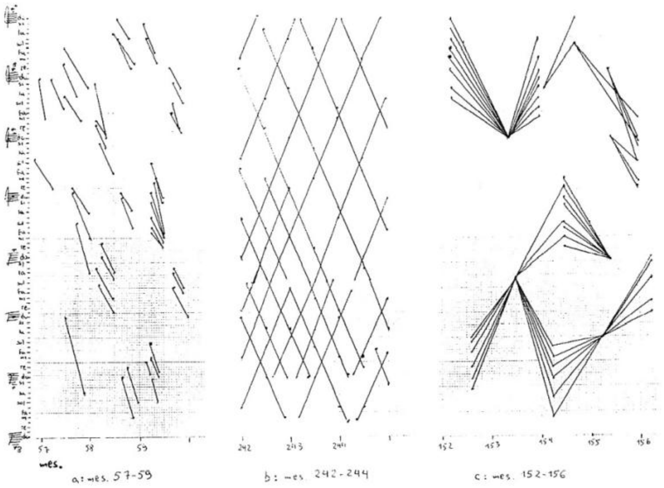
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΜΟΥΣΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΗΣ

Η ΠΟΛΥΔΙΑΣΤΑΤΗ ΣΚΕΨΗ ΤΟΥ ΙΑΝΝΗ ΞΕΝΑΚΗ



Πτυχιακή εργασία

Αρτεμησία Βασιλείου

Α.Μ. 17084

Επιβλέπουσα καθηγήτρια: Ευαγγελία Κίκου

Εξεταστική επιτροπή: Ευαγγελία Κίκου, Αθανάσιος Ζέρβας

Θεσσαλονίκη, Φεβρουάριος 2021

Στην οικογένεια μου

Δηλώνω υπευθύνως ότι όλα τα στοιχεία σε αυτήν την εργασία τα απέκτησα, τα επεξεργάστηκα και τα παρουσιάζω σύμφωνα με τους κανόνες και τις αρχές της ακαδημαϊκής δεοντολογίας, καθώς και τους νόμους που διέπουν την έρευνα και την πνευματική ιδιοκτησία. Δηλώνω επίσης υπευθύνως ότι, όπως απαιτείται από αυτούς τους κανόνες, αναφέρομαι και παραπέμπω στις πηγές όλων των στοιχείων που χρησιμοποιώ και τα οποία δεν συνιστούν πρωτότυπη δημιουργία μου.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου στην υπεύθυνη καθηγήτρια κυρία Ευαγγελία Κίκου για τις σημαντικές υποδείξεις και συμβουλές της κατά τη διάρκεια εκπόνησης της εργασίας μου. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κύριο Αθανάσιο Ζέρβα, μέλος της εξεταστικής επιτροπής, για τον πολύτιμο χρόνο που διέθεσε για την ολοκλήρωση της παρούσας εργασίας. Θα ήθελα ακόμη να ευχαριστήσω την Κύνθια Περούλη και τον Στέφανο Σταύρου που ήταν πάντα στο πλάι μου. Τέλος, ένα τεράστιο ευχαριστώ στην οικογένεια μου για την αγάπη και την πολύ αναγκαία στήριξη που μου προσέφεραν όλα αυτά τα χρόνια των σπουδών μου.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

«Με τον ήχο να σκέπτομαι, να φιλοσοφώ και να αισθάνομαι». Λόγια του Ξενάκη στην εκπομπή *Μονόγραμμα*, που αντικατοπτρίζουν το μουσικό του έργο αναδεικνύοντας την πολυδιάστατη σκέψη και προσωπικότητα του. Μια σκέψη που εμπνέεται από την σύνθεση έξω-μουσικών παραγόντων από διάφορα πεδία όπως τα μαθηματικά, τη φυσική, τη φιλοσοφία και αντλεί στοιχεία από τον αρχαίο ελληνικό πολιτισμό. Όλα τα παραπάνω στοιχεία συνδυαστικά οδηγούν στον πειραματισμό που αντανακλάται στη «στοχαστική μουσική» του συνθέτη. Ειδικότερα στοιχεία αντανάκλασης εντοπίζονται σε προβλήματα όπως αναλογιών, σύνθεσης, συναρμολόγησης, μορφών, σχημάτων και λειτουργιών. Η παρούσα εργασία έχει σαν στόχο να μελετήσει την επίδραση των διάφορων επιστημονικών πεδίων, όπως των μαθηματικών, της φυσικής και της αρχιτεκτονικής, στο έργο του Ξενάκη, μέσα από την επισκόπηση της βιβλιογραφίας και της έρευνας που έχει γίνει πάνω σε αυτό. Αρχικά, στο πρώτο κεφάλαιο, σκιαγραφείται η προσωπικότητα του συνθέτη μέσω της παράθεσης κομβικών σημείων της ζωής και της πορείας του, αλλά και της παρουσίασης της εξέλιξης του έργου του. Στη συνέχεια, στο δεύτερο κεφάλαιο, αναπτύσσεται η Πυθαγόρεια σκέψη η οποία, όπως είναι γνωστό, διαμόρφωσε τη μουσική και την ανύψωσε στην θέση της επιστήμης που καταλαμβάνει, δικαίως, σήμερα. Τέλος, στο τρίτο κεφάλαιο, παρουσιάζονται ενδεικτικά ορισμένοι από τους μηχανισμούς και τις αλγοριθμικές διαδικασίες που εφάρμοσε στις εσωτερικές δομές των έργων του, μέσα από συγκεκριμένα παραδείγματα έργων όπως *ST/10, 1-080262* και *Ἀχορρίψεις*. Αναδεικνύεται λοιπόν μέσα από όλα αυτά η σύνθετη και πολυδιάστατη σκέψη του η οποία προσέφερε πολλά στην τέχνη και την επιστήμη του 20ου αιώνα.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο Ιάννης Ξενάκης ξεχωρίζει ανάμεσα στους συνθέτες του 20^{ου} αιώνα αφού συγκεντρώνει στο πρόσωπό του την πολυπλοκότητα της ριζοσπαστικής πρωτοτυπίας η οποία τον οδηγεί σε πρωτάκουστα μονοπάτια δημιουργίας. Η αδιάκοπη δημιουργία γίνεται αυτοσκοπός και αφετηρία της ζωής του, όπως ο ίδιος αναφέρει «η επιθυμία μου για ζωή –δηλαδή να κάνω, να δημιουργήσω κάτι με τα χέρια, με το μυαλό μου». Από μικρή ηλικία επιλέγει να περιτριγυρίζεται από τις επιστήμες, την φιλοσοφία και την μουσική, κάτι που εμπλουτίζει το πνεύμα του και τον ωθεί σε μία έντονη και ακατάπαυστη μελέτη του κόσμου γύρω του. Η πολυπλοκότητα του κόσμου πολύ γρήγορα τον οδηγεί στην δημιουργία του δικού του διανοητικού σύμπαντος ο οποίος κτίζεται στα θεμέλια που έθεσαν οι αρχαίοι Έλληνες επιστήμονες και φιλόσοφοι, και κυρίως ο Πυθαγόρας. Η Πυθαγόρεια σχολή δίνει λύση σε πολλά από τα ερωτήματα του μέσω της χρήσης των αριθμών. Έτσι, ο αριθμός γίνεται το κύριο μέσο επεξήγησης και τυποποίησης των πάντων, και κυρίως της μουσικής.

Ανακαλύπτει πολύ νωρίς πώς η μουσική είναι η απόλυτη κινητήρια δύναμη του χωρίς την οποία δεν μπορεί να ζει. Αφιερώνει όλο του τον χρόνο στην εκμάθηση των αρχών της μουσικής και συνθέτει ακατάπαυστα. Ο ίδιος αναφέρει: «Όλες αυτές οι απόπειρες οδήγησαν σε ένα είδος αφαίρεσης, τυποποίησης της πράξης της μουσικής σύνθεσης. Αυτή η αφαίρεση, αυτή η τυποποίηση βρήκε σε ορισμένους τομείς των μαθηματικών, όπως συνέβη και με πολλές άλλες επιστήμες, μια στήριξη απρόσμενη και, κατά τη γνώμη μου, γόνιμη. Δεν είναι τόσο μοιραία η χρήση των μαθηματικών που χαρακτηρίζει αυτές τις έρευνες, αλλά κυρίως η ανάγκη να θεωρηθούν οι ήχοι, η μουσική, ως ένα τεράστιο απόθεμα […] νέων μέσων στα οποία η γνώση των νόμων της σκέψης και των δομημένων δημιουργιών της σκέψης μπορούν να βρουν ένα μέσο υλοποίησης (=επικοινωνίας) εντελώς νέο.[1] Η τυποποίηση και η αξιωματικοποίηση αποτελούν στην πραγματικότητα έναν οδηγό πορείας, περισσότερο προσαρμοσμένο γενικά στη σύγχρονη σκέψη. Επιτρέπουν να θέσουμε αίφνης σε ένα καθολικότερο πεδίο την τέχνη των ήχων και να τη συσχετίσουμε εκ νέου με τα άστρα, τους αριθμούς και τον πλούτο του ανθρώπινου

[1] Iannis Xenakis, *Formalized Music: Thought and Mathematics in Music (*New York: Pendragon Press, 1992), 9.

εγκεφάλου, όπως συνέβη στο παρελθόν με τις μεγαλύτερες φάσεις των αρχαίων πολιτισμών.[2]»

Στόχος της παρούσας εργασίας λοιπόν είναι να αναδείξει την σκέψη ενός πολυδιάστατου και ιδιότυπου δημιουργού, η προσφορά του οποίου είναι καθοριστική για την μελλοντική εξέλιξη της επιστήμης της μουσικής, μέσα από την επισκόπηση της υπάρχουσας βιβλιογραφικής έρευνας. Βυθισμένος στη μουσική του 20^ου^ αιώνα, μελετά την συνύπαρξη και την οργάνωση της τάξης και του χάους, βαθιά επηρεασμένος από τον αρχιτέκτονα Λε Κορμπυζιέ και τον δάσκαλο του Μεσιάν. Τα ελληνικά ιδεώδη με τα οποία μεγαλώνει τον οδηγούν στη δημιουργία έργων με έντονη την παρουσία του ελληνικού πνεύματος. Ακολουθεί τον δρόμο τον οποίο χάραξαν οι Ντεμπυσσύ, Ραβέλ και Μπάρτοκ αφού θεωρούσε πως ενσωματώνουν τα δομικά στοιχεία της λαϊκής παράδοσης στα έργα τους συνδυάζοντας την ελληνική παράδοση με την ευρωπαϊκή πρωτοπορία. Οι επιστήμες των μαθηματικών, της φυσικής και της αρχιτεκτονικής γίνονται το μέσο για δημιουργία μιας μουσικής χωρίς όρια και φραγμούς. Απελευθερωμένος από τις συνθετικές νόρμες της εποχής παίρνει το ρίσκο του πειραματισμού, κάτι που από πολλούς αμφισβητήθηκε και κατακρίθηκε. Εν τέλει όμως, το ασυνήθιστο αντάμωμα τέχνης και επιστήμης αναδεικνύει την απεριόριστη δύναμη που έχουν ως προς την επίτευξη του φιλόδοξου αιτήματος για αδιάκοπη δημιουργία. Ο Ξενάκης συνθέτει μέχρι την τελευταία στιγμή, αφήνοντας πίσω του μία πλούσια διαθήκη έργων με τεράστια πειραματική αξία που δίνει άπειρες ευκαιρίες για έρευνα.

[2] Iannis Xenakis, *Formalized Music: Thought and Mathematics in Music*, 178.

1. Η ΠΡΟΣΩΠΙΚΟΤΗΤΑ ΤΟΥ ΞΕΝΑΚΗ

1.1 Βιογραφικό Σημείωμα

Ο Ιάννης Ξενάκης κατάγεται από μία εύπορη οικογένεια με ελληνικές ρίζες. Γεννήθηκε στις 29 Μαΐου του 1922 στη Βραΐλα της Ρουμανίας, ένα χαρακτηριστικό λιμάνι των Βαλκανίων του 20^{ου} αι.[3] Ο πατέρας του Κλέαρχος, ήταν έμπορος από την Κρήτη και τη Νάξο και η μητέρα του Φωτεινή Παύλου καταγόταν από τη Λήμνο. Ο Ξενάκης είχε δύο μικρότερους αδερφούς, τον Κοσμά, ο οποίος αργότερα γίνεται πολεοδόμος και ταλαντούχος ζωγράφος και τον Ιάσονα ο οποίος γίνεται καθηγητής φιλοσοφίας. Ο θάνατος της μητέρας του, με την οποία ήταν βαθιά συνδεδεμένος, όταν ήταν 5 χρονών υπήρξε ένα σημαντικότατο γεγονός στη ζωή του. Η μητέρα του ήταν πιανίστα και ήταν αυτή που του έδωσε τις πρώτες του μουσικές εντυπώσεις.

Κατά την παιδική του ηλικία, λαμβάνει την βασική εκπαίδευση από την γκουβερνάντα του στα Ρουμάνικα, η οποία του διδάσκει επίσης Ελληνικά, Αγγλικά, Γαλλικά και Γερμανικά. Το γεγονός αυτό τον βοήθησε στο να αναπτύξει ήδη από την ηλικία αυτή την αίσθηση του πολιτισμού, του έθνους και της κουλτούρας. Στα 10 του χρόνια, ο πατέρας του τον στέλνει εσωτερικό σε σχολείο στην Ελλάδα. Φοιτά στην Αναργύρειο - Κοργιαλένειο Σχολή Σπετσών μαζί με παιδιά από την αθηναϊκή αστική τάξη και Έλληνες της διασποράς. Δυσκολεύεται στην προφορά των ελληνικών με αποτέλεσμα να καθυστερεί η μόρφωση του και να μην μπορεί να αναπτύξει φιλικές σχέσεις με τους συμμαθητές του. Η μοναχική του ζωή της περιόδου αυτής τον κάνει να αποτραβηχτεί εξ ολοκλήρου στα βιβλία του, τα οποία είναι πολύ σημαντικά γι' αυτόν. Ο ίδιος αναφέρει: «Πέρασα τα εφηβικά μου χρόνια εσωτερικός σ' ένα σχολείο κοντά στη θάλασσα, η ζωή όμως ήταν πικρή, ακόμη και στις Σπέτσες εκείνης της εποχής. Μου άρεσε πολύ να διαβάζω αστρονομία, απομονωμένος στη βιβλιοθήκη. Και κάποτε, μέσω ενός δασκάλου, ανακάλυψα τον Όμηρο, τους αρχαίους συγγραφείς, έτσι άνοιξε για μένα η καταπακτή προς τον φιλοσοφικό λόγο.»[4] Στη σχολή παίρνει τα πρώτα του μαθήματα μουσικής, πιάνου και σολφέζ, λαμβάνει μέρος στη χορωδία και παρακολουθεί συνεδρίες ακρόασης δίσκων γραμμοφώνων μέσα από τις οποίες γνωρίζει τα Βραδεμβούργια κοντσέρτα του Μπαχ και τον Μπετόβεν.

---

[3] Αναφέρεται από τον Σολωμό ότι εκείνη την περίοδο η Βραΐλα ήταν ένα λιμάνι με πολύ-πολιτισμικά στοιχεία καθώς συνυπήρχαν η ελληνική, η εβραϊκή και η αρμενική κοινότητα, κάτι που έφερε τον Ξενάκη σε επαφή με διαφορετικές παραδόσεις από μικρή ηλικία.

[4] Ιάννης Ξενάκης, *Κείμενα περί μουσικής και αρχιτεκτονικής* (Αθήνα: Εκδόσεις Ψυχογιός Α.Ε., 2001), 27.

Μετά την αποφοίτηση του το 1938, μετακομίζει στην Αθήνα με σκοπό να σπουδάσει πολιτικός μηχανικός στο Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο. Παράλληλα, συνεχίζει να μελετά παθιασμένα αρχαία ελληνική ποίηση και φιλοσοφία, όπως τον Πλάτωνα, τη Σαπφώ και τον Ανακρέων, και δηλώνει ότι πιστεύει πως έχει γεννηθεί σε λάθος εποχή, συγκεκριμένα είκοσι πέντε αιώνες αργότερα. Σχολιάζοντας ο ίδιος αυτή τη περίοδο της ζωής του λέει: «Τελικά, ανέπτυξα για τον εαυτό μου ένα ιδιαίτερο σύμπαν που δεν είχε τίποτα να κάνει με τη ζωή που με περιέβαλλε».[5] Επίσης, αυτό τον καιρό συνειδητοποιεί ότι δεν θέλει να μάθει πιάνο αλλά θέλει να δημιουργεί μουσική, να την συνθέτει ο ίδιος. Έτσι συνεχίζει τις θεωρητικές σπουδές του στη μουσική με τον Ρώσο συνθέτη Αριστοτέλη Κουντούρωφ, από τον οποίο διδάσκεται αρμονία, αντίστιξη και ενορχήστρωση. Ο δάσκαλος του τον παροτρύνει να αποστηθίσει όλο το Ρέκβιεμ του Μότσαρτ και να κάνει μεταγραφές των έργων του Μπαχ σε σχέδια, κάτι που θα τον βοηθήσει στην μετέπειτα πορεία του ως συνθέτης. Η επιτυχής εισαγωγή του στη Σχολή Πολιτικών Μηχανικών ανακοινώνεται το πρωί της 28[ης] Οκτωβρίου του 1940, αλλά το Πολυτεχνείο μένει κλειστό για τον επόμενο χρόνο λόγω του ελληνοϊταλικού πολέμου. Καταφέρνει να τελειώσει τις σπουδές του έξι χρόνια αργότερα.

Η ζωή του Ξενάκη από το 1940 μέχρι το 1947 είναι γεμάτη με πολιτικές εξεγέρσεις, τραυματισμούς και συλλήψεις. Βγαίνει από την μοναχικότητα στην οποία ζούσε και εντάσσεται με ενεργό τρόπο στις κοινωνικές και πολιτικές συνθήκες της περιόδου. Γίνεται ενεργό μέλος της Αντίστασης και εντάσσεται στο ΕΑΜ. Ακόμη, αυτή την περίοδο αφήνει στην άκρη τις μουσικές του αναζητήσεις αλλά ενισχύεται ακόμη περισσότερο η άποψη του πως μόνο η δημιουργία μπορεί να οδηγήσει στη σωτηρία. Στα Δεκεμβριανά του ‘44 τραυματίζεται πολύ σοβαρά, χάνει το ένα του μάτι και παραμορφώνεται η αριστερή πλευρά του προσώπου του. Φανερά επηρεασμένος από τις διαδηλώσεις κατά την Κατοχή, αναφέρει: «Οι διαδηλώσεις ενάντια στον εχθρό συσπείρωσαν εκατοντάδες χιλιάδες ανθρώπων που φώναζαν συνθήματα, τοποθετούσαν νάρκες. Εκτός από αυτές τις σκηνές που με σημάδεψαν πολιτικά, τα ηχητικά φαινόμενα είναι χαραγμένα εντός μου. Κατά τη διάρκεια της

[5] Μάκης Σολωμός, *Ιάννης Ξενάκης: Το σύμπαν ενός ιδιότυπου δημιουργού* (Αθήνα: Εκδόσεις Αλεξάνδρεια, 2008), 19.

οδομαχίας του Δεκέμβρη του 1944 υπήρχαν εκρήξεις, πυροβολισμοί, βομβαρδισμοί: ασυνήθιστοι ήχοι».[6]

Το 1945 καλείται να στρατευτεί στον εθνικό στρατό αλλά γνωρίζοντας ότι κινδυνεύει λόγω του ότι ήταν αντιστασιακός της Αριστεράς, παίρνει την απόφαση να λιποτακτήσει. Το γεγονός αυτό οδηγεί στο να καταδικαστεί σε θάνατο «για πολιτική τρομοκρατία» το ‘47 και «ερήμην σε δεκαετή κάθειρξη επί λιποταξία» το ‘51. Επίσης του αφαιρείται η ελληνική υπηκοότητα, κάτι που τον λυπεί ιδιαίτερα. Καταφέρνει εν τέλη να καταφύγει στο Παρίσι τον Σεπτέμβριο του 1947, όπου βρίσκει δουλειά στο γραφείο του Ελβετού αρχιτέκτονα Λε Κορμπυζιέ. Στην αρχή εργάζεται ως μηχανικός, αλλά καθώς αναπτύσσεται η προσωπική τους σχέση, του εμπιστεύεται πιο δημιουργικές εργασίες και έχει την ελευθερία να παίρνει περισσότερες πρωτοβουλίες. Αυτή την περίοδο συναντά τη μέλλουσα γυναίκα του, τη Φρανσουάζ, η οποία ήταν λογοτέχνης και με την οποία θα παντρευτεί το 1953. Αργότερα θα αποκτήσουν μια κόρη, την Μάχη, η οποία είναι ζωγράφος. Η εργασία δίπλα στον Λε Κορμπυζιέ, σε συνδυασμό με την μελέτη της αρχαιότητας και της επιστήμης, θα αποδειχθεί καθοριστική για τη μετέπειτα εξέλιξη του πρωτοποριακού έργου του Ξενάκη. Η εμπειρία του ως μηχανικός και, ακολούθως, ως αρχιτέκτονας, προσέφερε στη μουσική του τουλάχιστον δύο πράγματα: την επιθυμία και τη δυνατότητα να κάνει εκλεπτυσμένους, αλλά πάντοτε πραγματιστικούς υπολογισμούς - γι’ αυτό και δεν θα παρεκκλίνουν ποτέ προς τον μυστικισμό του αριθμού που κυριεύει ένα μέρος της μουσικής πρωτοπορίας των αρχών της δεκαετίας του ‘50 - και τη σύνθεση βάσει σχεδίων (κάποια έργα του είναι μεταγραφές σχεδίων σε μιλιμετρέ χαρτί). Το τελευταίο στοιχείο έχει μια σημαντική συνέπεια: μια συνολική και χωρική αντίληψη της μουσικής.[7]

Τα χρόνια στο Παρίσι βρίσκουν τον Ξενάκη να κάνει διπλή ζωή. Δουλεύει στο αρχιτεκτονικό γραφείο τη μέρα και συνθέτει ασταμάτητα τα βράδια, τις ώρες ξεκούρασης, ακόμη και τις ώρες του μεσημεριανού του διαλείμματος. Ο ίδιος αναφέρει: «ήθελα να συνεχίσω τη μουσική, που την είχα αφήσει, και για μένα δεν υπήρχε άλλη λύση. Δεν ήξερα το είδος της μουσικής που επρόκειτο να κάνω, ήθελα απλώς να ζω με τη μουσική, κάνοντας μουσική, μελετώντας συνεχώς, όχι μόνο ακούγοντας την. Το σημαντικό ήταν πως είχα αποφασίσει ότι για να υπάρξω ως

[6] Iannis Xenakis, Roberta Brown, John Rahn, "Xenakis on Xenakis." *Perspectives of New Music*, Vol. 25, No. 1/2, 25th Anniversary Issue (Winter - Summer, 1987): 21. http://www.jstor.org/stable/833091.
[7] Μάκης Σολωμός, 22.

άτομο έπρεπε να κάνω μουσική. Αλλιώς δεν θα ήμουν τίποτε. Ήταν ένα πραγματικό πάθος, εσωτερικό, που σιγά σιγά έβγαινε στην επιφάνεια, δεν ήταν κάτι δεδομένο εξαρχής.»[8] Παρ' όλ' αυτά, είχε ακόμη αρκετά κενά στις γνώσεις του για την σύνθεση και έτσι αποφασίζει το 1948 να γραφτεί στην Ecole Normale de Musique. Εκεί απευθύνεται στον Αρτίρ Ονεγκέρ, ο οποίος όχι μόνο δεν υποστηρίζει το έργο του, αλλά το κατακρίνει λόγω των παράλληλων πέμπτων και ογδόων που επιλέγει να βάλει.

Η γνωριμία του με τον Γάλλο συνθέτη και οργανίστα Ολιβιέ Μεσιάν (1908-1992) το 1950, είναι καθοριστική. Ο Μεσιάν εκείνο τον καιρό δίδασκε στο Κονσερβατόριο του Παρισιού και ενώ ο Ξενάκης αποτυγχάνει τις εξετάσεις εισαγωγής, παίρνει την άδεια του να παρακολουθεί τα μαθήματα του. Του παρέχει χρήσιμες συμβουλές για τις συνθέσεις του και τον βοηθά να αντιληφθεί το άπειρο των δυνατοτήτων της μουσικής. Το γεγονός αυτό του δίνει ώθηση να αναζητήσει και να ακολουθήσει τον δικό του δρόμο, διαφορετικό από τους συνθέτες της εποχής του. Σημαντική ήταν η συμβουλή που δίνει στον Ξενάκη να μην συνεχίσει τις μουσικές σπουδές αφού πίστευε πως δεν τις έχει ανάγκη. Πάνω σε αυτό ο Μεσιάν θα πει αργότερα: «ο Ιάννης Ξενάκης είναι αναμφίβολα ένας από τους πιο εξαιρετικούς ανθρώπους που γνωρίζω. Ακούστηκαν πολλά για την πρώτη μας συνάντηση και για το ότι τον συμβούλεψα να μην κάνει κλασικές μουσικές σπουδές. Η άποψη μου ίσως ήταν τρελή για έναν καθηγητή του Κονσερβατόριου, όμως η προσωπικότητα που είχα μπροστά ήταν ένας ήρωας, που δεν έμοιαζε με κανέναν άλλον, κι έκανα απλώς το καθήκον μου. Η συνέχεια επιβεβαίωσε αυτό που με είχε κάνει να προαισθανθώ η πρώτη μας επαφή».[9]

Τα πρώτα σημάδια αναγνώρισης του Ξενάκη έρχονται το 1960, ένδεκα χρόνια μετά από την κυκλοφορία του πρώτου του έργου. Επιλέγεται να είναι μέλος της κριτικής επιτροπής στην Μπιενάλε Νέων Καλλιτεχνών στο Παρίσι και κάνει επίσημα ταξίδια στην Ιαπωνία, όπου γνωρίζει μεγάλη υποστήριξη, και στη Βαρσοβία, όπου συμμετέχει στο Φεστιβάλ Σύγχρονης Μουσικής. Το 1963, έχοντας ολοκληρώσει μια σειρά πρωτοποριακών αρχιτεκτονικών κατασκευών[10], μπορεί επιτέλους να εγκαταλείψει την εργασία του ως αρχιτέκτονας και μηχανικός και να ζει αποκλειστικά από τη μουσική του, αφού κερδίζει την υποτροφία του δυτικού

[8] Ιάννης Ξενάκης, *Κείμενα περί μουσικής και αρχιτεκτονικής*, 29-30.
[9] Μάκης Σολωμός, 23.
[10] Ξεχωρίζουν η μονή Λα Τουρέτ στη Λυών (1954-1960) και το Περίπτερο της Philips που παρουσιάστηκε στην Παγκόσμια Έκθεση των Βρυξελλών (1958).

Βερολίνου. Επίσης, προσλαμβάνεται στο Μουσικό Κέντρο του Μπέρκσαϊρ στη Μασαχουσέτη για να διδάξει μια σειρά καλοκαιρινών μαθημάτων. Την ίδια χρονιά εκδίδεται το έργο του *Musiques Formelles* (Τυποποιημένες Μουσικές), στο οποίο παρουσιάζει νέες ιδέες, σκέψεις και προτάσεις γύρω από την σύνθεση μουσικής. Το έργο του αποσπά άριστες κριτικές και αρκετά σημαντικά βραβεία. Σχολιάζοντας το περιεχόμενο του ο Σολωμός αναφέρει: «πρόκειται για την "τυποποίηση" της μουσικής με τον τρόπο με τον οποίο οι μαθηματικοί έχουν καθ' όλη τη διάρκεια του αιώνα επιχειρήσει να "θεμελιώσουν" την επιστήμη τους, δηλαδή να βρουν ένα λιτό σύνολο αξιωμάτων από το οποίο θα μπορούσαν να συναχθούν τα πάντα».[11]

Η επόμενη δεκαετία της πορείας του είναι γεμάτη από εξερευνήσεις του μοντέλου του ήχου και των χαρακτηριστικών του. Επίσης έρχεται σε επαφή με το θέατρο όταν του ζητά ο Μάνος Χατζιδάκις να γράψει τη μουσική για τις Ικέτιδες του Αισχύλου. Το 1971 εκδίδεται το δεύτερο βιβλίο του με τίτλο *Musique Architecture.* και από το 1972 και έπειτα η φήμη του αποθεώνεται παγκοσμίως. Η καθημερινότητα του είναι γεμάτη από παγκόσμιες περιοδείες για διαλέξεις, σεμινάρια, εκτελέσεις των έργων του, βραβεύσεις και φεστιβάλ, πολλά από τα οποία δημιουργούνται προς τιμήν του και φέρουν το όνομα του. Το 1975 δημιουργεί το UPIC (Unité Polyagogique Informatique - Πολυαγωγική Πληροφοριακή Μονάδα) μέσω του CEMAMu[12]. Πρόκειται για ένα εύκολο στη χρήση συνθεσάιζερ, το οποίο δημιουργεί ήχους με βάση τις γραμμές και τα σχήματα που σχεδιάζονται πάνω στην οθόνη του με ηλεκτρομαγνητικό στυλό. Το UPIC χρησιμοποιήθηκε για τη σύνθεση αρκετών έργων του Ξενάκη αλλά και από πληθώρα συνθετών του 20ου αι. Ενώ μέχρι τώρα συνθέτει δύο έργα τον χρόνο, πλέον διπλασιάζει τον ρυθμό του μέχρι και τα τελευταία του χρόνια, με αποτέλεσμα ο συνολικός αριθμός των συνθέσεων του να ξεπερνά τα εκατό.

Στα τελευταία του έργα παρατηρείται μια έντονη εσωτερίκευση η οποία μπορεί κανείς να συνδέσει με τον αγώνα του ενάντια στο Αλτσχάιμερ, που τον βασάνιζε τα τελευταία χρόνια της ζωή του. Ονομάζει την τελευταία του σύνθεση με το τελευταίο γράμμα του ελληνικού αλφαβήτου, δηλαδή *Ο-μέγα* (1997, για κρουστά και σύνολο), και τις δίνει ένα απότομο τέλος. Ο Ξενάκης αφήνει τη γραφίδα του οικειοθελώς για να μην την ξαναπιάσει ποτέ. Αυτή η αποφασιστική κίνηση μοιάζει να

[11] Μάκης Σολωμός, 37.
[12] Centre d' Etudes de Mathématique et Automatique Musicales, Κέντρο Μελέτης Μαθηματικής και Αυτοματικής Μουσικής, το οποίο είναι το κέντρου μουσικής έρευνας που ίδρυσε ο Ξενάκης το 1966.

λέει: εφόσον δεν μπορώ πλέον να αγωνιστώ ενάντια στον θάνατο, θα τον προλάβω.[13] Μετά από την ολοκλήρωση αυτού του έργου, η απώλεια μνήμης, που όλο και χειροτέρευε, δεν τον αφήνει να δουλέψει άλλο. Πεθαίνει στις 4 Φεβρουαρίου του 2001 στο σπίτι του στο Παρίσι, με την γυναίκα και την κόρη του στο πλάι του.

1.2 Έργο

Το έργο του Ξενάκη μπορεί να χωριστεί σε τρεις διαδοχικές περιόδους οι οποίες έχουν διαφορετικά χαρακτηριστικά και καινοτομίες στους χώρους της μουσικής, των μαθηματικών, της φυσικής και της αρχιτεκτονικής. Παρακάτω αναφέρονται μερικές από τις πολυάριθμες συνθέσεις του. Ο Ξενάκης έχει στο σύνολο 143 εκδομένα μουσικά έργα, 11 ανέκδοτα, 5 αποσυρμένα από τον ίδιο και 6 που συνοδεύουν τα αρχιτεκτονικά έργα που ονομάζει «Πολύτοπα». Είχε συνθέσει και άλλα έργα πριν φτάσει στη Γαλλία αλλά δυστυχώς δεν έχουν διασωθεί μέχρι σήμερα. Επίσης έχει δημιουργήσει 16 αρχιτεκτονικά έργα και σχέδια σε χώρες όπως τη Γαλλία, την Ινδία, το Ιράκ, το Βέλγιο, την Ελβετία, την Ελλάδα, το Ιράν και τις ΗΠΑ. Επίσης έχει εκδώσει 8 βιβλία και αρκετά άρθρα και κείμενα.

1.2.1 Πρώτη Περίοδος: 1949-53

Η πρώτη περίοδος περιλαμβάνει τα έργα που είχε συνθέσει όταν ήταν ακόμη μαθητής του Μεσιάν στο Παρίσι και χαρακτηρίζονται από μια ατμόσφαιρα ελληνικότητας, η οποία καθώς περνούν τα χρόνια οδηγείτε προς την αφαίρεση. Για το φαινόμενο της αφαίρεσης και της αποστασιοποίησης ο ίδιος αναφέρει: «έχασα ένα μάτι, με αποτέλεσμα μήνες αργότερα να μην μπορώ να σταθώ όρθιος. Έπεφτα. Η απόσταση των αντικειμένων άλλαζε συνέχεια και ένιωθα ότι έπεφτα και ότι έπρεπε να κρατηθώ από κάπου, για να μην πέσω κάτω. Επί σειρά ετών, δεν μπορούσα να υπολογίσω αποστάσεις με το ένα μάτι που μου είχε απομείνει. Όλα αυτά κατέληξαν στο γεγονός ότι δεν ζω στην πραγματικότητα. Είναι σαν να είμαι μέσα σε ένα πηγάδι. Λόγω της εξασθένησης των αισθητηρίων οργάνων, δεν μπορώ να συλλάβω αμέσως τον κόσμο που με περιβάλλει. Νομίζω ότι σε αυτό οφείλεται που ο εγκέφαλός μου στράφηκε, όλο και πιο πολύ, προς την αφηρημένη σκέψη. Έπρεπε να μάθω να υπολογίζω αποστάσεις διά της επαγωγής. Σε κάθε βήμα. Οπότε συνήθισα να κάνω

[13] Μάκης Σολωμός, 108.

γενικεύσεις και άλλα πράγματα.»[14] Αυτά τα χρόνια γράφει την πρώτη του σειρά συνθέσεων που αποτελείται από 28 έργα. Μερικά από αυτά είναι: κάποιες σύντομες συνθέσεις για πιάνο (1949-50), μια σουίτα για πιάνο με τίτλο *Έξι τραγούδια* (1950-51), ένα οργανικό ντουέτο για βιολί και βιολοντσέλο με τίτλο *Διπλή Ζυγιά*, ένα τρίο για σοπράνο, φλάουτο και πιάνο με τίτλο *Ζυγιά* (1952) που αφηγείται τους αγώνες του ελληνικού λαού, το έργο *Τρία Ποιήματα* το οποίο περιλαμβάνει απαγγελία και πιάνο, *Η περιστέρα ειρήνη* (1953) για κοντράλτο και μικτή χορωδία και το *Σταμάτης Κατωτάκης, καθιστό* (1953) για φωνές και ανδρική χορωδία. Αξιοσημείωτα είναι τα έργα *Πομπή στα καθαρά νερά* (1953) για χορωδία και ορχήστρα και *Θυσία* (1953) για ορχήστρα, τα οποία είναι μέλη του τρίπτυχου με τίτλο *Αναστενάρια* και εμπνέονται από την ομώνυμη λαϊκή τελετουργία της Θράκης. Το τελευταίο ο συνθέτης το αφιερώνει στον Μεσιάν.

Αυτά τα χρόνια ο Ξενάκης διαμορφώνει το δικό του τρόπο σύνθεσης ο οποίος παραμένει σχεδόν αναλλοίωτος ανά τον καιρό. Αντίθετα με τους πρωτοπόρους της εποχής του, δεν υποστηρίζει το νεοκλασικισμό και τον βιενέζικο δωδεκαφθογγισμό του Σένμπεργκ και του Βέμπερν. Όταν μάλιστα ακούει τα έργα τους σε συναυλία, δηλώνει στον Ρεστάνιο πως βρίσκει σε αυτούς «την οξυμένη έκφραση μιας ψευτοσυναισθηματικής παράδοσης χαρακτηριστικά γερμανικής».[15] Είναι όμως οπαδός του Κλωντ Ντεμπυσσύ, του Μωρίς Ραβέλ και του Μπέλα Μπάρτοκ[16], στους οποίους βρίσκει το έντονο πνεύμα ελληνικότητας που αποπνέει και ο ίδιος, αφού τα ελληνικά ιδεώδη με τα οποία μεγάλωσε δεν τον άφησαν ποτέ. Αυτό αποδεικνύεται, όπως αναφέρει ο Σολωμός, από τη χρήση βασικών δομικών στοιχείων της ελληνικής λαϊκής μουσικής. Δηλαδή τους τρόπους[17], την εναρμόνιση σε παράλληλες τέταρτες, χαρακτηριστικό της ποντιακής λύρας, τη δίφωνη και τρίφωνη πολυφωνία η οποία παρατηρείται στην Ηπειρώτικη μουσική και που φαίνεται ξεκάθαρα στο έργο *Πομπή στα καθαρά νερά*, την ασυμμετρία των μέτρων και το στοιχείο της παράθεσης.[18]

Η μαθηματικός τρόπος σκέψης του και η αγάπη που έχει για την μουσική τον οδηγούν στην αναζήτηση ενός κοινού δρόμου. Χρησιμοποιεί λοιπόν την αρχή της

[14] Balint-Andras Varga, *Συνομιλίες με τον Ιάννη Ξενάκη* (Αθήνα: Ποταμός, 2004), 66.
[15] Enzo Restagno, *Xenakis* (Torino: Edizioni di Torino, 1988), 15.
[16] Ο Ξενάκης συμφωνεί έντονα με το δρόμο τον οποίο χάραξε ο Μπάρτοκ, αφού, σε αντίθεση με τις εθνικές σχολές της εποχής του -π.χ. Καλομοίρης-, δεν χρησιμοποιούσε στοιχεία από την λαϊκή παράδοση απλά για να αποκτήσουν ένα τοπικό ηχόχρωμα τα έργα του, αλλά τα ενσωμάτωνε στη δομή της μουσικής συνδυάζοντας την ελληνική παράδοση με την ευρωπαϊκή πρωτοπορία.
[17] Σταδιακά, ίσως επηρεασμένος από τον Μεσιάν, δημιουργεί τους δικούς του τρόπους τους οποίους χρησιμοποιεί στις συνθέσεις του.
[18] Μάκης Σολωμός, 25.

Χρυσής Τομής και τη Σειρά Fibonacci, για να "κατασκευάσει" τη δομή και την υφή αρκετών έργων αυτής της περιόδου. Ένα από τα έργα αυτά, είναι το έργο *Ζυγιά* στο οποίο το πιάνο, για 50 μέτρα, παίζει σε διάφορους συνδυασμούς τέσσερις φθόγγους οι αξίες των οποίων σχηματίζουν τους τέσσερις πρώτους όρους της ακολουθίας Fibonacci. Επίσης, πρωτοποριακό για την δεκαετία του 1950, είναι η εμφάνιση πολυφωνιών συνδυαστικού τύπου με την μορφή ηχητικών μαζών που ενσωματώνει το έργο *Πομπή στα καθαρά νερά*.

1.2.2 Δεύτερη Περίοδος: 1953-62

Με το έργο *Θυσία*, που ολοκληρώνεται το 1953, ο Ξενάκης οδηγείται από την ελληνικότητα και το μπαρτοκικό σχέδιο στην πιο πειραματική και πρωτοποριακή του περίοδο. Αυτά τα χρόνια συνθέτει πάρα πολλά έργα με αποτέλεσμα να εξελίξει και να εδραιώσει το δικό του ύφος, μακριά από την "μόδα" της εποχής η οποία σχεδόν επιβάλλει τον σειραϊσμό. Ειδικότερα, στις αρχές της δεκαετίας του 1950, οι συνθέτες δεν αποδέχονται πρωτοποριακές ιδέες και αποκλείουν οτιδήποτε δεν ακολουθεί τους κανόνες του σειραϊσμού. Τον Ιούλιο του 1955 βέβαια έρχεται σε οριστική ρήξη με τους σειραϊκούς συνθέτες αφού δημοσιεύεται το άρθρο *Η κρίση της σειραϊκής μουσικής* στο μουσικό περιοδικό Gravesaner Blätter, στο οποίο επικρίνει την μέθοδο ως απλή και πεπερασμένη.

Το 1954 ολοκληρώνει το θρυλικό έργο *Μεταστάσεις* για 61μελή ορχήστρα με διάρκεια περίπου οκτώ λεπτών. Το έργο παίζεται για πρώτη φορά τον Οκτώβριο του 1955 υπό την διεύθυνση του Χανς Ρόσμπαουντ στο Ντοναουεσίνγκεν. Επαναστατεί και δημιουργεί σκάνδαλο στη μουσική κοινότητα, αφού περιλαμβάνει για πρώτη φορά στην ιστορία μαζικά γκλισάντι και στα 46 έγχορδα για μεγάλα χρονικά διαστήματα. Αριστούργημα αυτής της περιόδου είναι το έργο *Πυθόπρακτα* (1955-56) για ορχήστρα εγχόρδων, δύο τρομπόνια και κρουστά, που γράφει βασισμένος στη θεωρία των πιθανοτήτων και τη θεωρία των ηχητικών μαζών. Εκτελείται για πρώτη φορά τον Μάρτιο του 1957 στο Μόναχο και αποδοκιμάζεται έντονα από το κοινό.

Τα επόμενα χρόνια γίνεται οπαδός της «συγκεκριμένης μουσικής»[19] και συνθέτει τα πρώτα του ηλεκτροακουστικά έργα. Ξεχωρίζει το *Concret PH* (1958) που γράφτηκε ως πρόλογος για το περιβόητο *Ηλεκτρονικό Ποίημα* του Εντγκάρ Βαρέζ το οποίο συνοδεύει το αρχιτεκτονικό έργο *Περίπτερο της Philips* στην Παγκόσμια

[19] Συγκεκριμένη μουσική ονομάζεται η κατηγορία ηλεκτρονικής μουσικής η οποία δημιουργείται με την επεξεργασία ηχητικών αποσπασμάτων από ηχογραφήσεις φυσικών και τεχνικών ήχων.

Έκθεση των Βρυξελλών. Στην κατηγορία των ηλεκτροακουστικών έργων ανήκουν, με ακραία πρωτοτυπία στο είδος, τα: *Διαμορφώσεις* (1957), *Ανατολικό Α* (1959), *Orient-Occident* (1960), *Bohor* (1962), καθώς και δύο κομμάτια που αργότερα αποσύρει με τίτλο *Vasarely* (1960) και *Formesrouges* (1961).

Η ολοκλήρωση του έργου *Αχορρίψεις* (1956-57) για 21 όργανα, που έχει τις βάσεις του στη θεωρία των πιθανοτήτων και στατιστικής της κατανομής του Poisson, θα οδηγήσει τον Ξενάκη στη γέννηση της ιδέας της «στοχαστικής μουσικής», η οποία θα αναλυθεί στο τρίτο κεφάλαιο (βλ. 3.2). Τον πιθανοτικό, στοχαστικό λογισμό ακολουθούν και τα επόμενα του έργα: *Αναλογικό* (1958-59) για εννέα έγχορδα, ορχήστρα και μαγνητοταινία και *Συρμός* (1959) για 18 έγχορδα. Δανείζεται επίσης από τα μαθηματικά τη θεωρία των παιγνίων και συνθέτει το *Duel* (1959) και το *Στρατηγιά* (1962) για δύο ορχήστρες και δύο μαέστρους.

Κατά την περίοδο του 1956 με 1962 συνθέτει μια σειρά έξι έργων με τη χρήση του προγράμματος ST για ηλεκτρονικό υπολογιστή που αναπτύσσει ο ίδιος. Το πρόγραμμα δέχεται δεδομένα σε μορφή κειμένου και τα μεταφράζει σε διάφορες μουσικές παραμέτρους όπως χρόνος επίθεσης (attack time), τύπος οργάνου (instrument class), τονικό ύψος (pitch), διάρκεια (duration), δυναμικές (dynamics) και τρεις παραμέτρους για δημιουργία γκλισάντι. Αυτά είναι το *ST/48, 1-240162*[20] για 48-μελή ορχήστρα, το *ST/10, 1-080262* για δέκα όργανα, το *ST/4, 1-080262* για κουαρτέτο εγχόρδων, το *Μόρσιμα-Αμόρσιμα (ST/4, 2-030762)* για πιάνο, βιολί, βιολοντσέλο και κοντραμπάσο, το *Ατρείς (ST/10, 3-060962)* για δέκα όργανα και το *Αμόρσιμα - Μόρσιμα* το οποίο έχει αποσυρθεί από τον ίδιο. Η συγκεκριμένη περίοδος δημιουργίας κλείνει με το καταχειροκροτούμενο έργο *Έρμα* (1961) για πιάνο, βασισμένο στη θεωρία των συνόλων.

[20] Όπου «ST» για στοχαστική, «48» για τον αριθμό των οργάνων, «1» για το ότι είναι το πρώτο έργο με αυτόν τον αριθμό οργάνων που υπολογίστηκε με το πρόγραμμα ST, και ακολούθως η χρονολογία εφαρμογής του προγράμματος.

1.2.3 Τρίτη Περίοδος: 1962-01

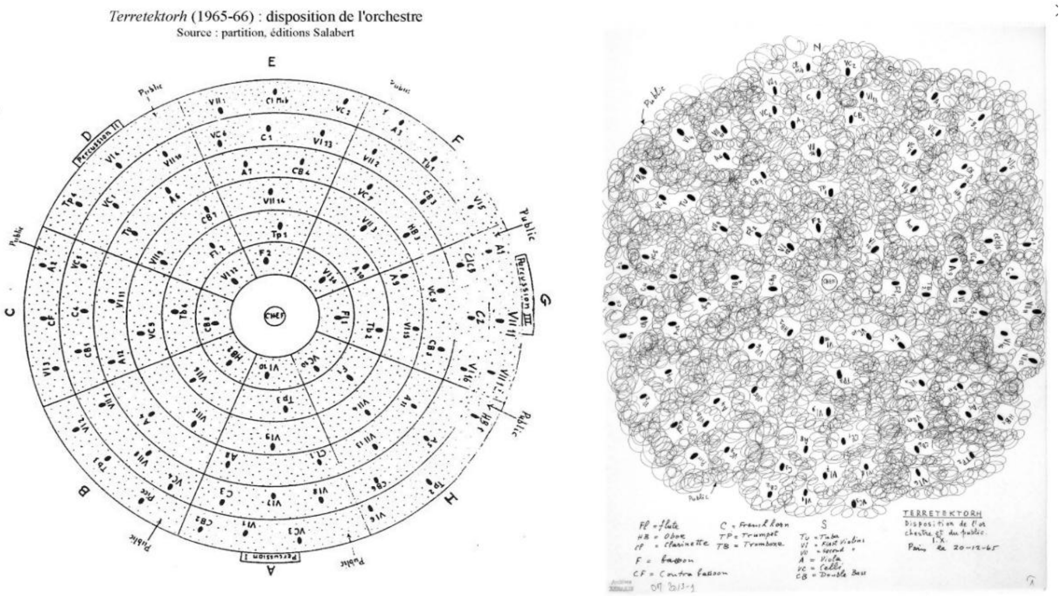
Πλήρως αφοσιωμένος στη σύνθεση και με την φήμη του να παίρνει παγκόσμιες διαστάσεις, ο Ξενάκης κάνει αυτά τα χρόνια τις τελευταίες προσπάθειες για τυποποίηση και τελειοποίηση του μοντέλου του ήχου. Γράφει το περίτεχνο έργο *Έοντα* (1963-64) για πιάνο και κουιντέτο χάλκινων, που, με λόγια του Σολωμού, μπορεί κανείς να ακροαστεί ολόκληρο, ως την εκτύλιξη ενός μόνο ήχου ο οποίος περνά από πολλές καταστάσεις[21]. Το συγκεκριμένο έργο ήταν αυτό που έκανε πολλούς κριτικούς να αλλάξουν την άποψη που έχουν πως είναι μόνο μαθηματικός και τον αποδέχονται πλέον ως μουσικό. Ακολουθούν τέσσερα έργα: *Άκρατα* (1964-65) για σύνολο πνευστών, *Νόμος άλφα* (1965-66) για σόλο βιολοντσέλο, το οποίο χαρακτηρίζεται ως το πιο περίπλοκο έργο του συνθέτη, *Νόμος γράμμα* (1967-68) για ορχήστρα και *Ανακτορία* (1969) για οκτέτο.

Τη δεκαετία του ‘60 επιστρέφει σε πρώιμες τεχνικές του και εισάγει ξανά τη φωνή στα έργα του δίνοντας της μια αρχαιοελληνική χροιά. Το καταχειροκροτούμενο *Nuits* (1967-68), γραμμένο για δώδεκα μικτές φωνές a capella, είναι ένα αριστούργημα χορωδιακής μουσικής το οποίο χαρακτηρίζεται από αμεσότητα και δραματική εκφραστικότητα. Ήδη από το 1962 αρχίζει τις αναζητήσεις στα μονοπάτια του θεάτρου και της σκηνικής μουσικής με το έργο *Πολλά τα δεινά* για παιδική χορωδία και ορχήστρα. Το έργο είναι η μελοποίηση της χορικής ωδής των στίχων 332-375 της *Αντιγόνης* του Σοφοκλή που ξεκινά με το «πολλά τα δεινά κ’ ουδέν ανθρώπου δεινότερον πέλει». Μετά από αίτημα του Μάνου Χατζιδάκι, συνθέτει μουσική για τις *Ικέτιδες* του Αισχύλου που παρουσιάζονται στην Επίδαυρο τον Ιούλιο του 1964. Έτσι ασχολείται έντονα με την αρχαία τραγωδία στοχεύοντας στην επαναφορά του πνεύματος της και όχι στην αναδημιουργία της. Συνθέτει το *Ορέστεια* (1965-66) για παιδική χορωδία, μικτή χορωδία και ενόργανο σύνολο και το *Medea Senecae* (1967) για ανδρική χορωδία και κουιντέτο, βασισμένο στην ομώνυμη τραγωδία του Σενέκα. Αρκετά έργα του, τα οποία δεν ανήκουν στη κατηγορία της σκηνικής μουσικής, συμπεριλαμβάνουν αρχαία κείμενα πολλές φορές σε μορφή προσωδίας. Μερικά από αυτά είναι: *Στην Ελένη* (1977), *Επί Κολωνώ* (1977), *Άις* (1980), *Όρκος* (1981), *Ίδμεν Α* (1985) και *Βάκχαι Ευριπίδου* (1993).

Ένα άλλο πρωτοποριακό εγχείρημα αυτής της περιόδου είναι ο χειρισμός της έννοιας του χώρου και η χρήση του ως παράμετρος διαμόρφωσης του συνολικού

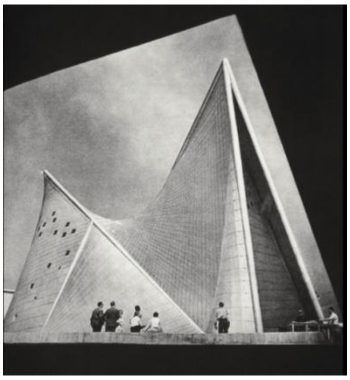
[21] Μάκης Σολωμός, 50.

ηχητικού αποτελέσματος. Τρία έργα που ολοκληρώνουν αυτό το εγχείρημα είναι το *Τερρετέκτωρ* (1965-66) και το *Νόμος γάμμα* (1967-68) για ορχήστρα διασκορπισμένη μέσα στο κοινό (βλ. Παράδειγμα 1.2.3.1.) και το *Περσέφασσα* (1969), που είναι το πρώτο του έργο για κρουστά, και τα οποία τοποθετεί γύρω από το κοινό σε υπαίθριο χώρο. Στο πρώτο εφευρίσκει τις «λογαριθμικές ή αρχιμήδειες σπείρες», στο δεύτερο χρησιμοποιεί τη θεωρία των ομάδων και στο τρίτο την αρχή του «στροφείου». Η τοποθέτηση του κάθε ακροατή δίπλα από κάθε μουσικό της ορχήστρας δίνει στο κοινό την ευκαιρία να ανακαλύψει και να αντιληφθεί τις διάφορες λεπτομέρειες της δομής και υφής της μουσικής εκ των έσω.



Παράδειγμα 1.2.3.1. Η διάταξη της ορχήστρας στο *Τερρετέκτωρ*. Οι μαύρες κουκίδες παριστάνουν τους μουσικούς που βρίσκονται διασκορπισμένοι μέσα στο κοινό. Πηγή: (δεξιά) Makis Solomos, *Μουσική, θόρυβος, κοινωνία. Από τον Ξενάκη στους Όρθιους Ήχους. Ήχος, θόρυβος, περιβάλλον.* (Μυτιλήνη: Πρακτικά του 4ου συνεδρίου Ακουστικής οικολογίας, 2018), 8. HAL id: hal-02055263. (αριστερά) http://glissando.pl/tekst/otoczona-publicznosc-terretektorh/.

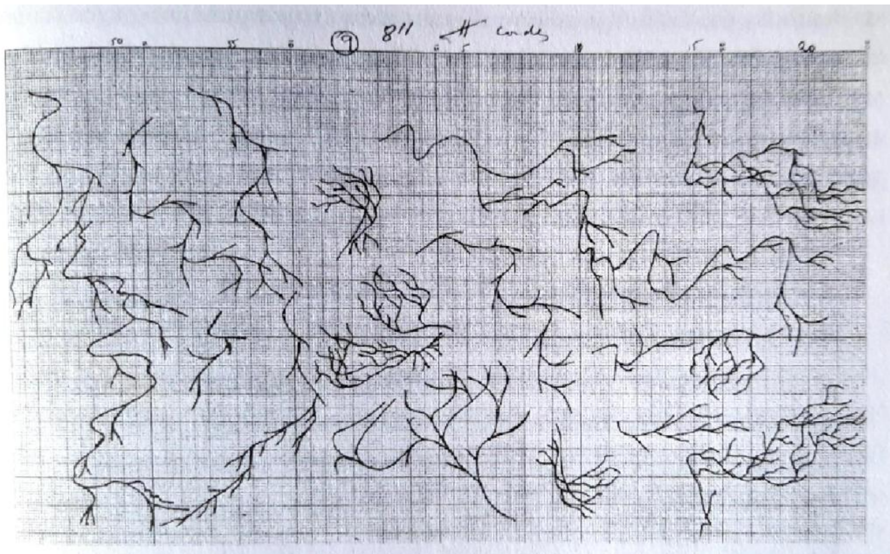
Ο χειρισμός της έννοιας του χώρου διακρίνεται καθαρά στα «Πολύτοπα» του Ξενάκη, τα οποία ήταν πολύτεχνα έργα, στα οποία η μουσική συνδυαζόταν με οπτικά ερεθίσματα σε συγκεκριμένους, ειδικά διαμορφωμένους χώρους. Η τοποθεσία ήταν συχνά κάποιος σημαντικός ιστορικός-αρχαιολογικός χώρος. Για την παράσταση επιστρατεύονταν τόσο ο ήχος, όσο και το φως, με προβολείς που κατεύθυναν το φως πάνω στο συγκεντρωμένο πλήθος, ανάλογα με την ανάπτυξη της μουσικής. Στη διάχυση του φωτός στον χώρο αντιστοιχούσε η ανάπτυξη των ηχητικών «συμπάντων» ή «γαλαξιών» του Ξενάκη στον χρόνο.[22] Μερικά από αυτά είναι το *Πολύτοπο του Μόντρεαλ* (1967) που πραγματοποιείται για το γαλλικό περίπτερο της Παγκόσμιας Έκθεσης του Μόντρεαλ, στο οποίο τέσσερις όμοιες ορχηστρικές ομάδες τοποθετούνται σε σχήμα σταυρού και απαντούν η μία στην άλλη και το *Hibiki Hana Ma* (1970) για το περίπτερο της Ιαπωνικής Ομοσπονδίας Χάλυβα της Παγκόσμιας Έκθεσης της Οσάκα με μουσική για μαγνητοταινία που εναλλάσσει ηχογραφημένους μη επεξεργασμένους ήχους εγχόρδων με επεξεργασμένους ήχους. Επίσης το *Περσέπολις* (1971) με μουσική γραμμένη για μαγνητοταινία, που παρουσιάστηκε στα ερείπια της αρχαίας περσικής πρωτεύουσας, το *Πολύτοπο του Κλινί* (1972-74) το οποίο είναι ένα αυτοματοποιημένο θέαμα φωτός και ήχου με 600 ηλεκτρονικά φλας και μουσική για μαγνητοταινία, το οποίο παρουσιάστηκε στις θέρμες του Κλινί στο Παρίσι και το απόλαυσαν συνολικά 90.000 θεατές. Για το *Διάτοπο*, το οποίο γράφτηκε για τα εγκαίνια του Κέντρου Ζορζ Πομπιντού στο Παρίσι, ο Ξενάκης συνθέτει το μεγαλοπρεπέστατο ηλεκτροακουστικό έργο *Ο μύθος του Ηρός* (1978), το οποίο είναι μια αποσυναρμολογημένη σύνθεση που επεκτείνει και ανανεώνει τη μουσική του Περιπτέρου της Philips (βλ. Παράδειγμα 1.2.3.2.). Ως επέκταση των πολύτοπων και σε μια προσπάθεια να συνδέσει το χορό και τη μουσική, συνθέτει δύο μπαλέτα, το *Κράανεργ* (1968-69) για ορχήστρα και μαγνητοταινία και το *Αντίχθων* (1971) για ορχήστρα με μεγάλη επιτυχία.



Παράδειγμα 1.2.3.2. Το Πολύτοπο του Περιπτέρου της Philips στην Παγκόσμια Έκθεση των Βρυξελλών το 1958. Πηγή: Oscar Lopez, "AD Classics: Expo '58 + Philips Pavilion / Le Corbusier and Iannis Xenakis" *ArchDaily* (Aug, 2011). URL: https://www.archdaily.com/157658/ad-classics-expo-58-philips-pavilion-le-corbusier-and-iannis-xenakis.

[22] Μαρία Δημητρακοπούλου, Μαγδαληνή Τζένου και Πολύβιος Ανδρούτσος, *ΜΟΥΣΙΚΗ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ Βιβλίο Μαθητή* (Αθήνα: ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ», 2016), 16.

Το διάστημα 1972-77 πειραματίζεται με δύο νέες καινοτόμες διαδικασίες σύνθεσης που οι απαρχές τους βρίσκονται στη χημεία, τη φυσική και τα μαθηματικά. Εφαρμόζει στα έργα του τις κινήσεις Μπράουν[23] οι οποίες, μετά από υπολογισμούς, δημιουργούν μία μελωδική γραμμή, και τις δενδρώσεις οι οποίες βασίζονται σε μία τυχαία γραμμή που διαιρείται σε περισσότερες διακλαδώσεις, αναπαριστώντας τις κινήσεις της μελωδίας (βλ. Παράδειγμα 1.2.3.3.). Με τη μέθοδο των κινήσεων Μπράουν συνθέτει το *Mikka* (1971), που είναι η πρώτη του σύνθεση για σόλο βιολί, το *N'Shima* (1975), που σημαίνει αναπνοή (breath) ή πνεύμα (spirit) στα Εβραϊκά, για δύο μέτζο σοπράνο και κουιντέτο, το *Θέραψ* (1975-76) για κοντραμπάσο και το *Mikka-S* (1976) για σόλο βιολί. Στηριζόμενος στις δεντρώσεις συνθέτει το *Ευρυάλη* (1973) για πιάνο, το *Εριχθών* (1974), το δεύτερο του κονσέρτο για πιάνο, το *Gmeeoorh* (1974) για εκκλησιαστικό όργανο και το *Χοαί* (1976) για τσέμπαλο. Την ίδια περίοδο γράφει και το *Ψάπφα* (1975) για σόλο κρουστά που παρουσιάζει την εξερεύνηση του παλμού σε αντιπαράθεση με την ασυνέχεια. Ακολουθούν αρκετές συνθέσεις για κρουστά που έχουν τον ίδιο σκοπό.



Παράδειγμα 1.2.3.3. *Εριχθών*: μ. 262 (δεύτερο ήμισυ)-281 (δεύτερο τέταρτο). Σχέδιο του Ξενάκη για τις δενδρώσεις των εγχόρδων. Η χρονική μονάδα είναι το δέκατο έκτο. Η μονάδα των τονικών υψών είναι το $\frac{1}{4}$ του τόνου και το λα4 βρίσκεται 90 μονάδες εάν ξεκινήσουμε από πάνω. Πηγή: Μάκης Σολωμός, 71.

[23] Ο μαθηματικός ορισμός είναι: διαδικασία χαοτικών κινήσεων μικρομορίων που αιωρούνται σε ένα υγρό ή σε ένα αέριο, αποτέλεσμα των συγκρούσεων τους με μόρια του περιβάλλοντος. (Brownian motion. *Encyclopedia of Mathematics*)

Το τέλος της δεκαετίας του ’70 αποτέλεσε την αρχή μιας έντονης προσπάθειας εύρεσης διεξόδου, ίσως από την ασθένεια που τον βασάνιζε χρόνια, η οποία θα τον οδηγήσει προς την εσωτερίκευση. Ο Γ. Γ. Παπαϊωάννου, σχολιάζοντας τα έργα αυτών των χρόνων, αναφέρει ότι στηρίζονται μεν πάντα στην εκμετάλλευση των ακροτάτων δεξιοτεχνικών δυνατοτήτων κάθε οργάνου στο όριο του ανθρώπινα εφικτού, αλλά με σκοπό την ηχητική ζωντάνια και λάμψη και την ομαδοποίηση των επιμέρους ήχων σε μαζικά συμπλέγματα πιο εύληπτα για τον ακροατή. Επιζητείται επίσης μία στροφή προς πιο αρχέγονους ήχους που αποκτούν μία απίθανη δύναμη, αμεσότητα και υποβλητικότητα[24]. Μερικά από αυτά είναι το *Μυκήναι Άλφα* (1978) για μαγνητοταινία, φτιαγμένο με τη χρήση του UPIC, το *Ανεμόεσσα* (1979) για μικτή χορωδία και ορχήστρα, το *Mists* (1981) για πιάνο και το *Fourlesbaleines* (1982) για ορχήστρα εγχόρδων. Ακολούθως εισάγεται η τεχνική της «ηχητικής ετεροφωνίας», δηλαδή τη δημιουργία ενός μουσικού πλαισίου το οποίο δεν μπορεί να χαρακτηριστεί ούτε ομοφωνία αλλά ούτε πολυφωνία. Έργα που ακολουθούν αυτή τη τεχνική είναι το *Νέκυια* (1981) για μικτή χορωδία και ορχήστρα, με κείμενα από το *Siebenkas* του Ζαν-Πωλ Ρίχτερ και του *Ecoute* της γυναίκας του Φρανσουάζ Ξενάκη, το *Shaar* (1982) για ορχήστρα εγχόρδων και το *Lichens* (1983-84) για ορχήστρα.

Η αναζήτηση των θεμελίων της μουσικής τόσων χρόνων, οδηγεί τον Ξενάκη στο συμπέρασμα πως η συμμετρία και η περιοδικότητα έχουν πρωταρχικό ρόλο σε όλες τις πτυχές της μουσικής. Έτσι αναπτύσσει την θεωρία των «κοσκίνων» με την οποία μπορούν να κατασκευαστούν πρωτάκουστες κλίμακες χρησιμοποιώντας ένα λογικό - αριθμητικό τύπο. Η πρώτη γενική ιδέα περί χρήσης των κόσκινων παρουσιάζεται στο *Jonchaies* (1977) για ορχήστρα, για το οποίο γράφει «όταν για ένα δεδομένο κομμάτι έχει κανείς επιλύσει το πρόβλημα της κλίμακας με ικανοποιητικό τρόπο, τότε έχει επιλύσει τα μισά από τα προβλήματα της σύνθεσης»[25], και παίρνει τη τελική της μορφή στο *Embellie* (1981) για βιόλα. Τα πρώτα έργα με κόσκινα είναι πιο περίπλοκα δημιουργώντας ανήκουστα μείγματα ηχοχρωμάτων, ενώ αργότερα εισβάλλει στη μουσική και η χρωματικότητα, ιδιαίτερα στα μέρη των εγχόρδων. Μερικά έργα αυτής της περιόδου είναι το *Θάλλειν* (1984) για ενόργανο σύνολο, το *Κέκροψ* (1986) το οποίο είναι το τρίτο κονσέρτο για πιάνο και ορχήστρα που συνθέτει, το *Άτα* (1987) για ορχήστρα, το *Κρινοειδή* (1991) για ορχήστρα, το *Paille in*

[24] Γιάννης Γ. Παπαϊωάννου, *ΙΑΝΝΗΣ ΞΕΝΑΚΗΣ: Ένα αφιέρωμα του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου προς ένα απόφοιτό του* (Αθήνα: Σύγχρονη Εποχή, 1994), 23-24.
[25] Iannis Xenakis, "A propos de Jonchaies" *Entretemps,* No. 6 (1988): 133.

the wind (1992) για βιολοντσέλο και πιάνο και το *Dammerschein* (1993-94) για ορχήστρα.

Το 1994 σηματοδοτεί την αρχή της τελικής φάσης του έργου του Ξενάκη, κατά την οποία η μουσική απογυμνώνεται και με μία έκδηλη ευλαβικότητα οδηγείται στη πιο ξεκάθαρη μορφή της. Συνθέτει τα *Sea Nymphs* (1994) για μικτή χορωδία, βασισμένο σε φωνήματα από τη *Τρικυμία* του Σαίξπηρ, *Μνήμης Χάριν Witoldowi Lutoslawskiemu* (1994) για κουαρτέτο χάλκινων, αφιερωμένο στη μνήμη του Βίτολντ Λουτοσλάβσκι[26] ο οποίος πεθαίνει αυτό το χρόνο, *Έργμα* (1994) για κουαρτέτο εγχόρδων, *Κοίρανοι* (1995) για ορχήστρα, *Και* (1995) για ενόργανο σύνολο, *Voile* (1995) για ορχήστρα εγχόρδων και *Kuilenn* (1995) για σύνολο πνευστών. Η εσωτερίκευση της μουσικής γίνεται πιο έντονη στα τελευταία του έργα: *Ιωλκός* (1995-96) για ορχήστρα, *Hunem-Iduhey* (1996) για βιολί και βιολοντσέλο, *Roscobeck* (1996) για βιολοντσέλο και κοντραμπάσο, *Ittidra* (1996) για σεξτέτο εγχόρδων, *Ζύθος* (1996) για τρομπόνι και έξι κρουστά και *Sea-Change* (1997) για ορχήστρα. Το 1997 συνθέτει το τελευταίο του έργο με τίτλο *Ο-μέγα*, για κρουστά και σύνολο, διαρκείας μόλις τεσσάρων λεπτών. Επιλέγει να το ονομάσει με το τελευταίο γράμμα του ελληνικού αλφαβήτου και να του δώσει ένα απότομο κλείσιμο συμβολίζοντας το τέλος.

---

[26] Ο Β. Λουτοσλάβσκι ήταν ένας από τους πιο καταξιωμένους Πολωνούς συνθέτες και μαέστρους του 20^{ου} αιώνα.

2. Η ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΑ ΣΚΕΨΗ

Στην Αρχαία Ελλάδα η μουσική είχε κύριο ρόλο σε όλες τις πτυχές της κοινωνίας και ασκούσε έντονη επίδραση στη ζωή των αρχαίων Ελλήνων. Η μουσική, το δώρο των Μουσών, ήταν η ανώτερη επιστήμη η οποία είχε τη δύναμη να προσδιορίζει τον άνθρωπο ως ένα ον, που ταυτόχρονα πράττει, σκέφτεται και αισθάνεται. Εξέφραζε την ηθική του φύση και είχε επιρροή πάνω σε αυτήν. Κάθε μορφωμένος Έλληνας ήταν γνώστης μουσικής αφού ήταν ένα από τα βασικότερα αντικείμενα διδασκαλίας του αρχαιοελληνικού εκπαιδευτικού συστήματος, ενώ ο άμουσος χαρακτηριζόταν ως απαίδευτος.

Η Πυθαγόρεια σχολή, χαρακτήριζε τη Μουσική ως τη «Θεωρία των λόγων» και συμπεριλαμβανόταν στα τέσσερα μέρη της Μαθηματικής επιστήμης, δηλαδή την Αριθμητική, τη Γεωμετρία, τη Μουσική και την Αστρονομία. Ο Πυθαγόρας[27] πίστευε πως οι αριθμοί σε ακινησία αντιπροσωπεύονται από την Αριθμητική και τη Γεωμετρία, και οι αριθμοί σε κίνηση από την Αστρονομία και τη Μουσική.[28] Όπως αναφέρει ο Σπυρίδης στο βιβλίο του *Πυθαγόρειες Αναλογικότητες*, οι αριθμοί στη πυθαγόρεια σκέψη δεν ήταν απλά ποσότητες αλλά αντιπροσώπευαν ιδέες και αρετές, που μέσω των συσχετίσεων τους είναι δυνατόν να προσομοιώσουν ολόκληρη τη φύση.[29] Εξού και η πυθαγόρεια ρήση «όλα τα πράγματα εξομοιώνονται με τον αριθμό». Φανερά συμφωνεί και ο Ξενάκης, αφού αναφέρει ότι «τα πράγματα είναι αριθμοί, όλα τα πράγματα είναι προικισμένα με αριθμούς, υπάρχουν κατά τον τρόπο των αριθμών»[30].

Ο Πυθαγόρας όρισε την αρμονία της μουσικής ως «κρᾶσις και σύνθεσις ἐναντίων»[31] υπονοώντας την αναλογία της αριθμητικής και της αρμονίας. Καταλήγει στο συμπέρασμα ότι το χαώδες πλήθος των ήχων είναι δυνατόν να μετατραπεί σε

[27] Η γέννησή του τοποθετείται ανάμεσα στο 580 και το 570 π. Χ. στη Σάμο και ο θάνατός του περίπου στο 490 π. Χ. στο Μεταπόντιο της Κάτω Ιταλίας.

[28] Οι Πυθαγόρειοι διαχώριζαν τη Μαθηματική επιστήμη σε τέσσερα μέρη. Το ένα από τα μέρη της το απέδιδαν στο «πόσα πολλά» και το άλλο στο «πόσο πολύ». Διαχώριζαν πάλι σε δύο το καθένα απ' αυτά τα δύο μέρη, διότι έλεγαν ότι το πόσα πολλά, δηλαδή μια ποσότητα, είτε υφίσταται αυτή καθαυτή, είτε μελετάται σε σχέση με κάτι άλλο και ότι το πόσο πολύ είτε είναι σταθερό, είτε σε κίνηση. Επίσης έλεγαν ότι η Αριθμητική ερευνά το πόσα πολλά που υφίστανται καθαυτά, ενώ η Μουσική ερευνά το πόσα πολλά που υφίστανται αναφορικά προς κάτι άλλο. Η Γεωμετρία μελετά το πόσο πολύ που είναι ακίνητο, αλλά η Αστρονομία μελετά το πόσο πολύ που είναι από μόνο του η κατ' ουσία κινητό. (Χαράλαμπος Σπυρίδης, *Πυθαγόρειες Αναλογικότητες ή Αναλογίες ή Μεσότητες: Οι γεννήτορες της αρχαίας Ελληνικής Μουσικής* (Αθήνα: Επιστημονική Επετηρίδα Φιλοσοφικής Σχολής Πανεπιστημίου Αθηνών, 1996-1997), 218.)

[29] Ibid, 217.

[30] Ιάννης Ξενάκης, *Κείμενα περί μουσικής και αρχιτεκτονικής*, 85.

[31] Μετάφραση: ανάμειξη και σύνθεση, ένωση αντιθέτων (πραγμάτων).

μουσική μόνο όταν αντιστοιχείται με κάποια αριθμητική αξία, δηλαδή με ρυθμό και μελωδία. Μέρος της φιλοσοφίας του είναι η διάκριση της μουσικής σε τρία είδη: την ενόργανη (musica instrumentalis), η οποία ήταν η κοινή για όλους μουσική που δημιουργούταν από τη νύξη της λύρας, το φύσημα του αυλού κτλ., την ανθρώπινη (musica humana), η οποία ήταν η συνεχείς μουσική που δημιουργούσε ο κάθε ανθρώπινος οργανισμός και δεν μπορούσε να ακουστεί, ειδικότερα η αρμονική -ή όχι- αντήχηση μεταξύ της ψυχής και του σώματος. Και τέλος την εγκόσμια μουσική (musica mundana) η οποία προέρχεται από το σύμπαν και την ονομάζει «μουσική των σφαιρών»[32]. Για τους πυθαγόρειους, δεν υπήρχαν απλά συμφωνίες μεταξύ των αριθμών, της μουσικής και του κόσμου αλλά «η μουσική ήταν αριθμός και ο κόσμος μουσική»[33].

2.1 Διαστήματα

Με βάση την πεποίθηση ότι ολόκληρος ο κόσμος είναι αρμονία και αριθμός, ο Πυθαγόρας γίνεται ο πρώτος ο οποίος αναζητεί και αναλύει τα στοιχεία που συγκροτούν την μουσική χρησιμοποιώντας μαθηματικούς υπολογισμούς. Σύμφωνα με τον Γιάννου, στην αρχαιότητα οι αριθμοί και τα γεωμετρικά σχήματα ήταν υπόδειγμα εννοιών και «καθαρών» (δηλαδή ανεξάρτητων από την αισθητηριακή αντίληψη) σχημάτων, που ο ανθρώπινος νους μπορούσε να συλλάβει και να διατυπώσει με απόλυτη σαφήνεια.[34] Έτσι, συσχετίζοντας τον ήχο και τον αριθμό αναλύει τις θεμελιώδης αρχές της μουσικής δημιουργώντας αναλογίες μεταξύ των τόνων και εισάγοντας τις σχέσεις των μουσικών διαστημάτων και τον τρόπο υπολογισμού τους.

[32] Ο Σιμπλίκιος στα Σχόλια του στο 2ο βιβλίο της πραγματείας του Αριστοτέλη *Περί Ουρανού* αναφέρει: «Οι Πυθαγόρειοι έλεγαν ότι ένας αρμονικός ήχος παραγόταν από την κίνηση των ουράνιων σωμάτων. Επιστημονικά το στήριζαν από την αναλογία των διαστημάτων τους. Συγκεκριμένα ο λόγος 9:8 εκφράζει ένα μείζονα τόνο και αποδιδόταν στη Σελήνη. Οι λόγοι 12:9 και 12:8 αποδίδονταν στον πλανήτη Ερμή, οι λόγοι 16:12 και 16:8 στον πλανήτη Αφροδίτη, οι λόγοι 18:12 και 18:9 στον Ήλιο, ο λόγος 21:9 στον πλανήτη Άρη, οι λόγοι 24:18, 24:12, 24:8, 18:12, 12:8 στον πλανήτη Δία, οι λόγοι 32:24 και 32:8 στον πλανήτη Κρόνο και τέλος οι λόγοι 36:24, 36:9 και 24:18 αποδίδονταν σε μία σταθερή σφαίρα που συμπεριλάμβανε όλες τις άλλες. Αυτός ο ήχος των θεϊκών σωμάτων δεν γινόταν ακουστός από τα γήινα αυτιά. Ο Πυθαγόρας, όμως, φαίνεται να είχε πει ότι άκουσε την Ουράνια αρμονία, επειδή κατανόησε τις αρμονικές αναλογίες στους αριθμούς των ουράνιων σωμάτων και το ηχητικό αποτέλεσμα που μπορεί να ακουστεί από αυτές.» (Χαράλαμπος Σπυρίδης, 217.)

[33] James Jamie, *The music of the spheres. Music, Science, and the Natural Order of the Universe* (New York: Copernicus, 1995), 30-31.

[34] Δημήτρης Γιάννου, *ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΗΣ ΜΟΥΣΙΚΗΣ: Σύντομη γενική επισκόπηση.* Τόμος Α’ (Μέχρι τον 16ο αιώνα) (Θεσσαλονίκη: UNIVERSITY STUDIO PRESS, 1995), 90.

2.1.1 Μονόχορδο

Το μονόχορδο είναι, σύμφωνα με την παράδοση, μία επινόηση του Πυθαγόρα την οποία χρησιμοποιούσε για τον υπολογισμό και τη σύγκριση των μουσικών διαστημάτων, βασισμένος στη «μουσική των σφαιρών». Ονομαζόταν και «κανών» που σημαίνει ράβδος μέτρησης. Πρόκειται για ένα πειραματικό μουσικό όργανο που αποτελούνταν από μία χορδή, προσαρμοσμένη πάνω σε ένα ξύλινο κιβώτιο, που λειτουργούσε ως ηχείο, και μία κινητή γέφυρα που βρισκόταν κάτω από αυτή. Τα διάφορα διαστήματα παράγονταν με το σταμάτημα της χορδής μέσω της μετακίνησης της γέφυρας, η οποία χρησίμευε για να μεταβιβάζει στο ηχείο τη δόνηση της χορδής.[35] Ο Αριστείδης Κοϊντιλιανός[36], αναφέρει ότι ο Πυθαγόρας προωθούσε τους μαθητές του να χρησιμοποιούν το μονόχορδο γιατί πίστευε ότι το ανώτατο σημείο της μουσικής τελειότητας μπορεί να επιτευχθεί διανοητικά, μέσω των αριθμών, αντί μέσω της αντίληψης που προσφέρει το αισθητήριο της ακοής.[37]

Ο Πυθαγόρας ανακάλυψε τους αρμονικούς λόγους, δηλαδή της αριθμητικές αναλογίες των μουσικών διαστημάτων, εντελώς συμπτωματικά. Σύμφωνα με μία διήγηση του Ιάμβλιχου[38], καθώς μια μέρα περνούσε έξω από ένα σιδηρουργείο άκουσε τους ήχους που δημιουργούσαν τα διάφορα σφυριά όταν κτυπούσαν ρυθμικά το σίδερο και αποφάσισε να πειραματιστεί εξετάζοντας τα διαστήματα που παρήγαγε το κάθε σφυρί όταν έκρουε το ίδιο κομμάτι σίδερου. Όταν σύγκρινε τα σφυριά ανακάλυψε πως τα μουσικά διαστήματα που παρήγαγαν ήταν ακριβώς ανάλογα με τον αριθμητικό λόγο του βάρους και του όγκου των σφυριών. Επιστρέφοντας στο σπίτι του προσπάθησε να επαναλάβει το φαινόμενο τοποθετώντας σε ένα πάσσαλο από τα δοκάρια του σπιτιού του τέσσερις ισομήκεις χορδές στις άκρες των οποίων προσάρμοσε βάρη ίδια με εκείνα των σφυριών. Παρατήρησε ότι κρούοντας δύο χορδές μαζί ακούγονταν τα ίδια σύμφωνα διαστήματα.

Δεν αρκέστηκε όμως σε αυτές στις δοκιμές και γι’ αυτό δημιούργησε το μονόχορδο. Η διαδικασία ήταν η εξής: τέντωνε μία χορδή πάνω σε ένα κανόνα ο

---

[35] Κωνσταντίνα Λιάπη, *Η Μουσική στους Πυθαγορείους* (Θεσσαλονίκη: Μεταπτυχιακή Διπλωματική εργασία, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Τμήμα Φιλοσοφίας και Παιδαγωγικής, 2008), 32.

[36] Ο Αριστείδης Κοϊντιλιανός ήταν αρχαίος Έλληνας συγγραφέας, θεωρητικός της μουσικής, μουσικολόγος και φιλόσοφος που έζησε τον 3^{o} αιώνα μ.Χ..

[37] Αριστείδης Κοϊντιλιανός και Marcus Meibom. *Αριστείδου Κοϊντιλιανού Περί μουσικής βιβλία Γ': Aristidis Quintiliani De Musica Libri III*. (Amstelodami: L. Elzevirium, 1652), 497.

[38] Ο Ιάμβλιχος ήταν μυστικιστής, φιλόσοφος, μαθηματικός και βιογράφος του Πυθαγόρα που έζησε το 250-325 μ.Χ. στη Συρία. Έπαιξε καθοριστικό ρόλο στην κατεύθυνση που ακολούθησε η νεώτερη νεοπλατωνική φιλοσοφία.

οποίος ήταν διαιρεμένος σε δώδεκα σταθερά ίσα μέρη, και εύρισκε τα σύμφωνα διαστήματα κρούοντας αναλόγως τα διάφορα μέρη της χορδής σε σχέση με το σύνολό της, επιβεβαιώνοντας έτσι την ισχύ της θεωρίας του για την αντιστοιχία των βασικών μουσικών διαστημάτων σε απλούς αριθμητικούς λόγους.[39] Τα τέσσερα βασικά διαστήματα του συστήματος πηγάζουν από τη συσχέτιση, σε αναλογίες, των μικρότερων ακέραιων αριθμών που μπορούν να χρησιμοποιηθούν έτσι ώστε να δείξουν τη σχέση μεταξύ τους. Αν η χορδή του μονόχορδου είναι «ανοιχτή» τότε η αναλογία είναι 1:1, αν όμως τοποθετηθεί η γέφυρα ακριβώς στη μέση της, τότε η συχνότητα του παραγόμενου ήχου διπλασιάζεται με αποτέλεσμα να ακούγεται μία οκτάβα ψηλότερα και να εκφράζεται με την αναλογία 2:1. Η τοποθέτηση της γέφυρας στα δύο τρίτα του μήκους της χορδής παράγει το διάστημα της καθαρής πέμπτης με αναλογία 3:2 και η τοποθέτηση στα τρία τέταρτα της χορδής παράγει το διάστημα της καθαρής τέταρτης με αναλογία 4:3. Έτσι, το μονόχορδο εξασφάλιζε πλήρης εμπειρική απόδειξη των αριθμητικών λόγων που σχετίζονταν με τα σύμφωνα διαστήματα και είχε ελάχιστες πιθανότητες σφάλματος που θα μπορούσαν να προκληθούν από ατελής κατασκευή άλλων μουσικών οργάνων ή από αδυναμία της αίσθησης της ακοής να αντιληφθεί και να συγκρίνει τους διαφορετικούς ήχους.

Η ανάλογη σχέση που αποδεικνύεται μεταξύ της μουσικής και των μαθηματικών οδηγεί τους Πυθαγόρειους στη σκέψη ότι, όχι μόνο η μουσική, αλλά και ολόκληρο το σύμπαν μπορεί να εξηγηθεί μέσα από τους αριθμούς. Κεντρική θέση στη φιλοσοφία τους κατέχει η έννοια της Τετρακτύος. Η Τετρακτύς είναι η διευθέτηση των αριθμών 1, 2, 3, 4 κατά ένα ισόπλευρο τρίγωνο το οποίο αποτελείται από τους δέκα πρώτους αριθμούς (1-10) τοποθετημένους σε τέσσερις σειρές, ένας στην πρώτη σειρά, δύο στη δεύτερη, τρεις στη τρίτη και τέσσερις στη τέταρτη. Το άθροισμα των τεσσάρων αριθμών δίνει αποτέλεσμα δέκα, που για τους Πυθαγόρειους ήταν ο τέλειος αριθμός αφού συμπεριλάμβανε όλη η προηγούμενη σειρά των αριθμών από το ένα μέχρι το εννέα, με τις φιλοσοφικές τους έννοιες, και αποκαλύπτει μαθηματικά την εκ νέου επανεμφάνιση της Αρχικής Φιλοσοφικής Μονάδας[40], καθώς 1+0=1. Γι' αυτό πίστευαν ότι η δύναμη του δέκα βρίσκεται στο τέσσερα, το οποίο ο

[39] Κωνσταντίνα Λιάπη, 33.

[40] Οι Πυθαγόρειοι θεωρούσαν ότι όλα τα πράγματα προέρχονται από την Αρχική Μονάδα, το εν – αρχή, μαθηματική και αφηρημένη, η οποία με τη διαστολή ή τον πολλαπλασιασμό της θεμελιώνει τα πάντα. (Ibid, 15.)

Πυθαγόρας ονόμαζε «σύμβολο της δημιουργικής Αρχής και το Άφατο όνομα του Θεού»[41].

2.1.2 Κλίμακα

Στην αρχαία ελληνική θεωρία της μουσικής δεν γίνεται αναφορά σε ένα σταθερό τονικό ύψος όπως στην σύγχρονη αντίληψη, αλλά σε μία περιοχή της χρησιμοποιούμενης μουσικής έκτασης. Με βάση αυτή την περιοχή προσδιορίζονται άλλες μουσικές περιοχές μουσικής έκτασης οι οποίες είναι υψηλότερες ή χαμηλότερες. Υπήρχε λοιπόν ένας κωδικοποιημένος τρόπος συσχετισμού του τονικού ύψους ανάμεσα των διαφόρων σειρών των φθόγγων, δηλαδή των κλιμάκων.

Το σύστημα των οκτώ φθόγγων, που με τη σημερινή ορολογία ονομάζεται «κλίμακα», στην Αρχαία Ελλάδα το αποκαλούσαν «οκτάχορδον». Αυτό το σύστημα αντικατέστησε το παλαιότερο των επτά φθόγγων τον 6^{ο} αι. π.Χ. μετά από πρόσθεση του όγδοου φθόγγου από τον Πυθαγόρα με σκοπό το σχηματισμό μίας πλήρης αρμονίας που αποτελείται από δύο «διαζευγμένα τετράχορδα». Σύμφωνα με τον West, στην αρχαιοελληνική μουσική θεωρία όλες οι κλίμακες είναι δομημένες βάση τα τετράχορδα, δηλαδή συστήματα τεσσάρων φθόγγων τα οποία καλύπτουν το διάστημα μίας τέταρτης. Τα διαδοχικά τετράχορδα ήταν είτε «συνημμένα», δηλαδή είχαν ένα κοινό φθόγγο (π.χ. ρε-σολ-ντο), είτε «διαζευγμένα», δηλαδή χωρισμένα από ένα τόνο (π.χ. ρε-σολ: λα-ρε).[42] Οι ακραίοι φθόγγοι κάθε τετραχόρδου ονομάζονταν «εστώτες», δηλαδή σταθεροί, ενώ οι ενδιάμεσοι, των οποίων ο ήχος διέφερε και μπορεί να μην είχαν καθορισμένη συγγένεια με τους σταθερούς φθόγγους, ονομάζονταν «κινούμενοι». Οι τέσσερις εστώτες φθόγγοι του αρχικού οκτάχορδου, που δίνουν τα διαστήματα ογδόης, πέμπτης, τέταρτης και τόνου, και μεταξύ των οποίων οι Πυθαγόρειοι ανακάλυψαν σημαίνουσες αριθμητικές σχέσεις, συνιστούν αυτό που ο Αριστοτέλης αποκαλούσε «σώμα της αρμονίας», τον σκελετό δηλαδή του μελωδικού οικοδομήματος. Οι αριθμοί 6-8-9-12, τους οποίους οι Πυθαγόρειοι όρισαν για τους τέσσερις εστώτες φθόγγους του ελληνικού οκτάχορδου, συνιστούν την αρμονική αναλογία.[43] Ανάλογα με τη θέση των κινητών φθόγγων σχηματίζονται τρία γένη τετραχόρδων και οι παραλλαγές τους. Το Διατονικό (π.χ. λα-σολ-φα-μι), το

---

[41] Κωνσταντίνα Λιάπη, 17.
[42] M. L. West, *Αρχαία Ελληνική Μουσική*, μετάφραση Στάθη Κομνηνού (Αθήνα: Παπαδήμας, 1999), 224.
[43] Theodore Reinach, *Η Ελληνική Μουσική*, μετάφραση Αναστασίας – Μαρίας Καραστάθη (Αθήνα: Καρδαμίτσας, 1999), 49, 51, 59.

Χρωματικό (π.χ. λα-σολ ύφεση-φα-μι) και το Εναρμόνιο (π.χ. λα-σολ διπλή ύφεση-φα-μι).

Σύμφωνα με τους μουσικούς θεωρητικούς της Αρχαίας Ελλάδας ο όρος «αρμονία» υποδήλωνε τη διάταξη των διαστημάτων μέσα σε μία οκτάβα. Αντίστοιχα με τους φθόγγους του συστήματος υπάρχουν επτά αρμονίες, οι οποίες ονομάζονταν και είδη οκτάβας. Στα πλαίσια του διατονικού γένους, τα είδη της οκτάβας σχηματίζονται με αφετηρία το κάθε ένα από τα άσπρα πλήκτρα του πιάνου. Έτσι, η κάθε μία από τις επτά νότες είναι η αρχή ενός διαφορετικού τύπου αρμονίας με διαφορετική ονομασία. Οι αρμονίες ήταν η Μιξολυδική από h (σι), η Λυδική από c (ντο), η Φρυγική από d (ρε), η Δωρική από e (μι), η Υπολυδική από f (φα), η Υποφρυγική (ή Ιωνική) από g (σολ) και η Υποδωρική (ή Αιολική) από a (λα).

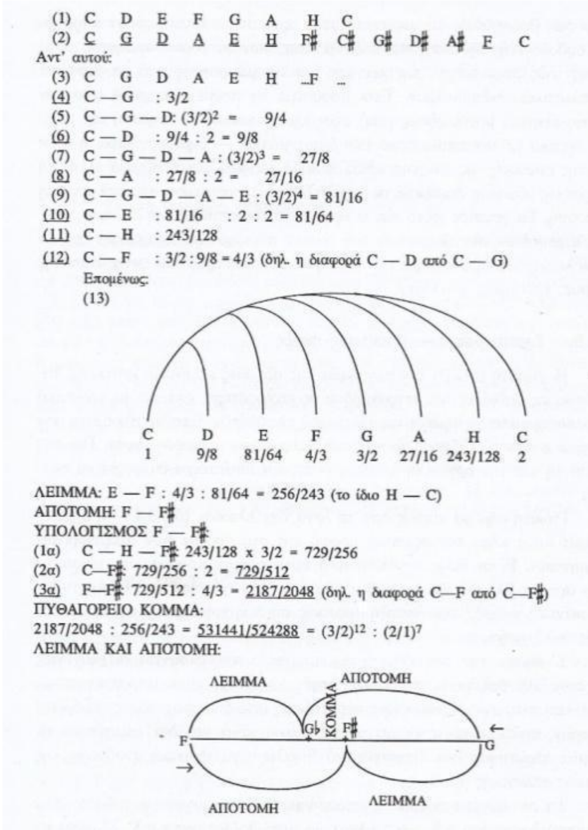
Αν μια αρμονία ξεκινάει από διαφορετικούς φθόγγους τότε προκύπτουν οι τρόποι, ή αλλιώς τόνοι, οι οποίοι μπορούν να παραλληλιστούν με τα σημερινά είδη οκτάβας, μείζων και ελάσσων. Αφετηρία των τόνων είναι τρεις περιοχές μουσικής έκτασης, η χαμηλή, η μεσαία και η οξεία. Σε ποιο ακριβώς τονικό ύψος έχει την αφετηρία της καθεμία από αυτές τις περιοχές δεν προσδιορίζεται, αλλά σημασία έχει η τήρηση του συσχετισμού που υποδεικνύουν οι ονομασίες τους. Στην ανάγκη για κωδικοποίηση της απόστασης μεταξύ των τόνων, τον 4^{o} αιώνα π.Χ. ο Αριστόξενος[44] δημιούργησε ένα σύστημα από δεκατρείς τόνους οι οποίοι απείχαν μεταξύ τους κατά ένα διάστημα ημιτονίου. Αργότερα προστέθηκαν ακόμη δύο, δηλαδή σύνολο δεκαπέντε οι οποίοι έχουν σχεδόν τις ίδιες ονομασίες με τις αρμονίες. Όταν καταγράφονται σε σύγχρονη ευρωπαϊκή σημειογραφία, οι τόνοι εμφανίζονται, ανάλογα με το είδος της οκτάβας, με διάφορα σημεία αλλοίωσης ή με τον αντίστοιχο οπλισμό στο κλειδί. Είναι δηλαδή μεταφορές μιας κλίμακας σε διάφορα τονικά ύψη, γι' αυτό τον λόγο σήμερα χρησιμοποιείται συχνά για τους τόνους η ονομασία «κλίμακες μεταφοράς».

Σημαντικό συστατικό στοιχείο της μουσικής της Αρχαίας Ελλάδας είναι και ο μαθηματικός υπολογισμός των διαστημάτων των αρμονιών. Ο πυθαγόρειος υπολογισμός του κάθε διαστήματος, σύμφωνα με τον Γιάννου, γίνεται με βάση την αριθμητική σχέση της πέμπτης καθαρής, με αναλογία 3/2, και την επανάληψη της όσες φορές χρειάζεται έτσι ώστε να βρεθεί στον κύκλο των πέμπτων ο ζητούμενος φθόγγος (π.χ. C – G: 3/2, C- G - D: $(3/2)^2$). Ακολούθως το γινόμενο διαιρείται διά δύο

[44] Ο Αριστόξενος Ταραντίνος ήταν αρχαίος φιλόσοφος μαθηματικός, θεωρητικός της μουσικής και μαθητής του Αριστοτέλη που έζησε τον 4^{o} αιώνα π.Χ..

τόσες φορές όσες είναι οι οκτάβες που χρειάζεται να κατέβει για να σχηματιστεί το ζητούμενο διάστημα (π.χ. για τη δευτέρα μεγάλη C – D θα διαιρεθεί: $(3/2)^2$:2=9/8, κ.ο.κ.) (βλ. Παράδειγμα 2.1.2.1., όπου βρίσκονται και τα υπόλοιπα διαστήματα). Ένα διάστημα μπορεί να υπολογιστεί μέσα από τον κύκλο των πέμπτων ή για απλοποίηση των υπολογισμών, να υπολογιστεί με αφετηρία κάποιο άλλο διάστημα. Για παράδειγμα η τέταρτη καθαρή υπολογίζεται ως διαφορά πέμπτης καθαρής και δευτέρας μεγάλης. Επίσης, οι Πυθαγόρειοι υπολόγιζαν δύο ημιτόνια, το «λείμμα» (ή «έλασσον ημιτόνιο) και την «αποτομή» (ή «μείζων ημιτόνιο»). Η διαφορά τους είναι το «πυθαγόρειο κόμμα» το οποίο είναι ίσο προς τη διαφορά $(3/2)^{12}$ και $(2/1)^7$. Όταν ο υπολογισμός γίνεται κατά ανιούσες πέμπτες τα c#, d#, g#, a#, είναι κατά μία αποτομή υψηλότερα από τα c, d, g, a και κατά ένα λείμμα χαμηλότερα από τα d, e, a, h. Όταν αντίθετα ο υπολογισμός γίνεται κατά κατιούσες πέμπτες, τότε τα G ♭, E ♭, κ.ο.κ είναι κατά μια αποτομή χαμηλότερα από τα G, E, κ.ο.κ. και κατά ένα λείμμα υψηλότερα από τα F, D, κ.ο.κ.[45] Το επίτευγμα του μαθηματικού υπολογισμού των διαστημάτων έχει άμεση σχέση με την ιστορική εξέλιξη της αρχαίας ελληνικής φιλοσοφίας αφού οδήγησε στον αποχωρισμό της από την μαγική και θρησκευτική σκέψη και της έδωσε τις βάσεις για επιστημονικό στοχασμό.

[45] Δημήτρης Γιάννου, 91-92.



Παράδειγμα 2.1.2.1. Πυθαγόρειο σύστημα υπολογισμού των διαστημάτων. Πηγή: Δημήτρης Γιάννου, 93.

2.2 Χρυσή Αναλογία

Για να καταστεί κατανοητή η έννοια της χρυσής αναλογίας πρέπει πρώτα να οριστεί η έννοια της αναλογικότητας ή αναλογίας. Αναλογικότητα ορίζεται ως η αναγωγή δύο ή περισσότερων λόγων σε ένα, και μπορεί να αποτελείται από τέσσερις ή περισσότερους όρους, π.χ. $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$. Είναι δυνατό να υπάρξει αναλογικότητα με τρεις όρους αν εισαχθεί ένας όρος που θα είναι η διαφορά δύο από αυτών.[46] Οι φιλοσοφίες των αρχαίων μαθηματικών, αρχικά του Πυθαγόρα και αργότερα του Πλάτωνα και του Αριστοτέλη, υποδεικνύουν τρεις αναλογίες, την Αριθμητική, τη Γεωμετρική και την Αρμονική (ή Υπενάντιος). Οι Πυθαγόρειοι αναγνωρίζουν ακόμη τρεις, αναφερόμενες ως τέταρτη, πέμπτη και έκτη, οι οποίες επινοήθηκαν από τον Αρχύτα και τον Ίππασος τον Μεταποντίνο. Αργότερα, οι μεταγενέστεροι φιλόσοφοι του Πλάτωνα και του Αριστοτέλη, Μυωνίδης και Ευφράνορας, πρόσθεσαν ακόμη τέσσερις αναλογίες

[46] Χαράλαμπος Σπυρίδης, 218.

βασιζόμενοι στη τέλεια δεκάδα (Τετρακτύς) του Πυθαγόρα, όπου 1+2+3+4=10. Τέλος, ο Τζορντάνο Μπρούνο[47] πρόσθεσε και μία ενδέκατη.

α/α	**Ονομασία Αναλογικότητας**	**Μαθηματικός Ορισμός**	**Παράδειγμα αριθμητικό**
1	Αριθμητική	$\beta - \alpha = \gamma - \beta$	1, 2, 3
2	Γεωμετρική	$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{\gamma}{\beta}$	1, 2, 4
3	Αρμονική	$\frac{\gamma}{\alpha} = \frac{\gamma - \beta}{\beta - \alpha}$	3, 4, 6
4	Τέταρτη	$\frac{\gamma}{\alpha} = \frac{\beta - \alpha}{\gamma - \beta}$	3, 5, 6
5	Πέμπτη	$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{\beta - \alpha}{\gamma - \beta}$	2, 4, 5
6	Έκτη	$\frac{\gamma}{\beta} = \frac{\beta - \alpha}{\gamma - \beta}$	1, 4, 6
7	Έβδομη	$\frac{\gamma}{\alpha} = \frac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha}$	6, 8, 9
8	Όγδοη	$\frac{\gamma}{\alpha} = \frac{\gamma - \alpha}{\gamma - \beta}$	6, 7, 9
9	Ένατη	$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha}$	4, 6, 7
10	Δέκατη	$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{\gamma - \alpha}{\gamma - \beta}$	3, 5, 8
11	Του Τζορντάνο Μπρούνο	$\frac{\gamma}{\beta} = \frac{\gamma - \alpha}{\gamma - \beta}$	3, 4, 6

Παράδειγμα 2.2.1. Οι αναλογικότητες των Πυθαγόρειων και μετέπειτα φιλοσόφων. Πηγή: Χαράλαμπος Σπυρίδης, 220.

Η Δέκατη αναλογικότητα είναι κοινώς γνωστή ως Σειρά Fibonacci. Ο Λεονάρντο της Πίζας[48], ή διαφορετικά Fibonacci, ανακάλυψε τη συγκεκριμένη αριθμητική σειρά με τη χρήση του προβλήματος των κουνελιών. Το πρόβλημα

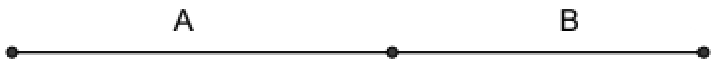
[47] Ο Τζορντάνο Μπρούνο ήταν φιλόσοφος, μαθηματικός, ποιητής και αστρονόμος και έζησε τον 16^{ο} αιώνα στην Ιταλία.

[48] Ο Λεονάρντο της Πίζας ήταν Ιταλός μαθηματικός που έζησε το 1170-1250 μ.Χ. και έμεινε στην ιστορία ως ο πιο ταλαντούχος Δυτικός μαθηματικός του Μεσαίωνα για τις πολυάριθμες καινοτομίες του.

αναζητεί τον αριθμό των κουνελιών μέσα σε n μήνες, δεδομένου ότι τα αρσενικά παράγουν ένα ζευγάρι κουνέλια των μήνα, οι απόγονοι τους χρειάζονται ένα μήνα για να φτάσουν σε αναπαραγωγική ωριμότητα και επίσης, είναι αθάνατα. Οι αριθμοί Fibonacci αντιπροσωπεύονται από την αναδρομική σχέση $F_{n=2} = F_{n+1} + F_n$. Όταν οι όροι τεθούν κατά αύξουσα σειρά ο κάθε όρος ισούται με το άθροισμα των δύο προηγούμενων του όρων. Γεννήτορες αριθμοί θεωρούνται το 1, 1, 2. Δηλαδή η σειρά είναι: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, κ.ο.κ. Εξετάζοντας την αναλογία των διαδοχικών αριθμών Fibonacci και καθώς αυξάνεται το n, η αναλογία του F_n/F_{n+1} πλησιάζει τη Χρυσή Τομή.[49]

Η Χρυσή Τομή[50] είναι μία σταθερά ή γεωμετρική ποσότητα, γνωστή από την αρχαιότητα, η οποία αποτελείται από το πηλίκο δύο συνεχόμενων αριθμών Fibonacci με αριθμητή τον μεγαλύτερο, και ισούται περίπου με 1.6180339887..., κοινώς αποδεκτό ως 1.618. Ο αντίστροφος αριθμός[51] της είναι το 0.618.[52] Αυτή η τιμή πήρε διάφορες ονομασίες ανά τους αιώνες, όπως Χρυσός Αριθμός «φ» (phi), από το αρχικό γράμμα του ονόματος του γλύπτη Φειδία[53], Χρυσή Αναλογία (Golden Ratio) και Θεία Αναλογία (Divine Proportion). Η διαίρεση μιας γραμμής σε δύο άνισα τμήματα ονομάζεται «χρυσή» όταν η σχέση του μήκους ολόκληρης της γραμμής προς το μήκος του μεγαλύτερου τμήματος της είναι ίσο με τη σχέση του μεγαλύτερου τμήματος προς αυτή του μικρότερου.

Δηλαδή: $\Phi = \frac{(A+B)}{A} = \frac{A}{B} = 1{,}618.$



Παράδειγμα 2.2.2. Διαίρεση μιας γραμμής σε δύο άνισα τμήματα.

---

[49] Birch Fett, "An In-depth Investigation of the Divine Ratio," *The Mathematics Enthusiast* Vol. 3, No. 2, Article 4 (July, 2006): 160, Accessed November 19, 2020. URL: https://scholarworks.umt.edu/tme/vol3/iss2/4.

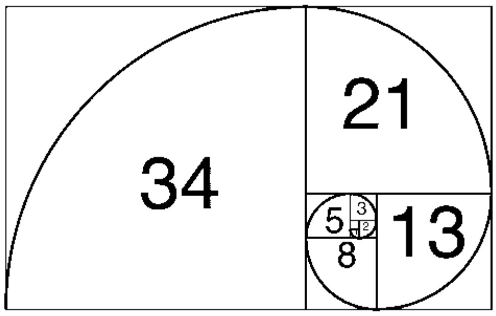
[50] Ο όρος «Χρυσή Τομή» διατυπώθηκε για πρώτη φορά από το Γερμανό μαθηματικό Martin Ohm το 1835.

[51] Ως προς τον πολλαπλασιασμό, ο αντίστροφος αριθμός ενός αριθμού x, είναι το αποτέλεσμα της πράξης 1/x ή x^{-1}.

[52] Η χρυσή τομή αποδεικνύεται να είναι ένας πολύ ξεχωριστός αριθμός, αφού όταν από το 1.618 αφαιρέσουμε τη μονάδα, προκύπτει ο αντίστροφος της αριθμός, δηλαδή 1.618-1=1/1.618=0.618.

[53] Ο Φειδίας ήταν Έλληνας γλύπτης που έζησε μεταξύ του 490 και 430 π.Χ. Στα έργα του συμπεριλαμβάνονται το *Αθηνά Παρθένος* που βρίσκεται στην Ακρόπολη των Αθηνών και το *Άγαλμα του Ολυμπίου Διός* που βρίσκεται στο Ιερόν της Ολυμπίας.

Οι Πυθαγόρειοι αρχικά μελέτησαν τη χρυσή τομή επειδή παρατήρησαν πως η συγκεκριμένη τιμή εμφανιζόταν συχνά στη Γεωμετρία. Απέδειξαν αργότερα ότι αυτή η τέλεια γεωμετρική συμμετρία μπορεί να βρεθεί και στη φύση σε πολλές μορφές, από τα μοτίβα των αναλογιών διάφορων φυτών και ζώων (ηλιοτρόπια, κουκουνάρια, όστρακα, κέρατα κριού, χαυλιόδοντες ελέφαντα κ.α.) μέχρι τη δομή των γαλαξιών και των εκατομμυρίων αστεριών του σύμπαντος. Ακόμη, παρατηρείται στη κατασκευή του ανθρώπινου σώματος, των οργάνων του, και στη δομή και στα μόρια του DNA. Το 1907 ο Γερμανός μαθηματικός G. Van Iterson απέδειξε ότι το ανθρώπινο μάτι μπορεί να αναγνωρίσει και να ξεχωρίσει πιο εύκολα μοτίβα από ελικοειδής σπείρες όταν τα διαδοχικά τους σημεία διαχωρίζονταν από τη Χρυσή Γωνία, η οποία είναι 137.5 μοίρες. Οι σπείρες αυτές αποτελούνταν από δεξιόστροφα ή αριστερόστροφα μοτίβα με διαδοχικούς αριθμούς Fibonacci.[54]



Παράδειγμα 2.2.3. Η λογαριθμική σπείρα αποτελείται από μία ακολουθία άπειρων “χρυσών” ορθογωνίων. Πηγή: https://www.pngegg.com/en/png-sbimp.

Η Χρυσή Τομή ακολουθεί τις βασικές δομές της συμμετρίας, έτσι μπορεί να πάρει αρκετές μορφές, όχι μόνο στις μαθηματικές επιστήμες, αλλά και στις τέχνες. Όσων αφορά τα έργα της τέχνης και της αρχιτεκτονικής, σύμφωνα με τον Ackermann, δεν υπάρχουν ίσες συμμετρίες, αλλά ο καλλιτέχνης πολλές φορές ασυνείδητα επιλέγει και τα «κτίζει» βάση των χρυσών αναλογιών. Η παράτυπη ανισότητα και ο ιδιότροπος διαχωρισμός είναι αισθητικά δυσάρεστα, ενώ οι χρυσές αναλογίες είναι ευχάριστες στο μάτι και στο χέρι, στην κατασκευή.[55] Η χρυσή αναλογία επηρέασε έντονα την κλασσική ελληνική αρχιτεκτονική[56], με πιο τρανό

[54] Birch Fett, 159.
[55] Ibid, 167.
[56] Η σημαντικότερη συνέπεια της πυθαγόρειας φιλοσοφίας στην αρχιτεκτονική ήταν η ανάπτυξη των «αρμονικών αναλογιών», μια αισθητική θεωρία που εξισώνει τις μουσικές με τις αρχιτεκτονικές

παράδειγμα τον Παρθενώνα, τον οποία σχεδίασε ο Φειδίας βασισμένος σε χρυσά ορθογώνια. Μέσα στον Παρθενώνα εξυψώνεται το άγαλμα της θεάς Αθηνάς, όπου το σώμα και το πρόσωπό της είναι κατασκευασμένο με τη χρήση χρυσών αναλογιών, όπως και σχεδόν όλα τα έργα της αρχαίας εποχής που παρουσιάζουν το ανθρώπινο σώμα. Ο Λεονάρντο ντα Βίντσι δημιούργησε πέντε έργα που πλησιάζουν στη χρυσή αναλογία: το ατελείωτο *St. Jerome*, δύο εκδοχές του *Madonna on the Rocks*, την αυτοπροσωπογραφία *a head of an old man* και τη *Mona Lisa*. Στο δυτικό κόσμο, η χρυσή τομή γίνεται ευρέως γνωστή με το έργο *De divina proportione* (1509) του μαθηματικού Luca Pacioli, το οποίο εικονογραφήθηκε από τον Λεονάρντο ντα Βίντσι. Ένας από τους ισχυρότερους υποστηρικτές της εφαρμογής της χρυσής αναλογίας στη τέχνη και την αρχιτεκτονική ήταν ο Λε Κορμπυζιέ[57], ο οποίος δημιούργησε την ανθρωπομετρική κλίμακα αναλογιών *Modulor*. Η γραφική αυτή κλίμακα αποτελεί πλέον τη βάση της σύγχρονης κατασκευαστικής σε όλο τον πλανήτη, και δεν παρέλειψε να επηρεάσει έντονα και το έργο του Ξενάκη.

Στο μουσικό κόσμο, η χρυσή αναλογία έχει έντονη παρουσία από τα χρόνια του Πυθαγόρα μέχρι και σήμερα, θελημένα από το μυαλό ή ασυνείδητα από το σώμα και τη ψυχή. Ο Γ. Σ. Μπαχ (1685-1750) εύρισκε μια γοητεία στα παιχνίδια μεταξύ των νοτών και των αριθμών. Το έργο του *The Chromatic Fantasy* (BWV 903/1) χωρίζεται σε δύο άνισα μέρη όπου το πρώτο δομείται από 195 τέταρτα και το δεύτερο από 121 τέταρτα, δηλαδή σύνολο 316. Η διαίρεση του συνόλου των τετάρτων με τα τέταρτα του πρώτου μέρους συμπίπτει με τη τιμή της Χρυσής Αναλογίας, $316 \div 195 = 1.621 \approx \varphi$. Ακόμη, αν διαιρεθεί το πρώτο μέρος με το δεύτερο, τότε $195 \div 121 = 1.61 \approx \varphi$. Η παλαιότερη σωζόμενη aria da capo του Μπαχ *Was mir behagt, ist nur die muntre Jagd* (Sprightly hunting is the only thing that makes me happy) (BWV 208), είναι χωρισμένη επίσης σε δύο μέρη στα οποία ο αριθμός των μέτρων αντιπροσωπεύει τη Σειρά Fibonacci και άρα με τη διαίρεση τους προκύπτει η Χρυσή Αναλογία. Ο Β. Α. Μότσαρτ (1756-1791) συνέθεσε 18 σονάτες για πιάνο όπου οι έξι μπορούν να χωριστούν με ακρίβεια από τη Χρυσή Αναλογία, αυτό σημειώνεται και από τον ίδιο με τη λέξη «golden» πάνω στην παρτιτούρα, και οι

αναλογίες. (Τ. Μπίρης, Κ. Δεμίρη, Σ. Τσιράκη, Γ. Αθανασόπουλος, Ά. Αγγέλου, *Αρχιτεκτονικές και μουσικές συμπορεύσεις, η αντίστιξη ως εργαλείο μουσικής και αρχιτεκτονικής σύνθεσης* (Αθήνα: Εκδόσεις Πατάκη, 2011), 23.)

[57] Ο ίδιος αναφέρει: «Τα περασμένα τριάντα χρόνια της ζωής μου η ουσία των μαθηματικών έρρεε μέσα στις φλέβες του έργου μου, τόσο ως αρχιτέκτονας όσο και ως ζωγράφος. Όσων αφορά τη μουσική όμως, ήταν πάντα παρών μέσα μου.» (Mario Livio, *The Golden Ratio: The Story of Phi, the World's Most Astonishing Number* (New York: Broadway Books, 2008), 173.)

οκτώ είναι πολύ κοντά στη τιμή της. Παρομοίως, από τις 17 σονάτες για πιάνο του Γ. Χάυντν (1732-1803) που μελετήθηκαν, τρεις περιλαμβάνουν τη Χρυσή Αναλογία ακριβώς και εννέα είναι αρκετά κοντά σε αυτήν.

Κοινή πορεία με τους προηγούμενους συνθέτες ακολουθεί και ο Λ. Β. Μπετόβεν (1770-1827). Στη *Συμφωνία No. 5* Op. 67,η πρώτη κίνηση αποτελείται από πέντε υποενότητες (έκθεση-ανάπτυξη-επανέκθεση-coda-codetta) όπου η κάθε μία από αυτές εμπεριέχει τη Χρυσή Αναλογία σε σχέση με τον αριθμό των μέτρων της ως προς τις υπόλοιπες, αλλά και τη διαίρεση ορισμένων αξίων ανά μέτρο. Το πρώτο έργο από τις 24 μινιατούρες για πιάνο του Φ. Σοπέν (1810-1849) με τίτλο *Preludes* Op. 28 (1839), έχει το αποκορύφωμα του στο μέτρο 21 και μετά ξανά στο μέτρο 34. Δύο αριθμοί της Σειράς Fibonacci, όπου $34 \div 21 \approx 1.618$. Επίσης, το ένατο έργο αποτελείται από 48 τέταρτα και το αποκορύφωμα γίνεται στο τέταρτο 29, όπου $48 \div 29 \approx 1.618$. Ο Κ. Ντεμπυσσύ (1862-1918), που οι μουσικές του ανακαλύψεις επηρέασαν έντονα πολλές γενιές συνθετών, χρησιμοποίησε τη χρυσή αναλογία σε αρκετές από τις συνθέσεις του. Όπως για παράδειγμα στο έργο για σόλο πιάνο *Reflets dans l'eau* (1905), τα τρία συμφωνικά σκίτσα *Lamer* (1903-1905) και το *Jardins sous la Pluie* (1903) για πιάνο. Και στα τρία η χρυσή αναλογία φαίνεται στη σχέση των αριθμών των μέτρων με τη θέση της αποκορύφωσης στο κομμάτι. Ο Μ. Μπάρτοκ (1881-1945) συνέθεσε το έργο *Sonata for two Pianos and Percussion* (1937) το οποίο αποτελείται από τρεις ενότητες, η κάθε μία από τις οποίες χωρίζεται σε τρεις υποενότητες με τη χρήση χρυσών αναλογιών. Το ίδιο ισχύει και για το έργο *Music for Strings, Percussion and Celesta* (1936) όπου τα διάφορα θέματα αναπτύσσονται σε σχέση με τα ημιτόνια τους, με αριθμούς Fibonacci. Επιπρόσθετα, η χρυσή αναλογία παρατηρείται και σε έργα του Μεσιάν, αλλά όταν ρωτήθηκε πάνω σε αυτό το 1978 απέρριψε τη χρήση της.

Η Χρυσή Αναλογία, και η Σειρά Fibonacci, επηρέασαν την ανάπτυξη της κατασκευής μουσικών οργάνων σε μεγάλο βαθμό. Στο πιάνο, μία οκτάβα αποτελείται από 13 πλήκτρα, 8 λευκά και 5 μαύρα τα οποία δημιουργούν μια ομάδα από δύο και μια άλλη από τρία. Οι αριθμοί 2, 3, 5, 8 και 13 είναι συνεχόμενοι αριθμοί Fibonacci. Επίσης, οι διαστάσεις που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή ενός βιολιού αντιστοιχούν με το φ. Τέλος, το τυπικό κούρδισμα των οργάνων είναι τα 440hz, όπου $8 \times 55 = 440$, και οι αριθμοί 8 και 55 ανήκουν στη Σειρά Fibonacci.

3. ΑΛΓΟΡΙΘΜΙΚΕΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ ΣΤΑ ΕΡΓΑ ΤΟΥ ΞΕΝΑΚΗ

«Καθετί που είναι κανόνας, επαναλαμβανόμενος περιορισμός, αποτελεί μία νοητική μηχανή, μια μικρή “φανταστική μηχανή”, θα έλεγε ο Φιλιπό, μια επιλογή, ένα σύνολο αποφάσεων. Ένα μουσικό έργο μπορεί να αποσυντεθεί σε ένα πλήθος νοητικών μηχανών. Ένα μελωδικό θέμα μιας συμφωνίας είναι μια μήτρα, μια νοητική μηχανή, όπως και η δομή του.»[58] Λόγια του Ξενάκη από το βιβλίο του *Musiques Formelles*[59], τα οποία υποδεικνύουν τη σημαντικότητα που έδινε στην ύπαρξη κανόνων και αλγορίθμων ως μέρος της συνθετικής διαδικασίας. Παρακάτω γίνεται μία προσπάθεια ανάδειξης μερικών από αυτών των μηχανισμών, μέσω μουσικών αναλύσεων των έργων του.

3.1 Χρυσή Τομή και Σειρά Fibonacci

Όπως προαναφέρθηκε, η Χρυσή Τομή και η Σειρά Fibonacci ενδιέφεραν έντονα τον Ξενάκη αφού υποστήριζαν την αναλογία της φύσης με τη μουσική, σε αντίθεση με τη χρήση στείρων υπολογισμών χωρίς ουσία. Για να εξηγήσει τη χρήση των δύο αυτών μαθηματικών εννοιών, ο ίδιος αναφέρει στον πρόλογο της παρτιτούρας του έργου *Θυσία*: «Ο χρυσός κανόνας αποτελεί βιολογικό νόμο της ανάπτυξης. Υπάρχει στις αναλογίες του ανθρώπινου σώματος, π.χ. η αναλογία του ύψους της κεφαλής και του πλέγματος των νεύρων ισούται με τον χρυσό αριθμό, οι φάλαγγες των δακτύλων, τα κόκκαλα του χεριού και των ποδιών έχουν ως αναλογία τον χρυσό αριθμό. Οι μουσικές διάρκειες δημιουργούνται από εκφορτώσεις των μυών που βάζουν σε λειτουργία τα ανθρώπινα μέλη. Είναι προφανές ότι οι κινήσεις τους τείνουν να πραγματοποιούνται σε χρονικά διαστήματα ανάλογα με αυτούς τους αριθμούς. Εξού και το πόρισμα: οι διάρκειες που έχουν ως αναλογία το χρυσό αριθμό είναι πιο φυσιολογικές για τις κινήσεις του ανθρώπινου σώματος.»[60]

Το *Θυσία* αποτελεί το πρώτο έργο το οποίο συνέθεσε βασισμένος σε ένα μηχανισμό-αλγόριθμο, ο οποίος σε συνδυασμό με την εισαγωγή μερικών δεδομένων διαμορφώνει και ολοκληρώνει το έργο. Ο μηχανισμός του συγκεκριμένου έργου χρησιμοποιεί οκτώ τονικά ύψη τα οποία κινούνται πάντα στην ίδια τονική έκταση το

[58] Iannis Xenakis, *Formalized Music: Thought and Mathematics in Music*, 132.

[59] Σύμφωνα με τον Kanach, είναι πιθανό ο αρχικός τίτλος του *Musiques Formelles* να ήταν *Mécanisme d' une musique* (Μηχανισμός μιας μουσικής). (Sharon Kanach, "The Writings of Iannis Xenakis (Starting with "Formalized Music")." *Perspectives of New Music* Vol. 41, No. 1 (Winter, 2003): 155. Accessed December 11, 2020. URL: http://www.jstor.org/stable/25164509.)

[60] Μάκης Σολωμός, 191.

καθένα, και τα οποία παραλλάσσονται με συγγενικά τονικά ύψη ή με γκλισάντι σε μικρά διαστήματα. Το κάθε τονικό ύψος συνδυάζεται με μια διαφορετική διάρκεια που αντιστοιχεί σε ένα από τους αρχικούς όρους της σειράς Fibonacci (1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34). Δηλαδή δέκατο έκτο (1), όγδοο (2), όγδοο παρεστιγμένο (3), κ.ο.κ. Σύμφωνα με την ανάλυση του Σολωμού για το έργο, στην αρχή του, κάθε τονικό ύψος έχει πάντα την ίδια διάρκεια ανάλογα με τη φύση του ήχου, δηλαδή ο πιο βαθύς ήχος έχει τον πιο αργό ρυθμό, ο πιο οξύς τον πιο γρήγορο κ.ο.κ. Από το μ. 38 και έπειτα, τα ύψη ανταλλάζουν τις διάρκειες τους ελαττώνοντας είτε προοδευτικά είτε βίαια, και έπειτα αυξάνοντας με άνισο τρόπο. Το Παράδειγμα 3.1.1 περιγράφει την εξέλιξη του μηχανισμού καταγράφοντας τις διάρκειες που έχει κάθε τονικό ύψος και τον αριθμό επανάληψης του, για παράδειγμα το μι, ο πιο βαθύς φθόγγος, από το μ. 1 και μετά παίζεται οκτώ φορές με ρυθμό που συνιστάται από 34 δέκατα έκτα, ακολούθως από το μ. 38 παίζεται τρεις φορές με ρυθμό που συνιστάται από 21 δέκατα έκτα κ.ο.κ. Οι οριζόντιες γραμμές του πίνακα παρουσιάζουν την διαίρεση του κομματιού καθώς εξελίσσεται ο μηχανισμός. Αν και ο μηχανισμός του συγκεκριμένου έργου είναι γιγάντιος, χαρακτηρίστηκε από αρκετούς άκαμπτος και απλοϊκός. Ο Mâche γράφει: «παρόλη τη διαφοροποίηση που επιφέρουν οι συνδυασμοί των χρονικών αξιών τις οποίες ήδη αντιμετωπίζει ως νέφη μεταβλητής πυκνότητας, το έργο αποφεύγει έναν κάποιο στατικό μηχανισμό, λες και η πιο ιερή στιγμή της “διαβατήριας τελετής” επέβαλε τον θάνατο του παλαιού ανθρώπου, του ανθρώπου του “φολκλόρ” και τον εξαγνισμό μέσα από τη φωτιά των μαθηματικών».[61]

[61] Μάκης Σολωμός, 187, 188, 211.

μέτρα	μι	σολ	σιb	λαb	φα#	σι	ντο	λα
1	34x8							
3		21x13	13x16					
8				8x23				
11						3x64		
20					5x34			
23							2x38	1x42
38	21x3							
41		13x1						
45	13x2							
46			8x1					
47		5x17						
48	8x13		3x33	2x12				
63	1x16	2x22			3x1		5x8	
64				5x5	2x8			
65								8x8
73	8x1	5x1		2x1	5x5		2x10	1x19
74	34x1	21x1	13x1	8x3				
76	1x25	2x35	3x30					
77					1x19	2x28	3x20	
78				5x3				
79								5x4
87					5x4	3x5	2x5	1x3
89	34x1		13x1	8x1				
90		21x1						
92	1x17	2x9	3x5	5x4	8x5	13x5	21x5	34x4
93			21x1					
95		13x1						
96	34x3	21x4	8x1	3x1				
97			13x3					
99				8x1				
103			8x1			8x1		

Παράδειγμα 3.1.1. Ο μηχανισμός του έργου *Θυσία*. Πηγή: Μάκης Σολωμός, 189.

Ένα άλλο παράδειγμα για τη χρήση της σειράς Fibonacci στη μουσική του Ξενάκη, αν και σε μικρότερη κλίμακα, είναι το έργο *Ζυγιά*. Η αρχή του συγκεκριμένου έργου απαρτίζεται από επαναλήψεις φθόγγων στο πιάνο, οι οποίοι είναι τονισμένοι κάθε 13, 8, 5, 3, 2, 1, 2, 3, 5, 7 και 11 επαναλήψεις. Οι αριθμοί 7 και 11 θεωρούνται θελημένες παρεκκλίσεις, γεγονός που παρατηρείται συχνά στις συνθέσεις του. Επίσης, ένα μεγάλο τμήμα του έργου συνδυάζει τονικά ύψη τα οποία αντιστοιχούν με τους πρώτους όρους της ακολουθίας. Στο μ. 116 οι μελωδίες της σοπράνο και της χορωδίας σταματάνε και το πιάνο παίζει για 50 μέτρα τέσσερις φθόγγους που έχουν διάρκεια 1, 2, 3 και 5 δέκατα έκτα. (βλ. Παράδειγμα 3.1.2.)

Παράδειγμα 3.1.2. *Ζυγιά*: μ. 116-129: πιάνο. Πηγή: Μάκης Σολωμός, 25.

Στο *Μεταστάσεις*, ο Ξενάκης ασχολείται πλέον με την ύπαρξη αναλογίας στο σύνολο της μορφής του έργου, και όχι στα μουσικά του μικρογεγονότα. Η αρχή του περιλαμβάνει 55 μέτρα στα οποία παίζουν μόνο έγχορδα και διαιρούνται σε: 34 που παίζουν γκλισάντι και 21 που έχουν στάσιμους φθόγγους. Τα 21 τελευταία μέτρα αποτελούνται από: 13 με στάσιμους φθόγγους χωρίς τρέμολο, τα οποία υποδιαιρούνται σε 8 με μαζικούς στάσιμους φθόγγους και 5 με στάσιμους και μεμονωμένα πιτσικάτα, και τέλος, 8 μέτρα με στάσιμους φθόγγους με τρέμολο. Δηλαδή, χρησιμοποιούνται οι παρακάτω αριθμοί Fibonacci οι οποίοι αντιπροσωπεύουν τους αριθμούς των μέτρων: 5, 8, 13, 21, 34, 55.

3.2 Πιθανοτικός Λογισμός

Ο Πιθανοτικός Λογισμός έχει τη βάση του στη Θεωρία των Πιθανοτήτων η οποία ανήκει στον κλάδο των μαθηματικών που ασχολείται με την ανάλυση και κατανόηση προβλημάτων του τυχαίου.[62] Στα τέλη του 19ου αιώνα η θεωρία των πιθανοτήτων εισήχθη για πρώτη φορά στη φυσική, μέσω της κινητικής θεωρίας των αερίων, όταν οι φυσικοί επιστήμονες δημιούργησαν την επιστήμη της στατιστικής με σκοπό να περιγράψουν τη συμπεριφορά ενός τεράστιου πλήθους σωματιδίων. Ο συνδυασμός του τυχαίου και της επιστήμης προβληματίζει τον Ξενάκη ως προς την πιθανότητα ύπαρξης γεγονότων χωρίς αίτιο, δηλαδή την δημιουργία εκ του μηδενός. Κάτι που τον οδηγεί στην έννοια της στοχαστικής σκέψης και τελικά στη γέννηση της

[62] Τον 16ο αιώνα, οι Ιταλοί Μαθηματικοί Gerolamo Cardano (1501-1576) και Galileo Galilei (1564-1642), συνέβαλαν στην ανάπτυξη του κλάδου αναλύοντας παιχνίδια τύχης. Ωστόσο, η θεμελίωση της θεωρίας πιθανοτήτων έγινε το 1654, από τους Pierre de Fermat (1601-1665), και Blaise Pascal (1623-1662).

«στοχαστικής μουσικής»[63]. Για να εξηγήσει την επιλογή του συγκεκριμένου όρου αναφέρει στο βιβλίο του *Musiques Formelles*: «η ερμηνεία του κόσμου και, κατά συνέπεια, των ηχητικών φαινομένων που μας περιβάλλουν ή που μπορούν να δημιουργηθούν, απαιτούσε και επωφελείτο από τη μεγέθυνση της αιτιακής αρχής της οποίας η βάση σχηματίζεται από το νόμο του μεγαλύτερου αριθμού. Ο νόμος αυτός υποδηλώνει μια ασυμπτωτική εξέλιξη προς ένα σταθερό σκοπό, προς ένα είδος «στόχου», από όπου προέρχεται το επίθετο στοχαστικός».[64] Έτσι, δημιουργεί ένα ηχητικό περιβάλλον το οποίο χρησιμοποιεί ένα τεράστιο αριθμό στοιχείων-γεγονότων, είναι αυστηρά καθορισμένο στο εξωτερικό του και πιο ελεύθερο στις εσωτερικές του λεπτομέρειες.[65]

3.2.1 Θεωρία Πιθανοτήτων

Η θεωρία των πιθανοτήτων, παρόλο που έρρεε στη μουσική του 20ου αιώνα, απέκτησε ξεκάθαρη υπόσταση ως μηχανισμός σύνθεσης στα χέρια του Ξενάκη. Μέσω της θεωρίας των πιθανοτήτων και της ιδέας της μάζας, η μουσική δομείται σε έναν ομοιογενή χώρο ο οποίος ρυθμίζεται βάση της έννοιας της πυκνότητας. Ο Ξενάκης στηρίζεται στην κινητική θεωρία των αερίων, και δημιουργεί την παραβολή των αερίων για την οποία αναφέρει: «Ας ταυτίσουμε τους στιγμιαίους ήχους, λόγου χάρη, τα πιτσικάτα, με τα μόρια. Προκύπτει ένας ομοιόμορφος μετασχηματισμός από τον τομέα της φυσικής στον ηχητικό τομέα. Σημασία έχει το μαζικό αποτέλεσμα και η εξέλιξη των μαζών όταν οι στιγμιαίοι ήχοι ανέρχονται σε μεγάλη ποσότητα»[66]. Κατ’ αυτόν τον τρόπο οι νόμοι των αερίων εφαρμόζονται και ολοκληρώνουν το μουσικό υλικό αφού μία μάζα στιγμιαίων ήχων ταυτίζεται με ένα αέριο και την κατάσταση του.

Το πρώτο έργο στο οποίο εφάρμοσε τη θεωρία είναι το *Πιθόπρακτα* («Πιθο» από το «πιθανότητα» + «πράξη»), για ορχήστρα 46 εγχόρδων, το οποίο αποτελείται από πολυάριθμες και πλούσιες ηχητικές μάζες. Στη συγκεκριμένη παρτιτούρα, αλλά και στα υπόλοιπα γραπτά του, αναφέρεται σε αυτές με όρους όπως «νέφη ήχων» (clouds of sound) και «διαμορφώσεις γαλαξιών». Στα μ. 122-171 τα 46 έγχορδα

---

[63] Ο όρος «στοχαστικός» χρησιμοποιήθηκε πρώτη φορά τον 18ο αιώνα από τον Γιάκομπ Μπερνούλι και αναφέρεται στον νόμο των μεγάλων αριθμών, ο οποίος ορίζει ότι όσο αυξάνεται το πλήθος των γεγονότων ενός φαινομένου τόσο αυτό τείνει προς ένα στόχο.

[64] Iannis Xenakis, *Formalized Music: Thought and Mathematics in Music*, 4.

[65] Σε αντίθεση με τους σειραϊστές συνθέτες, με τους οποίους είχε έρθει σε ρήξη το 1955, όπου επικεντρώνονται στην επεξεργασία της λεπτομέρειας και δεν στοχεύουν σε ένα συνολικό αποτέλεσμα.

[66] Μάκης Σολωμός, 31.

δημιουργούν έξι ομάδες ηχοχρωμάτων που υπερτίθενται η μία στην άλλη ως παράλληλοι κόσμοι, όπου η μάζα τους στην επιφάνεια μοιάζει στατική αλλά στο εσωτερικό της σφύζει από πληθωρική ζωντάνια.[67] Άξια αναφοράς είναι τα μ. 172-179 όπου το κάθε ένα έγχορδο όργανο ακολουθεί τη δική του γραμμική μελωδική πορεία, π.χ. η μελωδία του βιολιού Ι.1 αποτελείται μόνο από κατιόντες φθόγγους και του κοντραμπάσου 6 από ανιόντες. Δημιουργείται έτσι ένα περιβάλλον προοδευτικής μεταμόρφωσης της τονικής έκτασης το οποίο σχηματίζει μάζες από μελωδικές καμπύλες. Αυτή είναι και η ουσία του τρόπου με τον οποίο διαμορφώνει τις ηχητικές μάζες, ότι δηλαδή υπάρχει μια συνολική γραμμική μεταμόρφωση η οποία όμως δεν παραμελεί τις εσωτερικές λεπτομέρειες του έργου.

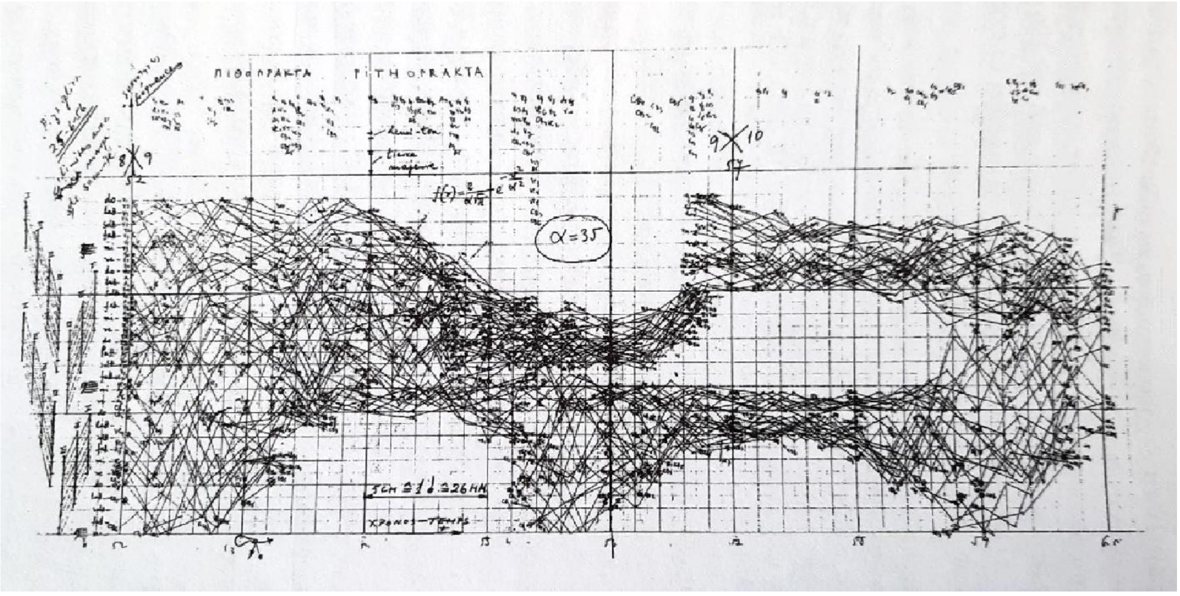
Τα πολυσυζητημένα μ. 52-59 παρουσιάζουν την κατανομή 1148 πιτσικάτων και γκλισάντο των εγχόρδων των οποίων τα τονικά ύψη, οι διάρκειες και οι κλίσεις των γκλισάντι ορίζονται από τον λογισμό των πιθανοτήτων. Ο Ξενάκης δημιουργεί για την κατανομή ένα σχέδιο στο οποίο το κάθε έγχορδο όργανο αντιπροσωπεύεται από μια ακανόνιστη γραμμή. Η κάθε μια από τις γραμμές αντιπροσωπεύει μια ταχύτητα που λαμβάνεται από τον πίνακα πιθανοτήτων ο οποίος υπολογίζεται από τον τύπο:

$$f(u) = \frac{2}{\alpha\sqrt{\pi}} e^{-u^2/a^2}$$

Η γραφική παράσταση του Παραδείγματος 3.2.1.1, όπως υποδεικνύει ο Ξενάκης στο *Musiques Formelles*, αντιπροσωπεύει μια ομάδα από ταχύτητες θερμοκρασιών ίσες με α=35, οι οποίες έχουν αναλογία μονάδας χρόνου 5cm=26MM (Malzel Metronome). Αυτή η μονάδα διαχωρίζεται σε τρία, τέσσερα και πέντε ίσα μέρη αφήνοντας πολύ λίγα περιθώρια για διαφορές στη διάρκεια των νοτών. Τα τονικά ύψη σχεδιάζονται με μονάδα 1 ημιτόνιο=0,25cm, άρα 1cm στην κατακόρυφη κλίμακα αντιστοιχεί με μια τρίτη μεγάλη. Συνολικά, οι 1148 ταχύτητες δημιουργούν μια ηχητική ένωση στην οποία: 1) οι διάρκειες δεν διαφέρουν 2) η μάζα των τονικών υψών διαμορφώνεται ελεύθερα 3) η πυκνότητα του ήχου σε κάθε στιγμή είναι σταθερή 4) η δυναμική ff δεν υπόκειται σε αλλαγές 5) το ηχόχρωμα είναι σταθερό 6)

[67] Μάκης Σολωμός, 30.

οι ταχύτητες καθορίζουν μια “θερμοκρασία” η οποία έχει διακυμάνσεις και η κατανομή τους συμπίπτει με την Κατανομή Gauss (βλ. 3.2.3).



Παράδειγμα 3.2.1.1. *Πιθόπρακτα*: το σχέδιο του Ξενάκη για τα πιτσικάτα-γκλισάντι των 46 εγχόρδων: μ. 52-59. Πηγή: Μάκης Σολωμός, 32.

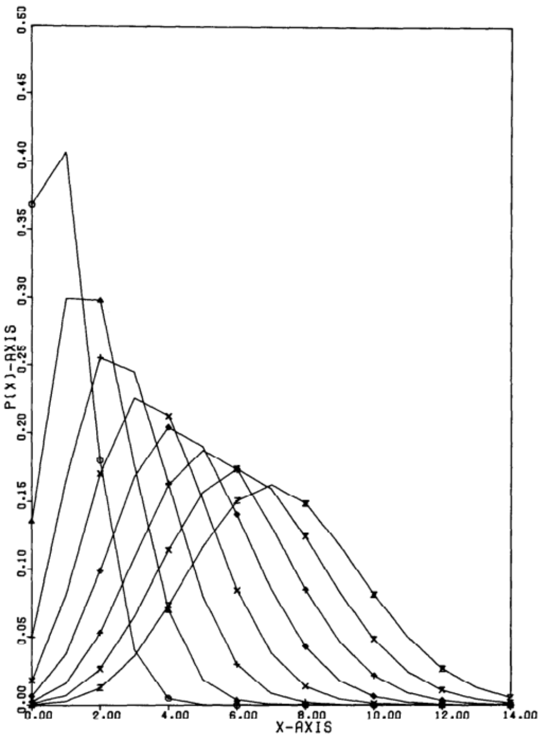
3.2.2 Κατανομή Poisson

Ένας άλλος αλγοριθμικός μηχανισμός που χρησιμοποιεί είναι η κατανομή Poisson, η οποία είναι η κατανομή των σπάνιων γεγονότων και χρησιμοποιείται, όταν ενδιαφέρει να μετρηθεί ο αριθμός των «συμβάντων» στη μονάδα μέτρησης, που έχει ορίσει ο ερευνητής. Η συνάρτηση πιθανότητας της κατανομής Poisson δίνεται από τη σχέση:

$$p(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

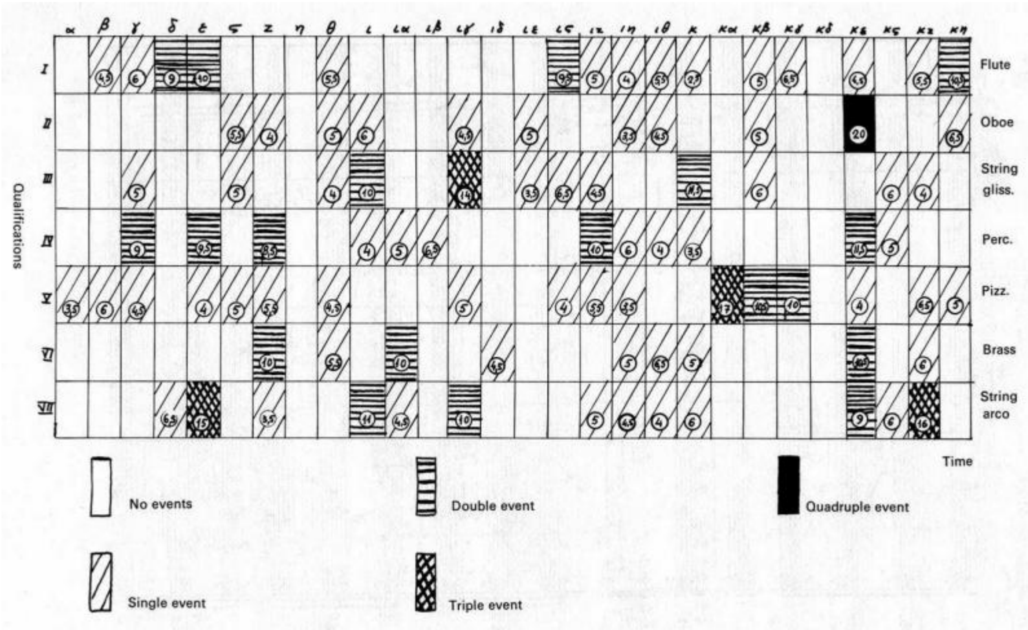
Όπου: $p(x)$ η πιθανότητα x δεδομένου του λ, $\lambda > 0$ ο αναμενόμενος (μέσος) αριθμός συμβάντων, $e \approx 2.71828$ η βάση φυσικών λογαρίθμων, $x = 0,1$ ο αριθμός συμβάντων ανά μονάδα.[68]

[68] Φωτεινή Κολυβά-Μαχαίρα και Σταύρος Α. Χατζόπουλος. *Μαθηματική Στατιστική: Έλεγχοι Υποθέσεων* (Αθήνα: Σύνδεσμος Ελληνικών Ακαδημαϊκών Βιβλιοθηκών, 2015), 16. URL: http://hdl.handle.net/11419/1899.



Παράδειγμα 3.2.2.1. Η γραφική παράσταση της κατανομής Poisson για διαφορετικές τιμές του λ. Πηγή: P. C. Consul and G. C., "A Generalization of the Poisson Distribution." *Technometrics,* Vol: 15, No: 4 (1973): 794. Accessed January 14, 2021. DOI: 10.1080/00401706.1973.10489112.

Κομβικό έργο για τη χρήση της πιο πάνω κατανομής στη συνθετική διαδικασία είναι το *Ἀχορρίψεις* (ἄχος + ῥίψις = πίδακες ήχου), για 21 όργανα, το οποίο κατατάσσεται από τον Ξενάκη στην κατηγορία της στοχαστικής μουσικής. Στόχος της είναι να διατηρήσει τη μεγαλύτερης δυνατή ασυμμετρία και ταυτόχρονα την ύπαρξη των λιγότερων δυνατών περιορισμών, αιτιοτήτων και κανόνων. Στο πρώτο κεφάλαιο του *Musiques Formelles*, δίνει μια λεπτομερή περιγραφή της διαδικασίας που ακολούθησε, θέτοντας την εξής αρχική υπόθεση με μόνο δύο περιορισμούς: 1) έστω ότι υπάρχουν σε ένα δεδομένο χώρο μουσικά όργανα και άνθρωποι, και 2) υπάρχει τρόπος επαφής μεταξύ ανθρώπων και οργάνων, που επιτρέπουν την εκπομπή σπάνιων ηχητικών γεγονότων. Αυτά τα σπάνια ηχητικά γεγονότα, αναφέρει ο Ξενάκης, μπορούν να είναι κάτι περισσότερο από απομονωμένους ήχους. Μπορούν να είναι μελωδικές φιγούρες, κυτταρικές δομές ή οικισμοί των οποίων τα χαρακτηριστικά διέπονται από τους νόμους της τύχης, για παράδειγμα, σύννεφα σημείων ήχου ή θερμοκρασίες-ταχύτητες. Σε κάθε περίπτωση αποτελούν δείγμα μίας διαδοχής σπάνιων ηχητικών γεγονότων.[69] Τα γεγονότα αναπαρίστανται στον πιο κάτω πίνακα Matrix.



Παράδειγμα 3.2.2.2. Ο πίνακας του έργου *Ἀχορρίψεις*. Πηγή: Iannis Xenakis, *Formalized Music: Thought and Mathematics in Music*, 28.

Ο Ξενάκης επιλέγει τρεις παραμέτρους με τους οποίους εξελίσσεται η διαδικασία της σύνθεσης του έργου και δομείται ο πίνακας Matrix. Οι παράμετροι είναι οι εξής: 1) η διαδικασία θα βασιστεί στην κατανομή Poisson 2) η σταθερά λ, δηλαδή ο μέσος αριθμός γεγονότων, θα είναι ίση με 0.6 3) ο αριθμός τον κελιών του πίνακα θα είναι 196, των στηλών 28 και των γραμμών 7. Οι 28 στήλες απεικονίζουν τις 28 μονάδες χρόνου στις οποίες υποδιαιρούνται τα 182 μέτρα και ο συνολικός χρόνος του έργου, ο οποίος είναι 7 λεπτά. Επομένως κάθε μία από τις μονάδες χρόνου έχουν διάρκεια 15 δευτερόλεπτα, που αντιστοιχεί σε 6.5 μέτρα όταν το τέμπο είναι 𝅗𝅥=52. Οι 7 γραμμές τις ηχοχρωματικές κλάσεις, όπου η κάθε μία περιλαμβάνει ένα ηχοχρωματικό σύνολο οργάνων. Συγκεκριμένα: 1) φλάουτο (πίκολο σε Μιb, κλαρινέτο, μπάσο κλαρινέτο) 2) όμποε (όμποε, φαγκότο, κοντραφαγκότο) 3) έγχορδα γκλισάντο (βιολί, βιολοντσέλο, κοντραμπάσο) 4) κρουστά (ξυλόφωνο, woodblock, γκρανκάσα) 5) πιτσικάτο (βιολί, βιολοντσέλο, κοντραμπάσο) 6) χάλκινα (2 τρομπέτες, τρομπόνι) 7) έγχορδα arco (βιολί, βιολοντσέλο, κοντραμπάσο).

[69] Iannis Xenakis, *Formalized Music: Thought and Mathematics in Music*, 24-25.

Μέσω των κελιών διαχωρίζει τα μουσικά γεγονότα στον χρόνο. Αρχικά μοιράζονται ανάλογα με την πυκνότητα τους σε μηδενικά, μονά, διπλά, τριπλά, τετραπλά και πενταπλά. Με τη χρήση της παραδοχής $\lambda = 0.6$ υπολογίζεται η πιθανότητα να συμβεί ένα μονό, διπλό,… πενταπλό γεγονός εφαρμόζοντας τον τύπο του Poisson, όπου $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$. Έτσι, καταλήγει στις πιο κάτω πιθανότητες:

$$P(0) = 0.5488$$

$$P(1) = 0.3293$$

$$P(2) = 0.0988$$

$$P(3) = 0.0199$$

$$P(4) = 0.0030$$

$$P(5) = 0.0004$$

Πολλαπλασιάζοντας αυτές με τον συνολικό αριθμό των κελιών $n = 196$ και στρογγυλοποιώντας τους αριθμούς καταλήγει στον αριθμό των κελιών που έχουν 0, 1, 2, 3, 4, ή 5 μουσικά γεγονότα. Δηλαδή:

$$n(0) \approx 107$$

$$n(1) \approx 65$$

$$n(2) \approx 19$$

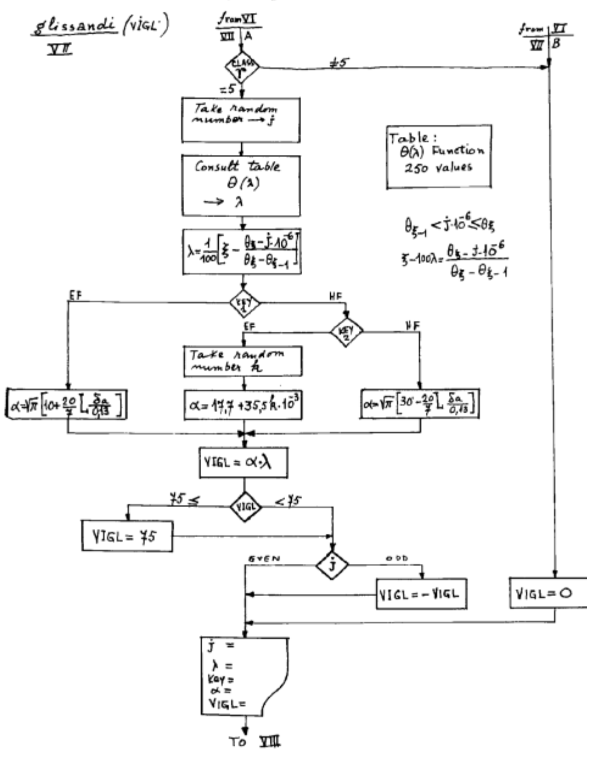
$$n(3) \approx 4$$

$$n(4) \approx 1$$

$$n(5) \approx 0$$

Αφού έχει υπολογίσει τις συχνότητες, δηλαδή το πόσες φορές θα εμφανιστεί το κάθε είδος γεγονότος στον πίνακα, προχωράει στο πώς αυτά θα κατανεμηθούν σε συγκεκριμένες θέσεις του πίνακα. Η νέα παραδοχή αφορά στο να κατανεμηθούν τα μηδενικά, μονά, διπλά, τριπλά και τετραπλά γεγονότα στις 28 στήλες και στις 7 γραμμές, σύμφωνα με τον νόμο του Poisson. Για την οργάνωση των ήχων μέσα στο κάθε κελί ο Ξενάκης θέτει τρεις μουσικές παραμέτρους και πάλι με τη χρήση του πιθανοτικού λογισμού. Αυτοί είναι: 1) ο χρόνος ανάμεσα στα διαδοχικά ηχητικά γεγονότα 2) το διάστημα μεταξύ διαδοχικών φθόγγων 3) η ταχύτητα του γκλισάντο στα κελιά της ηχοχρωματικής κλάσης που ονόμασε «έγχορδα γκλισάντο». Όσων αφορά την πρώτη παράμετρο, ο Ξενάκης θεωρεί ότι ο χρόνος είναι μια γραμμή και κάθε στιγμή που ξεκινάει ένα ηχητικό γεγονός είναι ένα σημείο πάνω σε αυτήν. Χρησιμοποιεί την εκθετική κατανομή για να υπολογίσει τη διάρκεια των γεγονότων στο κάθε κελί, ορίζοντας το μήκος της γραμμής των ήχων. Με παρόμοιο τρόπο υπολογίζει την πιθανότητα της δεύτερης παραμέτρου, με τη διαφορά ότι χρησιμοποιεί τη γραμμική κατανομή και βασίζεται στο διάστημα των σημείων δύο διαδοχικών φθόγγων. Για την τρίτη παράμετρο χρησιμοποιεί την κατανομή Gauss, η οποία θα αναλυθεί παρακάτω, έτσι ώστε να υπολογίσει το πώς θα εξελιχθεί το τονικό ύψος σε αναλογία με τον χρόνο.

Οι πολυάριθμες μαθηματικές πράξεις, όπως και το διάγραμμα ροής που έφτιαξε αργότερα, έγιναν από τον Ξενάκη στο χέρι, αφού δεν είχε στη διάθεση του ηλεκτρονικό υπολογιστή. Οι υπολογισμοί των τιμών, αλλά και η μετάφρασή τους στη συμβατική μουσική σημειογραφία, ήταν μια χρονοβόρα και πολύπλοκη διαδικασία, η οποία καθιστά το *Άχορρίψεις* ένα εντυπωσιακό και πρωτοποριακό κατασκεύασμα.



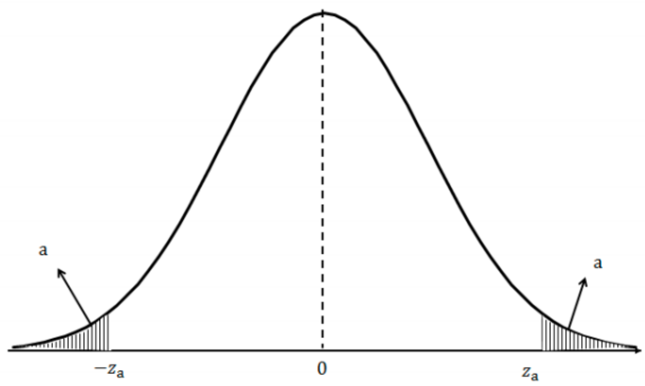
Παράδειγμα 3.2.2.3. Απόσπασμα από το πρώτο διάγραμμα ροής του *Άχορρίψεις*. Πηγή: Iannis Xenakis, *Formalized Music: Thought and Mathematics in Music*, 135.

3.2.3 Κατανομή Gauss

Η κατανομή Gauss, ή διαφορετικά Κανονική κατανομή, είναι από τις σπουδαιότερες κατανομές. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι πολλές τυχαίες μεταβλητές (φαινόμενα στη φύση) ακολουθούν τη συγκεκριμένη κατανομή. Επιπλέον, για μεγάλα δείγματα ισχύουν τα κεντρικά οριακά θεωρήματα, με συνέπεια πολλές κατανομές να συγκλίνουν στην κανονική κατανομή. Η γραφική παράσταση της συνεχούς συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας της κανονικής κατανομής είναι μια καμπανοειδής συμμετρική καμπύλη και δίνεται από τη σχέση:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Όπου: μ, σ είναι οι παράμετροι της κατανομής, με $-\infty < \mu < +\infty$ και $\sigma > 0$.[70]



Παράδειγμα 3.2.3.1. Η γραφική παράσταση της κατανομής Gauss. Πηγή: Φωτεινή Κολυβά-Μαχαίρα και Σταύρος Α. Χατζόπουλος, 19.

Ο Ξενάκης χρησιμοποιεί έντονα την κατανομή Gauss στο μηχανισμό σύνθεσης των έξι στοχαστικών έργων του κύκλου *ST*, η οποία δημιουργήθηκε με τη βοήθεια ηλεκτρονικού υπολογιστή. Το πρόγραμμα *ST* γραμμένο σε Fortran IV (βλ. Παράδειγμα 3.2.3.2.) παρήγαγε παραμέτρους από τις σταθερές των δεδομένων του *Άχορρίψεις*, τις οποίες κατέγραψε σε διάγραμμα ροής (βλ. Παράδειγμα 3.2.2.3.). Συγκεκριμένα στο *ST/10, 1-080262*, για δέκα όργανα διάρκειας περίπου 12 λεπτών,

[70] Φωτεινή Κολυβά-Μαχαίρα και Σταύρος Α. Χατζόπουλος, 18.

προτείνει τη δημιουργία μιας μουσικής φόρμας όπου η κατανομή Gauss θα καθορίζει τον χρόνο ατάκας κάθε ήχου και τη διάρκεια του. Η διαδικασία αρχίζει με την καθιέρωση μίας μέσης διάρκειας x για κάθε όργανο η οποία εξαρτάται από την tessitura[71] του και τις εκφραστικές διαφορές του. Για τον καθορισμό της διάρκειας x λαμβάνονται υπ' όψιν οι παρακάτω παράμετροι: G ορίζεται ως η μέγιστη διάρκεια αναπνοής για τα πνευστά όργανα ή επιθυμητής διάρκειας για τα υπόλοιπα, DA_i η πυκνότητα της ακολουθίας, q_r η πιθανότητα της κλάσης r, p_n η πιθανότητα του οργάνου n. Αν η παράμετρος της διάρκειας του ήχου ονομαστεί z, τότε το z θα είναι αντιστρόφως ανάλογο της πιθανότητας της εμφάνισης του οργάνου n, έτσι ώστε:

$$z = \frac{2}{(DA)_i p_n q_r}$$

Για $(DA)_i p_n q_r$ ελάχιστο, το z θα μεγιστοποιηθεί και θα γίνει ίσο με $z_{max} = G$. Για να αποφευχθεί αυτό, ορίζει ένα νέο αλγοριθμικό νόμο, έτσι ώστε να παγώσει την αύξηση του z:

$$z^{'} = G \ \ ln\, ln\, z \,/ ln\, ln\, z_{max}$$

Οι διάρκειες x ακολουθούν τη κατανομή Gauss οπότε ισχύει ο τύπος της κατανομής όπου m ο αριθμητικός μέσος των διαρκειών και s η τυπική απόκλιση. Επίσης, θα ισχύει:

$$m - 4.25s = o$$

$$m + 4.25s = z'$$

Υποθέτοντας ότι $u = (x - m)/s\sqrt{2}$, υπολογίζεται το $f(u)$. Τέλος, η διάρκεια x δίνεται από τη σχέση:

$$x = \pm u\, s\sqrt{2} + m$$

71 Tessitura ονομάζεται το υποσύνολο της έκτασης ενός οργάνου ή μιας φωνής, όπου το ηχόχρωμα του ακούγεται καλύτερα, ή είναι πιο άνετο για τον εκτελεστή.

Παρόλο που δεν δηλώνεται ξεκάθαρα το πώς μεταφράστηκαν οι τιμές της διάρκειας σε συμβατική σημειογραφία, ο Ξενάκης στο *ST/10, 1-080262*, μάλλον χρησιμοποίησε μια διαδικασία ποσοτικοποίησης, όπως και στο *Ἀχορρίψεις*. Και πάλι η βασική αξία είναι το μισό το οποίο χωρίζεται σε 3, 4, 5, ή 6 τμήματα. Έτσι, είναι δυνατόν να παραχθούν πολυρρυθμίες ανάμεσα στις φωνές, όπως 5:4 και 6:4 στην αρχή του έργου, και 3:4, 5:4 και 6:4 στα τελευταία τμήματα του.

```
C     PROGRAM FREE STOCHASTIC MUSIC  (FORTRAN IV)                       XEN   6
C                                                                       XEN   7
C     GLOSSARY OF THE PRINCIPAL ABBREVIATIONS                           XEN   8
C
C     A - DURATION OF EACH SEQUENCE IN SECONDS                          XEN   9
C     A10.A20.A17.A35.A30 - NUMBERS FOR GLISSANDO CALCULATION           XEN  10
C     ALEA - PARAMETER USED TO ALTER THE RESULT OF A SECOND RUN WITH THEXEN  11
C     SAME INPUT DATA                                                   XEN  12
C     ALFA(3) - THREE EXPRESSIONS ENTERING INTO THE THREE SPEED VALUES  XEN  13
C     OF THE SLIDING TONES ( GLISSANDI )                                XEN  14
C     ALIM - MAXIMUM LIMIT OF SEQUENCE DURATION A                       XEN  15
C     (AMAX(I).I=1.KTR) TABLE OF AN EXPRESSION ENTERING INTO THE        XEN  16
C     CALCULATION OF THE NOTE LENGTH IN PART 8                          XEN  17
C     BF - DYNAMIC FORM NUMBER. THE LIST IS ESTABLISHED INDEPENDENTLY   XEN  18
C     OF THIS PROGRAM AND IS SUBJECT TO MODIFICATION                    XEN  19
C     DELTA - THE RECIPROCAL OF THE MEAN DENSITY OF SOUND EVENTS DURING XEN  20
C     A SEQUENCE OF DURATION A                                          XEN  21
C     (E(I.J).I=1.KTR.J=1.KTE) - PROBABILITIES OF THE KTR TIMBRE CLASSESXEN  22
C     INTRODUCED AS INPUT DATA. DEPENDING ON THE CLASS NUMBER I=KR AND  XEN  23
C     ON THE POWER J=U OBTAINED FROM V3*EXPF(U)=DA                      XEN  24
C     EPSI - EPSILON FOR ACCURACY IN CALCULATING PN AND E(I.J).WHICH    XEN  25
C     IT IS ADVISABLE TO RETAIN.                                        XEN  26
C     (GN(I.J).I=1.KTR.J=1.KTS) - TABLE OF THE GIVEN LENGTH OF BREATH   XEN  27
C     FOR EACH INSTRUMENT. DEPENDING ON CLASS I AND INSTRUMENT J        XEN  28
C     GTNA - GREATEST NUMBER OF NOTES IN THE SEQUENCE OF DURATION A     XEN  29
C     GTNS - GREATEST NUMBER OF NOTES IN KW LOOPS                       XEN  30
C     (HAMIN(I.J).HAMAX(I.J).HBMIN(I.J).HBMAX(I.J).I=1.KTR.J=1.KTS)     XEN  31
C     TABLE OF INSTRUMENT COMPASS LIMITS. DEPENDING ON TIMBRE CLASS I   XEN  32
C     AND INSTRUMENT J.  TEST INSTRUCTION 480 IN PART 6 DETERMINES      XEN  33
C     WHETHER THE HA OR THE HB TABLE IS FOLLOWED. THE NUMBER 7 IS       XEN  34
C     ARBITRARY.                                                        XEN  35
C     JW - ORDINAL NUMBER OF THE SEQUENCE COMPUTED.                     XEN  36
C     KNL - NUMBER OF LINES PER PAGE OF THE PRINTED RESULT.KNL=50       XEN  37
C     KR1 - NUMBER IN THE CLASS KR=1 USED FOR PERCUSSION OR INSTRUMENTS XEN  38
C     WITHOUT A DEFINITE PITCH.                                         XEN  39
C     KTE - POWER OF THE EXPONENTIAL COEFFICIENT E SUCH THAT            XEN  40
C     DA(MAX)=V3*(E**(KTE-1))                                           XEN  41
C     KTR - NUMBER OF TIMBRE CLASSES                                    XEN  42
C     KW - MAXIMUM NUMBER OF JW                                         XEN  43
C     KTEST1.TAV1.ETC - EXPRESSIONS USEFUL IN CALCULATING HOW LONG THE  XEN  44
C     VARIOUS PARTS OF THE PROGRAM WILL RUN.                            XEN  45
C     KT1 - ZERO IF THE PROGRAM IS BEING RUN. NONZERO DURING DEBUGGING  XEN  46
C     KT2 - NUMBER OF LOOPS. EQUAL TO 15 BY ARBITRARY DEFINITION.       XEN  47
C     (MODI(IX8).IX8=7.1)  AUXILIARY FUNCTION TO INTERPOLATE VALUES IN  XEN  48
C     THE TETA(256) TABLE (SEE PART 7)                                  XEN  49
C     NA - NUMBER OF SOUNDS CALCULATED FOR THE SEQUENCE A(NA=DA*A)      XEN  50
C     (NT(I).I=1.KTR) NUMBER OF INSTRUMENTS ALLOCATED TO EACH OF THE    XEN  51
C     KTR TIMBRE CLASSES.                                               XEN  52
C     (PN(I.J).I=1.KTR.J=1.KTS).(KTS=NT(I).I=1.KTR) TABLE OF PROBABILITYXEN  53
C     OF EACH INSTRUMENT OF THE CLASS I.                                XEN  54
C     (Q(I).I=1.KTR) PROBABILITIES OF THE KTR TIMBRE CLASSES. CONSIDEREDXEN  55
C     AS LINEAR FUNCTIONS OF THE DENSITY DA.                            XEN  56
C     (S(I).I=1.KTR) SUM OF THE SUCCESSIVE Q(I) PROBABILITIES. USED TO  XEN  57
C     CHOOSE THE CLASS KR BY COMPARING IT TO A RANDOM NUMBER X1 (SEE    XEN  58
C     PART 3. LOOP 380 AND PART 5. LOOP 430).                           XEN  59
C     SINA - SUM OF THE COMPUTED NOTES IN THE JW CLOUDS NA. ALWAYS LESS XEN  60
C     THAN GTNS ( SEE TEST IN PART 10 ).                                XEN  61
C     SQPI - SQUARE ROOT OF PI ( 3.14159...)                            XEN  62
C     TA - SOUND ATTACK TIME ABCISSA.                                   XEN  63
C     TETA(256) - TABLE OF THE 256 VALUES OF THE INTEGRAL OF THE NORMAL XEN  64
C     DISTRIBUTION CURVE WHICH IS USEFUL IN CALCULATING GLISSANDO SPEED XEN  65
```

Παράδειγμα 3.2.3.2. Τμήμα του κώδικα του *ST* σε Fortran IV. Στο *Musiques Formelles* παραθέτει ολόκληρο τον κώδικα. Πηγή: Iannis Xenakis, *Formalized Music: Thought and Mathematics in Music*, 145.

3.3 Θεωρία των Ομάδων

Η Θεωρία των Ομάδων ανήκει στο πεδίο των μαθηματικών το οποίο μελετά τις αλγεβρικές δομές των ομάδων. Ως ομάδα, G, με τάξη h ορίζεται ένα σύνολο από h αντικείμενα ή στοιχεία (A, B, C, …) μαζί με έναν κανόνα ή πράξη συνδυασμού $(\cdot)$ με βάση τον οποίον τα στοιχεία αλληλοσυσχετίζονται $(A \cdot B)$ και για τα οποία ισχύουν οι ιδιότητες της κλειστότητας, της ύπαρξης μοναδιαίου στοιχείου, της επιμεριστικότητας και της ύπαρξης αντιστρόφων.[72]

Ο Ξενάκης χρησιμοποιεί την θεωρία των ομάδων στο πιο φιλόδοξο του έργο σε ότι αφορά την τυποποίηση της μουσική, το *Νόμος Άλφα* για σόλο βιολοντσέλο. Σε έναν εκτενή σχολιασμό του έργου στο άρθρο με τίτλο *Προς μία φιλοσοφία της μουσικής* (Vers une philosophie de la musique), ο συνθέτης κάνει λόγο για εννέα παραμέτρους: ηχητικά συμπλέγματα, πυκνότητες, εντάσεις, διάρκειες, κόσκινα, τονικές εκτάσεις, τρόπους παιξίματος, γκλισάντι και tempi. Στην ανάλυση του Σολωμού, αναφέρεται πως αυτοί οι παράμετροι τυποποιούνται με τρόπο ανεξάρτητο ή με ιδιαίτερες συζεύξεις, δηλαδή τα ηχητικά συμπλέγματα και ο συσχετισμός πυκνοτήτων, εντάσεων και διαρκειών δομείται βάσει μιας ομάδας που αποτελείται από τις 24 περιστροφές ενός κύβου, τα κόσκινα βάσει μιας ομάδας που προέρχεται από πρώτους αριθμούς, τα tempi από μια ομάδα που προέρχεται από τις περιστροφές ενός τριγώνου και οι τονικές εκτάσεις και οι τρόποι παιξίματος βάσει «κινητικών διαγραμμάτων».[73] Πιο κάτω γίνεται σχολιασμός για την παράμετρο των κοσκίνων.

Η πρώτη και πιο γνωστή χρήση των κοσκίνων στην ιστορία είναι από τον Ερατοσθένη[74], ο οποίος δημιούργησε το κόσκινο των πρώτων αριθμών βασισμένος στην ακόλουθη διατύπωση: «κάθε φυσικός αριθμός μεταξύ του 2 και του n ο οποίος δεν διαιρείται με οποιοδήποτε πρώτο αριθμό που είναι μικρότερος ή ίσος με την τετραγωνική ρίζα του n είναι ένας πρώτος αριθμός»[75]. Το κόσκινο του Ερατοσθένη είναι ένας αλγόριθμος ο οποίος βρίσκει όλους τους πρώτους αριθμούς μέχρι μια δεδομένη τιμή x. Παρόμοια σκέψη ακολούθησε και ο Όιλερ[76] ο οποίος

---

[72] Μ. Σιγάλας, Λ. Αντώνογλου και Ν. Χαριστός, *Μοριακή συμμετρία και θεωρία ομάδων* (Αθήνα: Σύνδεσμος Ελληνικών Ακαδημαϊκών Βιβλιοθηκών, 2015), 80. URL: http://hdl.handle.net/11419/4024.

[73] Μάκης Σολωμός, 224.

[74] Ο Ερατοσθένης ο Κυρηναίος ήταν αρχαίος Έλληνας μαθηματικός, γεωγράφος, αστρονόμος, γεωδαίτης, μουσικός, ποιητής, ιστορικός, φιλόσοφος και συγγραφέας ο οποίος έζησε από το 276 π.Χ. μέχρι το 194 π.Χ.

[75] Mario Sariols-Quiles, *Sieve Theory and Applications* (Barcelona: Universitat de Barcelona, Department de Matemàtiques i Informàtica, 2017), 3.

[76] Ο Λέοναρντ Όιλερ ήταν πρωτοπόρος Ελβετός μαθηματικός και φυσικός ο οποίος έζησε από το 1707 μέχρι το 1783.

χρησιμοποίησε μια έκδοση από το κόσκινο του Ερατοσθένη στην απόδειξη του για το γινόμενο Όιλερ της ζ-συνάρτησης του Ρίμαν, με αποτέλεσμα να δημιουργήσει ένα αλγόριθμο για την παραγωγή άπειρων ακολουθιών που αποτελούνται από πρώτους αριθμούς.

Στην μουσική ένα κόσκινο αποτελεί αυτό που η παράδοση ονομάζει κλίμακα. Δηλαδή τα σύνολα των φθόγγων δεν είναι μια οποιαδήποτε σύνδεση υψών, αλλά υποτάσσονται σε μια διάταξη, σε μια περιοδικότητα. Οι κλίμακες των τονικών υψών βάσει των οποίων συνθέτει το έργο διαμορφώνονται μέσω λογικό-αριθμητικών τύπων.[77] Χρησιμοποιεί δύο τύπους: 1) τις κλάσεις ισοτιμιών modulo m. Για παράδειγμα, στο 17_5, modulo=17 και δείκτης=5, άρα σε μια συνέχεια σημείων, παίρνει κανείς το 5ο μεταξύ των πρώτων 17, ακολούθως το 5ο από τα επόμενα 17 κ.ο.κ. Η απόσταση μεταξύ των σημείων είναι ένα μουσικό διάστημα, π.χ. τέταρτο του τόνου, ημιτόνιο, τόνος κ.λπ. Έτσι, η έκταση εξαρτάται από το συγκεκριμένο διάστημα και τρεις λογικές πράξεις, τη σύζευξη (ένωση $\cup$), τη διάζευξη (τομή $\cap$) και την άρνηση (συμπληρωματικότητα $-$), οι οποίες επιτρέπουν την παραγωγή περίπλοκών κοσκίνων βάσει κλάσεων ισοτιμιών.[78] Τα κόσκινα του *Νόμος Άλφα* διαμορφώνονται από το σύνολο των πρώτων αριθμών 1, 5, 7, 11, 13, 17, που όταν πολλαπλασιαστούν με το modulo 18 σχηματίζουν μία ομάδα, που αναπαρίσταται στον παρακάτω πίνακα.

.	**1**	**5**	**7**	**11**	**13**	**17**
1	1	5	7	11	13	17
5	5	7	17	1	11	13
7	7	17	13	5	1	11
11	11	1	5	13	17	7
13	13	11	1	17	7	5
17	17	13	11	7	5	1

Παράδειγμα 3.3.1. Πίνακας της ομάδας των πρώτων αριθμών που καθορίζουν τα κόσκινα. Πηγή: Iannis Xenakis, *Formalized Music: Thought and Mathematics in Music*, 232.

[77] Μάκης Σολωμός, 89.
[78] Ibid, 224.

Ο πίνακας λειτουργεί ως εξής: (γραμμή επί στήλη) modulo 18 = διασταύρωση γραμμής και στήλης (π.χ. $(7 \times 11) modulo\ 18 = 77 - (18 \times 4) = 5$). Πρόκειται για μία ομάδα καθώς ισχύουν η ιδιότητα της κλειστότητας (το γινόμενο δύο στοιχείων του συνόλου είναι πάντα ένα στοιχείο του συνόλου), η ιδιότητα της επιμεριστικότητας (η πράξη είναι προσεταιριστική, αφού ισχύει $\big(\alpha \times (\beta \times \gamma)\big) modulo\ 18 = \big((\alpha \times \beta) \times \gamma\big) modulo\ 18$), υπάρχει το ουδέτερο στοιχείο (το 1 όπου $(\alpha \times 1 = \alpha)$ και κάθε στοιχείο έχει ένα αντίστροφο (το γινόμενο ενός στοιχείου και του αντιστρόφου του modulo 18 δίνει αποτέλεσμα 1). Για την ομάδα επίσης ισχύει η μεταθετική ιδιότητα όπου $(\alpha \times \beta) modulo\ 18 = (\beta \times \alpha) modulo\ 18$. Οι πρώτοι αριθμοί που αναφέρθηκαν πιο πάνω καθορίζουν τα μέτρα των κλάσεων ισοτιμιών ενός κόσκινου. Ο Ξενάκης επιλέγει τη θεωρία των ομάδων έτσι ώστε να δημιουργηθούν «σειρές μεταμορφώσεων», δηλαδή αιτιακές αλληλοδιαδοχές μεταξύ των μέτρων των κοσκίνων.

Στο συγκεκριμένο έργο ο Ξενάκης επιλέγει την ομάδα που η σειρά της αρχίζει από το 11x13. Αυτή εξελίσσεται ως εξής:

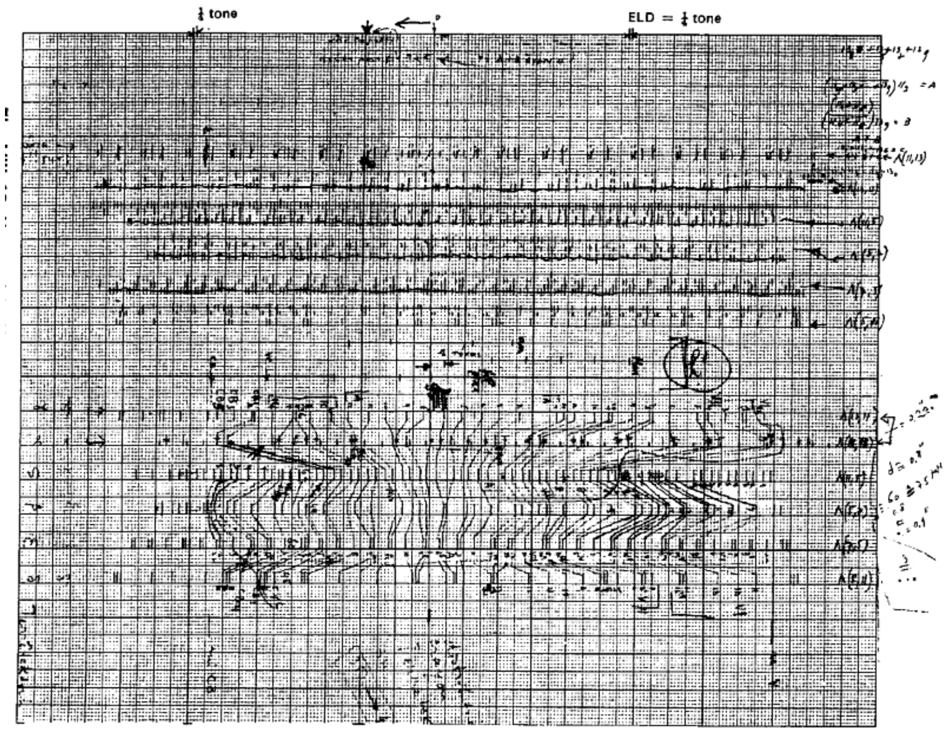
$\underline{11\text{-}13}\text{-}17\text{-}5\text{-}\underline{13\text{-}11}\text{-}17\text{-}7\text{-}\underline{11\text{-}5}\text{-}1\text{-}5\text{-}\underline{5\text{-}7}\text{-}17\text{-}11\text{-}\underline{7\text{-}5}\text{-}17\text{-}13\text{-}\underline{5\text{-}11}\text{-}1\text{-}11.$

Δηλαδή: $(11 \times 13) modulo\ 18 = 17$, $(13 \times 17) modulo\ 18 = 5$, κλπ. Όλες οι σειρές είναι κυκλικές. Οι αριθμοί της σειράς ανά δύο, δημιουργούν ένα ζεύγος το οποίο δίνει τα μέτρα που θα καταλαμβάνει το κάθε ένα κόσκινο. Το *Νόμος Άλφα* διαμορφώνεται με τη χρήση 12 κοσκίνων τα οποία διαχωρίζονται σε δύο τύπους μουσικής. Τον «δρόμο 1» αποτελούμενο από διασπασμένα μικρογεγονότα και τον «δρόμο 2» βασισμένο σε μία πολύ μεγάλη συνέχεια. Ο κάθε δρόμος έχει έξι τμήματα, όπου στη σειρά της ομάδας τα υπογραμμισμένα ζεύγη δίνουν τα μέτρα των κοσκίνων του «δρόμου 1» και τα μη υπογραμμισμένα, του «δρόμου 2». Η διαδοχή των κοσκίνων συμβολίζεται από τον Ξενάκη με L(m, n). Παρακάτω παρατίθενται τα 12 κόσκινα που χρησιμοποιήθηκαν στη σύνθεση του έργου και η χειρόγραφη κατασκευή τους, όπως σημειώνει ο ίδιος στο *Musiques Formelles*.

Table of the Sieve Functions and Their Metabolae

$$L(11, 13) = (\overline{13_3 + 13_5 + 13_7 + 13_9})11_2 + (\overline{11_4 + 11_8})13_9 + 13_0 + 13_1 + 13_6$$
$$L(17, 5) = (\overline{5_1 + 5_2 + 5_3 + 5_4})17_1 + (\overline{17_7 + 17_{13}})5_4 + 5_1 + 5_0 + 5_2$$
$$L(13, 11) = (\overline{11_2 + 11_4 + 11_7 + 11_9})13_0 + (\overline{13_5 + 13_{10}})11_9 + 11_2 + 11_1 + 11_4$$
$$L(17, 7) = (\overline{7_1 + 7_3 + 7_5 + 7_6})17_1 + (\overline{17_6 + 17_{13}})7_6 + 7_1 + 7_0 + 7_3$$
$$L(11, 5) = (\overline{5_0 + 5_2 + 5_3 + 5_4})11_0 + (\overline{11_4 + 11_8})5_4 + 5_0 + 5_1 + 5_2$$
$$L(1, 5) = (\overline{5_1 + 5_2 + 5_3 + 5_4})1_1 + (\overline{1_1 + 1_1})5_4 + 5_1 + 5_2 + 5_3$$
$$L(5, 7) = (\overline{7_1 + 7_3 + 7_4 + 7_6})5_0 + (\overline{5_0 + 5_1})7_6 + 7_1 + 7_3 + 7_4$$
$$L(17, 11) = (\overline{11_2 + 11_5 + 11_6 + 11_9})11_1 + (\overline{17_1 + 17_3})11_9 + 11_2 + 11_5 + 11_6$$
$$L(7, 5) = (\overline{5_1 + 5_2 + 5_3 + 5_4})7_0 + (\overline{7_0 + 7_1})5_4 + 5_1 + 5_2 + 5_3$$
$$L(17, 13) = (\overline{13_3 + 13_5 + 13_8 + 13_{10}})17_1 + (\overline{17_1 + 17_2})13_{10} + 13_3 + 13_5 + 13_8$$
$$L(5, 11) = (\overline{11_3 + 11_4 + 11_7 + 11_8})5_0 + (\overline{5_0 + 5_1})11_8 + 11_3 + 11_4 + 11_7$$
$$L(1, 11) = (\overline{11_3 + 11_4 + 11_7 + 11_8})1_1 + (\overline{1_1 + 1_0})11_8 + 11_3 + 11_4 + 11_7$$

Παράδειγμα 3.3.2. Τα κόσκινα του *Νόμος Άλφα*. Πηγή: Iannis Xenakis, *Formalized Music: Thought and Mathematics in Music*, 231.



Παράδειγμα 3.3.3. Το χειρόγραφο σε μιλιμετρέ χαρτί του Ξενάκη για την κατασκευή των κοσκίνων. Πηγή: Iannis Xenakis, *Formalized Music: Thought and Mathematics in Music*, 234.

Ο Ξενάκης διατύπωσε την ύπαρξη των συγκεκριμένων κοσκίνων στη θεωρία, αλλά στην εφαρμογή τους στο έργο παρατηρούνται αρκετές παρεκκλίσεις. Αυτά τα «σφάλματα» καθιστούν τις διαφορές μεταξύ των θεωρητικών κοσκίνων και των πραγματικών. Αυτό γίνεται καθώς υπάρχουν κόσκινα που παρουσιάζονται εκτός χρόνου, έχουν διαφορετική αρχή ή περιλαμβάνουν ξένους φθόγγους. Έτσι επιβεβαιώνεται το γεγονός ότι υπάρχει μία διαφορά μεταξύ θεωρίας και πράξης στο έργο του Ξενάκη, η οποία μπορεί να γίνεται εσκεμμένα ή να είναι προϊόν λάθος υπολογισμών. Ο Vriend, στην ιδιαίτερα αναλυτική του εργασία για το *Νόμος Άλφα*, αναφέρει πάνω σε αυτό: «πέρασα δύσκολες στιγμές προσπαθώντας να ανασυνθέσω μόνο το πρώτο κόσκινο L(11,13) από διαφορετικές πηγές που είχα στη διάθεση μου. Παρήγαγα έξι διαφορετικά και ένα έβδομο, για προσωπική ικανοποίηση, σκεπτόμενος πως αυτό ήταν το σωστό. Σε μια επιστολή του, ο Ξενάκης εκτίμησε τη σύγχυσή μου και, με τρόπο συγκινητικό, μου έστειλε ένα όγδοο, και πάλι πολύ διαφορετικό, εμπλουτίζοντας βεβαίως τη συλλογή μου χωρίς ωστόσο, φοβάμαι, να προστεθεί η αλήθεια. Και σαν να μην μπορούσε να συγκρατηθεί, κατέληγε με την ακόλουθη περιπαικτική παρατήρηση: “και εδώ υπάρχουν σφάλματα και/ή προσαρμογές…”».[79]

Φαίνεται λοιπόν από τα παραπάνω ξεκάθαρα ο τρόπος με τον οποίο αντιμετώπιζε ο Ξενάκης την διαδικασία σύλληψης και ολοκλήρωσης ενός έργου. Οι γνώσεις που είχε στα πεδία των μαθηματικών, της φυσικής και της χημείας συνδυάστηκαν με πρωτόγνωρη τελειότητα, με την αγάπη του για τη μουσική. Θεωρούσε απαραίτητη την ύπαρξη κανόνων βάση μαθηματικών εννοιών οι οποίες έθεταν και διαμόρφωναν ανάλογα τους μουσικούς παραμέτρους κάθε σύνθεσης του. Οι αλγοριθμικές διαδικασίες που επιλέγει γίνονται το μέσο για την ανακάλυψη νέων ηχητικών μορφών και οι άπειροι υπολογισμοί που κάνει, το εργαλείο για πειραματισμό και δημιουργία.

[79] Jan Vriend, "“Nomos alpha” for violoncello solo (Xenakis 1966) analysis and comments" *Interface* Vol. 10, No. 1 (1981): 79. Accessed December 21, 2020. DOI: 10.1080/09298218108570328.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Από την ανάλυση που παρουσιάστηκε στη συγκεκριμένη εργασία, και σε συνδυασμό με την επισκόπηση της βιβλιογραφίας και της προ υπάρχουσας έρευνας προκύπτουν ενδιαφέροντα συμπεράσματα αναφορικά με την πολυδιάστατη προσωπικότητα του Ξενάκη η οποία τον οδήγησε σε πρωτοποριακούς δρόμους μουσικών αναζητήσεων.

Ερευνώντας το ιδιαίτερο σύμπαν του Ξενάκη ξεσκεπάζεται ο απώτερος σκοπός του για την επίτευξη της απόλυτης δημιουργίας η οποία επιτυγχάνεται μέσω της ύπαρξης της αναλογίας και της συμμετρίας. Οι επιρροές της σκέψης του προέρχονται από πολλά πεδία και έχουν ύψιστη σημασία καθώς καθόρισαν την μετέπειτα αισθητική και τις φιλοδοξίες του. Ο θάνατος της μητέρας του, η ξενική προφορά του, η δυσκολίες της Κατοχής και οι τραυματισμοί τον οδήγησαν σε μια αποστασιοποίηση από την πραγματικότητα και στη δημιουργία ενός δικού του κόσμου-σύμπαντος. Το σύμπαν αυτό είχε τα θεμέλια του στον φιλοσοφικό λόγο και τα φιλοσοφικά ζητήματα των αρχαίων και κυρίως στην πεποίθηση ότι η αλήθεια του κόσμου βρίσκεται στους αριθμούς. Η εμβάθυνση στον πολιτισμό της Αρχαίας Ελλάδας έδωσε στα ερωτήματα του Ξενάκη πολλές απαντήσεις περί αναλογιών, μορφών, σχημάτων και λειτουργιών. Ο συσχετισμός της μουσικής με τα άστρα, τον χωρόχρονο και τους αριθμούς τον οδήγησαν στην αφαίρεση που, σύμφωνα με σημειώσεις του ίδιου, προσεγγίζει τη φιλοσοφία της ουσίας που ανθεί στα μαθηματικά και στη λογική.

Ειδικότερα, ο Πυθαγόρας και η Σχολή του, που θεμελίωσαν την συνύπαρξη των επιστημών της μουσικής και των μαθηματικών, του έδωσαν το έναυσμα για πειραματισμό μέσω του μονόχορδου, των οκτώ αρμονιών, των έντεκα αναλογιών και της χρυσής τομής. Οι αριθμητικές αναλογίες μετατράπηκαν σε πολύ-επίπεδα μοντέλα μηχανισμών τα οποία χρησιμοποίησε για να συντάξει τη μορφή και δομή των συνθέσεων του. Μηχανισμοί όπως η σειρά Fibonacci, η θεωρία των πιθανοτήτων, οι κατανομές Poisson και Gauss και οι θεωρία των ομάδων έγιναν αφορμή για δημιουργία και εφαρμογή πρωτοποριακών ιδεών στο χώρο της μουσικής. Έτσι, το έργο του γίνεται πρόσφορο έδαφος για την τυποποίηση της μουσικής σύνθεσης μέσω των μαθηματικών, με απώτερο σκοπό η τέχνη των ήχων να κατέχει χαρακτήρα καθολικό και διαχρονικό.

Παρ’ όλ’ αυτά, τα μαθηματικά δεν υπήρξαν απλά ένα εργαλείο για την σύνθεση μουσικής, αλλά μία γέφυρα για την σύνδεση της με ολόκληρο το σύμπαν. Ο αριθμός δεν είναι γι’ αυτόν μόνο μία ποσότητα, ένας λόγος ή το αποτέλεσμα μιας μαθηματικής πράξης. Αντιθέτως, αντιπροσωπεύει φιλοσοφικά ιδεώδη και αρετές που με την συσχέτιση και σύγκριση τους αποκτούν δύναμη εξομοίωσης και εξήγησης ολόκληρης της φύσης. Μέσα από την έννοια του αριθμού, το παρελθόν, το παρόν και το μέλλον συνδέονται με απώτερο σκοπό την ανύψωση της μουσικής ως την ανώτατη τέχνη και επιστήμη των ήχων, μια επιστήμη που συγκεντρώνει την πράξη, την σκέψη και την αίσθηση και οδηγεί στην ανύψωση του ανθρώπου σε ένα ολοκληρωμένο και πολυδιάστατο ον. Η ιδέα του Ξενάκη να μετασχηματίζει τις διάφορες μαθηματικές σχέσεις που εκφράζουν το σύμπαν σε μουσικούς ήχους μετέτρεψε την μουσική σε ένα απόλυτο μέσο πειραματισμού. Χαράσσει έτσι έναν δύσβατο δρόμο πρωτοπορίας ο οποίος ενσωματώνει την συμμετρία, την ισότητα, την αναλογία και τέλος την αισθητική. Σημασία όμως δεν έχει το όποιο ηχητικό αποτέλεσμα, καθώς είναι κάτι εντελώς υποκειμενικό, προσωπικό και αμφισβητήσιμο, αλλά η φιλοσοφική και πειραματική αξία του έργου του, η οποία έγινε αφορμή για ανάδειξη του μεγαλείου της επιστήμης της μουσικής. Ο Ξενάκης λοιπόν, προβάλλει ένα πρότυπο μιας πολυδιάστατης και πολύπλοκης οντότητας η οποία συγκεντρώνει στην ουσία της την αδιάκοπη προσπάθεια για ανανέωση. Μία ανανέωση η οποία ωθεί το άτομο να βγει από τον εαυτό του επιστρέφοντας ταυτόχρονα πίσω σε αυτόν, αφού ο ίδιος ενσαρκώνει την ελπίδα για πραγματική εξέλιξη σε ατομικό και καθολικό επίπεδο.

Με την ολοκλήρωση της παρούσας εργασίας ήρθα για πρώτη φορά αντιμέτωπη με την ιδέα της γεφύρωσης ολόκληρου του κόσμου με την μουσική. Για μένα η μουσική έκρυβε πάντα μία μυστηριώδη δύναμη που για να την ανακαλύψεις έπρεπε να την αντιληφθείς στο έπακρο, κάτι που αρχικά φαίνεται αδύνατο με βάση τις αμέτρητες πτυχές της. Εν τέλει, η μελέτη του έργου του Ξενάκη μου απέδειξε ότι αρκούσε απλά να κοιτάξω τον κόσμο γύρω μου και θα έβλεπα την τέχνη των ήχων παντού. Η κάθε επιστήμη έχει την απαρχή της και τον απόλυτο δημιουργό της τον άνθρωπο και σύμφωνα με αυτόν μπορεί να αποκτήσει όποια μορφή αυτός επιθυμεί. Άρα τα πάντα γίνονται ένα και το ένα τα πάντα.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Adkins, Cecil. "The Technique of the Monochord." *Acta Musicologica* Vol. 39, No. ½ (1967): 34-43. Accessed November 8, 2020. DOI: 10.2307/932465.

Bakım, Sümeyye and Yöre, Seyit. "INVESTIGATION OF APPLICATIONS OF FIBONACCI SEQUENCE AND GOLDEN RATIO IN MUSIC." *ResearchGate*. July 2020. DOI: 10.35379/cusosbil.625899.

Brownian motion. *Encyclopedia of Mathematics*.
URL:
http://encyclopediaofmath.org/index.php?title=Brownian_motion&oldid=26374

Consul, P. C. and G. C. Jain. "A Generalization of the Poisson Distribution."
Technometrics Vol: 15, No: 4 (1973): 791-799.
Accessed January 14, 2021. DOI: 10.1080/00401706.1973.10489112.

Fett, Birch. "An In-depth Investigation of the Divine Ratio." *The Mathematics Enthusiast* Vol. 3, No. 2, Article 4 (July, 2006): 159.Accessed November 19, 2020. URL: https://scholarworks.umt.edu/tme/vol3/iss2/4.

Jamie, James. *The music of the spheres. Music, Science, and the Natural Order of the Universe*. London: Little, Brown Book Group, 1993.

Kanach, Sharon. "The Writings of Iannis Xenakis (Starting with "Formalized Music")." *Perspectives of New Music* Vol. 41, No. 1 (Winter, 2003): 154-166. Accessed December 11, 2020. URL: http://www.jstor.org/stable/25164509.

Livio, Mario. *The Golden Ratio: The Story of Phi, the World's Most Astonishing Number*. New York: Broadway Books, 2008.

Lopez, Oscar. "AD Classics: Expo '58 + Philips Pavilion / Le Corbusier and Iannis Xenakis" *ArchDaily* (Aug, 2011).

Accessed 18 Jan 2021. URL: https://www.archdaily.com/157658/ad-classics-expo-58-philips-pavilion-le-corbusier-and-iannis-xenakis.

Matossian, Nouritza. *Xenakis.* Nicosia: Moufflon Publications, 2005.

Reinach, Theodore. *Η Ελληνική Μουσική*, μετάφραση Αναστασίας – Μαρίας Καραστάθη, Αθήνα: Καρδαμίτσας, 1999.

Restagno, Enzo. *Xenakis.* Torino: Edizioni di Torino, 1988.

Sariols-Quiles, Mario. *Sieve Theory and Applications*. Barcelona: Universitat de Barcelona, Department de Matemàtiques i Informàtica, Μεταπτυχιακή Διπλωματική εργασία, 2017.

Solomos, Makis. *Μουσική, θόρυβος, κοινωνία. Από τον Ξενάκη στους Όρθιους Ήχους. Ήχος, θόρυβος, περιβάλλον.* Μυτιλήνη: Πρακτικά του 4ου συνεδρίου Ακουστικής οικολογίας, 2018. HAL id: hal-02055263.

Varga, Balint-Andras. *Συνομιλίες με τον Ιάννη Ξενάκη.* Αθήνα: Ποταμός, 2004.

Vriend, Jan. "“Nomos alpha” for violoncello solo (Xenakis 1966) analysis and comments" *Interface* Vol. 10, No. 1 (1981): 15-82. Accessed December 21, 2020. DOI: 10.1080/09298218108570328.

West, M. L. *Αρχαία Ελληνική Μουσική*, μετάφραση Στάθη Κομνηνού, Αθήνα: Παπαδήμας, 1999.

Xenakis, Iannis and Roberta Brown and John Rahn. "Xenakis on Xenakis." *Perspectives of New Music* Vol. 25, No. 1/2, 25th Anniversary Issue (Winter - Summer, 1987): 21. URL: http://www.jstor.org/stable/833091.

Xenakis, Iannis. "A propos de Jonchaies", *Entretemps* No. 6, 1988: 133.

Xenakis, Iannis. *Formalized Music: Thought and Mathematics in Music.* New York: Pendragon Press, 1992.

Γιάννου, Δημήτρης. *ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΗΣ ΜΟΥΣΙΚΗΣ: Σύντομη γενική επισκόπηση.* Τόμος Α’ (Μέχρι τον 16ο αιώνα). Θεσσαλονίκη: UNIVERSITY STUDIO PRESS, 1995.

Δημητρακοπούλου, Μ., Τζένου, Μ. και Π. Ανδρούτσος. *ΜΟΥΣΙΚΗ Γ’ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ Βιβλίο Μαθητή.* Αθήνα: ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ», 2016.
URL: http://ebooks.edu.gr/ebooks/v/html/8547/2304/Mousiki_G-Gymnasiou_html-empl/.

Θεολογίτου, Ανάληψη. *Μουσικές απαντήσεις σε φιλοσοφικά ερωτήματα και η αντήχηση στην Αρχιτεκτονική, μέσα από το έργο του Ιάννη Ξενάκη.* Χανιά: Πολυτεχνείο Κρήτης, Σχολή Αρχιτεκτόνων Μηχανικών, Ερευνητική Εργασία, 2016. DOI: https://doi.org/10.26233/heallink.tuc.66737.

Καϊμάκης, Παύλος. *Φιλοσοφία και Μουσική. Η Μουσική στους Πυθαγορείους, τον Πλάτωνα, τον Αριστοτέλη και τον Πλωτίνο*. Αθήνα: Μεταίχμιο, 2005.

Κοϊντιλιανός, Αριστείδης και Marcus Meibom. *Αριστείδου Κοϊντιλιανού Περί μουσικής βιβλία Γ': Aristidis Quintiliani De Musica Libri III*. Amstelodami: L. Elzevirium, 1652.

Κολυβά-Μαχαίρα, Φωτεινή και Σταύρος Α. Χατζόπουλος. *Μαθηματική Στατιστική: Έλεγχοι Υποθέσεων*. Αθήνα: Σύνδεσμος Ελληνικών Ακαδημαϊκών Βιβλιοθηκών, 2015. URL: http://hdl.handle.net/11419/1899.

Λιάπη, Κωνσταντίνα. *Η Μουσική στους Πυθαγορείους*. Θεσσαλονίκη: Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Τμήμα Φιλοσοφίας και Παιδαγωγικής, Μεταπτυχιακή Διπλωματική εργασία, 2008.

Μπίρης, Τ., Δεμίρη, Κ., Τσιράκη, Σ., Αθανασόπουλος, Γ. και Αγγέλου, Α. *Αρχιτεκτονικές και μουσικές συμπορεύσεις, η αντίστιξη ως εργαλείο μουσικής και αρχιτεκτονικής σύνθεσης*. Αθήνα: Εκδόσεις Πατάκη, 2011.

Ξενάκης, Ιάννης. *Κείμενα περί μουσικής και αρχιτεκτονικής.* Αθήνα: Εκδόσεις Ψυχογιός Α.Ε., 2001.

Παπαϊωάννου, Γιάννης Γ. *ΙΑΝΝΗΣ ΞΕΝΑΚΗΣ: Ένα αφιέρωμα του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου προς ένα απόφοιτό του*. Αθήνα: Σύγχρονη Εποχή, 1994.

Σιγάλας, Μ., Αντώνογλου, Λ. και Ν. Χαριστός. *Μοριακή συμμετρία και θεωρία ομάδων*. Αθήνα: Σύνδεσμος Ελληνικών Ακαδημαϊκών Βιβλιοθηκών, 2015. URL: http://hdl.handle.net/11419/4024.

Σολωμός, Μάκης. *Ιάννης Ξενάκης: Το σύμπαν ενός ιδιότυπου δημιουργού.* Αθήνα: Εκδόσεις Αλεξάνδρεια, 2008.

Σπυρίδης, Χαράλαμπος Χ. *Πυθαγόρειες Αναλογικότητες ή Αναλογίες ή Μεσότητες: Οι γεννήτορες της αρχαίας Ελληνικής Μουσικής*. Αθήνα: Επιστημονική Επετηρίδα Φιλοσοφικής Σχολής Πανεπιστημίου Αθηνών, 1996-1997.