παίκτες, ενώ το t δηλώνει τη χρονική στιγμή στην οποία έγινε η συμφωνία. Αυτό που θα αποκομίσουν οι παίκτες αν δεν καταλήξουν σε συμφωνία είναι το d. Οι προτιμήσεις του παίκτη *i* ορίζονται από τη συνάρτηση χρησιμότητας $u_i = \chi_i - c_i t$ όπου c_i είναι το κόστος της διαπραγμάτευσης του παίκτη *i* και *i* = 1,2. Επιπλέον, $d = -\infty$.

Ενώ ο παίκτης 2 έχει πλήρη πληροφόρηση τόσο για τα δικά του χαρακτηριστικά, όσο και για του αντιπάλου, αυτό που δεν γνωρίζει ο παίκτης 1 είναι το κόστος διαπραγμάτευσης του παίκτη 2, δηλαδή το c_2. Επομένως, ο παίκτης με την ελλιπή πληροφόρηση είναι ο παίκτης 1. Το κόστος διαπραγμάτευσης, λοιπόν, του παίκτη 2 μπορεί να είναι υψηλό, c_H, ή χαμηλό, c_L. Επιπλέον, ισχύει $0 < c_L < c_1 < c_H$ και $c_1 + c_H + c_L < 1$. Η πιθανότητα το κόστος διαπραγμάτευσης του παίκτη 2 να είναι υψηλό είναι π_H, ενώ η πιθανότητα να είναι χαμηλό είναι $\pi_L = 1 - \pi_H$, όπου $0 < \pi_H < 1$.

Όταν το κόστος διαπραγμάτευσης του παίκτη 2 είναι χαμηλό, ο παίκτης 1 είναι σε μειονεκτική θέση απέναντι στον παίκτη 2, γιατί αυτό που μπορεί να διεκδικήσει είναι μόνο ένα μικρό κομμάτι της «πίτας»[6]. Το αντίθετο συμβαίνει όταν το κόστος διαπραγμάτευσης του παίκτη 2 είναι υψηλό. Ο παίκτης 1 είναι σε πλεονεκτική θέση απέναντι στον παίκτη 2, γιατί αυτό που μπορεί να ζητήσει είναι ολόκληρη η «πίτα». Ωστόσο, ο παίκτης 1 δεν είναι σίγουρος για το κόστος διαπραγμάτευσης του παίκτη 2 και αυτό δίνει κίνητρο στον παίκτη 2 να πείσει τον αντίπαλό του ότι το κόστος διαπραγμάτευσης είναι χαμηλό. Επομένως, ο παίκτης 2 έχει δύο τύπους, τον 2_L όταν το κόστος είναι χαμηλό και τον 2_H όταν το κόστος είναι υψηλό.

Στο στάδιο $t = 0$ ο παίκτης 1 προτείνει μία κατανομή χ_0. Ανάλογα με το αν ο τύπος του παίκτη 2 είναι 2_H ή 2_L, ο παίκτης 2 αποδέχεται ή απορρίπτει την προσφορά. Αν γίνει αποδεκτή η προσφορά, η διαπραγμάτευση τελειώνει και το αποτέλεσμα είναι

[6] Το κομμάτι της «πίτας» θα είναι θετικό γιατί ο παίκτης 1 έχει το πλεονέκτημα να κάνει αυτός την πρώτη προσφορά.

$(\chi_0, 0)$. Στην αντίθετη περίπτωση, η διαπραγμάτευση συνεχίζεται στο επόμενο στάδιο και ο παίκτης 2 έχει σειρά να προτείνει μία κατανομή ανάλογα με τον τύπο του αλλά και με την προσφορά που είχε κάνει στο προηγούμενο στάδιο ο παίκτης 1 και τελικά απορρίφθηκε. Τότε, ο παίκτης 1 παρατηρεί την προσφορά του αντιπάλου αλλά δεν γνωρίζει αν ο παίκτης 2 είναι 2_H ή 2_L. Η απάντησή του θα εξαρτηθεί τόσο από την προσφορά του έχει γίνει στο στάδιο $t = 1$ αλλά και από την προσφορά που απέρριψε ο παίκτης 2 στο προηγούμενο στάδιο. Στην περίπτωση που ο παίκτης 1 αποδεχτεί την προσφορά τότε η διαπραγμάτευση τελειώνει και το αποτέλεσμα είναι $(\chi_1, 1)$, ενώ στην αντίθετη περίπτωση η διαπραγμάτευση συνεχίζεται στο επόμενο στάδιο όπου σειρά για να προτείνει μία κατανομή έχει ο παίκτης 1, κ.ο.κ.. Συνεπώς, οι επιλογές που έχουν οι παίκτες είναι να αποδεχτούν, *Y*, ή να απορρίψουν, *N*, την προσφορά που έχει κάνει ο αντίπαλος.

Και οι δύο παίκτες έχουν ένα σύνολο στρατηγικών. Το σύνολο στρατηγικών του παίκτη 1 εκφράζεται ως $\sigma = \{\sigma^t\}_{t=0}^{\infty}$ όπου $\sigma^t: X^t \to X$ όταν το *t* είναι ζυγός αριθμός και $\sigma^t: X^{t+1} \to \{Y, N\}$ όταν το *t* είναι μονός αριθμός. Αυτό σημαίνει ότι ο παίκτης 1 προτείνει μία κατανομή όταν ο αριθμός του σταδίου είναι ζυγός αριθμός, ενώ όταν είναι μονός αριθμός πρέπει να επιλέξει ανάμεσα στο αν θα αποδεχτεί ή όχι την προσφορά. Αντίστοιχα, το σύνολο στρατηγικών του παίκτη 2, είτε είναι ο τύπος 2_L είτε ο τύπος 2_H είναι $\tau = \{\tau^t\}_{t=0}^{\infty}$ όπου $\tau^t: X^{t+1} \to \{Y, N\}$ όταν το *t* είναι ζυγός αριθμός και $\tau^t: X^t \to X$ όταν το *t* είναι μονός αριθμός. Αυτό, επίσης, σημαίνει ότι ο παίκτης 2, καλείται σε στάδια ζυγού αριθμού να αποφασίσει αν θα αποδεχτεί ή όχι την προσφορά του παίκτη 1, ενώ σε στάδια μονού αριθμού καλείται να κάνει μία προσφορά.

Ο παίκτης 1 πρέπει να αναπτύξει πεποιθήσεις σχετικά με τον τύπου του παίκτη 2. Αυτές οι πεποιθήσεις ορίζονται από τη συνάρτηση $p_H(h) \in [0,1]$, όπου h είναι στάδιο μετά το οποίο ο παίκτης 1 πρέπει να κάνει μία κίνηση, και δηλώνει την πιθανότητα που ο παίκτης 1 αποδίδει στο γεγονός ότι ο παίκτης 2 είναι ο τύπος 2_H. Μετά από κάθε στάδιο οι πεποιθήσεις του παίκτη 1 πρέπει να βασίζονται τόσο στις προηγούμενες πεποιθήσεις που είχε κάνει αλλά και στις στρατηγικές του παίκτη 2, είτε είναι τύπος 2_L, είτε τύπος 2_H[7].

[7] Όταν ο παίκτης 1 πιστεύει ότι ο παίκτης 2 είναι ο τύπος 2_H τότε ισχύει $p_H(h) = 1$. Στην αντίθετη περίπτωση, ισχύει $p_H(h) = 0$.

Μετά από κάθε κίνηση h, η διαδοχική ισορροπία του παιγνίου έχει ορισμένες ιδιότητες. Πιο συγκεκριμένα, αν και οι δύο παίκτες 2_H και 2_L, λόγω των στρατηγικών τους, καλούνται να απορρίψουν την ίδια προσφορά, τότε αυτοί θα κάνουν την ίδια αντιπροσφορά στο επόμενο στάδιο. Επιπλέον, εάν το σύνολο στρατηγικών του παίκτη 2_L του προτρέπει να αποδεχτεί μία προσφορά, το ίδιο ισχύει και για το σύνολο στρατηγικών του παίκτη 2_H. Τέλος, εάν το σύνολο στρατηγικών του παίκτη 2_H του προτρέπει να αποδεχτεί την προσφορά χ αλλά το σύνολο στρατηγικών του 2_L τον προτρέπει να την απορρίψει τότε το σύνολο στρατηγικών του παίκτη 1 του προτρέπει να αποδεχτεί την αντιπροσφορά, y, *που* θα του κάνει ο παίκτης 2_L, όπου $\chi_1 - c_H \leq y_1 \leq \chi_1 - c_L$.

Στα παίγνια σηματοδότησης υπάρχουν δύο ειδών ισορροπίες, οι οποίες διακρίνονται ανάλογα με την συμπεριφορά του παίκτη με τους δύο τύπους, στη συγκεκριμένη περίπτωση του παίκτη 2. Στη διαχωριστική ισορροπία (separating equilibrium) οι τύποι του παίκτη 2 επιλέγουν διαφορετικές ενέργειες, ενώ στη συγκεντρωτική ισορροπία (pooling equilibrium) όλοι οι τύποι του παίκτη 2 επιλέγουν την ίδια ενέργεια.

Όταν η πιθανότητα ο παίκτης 2 να είναι τύπος 2_H, δηλαδή ο παίκτης 2 έχει υψηλό κόστος διαπραγμάτευσης, ο παίκτης 1 θα λάβει ένα μεγάλο μερίδιο από την «πίτα» που θέλουν να μοιράσουν και στις δύο ισορροπίες. Με άλλα λόγια, αν $\pi_H > \frac{2c_1}{(c_H+c_1)}$, τότε η ελάχιστη απόδοση που θα λάβει ο παίκτης 1 είναι $\pi_H + (1-\pi_H)(1-c_H-c_1)$. Όταν αυτή η πιθανότητα είναι μικρή, δηλαδή $\pi_H \leq \frac{2c_1}{(c_H+c_1)}$ τότε για κάθε $\xi^* \in [c_1, 1-c_1+c_L]$ υπάρχει μία συγκεντρωτική ισορροπία όπου η κατανομή που προτείνει ο παίκτης 1 στο στάδιο $t=0$ είναι $\chi^* = (\xi^*, 1-\xi^*)$. Αυτή την προσφορά θα την αποδεχτούν τόσο ο τύπος 2_H όσο και ο 2_L.

Αν $\frac{(c_1+c_L)}{(c_1+c_H)} \leq \pi_H \leq \frac{2C_1}{(C_1+C_H)}$, τότε για κάθε $\xi^* \geq c_H$ υπάρχει μία διαχωριστική ισορροπία όπου η κατανομή που προτείνει ο παίκτης 1 στην περίοδο $t=0$ είναι $\chi^* = (\xi^*, 1-\xi^*)$. Ο παίκτης 2_H την αποδέχεται, ενώ ο παίκτης 2_L απορρίπτει και στο επόμενο στάδιο προτείνει στον παίκτη 1 την κατανομή $(\xi^* - c_H, 1-\xi^* + c_H)$, την οποία και την κάνει αποδεκτή.

2.4. Σχέση Συνεργατικής και Μη Συνεργατικής Προσέγγισης

Στα δύο προηγούμενα κεφάλαια έγινε η ανάλυση των δύο προσεγγίσεων της διαπραγμάτευσης, η αξιωματική ή αλλιώς συνεργατική και η μη συνεργατική προσέγγιση. Πιο συγκεκριμένα, στην πρώτη περίπτωση, υπάρχουν ορισμένα αξιώματα που πρέπει να ικανοποιεί η λύση, ενώ στη δεύτερη περίπτωση, η διαδικασία της διαπραγμάτευσης διατυπώνεται ως ένα παίγνιο εκτεταμένης μορφής. Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο θα μελετηθεί η σχέση που υπάρχει μεταξύ αυτών των δύο προσεγγίσεων.

Στη συνεργατική προσέγγιση, η λύση, που από πολλούς μπορεί να θεωρηθεί ως απλή και ότι δεν ανταποκρίνεται στην πραγματική διαδικασία των διαπραγματεύσεων, βασίζεται σε ορισμένα αξιώματα, όπως τα έχει ορίσει ο Nash και γι' αυτό ονομάζεται και αξιωματική προσέγγιση. Από την άλλη πλευρά, στη μη συνεργατική προσέγγιση η λύση εξαρτάται από τις λεπτομέρειες που υπάρχουν στη διαδικασία των διαπραγματεύσεων. Μία ακόμα διαφορά βρίσκεται στις αποδόσεις των παικτών. Στην πρώτη περίπτωση, οι αποδόσεις του κάθε παίκτη ορίζονται από την αναμενόμενη συνάρτηση χρησιμότητας ή ωφέλειάς του, η οποίες δείχνουν τις προτιμήσεις των παικτών για το σύνολο του μεριδίου που θέλουν να μοιράσουν, ενώ στη δεύτερη περίπτωση οι αποδόσεις ορίζονται ως μια διαχρονική συνάρτηση χρησιμότητας. Η μη συνεργατική προσέγγιση έχει ως στόχο την ανάλυση της διαδικασίας διαπραγματεύσεων χρησιμοποιώντας στοιχεία που δεν υπάρχουν στην αξιωματική προσέγγιση, όπως τα στάδια της διαπραγμάτευσης όπως αυτά συμβαίνουν στις διαπραγματεύσεις στην καθημερινότητα.

Οι Binmore, Rubinstein και Wolinsky (1986) απέδειξαν ότι η διαπραγματευτική λύση κατά Nash στη συνεργατική προσέγγιση και οι λύσεις στη μη συνεργατική προσέγγιση είναι, αναλυτικά, πανομοιότυπες. Πιο συγκεκριμένα, έδειξαν ότι όταν ο συντελεστής προεξόφλησης συσχετιστεί με τη αποστροφή κινδύνου οι λύσεις της μη συνεργατικής και της συνεργατικής προσέγγισης είναι ταυτόσημες (Βαρουφάκης, 2007). Αναλυτικότερα, και οι δύο προσεγγίσεις καταλήγουν σε μία μοναδική τέλεια ισορροπία, οι οποίες, στην περίπτωση που το κίνητρο επίτευξης συμφωνίας μεταξύ των μερών που συμμετέχουν στη διαπραγμάτευση είναι αμελητέο, ταυτίζονται με τη διαπραγματευτική λύση κατά Nash.

3. ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ – Εφαρμογές

3.1. Διαπραγματεύσεις μεταξύ εργαζομένων και εργοδοσίας

Μία συχνή μορφή διαπραγματεύσεων είναι αυτή που πραγματοποιείται μεταξύ των εργαζομένων ή αλλιώς του εργατικού σωματείου και της εργοδοσίας σε μία επιχείρηση, οι οποίοι διαπραγματεύονται σχετικά με το επίπεδο του μισθού ή/και το επίπεδο απασχόλησης.

Στόχος της μελέτης αυτών των διαπραγματεύσεων είναι η εξέταση των θεωριών που σχετίζονται με τις επιχειρήσεις, τη συμπεριφορά των συνδικαλιστικών σωματείων και τις συνθήκες που προκαλούν τις διαφορές στον εργασιακό χώρο. Και τα δύο μέλη προσπαθούν να μεγιστοποιήσουν κάποιο στόχο. Από την μία πλευρά, η επιχείρηση επιδιώκει, για παράδειγμα, τη μεγιστοποίηση των κερδών και από την άλλη, το συνδικάτο κάποια χρησιμότητα ή μελλοντική αξία.

3.1.1. Διαπραγματεύσεις για το επίπεδο του μισθού

Ο Σταματόπουλος (2015) παρουσίασε μία εφαρμογή όπου επιχείρηση και εργαζόμενοι διαπραγματεύονται το επίπεδο του μισθού.

Έστω ότι η επιχείρηση παράγει ένα προϊόν και το πουλάει σε σταθερή τιμή P, απασχολεί L άτομα και η αμοιβή ανά μονάδα εργασίας ισούται με w. Επίσης, η συνάρτηση παραγωγής είναι $f(L)$. Στόχος της επιχείρησης είναι η μεγιστοποίηση των κερδών της. Η συνάρτηση κερδών της επιχείρησης είναι $\Pi = Pf(L) - wL$. Στην περίπτωση που η επιχείρηση δεν απασχολεί κανέναν εργαζόμενο, δεν παράγει καθόλου, δηλαδή $f(0) = 0$.

Έστω ότι το εργατικό σωματείο έχει L_0 μέλη, από τα οποία L απασχολούνται από την επιχείρηση. Όσα μέλη του σωματείου δεν εργάζονται λαμβάνουν επίδομα ανεργίας w_0[8]. Επιπλέον, υποθέτουμε ότι η συνάρτηση f είναι αυστηρά κοίλη και $f(L) > Lw_0$ για κάθε L.

Το σύνολο των δυνατών συμφωνιών είναι $X = (w, L)$. Με άλλα λόγια, το σωματείο και η επιχείρηση διαπραγματεύονται το επίπεδο μισθού και το επίπεδο εργασίας. Η χρησιμότητα της επιχείρησης εκφράζεται από τη συνάρτηση κερδών της, δηλαδή,

[8] Εκτός από το επίδομα ανεργίας, το w_0 μπορεί να δηλώνει και το εισόδημα που έχει στην κατοχή του ο εργαζόμενος εκτός από τον μισθό της εργασίας (Rubinstein & Osborne, 1990).

$u_1(w, L) = \Pi = Pf(L) - wL$. Η χρησιμότητα του εργατικού σωματείου εκφράζεται από τη σχέση $u_2(w, L) = wL + w(L_0 - L)$.

Αν τα δύο μέρη δεν καταλήξουν σε συμφωνία, η επιχείρηση δεν θα παράγει το προϊόν, ενώ όλα τα μέλη του εργατικού σωματείου θα λάβουν επίδομα ανεργίας. Επομένως, οι χρησιμότητες που θα αποκομίσουν από τη μη συμφωνία είναι $d_1 = 0$ αφού η επιχείρηση δεν θα παράγει καθόλου και $d_2 = w_0 L_0$.

Το σύνολο των χρησιμοτήτων εκφράζεται από τη σχέση

$$U = \{(v_1, v_2): v_1 = u_1(w, L), v_2 = u_2(w, L) \ όπου \ (w, L) \epsilon X\}$$

Το γινόμενο Nash μπορεί να γραφτεί ως εξής

$$(Pf(L) - wL)^{\gamma}(wL + w_0(L_0 - L) - w_0 L_0)^{1-\gamma} \ \Rightarrow$$

$$(Pf(L) - wL)^{\gamma}((w - w_0)L)^{1-\gamma}$$

όπου γ είναι η διαπραγματευτική δύναμη της εργοδοσίας και $1\text{-}\gamma$ η διαπραγματευτική δύναμη του εργατικού σωματείου.

Πρέπει να μεγιστοποιήσουμε το γινόμενο Nash ως προς τον μισθό και το επίπεδο εργασίας, δηλαδή

$$max(Pf(L) - wL)^{\gamma}((w - w_0)L)^{1-\gamma}$$

Η συνθήκη πρώτης τάξης ως προς το επίπεδο εργασίας (L) είναι [9]

$$f'(L) = \frac{w}{P} - \frac{1-\gamma}{\gamma}\left(\frac{f(L)}{L} - \frac{w}{P}\right) \qquad \textbf{(1)}$$

Η συνθήκη πρώτης τάξης ως προς τον μισθό (w) είναι

$$\frac{f(L)}{L} - \frac{w}{P} = \frac{\gamma}{1-\gamma}\frac{w-w_0}{P} \qquad \textbf{(2)}$$

Αν αντικαταστήσουμε την εξίσωση (2) στην εξίσωση (1) παίρνουμε

[9] Από τη συνάρτηση που προέκυψε από τη συνθήκη πρώτης τάξης ως προς το επίπεδο απασχόλησης συμπεραίνεται ότι, όταν μόνο η επιχείρηση προσδιορίζει το επίπεδο απασχόλησης (γ=1), έχουμε $f'(L) = \frac{w}{P}$ που σημαίνει ότι το οριακό προϊόν της εργασίας ισούται με τον πραγματικό μισθό.

$$f'(L) = \frac{w}{P} - \frac{1-\gamma}{\gamma}\frac{\gamma}{1-\gamma}\frac{w-w_0}{P} \Rightarrow f'(L) = \frac{w_0}{P} \quad \textbf{(3)}$$

Άρα, στην εξίσωση (3) το οριακό προϊόν της εργασίας ισούται με το πραγματικό επίδομα ανεργίας.

Επομένως, συμπεραίνεται ότι η λύση της διαπραγμάτευσης προκύπτει εκεί όπου το οριακό προϊόν της εργασίας και το πραγματικό επίδομα εργασίας είναι ίσα.

3.1.2. Διαπραγματεύσεις για το επίπεδο του μισθού και η επίδραση της απεργίας

Οι Ashenfelter & Johnson (1969) παρουσίασαν μία εργασία όπου ανέλυαν τη σχέση της θεωρίας διαπραγματεύσεων με τη λειτουργία των συνδικάτων και τη στάση εργασίας ή αλλιώς την απεργία. Με άλλα λόγια, το συνδικάτο και η επιχείρηση διαπραγματεύονται το επίπεδο των τιμών, το συνδικάτο απειλεί με στάση εργασίας ή αλλιώς απεργία στην περίπτωση που δεν καταλήξουν σε συμφωνία. Σύμφωνα με τον Hicks (1963) «… η πλειοψηφία των πραγματικών απεργιών είναι αναμφίβολα αποτέλεσμα λανθασμένων διαπραγματεύσεων».

Οι Ashenfelter & Johnson (1969) υπέθεσαν ότι δεν υπάρχουν δύο μέρη που διαπραγματεύονται, αλλά τρία: η επιχείρηση, η ηγεσία του συνδικαλιστικού σωματείου και ο ίδιος ο συνδικαλιστής. Η ηγεσία του σωματείου επιδιώκει την προσωπική επιβίωση των ατόμων που το διευθύνουν και την επιβίωση και την ανάπτυξη της ένωσης ως θεσμού μέσω της ικανοποίησης όσο το δυνατόν καλύτερα των προσδοκιών των μελών του.

Στην περίπτωση που η αναμενόμενη αύξηση των μισθών υπερβαίνει κατά πολύ αυτό που θα συμφωνήσει η επιχείρηση, η ηγεσία θα προσπαθήσει να πείσει τα μέλη του σωματείου να αποδεχτούν μία μικρότερη αύξηση στον μισθό. Ωστόσο, αν δεν το καταφέρει, μπορεί είτε να υπογράψει συμφωνία με την επιχείρηση μικρότερη από αυτή που περιμένουν τα μέλη, είτε να πραγματοποιήσει απεργία. Στην πρώτη περίπτωση, θα υπάρξει διαφωνία μεταξύ της ηγεσίας του σωματείου και των μελών και γι’ αυτό τον λόγο προτιμάται η δεύτερη περίπτωση αν και δεν είναι υπέρ των συμφερόντων των μελών, καθώς με τη στάση εργασίας δεν θα λαμβάνουν μισθό. Με την απεργία το συνδικαλιστικό σωματείο πιστεύει ότι η ελάχιστη αύξηση του μισθού που είναι αποδεκτή θα βρεθεί σε ένα επίπεδο στο οποίο μπορεί να συμφωνήσει με ασφάλεια με την επιχείρηση.

Η επιχείρηση, από την άλλη πλευρά, πρέπει να επιλέξει ανάμεσα στην υποχώρηση και την αποδοχή της απαίτησης του σωματείου, δηλαδή την αύξηση του μισθού, ή να αποδεχτεί την απεργία με στόχο τη διαπραγμάτευση για μικρότερη αύξηση του μισθού.

Έστω ότι τα μέλη του σωματείου διαπραγματεύονται την αύξηση του μισθού, η οποία είναι $y_A = \frac{\Delta w}{\widehat{w}}$ **(1)** όπου το $\widehat{w}$ δηλώνει τον προηγούμενο συμφωνημένο μισθό και Δw δηλώνει την απόλυτη αύξηση στον μισθό. Το y_A εξαρτάται από το χρονικό διάστημα, S, που διαρκεί η απεργία, δηλαδή $y_A = V(S)$ **(2)**.

Έστω $y_0 = V(0)$ η αύξηση του μισθού που προτείνει στην επιχείρηση το σωματείο στη στιγμή λήξης του προηγούμενου συμβολαίου, δηλαδή πριν ξεκινήσει η απεργία και $y_* = V(\infty)$ η αύξηση του μισθού που δεν θα γίνει αποδεκτή ακόμα και αν η απεργία διαρκέσει απεριόριστο χρονικό διάστημα. Επομένως, εξάγεται η συνάρτηση $y_A = y_* + (y_0 + y_*)e^{-\tau S}$ **(3)**, όπου το τ δηλώνει την ταχύτητα με την οποία μειώνονται οι προσδοκίες των μελών του σωματείου κατά τη διάρκεια μίας απεργίας.

Επιπλέον, υποθέτουμε ότι η επιχείρηση γνωρίζει τις παραμέτρους της παραπάνω σχέσης και στοχεύει στην παραγωγή μίας σταθερής ποσότητας χρησιμοποιώντας την ίδια τεχνολογία και πουλά το προϊόν στην ίδια τιμή, P. Η συνάρτηση κερδών της μπορεί να γραφεί ως εξής $\Pi = \alpha P - \beta w - H$ **(4)**, όπου w είναι επίπεδο του μισθού που διαπραγματεύονται και H τα σταθερά κόστη παραγωγής. Επιπλέον, ισχύει ότι $w = \widehat{w}(1 - y_A)$ **(5)**.

Η παρούσα αξία της μελλοντικής ροής κερδών είναι $V = \int_0^\infty \pi e^{-rt} dt$ **(6)**, (το r δηλώνει το προεξοφλητικό επιτόκιο της επιχείρησης) το οποίο μετά από αντικατάσταση της εξίσωσης (3) στην (5) και την (4) μπορεί να γραφεί

$$V = \int_S^\infty [aP - \beta\widehat{w}(1 + y_* + (y_0 - y_*)e^{-\tau S}]e^{-rt} dt - \int_0^\infty He^{-rt} dt \quad \textbf{(7)}$$

ενώ μετά από την ολοκλήρωση παίρνουμε

$$V = [aP - \beta\widehat{w}(1 + y_* + (y_0 - y_*)e^{-\tau S}]\frac{e^{-rt}}{r} - \frac{H}{r} \quad \textbf{(8)}$$

Η επιχείρηση πρέπει να μεγιστοποιήσει το V. Μπορεί είτε να συμφωνήσει στο y_0 και να αποφύγει την απεργία, είτε να το απορρίψει και να υποστεί την απεργία με στόχο να διεκδικήσει μία χαμηλότερη αύξηση μισθού. Η επιχείρηση θα ακολουθήσει την δεύτερη περίπτωση μόνο αν $dV/dS = 0$ και $d^2V/dS^2 < 0$ για $S > 0$[10].

Λύνοντας την εξίσωση (8) ως προς S, παίρνουμε $S = -\frac{1}{r}\ln[\frac{aP-\beta\widehat{w}(1+y_*)}{\beta\widehat{w}\left(1+\frac{\tau}{r}\right)(y_0-y_*)}]$ **(9)**

και επομένως, συμπεραίνεται ότι θα υπάρξει απεργία, δηλαδή $S > 0$, όταν

$$y_0 > \frac{aP-\beta\widehat{w}(1-\frac{\tau}{r}y_*)}{\beta\widehat{w}(1+\frac{\tau}{r})} \quad \textbf{(10)}$$

Χρησιμοποιώντας την εξίσωση (4) μπορούμε να γράψουμε την εξίσωση (10) ως εξής

$$y_0 > \frac{\widehat{\pi}+H+\frac{\tau}{r}\beta\widehat{w}y_*}{\beta\widehat{w}(1+\frac{\tau}{r})} \quad \textbf{(11)}$$

Από την παραπάνω εξίσωση εξάγεται το συμπέρασμα ότι δεν είναι τόσο πιθανό να πραγματοποιηθεί μία απεργία, όσο μεγαλύτερο είναι το προηγούμενο κέρδος της επιχείρησης σε σχέση με τον προηγούμενο μισθό. Επίσης, αν και οι μεταβλητές τ, r και y_* μπορεί να έχουν διαφορετικές τιμές σε κάθε επιχείρηση ή συνδικαλιστικό σωματείο, θα μεταβληθούν αργά με την πάροδο του χρόνου.

[10] Όταν S>0 σημαίνει ότι θα υπάρξει απεργία από τα μέλη του σωματείου.

3.2. Διαπραγματεύσεις μεταξύ κρατών

Υπάρχουν πολλοί λόγοι για τους οποίους δύο ή περισσότερα κράτη μπορούν να ξεκινήσουν διαδικασίες διαπραγμάτευσης. Ορισμένοι από αυτούς είναι οι διαπραγματεύσεις που αφορούν αποπληρωμή κρατικού χρέους, διαπραγματεύσεις που αφορούν το διεθνές εμπόριο, την εκμετάλλευση φυσικών πόρων κ.ά.. Η συγκεκριμένη ενότητα αφορά διαπραγματεύσεις για την αποπληρωμή κρατικούς χρέους.

Έστω ότι ένα κράτος ή μία ομάδα κρατών (A_1) έχει δανείσει σε ένα άλλο κράτος (A_2) ένα χρηματικό ποσό B. Το ποσό που οφείλει και θα πρέπει να επιστρέψει το κράτος που δανείστηκε στον δανειστή είναι προσαυξημένο κατά ένα επιτόκιο δανεισμού r και άρα το τελικό ποσό οφειλής είναι *(1 + r)B*. Υποθέτουμε ότι το χρέος θα αποπληρωθεί σε μία περίοδο. Το δανειζόμενο κράτος θέλει να διαπραγματευτεί με τον δανειστή με στόχο την μείωση του συνολικού χρέους κατά το ποσό *F*.

Επιπλέον, έστω ότι η συνάρτηση χρησιμότητας του κράτους που έχει δανείσει είναι γραμμική και ίση με το ποσό που θα εισπράξει, δηλαδή $u_1(F) = (1 + r)B - F$. Επίσης, έστω ότι η συνάρτηση χρησιμότητας τους κράτος που έχει δανειστεί είναι το συνολικό εισόδημα αυτής της χώρας[11]. Επομένως, $u_2(F) = Y(F)$.

Συνεπώς, το σύνολο χρησιμοτήτων εκφράζεται από τη σχέση

$$U = \{(v_1, v_2): v_1 = (1 + r)B - F, v_2 = Y(F)\}$$

Αν δεν καταφέρουν τα δύο μέρη να καταλήξουν σε συμφωνία, το κράτος που έχει δανειστεί θα παράγει $\overline{Y}$ και αυτό που θα μπορέσει να αποπληρώσει στο άλλο κράτος είναι το ποσό $\overline{B}$. Επομένως, η χρησιμότητα που θα αποκομίσει ο δανειστής σε περίπτωση μη συμφωνίας είναι $d_1 = \bar{B}$ ενώ για τον δανειζόμενο είναι $d_2 = \bar{Y}$.

Σύμφωνα με το Κεϋνσιανό Υπόδειγμα, συνάρτηση κατανάλωσης εκφράζεται από τη σχέση $C = a + b(Y - T)$ **(1)**, όπου Y είναι το εισόδημα της οικονομίας και T είναι οι φόροι. Επιπλέον, οι κρατικές δαπάνες και οι ιδιωτικές επενδύσεις εκφράζονται από τις σχέσεις $G = \bar{G}$ **(2)** και $I = \bar{I}$ **(3)** αντίστοιχα. Η εξίσωση $T = G + (1 + r)B - F$ **(4)** δείχνει τον ισοσκελισμένο προϋπολογισμό του κράτους, δηλαδή ότι τα έσοδα του κράτους, που σε αυτή την περίπτωση είναι τα έσοδα από τους φόρους, ισούνται με τα

[11] Αν χρησιμοποιήσουμε το Κεϋνσιανό Υπόδειγμα για τον προσδιορισμό του Εισοδήματος, τότε το εισόδημα ισορροπίας θα είναι συνάρτηση του ποσού που επιστρέφεται στο κράτος που έχει δανείσει (Σταματόπουλος, 2015).

έξοδά του, δηλαδή το άθροισμα των κρατικών δαπανών και του ποσού που πρέπει να δώσει στον δανειστή. Τέλος, η συνθήκη ισορροπίας του εισοδήματος εκφράζεται από τη σχέση $Y = C + I + G$ **(5)**.

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (1) με (4) στην (5) παίρνουμε

$$Y = a + b(Y - T) + \bar{I} + \bar{G} \Rightarrow Y - bY = a - b(\bar{G} + (1 + r)B - F) + \bar{I} + \bar{G}$$

$$(1 - b)Y = a + \bar{G} - b\bar{G} - b\big((1 + r)B - F\big) + \bar{I} \Rightarrow$$

$$Y^* = \frac{a + \bar{I}}{1 - b} - \frac{b\big((1 + r)B - F\big)}{1 - b} + \bar{G}$$

Η τελευταία εξίσωση δείχνει το εισόδημα ισορροπίας του κράτους.

Υποθέτουμε ότι η διαπραγματευτική δύναμη του δανειστή είναι γ και η διαπραγματευτική δύναμη του δανειζόμενου είναι (1-γ). Άρα το γινόμενο κατά Nash γράφεται ως εξής $((1 + r)B - F - \bar{B})^{\gamma}(Y^* - \bar{Y})^{1-\gamma}$.

Από τη μεγιστοποίηση του γινομένου κατά Nash εξάγεται το βέλτιστο ποσό μείωσης του χρέους, δηλαδή

$$F^* = (1 + r)B - (1 - \gamma)\bar{B} + \frac{\gamma}{b}((1 - b)\bar{Y} - a - \bar{I} - (1 - b)\bar{G})$$

Από τα παραπάνω συμπεραίνεται ότι όταν αυξάνεται το $\bar{G}$ ή το $\bar{I}$, η μείωση του χρέους, δηλαδή το F^*, είναι μικρότερη. Επιπλέον, το b εκφράζει την οριακή ροπή προς την κατανάλωση ενώ το 1 – b εκφράζει την οριακή ροπή προς την αποταμίευση. Όταν $\frac{\gamma}{1-\gamma} > \frac{b}{1-b}$, η τιμή του F^* αυξηθεί αν υπάρξει ισόποση αύξηση στις αποδόσεις που θα λάβουν τα δύο κράτη στην περίπτωση που δεν καταλήξουν σε συμφωνία.

3.3. Διαπραγματεύσεις για δωροδοκία και έλεγχος της εγκληματικότητας

O Muthoo (1990) στο βιβλίο του «Bargaining Theory Applications» αναφέρει μία εφαρμογή βασισμένη στην αξιωματική προσέγγιση της Θεωρίας Διαπραγματεύσεων σχετικά με τη δωροδοκία και τον έλεγχο του εγκλήματος.

Έστω ένα άτομο Ε, το οποίο έχει να επιλέξει ανάμεσα στο να κλέψει ή όχι ένα σταθερό θετικό ποσό π. Στην περίπτωση που επιλέξει την κλοπή, υπάρχει η πιθανότητα ζ να συλληφθεί από την αστυνομία (Α). Ο εγκληματίας όμως, διαπραγματεύεται με τον αστυνομικό σχετικά με ένα ποσό δ από το χρηματικό ποσό που έχει κλέψει που μπορεί να δώσει στον αστυνομικό ως αντάλλαγμα για να μην τον συλλάβει. Άρα, αυτό που διαπραγματεύονται είναι ο διαμερισμός του κλεμμένου χρηματικού ποσού. Αν καταλήξουν σε συμφωνία, αυτό που θα πάρει ο εγκληματίας είναι π-δ, ενώ ο αστυνομικός θα λάβει δ, όπου $0 \leq \delta \leq \pi$.

Υποθέτουμε ότι η χρησιμότητα κάθε παίκτη να διατηρήσει χ χρηματικές μονάδες είναι χ, όπου χ϶[0,π]. Με άλλα λόγια, έστω $u_E(\chi_E) = \chi_E$ και $u_A(\chi_A) = \chi_A$ για κάθε $\chi_E,\chi_A \in [0,\pi]$. Αυτό σημαίνει ότι για κάθε $u_E \in [0, \pi]$ υπάρχει $g(u_E) = \pi - u_E$ και $d_i \geq 0$ όπου i=E, A. Επίσης, ισχύει $u_A = g(u_E)$ και $-g'(u_E) = \frac{u_A - d_A}{u_E - d_E}$ όπου $g'(u_E)$ είναι η παράγωγος του $g(u_E)$ (Muthoo, 1990).

Αν δεν καταλήξουν σε συμφωνία, ο αστυνομικός θα συλλάβει τον εγκληματία και θα έχει χρησιμότητα 0 και ο εγκληματίας θα πρέπει να πληρώσει ένα πρόστιμο. Επομένως, οι χρησιμότητες διαφωνίας είναι $d_E = \pi(1 - \nu)$ και $d_A = 0$, όπου ν είναι το πρόστιμο και $\nu \in (0,1]$.

Επιπλέον, ισχύει

$$u_E = d_E + \frac{1}{2}(\pi - d_E - d_A) \Rightarrow u_E = \pi(1 - \nu) + \frac{1}{2}(\pi - \pi + \pi\nu) \Rightarrow$$

$$u_E = \pi(1 - \frac{1}{2}\nu) \quad \text{και}$$

$$u_A = d_A + \frac{1}{2}(\pi - d_E - d_A) \Rightarrow u_A = \frac{1}{2}(\pi - \pi + \pi\nu) \Rightarrow u_A = \frac{1}{2}\pi\nu$$

Το σύνολο χρησιμοτήτων εκφράζεται ως εξής

$$U = \{(v_E, v_A): v_E = \pi\left(1 - \frac{1}{2}\nu\right), v_A = \frac{1}{2}\pi\nu\}$$

Συνεπώς, το γινόμενο κατά Nash μπορεί να γραφεί ως εξής

$$\left(\left(\pi\left(1 - \frac{1}{2}\nu\right) - \pi(1 - \nu)\right) * \left(\frac{1}{2}\pi\nu\right)\right) = \left(\left(\frac{1}{2}\pi\nu\right) * \left(\frac{1}{2}\pi\nu\right)\right)$$

Από τη μεγιστοποίηση του γινομένου κατά Nash συμπεραίνεται ότι το ποσό της δωροδοκίας θα ισούται με $\delta^* = \frac{1}{2}\pi\nu$. Από αυτό μπορούμε να καταλάβουμε ότι το ποσό που θα δώσει ο εγκληματίας στον αστυνομικό με αντάλλαγμα να μην τον συλλάβει επηρεάζεται από το ύψος του προστίμου. Βασιζόμενος σε αυτό το αποτέλεσμα, ο Muthoo (1990) αναλύει το αν ο εγκληματίας θα διαπράξει τελικά το έγκλημα ή όχι. Πιο αναλυτικά, στην περίπτωση που θα κλέψει τα λεφτά, έχει αναμενόμενη χρησιμότητα $u'_E = \zeta\pi\left(1 - \left(\frac{1}{2}\nu\right)\right) + (1 - \zeta)\pi$ καθώς υπάρχει πιθανότητα ζ να συλληφθεί από τον αστυνομικό (στην περίπτωση αυτή θα έχει χρησιμότητα u_E) και με πιθανότητα (1 – ζ) δεν θα συλληφθεί από τον αστυνομικό (στην περίπτωση αυτή θα κρατήσει όλο το ποσό των χρημάτων που έκλεψε). Αν δεν κλέψει τα λεφτά, η χρησιμότητά του ισούται με 0. Επομένως, η κλοπή δεν θα πραγματοποιηθεί αν και μόνο αν $\pi(1 - \left(\frac{1}{2}\zeta\nu\right)) \leq 0$ και αφού $\pi > 0$, ο εγκληματίας δεν θα διαπράξει το έγκλημα αν και μόνο αν $\zeta\nu \geq 2$. Επίσης, γνωρίζουμε ότι αφού $\zeta < 1$ και $0 < \nu \leq 1$, τότε $\zeta\nu < 1$ για κάθε πρόστιμο ν ϵ (0,1] και για οποιαδήποτε πιθανότητα $\zeta < 1$ για να συλληφθεί, η κλοπή θα πραγματοποιηθεί.

Από την παραπάνω ανάλυση, συμπεραίνεται ότι αν υπάρχει δωροδοκία η οποία αποτρέπει τη σύλληψη και τις κυρώσεις, τότε οι ποινές δεν διαδραματίζουν κανένα ρόλο στην πρόληψη του εγκλήματος.

4. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Οι διαπραγματεύσεις, θα μπορούσαμε απλά να πούμε, ότι είναι η κατάσταση όπου δύο ή περισσότερα μέλη συγκρούονται με στόχο μία καλύτερη συμφωνία. Από το 1950, όπου ο J. Nash αναφέρθηκε πρώτη φορά στη θεωρία διαπραγματεύσεων, έως και σήμερα έχει υπάρξει μεγάλη εξέλιξη στη μελέτη της διαδικασίας των διαπραγματεύσεων, ενώ η συγκεκριμένη θεωρία έχει εφαρμοστεί τόσο στον τομέα της Οικονομικής Επιστήμης όσο και σε άλλους τομείς, όπως η πολιτική, η βιολογία κ.ά..

Ο στόχος της συγκεκριμένης εργασίας ήταν η μελέτη της θεωρίας διαπραγματεύσεων και των τρόπων που μπορεί αυτή η θεωρία να εφαρμοστεί σε βασικά οικονομικά ζητήματα. Πιο συγκεκριμένα, στο πρώτο μέρος, αναλύθηκαν οι δύο προσεγγίσεις της θεωρίας διαπραγματεύσεων, η συνεργατική ή αξιωματική και η μη συνεργατική προσέγγιση. Μέσω αυτής της ανάλυσης έγιναν κατανοητά τα βασικά χαρακτηριστικά κάθε προσέγγισης αλλά και οι ομοιότητες και οι διαφορές αυτών. Και στις δύο περιπτώσεις τα μέλη που διαπραγματεύονται στοχεύουν στο μοίρασμα ενός πλεονάσματος με τέτοιο τρόπο ώστε η χρησιμότητα που θα αποκομίσουν να είναι το μεγαλύτερο δυνατό.

Η συνεργατική προσέγγιση του J. Nash αναφέρει ότι η λύση του προβλήματος διαπραγμάτευσης είναι μοναδική και ικανοποιεί τέσσερα χαρακτηριστικά ή αλλιώς αξιώματα. Κάθε μέλος έχει τη δική του διαπραγματευτική δύναμη ή αλλιώς αποστροφή προς τον κίνδυνο, η οποία διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στο μερίδιο που αυτό θα λάβει. Ωστόσο, η λύση αυτή δεν ανταποκρίνεται στην πραγματική διαδικασία των διαπραγματεύσεων, δηλαδή με προσφορές και αντιπροσφορές που κάνουν μεταξύ τους τα μέλη που διαπραγματεύονται.

Η μη συνεργατική προσέγγιση βασίζεται σε προσφορές και αντιπροσφορές μεταξύ των μελών που διαπραγματεύονται για ένα συγκεκριμένο είτε για άπειρο χρονικό διάστημα. Στο υπόδειγμα άπειρου χρονικού ορίζοντα τα μέρη που συμμετέχουν γνωρίζουν ότι μπορούν συνέχεια να απορρίπτουν την προσφορά του αντιπάλου και να κάνουν εκ νέου μία νέα αντιπροσφορά. Από την άλλη πλευρά, στο μη πεπερασμένο υπόδειγμα οι παίκτες γνωρίζουν ότι εάν δεν καταλήξουν σε συμφωνία σε ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα, τότε δεν θα αποκομίσουν τίποτα από τη διαπραγμάτευση. Επομένως, η διαφορά μεταξύ αυτών των δύο υποδειγμάτων έγκειται στις στρατηγικές που έχουν αναπτύξει τα μέρη που διαπραγματεύονται.

Το μερίδιο κάθε μέλους που συμμετέχει μειώνεται σε κάθε στάδιο που περνά χωρίς να υπάρξει συμφωνία και γι’ αυτό, αν δεν υπάρξει κάποια εξωτερική επίδραση, η λύση του προβλήματος διαπραγμάτευσης θα προκύψει στο πρώτο στάδιο.

Αυτός που έχει πλεονέκτημα και κερδίζει το μεγαλύτερο μερίδιο είναι ο παίκτης που είναι πιο υπομονετικός σε σχέση με τους υπόλοιπους και αυτός που αποστρέφεται λιγότερο τον κίνδυνο, όπως και στην αξιωματική προσέγγιση.

Οι λύσεις των δύο διαπραγματεύσεων ταυτίζονται όταν η διαπραγματευτική δύναμη που υπάρχει στην αξιωματική προσέγγιση συσχετιστεί με τον συντελεστή προεξόφλησης της μη συνεργατικής προσέγγισης.

Η παρατήρηση που πρέπει να γίνει είναι ότι οι παραπάνω προσεγγίσεις υποθέτουν ότι τα μέρη που διαπραγματεύονται είναι ορθολογικά και ότι έχουν πλήρη γνώση των χαρακτηριστικών της διαδικασίας διαπραγμάτευσης. Αυτό όμως στις περισσότερες περιπτώσεις δεν συμβαίνει στην πραγματική διαδικασία της διαπραγμάτευσης. Επομένως, στη συγκεκριμένη εργασία αναλύεται και η διαπραγμάτευση όπου το ένα μέλος δεν έχει πλήρη πληροφόρηση για κάποια χαρακτηριστικά του άλλου μέλους και η ανάλυση βασίζεται στα παίγνια σηματοδότησης της Θεωρίας Παιγνίων.

Στο δεύτερο μέρος, γίνεται αναφορά στις εφαρμογές που βασίζονται στη θεωρία διαπραγματεύσεων. Αρχικά, οι διαπραγματεύσεις εργοδοσίας και εργαζομένων καθώς και οι διαπραγματεύσεις μεταξύ κρατών αποτελούν τις συνηθέστερες μορφές διαπραγματεύσεων στην καθημερινότητα. Στην πρώτη περίπτωση, τα μέρη διαπραγματεύονται το επίπεδο του μισθού, ενώ στη δεύτερη, η διαπραγμάτευση αφορά την αποπληρωμή χρέους. Παράλληλα, παρατίθεται και εφαρμογή που σχετίζεται με τη δωροδοκία και τη μείωση της εγκληματικότητας, από την οποία συμπεραίνεται ότι οι ποινές δεν διαδραματίζουν κάποιο ρόλο στην πρόληψη του εγκλήματος στην περίπτωση όπου η δωροδοκία αποτρέπει τη σύλληψη και τις κυρώσεις.

Ωστόσο, και σε αυτή την περίπτωση αξίζει να σημειωθεί ότι σε όλες τις εφαρμογές έχουμε υποθέσει ότι όλοι οι συμμετέχοντες στη διαπραγμάτευση είναι ορθολογικοί και ότι έχουν πλήρη πληροφόρηση.

Βιβλιογραφία

Ελληνική

Βαρουφάκης, Γ. (2007). *Θεωρία Παιγνίων*. Gutenberg.

Ζαχαράκης, Ε. (2017). *Αλγοριθμικά παίγνια και στρατηγικές με έμφαση στις διαπραγματεύσεις* (Διδακτορική Διατριβή). Ανακτήθηκε από: https://www.didaktorika.gr/eadd/handle/10442/40364

Σολδάτος, Γ. (2005). *Θεωρία Παιγνίων για οικονομολόγους*. Θεσσαλονίκη: Πανεπιστήμιο Μακεδονίας.

Σταματόπουλος, Γ. (2015). *Θεωρία Παιγνίων*. Αθήνα: Σύνδεσμος Ελλήνων Ακαδημαϊκών Βιβλιοθηκών.

Μεταφρασμένη

Osborne, M. J. (2010). *Εισαγωγή στη θεωρία παιγνίων* (Φ. Σκουλαρίκης, μετ.). Αθήνα: Κλειδάριθμος.

Ξενόγλωσση

Ausubel, L. M., Cramton, P. & Deneckere, R. J. (2001). Bargaining with Incomplete Information. *Handbook of Game Theory with Economic Applications*, 50(3), 1897-1945. https://doi.org/10.1016/S1574-0005(02)03013-8

Ashenfelter, O. & Johnson, E. G. (1969). Bargaining Theory, Trade Unions, and Industrial Strike Activity. *The American Economic Review*, 59(1), 35-49. Retrieved from http://www.jstor.org/stable/1811091

Binmore, K., Rubinstein, A. & Wolinsky, A. (1986) The Nash Bargaining Solution in Economic Modelling. *The RAND Journal of Economics*, 17(2), 176-188. DOI: 10.2307/2555382

Hargreaves Heap, S. P., & Varoufakis, Y. (1995). *Game Theory: A Critical Introduction*. London and New York: Routledge.

Harsanyi, J. C. (1963). A Simplified Bargaining Model for the n-Person Cooperative Game. *International Economic Review*, 4(2), 194-220. Retrieved from https://www.jstor.org/stable/2525487

Harsanyi, J. C. (1982). *Papers in Game Theory*. Dordrecht: Springer Science+Business Media Dordrecht. DOI 10.1007/978-94-017-2527-9

Hicks, J. R (1963). *The Theory of Wages*. UK: Palgrave Macmillan. DOI: 10.1007/978-1-349-00189-7

Kalai, E. & Smorodinsky, M. (1975). Other Solutions to Nash's Bargaining Problem. *Econometrica*, 43(3), 513-518. Retrieved from http://links.jstor.org/sici?sici=0012-9682%28197505%2943%3A3%3C513%3AOSTNBP%3E2.0.CO%3B2-L

Muthoo, A. (1999). *Bargaining Theory with Applications*. Cambridge: Cambridge University Press.

Muthoo, A. (2000). A Non-Technical Introduction to Bargaining Theory. *World Economics*, 1, 145-166. doi=10.1.1.602.258

Nash, J. (1950). The Bargaining Problem. *Econometrica*, 18(2), 155-162. https://doi.org/10.2307/1907266

Nash, J. (1953). Two-Person Cooperative Games. *Econometrica*, 21(1), 128-140. doi:10.2307/1906951

Osborne, M. J. & Rubinstein, A. (1990). *Bargaining and Markets*. San Diego: Academic Press, Inc.

Roemer, J. E. (1988). Axiomatic bargaining theory on economic environments. *Journal of Economic Theory*, 45(1), 1-13. https://doi.org/10.1016/0022-0531(88)90251-7

Rubinstein, A. (1982). Perfect Equilibrium in A Bargaining Model. *Econometrica*, 50(1), 97-109. DOI: 10.2307/1912531

Rubinstein, A. (1985). A Bargaining Model with Incomplete Information About Time Preferences. *Econometrica*, 53(5), 1151-1172. doi:10.2307/1911016

Rubinstein, A. (1985). Equilibrium in a market with Sequential Bargaining. *Econometrica*, 53(5), 1133-1150. DOI: 10.2307/1911015

Stahl, I. (1972). *Bargaining Theory*. Stockholm: The Economic Research Institute.

Sutton, J. (1986). Non-Cooperative Bargaining Theory: An Introduction. *The Review of Economic Studies*, 53(5), 709-724. Retrieved from https://www.jstor.org/stable/2297715