

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ  
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

**ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΛΑΝΩ ΣΤΗ ΣΧΕΔΙΑΣΗ  
ΤΥΧΕΡΩΝ ΠΑΙΓΝΙΩΝ**

Διπλωματική Εργασία

του

Βασίλη Μαρκόπουλου

Θεσσαλονίκη , 06/2019



ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΑΝΩ ΣΤΗ ΣΧΕΔΙΑΣΗ  
ΤΥΧΕΡΩΝ ΠΑΙΓΝΙΩΝ

Βασίλης Μαρκόπουλος

Πτυχίο Μαθηματικών, ΑΠΘ, 2011

Διπλωματική Εργασία

υποβαλλόμενη για τη μερική εκπλήρωση των απαιτήσεων του

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟΥ ΤΙΤΛΟΥ ΣΠΟΥΔΩΝ ΣΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ

Επιβλέπων Καθηγητής

Άγγελος Σιφαλέρας

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 25/06/2019

Άγγελος Σιφαλέρας

Σαμαράς Νικόλαος

Χρήστου-Βαρσακέλης Δημή-  
τριος

.....

Βασίλης Μαρκόπουλος

.....

## Περίληψη

Η παρούσα εργασία πραγματεύεται την πρώτη φάση ανάπτυξης μιας online τυχερής παιγνιομηχανής. Αρχικά, πραγματεύεται την βασική ορολογία σημαντικών όρων στην γλώσσα των παιγνιομηχανών και αρκετά γεγονότα πάνω στην λειτουργία της. Στη συνέχεια ακολουθεί μια στατιστική ανάλυση ενός παιχνιδιού, το οποίο παίζεται ζωντανά στο χώρο των online slot machines. Το φρουτάκι ονομάζεται Mystere du Prince και ανήκει σε μια ελληνική εταιρία παραγωγής τυχερών παιγνίων. Μια εταιρία εξειδικευμένη και καταρτισμένη πάνω στα τυχερά παίγνια, η οποία κατασκευάζει και προγραμματίζει online slot machines και άλλα τυχερά παιχνίδια. Η ανάλυση του παιχνιδιού κυμαίνεται στον υπολογισμό συγκεκριμένων σημαντικών μέτρων, που χρειάζονται για να κατασκευαστεί σωστά μια παιγνιομηχανή. Με την επίβλεψη της εταιρίας και με τον έλεγχο των αποτελεσμάτων, ώστε να είναι ορθά, υπολογίστηκε και μελετήθηκε το μαθηματικό κομμάτι του Mystere du Prince. Στο τελευταίο κεφάλαιο αναφέρθηκε περαιτέρω έρευνα κυρίως για το προγραμματιστικό κομμάτι ενός παιχνιδιού. Η προσομοίωση και η στατιστική ανάλυση ενός online slot machine είναι δύο αλληλένδετα στάδια που απαιτούνται για την ορθή κατασκευή ενός παιχνιδιού. Η προσομοίωση επιτυγχάνεται σε έναν τεράστιο αριθμό επαναλήψεων (περιστροφές των τροχών του παιχνιδιού), ώστε τα αποτελέσματα να είναι πιο ακριβή.

**Λέξεις Κλειδιά:** Στατιστική ανάλυση, online slot machine, Επιστροφή στον πάικτη (RTP ), Μπόνους, Βελτιστοποίηση

## **Abstract**

This master thesis discusses the first phase of developing an online gambling machine. Initially, it deals with the basic terminology of important terms in the language of gaming machines and several facts about its operation. Then it follows a statistical analysis of a game, which is played live at the web or the casinos. The game is called Mystere du Prince and belongs to a greek gambling company, a specialized and skilled gambling company that manufactures and constructs online slot machines and other gambling games. The analysis of the game deals with the calculation of certain important measures that are needed to build a gaming machine correctly. With people supervising the statistic analysis and checking the validity of the results, the mathematical part of Mystere du Prince was computed and studied. In the last chapter a further research was mentioned mainly about the programming part of a game. The simulation and statistical analysis of an online slot machine are two interrelated stages that are required for the proper construction of a game. The simulation is achieved through a huge number of iterations (spins of the game wheels) so the results will be more accurate.

**Keywords:** Statistic analysis, RTP , Optimization , Slot machine, Bonus game

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<b>1</b>	<b>Εισαγωγή</b>	<b>1</b>
1.1	Εισαγωγή στην Παιγνιομηχανή . . . . .	1
1.2	Εξέλιξη της Παιγνιομηχανής . . . . .	1
1.3	Σκοπός . . . . .	3
1.4	Συνεισφορά . . . . .	3
1.5	Διάρθρωση της μελέτης . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Βιβλιογραφική Επισκόπηση</b>	<b>4</b>
2.1	Τροχοί . . . . .	4
2.2	Ποσοστό Επιστροφής Παίκτη (RTP) . . . . .	4
2.3	Γραμμή πληρωμής . . . . .	5
2.4	Ειδικά Σύμβολα . . . . .	6
2.4.1	Διάσπαρτα Σύμβολα (Scatter) . . . . .	6
2.4.2	Σύμβολα Μπαλαντέρ (Wild) . . . . .	7
2.4.2.1	Stacked Wilds . . . . .	7
2.4.2.2	Expanding Wilds . . . . .	8
2.4.2.3	Sticky Wilds . . . . .	9
2.4.2.4	Multiplier Wilds . . . . .	10
2.4.2.5	Shifting Wilds . . . . .	11
2.5	Μεταβλητότητα (Volatility) . . . . .	12
2.6	Μίνι παιχνίδια μπόνους . . . . .	13
2.6.1	Cascades . . . . .	13
2.6.2	Free Spins . . . . .	14
2.6.3	Pick a Box . . . . .	15
2.7	Ακανόνιστη Οθόνη (Irregular Window ) . . . . .	16
2.8	Προοδευτικό Τζάκποτ (Progressive Jackpot ) . . . . .	17
2.9	Εικονικοί Τροχοί (Virtual Reels ) . . . . .	18

<b>3 Στατιστική Ανάλυση</b>	<b>20</b>
3.1 Βασικό παιχνίδι . . . . .	20
3.1.1 Κανόνες του <i>Mystere du prince</i> . . . . .	21
3.1.2 Προσομοίωση παιχνιδιού . . . . .	21
3.1.2.1 Ολόκληρος κύκλος (Full Cycle) . . . . .	21
3.1.2.2 Monte-Carlo προσομοίωση . . . . .	22
3.1.3 Ποσοστό επιτυχίας και Συχνότητα . . . . .	23
3.1.4 Εμφάνιση και πιθανότητα . . . . .	24
3.1.5 Ειδικά Σύμβολα . . . . .	28
3.1.5.1 Σύμβολο Wild . . . . .	28
3.1.5.2 Σύμβολο Scatter . . . . .	30
3.1.6 Μεταβλητότητα (Volatility) και Τυπική Απόκλιση (Standar Deviation) . . . .	34
3.1.7 Επιστροφή στον παίκτη (RTP) . . . . .	37
3.2 Μπόνους παιχνίδι . . . . .	38
3.2.1 Αναλυτική περιγραφή . . . . .	39
3.2.2 Προτεραιότητα . . . . .	45
3.2.3 Bonus Freespins . . . . .	46
3.2.3.1 Bonus without Retrigger . . . . .	46
3.2.3.2 Bonus Retrigger . . . . .	48
<b>4 Εκδοχές <i>Myster du Prince</i></b>	<b>50</b>
4.1 Αρχικό παιχνίδι . . . . .	50
4.2 Χαμηλό RTP . . . . .	53
4.3 Υψηλό RTP . . . . .	54
4.4 Χαμηλή Μεταβλητότητα . . . . .	56
4.5 Υψηλή Μεταβλητότητα . . . . .	57
4.6 Επίλογος . . . . .	59
<b>5 Επίλογος</b>	<b>60</b>
5.1 Συμπεράσματα . . . . .	60
5.2 Μελλοντική Έρευνα . . . . .	61

# Κατάλογος Σχημάτων

<b>1.2.1</b>	Μηχανικό slot machine	2
<b>2.3.1</b>	Πιθανές Γραμμές Πληρωμών	5
<b>2.3.2</b>	Γραμμές Πληρωμών Mystere du prince	6
<b>2.4.3</b>	Stack Wilds Medusa II Slot	8
<b>2.4.4</b>	Expand Wilds Berryburst MAX Slot	9
<b>2.4.5</b>	Sticky Wilds Tower Quest Slot	10
<b>2.4.6</b>	Multiplier Wilds Mystere du Prince Slot	11
<b>2.4.7</b>	Shifting Wilds The Invisible Man Slot	12
<b>2.6.8</b>	Cascade Bonanza-Megaways slot	14
<b>2.6.9</b>	Free Spins Bonus Mystere Du Prince slot	15
<b>2.6.10</b>	Pick a box Bonus Caesars slot	16
<b>2.7.11</b>	Irregular Window Jumanji slot	17
<b>2.8.12</b>	Progressive Jackpot Mega Fortune slot	18
<b>2.9.13</b>	Virtual Reels	19
<b>3.1.1</b>	Εικόνα Mystere du prince	20
<b>3.1.2</b>	Κανόνες Mystere du prince	21
<b>3.1.3</b>	Τύπος Πιθανότητας	25
<b>3.1.4</b>	Κανόνες Ειδικών Συμβόλων	28
<b>3.1.5</b>	Κανόνες Πληρωμών	29
<b>3.1.6</b>	Probability	29
<b>3.1.7</b>	Scatter	31
<b>3.1.8</b>	Μεταβλητότητα	34
<b>3.1.9</b>	RTP Range	35
<b>3.1.10</b>	Κανονική Κατανομή	37
<b>3.1.11</b>	Συνάρτηση Κανονικής Κατανομής	37
<b>3.2.12</b>	Μπόνους παιχνίδι Mystere du prince	39
<b>3.2.13</b>	Μπόνους παιχνίδι κανόνες	39



<b>3.2.14</b> Προτεραιότητα Ακριβότερου Συνδυασμού . . . . .	45
<b>3.2.15</b> Final RTP . . . . .	48
<b>5.2.1</b> Οθόνη 3 × 5 slot machine . . . . .	61

# Κατάλογος Πινάκων

<b>3.1</b>	Κατανομή Συμβόλων . . . . .	25
<b>3.2</b>	Στατιστικά Βασικού Παιχνιδιού . . . . .	27
<b>3.3</b>	Συνδυασμοί Διάδας σε $4 \times 3$ . . . . .	31
<b>3.4</b>	Συνδυασμοί Διάδας σε $5 \times 3$ . . . . .	32
<b>3.5</b>	Συνολικός Υπολογισμός Scatters . . . . .	33
<b>3.6</b>	Επίπεδα Εμπιστοσύνης . . . . .	35
<b>3.7</b>	Έυρος RTP . . . . .	36
<b>3.8</b>	Κατανομή Συμβόλων Μπόνους . . . . .	40
<b>3.9</b>	Εμφανίσεις Μπόνους . . . . .	41
<b>3.10</b>	Πίνακας Συνδυασμών από τα αριστερά . . . . .	43
<b>3.11</b>	Πίνακας Συνδυασμών από τα δεξιά . . . . .	44
<b>3.12</b>	Στατιστικά Συνδυασμών Bonus Trigger . . . . .	47
<b>3.13</b>	Στατιστικά Συνδυασμών Bonus Retrigger . . . . .	48
<b>3.14</b>	Συνολικό RTP Στατιστικά . . . . .	49
<b>4.1</b>	Βασική Εκδοχή . . . . .	51
<b>4.2</b>	Πίνακας Κατανομών . . . . .	53
<b>4.3</b>	Χαμηλό RTP . . . . .	54
<b>4.4</b>	Πίνακας Κατανομών . . . . .	55
<b>4.5</b>	Υψηλό RTP . . . . .	55
<b>4.6</b>	Πίνακας Κατανομών . . . . .	56
<b>4.7</b>	Χαμηλή Μεταβλητότητα . . . . .	57
<b>4.8</b>	Πίνακας Κατανομών . . . . .	58
<b>4.9</b>	Υψηλή Μεταβλητότητα . . . . .	58

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

## Εισαγωγή

### 1.1 Εισαγωγή στην Παιγνιομηχανή

Ο κουλοχέρης, το φρουτάκι, ο ληστής ή μηχανή slot, είναι μία μηχανή τυχερών παιχνιδιών τζόγου, με τρεις οι περισσότερους τροχούς — κυλίνδρους οι οποίοι περιστρέφονται με το πάτημα ενός κουμπιού ή το κατέβασμα ενός μοχλού.

Σήμερα συναντάμε τους κουλοχέρηδες στα καζίνο, αλλά και στο διαδίκτυο υπό ψηφιακή μορφή. Η μηχανή slot διαθέτει ανιχνευτή, ο οποίος αναγνωρίζει το νόμισμα ή μάρκα την οποία ο παίκτης εισάγει στο μηχάνημα. Η μηχανή πληρώνει τον παίκτη όταν συγκεκριμένοι συνδυασμοί συμβόλων εμφανιστούν στην οθόνη. Τα φρουτάκια αποτελούν την πλέον διαδεδομένη μορφή τζόγου και προσφέρουν στα καζίνο μέχρι και το 70 τις εκατό των κερδών τους.(Wikipedia 2019b)

### 1.2 Εξέλιξη της Παιγνιομηχανής

Το πρώτο πραγματικό online slot machine, δες εικόνα **(1.2.1)** (Πηγή: <https://www.wikitree.com/photo/jpg/Fey-machine> ), προγραμματίστηκε το 1976 σε μια βιομηχανική σουίτα στην Καλιφόρνια, υπό την καθοδήγηση της εταιρίας Fortune Coin Co στο Λας Βέγκας. Αυτή η μηχανή κουλοχέρη χρησιμοποιούσε μια τροποποιημένη έγχρωμη οθόνη 19 ιντσών της Sony και πλακέτες με λογισμικό για όλες τις λειτουργίες του μηχανήματος. Το πρωτότυπο μηχάνημα ενσωματώθηκε σε μια καμπίνα — κουλοχέρη. Η πρώτη μηχανή video slot τοποθετήθηκε στο ξενοδοχείο Χίλτον στο Λας Βέγκας και μετά από κάποιες τροποποιήσεις ασφαλείας κατά της εξαπάτησης του μηχανήματος, πήρε την έγκριση από την πολιτεία της Νεβάδα. Το πρώτο αμερικάνικο παιχνίδι που πρόσφερε την δυνατότητα μπόνους γύρου ήταν το Reel'Em In, αναπτυγμένο από την εταιρία WMS Industries Inc. το 1996. Σε αυτού του είδος μηχανές, η οθόνη άλλαζε ώστε να παρέχει ένα διαφορετικό παιχνίδι με επιπρόσθετα κέρδη. Με αυτήν την ανακάλυψη τα slots παιχνίδια μπήκαν σε μια νέα τεχνολογική εποχή, βασισμένη εξ ολοκλήρου σε προγράμματα λογισμικού.

Αρχικά, τα καζίνο εγκαθιστούσαν παιγνιομηχανές ως αντιπερισπασμό για τους κανονικούς πελάτες. Σε αντίθεση με τα παραδοσιακά επιτραπέζια παιχνίδια (όπως blackjack ή ρουλέτα), οι μηχανές τυχερών παιχνιδιών δεν απαιτούν καμία γνώση τυχερών παιχνιδιών και οποιοσδήποτε μπορεί να συμμετάσχει στο παιχνίδι με ένα πολύ μικρό στοιχημα. Αυτή η ιδέα αποδείχθηκε τεράστια επιτυχία - οι μηχανές τελικά απομακρύνθηκαν από το περιθώριο για να γίνουν το πιο δημοφιλές και το πιο κερδοφόρο παιχνίδι, φέρνοντας πάνω από το 60% των ετήσιων κερδών των τυχερών παιχνιδιών στις Ηνωμένες Πολιτείες.

Η τεχνολογία των κουλοχέρηδων έχει επίσης αλλάξει πολύ με την πάροδο των ετών. Τα κλασικά μηχανικά σχέδια έχουν σχεδόν αντικατασταθεί από μηχανές ελεγχόμενες από υπολογιστή αλλά το παιχνίδι παρέμεινε το ίδιο. Ο παίκτης πατάει ένα κουμπί για να περιστρέψει μια σειρά από τροχούς, που έχουν εκτυπωμένες εικόνες πάνω τους. Η νίκη ή η ήττα εξαρτάται από το ποιες εικόνες παρατάσσονται στη γραμμή πληρωμής, η οποία είναι ένας συνδυασμός θέσεων πάνω στο παράθυρο προβολής. Εάν κάθε τροχός παρουσιάζει την ίδια κερδοφόρα εικόνα, κατά μήκος της γραμμής πληρωμής (ή κάποιον κερδοφόρο συνδυασμό σύμφωνα με τους κανόνες του κάθε παιχνιδιού), ο παίκτης κερδίζει. Το ποσό που κερδίζει - η πληρωμή - εξαρτάται από τα σύμβολα που προσγειώνονται στη γραμμή πληρωμής. (Barboianu 2013)



Σχήμα 1.2.1: Μηχανικό slot machine

### 1.3 Σκοπός

Στην παρούσα διπλωματική εργασία θα ασχοληθούμε με online slot machines. Συγκεκριμένα, το παιχνίδι που θα αναλύσουμε είναι το "Mystere du prince", το οποίο ανήκει σε εταιρία πάνω στον κλάδο παραγωγής τυχερών παιχνιδιών και όλοι οι στατιστικοί όροι και οι μαθηματικοί τύποι έχουν επιβεβαιωθεί από καταρτισμένα άτομα της εταιρίας.

Η επιλογή αυτού του θέματος έχει να κάνει με την ευρεία ανάπτυξη του συγκεκριμένου κλάδου και ειδικότερα σε online δραστηριότητα. Πολλές πρόσφατες εταιρίες έχουν επιτύχει μεγάλη αύξηση στα κέρδη τους πάνω στον τομέα των παιγνιομηχανών. Έτσι, θεωρήσαμε πως μια περαιτέρω ανάλυση τέτοιων παιχνιδιών θα εξασφαλίσει πόρτες στην μελλοντική έρευνα εργασίας. Ακόμα ο χρόνος εκτέλεσης και η απόδοση που απαιτείται για την ανάπτυξη ενός online slot machine γεννά ιδέες στην συγχώνευση με τον τομέα της βελτιστοποίησης.

### 1.4 Συνεισφορά

Η συνεισφορά της παρούσας διπλωματικής θέσης είναι η εξής:

- Η γνωστοποίηση όλων των όρων και των μεθόδων ενός σύγχρονου online slot machine.
- Η σωστή στατιστική ανάλυση ενός πολύπλοκου παιχνιδιού που χρησιμοποιείται από όλες τις σύγχρονες εταιρίες του συγκεκριμένου κλάδου.
- Ιδέες για βελτιστοποίηση της εύρεσης σημαντικών στατιστικών όρων πάνω στα online slot machine.

### 1.5 Διάρθρωση της μελέτης

Στην παρούσα ενότητα αναφέρεται η δομή της διπλωματικής εργασίας, η οποία χωρίζεται σε 5 κεφάλαια. Στο πρώτο έχουμε το εισαγωγικό μέρος, όπου καταγράφονται στοιχεία σχετικά με την ιστορία των παιγνιομηχανών και το θέμα της μελέτης, ενώ στο αμέσως επόμενο κεφάλαιο πραγματοποιείται η αναφορά και η ανάλυση των βασικών όρων, που λαμβάνουν μέρος σε τέτοιου είδους παιχνίδια.

Στο τρίτο κεφάλαιο, παρουσιάζεται η στατιστική μελέτη ενός συγκεκριμένου online slot machine ,του "Mystere du prince" . και ταυτόχρονα επεξηγείται η στατιστική ανάλυση, που έχει ήδη υλοποιηθεί, με τη βοήθεια του προγράμματος excel. Sthn sun'eqeia, sto t'etarto kef'alaio, anaf'erontai di'aforec ekdoq'ec tou sugkerkim'enu paiqnidio'u kai h mel'eth touc. Τέλος, στο πέμπτο και τελευταίο κεφάλαιο δίνεται η συμπερασματολογία και η μελλοντική έρευνα.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### Βιβλιογραφική Επισκόπηση

#### 2.1 Τροχοί

Σε έναν κουλοχέρη, οι τροχοί είναι αυτοί που ο παίκτης περιστρέφει για να πετύχει νικηφόρους συνδυασμούς. Αυτοί μπορεί να είναι μηχανικοί τροχοί μέσα σε έναν κουλοχέρη ή εικονικοί ρόλοι στην ψηφιακή οθόνη ενός παιχνιδιού βίντεο κουλοχέρη. Οι παίκτες στοιχηματίζουν σε ένα γύρισμα των τροχών και κερδίζουν ή χάνουν, με βάση το αποτέλεσμα αυτής της περιστροφής. Τα απλά παιχνίδια στοιχημάτων μπορεί να έχουν τρεις μόνο τροχούς, αλλά τα περισσότερα σύγχρονα παιχνίδια έχουν πέντε έως και δέκα.

Ο κάθε τροχός περιέχει σύμβολα, τα οποία είναι τοποθετημένα με αυστηρή σειρά, ώστε να επηρεάζεται όσο το δυνατόν περισσότερο το ποσό, που θα λάβει πίσω ο παίκτης μακροπρόθεσμα. Συνήθως, τα περισσότερα σύμβολα σε έναν τροχό είναι αυτά, των οποίων η πληρωμή τους είναι η ελάχιστη από τα υπόλοιπα. Οι τροχοί μπορούν να ονομαστούν με τον όρο «κορδέλα», διότι περιστρέφονται κυκλικά μέχρι να σταματήσουν τυχαία σε κάποιο σύμβολο, το οποίο επιλέγεται με βάση μιας Γεννήτριας Τυχαίων Αριθμών (RNG). (Barboianu 2013)

#### 2.2 Ποσοστό Επιστροφής Παίκτη (RTP)

Το ποσοστό επιστροφής παίκτη γνωστό ως και RTP, είναι ο όρος με τον οποίον περιγράφεται το μακροπρόθεσμο θεωρητικό αναμενόμενο ποσοστό απόδοσης από όλα τα στοιχήματα σε ένα μηχάνημα, με ένα κομμάτι του να καθορίζεται για το καζίνο. Χρησιμοποιώντας ένα απλό παράδειγμα, εάν ο παίκτης στοιχηματίσει χίλια ευρώ σε ένα κουλοχέρη με ένα θεωρητικό RTP ύψους 96%, τότε θα περίμενε από τα 1000 € να πάρει πίσω 960 €. Τα υπόλοιπα 40 € θα κατέληγαν στο καζίνο στην πάροδο του χρόνου.(Casinopedia 2019a)

Η Επιτροπή Ελέγχου Τυχερών Παιχνιδιών στην Νεβάδα υπολόγισε το 2017 ότι λειτουργούσαν 38,434 slots σε 40 περιοχές του Λας Βέγκας. Εκτιμήθηκε ότι τα μηχανήματα αυτά παρήγαν έσοδα ύψους 269.527.00 δολαρίων το μήνα, το οποίο ισοδυναμεί με ένα μέσο κέρδος για το καζίνο στα

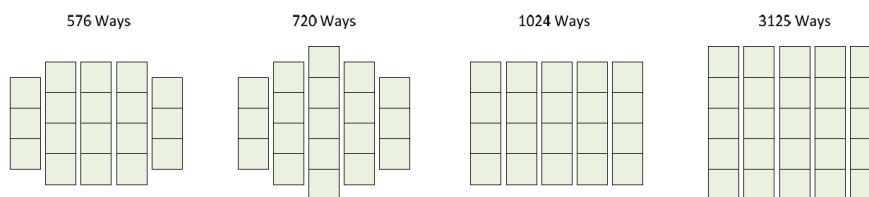
226\$ ανά μέρα. Αυτό το ποσό είναι ακόμα πιο εκπληκτικό όταν θεωρείτε πως οι περισσότεροι κουλοχέρηδες έχουν RTP το οποίο κυμαίνεται από 90% μέχρι 98%. Αυτό δίνει μια εικόνα για το πόσα χρήματα αντλούνται στα μηχανήματα καθημερινά.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι αυτά τα στοιχεία μπορεί να είναι για το Λας Βέγκας, αλλά είναι μια τάση που αντηχεί σε όλο τον κόσμο. Το RTP εξαρτάται από τον κατασκευαστή και όχι από το καζίνο. Οι προγραμματιστές μπορούν να ορίσουν ένα εύρος για το RTP , αλλά τα καζίνο τελικά θα αποφασίσει ποιο RTP θα διαλεχτεί σε αυτό το εύρος.

Τα παιχνίδια στα οποία ο παίκτης πετυχαίνει συχνά νίκες είναι αυτά με τα πιο υψηλά ποσοστά RTP . Οι παιγνιομηχανές πρέπει αναγκαστικά να παρουσιάζουν στους παίκτες το ποσοστό RTP τους. Το RTP όμως δεν είναι το μόνο στατιστικό το οποίο επηρεάζει τη συχνότητα των κερδοφόρων γυρισμάτων όπως θα δούμε στην συνέχεια.(Casino 2019)

## 2.3 Γραμμή πληρωμής

Η γραμμή πληρωμής είναι μια γραμμή (νοητή ή μη), η οποία διασχίζεται από ένα σύμβολο σε κάθε τροχό και κατά μήκος της αξιολογείται εάν τα σύμβολα που διέσχισε αντιστοιχούν σε κάποιο νικηφόρο συνδυασμό ή όχι. Τα online παιχνίδια μπορούν να έχουν από μία έως και εκατοντάδες γραμμές πληρωμής, οι οποίες είναι διαφόρων μορφών (οριζόντια, κάθετη, πλάγια, τριγωνική, ζιγκ-ζαγκ κ.λπ.). Η πλειοψηφία των γραμμών αρχίζει από αριστερά προς τα δεξιά στην οθόνη και ο παίκτης συνήθως μπορεί να επιλέξει σε πόσες γραμμές θα στοιχηματίσει. Ο κανόνας αριστερά προς τα δεξιά σημαίνει ότι τα όμοια σύμβολα πρέπει να ξεκινάνε από τα αριστερά της οθόνης και να εμφανίζονται σε κάθε στήλη της για να επιφέρουν νίκη. Ανάλογα με την οθόνη του παιχνιδιού έχουμε και τις αντίστοιχες πιθανές γραμμές πληρωμών. Παρακάτω φαίνονται κάποιες οθόνες παραδείγματα και οι ο αριθμός των πιθανών γραμμών: (Εικόνα **2.3.1**) (Πηγή: (Muir 2013))



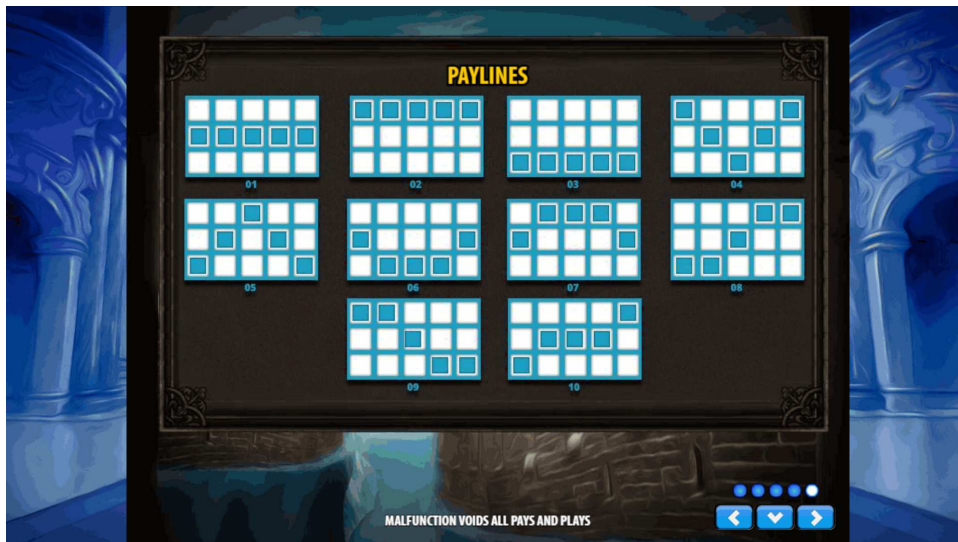
Σχήμα **2.3.1**: Πιθανές Γραμμές Πληρωμών

Ο υπολογισμός των αριθμών αυτών γίνεται πολλαπλασιάζοντας τις θέσεις των στηλών της κάθε οθόνης. Για παράδειγμα το 720 στην δεύτερη οθόνη του σχήματος υπολογίστηκε πολλαπλασιάζοντας τις 3 θέσεις της πρώτης στήλης με σύμβολα, επί 4 της δεύτερης κ.ο.κ. ( $3 \times 4 \times 5 \times 4 \times 3 = 720$ )

Μερικά παιχνίδια έχουν διαφορετικούς κανόνες πληρωμής, εκτός του συνηθισμένου που είναι «αριστερά προς τα δεξιά». Ένας τέτοιος κανόνας είναι ο «αριστερά και δεξιά», ο οποίος πληρώνει

και από τις δύο μεριές της οθόνης. Σε αυτήν την περίπτωση, υπάρχει πιθανότητα να έρθουν δύο κερδοφόροι συνδυασμοί σε μία γραμμή πληρωμής και τότε συνηθίζεται να πληρώνει μόνο ο μεγαλύτερος σε κέρδη. (Barboianu 2013)

Το παιχνίδι που θα αναλύσουμε στην επόμενη ενότητα έχει 10 γραμμές πληρωμής. (Εικόνα 2.3.2) (Πηγή: <https://www.gamblerslab.com/play/le-mystere-du-prince> )



Σχήμα 2.3.2: Γραμμές Πληρωμών Mystere du prince

## 2.4 Ειδικά Σύμβολα

Τα ειδικά σύμβολα σε έναν κουλοχέρη είναι σύμβολα, τα οποία ακολουθούν διαφορετικούς κανόνες από τα υπόλοιπα και έχουν κάποια έξτρα πληρωμή. Συνήθως, έχουν τις μεγαλύτερες πληρωμές σε ένα παιχνίδι και πιο δύσκολο να τα πετύχεις και υπάρχουν σε μικρότερη συχνότητα στους τροχούς. Γενικώς, υπάρχει μεγάλη ποικιλομορφία συμβόλων, τόσο όσων αφορά τους κανόνες που αυτά ακολουθούν όσο και στην εμφάνιση που έχουν, σε κάθε παιχνίδι. Γι' αυτό το λόγο η παρούσα εργασία αναφέρεται στα δύο πιο γνωστά και συνηθισμένα, που συναντάει κάποιος σε ένα παιχνίδι.

### 2.4.1 Διάσπαρτα Σύμβολα (Scatter)

Ένα σύμβολο διασποράς, δεν είναι απαραίτητο να βρίσκεται σε μια γραμμή νίκης, για να επιφέρει πληρωμή. Πρακτικά αυτό σημαίνει ότι τα σύμβολα scatter μπορούν να εμφανιστούν οπουδήποτε στους τροχούς του παιχνιδιού για να κερδίσουν. Εάν προσγειωθούν αρκετά, ο παίκτης θα κερδίσει συνήθως μια επιστροφή στο στοίχημά του συν έναν πολλαπλασιαστή. Τα σύμβολα scatter μπορούν επίσης να ξεκινήσουν γύρους μπόνους σε παιχνίδια βίντεο κουλοχέρηδων ή να



έχουν πρόσθετα χαρακτηριστικά, όπως πολλαπλασιαστικά οφέλη. Δεν περιλαμβάνονται πάντα σε παιχνίδια κουλοχέρηδων, παρόλο που θεωρούνται ένα πολύ κοινό σύμβολο.

Στα περισσότερα παιχνίδια, τα σύμβολα scatter έχουν χαρακτηριστικά μπόνους, με πιο συνηθισμένο από αυτά τους γύρους μπόνους. Όταν τρία ή περισσότερα σύμβολα εμφανιστούν στους τροχούς, ο παίκτης θα έχει την ευκαιρία να εισέλθει σε ένα γύρο μπόνους ή μίνι παιχνίδι για επιπλέον βραβεία. Αυτό μπορεί να είναι βελτιωμένες αποδόσεις παιχνιδιού, δωρεάν περιστροφές ή παιχνίδι pick-and-win.

Ένα ειδικό σύμβολο μπορεί να διαφέρει από παιχνίδι σε παιχνίδι. Για να καταλάβει ένας παίκτης την ακριβή λειτουργία του κάθε συμβόλου, θα πρέπει να ανατρέξει στους κανόνες και τον πίνακα πληρωμών του παιχνιδιού.

#### **2.4.2 Σύμβολα Μπαλαντέρ (Wild)**

Ένα σύμβολο μπαλαντέρ, εμφανίζεται σχεδόν πάντα στα σημερινά παιχνίδια και η λειτουργία του είναι να αντικαθιστά όλα τα υπόλοιπα σύμβολα. Μπορεί να εμφανιστεί σε οποιονδήποτε από τους τροχούς ωστόσο, αυτό δεν είναι υποχρεωτικό και μπορεί να αλλάξει από παιχνίδι σε παιχνίδι.

Στους online κουλοχέρηδες κατά κύριο λόγο, μπορούν επίσης να χρησιμοποιηθούν για να κερδίσουν ένα τζάκποτ, να πολλαπλασιάσουν ένα βραβείο ή / και να ενεργοποιήσουν ένα συγκεκριμένο χαρακτηριστικό. (Casinopedia 2019c) Συνήθως η ιδιότητα του συμβόλου αυτού ενεργοποιείται για όλα τα σύμβολα εκτός του scatter και γενικά όλα τα ειδικά σύμβολα. Στα περισσότερα παιχνίδια το wild είναι από τα ακριβότερα σύμβολα τα οποία αν τα πετύχει ο παίκτης σε κάθε τροχό επιφέρουν τεράστια κέρδη. Η εμφάνιση τους συμβαίνει με τυχαίο τρόπο και ο παίκτης δεν μπορεί να την υπολογίσει. Ακόμα σε μερικά φρουτάκια εμφανίζονται μόνο σε μερικούς τροχούς και όχι σε όλους λόγω των μεγάλων ποσών που προσφέρουν.

Υπάρχουν πολλά είδη συμβόλων wild και θα αναφερθούμε μόνο στα σημαντικότερα και στα πιο διαδεδομένα.

##### **2.4.2.1 Stacked Wilds**

Ένα σύμβολο stacked wild στην ουσία θεωρείται το wild σύμβολο το οποίο έχει την ιδιότητα της στοιβάς. Κατά κύριο λόγο μπορεί στο σημείο που εμφανίζεται να κολλήσει στην οθόνη και τα υπόλοιπα σύμβολα να συνεχίσουν να περιστρέφονται. Με αυτόν το τρόπο υπάρχει μεγάλη πιθανότητα να στοιβαχτούν πολλά wilds, ακόμα και σε ολόκληρη την οθόνη. Συνήθως δεν εμφανίζονται σε όλους τους τροχούς διότι ανεβάζουν πάρα πολύ το ποσοστό επιστροφής στον παίκτη (RTP), άλλα υπάρχουν παιχνίδια τα οποία έχουν stacked wilds σε κάθε τροχό και αντίστοιχα υψηλή διακύμανση.

Τα stacked wilds είναι εύκολα αναγνωρίσιμα και μοιάζουν αρκετά με τα expanding wilds (Κεφάλαιο **2.4.2.2**). Η μεγάλη διαφορά τους έγκειται ότι στα σύμβολα της στοιβάς θα πρέπει να

εμφανιστεί τουλάχιστον ένα αρχικό wild , πριν αρχίσουν να επεκτείνονται. Τέλος κάθε παιχνίδι έχει τους δικούς του κανόνες για αυτά τα σύμβολα, οι οποίοι μπορεί να διαφέρουν σε μεγάλο βαθμό από τους βασικούς. (Online 2019c)

Παρακάτω φαίνεται μια εικόνα από το φρουτάκι Medusa II , με το σύμβολο μέδουσα, το οποίο είναι stacked wild , να έχει επεκταθεί σε όλη τη στήλη. (Εικόνα 2.4.3)

(Πηγή: <https://www.gamblerslab.com/play/le-mystere-du-prince> )



Σχήμα 2.4.3: Stack Wilds Medusa II Slot

#### 2.4.2.2 Expanding Wilds

Τα expanding wilds είναι wilds σύμβολα τα οποίο κατέχουν την ιδιότητα της επέκτασης. Η κύρια διαφορά τους από τα κανονικά είναι ότι όταν ο παίκτης τα πετύχει στην οθόνη, αυτά επεκτείνονται είτε κάθετα είτε οριζόντια προσφέροντας περισσότερους κερδοφόρους συνδυασμούς. Όταν εξαπλώνονται τα expanding wilds , ουσιαστικά τα σύμβολα αντικαθίστανται με μπαλαντέρ.

Γενικά όπως και τα stacked wilds , τα σύμβολα αυτά προσφέρουν αυξημένη πιθανότητα κέρδους από οποιοδήποτε άλλο σύμβολο και οι προγραμματιστές τα περιορίζουν συνήθως στο δεύτερο, τρίτο και τέταρτο τροχό. Κάτι τέτοιο βέβαια εξαρτάται από τις προτιμήσεις του κατασκευαστή.

Το φρουτάκι Sparks είναι ένα αρκετά καλό παράδειγμα για την αναπαράσταση των expanding wilds . Κατά την διάρκεια του παιχνιδιού σε έναν από τους ενδιάμεσους τροχούς εμφανίζεται ένα σύμβολο ως φωτεινό «W». Όταν συμβαίνει κάτι τέτοιο τα διπλανά σύμβολα μεταμορφώνονται και αυτά σε wilds . (Εικόνα 2.4.4) (Πηγή: <https://www.gamblerslab.com/play/sparks> )



Σχήμα 2.4.4: Expand Wilds Berryburst MAX Slot

Γενικά η ιδιότητα της επέκτασης στα σύμβολα μπαλαντέρ είναι ένα πολύ ιδιαίτερο και συναρπαστικό χαρακτηριστικό προς τον παίκτη. Προσφέρει αγωνία, ενθουσιασμό και κάτι διαφορετικό ώστε να προσελκύσει την προσοχή τους. (Websites 2019)

#### 2.4.2.3 Sticky Wilds

Τα sticky wilds είναι άλλη μία διαφορετική ιδιότητα που μπορούν να έχουν τα σύμβολα μπαλαντέρ. Στην προκειμένη περίπτωση όταν εμφανίζεται ένα sticky wild σε μία θέση στην οθόνη, αυτό θα παραμείνει και για επόμενες περιστροφές, με αποτέλεσμα μεγαλύτερη πιθανότητα να δημιουργηθούν κερδοφόροι συνδυασμοί. Τα σύμβολα αυτά συνήθως εμφανίζονται σε στάδια μπόνους (δωρεάν περιστροφές) και παραμένουν «κολλημένα» στην αρχική τους θέση για όλη την διάρκεια του μπόνους, αναπαράγοντας τεράστια κέρδη για τον παίκτη. (Online 2019d)

Το Tower Quest είναι ένα online slot machine που κατέχει τέτοια σύμβολα. Το σύμβολο με την εικόνα του πύργου είναι στην ουσία 3 σύμβολα μπαλαντέρ που επεκτάθηκαν στο μεσαίο τροχό και θα παραμείνουν για τις επόμενες 2 περιστροφές στο ίδιο σημείο. Εικόνα (2.4.5) (Πηγή: <https://www.gamblerslab.com/play/tower-quest> )



Σχήμα 2.4.5: Sticky Wilds Tower Quest Slot

#### 2.4.2.4 Multiplier Wilds

Τα multiplier wilds είναι σύμβολα wilds τα οποία χρησιμοποιούν την ιδιότητα του πολλαπλασιασμού. Ποιο συγκεκριμένα, όλοι οι συνδυασμοί που περιέχουν ένα τέτοιο σύμβολο μπαλαντέρ με αυτήν την ιδιότητα, έχουν έναν πολλαπλασιαστή στο ποσό που επιστρέφει ο συνδυασμός. Συνήθως αυτό είναι δύο ή τρεις φορές το ποσό του κερδοφόρου συνδυασμού. Γενικά τα σύμβολα αυτά είναι τα πιο διαδεδομένα στο χώρο των online slot machines , καθώς είναι εύκολα διαχειρίσιμα και υπολογίσιμα. Το παιχνίδι που θα αναλύσουμε στην διπλωματική, με το όνομα *Mystere du Prince* , έχει στα σύμβολά του multiplier wilds . Τα σύμβολα αυτά έχουν τη μορφή ενός ρόδου και κάθε φορά που δημιουργούν έναν συνδυασμό, πολλαπλασιάζουν το ποσό που θα πλήρωνε χωρίς μπαλαντέρ επί δύο. Για παράδειγμα ο παρακάτω κερδοφόρος συνδυασμός από 3 σύμβολα βαλέδες κανονικά θα επέστρεφε 5 credits. Στην προκειμένη περίπτωση επιστρέφει 10 credits, δηλαδή δύο φορές το ποσό του. (Εικόνα 2.4.6)

(Πηγή: <https://www.gamblerslab.com/play/le-mystere-du-prince> )



Σχήμα 2.4.6: Multiplier Wilds Mystere du Prince Slot

#### 2.4.2.5 Shifting Wilds

Το τελευταίο είδος συμβόλου μπαλαντέρ που θα αναφέρουμε είναι τα shifting wilds . Τα shifting wilds έχουν μεγάλες ομοιότητες με τα sticky wilds . Όταν εμφανιστούν στην οθόνη παραμένουν και για μελλοντικές περιστροφές, όπως και τα sticky wilds . Η διαφορά τους είναι ότι τα shifting wilds δεν θα μείνουν στη ίδια θέση με την αρχική τους, αλλά θα μετακινούνται στον τροχό που βρίσκονται μέχρι να φτάσουν στην τελευταία θέση και να εξαφανιστούν. Στις περιπτώσεις που ο παίκτης πετυχαίνει πολλαπλά τέτοια σύμβολα, υπάρχει πιθανότητα να αυξηθεί το κεφάλαιό του δραματικά.(Online 2019b)

Ένα από τα πολλά παιχνίδια που εμφανίζονται shifting wilds είναι το Invisible Man slot . Το σύμβολο μπαλαντέρ εμφανίζεται σε μια τυχαία θέση και προχωράει αριστερά μέχρι να φτάσει στον πρώτο τροχό και να εξαφανιστεί. (Εικόνα 2.4.7)

(Πηγή: <https://www.gamblerslab.com/play/the-invisible-man> )



Σχήμα 2.4.7: Shifting Wilds The Invisible Man Slot

## 2.5 Μεταβλητότητα (Volatility)

Η μεταβλητότητα είναι ένα στοιχείο που επηρεάζει το ρίσκο του καζίνου η των online slot machines. Αν και οι περισσότεροι παίκτες θα κοιτάζουν το RTP σε ένα slot και κατα πόσο έχουν πλεονέκτημα απέναντι στο καζίνο, μερικοί θα ασχοληθούν και με το όρο volatility. Η μεταβλητότητα μπορεί να συνδυαστεί με το RTP . Αν ένας παίκτης στο τέλος του παιχνιδιού του έχει μικρή διαφορά σε σχέση με το RTP του εκάστοτε παιχνιδιού, τότε λέμε ότι η μεταβλητότητα είναι χαμηλή. Αντίστοιχα αν ο παίκτης έχει μεγάλες διαφορές, όπως να χάσει μεγάλα ποσά ή αντίστοιχα να κερδίζει κάποιο jackpot , τότε η μεταβλητότητα του παιχνιδιού είναι υψηλή. Έμπειροι παίκτες προσαρμόζουν την στρατηγική τους μόνο βάση της μεταβλητότητας κάθε παιχνιδιού.

Η έννοια της μεταβλητότητας έχει πολλές πτυχές, μία από αυτές εξαρτάται από τον παίκτη. Όσο και αν θέλει το καζίνο, δεν μπορεί να ελέγξει το μέγεθος των στοιχημάτων που ποντάρει ο παίκτης. Η τιμή του πονταρίσματος αποφασίζεται εξ ολοκλήρου από τον τζογαδόρο. Αυτός ο έλεγχος αναφέρεται μερικές φορές ως «money management». Η δεύτερη πτυχή του όρου έχει να κάνει με την διαφορά των αποτελεσμάτων στην πάροδο του χρόνου. Στο τέλος της ημέρας το παιχνίδι θα ακολουθήσει μια κανονική κατανομή των χρημάτων. Κάποιες φορές θα είναι ένα κακό σερί για τον παίκτη οδηγώντας τον σε χάσιμο στοιχημάτων, ενώ σε άλλες θα έχει συνέχεια ένα μικρό κέρδος. Το μεγάλο μέλημα στην τελική είτε για τον παίκτη, είτε για το καζίνο βρίσκεται στο ποιος θα ελέγχει τη δεύτερη πτυχή της μεταβλητότητας. Ας πάρουμε για παράδειγμα το ριζιμο ενός νομίσματος, ο παίκτης θα πληρώνεται περίπου μία στις δύο το στοιχημα του πίσω, έτσι το παιχνίδι θα έχει χαμηλό volatility. Αυτό συμβαίνει διότι η πιθανότητα κέρδους ή ήττας είναι 50%, το οποίο έχει σαν αποτέλεσμα η προοπτική κέρδους και από τις δύο πλευρές να είναι μικρή. Αντιθέτως το καζίνο επιδιώκει παιχνίδια όπως η ρουλέτα, στην οποία ο παίκτης έχει την δυνατότητα

να στοιχηματίσει ένα μεγάλο ποσό σέ ένα μόνο αριθμό με αποτέλεσμα να έχει κολοσσιαία κέρδη ή τεράστιες ήττες. Για αυτόν το λόγο η ρουλέτα είναι ένα παιχνίδι με πολύ υψηλή μεταβλητότητα. (Casinopedia 2019b)

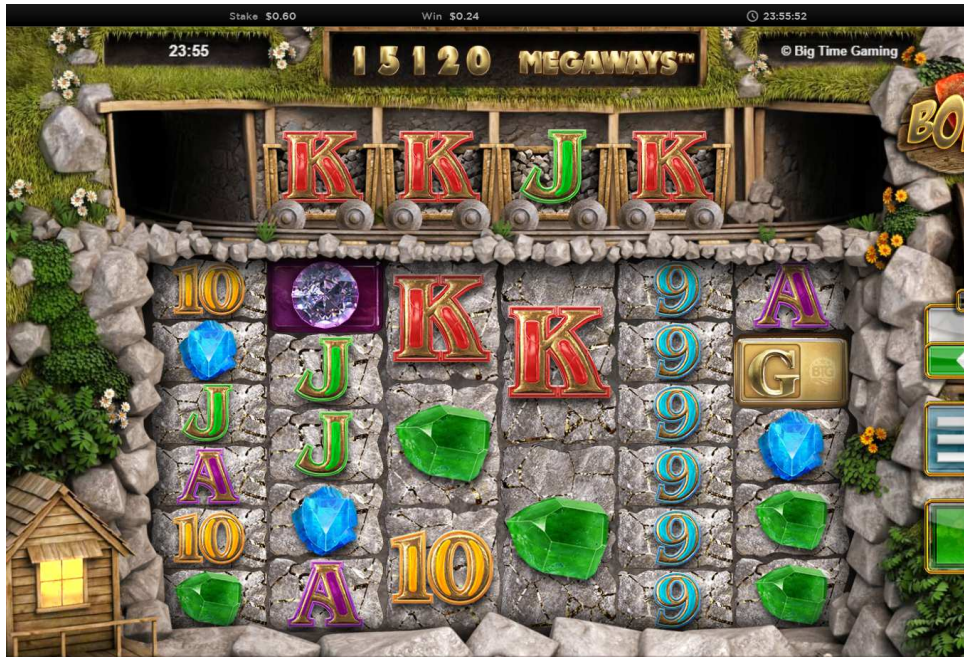
## 2.6 Μίνι παιχνίδια μπόνους

Το παιχνίδι μπόνους αναφέρεται σε μια ειδική λειτουργία που υπάρχει στο βασικό παιχνίδι. Είναι ένα ιδιαίτερα δημοφιλές χαρακτηριστικό, καθώς δίνει στους παίκτες μια πρόσθετη ευκαιρία να προσθέσουν κέρδη στο συνολικό τους βραβείο. Ένα παιχνίδι μπόνους ενεργοποιείται όταν ένας παίκτης πετυχαίνει ένα νικηφόρο συνδυασμό συμβόλων. Τα παιχνίδια ποικίλλουν από κουλοχέρη σε κουλοχέρη, μερικά απαιτούν ένα βαθμό δεξιοτήτων ενώ άλλα είναι εντελώς τυχαία. Ανάλογα με τον κουλοχέρη, μερικά παιχνίδια μπόνους έχουν μια αίσθηση παιχνιδιού arcade , δημιουργώντας την ψευδαίσθηση ότι ο παίκτης έχει τον έλεγχο του πόσο κερδίζει. Στην πραγματικότητα αυτό δεν συμβαίνει, το ποσό που ένας παίκτης κερδίζει σε ένα παιχνίδι μπόνους βασίζεται καθαρά στην τύχη και συχνά τα παιχνίδια δεν θα διαρκέσουν πολύ. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι όσο οι παίκτες συμμετέχουν σε ένα παιχνίδι μπόνους, δεν στοιχηματίζουν, πράγμα που σημαίνει ότι όσο πιο γρήγορα τελειώνει, τόσο πιο γρήγορα ο παίκτης μπορεί να συνεχίσει να βάζει χρήματα στον κουλοχέρη. Τα καζίνο γνωρίζουν ότι τα παιχνίδια με δυνατότητα μπόνους είναι πιο πιθανό να τραβήξουν παίκτες και γι' αυτό το λόγο τα προτιμάνε έναντι των κανονικών.

Αναλυτικότερα, θα αναφέρουμε τα πιο συνηθισμένα είδη παιχνιδιών μπόνους. (fish games 2019)

### 2.6.1 Cascades

Ο πρώτος τύπος μπόνους παιχνιδιών ονομάζεται Cascade bonus feature. Το βασικό τους χαρακτηριστικό βρίσκεται στην αντικατάσταση των συμβόλων ενός κερδισμένου συνδυασμού πάνω σε μια γραμμή πληρωμής. Αναλυτικότερα, όταν ο παίκτης κερδίζει ένα συνδυασμό, αυτός ο συνδυασμός στην ίδια περιστροφή αντικαθίσταται από τα σύμβολα της πάνω γραμμής, δίνοντας άλλα μια ευκαιρία στον παίκτη να πετύχει έναν νέο συνδυασμό. Συνήθως, σε τέτοια μπόνους είναι εμφανής και μια έχτρα γραμμή στην οθόνη ώστε ο παίκτης να βλέπει τα σύμβολα που πρόκειται να αντικατασταθούν. (Εικόνα **2.6.8**) (Πηγή: <https://www.gamblerslab.com/play/bonanza-megaways>)

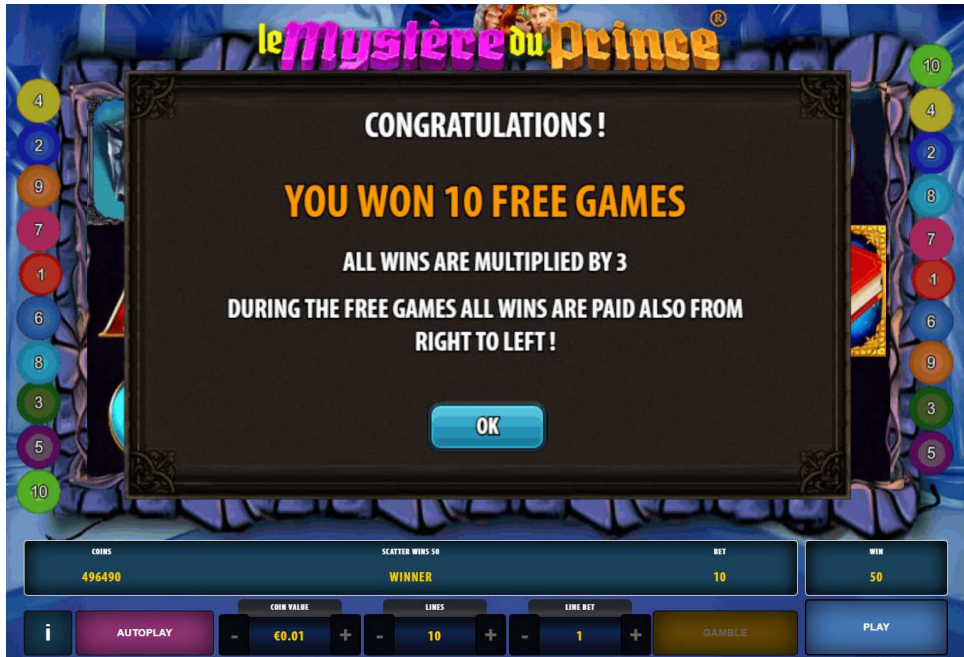


Σχήμα 2.6.8: Cascade Bonanza-Megaways slot

### 2.6.2 Free Spins

Ο δεύτερος και πιο συνηθισμένος τύπος μπόνους παιχνιδιών είναι οι δωρεάν περιστροφές. Κατά κύριο λόγο ο παίκτης εισέρχεται σε ένα τέτοιου είδους μπόνους με την εμφάνιση συγκεκριμένων συμβόλων (τις περισσότερες φορές το σύμβολο αυτό είναι το scatter). Το στοίχημα των περιστροφών παραμένει το ίδιο με αυτό που είχε ο παίκτης στο τελευταίο του γύρισμα πριν κερδίσει τις δωρεάν περιστροφές. Τέλος υπάρχει η πιθανότητα να ενεργοποιηθεί ξανά το μπόνους για πάνω από μια φορές, το οποίο δίνει την ψευδαίσθηση ότι ο παίκτης μπορεί να κερδίζει για πάντα δωρεάν γυρίσματα. Η πιθανότητα βέβαια να γίνει κάτι τέτοιο είναι μηδαμινή. (Εικόνα 2.6.9) (Πηγή: <https://www.gamblerslab.com/play/le-mystere-du-prince>)





Σχήμα 2.6.9: Free Spins Bonus Mystere Du Prince slot

### 2.6.3 Pick a Box

Ο τρίτος και τελευταίος τύπος παιχνιδιών μπόνους που θα αναφερθούμε είναι τα Pick a Box μπόνους. Ουσιαστικά, ο παίκτης έχει να κάνει μια επιλογή από διάφορα κρυμμένα έπαθλα. Κάθε έπαθλο έχει και ένα αντίστοιχο ποσό ή κάποιου άλλου είδους βραβείο. Σε μερικά παιχνίδια ο παίκτης έχει την δυνατότητα να μεταπηδήσει σε πρόσθετα επίπεδα και να κερδίσει μεγαλύτερα έπαθλα. Το συγκεκριμένο μπόνους θεωρείται ξεπερασμένο και ίσως να μην το συναντήσει κάποιος στα πιο σύγχρονα παιχνίδια. (Εικόνα 2.6.10)

(Πηγή: <https://www.gamezebo.com/2018/01/04/caesars-slots-giving-away-40000-coins-launch-bonus/> )



Σχήμα 2.6.10: Pick a box Bonus Caesars slot

## 2.7 Ακανόνιστη Οθόνη (Irregular Window )

Τα περισσότερα online slot machines έχουν οθόνες  $3 \times 3$  και  $3 \times 5$ , δηλαδή τρεις οριζόντιες γραμμές και τρεις ή πέντε κάθετες από σύμβολα. Υπάρχουν όμως παιχνίδια τα οποία δεν έχουν κανένα από τα συνηθισμένα σχήματα. Το ποσοστό επιστροφής του παίκτη υπολογίζεται παρόμοια στα παιχνίδια με ακανόνιστες οθόνες χρησιμοποιώντας τους ίδιους υπολογισμούς. Οι γραμμές πληρωμής εξαρτιούνται από το ύψος της οθόνης ενώ τα σύμβολα scatter έχουν αυξημένες πιθανότητες και χρειάζεται προσοχή στην τοποθέτησή τους στους τροχούς.(Muir 2013)

Ένα χαρακτηριστικό φρουτάκι της εταιρίας NetEnt που έχει ακανόνιστη οθόνη είναι το Jumanji , όπως παρατηρούμε στην παρακάτω εικόνα (2.7.11)

(Πηγή: <https://www.gamblerslab.com/play/jumanji> )



Σχήμα 2.7.11: Irregular Window Jumanji slot

## 2.8 Προοδευτικό Τζάκποτ (Progressive Jackpot )

Το προοδευτικό τζάκποτ είναι ένας όρος που χρησιμοποιείται σε πολλά τυχερά παίγνια και αρκετά στους κουλοχέρηδες. Κατά κύριο λόγο είναι ένα τζάκποτ (μεγάλο ποσό χρημάτων) το οποίο αυξάνεται καθώς ο παίκτης παίζει στο φρουτάκι. Το φρουτάκι μπορεί να είναι μια μηχανή σε κάποιο καζίνο, στην οποία το τζάκποτ προσθέτετε μόνο στην συγκεκριμένη μηχανή, ή ένα διαδικτυακό παιχνίδι το οποίο αυξάνεται από παίκτες σε όλο το κόσμο. Για το λόγο αυτό, ο όρος αυτός έχει περισσότερο νόημα για online slot machines και όχι για στατικές μηχανές.

Τα slots κρατάν ένα μικρό ποσοστό από το στοιχείο για να αναπτύξουν ένα μεγάλο προοδευτικό τζάκποτ το οποίο θα ελκύσει τον παίκτη στο συγκεκριμένο παιχνίδι. Συνήθως αναγράφεται σε ένα μεγάλο φωτεινό πίνακα στην οθόνη του παιχνιδιού και ο αριθμός αλλάζει σε ζωντανό χρόνο καθώς οι παίκτες στοιχηματίζουν συγχρόνως. Τα συγκεκριμένα φρουτάκια με προοδευτικό τζάκποτ είναι σχεδόν πάντα στις δημοφιλέστερες λίστες και οι ιστοσελίδες τα προωθούν αρκετά μέσω διαφημίσεων.

Τέλος ένα σημαντικό χαρακτηριστικό που κατέχουν τέτοιου είδους παιχνίδια είναι ότι ο παίκτης πρέπει να στοιχηματίζει το μεγαλύτερο δυνατό ποσό για να είναι ικανός να κερδίσει το προοδευτικό τζάκποτ. Το ποσό θα είναι τραγικά μικρότερο αν παίζει με το ελάχιστο στοιχείο. (Online 2019a)

Παρακάτω απεικονίζεται ένα παιχνίδι της εταιρίας NetEnt που έχει προοδευτικό τζάκποτ και ονομάζεται Mega Fortune: (Εικόνα 2.8.12)

(Πηγή: <https://www.gamblerslab.com/play/mega-fortune> )



Σχήμα 2.8.12: Progressive Jackpot Mega Fortune slot

## 2.9 Εικονικοί Τροχοί (Virtual Reels )

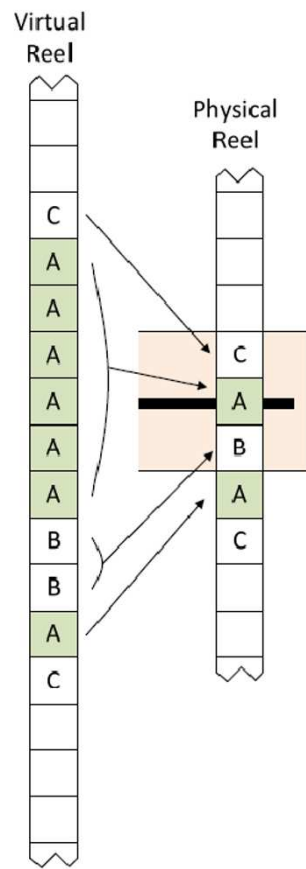
Στο τελευταίο κεφάλαιο της ενότητας θα αναφερθούμε σε έναν όρο πάνω στα διαδικτυακά φρουτάκια που ονομάζεται εικονικοί τροχοί. Οι εικονικοί τροχοί χρησιμοποιήθηκαν αρχικά σε μηχανικούς κουλοχέρηδες (mechanical stepper games ) για να δώσουν «βάρος» σε ένα σύμβολο, όπως περιγράφεται στην (Telnaes 1984). Στην συνέχεια όμως μερικοί προγραμματιστές άρχισαν να τους χρησιμοποιούν στα online slot machines .

Στα μηχανικά φρουτάκια οι τροχοί είναι πραγματικές κατασκευές και έχουν περιορισμούς στο μέγεθός τους. Το όριο των συμβόλων είναι περίπου στα 22 σύμβολα στον κάθε τροχό. Έτσι αν είχαμε 100 σύμβολα σε κάθε τροχό, τότε θα ήταν τόσο μικρά που ο παίκτης δεν θα μπορούσε να τα δει, ή το φρουτάκι θα ήταν τεράστιο για να χωράει τέτοιους τροχούς.

Αν πάρουμε για παράδειγμα ένα κουλοχέρη με 3 τροχούς και 22 σύμβολα ο καθένας, τότε έχουμε  $22^3$  ή 10648 πιθανούς συνδυασμούς συμβόλων. Τόσοι λίγοι συνδυασμοί μειώνουν υπερβολικά τον πίνακα πληρωμών και τα μέγιστα ποσά που μπορεί να έχει, με αποτέλεσμα να μην είναι ευέλικτη η κατασκευή του παιχνιδιού.

Οι εικονικοί τροχοί, εικόνα (2.9.13) (Πηγή: (Muir 2013)), απεικονίζουν ουσιαστικά μεγαλύτερους τροχούς, οι οποίοι αντιστοιχούν πολλά εικονικά σύμβολα σε μία θέση του πραγματικού τροχού. Έτσι υπάρχει δυνατότητα οι μηχανικοί κουλοχέρηδες να έχουν παραπάνω σύμβολα άρα και μεγαλύτερα κέρδη χωρίς το ποσοστό επιστροφής στον παίκτη (RTP ) να υπερβαίνει το 100%. Επιπλέον στα διαδικτυακά παιχνίδια μπορούν εξίσου να χρησιμοποιηθούν οι εικονικοί τροχοί για να αποφύγουμε τους τροχούς με τεράστια μεγέθη και να υπολογίσουμε ποιο εύκολα τα στατιστικά

του παιχνιδιού.(Muir 2013)



Σχήμα 2.9.13: Virtual Reels

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

## Στατιστική Ανάλυση

### 3.1 Βασικό παιχνίδι

Σε αυτό το κεφάλαιο θα λάβει μέρος η στατιστική ανάλυση ενός  $3 \times 5$  εικονικού παιχνιδιού στο excel. Στόχος είναι ο υπολογισμός του ποσοστού RTP (επιστροφή στον παίκτη), το οποίο γίνεται πάντα σε θεωρητικό επίπεδο με βάση τις πιθανότητες των κερδοφόρων συνδυασμών. Αυτή η ανάλυση στο excel μπορεί να υπολογιστεί για μία γραμμή πληρωμών, ενώ για παραπάνω θα χρειαστεί άλλου είδους λογισμικό. Το παιχνίδι που θα χρησιμοποιήσουμε ως παράδειγμα στην διπλωματική μου ονομάζεται *Mystere du prince* και είναι σχεδιασμένο από γνωστή εταιρία πάνω στο συγκεκριμένο κλάδο. (Εικόνα **3.1.1**)

(Πηγή: <https://www.gamblerslab.com/play/le-mystere-du-prince> )

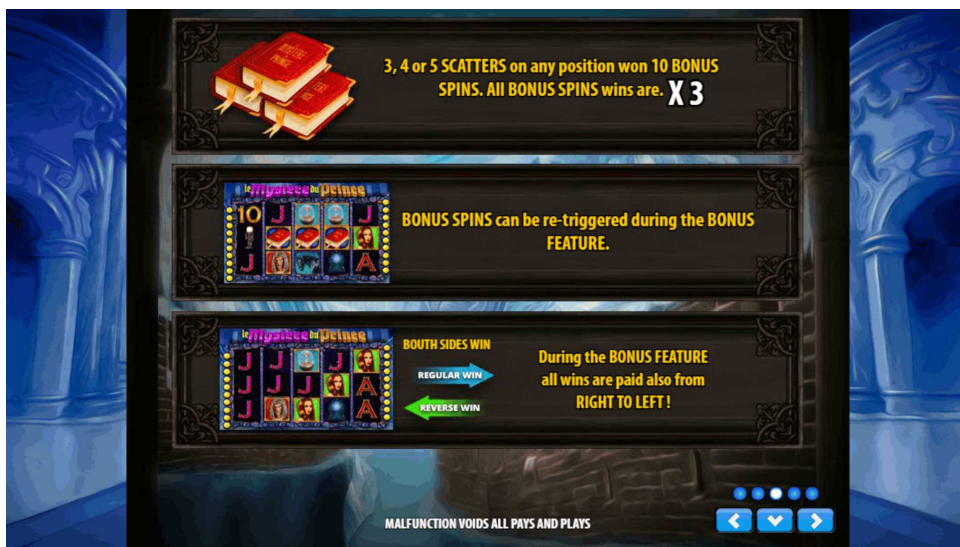


Σχήμα **3.1.1**: Εικόνα *Mystere du prince*

### 3.1.1 Κανόνες του Mystere du prince

Το συγκεκριμένο παιχνίδι είναι μια  $3 \times 5$  παιγνιομηχανή. Έχει 10 γραμμές πληρωμής και πληρώνει από τα αριστερά προς τα δεξιά στο βασικό του παιχνίδι. Ο παίκτης έχει την πιθανότητα να κερδίσει 10 δωρεάν γύρους σε ένα μπόνους παιχνίδι. Στο μπόνους κάποιος εισέρχεται πετυχαίνοντας στο βασικό παιχνίδι 3, 4 ή 5 ειδικά σύμβολα scatter. Στη συνέχεια κερδίζει τους 10 δωρεάν γύρους με διαφορετικούς κανόνες. Οι κανόνες στο μπόνους παιχνίδι αλλάζουν στο ότι ο παίκτης κερδίζει από τα αριστερά προς τα δεξιά, αλλά και το αντίστροφο. Επίσης τα κέρδη πολλαπλασιάζονται επί 3, ενώ υπάρχει πιθανότητα να επιτευχθούν ξανά και ξανά οι 10 δωρεάν γύροι. (Εικόνα 3.1.2)

(Πηγή: <https://www.gamblerslab.com/play/le-mystere-du-prince>)



Σχήμα 3.1.2: Κανόνες Mystere du prince

### 3.1.2 Προσομοίωση παιχνιδιού

Η προσομοίωση ενός παιχνιδιού για στατιστική ανάλυση γίνεται συνήθως με δύο μεθόδους. Η πρώτη είναι ένας ολοκληρωμένος κύκλος όλων των πιθανών συνδυασμών που είναι εφικτό να παράγουν οι τροχοί του παιχνιδιού, ενώ η δεύτερη ονομάζεται μέθοδος Monte-Carlo και χρησιμοποιεί ένα δείγμα από πολλές τυχαίες επαναλήψεις της κάθε στροφής των τροχών.

#### 3.1.2.1 Ολόκληρος κύκλος (Full Cycle)

Όταν χρησιμοποιούμε τον ολόκληρο κύκλο τότε πρέπει να υπολογίσουμε πόσοι θα είναι όλοι οι πιθανοί συνδυασμοί του παιχνιδιού. Αν είχαμε ίδια μεγέθη συμβόλων σε όλους τους τροχούς οι συνολικοί συνδυασμοί θα ήταν  $t^n$ , όπου  $t$  το μέγεθος του τροχού και  $n$  ο αριθμός των τροχών. Οι τροχοί μας στο Mystere du prince έχουν διαφορετικά μεγέθη, όπως συμβαίνει συνήθως. Οι

τροχοί είναι 5 και έχουν μεγέθη 32 ,48 ,43 ,43 ,43 (Πίνακας **3.1**). Σε αυτήν την περίπτωση χρησιμοποιούμε τον τύπο  $\prod_{j=1}^n t_j = t_1 t_2 \dots t_n$  ο οποίος είναι το γινόμενο των συνολικών συμβόλων κάθε τροχού. Έτσι όλοι οι συνδυασμοί θα υπολογιστούν πολλαπλασιάζοντας τα μεγέθη όλων των τροχών, δηλαδή  $32 \times 48 \times 43 \times 43 \times 43 = 122.122.752$ . Ο αριθμός αυτός προβάλλει κάθε πιθανό συνδυασμό που κερδίζει ή χάνει στο παιχνίδι και για αυτόν το λόγο το Full Cycle αποδίδει ακριβές στατιστικά αποτελέσματα.

Το Full Cycle είναι χρήσιμο για την στατιστική ανάλυση και την ακρίβεια ενός παιχνιδιού. Γενικά όμως για την ανάπτυξη μιας online παιγνιομηχανής είναι αναγκαστικό να δοκιμαστεί σε πραγματικές συνθήκες. Για την προσομοίωση αυτών των συνθηκών χρησιμοποιούμε μια διαφορετική προσέγγιση, όπως θα δούμε στο επόμενο κεφάλαιο της διπλωματικής.

### **3.1.2.2 Monte-Carlo προσομοίωση**

Η μέθοδος Μόντε Κάρλο ,ή πείραμα/προσομοίωση Μόντε Κάρλο, είναι μια στοχαστική διαδικασία όπου με χρήση τυχαίων αριθμών και τη στατιστική προσπαθούμε να λύσουμε ένα πρόβλημα. Σε ένα πείραμα Μόντε Κάρλο χρησιμοποιείται μια προσομοίωση με μια γεννήτρια τυχαίων αριθμών (RNG). Η μέθοδος αυτή συνεργάζεται αρκετά με τα τυχερά παίγνια, διότι είναι ποιο ρεαλιστική από την άποψη ότι στην πάροδο του χρόνου οι παίχτες δεν θα πετυχαίνουν κάθε συνδυασμό από μία φορά, αλλά πολλές περισσότερες. Έτσι εκτιμάτε καλύτερα ένα τυχερό παιχνίδι για το πόσο κερδοφόρο θα είναι στο βάθος του χρόνου. (Mooney, Sage Publications, and Z 1997)

Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται για την αναπαράσταση ενός παιχνιδιού, ώστε να έρθει όσο πιο κοντά γίνεται στις συνθήκες του καζίνο. Με την βοήθεια κάποιου προγράμματος η αλγορίθμου προσομοιάζουμε το παιχνίδι σε ένα μεγάλο αριθμό επαναλήψεων και εξάγουμε τα αποτελέσματα, τα οποία μας δίνουν μια εικόνα του παιχνιδιού σε πραγματικές συνθήκες. Με αυτόν τον τρόπο αποδεικνύεται η τυχαιότητα της παιγνιομηχανής και διάφορα στατιστικά, όπως η κανονική κατανομή η οποία δείχνει πως το παιχνίδι δεν είναι στημένο και βασίζεται στην τυχαιότητα. Αν τα αποτελέσματα από το Full Cycle και την προσομοίωση Monte Carlo έχουν μικρές αποκλίσεις μεταξύ τους, τότε έχει κατασκευαστεί ένα πλήρες φρουτάκι.

Είναι γνωστό ότι οι αλγόριθμοι που βασίζονται σε αυτή τη μέθοδο δίνουν στατιστικές εκτιμήσεις για τη λειτουργικότητα του δείγματος πραγματοποιώντας τυχαία δειγματοληψία μιας συγκεκριμένης τυχαίας μεταβλητής της οποίας η μαθηματική προσδοκία είναι η επιθυμητή λειτουργική. Οι αριθμητικοί αλγόριθμοι Μόντε Κάρλο μπορούν να χωριστούν σε δύο κατηγορίες:

Άμεσοι και επαναληπτικοί αλγόριθμοι.

- Οι άμεσοι αλγόριθμοι περιέχουν μόνο ένα στοχαστικό σφάλμα. Για παράδειγμα, η αξιολόγηση ολοκληρωμάτων μπορεί να πραγματοποιηθεί με άμεσους αλγόριθμους Monte Carlo.



- Οι επαναληπτικοί αλγόριθμοι Monte Carlo ασχολούνται με μια κατά προσέγγιση λύση που επιτυγχάνει μια βελτιωμένη λύση με κάθε επανάληψη του αλγορίθμου. Καταρχήν απαιτούν έναν απεριόριστο αριθμό επαναλήψεων για να ληφθεί η ακριβής λύση, αλλά συνήθως είναι ικανοποιητική η προσέγγιση με τα σημαντικά ποσοστά. (Balabanov, Zankinski, and Shumanov 2015)

Η εταιρία που συνεργαστήκαμε παρείχε όλα τα στατιστικά που θα αναλύσουμε στην διπλωματική χρησιμοποιώντας την Monte Carlo προσομοίωση για 1.000.000.000 επαναλήψεις. Τα παρακάτω στατιστικά βρίσκονται στο παράρτημα της διπλωματικής με μορφή xml . Το παράρτημα είναι ένα ενδεικτικής μορφής par sheet το οποίο διαφέρει από εταιρία σε εταιρία, αλλά είναι αναγκαίο για την κατασκευή ενός online slot machine.

### 3.1.3 Ποσοστό επιτυχίας και Συχνότητα

Το ποσοστό επιτυχίας (hit frequency ) και η συχνότητα επιτυχίας (hit rate ) είναι δύο στατιστικοί όροι που χρησιμοποιούνται αρκετά στην ανάλυση των παιγνιομηχανών. Το ποσοστό επιτυχίας μας δείχνει το ποσοστό στο οποίο ο παίκτης θα κερδίσει τουλάχιστον ένα συνδυασμό συμβόλων. Η συχνότητα επιτυχίας συμβολίζει πόσα γυρίσματα θα χρειαστεί ο παίκτης κατά μέσο όρο , ώστε να κερδίσει ένα οποιοδήποτε ποσό. Για παράδειγμα αν είχαμε σε ένα παιχνίδι hit frequency = 30% τότε το φρουτάκι έχει 30%, ή 1 στις 3 περίπου, πιθανότητα να κερδίσει οτιδήποτε από των πίνακα πληρωμών. Συνήθως τα online slot machines έχουν υψηλή συχνότητα επιτυχίας, για να δείχνουν την ψευδαίσθηση ότι ο παίκτης κερδίζει συχνά. Όμως τα συχνά ποσά είναι μικρότερα από το αρχικό στοίχημα του παίκτη και έτσι άπλα απαλύνουν την συνολική χασούρα. Αντίστοιχα αν το hit rate είναι ίσο με 3.5, συνεπάγεται ότι κάθε 3.5 περιστροφές κατά μέσο όρο ο παίκτης θα κερδίζει ένα ποσό. Τα δύο στατιστικά μέτρα προβάλλουν το ίδιο σε διαφορετική μορφή.

Οι μαθηματικοί τύποι για να υπολογιστούν οι όροι hit frequency και hit rate φαίνονται παρακάτω:

$$\text{hit rate} = \frac{\text{Full Cycle}}{\text{hits}} \text{ (Πηγή: (Muir 2013))}$$

Όπου:

- Το Full Cycle συμβολίζει τον αριθμό όλων των πιθανών συνδυασμών που μπορούν να κατασκευαστούν από τα σύμβολα που υπάρχουν στους τροχούς
- Τα hits συμβολίζουν τον αριθμό των συνολικών κερδισμένων περιστροφών.

και

$$\text{hit frequency} = \frac{100\%}{\text{hit rate}} \text{ (Πηγή: (Muir 2013))}$$

Στο *Mystere du prince* αν υπολογίζαμε τους παραπάνω στατιστικούς όρους στο excel θα είχαμε hit rate = 11.22 και hit frequency = 8.9% για το βασικό παιχνίδι. Αυτά τα αποτελέσματα όμως αντικαθρεπίζουν το ποσοστό επιτυχίας του παιχνιδιού για μία μόνο γραμμή πληρωμής, ενώ στο παιχνίδι μας έχουμε δέκα. Κανένα σύγχρονο παιχνίδι δεν περιέχει μόνο μια γραμμή πληρωμής και γι αυτόν το λόγο δεν υπολογίζονται έτσι τα παραπάνω στατιστικά.

Στα παιχνίδια πολλαπλών γραμμών πληρωμής όταν ο παίκτης κερδίσει σε μία περιστροφή 2 ή παραπάνω συνδυασμούς, τότε ο δείκτης των hits ανεβαίνει κατά ένα. Εξαιτίας αυτού ο τρόπος να υπολογιστούν οι όροι είναι μέσω ενός προγράμματος. Με την βοήθεια της εταιρίας και την μέθοδο/προσομοίωση Monte-Carlo για 1.000.000.000 επαναλήψεις το hit frequency υπολογίστηκε περίπου στο 26% για ολόκληρο το παιχνίδι (βασικό και μπόνους), ενώ το hit rate στο 4. (Παράρτημα)

Αν συγκρίναμε το ποσοστό επιτυχίας για μια γραμμή πληρωμής, που υπολογίστηκε στο 8.9% και των 10 γραμμών στο 26%, μπορούμε να διαπιστώσουμε πόσο σημαντικό είναι σε ένα φρουτάκι να κερδίζει ο παίκτης συχνά, ώστε να μην χάσει τον ενδιαφέρον του και πόσο μεγάλο ρόλο έχουν οι πολλαπλές γραμμές πληρωμής στο συγκεκριμένο στατιστικό μέτρο.

### **3.1.4 Εμφάνιση και πιθανότητα**

Ένα στατιστικό μέτρο που παίζει σημαντικό ρόλο στον υπολογισμό του RTP είναι η εμφάνιση του κάθε συνδυασμού. Αντί να υπολογίζουμε όλους τους συνδυασμούς και τις πιθανότητες τους, συνήθως υπολογίζουμε μόνο τους κερδοφόρους και τους διαιρούμε με τους συνολικούς του ολόκληρο κύκλου. Παρακάτω φαίνεται ένας πίνακας (**3.1**) από το excel στην οποία υπολογίστηκαν οι συνολικές εμφανίσεις του κάθε συμβόλου σε κάθε τροχό.

Πίνακας 3.1: Κατανομή Συμβόλων

	Τροχός 1	Τροχός 2	Τροχός 3	Τροχός 4	Τροχός 5
εννιάρι	1	4	3	5	6
δεκάρι	5	4	6	3	2
βαλές	3	9	4	6	6
ντάμα	6	4	6	3	2
παππάς	3	7	3	4	6
άσος	4	3	5	3	3
ρολόι	2	3	3	5	2
κερί	2	4	2	4	4
άλογο	2	3	3	2	3
πεντάμορφη	1	2	3	2	5
τέρας	1	2	3	3	2
scatter	1	2	1	1	1
ρόδο(wild)	1	1	1	2	1
Σύνολο	32	48	43	43	43

Οπότε αν θέλουμε να υπολογίσουμε έναν νικηφόρο συνδυασμό, όπως τα 5 εννιάρια, τον αριθμό των εμφανίσεων θα χρησιμοποιούσαμε την κατανομή του στον κάθε τροχό. Άρα, στα πέντε εννιάρια ο παίκτης να πετύχει 360 φορές τον συνδυασμό σε έναν ολόκληρο κύκλο (5-εννιάρια =  $1 \times 4 \times 3 \times 5 \times 6 = 360$ ). Αντίστοιχα και η πιθανότητα του συνδυασμού υπολογίζεται από τον τύπο:

Σχήμα 3.1.3 Τύπος Πιθανότητας

$$P(\text{Combination}) = \frac{\text{hits}}{\text{FullCycle}} \cdot (\text{Barboianu 2013})$$

Άρα

$$P(9,9,9,9,9) = \frac{360}{122.122.752} = 0.00236$$

Αυτή η πιθανότητα σημαίνει ότι ο παίκτης έχει 0.00236 % να πετύχει την πεντάδα από τα εννιάρια. Ένα άλλο παράδειγμα είναι η πιθανότητα της τριάδας από δεκάρια. Παίρνοντας από τον πίνακα των κατανομών τις εμφανίσεις των δεκαριών στους πρώτους 3 τροχούς έχουμε  $5 \times 4 \times 6$ . Στον τέταρτο τροχό όμως δεν θέλουμε να υπάρχει δεκάρι διότι μετράμε την τριάδα, άρα θα δεχτούμε όλα τα σύμβολα μείον τα δεκάρια και μείον τα σύμβολα μπαλαντέρ που έχουν την ικανότητα να γίνουν δεκάρι ( $43 - 3 - 2 = 38$ ). Ενώ στον πέμπτο τροχό δεν μας απασχολεί τι σύμβολο θα έρθει, οπότε τα υπολογίζουμε όλα (43). Τέλος θα έχουμε

$$P(10,10,10) = \frac{5 \times 4 \times 6 \times 38 \times 43}{122.122.752} = 0.001605 \text{ (Τύπος 3.1.3)}$$

Τέλος οι συνολικές εμφανίσεις και η πιθανότητες για κάθε υπολογισμό με την βοήθεια του excel: (Πίνακας **3.2**)

Πίνακας 3.2: Στατιστικά Βασικού Παιχνιδιού

Συνδυασμοί	Εμφανίσεις	Πιθανότητες
2 εννιάρι	288444	0.002361919
3 εννιάρι	18576	0.000152109
4 εννιάρι	2160	1.76871E-05
5 εννιάρι	360	2.94785E-06
3 δεκάρι	196080	0.001605598
4 δεκάρι	14400	0.000117914
5 δεκάρι	720	5.89571E-06
3 βαλές	162540	0.001330956
4 βαλές	23328	0.000191021
5 βαλές	3888	3.18368E-05
3 ντάμα	235296	0.001926717
4 ντάμα	17280	0.000141497
5 ντάμα	864	7.07485E-06
3 παππάς	100233	0.000820756
4 παππάς	9072	7.42859E-05
5 παππάς	1512	1.2381E-05
3 άσος	98040	0.000802799
4 άσος	7020	5.74831E-05
5 άσος	540	4.42178E-06
3 κερύ	25456	0.000208446
4 κερύ	2432	1.99144E-05
5 κερύ	256	2.09625E-06
3 άλογο	30186	0.000247178
4 άλογο	1404	1.14966E-05
5 άλογο	108	8.84356E-07
3 ρολόι	27864	0.000228164
4 ρολόι	3600	2.94785E-05
5 ρολόι	180	1.47393E-06
2 πεντάμορφη	144222	0.001180959
3 πεντάμορφη	10062	8.23925E-05
4 πεντάμορφη	444	3.63569E-06
5 πεντάμορφη	60	4.91309E-07
2 τέρας	144222	0.001180959
3 τέρας	9804	8.02799E-05
4 τέρας	720	5.89571E-06
5 τέρας	36	2.94785E-07
2 ρόδο(wild)	1849	1.51405E-05
3 ρόδο(wild)	1659	1.35847E-05
4 ρόδο(wild)	84	6.87833E-07
5 ρόδο(wild)	2	1.6377E-08
2 scatters	6787440	0.055578833
3 scatters	616086	0.005044809
4 scatters	27540	0.000225511
5 scatters	486	3.9796E-06
<b>Σύνολο</b>	<b>9016555</b>	<b>0.073831902</b>

### 3.1.5 Ειδικά Σύμβολα

Σχεδόν σε όλα τα online slots σήμερα θα βρούμε ορισμένα ειδικά σύμβολα. Τα ειδικά σύμβολα σε ένα παιχνίδι είναι αρκετά σημαντικά για τον παίκτη, διότι συνήθως ξεκλειδώνουν γύρους μπόνους, δωρεάν περιστροφές και διάφορα άλλα κερδοφόρα mini παιχνίδια. Τα πιο συνηθισμένα από αυτά είναι το wild και το scatter . Ο καταμερισμός των συμβόλων αυτών στους τροχούς σίγουρα έχει μικρότερη εμφάνιση από τα υπόλοιπα, διότι όπως αναφέραμε αυξάνει αρκετά τις πιθανότητες κέρδους του παίκτη. Η παρακάτω εικόνα παρουσιάζει τους κανόνες αυτών των συμβόλων για το mystere du prince παιχνίδι. Στα επόμενα κεφάλαια θα γίνει βαθύτερη ανάλυση των συμβόλων για περαιτέρω κατανόηση. (Εικόνα **3.1.4**)

(Πηγή: <https://www.gamblerslab.com/play/le-mystere-du-prince> )



Σχήμα **3.1.4**: Κανόνες Ειδικών Συμβόλων

#### 3.1.5.1 Σύμβολο Wild

Το σύμβολο wild είναι ένα σύμβολο το οποίο μπορεί να πάρει την θέση όλων των συμβόλων, δηλαδή ένα μπαλαντέρ. Στην περίπτωσή μας το σύμβολο ρόδο είναι το μπαλαντέρ το οποίο μετατρέπεται σε όλα τα σύμβολα εκτός από το σύμβολο scatter. Επίσης το σύμβολο αυτό έχει και την ιδιότητα όταν το πετυχαίνει ο παίκτης να διπλασιάζονται τα κέρδη του. Στην επόμενη εικόνα απεικονίζεται οι κανόνες πληρωμής του Mystere du Prince . (Εικόνα **3.1.5**) (Πηγή: <https://www.gamblerslab.com/play/le-mystere-du-prince> )



Σχήμα 3.1.5: Κανόνες Πληρωμών

Όπως φαίνεται και στις εικόνες (3.1.4, 3.1.5) το σύμβολο wild πληρώνει επί δύο. Άρα για παράδειγμα αν πετύχουμε μια τετράδα με άσους η οποία περιέχει τουλάχιστον ένα ρόδο, πάνω σε μία γραμμή πληρωμής, τότε θα κερδίσουμε  $100 \times 2 = 200$  credits . Επίσης δεν επηρεάζονται τα κέρδη μας από το αν έχουμε παραπάνω από ένα wild στο νικητήριο συνδυασμό. Ο υπολογισμός των συνδυασμών με wilds γίνεται ξεχωριστά στο excel, άλλα με παρόμοιο τρόπο. Για παράδειγμα αν θέλουμε να υπολογίσουμε τις εμφανίσεις και την πιθανότητα από τα 4 εννιάρια μαζί με wilds , θα παίρναμε όλους τους πιθανούς συνδυασμούς με εννιάρι και wild π.χ. (9,9,wild ,9) ή (9,9,9,wild ) ή (9,9,wild ,wild ) κ.ο.κ. Με την βοήθεια του παρακάτω τύπου, βασισμένος στην θεωρία πιθανοτήτων (Kounias Stratis 1995).

Σχήμα 3.1.6 Probability

$$C(n,r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

θα έχουμε συνολικά 14 περιπτώσεις με το σύμβολο εννιάρι και wild. Άρα από τον πίνακα των κατανομών (Πίνακας 3.1) θα υπολογίσουμε για κάθε μία ξεχωριστά πόσες εμφανίσεις έχει σε

έναν ολόκληρο κύκλο. Π.χ. για την περίπτωση (9,9,wild ,wild ,\*) θα πάρουμε 1 εννιάρι από τον πρώτο τροχό , 4 εννιάρια από τον δεύτερο, 1 ρόδο από τον τρίτο, 2 ρόδα από τον τέταρτο και όλα τα σύμβολα μείον τα 6 εννιάρια και το 1 ρόδο από τον τελευταίο, διότι μας ενδιαφέρει η τετράδα και όχι η πεντάδα. Άρα θα έχουμε  $1 \times 4 \times 1 \times 2 \times (43 - 1 - 6) = 288$  συνολικές εμφανίσεις. Με την βοήθεια του excel αν υπολογίσουμε και τις 14 περιπτώσεις θα πάρουμε 7.848 εμφανίσεις την τετράδας εννιάρια με wild.

Σε αυτό το σημείο πρέπει να σημειωθεί ότι στα περισσότερα παιχνίδια ισχύει ο κανόνας του ακριβότερου (Περαιτέρω ανάλυση στο κεφάλαιο **3.2.2** Προτεραιότητα). Δηλαδή αν σε μια γραμμή πληρωμής έχω δύο κερδοφόρους συνδυασμούς θα πληρώσει μόνο ο ακριβότερος.

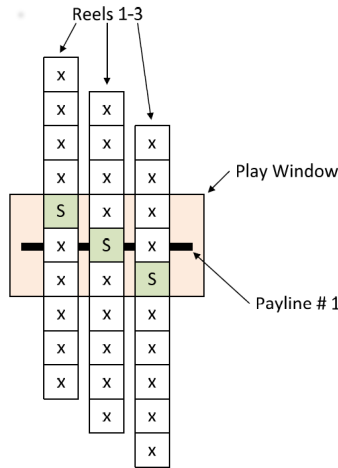
Οπότε στο παράδειγμα θα πρέπει να λάβουμε υπόψη μας τέτοιου είδους περιπτώσεις. Σύμφωνα με την εικόνα (**3.1.5**) η τριάδα με το σύμβολο wild πληρώνει 250 credits, άρα αν έρθει ο συνδυασμός (wild ,wild ,wild ,9) ο παίκτη θα πάρει μόνο τα 250 της τριάδας wilds. Γι' αυτόν το λόγο πρέπει να απορρίψουμε τις εμφανίσεις αυτές στην τετράδα εννιάρια. Από τον πίνακα (**3.1**) θα έχουμε  $1 \times 1 \times 1 \times (5) \times (43 - 1 - 6) = 180$  εμφανίσεις του συγκεκριμένου συνδυασμού, ο οποίος θα αφαιρεθεί από τις 7.848. Τέλος οι συνδυασμοί τις τετράδας εννιάρια με μπαλαντέρ θα είναι 7.688. Αντίστοιχα και η πιθανότητα του υπολογίζεται με τον ίδιο τρόπο :

$$P(9,9,9,9) \text{ με wild} = \frac{7688}{122.122.752} = 0,150982472 \text{ (Τύπος } \mathbf{3.1.3})$$

### **3.1.5.2 Σύμβολο Scatter**

Το σύμβολο scatter είναι ένα άλλο ειδικό σύμβολο το οποίο υπολογίζεται και αυτό με τον δικό του τρόπο. Ένα scatter δεν υπακούει ποτέ στις γραμμές πληρωμών, δηλαδή όπου και να το πετύχει ο παίκτης θα κερδίσει το αντίστοιχο ποσό σύμφωνα με τον πίνακα πληρωμών του παιχνιδιού. Όπως είναι λογικό το scatter επιφέρει τα περισσότερα κέρδη σε ένα φρουτάκι, γι' αυτό και συνήθως κάθε τροχός έχει ελάχιστα τέτοια σύμβολα. Για να υπολογίσει κανείς τις εμφανίσεις ενός τέτοιου συμβόλου θα πρέπει πρώτα να εκτιμήσει όλους τους πιθανούς συνδυασμούς που μπορούν να έρθουν στην οθόνη. Αρχικά θα αναφερθούμε σ' ένα παράδειγμα για μια  $3 \times 3$  οθόνη.





Σχήμα **3.1.7**: Scatter

Όπως φαίνεται και στην εικόνα **3.1.7** (Πηγή: (Muir 2013)) το scatter μπορεί να κερδίσει και στις 3 θέσεις του τροχού (πάνω, μέση, κάτω), αντιθέτως με ένα άλλο σύμβολο που κερδίζει μία φορά πάνω σε κάθε γραμμή πληρωμής. Οπότε αν υπολογίζαμε τις εμφανίσεις του συνδυασμού (s,s,s) θα είχαμε  $3 \times 3 \times 3 = 27$ . Αν είχαμε μια οθόνη  $4 \times 3$  τότε θα είχαμε 4 εμφανίσεις ανά τροχό και 64 συνολικές για τον συνδυασμό (s,s,s,s). Επίσης άμα σε ένα τροχό, στην οθόνη του παιχνιδιού, προκύπτουν δύο scatter τότε θα έχουμε 6 εμφανίσεις στον συγκεκριμένο τροχό κ.ο.κ..

Για παράδειγμα αν θελήσω να υπολογίσω τον συνδυασμό (s,s) σε ένα  $4 \times 3$  παιχνίδι τότε θα πρέπει να βρω τις εμφανίσεις του συνδυασμού αυτού σε όλες τις πιθανές θέσεις, δηλαδή: (Πίνακας **3.3**)

Πίνακας **3.3**: Συνδυασμοί Διάδας σε  $4 \times 3$

s	s	x	x
s	x	s	x
s	x	x	s
x	s	s	x
x	s	x	s
x	x	s	s

Όπως έχουμε αναφέρει το scatter δεν περιορίζεται σε μία γραμμή πληρωμής ούτε σε κάποιο κανόνα, οπότε οπουδήποτε και αν έρθουν δύο σύμβολα στην οθόνη θα προκύψει ένας κερδοφόρος συνδυασμός. Γι' αυτό το λόγο πρέπει να λάβουμε υπόψη όλες τις πιθανές θέσεις που μπορεί να έχει μια δυάδα σε μια τετράδα συνδυασμών.

Στο *mystere du prince* θέλουμε να υπολογίσουμε την συμμετοχή που έχει η δυάδα scatter στο τελικό RTP. Με την βοήθεια του τύπου **3.1.6** που χρησιμοποιήσαμε προηγουμένως:

$$C(n,r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

για  $n = 5$  και  $r = 2$  πέρνουμε 10 πιθανές δυάδες scatter σε μια πεντάδα. Στον παρακάτω πίνακα **(3.4)** φαίνονται αναλυτικά (όπου s scatter , x άλλο σύμβολο):

Πίνακας **3.4**: Συνδυασμοί Δυάδας σε  $5 \times 3$

s	s	x	x	x
s	x	s	x	x
s	x	x	s	x
s	x	x	x	s
x	s	s	x	x
x	s	x	s	x
x	s	x	x	s
x	x	s	s	x
x	x	x	s	s
x	x	s	x	s

Για κάθε έναν από αυτούς τους συνδυασμούς θα υπολογίσουμε τις εμφανίσεις τους όπως στο παράδειγμα με την  $3 \times 3$  οθόνη. Δηλαδή για τον (s,s,x,x,x) έχουμε  $3 \times 6 \times (43 - 3) \times (43 - 3) \times (43 - 3) = 1152000$ , όπου το 6 προκύπτει επειδή υπάρχουν 2 scatters στον δεύτερο τροχό **(3.1)**. Συνολικά θα έχουμε 6.787.440 εμφανίσεις για τις δυάδες. Ενώ για την πιθανότητα θα έχουμε:

$P(s,s,x,x,x) = \frac{6.787.440}{122.122.752} = 0,055578833$  . Επιπλέον αν πολλαπλασιάσουμε την πιθανότητα ενός συνδυασμού με το ποσό που πληρώνει αυτός ο συνδυασμός όταν τον πετυχαίνει ο παίκτης (Εικόνα **3.1.5**) θα πάρουμε την συμμετοχή του στο συνολικό RTP. Η δυάδα scatters πληρώνει 20. Όμως επειδή ο παραπάνω υπολογισμός γίνεται για μία γραμμή πληρωμής και όχι για περισσότερες, όπως όλοι οι συνδυασμοί στο excel, θα πρέπει να διαιρέσουμε το ποσό 20 με τις 10 νικητήριες γραμμές πληρωμής που έχει σαν κανόνα το παιχνίδι μας. Άρα  $2 \times 0,055578833 = 0,111157665$ , δηλαδή το 11% περίπου των κερδών αποδίδεται από την δυάδα.

Με παρόμοιο τρόπο υπολογίστηκαν και οι υπόλοιποι κερδοφόροι συνδυασμοί. Στον πίνακα **(3.5)** φαίνονται αναλυτικά όλοι οι υπολογισμοί των νικηφόρων συνδυασμών scatter.

Πίνακας 3.5: Συνολικός Υπολογισμός Scatters

s for scatter
x for any other symbol

**2/5 scatters**

Μέγεθος Τροχών	32	48	43	43	43	
	Συνδυασμοί					
	s	s	x	x	x	
	s	x	s	x	x	
	s	x	x	s	x	
	s	x	x	x	s	
	x	s	s	x	x	
	x	s	x	s	x	
	x	s	x	x	s	
	x	x	s	s	x	
	x	x	x	s	s	
	x	x	s	x	s	
						Σύνολο
	3	6	40	40	40	1152000
	3	42	3	40	40	604800
	3	42	40	3	40	604800
	3	42	40	40	3	604800
	29	6	3	40	40	835200
	29	6	40	3	40	835200
	29	6	40	40	3	835200
	29	42	3	3	40	438480
	29	42	40	3	3	438480
	29	42	3	40	3	438480
						Σύνολο
						6787440

**3/5 scatters**

Μέγεθος Τροχών	32	48	43	43	43	
	Συνδυασμοί					
	s	s	s	x	x	
	s	s	x	s	x	
	s	x	s	s	x	
	x	s	s	s	x	
	s	s	x	x	s	
	s	x	s	x	s	
	x	s	s	x	s	
	s	x	x	s	s	
	x	s	x	s	s	
	x	x	s	s	s	
						Σύνολο
	3	6	3	40	40	86400
	3	6	40	3	40	86400
	3	42	3	3	40	45360
	29	6	3	3	40	62640
	3	6	40	40	3	86400
	3	42	3	40	3	45360
	29	6	3	40	3	62640
	3	42	40	3	3	45360
	29	6	40	3	3	62640
	29	42	3	3	3	32886
						Σύνολο
						616086

**4/5 scatters**

Μέγεθος Τροχών	32	48	43	43	43	
	Συνδυασμοί					
	s	s	s	s	x	
	s	s	s	x	s	
	s	s	x	s	s	
	s	x	s	s	s	
	x	s	s	s	s	
						Σύνολο
	3	6	3	3	40	6480
	3	6	3	40	3	6480
	3	6	40	3	3	6480
	3	42	3	3	3	3402
	29	6	3	3	3	4698
						Σύνολο
						27540

**5/5 scatters**

Μέγεθος Τροχών	32	48	43	43	43	
Συνδυασμός	s	s	s	s	s	Σύνολο
	1	2	1	1	1	486

### 3.1.6 Μεταβλητότητα (Volatility) και Τυπική Απόκλιση (Standar Deviation)

Ο όρος μεταβλητότητα είναι ένας από τους πιο σημαντικούς στατιστικούς παράγοντες σε ένα παιχνίδι. Συνήθως τον βρίσκουμε σε online παιγνιομηχανές και εκφράζεται ως υψηλός ή χαμηλός. Ένα παιχνίδι όταν έχει μεγάλο δείκτη μεταβλητότητας παραπέμπει στο ότι τα κέρδη που παρέχει είναι μεγάλα, αλλά έχουν μικρή πιθανότητα να επιτευχθούν. Αντιθέτως χαμηλή μεταβλητότητα σημαίνει ότι το παιχνίδι πληρώνει συνεχώς μικρά ποσά. Με αυτό τον τρόπο οι παίκτες διαλέγουν ένα φρουτάκι το οποίο ταιριάζει στα χαρακτηριστικά τους.

Ο τύπος **(3.1.8)** για να υπολογιστεί η μεταβλητότητα είναι ο παρακάτω :

Σχήμα **3.1.8** Μεταβλητότητα

$$\text{Volatility Index} = CL \sqrt{\sum_{i=1}^N p_i (x_i - \bar{x})^2}$$

Όπου :

- CL = Είναι το επίπεδο εμπιστοσύνης (Confidence Level ) που αναφέρεται σε ένα διάστημα εμπιστοσύνης.

Το επίπεδο εμπιστοσύνης είναι ένας στατιστικός όρος που χρησιμοποιείται στη βιομηχανία τυχερών παιχνιδιών για να υποδηλώσει την πιθανότητα ότι το μέσο αποτέλεσμα του παιχνιδιού θα συμβεί μέσα σε ένα προκαθορισμένο εύρος, που ονομάζεται διάστημα εμπιστοσύνης, του αναμενόμενου αποτελέσματος για έναν δεδομένο αριθμό συνολικών παιχνιδιών. Επομένως, για ένα σταθερό δείκτη μεταβλητότητας και ένα δεδομένο αριθμό συνολικών δειγμάτων, η επιλογή ενός μικρότερου διαστήματος εμπιστοσύνης (π.χ. 90-95% παρά 99-100%) δίνει μικρότερο επίπεδο εμπιστοσύνης. Για ένα σταθερό διάστημα εμπιστοσύνης και ένα δεδομένο αριθμό συνολικών παιχνιδιών, ένα παιχνίδι με υψηλότερο δείκτη μεταβλητότητας θα έχει χαμηλότερο επίπεδο εμπιστοσύνης, καθώς ο δείκτης μεταβλητότητας είναι βασικά ένα μέτρο της μεταβλητότητας της απόδοσης ενός δεδομένου αριθμού κερμάτων. Σε ένα παιχνίδι με υψηλό δείκτη μεταβλητότητας για να επιτευχθεί το ίδιο επίπεδο εμπιστοσύνης για ένα δεδομένο διάστημα εμπιστοσύνης, ως ένα φρουτάκι με δείκτη χαμηλής μεταβλητότητας, χρειάζονται επιπλέον παιχνίδια.

Παρακάτω φαίνεται ο πίνακας **(3.6)** με τα πιο συχνά επίπεδα εμπιστοσύνης που αναφέρονται στα αντίστοιχα τους διαστήματα.

Πίνακας **3.6**: Επίπεδα Εμπιστοσύνης

99%	2.576
98%	2.326
95%	1.96
90%	1.645

- Η σειρά  $\sum_{i=1}^N$  έχει όρια από 1 έως N, όπου N είναι ο αριθμός των διαφορετικών πληρωμών προς τον παίκτη.
- Η μεταβλητή p είναι η πιθανότητα νίκης για κάθε διαφορετική πληρωμή.
- Η μεταβλητή  $x_i$  είναι το ποσό που πληρώνει ο πίνακας πληρωμών για τους νικητήριους συνδυασμούς (διαιρεμένο με το στοίχημα του παίκτη).
- Η μεταβλητή  $\bar{x}$  είναι το RTP σε ποσοστό.

Ουσιαστικά ο τύπος της μεταβλητότητας περιέχει 2 όρους:

- Ο πρώτος όρος είναι το επίπεδο εμπιστοσύνης, όπως αναφέραμε.
- Ο δεύτερος όρος είναι η τυπική απόκλιση. Στη στατιστική, η τυπική απόκλιση (SD, εκπροσωπούμενη επίσης από το ελληνικό γράμμα σίγμα) είναι ένα μέτρο που χρησιμοποιείται για να υπολογιστεί το ποσό της μεταβολής ή της διασποράς ενός συνόλου τιμών δεδομένων. Μια χαμηλή τυπική απόκλιση υποδηλώνει ότι τα σημεία των δεδομένων τείνουν να είναι κοντά στο μέσο όρο (που ονομάζεται επίσης η αναμενόμενη τιμή) του συνόλου, ενώ μία υψηλή τυπική απόκλιση υποδεικνύει ότι τα στοιχεία απλώνονται πάνω από ένα ευρύτερο φάσμα των τιμών. (Wikipedia 2019c)

Με την βοήθεια του excel η τυπική απόκλιση στο συνολικό παιχνίδι μας υπολογίστηκε περίπου στα 14.93 και μετέπειτα ο δείκτης μεταβλητότητας στο  $1.96 * 14.93 \approx 29.3$  ( με διάστημα εμπιστοσύνης 95% , Πίνακας **3.6** ).

Ακόμα ο τύπος **(3.1.9)** (Πηγή: (Muir 2013)

Σχήμα **3.1.9** RTP Range

$$rtp \text{ range} = rtp \pm \frac{\text{volatility index}}{\sqrt{N}}$$

μας βοηθάει να υπολογίσουμε τα όρια του RTP για ένα φρουτάκι μετά από N παιχνίδια. Για N = 1.000.000 το εύρος στο Mystere dy Prince υπολογίζεται περίπου σε:

$$rtp \text{ range} = rtp \pm \frac{\text{volatility index}}{\sqrt{N}} = rtp \pm \frac{29.3}{\sqrt{1.000.000}} = rtp \pm 0.00092.$$

Ο παρακάτω πίνακας **(3.7)** παρουσιάζει το πάνω και το κάτω όριο για έναν αριθμό παιχνιδιών.

Πίνακας **3.7**: Έυρος RTP

95% Confidence Level		
Αριθμός παιχνιδιών	Κάτω Όριο	Πάνω Όριο
10.000	0.670225192	1.256114224
100.000	0.870532518	1.055806898
1.000.000	0.933875256	0.99246416
10.000.000	0.953905989	0.972433427

Αν δεν ξεπερνάμε τα όρια αυτά σε μια προσομοίωση, τότε το δείγμα μας θα έχει κανονική κατανομή, η οποία είναι πολύ σημαντική για την σωστή τυχαιότητα μιας παιγνιομηχανής. Αν το RTP βρεθεί έξω από το εύρος αυτό τότε οι υπολογισμοί είναι λάθος και δεν ακολουθούν κανονική κατανομή, όπως υποθέτουμε. Ακόμα μπορούμε να διακρίνουμε ότι ακόμα και στις 10.000.000 περιστροφές το RTP δεν είναι ένας σταθερός αριθμός, άλλα κυμαίνεται σε ένα εύρος μεταξύ του 95.4% και 97,24%. (Giobbi 2019) (Harrigan and Dixon 2009b)

Η κανονική κατανομή (γνωστή και ως γκαουσιανή κατανομή) αναφέρεται σε συνεχείς μεταβλητές αποτελώντας μία συνεχή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας. Χρησιμοποιείται ως μία πρώτη προσέγγιση για να περιγραφούν τυχαίες μεταβλητές πραγματικών τιμών, οι οποίες τείνουν να συγκεντρώνονται γύρω από μια μέση τιμή. Η κανονική κατανομή αποτελεί την πιο σημαντική κατανομή της στατιστικής μεθοδολογίας για τους εξής βασικούς λόγους:

- Την κανονική κατανομή ακολουθούν είτε με ακρίβεια είτε με μεγάλη προσέγγιση τα περισσότερα συνεχή φαινόμενα.
- Πολλές ασυνεχείς κατανομές πιθανοτήτων μπορούν να προσεγγιστούν μέσω της κανονικής κατανομής. Για παράδειγμα πολλά πληθυσμιακά χαρακτηριστικά, όπως το ύψος, το βάρος η βαθμολογία σε διαγώνισμα, κ.λπ.
- Η κανονική κατανομή αποτελεί σύμφωνα με το κεντρικό οριακό θεώρημα (το άθροισμα ενός ικανοποιητικά μεγάλου αριθμού ανεξάρτητων και ισόνομων τυχαίων μεταβλητών προσεγγίζεται από την κανονική κατανομή) τη βάση της στατιστικής συμπερασματολογίας ή επαγωγικής στατιστικής.
- Τυχαία σφάλματα που εμφανίζονται σε διάφορες μετρήσεις έχουν κανονική κατανομή. Γι' αυτό το λόγο η Κανονική κατανομή αναφέρεται πολλές φορές και ως κατανομή σφαλμάτων.

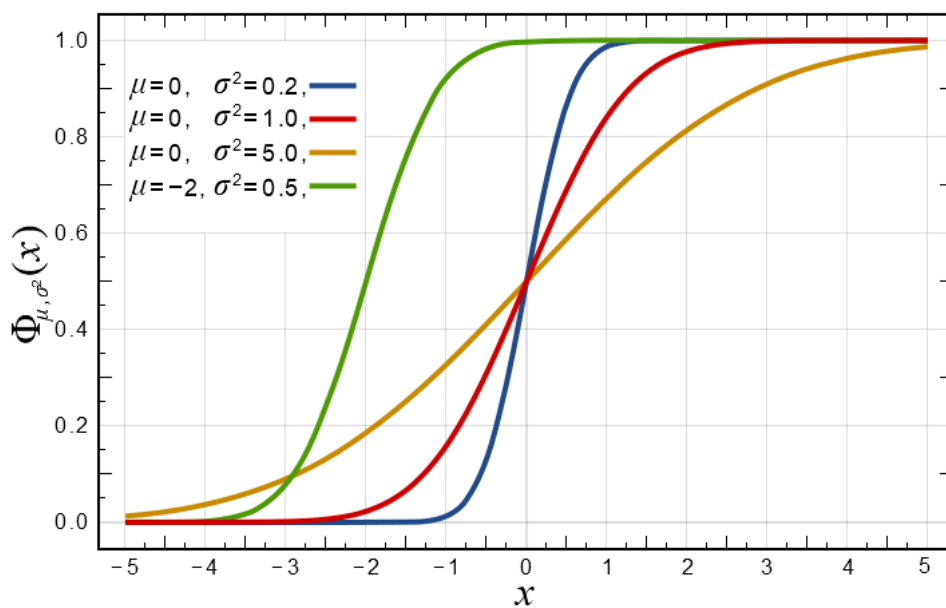
Η γραφική παράσταση (**3.1.11**, Πηγή: <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=3817960>) της σχετιζόμενης συνάρτησης (**3.1.10**) πυκνότητας πιθανότητας έχει σχήμα «καμπάνας», και είναι γνωστή ως γκαουσιανή συνάρτηση ή κωδωνοειδής καμπύλη: (Wikipedia 2019a)

Σχήμα **3.1.10** Κανονική Κατανομή

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Όπου :

- $\mu$  είναι ο μέσος όρος της κατανομής (Επίσης ο διάμεσος και η επικρατούσα τιμή)
- $\sigma$  είναι η τυπική απόκλιση, και
- $\sigma^2$  είναι η διακύμανση



Σχήμα **3.1.11**: Συνάρτηση Κανονικής Κατανομής

### 3.1.7 Επιστροφή στον παίκτη (RTP)

Τα περισσότερα από τα σύγχρονα slots αποτελούνται από ένα βασικό παιχνίδι, δωρεάν παιχνίδια και παιχνίδια μπόνους. Το βασικό παιχνίδι είναι ο πυρήνας της διαδικασίας παιχνιδιού. Τα χρήματα των παικτών συνήθως λαμβάνονται ως στοιχήμα στο βασικό παιχνίδι και δεν λαμβάνεται κανένα στοιχήμα κατά τη διάρκεια δωρεάν παιχνιδιών ή παιχνιδιών μπόνους. Κάθε κουλοχέρης

έχει μια παράμετρο που ονομάζεται επιστροφή στη συσκευή αναπαραγωγής (RTP ). Το RTP είναι το μέσο ποσό χρημάτων που ένας παίκτης θα πάρει πίσω, κατά μέσο όρο, μετά από κάθε γύρισμα των τροχών. Το συνολικό RTP (μετρούμενο σε ποσοστά) μπορεί να κυμαίνεται μεταξύ 75% και 98%. Ο υπολογισμός του προέρχεται από τα: βασικό παιχνίδι RTP , δωρεάν παιχνίδια RTP , παιχνίδια μπόνους RTP . Το βασικό παιχνίδι ελέγχει επίσης πόσο συχνά θα ενεργοποιούνται τα δωρεάν παιχνίδια και πόσο συχνά θα παιχτούν τα παιχνίδια μπόνους.

Το RTP υπολογίζεται εύκολα για το βασικό παιχνίδι, με το να διαιρέσουμε το συνολικό ποσό των κερδών στο Full Cycle με τους συνολικούς συνδυασμούς που προκύπτουν επί 100%. Στο παιχνίδι μας έχουμε ένα συνολικό ποσό βασικού παιχνιδιού ίσο με 70.610.010 και αντίστοιχα 122.122.752 πιθανούς συνδυασμούς σε έναν ολόκληρο κύκλο. Οπότε το RTP είναι ίσο με 57,8% περίπου.

Στο συνολικό RTP όμως υπολογίζεται και η συμμετοχή των μπόνους παιχνιδιών. Έτσι στην επόμενη ενότητα θα αναλύσουμε τους στατιστικούς όρους στα παιχνίδια μπόνους.

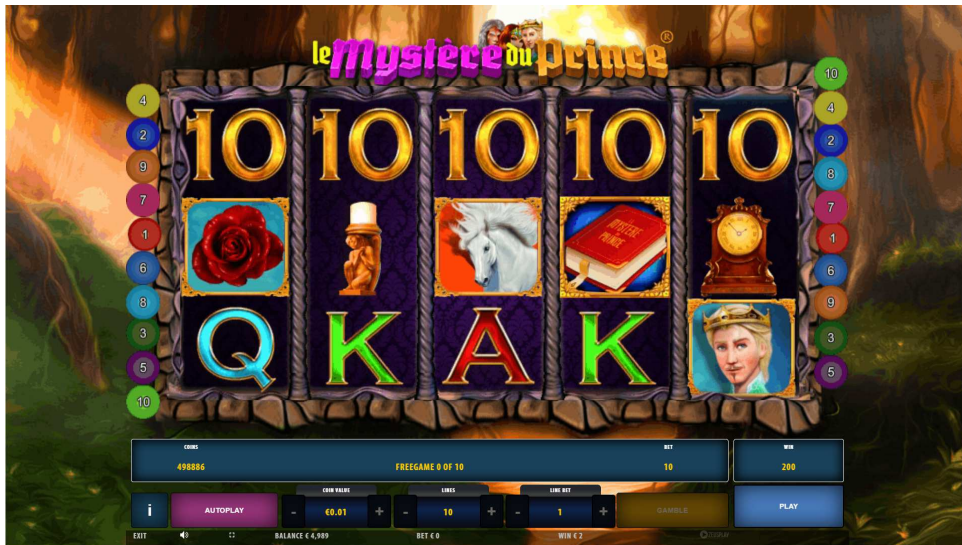
### **3.2 Μπόνους παιχνίδι**

Τα παιχνίδια μπόνους διαφέρουν από φρουτάκι σε φρουτάκι. Υπάρχουν άπειρα διότι αφήνονται στη φαντασία του κατασκευαστή. Το συνηθέστερο είναι ένα παιχνίδι σαν το βασικό με άλλα σύμβολα, κέρδη και τροχούς, στο οποίο ο χρήστης κερδίζει κάποια δωρεάν γυρίσματα. Συχνά βλέπουμε και το μπόνους, στο οποίο ο παίκτης έχει την επιλογή να διαλέξει ανάμεσα από διάφορα κρυμμένα δώρα, ενώ στο τέλος κερδίζει το συνολικό ποσό από τις επιλογές του. Εννοείται πάντα ότι τα παιχνίδια αυτά είναι ποιο επικερδή προς τον παίκτη παρά στο καζίνο. Ο λόγος είναι για να τον καθηλώνουν στην ψευδαίσθηση ότι θα βγει κερδισμένος όσο πετυχαίνει τέτοια μπόνους. Το RTP σε τέτοια παιχνίδια μπορεί να φτάσει μέχρι και το 500%, αν υπολογιστεί σαν ένα κανονικό παιχνίδι. Ο τρόπος για να κερδίσει κανείς την ευκαιρία του σε ένα μπόνους γίνεται συνήθως με ένα ειδικό σύμβολο (scatter,wild,... ). Αν ο παίκτης πετύχει πάνω από έναν αριθμό τέτοιων συμβόλων ή ένα συγκεκριμένο συνδυασμό κ.λπ., τότε θα κερδίσει το εισιτήριο του στο αντίστοιχο μπόνους του κάθε slot machine . Τέλος υπάρχει η πιθανότητα να ξανα πυροδοτηθεί ένα μπόνους , μέσα στο ίδιο το μπόνους. Με αυτό τον τρόπο πλανάτε η ψευδαίσθηση ότι είναι εφικτό να μείνεις για πάντα σε ένα μπόνους και να θησαυρίσεις. Η πιθανότητα να μπεις από μόνη της είναι αμελητέα, πόσο μάλλον να παραμείνεις.

Στο mystere du prince, το μπόνους παιχνίδι είναι της πρώτης μορφής από αυτές που περιγράψαμε. Ο παίκτης έχει την πιθανότητα να εισχωρήσει πετυχαίνοντας 3 ή και παραπάνω σύμβολα scatter σε ένα γύρισμα. Αυτόματα κερδίζει 10 δωρεάν γυρίσματα, στα οποία υπάρχει η πιθανότητα να πυροδοτήσει άλλα 10 δωρεάν. Το μπόνους αυτό περιέχει διαφορετικούς τροχούς, άλλους κανόνες πληρωμών και τα κέρδη από κάθε δωρεάν γύρισμα πολλαπλασιάζονται επί 3. Τέλος υπάρχει



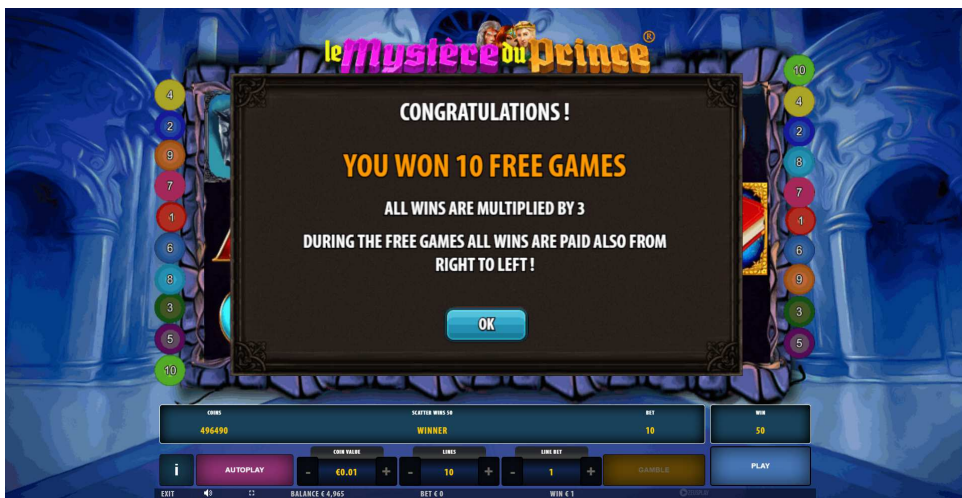
και μια αλλαγή στην εμφάνιση των συμβόλων για οπτικούς λόγους (εφέ). (Εικόνα **3.2.12**) (Πηγή: <https://www.gamblerslab.com/play/le-mystere-du-prince> )



Σχήμα **3.2.12**: Μπόνους παιχνίδι Mystere du prince

### 3.2.1 Αναλυτική περιγραφή

Στο μπόνους παιχνίδι του mystere du prince έχουμε διαφορετικούς κανόνες πληρωμής, διαφορετικούς τροχούς και αντίστοιχα άλλα στατιστικά. Οι πληρωμές γίνονται από τα αριστερά προς τα δεξιά αλλά και το ανάποδο με αυξημένη πιθανότητα κέρδους. (Εικόνα **3.2.13**) (Πηγή: <https://www.gamblerslab.com/play/le-mystere-du-prince> )



Σχήμα **3.2.13**: Μπόνους παιχνίδι κανόνες

Η κατανομή των συμβόλων στους τροχούς φαίνεται στον παρακάτω πίνακα (**3.8**).

Πίνακας **3.8**: Κατανομή Συμβόλων Μπόνους

	Τροχός 1	Τροχός 2	Τροχός 3	Τροχός 4	Τροχός 5
εννιάρι	2	2	4	2	3
δεκάρι	4	5	4	4	3
βαλές	4	4	3	3	3
ντάμα	4	3	4	3	3
παππάς	3	4	3	4	4
άσσος	4	3	3	4	4
ρολόι	2	3	2	3	3
κερί	2	3	3	3	3
άλογο	2	3	2	3	3
πεντάμορφη	2	1	2	2	2
τέρας	2	1	2	2	2
scatter	1	2	2	2	2
ρόδο(wild)	1	2	2	1	1
Σύνολο	33	36	36	36	36

Οι συνολικά υπολογίζονται στους  $55.427.328 = 33 \times 36 \times 36 \times 36 \times 36$  σχεδόν οι μισοί από το βασικό παιχνίδι. Ενώ οι κερδισμένες εμφανίσεις σε μερικούς συνδυασμούς είναι μεγαλύτερες από το βασικό παιχνίδι, λόγω του κανόνα πληρωμής. Παρακάτω (Πίνακας **3.9**) υπολογίστηκαν οι συνολικές εμφανίσεις των νικηφόρων συνδυασμών ξεκινώντας από τα δεξιά και από τα αριστερά.

Πίνακας 3.9: Εμφανίσεις Μπόνους

Συνδυασμοί	Κερδοσιμένες Εμφανίσεις
2 εννιάρι	360.432
3 εννιάρι	44.352
4 εννιάρι	2.464
5 εννιάρι	96
3 δεκάρι	135.216
4 δεκάρι	16.960
5 δεκάρι	960
3 βαλές	82.026
4 βαλές	7.632
5 βαλές	432
3 ντάμα	92.124
4 ντάμα	7.632
5 ντάμα	432
3 παππός	87.696
4 παππός	10.032
5 παππός	576
3 άσσοι	89.280
4 άσσοι	8.496
5 άσσοι	576
3 κερύ	48.357
4 κερύ	4.158
5 κερύ	162
3 άλογο	32.238
4 άλογο	2.772
5 άλογο	108
3 ρολόι	32.238
4 ρολόι	2.772
5 ρολόι	108
2 πεντάμορφη	228.892
3 πεντάμορφη	13.464
4 πεντάμορφη	504
5 πεντάμορφη	16
2 τέρας	228.156
3 τέρας	13.464
4 τέρας	504
5 τέρας	16
2 ρόδο(wild)	56.958
3 ρόδο(wild)	7.026
4 ρόδο(wild)	268
5 ρόδο(wild)	4
2 scatters	7.776.000
3 scatters	1.360.800
4 scatters	116.640
5 scatters	3.888
<b>Σύνολο</b>	<b>10.876.927</b>

Στους παρακάτω πίνακες (**3.10, 3.11**) φαίνονται οι εμφανίσεις και οι πιθανότητες μεμονομένες για κάθε κανόνα ξεχωριστά (από τα αριστερά και από τα δεξιά). Τα σύμβολα scatter δεν υπολογίζονται ξεχωριστά διότι δεν ακολουθούν τον κανόνα του παιχνιδιού, άλλα τον δικό τους. Επίσης οι συνδυασμοί με 5 σύμβολα δεν χρειάζεται να υπολογιστούν 2 φορές αφού στην ουσία και από τα δεξιά και από τα αριστερά είναι ο ίδιος συνδυασμός.

Πίνακας 3.10: Πίνακας Συνδυασμών από τα αριστερά

Συνδυασμοί	Κερδισμένες Εμφανίσεις	Ποσό Εξόφλησης	Πιθανότητα
2 εννιάρι	151,032	2	0.002724865
3 εννιάρι	19,008	5	0.000342936
4 εννιάρι	1,024	25	1.84746E-05
5 εννιάρι	96	100	1.732E-06
3 δεκάρι	89,280	5	0.001610758
4 δεκάρι	10,240	25	0.000184746
5 δεκάρι	960	100	1.732E-05
3 βαλές	55,296	5	0.000997631
4 βαλές	4,608	25	8.31359E-05
5 βαλές	432	100	7.79399E-06
3 ντάμα	55,296	5	0.000997631
4 ντάμα	4,608	25	8.31359E-05
5 ντάμα	432	100	7.79399E-06
3 παππάς	40,176	10	0.000724841
4 παππάς	4,464	50	8.05379E-05
5 παππάς	576	125	1.0392E-05
3 άσσος	40,176	10	0.000724841
4 άσσος	4,464	50	8.05379E-05
5 άσσος	576	125	1.0392E-05
3 κερί	20,736	15	0.000374111
4 κερί	1,728	75	3.1176E-05
5 κερί	162	250	2.92275E-06
3 άλογο	13,824	20	0.000249408
4 άλογο	1,152	100	2.0784E-05
5 άλογο	108	400	1.9485E-06
3 ρολόι	13,824	15	0.000249408
4 ρολόι	1,152	75	2.0784E-05
5 ρολόι	108	250	1.9485E-06
2 πεντάμορφη	81,484	2	0.001470105
3 πεντάμορφη	4,752	25	8.57339E-05
4 πεντάμορφη	264	125	4.76299E-06
5 πεντάμορφη	16	750	2.88666E-07
2 τέρας	80,748	2	0.001456826
3 τέρας	4,752	25	8.57339E-05
4 τέρας	264	125	4.76299E-06
5 τέρας	16	750	2.88666E-07
2 ρόδο(wild)	39,600	10	0.000714449
3 ρόδο(wild)	4,848	250	8.74659E-05
4 ρόδο(wild)	140	2500	2.52583E-06
5 ρόδο(wild)	4	9000	7.21666E-08
<b>Σύνολο</b>	<b>10,009,754</b>	<b>16183</b>	<b>0.180592397</b>

Πίνακας 3.11: Πίνακας Συνδυασμών από τα δεξιά

Συνδυασμοί	Κερδοσιμένες Εμφανίσεις	Ποσό Εξόφλησης	Πιθανότητα
2 εννιάρι	209,400	2	0.00377792
3 εννιάρι	25,344	5	0.000457247
4 εννιάρι	1440	25	2.598E-05
			0
3 δεκάρι	45936	5	0.000828761
4 δεκάρι	6720	25	0.00012124
			0
3 βαλές	26730	5	0.000482253
4 βαλές	3024	25	5.45579E-05
			0
3 ντάμα	36828	5	0.000664438
4 ντάμα	3024	25	5.45579E-05
			0
3 παπιάς	47520	10	0.000857339
4 παπιάς	5568	50	0.000100456
			0
3 άσσοσ	49104	10	0.000885917
4 άσσοσ	4032	50	7.27439E-05
			0
3 κερί	27621	15	0.000498328
4 κερί	2430	75	4.38412E-05
			0
3 άλογο	18414	20	0.000332219
4 άλογο	1620	100	2.92275E-05
			0
3 ρολόι	18414	15	0.000332219
4 ρολόι	1620	75	2.92275E-05
			0
2 πεντάμορφη	147408	2	0.002659482
3 πεντάμορφη	8712	25	0.000157179
4 πεντάμορφη	240	125	4.32999E-06
			0
2 τέρας	147408	2	0.002659482
3 τέρας	8712	25	0.000157179
4 τέρας	240	125	4.32999E-06
			0
2 ρόδο(wild)	17358	10	0.000313167
3 ρόδο(wild)	2178	250	3.92947E-05
4 ρόδο(wild)	128	2500	2.30933E-06
<b>Τοταλ</b>	<b>867,173</b>	<b>3606</b>	<b>0.015645225</b>

### 3.2.2 Προτεραιότητα

Υπάρχουν πάρα πολλοί κερδοφόροι συνδυασμοί σε ένα παιχνίδι και αρκετές φορές δύο από αυτούς μπορούν να παρουσιαστούν σε μία γραμμή πληρωμής. Για παράδειγμα αν έχω τον συνδυασμό (9,9,wild ,10,10) αυτό σημαίνει πως λόγω του μπαλαντέρ, η τριάδες με τα σύμβολα εννιάρια και δεκάρια θα πρέπει να πληρώσουν το ποσό τους στον παίκτη (εφόσον το παιχνίδι έχει κανόνα από αριστερά και από τα δεξιά). Συνήθως στα περισσότερα παιχνίδια αποφεύγετε να κερδίζουν και οι δύο συνδυασμοί, ενώ κατά κόρον κερδίζει ο ακριβότερος. Όταν τα ποσά είναι ίδια τότε δεν παίζει ρόλο ποιος θα πληρώσει, όμως για οπτικούς λόγους βάζουμε αυτόν με τα περισσότερα σύμβολα. Ο γενικός όρος ονομάζεται προτεραιότητα (priorisation) και χρησιμοποιείται για να αποφευχθούν οι αντιθέσεις των συνδυασμών σε μία γραμμή πληρωμής. (Εικόνα **3.2.14**) (Πηγή: <https://www.gamblerslab.com/play/le-mystere-du-prince> )



Σχήμα **3.2.14**: Προτεραιότητα Ακριβότερου Συνδυασμού

Όπως παρατηρούμε στην προηγούμενη εικόνα, αν πετυχαίναμε στο στάδιο μπόνους αυτόν τον συνδυασμό, τότε θα κέρδιζαν τα 3 σύμβολα τέρατα από τα αριστερά (τέρας,wild ,wild ) και τα τέσσερα σύμβολα πεντάμορφες από τα δεξιά (πεντάμορφη,πεντάμορφη,wild ,wild ). Όμως επειδή ισχύει η προτεραιότητα η τετράδα με τα σύμβολα πεντάμορφες θα ήταν ο συνδυασμός που θα πλήρωνε το ποσό του στον παίκτη.

- (τέρας,wild ,wild ) =  $25 \times 2 = 50$
- (πεντάμορφη,πεντάμορφη,wild ,wild ) =  $125 \times 2 = 250$  (Πίνακας **3.1.5**)

Αρκετή προσοχή πρέπει να δώσουμε στους συνδυασμούς που ξεκινάνε με 2, 3 και 4 wilds , διότι σε κάθε περίπτωση θα αναπαριστούν δύο κερδοφόρους συνδυασμούς. Ο ένας θα είναι μόνο με

σύμβολα wilds , ενώ ο δεύτερος θα προσδιορίζεται από το αμέσως επόμενο σύμβολο. Για παράδειγμα οι συνδυασμοί (wild ,wild ,wild ) και (wild ,wild ,wild ,άσσος). Στο συγκεκριμένο παιχνίδι λόγω του ακριβούς πίνακα πληρωμών που έχει το σύμβολο μπαλαντέρ, στις περισσότερες περιπτώσεις η δυάδα, τριάδα και τετράδα με μπαλαντέρ θα κερδίζει σχεδόν πάντα στην προτεραιότητα.

### 3.2.3 Bonus Freespins

Γενικά, στο μπόνους παιχνίδι αυτό που μας ενδιαφέρει να υπολογίσουμε είναι η συμμετοχή του στο συνολικό RTP. Αν υπολογίσουμε το μπόνους σαν ένα ξεχωριστό παιχνίδι λόγω του πολλαπλασιαστή ( $\times 3$ ) στους κερδισμένους γύρους το RTP θα είχε τιμή 535%. Εδώ όμως ο παίκτης κερδίζει 10 δωρεάν γυρίσματα, αν πετύχει 3 ή περισσότερα scatters στο βασικό παιχνίδι. Έτσι θεωρητικά αν το RTP είναι ίσο με 535%, περιμένουμε τον παίκτη να κερδίζει 5.35 επί το στοιχείο του (πριν εισέλθει στο μπόνους). Για τον εύκολο υπολογισμό ας πούμε ότι το στοιχείο είναι ένα ευρώ. Ο παίκτης όμως δεν πληρώνει στο μπόνους, άρα υποθετικά θα βγει κερδισμένος  $5.35 \times 10 = 53.5$  ευρώ.

Ο παραπάνω συλλογισμός θα ήταν αληθής άμα δεν είχαμε τον κανόνα του bonus retrigger. Έτσι θα πρέπει να συμπεριλάβουμε στην συμμετοχή του μπόνους και τις έξτρα κερδισμένες περιστροφές που έχει την πιθανότητα να κερδίσει ο παίκτης.

#### 3.2.3.1 Bonus without Retrigger

Σε ένα παιχνίδι το οποίο δεν υπάρχει η ιδιότητα να ξανακερδίσει ο παίκτης τις δωρεάν περιστροφές μέσα στο μπόνους το συνολικό RTP εκτιμάται διαφορετικά.

Πρώτα πρέπει να υπολογίσουμε τις αναμενόμενες δωρεάν περιστροφές που ο παίκτης θεωρητικά κερδίζει σε κάθε γύρισμα των τροχών με την βοήθεια του παρακάτω τύπου. Ουσιαστικά το freespins είναι οι δωρεάν περιστροφές που αντιστοιχούν στατιστικά στον παίκτη σε κάθε γύρισμα των τροχών.

$$freespins = \sum n \cdot p \text{ (Πηγή: (Muir 2013))}$$

Όπου:

- Το  $n$  συμβολίζει τον αριθμό των δωρεάν κερδισμένων περιστροφών
- Το  $p$  συμβολίζει την πιθανότητα του συνδυασμού που δίνει το έναυσμα για το μπόνους

Το  $\Sigma$  σημαίνει άθροισμα, άρα ο πολλαπλασιασμός θα γίνει για όλους τους συνδυασμούς που κερδίζουν τις 10 δωρεάν περιστροφές. Όπως φαίνεται και στο σχήμα (3.1.2) οι συνδυασμοί αυτοί είναι τα 3 ή παραπάνω scatters . Οι πιθανότητες των συνδυασμών έχουν υπολογιστεί στο βασικό παιχνίδι και αναφέρονται στον πίνακα (3.2) και μεμονωμένα στον (3.12).



Πίνακας **3.12**: Στατιστικά Συνδυασμών Bonus Trigger

Συνδυασμοί	Πιθανότητες
3 scatters	0.055578833
4 scatters	0.005044809
5 scatters	3.9796E-06

Άρα στο παιχνίδι μας το freespins υπολογίζεται:

$$freespins = \sum n \cdot p = 10 \times 0.055578833 + 10 \times 0.005044809 + 10 \times 3.9796E - 06 = 0.052742997$$

Το 0.052742997 σημαίνει ότι σε κάθε γύρισμα των τροχών ανήκουν στατιστικά στον παίκτη τσέες δωρεάν περιστροφές. Οπότε ένα ακόμα ενδιαφέρον στατιστικό θα ήταν να υπολογίσουμε κατά μέσο όρο πόσα γυρίσματα χρειάζεται για να εισέλθεις στο μπόνους. Εύκολα αν διαιρέσουμε τις δέκα δωρεάν περιστροφές με την τιμή του freespins θα πάρουμε αυτό το στατιστικό.

$$10/0.052742997 = 189.59$$

Άρα το αποτέλεσμα είναι ο αριθμός 189 περίπου. Αυτό δείχνει ότι κατά μέσο όρο κάθε 189 γυρίσματα κερδίζονται 10 δωρεάν περιστροφές.

Τέλος αν το μπόνους δεν είχε την επιλογή retrigger τότε με τον παρακάτω τύπο θα υπολογίζαμε το συνολικό RTP.

$$final \ RTP = \frac{B_0 + freespins \times B_1}{bet} \times 100\% \text{ (Πηγή: (Muir 2013))}$$

Όπου:

- Το  $B_0$  συμβολίζει το RTP του βασικού παιχνιδιού
- Το  $B_1$  συμβολίζει το RTP του μπόνους παιχνιδιού

Άρα η τιμή του συνολικού RTP θα εκτιμηθεί:

$$final \ RTP = \frac{B_0 + freespins \times B_1}{bet} \times 100\% = \frac{0.578188821 + 0.052742997 \times 5.348434675}{1} \times 100\% \\ = 0.86028 = 86.028\%$$

(Muir 2013)

### 3.2.3.2 Bonus Retrigger

Στην δική μας περίπτωση όμως, τα δωρεάν γυρίσματα έχουν την πιθανότητα να επιτευχθούν ξανά. Οπότε ο τύπος **(3.2.15)** είναι διαφορετικός:

Σχήμα **3.2.15** Final RTP

$$final \ RTP = \frac{B_0 + freespins \times B_1 \left( \frac{1}{1 - bonus \ freespins} \right)}{bet} \times 100\% \text{ (Πηγή: (Muir 2013))}$$

Όπου:

- Το  $B_0$  συμβολίζει το RTP του βασικού παιχνιδιού
- Το  $B_1$  συμβολίζει το RTP του μπόνους παιχνιδιού
- Το  $\frac{1}{1 - bonus \ freespins}$  συμβολίζει την σειρά

$$\sum_{i=0}^{\infty} (n \cdot p)^i = n \cdot p + (n \cdot p)^2 + (n \cdot p)^3 + (n \cdot p)^4 + \dots = \frac{1}{1 - n \cdot p}$$

Το bonus freespins υπολογίζεται με τον ίδιο τρόπο, αλλά για το μπόνους παιχνίδι. Ενώ οι συνδυασμοί παραμένουν τα 3, 4 και 5 scatters για το έναυσμα των δωρεάν περιστροφών, οι πιθανότητες αλλάζουν λόγω των διαφορετικών τροχών. Οι πιθανότητες των συνδυασμών έχουν υπολογιστεί στο μπόνους παιχνίδι και αναφέρονται στον πίνακα **(3.9)** και μεμονωμένα στον **(3.13)**.

Πίνακας **3.13**: Στατιστικά Συνδυασμών Bonus Retrigger

Συνδυασμοί	Πιθανότητες
3 scatters	0.024551066
4 scatters	0.002104377
5 scatters	7.01459E-05

Έτσι υπολογίζουμε και το bonus freespins:

$$bonus \ freespins = \sum n \cdot p = 10 \times 0.024551066 + 10 \times 0.002104377 + 10 \times 7.01459E - 05 \\ = 0.267255892$$

Τέλος στον παρακάτω έχουμε όλα τα στοιχεία που χρειαζόμαστε για τον υπολογισμό του συνολικού RTP .

Πίνακας **3.14**: Συνολικό RTP Στατιστικά

freespins	0.052742997
bonus freespins	0.267255892
$B_0$	0.578188821
$B_1$	5.348434675

Από τον τύπο **(3.2.15)** υπολογίσουμε το τελικό RTP:

$$final \ RTP = \frac{B_0 + freespins \times B_1 \left( \frac{1}{1 - bonus \ freespins} \right)}{bet} \times 100\% = \frac{0.578188821 + 0.052742997 \times 5.348434675 \left( \frac{1}{1 - 0.267255892} \right)}{1} \times 100\% = 0.963169 = 96.3169\%$$

Άρα διακρίνοντας το RTP χωρίς το bonus retrigger, που υπολογίσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο με τιμή 86.028% και το κανονικό RTP που υπολογίστηκε στα 96.3169%, μπορούμε να συμπεραίνουμε ότι η ιδιότητα να ξανακερδίζονται οι 10 δωρεάν περιστροφές μέσα στο μπόνους επιφέρει το 10% περίπου των κερδών του παίκτη. (Muir 2013)

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### Εκδοχές *Myster du Prince*

#### 4.1 Αρχικό παιχνίδι

Ένα online slot machine όταν κατασκευάζεται από μια εταιρία, συνήθως ποτέ δεν υλοποιείται μόνο σε μία εκδοχή. Σύμφωνα με την χώρα και τους αντίστοιχους νόμους υπάρχουν κατώτατα και ανώτατα όρια στο επιτρεπόμενο RTP των κουλοχέρηδων στην αγορά. Το πιο συνηθισμένο εύρος κυμαίνεται από 85% με 99%. Σε μία ιστοσελίδα ή σε ένα καζίνο, μπορεί να υπάρχει η πανομοιότυπη εκδοχή ενός παιχνιδιού με διαφορετικό RTP, το οποίο ουσιαστικά μετατρέπει τα φρουτάκια σε δύο τελείως διαφορετικά slot machines. Εκτός από το βασικό στατιστικό μέτρο (RTP) το οποίο διαφοροποιεί δύο παιχνίδια, υπάρχει μεγάλη πιθανότητα να διαχωριστούν δύο εκδοχές και με βάση την μεταβλητότητα. Κάποιοι παίκτες προτιμούν και διαλέγουν φρουτάκια με χαμηλό volatility, ώστε να αυξάνουν την χρόνο που καταναλώνουν στο παιχνίδι, κερδίζοντας συχνά από μικρά ποσά, ενώ άλλοι αρέσκονται στα παιχνίδια με υψηλή μεταβλητότητα, διακυνδινεύοντας σε μικρό χρονικό διάστημα να κερδίζουν ή να χάσουν μεγάλα ποσά.

Οι παίκτες συνήθως πιστεύουν ότι οι κουλοχέρηδες είναι «ζεστοί ή χαλαροί» (δηλαδή έτοιμοι για πληρωμή), ενώ άλλοι είναι «κρύοι». Πράγματι, ο Turner και ο Horbay (2004) αναφέρουν αυτή την πεποίθηση ως έναν από τους κοινούς μύθους που κατέχουν οι παίκτες, δηλαδή ότι «κάποιες μηχανές είναι χαλαρές». Ο Turner και ο Horbay αναγνωρίζουν ότι «τα μηχανήματα διαφέρουν πράγματι σε ποσοστό απόδοσης και συχνότητα χτυπημάτων», αλλά δηλώνουν ότι οι πιθανότητες δεν δημοσιεύονται συνήθως και ότι «θα ήταν αδύνατον να προσδιοριστεί ποιες μηχανές ήταν στην πραγματικότητα να πληρώσουν περισσότερα». Ωστόσο, δεδομένης της μεγάλης διακύμανσης του ποσοστού αποπληρωμής (85% έναντι 98%) των διαφόρων εκδόσεων των παιχνιδιών κατά μέσο όρο, δεν είναι πέρα από το πεδίο της πιθανότητας ότι ένας έμπειρος παίκτης θα μπορούσε να κάνει διάκριση μεταξύ χαλαρής μηχανής 98% έκδοση) και ένα μηχανήμα με πολύ χαμηλότερο ποσοστό αποπληρωμής (δηλαδή έκδοση 85%). Πράγματι, ο Haw (2008) έδειξε σε εργαστηριακό περιβάλλον ότι ένα υποσύνολο των συμμετεχόντων του ήταν ευαίσθητο στο ποσοστό απόδοσης - αφού δειγματολόγησε δύο μηχανές για 40 περιστροφές το καθένα, το 80% αυτού του υποδείγματος

επέλεξε να παίξει στο μηχάνημα με το υψηλότερο ποσοστό αποπληρωμής.

Υπάρχουν πραγματικά περιπτώσεις χαλαρών και σφιχτών μηχανών (όπως προκαθορίζονται από τα προγράμματα αποπληρωμής) όπου οι έμπειροι παίκτες μπορούν τελικά να ξεχωρίσουν τη διαφορά μεταξύ τους, αυτό μπορεί να τροφοδοτήσει τους παίκτες με την αυτοαποδοχή της «δεξιότητων παιχνιδιού». Μια κακή συνέπεια αυτού του αυτοπροσδιορισμού είναι ότι οι προβληματισμένοι παίκτες μπορούν να αναπτύξουν μια πίστη στην ικανότητά τους και να εφαρμόσουν αυτήν την ικανότητα στην επιλογή των πραγμάτων, όπως είναι τα μπόνους στάδια. Κερδίζοντας και παρά το γεγονός ότι οι επιλογές τους είναι άσχετες (ο πίνακας αναζήτησης καθορίζει τι κερδίζει), πιθανότατα θα αποδώσουν τη νίκη τους στο επίπεδο δεξιοτήτων τους. Τέτοιες προσεγγίσεις θα γενικευθούν σε άλλες καταστάσεις όπου η αντιληπτή δεξιότητα εφαρμόζεται σε άλλα τυχαία αποτελέσματα (ζεστά εναντίον ψυχρά τραπέζια μπλακτζάκ, γκρουπιέρηδες κλπ.). Η κατώτατη γραμμή είναι ότι έχοντας οπτικά πανομοιότυπα μηχανήματα με διαφορετικά ποσοστά επιστροφής μπορεί να προωθήσει τους παίκτες να δουν τη νίκη τους ως απόδειξη της ικανότητας - μια κατάσταση που μπορεί να τους δυσκολεύσει να συνειδητοποιήσουν ότι με αρκετά παιχνίδια, όλοι χάνουν, ανεξάρτητα με το συγκεκριμένο RTP του παιχνιδιού. (Harrigan and Dixon 2009a)

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο θα αναλύσουμε διάφορες εκδοχές του *Mystere du Prince* και θα τις συγκρίνουμε μεταξύ τους. Ως τώρα έχουμε αναλύσει την βασική εκδοχή του *Mystere du Prince* η οποία είναι ένα παιχνίδι με τα παρακάτω στατιστικά (**4.1**):

Πίνακας **4.1**: Βασική Εκδοχή

Fyll Cycle	122,122,752
Volatility	29.29445158
Βασικό παιχνίδι RTP	57.81888%
Μπόνους Συμμετοχή RTP	38.49809%
Συνολικό RTP	96.31697%

Ένα παιχνίδι με υψηλό RTP και μέσο προς υψηλό δείκτη μεταβλητότητας. Οι τροχοί που χρησιμοποιήθηκαν για την βασική εκδοχή δημιουργήθηκαν σύμφωνα με τον πίνακα των κατανομών (**3.1**) και τα σύμβολα μοιράστηκαν στους τροχούς με την λογική ότι σε κάθε τριάδα δεν θα υπάρχει πάνω από ένα ίδιο σύμβολο. Η διάταξη δημιουργήθηκε με αυτόν τον τρόπο διότι τα scatters είναι τα σύμβολο με το μεγαλύτερο RTP, δηλαδή επιστρέφουν τα περισσότερα κέρδη πίσω στον παίκτη. Όπως έχουμε υπολογίσει στο κεφάλαιο 3 η δυάδα scatters συμμετέχει περίπου στα 14% του συνολικού RTP και αυτός είναι ένας λόγος όπου έγινε τέτοια διάταξη στους τροχούς για να αποφύγουν τα διπλά η τριπλά scatters σε μία στήλη της οθόνης. Οι τροχοί ή «κορδέλες» φαίνονται παρακάτω:

Τροχός 1 =

δεκάρι,ρολόι ,παπάς,ντάμα,άλογο,άσσοι,ντάμα, scatter ,βαλές,  
ντάμα,τέρας,άσσοι,κερί,δεκάρι,παπάς,βαλές,δεκάρι,κερί,βαλές,άλογο,ντάμα,άσσοι,ρολόι,  
δεκάρι,ρόδο,ντάμα,εννιάρι,παπάς,δεκάρι,άσσοι,πεντάμορφη,ντάμα

Τροχός 2 =

άσσοι,τέρας,βαλές,ντάμα,πεντάμορφη,παπάς,βαλές,ρολόι ,παπάς,  
βαλές,κερί,εννιάρι,άλογο,βαλές,κερί,παπάς,δεκάρι, scatter ,  
εννιάρι,άλογο,ντάμα,άσσοι,κερί,παπάς,ρόδο,άσσοι,παπάς,δεκάρι,πεντάμορφη,  
ντάμα,βαλές,εννιάρι,άλογο,παπάς,βαλές,κερί,παπάς,ρολόι ,τέρας  
,βαλές,εννιάρι,ρολόι,scatter ,βαλές,δεκάρι,ντάμα,βαλές,δεκάρι

Τροχός 3 =

δεκάρι,κερί,δεκάρι,τέρας,βαλές,ντάμα,άλογο,άσσοι,κερί,ντάμα,δεκάρι,  
πεντάμορφη,άσσοι,ρολόι ,εννιάρι,άσσοι,τέρας,δεκάρι,βαλές,ρολόι,  
άσσοι,τέρας,δεκάρι,ντάμα,ρόδο,δεκάρι,άλογο,παπάς,ντάμα,πεντάμορφη,  
παπάς,ρολόι,βαλές,άλογο,άσσοι,εννιάρι,πεντάμορφη,βαλές,παπάς,ντάμα,  
εννιάρι,scatter ,ντάμα

Τροχός 4 =

δεκάρι,ρόδο,ντάμα,τέρας,ρολόι ,εννιάρι,άλογο,βαλές,κερί,εννιάρι,  
βαλές,ρολόι ,εννιάρι,παπάς,κερί,δεκάρι,scatter ,  
παπάς,ρολόι ,βαλές,πεντάμορφη,άσσοι,ρολόι ,εννιάρι,κερί,παπάς  
,δεκάρι,ρόδο,ντάμα,τέρας,άσσοι,βαλές,άλογο,ντάμα,  
πεντάμορφη,άσσοι,ρολόι ,βαλές,κερί,εννιάρι,βαλές,τέρας,παπάς

Τροχός 5 =

δεκάρι,τέρας,άσσοι,παπάς,πεντάμορφη,ντάμα,κερί,εννιάρι,  
βαλές,τέρας,παπάς,βαλές,άλογο,εννιάρι,κερί,παπάς,  
εννιάρι,πεντάμορφη,παπάς,άσσοι,ρόδο,παπάς,άλογο,ντάμα,  
κερί,βαλές,δεκάρι,πεντάμορφη,εννιάρι, scatter ,κερί,βαλές  
,άλογο,εννιάρι,ρολόι ,άσσοι,πεντάμορφη,βαλές,παπάς,πεντάμορφη,  
εννιάρι,βαλές,ρολόι (Παράρτημα)

Στα επόμενα κεφάλαια θα αναδιατάξουμε τον αρχικό πίνακα κατανομών **(3.1)** και θα δημιουργήσουμε νέα παιχνίδια, το καθένα με τα δικά του στατιστικά και ιδιότητες.

## 4.2 Χαμηλό RTP

Όπως αναφέραμε στην προηγούμενη ενότητα, κάποιες εταιρίες, καζίνο ή οποιοσδήποτε θέλει να αποκτήσει ένα online slot machine , μπορεί να επιλέξει μια εκδοχή με χαμηλό RTP , διότι πιστεύει πως θα τον επιφέρει περισσότερα κέρδη από άλλα παιχνίδια. Για τον λόγο αυτό όταν κατασκευάζεται ένα φρουτάκι πρέπει να περιέχει διάφορες παραλλαγές του εαυτού του σε διαφορετικό RTP εύρος.

Αναδιατάσσοντας τα σύμβολα στον πίνακα κατανομών **(3.1)** κατασκευάσαμε ένα παιχνίδι με μικρότερο RTP από το κανονικό. Μειώνοντας επικερδή σύμβολα, όπως το scatter , από τους τροχούς και προσθέτοντας σύμβολα τα οποία επιστρέφουν μικρά ποσά στον παίκτη, όπως το εννιάρι και το δεκάρι μπορούμε να αλλάξουμε τα στατιστικά του παιχνιδιού. Ο πίνακας **(4.2)** κατανομών για μία εκδοχή με χαμηλότερο RTP :

Πίνακας **4.2**: Πίνακας Κατανομών

	Τροχός 1	Τροχός 2	Τροχός 3	Τροχός 4	Τροχός 5
εννιάρι	1	3	2	5	4
δεκάρι	6	4	6	3	2
βαλές	3	9	4	6	6
ντάμα	6	4	6	3	2
παπάς	3	6	4	2	6
άσσος	4	3	5	3	3
ρολόι	2	3	3	5	4
κερί	3	4	4	4	4
άλογο	4	3	3	2	5
πεντάμορφη	1	5	3	2	5
τέρας	1	2	4	3	2
scatter	1	2	1	1	1
ρόδο (wild)	1	1	1	2	1
Σύνολο	36	49	46	41	45

Με στατιστικά στον πίνακα **(4.3)**:

Πίνακας **4.3**: Χαμηλό RTP

Fyll Cycle	149,710,680
Volatility	29.83403931
Βασικό παιχνίδι RTP	56.03039%
Μπόνους Συμμετοχή RTP	31.49353%
Συνολικό RTP	87.52393%

Τέλος διαπιστώνουμε ότι οι συνολικοί συνδυασμού αυξήθηκαν στους 149.710.680 το οποίο είναι λογικό αφού προσθέσαμε σύμβολα στους τροχούς μας. Ακόμα ενδιαφέρουσα παρατήρηση είναι πως το RTP του βασικού παιχνιδιού έμεινε σχεδόν το ίδιο ενώ το μπόνους RTP έπεσε αρκετά. Τα σύμβολα που επηρέασαμε ήταν στους τροχούς του βασικού παιχνιδιού. Κάποια από αυτά όμως ήταν scatters και γι' αυτόν το λόγο η συμμετοχή του μπόνους μειώθηκε, αφού εξαρτάται από συνδυασμούς με σύμβολα scatter .

### 4.3 Υψηλό RTP

Η επόμενη παραλλαγή παιχνιδιού του *Myster du Prince* θα βασιστεί πάνω στο υψηλό RTP . Μπορούμε να θεωρήσουμε την αρχική εκδοχή ένα τέτοιο παιχνίδι, όμως το ποσοστό επιστροφής του παίκτη μπορεί να αυξηθεί κι άλλο. Η ερώτηση είναι γιατί κάποιος να αγοράσει ένα φρουτάκι που έχει 99% RTP από ένα άλλο το οποίο έχει 87% (όπως στην προηγούμενη ενότητα), αφού στην πάροδο του χρόνου το μικρότερο RTP θα του εξασφαλίσει περισσότερα κέρδη. Σε ένα καζίνο συχνάζουν μέχρι και 1.000 διαφορετικά άτομα καθημερινά, ενώ σε μεγαλύτερα από 10.000 και πάνω. Μεταξύ αυτών υπάρχουν έμπειροι παίκτες και ερασιτέχνες. Οι συχνότεροι όμως είναι αυτοί που γνωρίζουν τα παιχνίδια, τις πιθανότητες, τους κανόνες και τις στρατηγικές. Οι ίδιοι θα καταλάβουν και την διαφορά μεταξύ ενός slot machine με χαμηλό RTP και ένα με υψηλό, με αποτέλεσμα να διαλέγουν το υψηλό για να μετριάσουν τις απώλειες του. Για αυτόν το λόγο συνήθως επιλέγονται φρουτάκια με 90% τουλάχιστον ποσοστό επιστροφής , το οποίο θα έχει συχνότερη πελατεία, άρα και μεγαλύτερα κέρδη.

Υπάρχουν πολλές επιλογές για να επιτύχουμε ένα παιχνίδι με υψηλό RTP . Αρχικά, αν αυξήσουμε τον αριθμό των συμβόλων όπως το scatter και το wild (ρόδο), είναι σίγουρο ότι το ποσοστό θα μεγαλώσει. Όμως επειδή τα σύμβολα αυτά είναι ήδη λίγα λόγω των μεγάλων ποσών που έχουν στον πίνακα πληρωμών, αυξάνοντας ένα σε κάποιον τροχό το RTP εκτοξεύεται πάνω από το 100%. Μια διαφορετική τακτική είναι να αυξήσουμε το μέγεθος του τροχού από «φτηνά» σύμβολα και έτσι η πρόσθεση ενός scatter ή wild συμβόλου να μην επηρεάζει τόσο πολύ το RTP . Με αυτόν τον τρόπο το RTP γίνεται πιο διαχειρίσιμο και το χειραγωγούμε στον αριθμό που θέλουμε. Ο πίνακας



(4.5) που κατασκευάστηκε για την εκδοχή αυτή :

Πίνακας 4.4: Πίνακας Κατανομών

	Τροχός 1	Τροχός 2	Τροχός 3	Τροχός 4	Τροχός 5
εννιάρι	1	4	3	5	6
δεκάρι	5	4	6	3	2
βαλές	3	9	4	6	6
ντάμα	6	4	6	3	4
παπάς	3	7	3	4	6
άσσος	4	4	5	3	3
ρολόι	2	4	3	5	2
κερί	2	5	2	4	4
άλογο	2	3	3	2	4
πεντάμορφη	1	2	3	2	5
τέρας	1	2	3	3	2
scatter	1	2	1	1	1
ρόδο(wild)	1	2	1	2	1
Σύνολο	32	52	43	43	46

Με τα ακόλουθα στατιστικά που φαίνονται στον πίνακα (4.5):

Πίνακας 4.5: Υψηλό RTP

Fyll Cycle	141,529,856
Volatility	30.23483572
Βασικό παιχνίδι RTP	64.64366%
Μπόνους Συμμετοχή RTP	33.43885%
Συνολικό RTP	98.08251%

Όπως είναι και λογικό στα στατιστικά που υπολογίστηκαν έχουμε αυξημένο τον αριθμό του Fyll Cycle και μια αύξηση στο ποσοστό επιστροφής του βασικού παιχνιδιού, αφού αυξήσαμε, όπως διακρίνεται και στον πίνακα των κατανομών (4.4), το σύμβολο wild από 1 σε 2 στον δεύτερο τροχό, καθώς και το μέγεθός του στο 52. Με την αύξηση των συνολικών συμβόλων wild είναι εύλογη και η προσαύξηση την μεταβλητότητας.

## 4.4 Χαμηλή Μεταβλητότητα

Σε αυτήν την ενότητα θα μελετήσουμε την εκδοχή με βάση την χαμηλή μεταβλητότητα για του χαλαρούς παίκτης που προτιμούν να παίξουν μεγάλα χρονικά διαστήματα, παρά να ρισκάρουν για μεγάλα κέρδη. Επειδή η μεταβλητότητα είναι κυρίως προτίμηση του παίκτη, καλό είναι να υπάρχουν πάντα δύο εκδοχές παιχνιδιού, ένα με χαμηλή και ένα με υψηλή μεταβλητότητα.

Για να επιτευχθεί χαμηλό volatility σε ένα slot πρέπει να αυξηθούν τα σύμβολα που δημιουργούν συνδυασμούς με μικρό ποσό πληρωμής και να μειωθούν τα σύμβολα με μεγάλα ποσά πληρωμής. Στο *Myster du prince* ένα σύμβολο διακρίνεται για το τεράστιο ποσό που πληρώνει η πεντάδα του. Το wild ή ρόδο κατέχει την απόδοση 9000 προς 1, αν παρευρεθούν 5 τέτοια σύμβολα στην οθόνη του παιχνιδιού **3.1.5**. Αντίστοιχα αυξάνοντας τα σύμβολα εννιάρι, δεκάρι, βαλές, ντάμα, παπάς στους πρώτους 3 τροχούς, εξασφαλίζουμε περισσότερους μικρούς κερδοφόρους συνδυασμούς (όπως δυάδες και τριάδες), οι οποίοι επιστρέφουν μηδαμινά ποσά στον παίκτη. Για το επί μέρους λόγους δημιουργήθηκε ο παρακάτω πίνακας **(4.6)** κατανομής:

Πίνακας 4.6: Πίνακας Κατανομών

	Τροχός 1	Τροχός 2	Τροχός 3	Τροχός 4	Τροχός 5
εννιάρι	5	9	7	5	4
δεκάρι	5	7	6	3	4
βαλές	3	9	5	6	4
ντάμα	6	4	4	6	4
παπάς	4	7	4	4	4
άσσος	4	3	5	3	4
ρολόι	2	3	4	2	4
κερί	2	2	4	4	4
άλογο	2	2	4	4	5
πεντάμορφη	1	2	4	3	5
τέρας	1	2	3	4	2
scatter	1	1	1	2	3
ρόδο(wild )	1	1	1	1	1
Σύνολο	37	52	52	47	48

Τα στατιστικά των παραπάνω τροχών παρατηρούνται στον πίνακα **(4.7)**:

Πίνακας 4.7: Χαμηλή Μεταβλητότητα

Fyll Cycle	225,708,288
Volatility	27.40243916
Βασικό παιχνίδι RTP	53.66052%
Μπόνους Συμμετοχή RTP	43.86353%
Συνολικό RTP	97.52404%

Παρατηρούμε πως η μεταβλητότητα μειώθηκε σχεδόν στο 27 , ενώ αντίστοιχα αυξήθηκε κατά πολύ ο συνολικός αριθμός συνδυασμών του κύκλου. Στον πίνακα κατανομών εξηγείται η προσαύξηση του Fyll Cycle διακρίνοντας τα μεγέθη των τροχών 2 και 3, στους οποίους προσθέσαμε τα σύμβολα που είναι πιο συχνά σε εμφάνιση. Επιπλέον όλοι τροχοί περιέχουν από ένα σύμβολο μπαλαντέρ (wild ) , για να αποφύγουμε τους νικηφόρους συνδυασμούς με μεγάλα ποσά, καθώς το wild είναι ένα σύμβολο μπαλαντέρ το οποίο διπλασιάζει τον συνδυασμό που ανήκει και άρα μπορεί να δημιουργήσει τεράστια κέρδη για τον παίκτη. Τέλος ελαττώνοντας τα σύμβολα wild είναι λογικό να ελαττωθεί και το RTP . Έτσι προσθέσαμε παραπάνω scatter σύμβολο για να αντισταθίσουμε το χαμένο ποσοστό και να το φέρουμε στο 97.5%, το οποίο θεωρείται ένα εύλογο RTP .

#### 4.5 Υψηλή Μεταβλητότητα

Στην τελευταία εκδοχή του Mystere du prince θα αναφερθούμε σε ένα παιχνίδι με κύριο χαρακτηριστικό την υψηλή μεταβλητότητα. Όπως έχουμε εξηγήσει και σε προηγούμενα κεφάλαια οι παίκτες που κυνηγάνε μεγάλα jackpots σε μικρό χρονικό διάστημα με αντίποινα την τεράστια χασούρα, δηλαδή ρισκάρουν για τα πολλά ή τίποτα, προτιμούν φρουτάκια όπου ο δείκτης της μεταβλητότητας είναι αυξημένος. Οι παίκτες αυτοί καλό είναι να έχουν αρκετό χρόνο και υπομονή, καθώς και ένα μεγάλο κεφάλαιο για τα πονταρίσματά τους.

Ο κύριος παράγοντας για να πετυχαίνει ο παίκτης τεράστια ποσά, είναι να προσθέσουμε σύμβολα τα οποία οι συνδυασμοί τους πληρώνουν ακριβότερα από τα υπόλοιπα. Ένα τέτοιο σύμβολο ξεχωρίζει από τα υπόλοιπα και αυτό είναι το μπαλαντέρ (wild ). Παρατηρώντας τον πίνακα πληρωμών 3.1.5, η πεντάδα των ρόδων επιστρέφει 9.000 φορές το στοίχημα του παίκτη, ένας αριθμός ο οποίος διαφέρει σε ακραίο βαθμό συγκριτικά με τα άλλα σύμβολα (εκτός του scatter ). Συγχρόνως το wild έχει την ιδιότητα να διπλασιάζει το ποσό των συνδυασμών που περιέχουν το ίδιο (μπαλαντέρ). Εξαιτίας αυτών η αύξηση τέτοιων συμβόλων στους τροχούς θα επακολουθήσει την αύξηση του δείκτη μεταβλητότητας. Μετά τον πειραματισμό του πίνακα κατανομής καταλήξαμε σε μια εκδοχή όπως φαίνεται παρακάτω (4.8):

Πίνακας 4.8: Πίνακας Κατανομών

	Τροχός 1	Τροχός 2	Τροχός 3	Τροχός 4	Τροχός 5
εννιάρι	6	3	7	6	4
δεκάρι	4	2	5	3	6
βαλές	5	2	2	5	3
ντάμα	3	5	6	3	4
παπάς	5	6	4	5	2
άσσοσ	6	5	5	2	6
ρολόι	4	4	2	3	4
κερί	4	4	4	3	4
άλογο	3	3	4	2	5
πεντάμορφη	3	2	5	5	3
τέρας	3	1	2	2	4
scatter	1	1	1	2	1
ρόδο(wild )	1	1	2	2	5
Σύνολο	48	39	49	43	51

Με τα ακόλουθα βασικά στατιστικά μέτρα. Πίνακας (4.9)

Πίνακας 4.9: Υψηλή Μεταβλητότητα

Fyll Cycle	201,159,504
Volatility	34.06235105
Βασικό παιχνίδι RTP	71.91066%
Μπόνους Συμμετοχή RTP	24.19636%
Συνολικό RTP	96.10702%

Στον πίνακα των στατιστικών διαπιστώνουμε πως ο δείκτης της μεταβλητότητας έχει φτάσει στο 34 από το 29 που έχει το αρχικό παιχνίδι. Συνεπώς όπως προαναφέραμε η αύξηση αυτή συμβαίνει λόγω των συμβόλων wilds τα οποία είναι συνολικά 11 διασκορπισμένα στους τροχούς από τα 6 που έχει το πρώτο παιχνίδι. Το βασικό RTP έφτασε στο 72% σχεδόν λόγω του μεγάλου αριθμού των συνολικών συνδυασμών σε σχέση με τα λίγα σύμβολα scatter στους τροχούς. Κάτι τέτοιο δεν μας ενοχλεί διότι ο παίκτης θα αναλώνεται περισσότερο στο βασικό παιχνίδι με μεγάλη μεταβλητότητα και θα κερδίζει τις δωρεάν περιστροφές του μπόνους ίσα ίσα για να σπάσει η μονοτονία. Τέλος το συνολικό ποσοστό επιστροφής στο 96% είναι αποδεκτό για ένα online slot machine.

## 4.6 Επίλογος

Στο παρόν κεφάλαιο μελετήθηκαν 4 διαφορετικές εκδοχές του *Mystere dy Prince* . Σε ένα άλλο φρουτάκι όμως μπορεί να χρειαστεί να κατασκευαστούν περισσότερες από 4, ανάλογα με τους πελάτες και τις απαιτήσεις τους. Στην περίπτωση αυτή πρέπει να χρησιμοποιείται μια αυτοματοποιημένη διαδικασία για την υλοποίηση των παιχνιδιών. Ειδικότερα, ένα πρόγραμμα το οποίο θα εισάγει ο χρήστης τα στατιστικά της επιλογής του και ο αλγόριθμος θα παράγει τους βέλτιστους τροχούς ή αυτούς με το μικρότερο σφάλμα από τα αρχικά στατιστικά. Για την επίτευξη ενός τέτοιου προγράμματος πρέπει να χρησιμοποιηθεί μια μέθοδος βελτιστοποίησης.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

## Επίλογος

### 5.1 Συμπεράσματα

Στην παρούσα ενότητα αναφέρονται ορισμένα συμπεράσματα, τα οποία εξήχθησαν με την ολοκλήρωση της διπλωματικής.

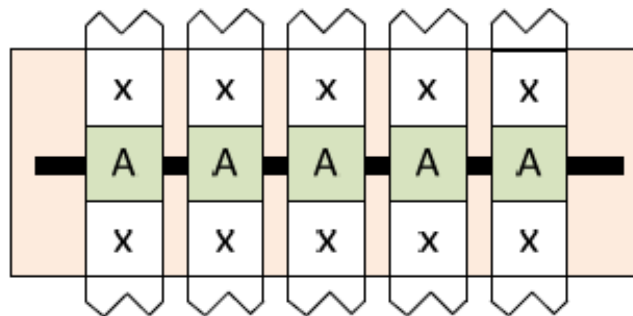
- Για την πλήρη και σωστή κατασκευή μιας online παιγνιομηχανής απαιτείται η στατιστική ανάλυση με την βοήθεια της Full Cycle προσομοίωσης και συγχρόνως ένα πρόγραμμα το οποίο θα αναπαράγει το φρουτάκι σε πραγματικές καταστάσεις παιχνιδιού με Monte Carlo προσομοίωση. Με αυτόν τον τρόπο τα αποτελέσματα του προγράμματος θα συγκρίνονται με τα ακριβές στατιστικά που δίνει το Full Cycle και αν δεν υπάρχει μεγάλη απόκλιση το παιχνίδι έχει κατασκευαστεί σωστά.
- Τα παιχνίδια που περιέχουν μπόνους στάδια, jackpots κ.α. υπόσχονται στον παίκτη μεγάλα κέρδη και στις σύγχρονες παιγνιομηχανές είναι σχεδόν υποχρεωτικά. Ακόμα με το τέλος της ανάλυσης στην παρούσα διπλωματική συμπεραίνουμε πως ένα παιχνίδι με μπόνους στάδια μπορεί να καταλήξει πάρα πολύ περίπλοκο στον υπολογισμό των στατιστικών όρων.
- Ο στατιστικός όρος volatility συμβάλει σε μεγάλο βαθμό στα σύγχρονα online slot machines και ο κατασκευαστής τους πρέπει να έχει την επίγνωση του. Υπάρχουν παίκτης που παρακολουθούν τέτοιους στατιστικούς όρους και διαλέγουν με βάση αυτούς και τις προτιμήσεις τους.
- Για την παραγωγή ενός παιχνιδιού, κατασκευάζονται πολλές εκδοχές με διαφορετικά στατιστικά μέτρα.
- Ο κλάδος των τυχερών παιγνίων, ένας υποτιμημένος κλάδος, επιφέρει τεράστια κέρδη στην σημερινή κοινωνία και για κάποιον που ενδιαφέρεται να ασχοληθεί, προσφέρει μεγάλη διαρκή ανάπτυξη σε συνδυασμό με την τεχνολογία.

## 5.2 Μελλοντική Έρευνα

Η πάrouσα εργασία αποτελεί μια πρώτη βασική στατιστική ανάλυση για την κατασκευή ενός online slot machine και την περαιτέρω επεξήγηση όλων των στατιστικών μέτρων. Παρόλα αυτά η στατιστική ανάλυση είναι η αρχή για μια παιγνιομηχανή και δεν επαρκεί για την πλήρη δημιουργία της.

Αρχικά, είναι αναγκαία η προσομοίωση ενός online slot machine με την βοήθεια μια γλώσσας προγραμματισμού, ώστε να κατασκευαστεί ένα πρόγραμμα το οποίο θα εκτελεί μεγάλο αριθμό επαναλήψεων του παιχνιδιού. Ιδανικές γλώσσες για αυτήν την δουλειά είναι οι C, C++, JAVA, οι οποίες είναι πιο κοντά στον υπολογιστή και όχι τόσο στον χρήστη (γλώσσες προγραμματισμού μέσου επιπέδου). Ακόμα, για επαγγελματίες όπως τα καζίνο και οι μεγάλες εταιρίες που κατασκευάζουν φρουτάκια και άλλα τυχερά παίγνια, χρειάζεται τεράστια μνήμη και υπερσύγχρονους επεξεργαστές για την υλοποίησή τους.

Η λογική του προγράμματος έγκειται στο μεγάλο αριθμό περιστροφών των τροχών και στην ανάλυση των αποτελεσμάτων. Με μια δομή επανάληψης ο αλγόριθμος θα σταματάει τυχαία σε ένα σημείο του κάθε τροχού και θα προσομοιάζει το παράθυρο  $3 \times 5$  του παιχνιδιού. (Εικόνα 5.2.1) (Πηγή: (Muir 2013) )



Σχήμα 5.2.1: Οθόνη  $3 \times 5$  slot machine

Σύμφωνα με το πίνακα πληρωμών θα ελέγχει τις γραμμές πληρωμών και θα καταγράφει σε μια δομή δεδομένων τους συνδυασμούς που αποφέρουν κέρδη. Για τα ειδικά σύμβολα όπως το scatter θα γίνεται ξεχωριστή ανάλυση, διότι δεν υπακούει στις γραμμές πληρωμών του παιχνιδιού.

Στην συνέχεια θα γίνεται μια αντίστοιχη προσομοίωση για τα μπόνους στάδια και θα υπολογίζεται αντίστοιχα η συμμετοχή τους στο συνολικό RTP. Τέλος το πρόγραμμα θα πρέπει να είναι όσο πιο δυναμικό γίνεται, γιατί οι κανόνες, τα σύμβολα, τα έξτρα στάδια σε ένα φρουτάκι διαφέρουν και αφήνονται στην φαντασία του κατασκευαστή.

Μια περαιτέρω έρευνα θα μπορούσε να είναι στο κομμάτι της βελτιστοποίησης του RTP. Όταν

ο προγραμματιστής κατασκευάζει ένα φρουτάκι οι τροχοί με τα σύμβολα εντάσσονται με τυχαία σειρά. Για να επιτευχθούν όμως τα συγκεκριμένα στατιστικά, τα οποία επιθυμεί ο κατασκευαστής, πρέπει να ανακατασκευαστούν τα σύμβολα στους τροχούς με ειδική σειρά ώστε να δίνουν τα καλύτερα αποτελέσματα. Το σημείο αυτό γινόταν συνήθως με ρύθμιση από τον προγραμματιστή, άλλα είναι εφικτό να βελτιστοποιηθεί από μια αυτοματοποιημένη υλοποίηση, βασισμένη σε γενετικούς αλγόριθμους.

Οι γενετικοί αλγόριθμοι (GA) είναι ευρετικοί αλγόριθμοι αναζήτησης εμπνευσμένοι από τη διαδικασία φυσικής επιλογής. Οι GA χρησιμοποιούνται συνήθως για την επιλογή σημείων (υποψήφια λύσεων) από το χώρο των λύσεων. Με την εφαρμογή των τεχνικών κληρονομιάς, μετάλλαξης και επιλογής, οι παραγόμενες λύσεις προσεγγίζουν το βέλτιστο. Οι Genetic algorithms ταξινομούνται επίσης ως αλγόριθμοι που βασίζονται στον πληθυσμό, επειδή κάθε σημείο στο χώρο λύσης αντιπροσωπεύει ένα άτομο μέσα στον πληθυσμό GA. Κάθε άτομο έχει ένα σύνολο ιδιοτήτων που υπόκεινται σε μετάλλαξη και τροποποίηση (συνήθως μια διασταύρωση). Η παραδοσιακή αναπαράσταση των ιδιοτήτων είναι δυαδική, ως ακολουθία μηδενικών και μερών, αλλά είναι επίσης δυνατές και άλλες κωδικοποιήσεις (για παράδειγμα, ένα δυαδικό δέντρο).

Η βελτιστοποίηση συνήθως ξεκινά με έναν τυχαία δημιουργούμενο πληθυσμό ατόμων, αλλά αυτό μπορεί να ποικίλει ανάλογα με τις υλοποιήσεις. Η διαδικασία βελτιστοποίησης είναι επαναληπτική και ο πληθυσμός σε κάθε επανάληψη ονομάζεται γενιά. Μια συνάρτηση καταλληλότητας υπολογίζεται για κάθε άτομο της γενιάς. Η συνάρτηση αυτή αντιπροσωπεύει συνήθως την αντικειμενική λειτουργία που υπόκειται σε βελτιστοποίηση. Τα πιο κατάλληλα άτομα στον πληθυσμό επιλέγονται (σύμφωνα με έναν κανόνα επιλογής) και ανασυνδυάζονται (διασταύρωση και / ή μετάλλαξη) για να σχηματίσουν μια νέα γενιά. Αυτή η νέα γενιά χρησιμοποιείται στην επόμενη επανάληψη του αλγορίθμου. Ο τερματισμός του αλγορίθμου επιτυγχάνεται συνήθως είτε με την επίτευξη του μέγιστου αριθμού γενεών είτε με την επίτευξη του επιθυμητού επιπέδου της αξίας ικανότητας.

Για τη διεξαγωγή των GA, ο ερευνητής θα πρέπει να παρέχει:

- Γενετική αναπαράσταση του χώρου λύσης (πεδίο λύσης)
- Μια κατάλληλη λειτουργία ικανότητας για την αξιολόγηση της περιοχής λύσης.

Μόλις ικανοποιηθούν αυτές οι δύο προϋποθέσεις, οι GA μπορούν να προχωρήσουν με την αρχικοποίηση του πληθυσμού και την επαναληπτική βελτίωση του πληθυσμού με επαναλαμβανόμενη εφαρμογή της επιλογής, της διασταύρωσης, της μετάλλαξης και της αξιολόγησης των ατόμων.

Σε ένα μοντέλο που προτείνεται κάθε άτομο της γενιάς αποτελείται από σύμβολα ενός slot machine (που δίδονται ως αριθμοί), που διανέμονται στους τροχούς. Κάθε σύμβολο στους τροχούς αντιπροσωπεύεται από έναν ενιαίο ακέραιο αριθμό με τέτοιο τρόπο ώστε το σύμβολο και η θέση του στον τροχό να είναι σημαντικές. Η περιοχή της λύσης είναι πεπερασμένη και διακριτή. Κάθε



θέση σε κάθε τροχό πρέπει να είναι ένας ακέραιος αριθμός από τη λίστα των πιθανών συμβόλων. Η αρχικοποίηση του πληθυσμού γίνεται συνήθως με τυχαία παραγωγή, αλλά το μοντέλο που προτείνεται χρησιμοποιεί την αρχική διαμόρφωση των τροχών για την αρχικοποίηση του πληθυσμού. Η αρχικοποίηση γίνεται με την προσθήκη τυχαίου θορύβου στην αρχική διαμόρφωση των τροχών. Το μέγεθος του πληθυσμού αποτελεί αντικείμενο πειραματικής εκτίμησης και μπορεί να διαφέρει από μερικά άτομα σε εκατοντάδες ή χιλιάδες άτομα.

Κατά τη διαδικασία επιλογής, τα άτομα επιλέγονται ανάλογα με την αξία της κατάστασης. Ορισμένες μέθοδοι επιλογής προτιμούν τα καλύτερα άτομα, αλλά άλλες μέθοδοι λαμβάνουν μόνο ένα τυχαίο υποσύνολο του πληθυσμού. Η λειτουργία φυσικής κατάστασης εξαρτάται από το πρόβλημα και καθορίζεται σε σχέση με τη γενετική αναπαράσταση ως μέτρο της ποιότητας της λύσης που αντιπροσωπεύεται. Στο προτεινόμενο μοντέλο, η απόλυτη διαφορά μεταξύ του επιθυμητού RTP και του λαμβανόμενου RTP χρησιμοποιείται ως λειτουργία φυσικής κατάστασης. Η προσομοίωση Monte-Carlo χρησιμοποιείται για το RTP που λαμβάνεται προκειμένου να εκτιμηθεί η απόδοση της μηχανής κουλοχέρη σε 100.000 ή 1.000.000 ξεχωριστές διαδρομές. Ο κανόνας του ελιτισμού εφαρμόζεται επίσης έτσι ώστε ο καλύτερος άνθρωπος να επιβιώνει μεταξύ των γενεών.

Για τη λειτουργία crossover επιλέγεται ένα ζευγάρι γονικών ατόμων (άτομα που αποτελούν μέρος του επιλεγμένου υποσυνόλου πληθυσμού). Χρησιμοποιείται μια μονή τομή για να ανασυνδυαστούν τα χαρακτηριστικά του πρώτου και του δεύτερου γονέα, προκειμένου να δημιουργηθεί το άτομο του παιδιού. Απαιτείται συμπληρωματική έρευνα για να καθοριστεί αν είναι καλύτερο να χρησιμοποιηθούν περισσότερα από δύο άτομα ως γονείς. Μετά το crossover, μια μετάλλαξη εφαρμόζεται πάνω στο παιδί. Η μετάλλαξη πραγματοποιείται με τυχαία επιλογή του συμβόλου, αλλάζοντας με άλλο τυχαία επιλεγμένο σύμβολο.

Ως κριτήριο τερματισμού χρησιμοποιείται ο μέγιστος αριθμός των γενεών και εφαρμόζεται χειρωνακτική παρατήρηση / τερματισμός της διαδικασίας. Η τελική λύση, που βρέθηκε από τον γενετικό αλγόριθμο, είναι ένας ακέραιος φορέας. Αυτό το διάνυσμα χρησιμοποιείται απευθείας ως κατανομή συμβόλων μηχανών τυχερών παιχνιδιών. Για παράδειγμα, αν υπάρχει ένα φρουτάκι με 5 τροχούς (ορατό στην οθόνη ως 5 στήλες και 3 σειρές) και σε κάθε τροχό είναι διαθέσιμα 63 σύμβολα, η τελική λύση θα είναι ένας ακέραιος πίνακας  $5 \times 63$  τιμών. (Eiben, Raué, and Ruttkay 1994)

Τέλος στο παράρτημα παρουσιάζονται τα στατιστικά του παιχνιδιού Le Mystere du Prince μετά από 1.000.000.000 επαναλήψεις του παιχνιδιού, με την βοήθεια ενός προγράμματος γνωστής εταιρίας παραγωγής και σχεδίασης τυχερών παίγνιων. Η προσομοίωση του παιχνιδιού αναπτύχθηκε με την βοήθεια της μεθόδου Μόντε Κάρλο και ουσιαστικά επαληθεύει όλα τα στατιστικά στοιχεία, ενώ παρουσιάζει ακόμα περισσότερα, που αναλύθηκαν στην παρούσα διπλωματική.



# ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

```
<root>
<date>15/06/2019</date>
<game>
<total_in>1000000000</total_in>s
<total_out>963637365</total_out>
<total_games>100000000</total_games>
<winner_games>25973340</winner_games>
<rtp>0.96363736500016</rtp>
<min_multiplier>1</min_multiplier>
<max_multiplier>1</max_multiplier>
<avg_win>3.710102</avg_win>
<game_between_win>3.9</game_between_win>
<hit_frequency>.25973</hit_frequency>
<variance>79.3536072</variance>
<standard_deviation>8.9080642</standard_deviation>
<estimated_rtp>
<estimation games="1000" min=".41151" max="1.51576"/>
<estimation games="10000" min=".78904" max="1.13824"/>
<estimation games="100000" min=".90842" max="1.01885"/>
<estimation games="1000000" min=".94618" max=".98110"/>
<estimation games="10000000" min=".95812" max=".96916"/>
</estimated_rtp>
<winnings/>
</game>
<mini_games>
<mini_game name="base_game" type="REELS">
<coins_in>1000000000</coins_in>
<coins_out>578223945</coins_out>
```

```

<played_games>100000000</played_games>
<winner_games>25973340</winner_games>
<rtp>0.5782239</rtp>
<min_multiplier>1</min_multiplier>
<max_multiplier>1</max_multiplier>
<mg_rtp>0.5782239</mg_rtp>
<mg_sb>100000000</mg_sb>
<sessions>1</sessions>
<avg_games_per_session>1E+08</avg_games_per_session>
<avg_payout_per_game>.58</avg_payout_per_game>
<avg_payout_per_session>57822400.00</avg_payout_per_session>
<winnings played_games="100000000" winner_games="25973340"
avg="2.2" sbw="3.9" variance="26" standard_deviation="5">
<win payout="0.2" hits="1698439" hit_fq=".016984" sbw="58.9"/>
<win payout="0.4" hits="2417237" hit_fq=".024172" sbw="41.4"/>
<win payout="0.5" hits="3894442" hit_fq=".038944" sbw="25.7"/>
<win payout="0.7" hits="108794" hit_fq=".001088" sbw="919.2"/>
<win payout="0.8" hits="1450578" hit_fq=".014506" sbw="68.9"/>
<win payout="0.9" hits="87338" hit_fq=".000873" sbw="1145.0"/>
<win payout="1" hits="3272892" hit_fq=".032729" sbw="30.6"/>
<win payout="1.1" hits="25952" hit_fq=".000260" sbw="3853.3"/>
<win payout="1.2" hits="77114" hit_fq=".000771" sbw="1296.8"/>
...
<win payout="905.8" hits="3" hit_fq=".000000" sbw="33333330.0"/>
<win payout="906" hits="7" hit_fq=".000000" sbw="14285710.0"/>
<win payout="910" hits="2" hit_fq=".000000" sbw="50000000.0"/>
<win payout="912" hits="3" hit_fq=".000000" sbw="33333330.0"/>
<win payout="915" hits="1" hit_fq=".000000" sbw="100000000.0"/>
</winnings>
<prizes>
<prize name="rodo_x5" payout="9000" coins_out="171000"
cc_coins_out="171000" hits="19"
rtp="0.0001774526" cc_rtp="0.0001774526" mg_rtp="0.0001774526"
sbw="5263157" mg_sb="5263157"/>
<prize name="rodo_x4" payout="2500" coins_out="1805000"
cc_coins_out="1805000" hits="722"

```

```
rtp="0.001873111" cc_rtp="0.001873111" mg_rtp="0.001873111"
sbw="138504" mg_sbws="138504"/>
<prize name="rodo_x3" payout="250" coins_out="3011750"
cc_coins_out="3011750" hits="12047"
rtp="0.003125398" cc_rtp="0.003125398" mg_rtp="0.003125398"
sbw="8300" mg_sbws="8300"/>
<prize name="rodo_x2" payout="10" coins_out="151470"
cc_coins_out="151470" hits="15147"
rtp="0.0001571857" cc_rtp="0.0001571857" mg_rtp="0.0001571857"
sbw="6601" mg_sbws="6601"/>
<prize name="pentamorfi_x5" payout="750" coins_out="6483750"
cc_coins_out="6483750" hits="4576"
rtp="0.006728413" cc_rtp="0.006728413" mg_rtp="0.006728413"
sbw="21853" mg_sbws="21853"/>
<prize name="pentamorfi_x4" payout="125" coins_out="6698375"
cc_coins_out="6698375" hits="28684"
rtp="0.006951137" cc_rtp="0.006951137" mg_rtp="0.006951137"
sbw="3486" mg_sbws="3486"/>
<prize name="pentamorfi_x3" payout="25" coins_out="13729725"
cc_coins_out="13729725" hits="315895"
rtp="0.01424781" cc_rtp="0.01424781" mg_rtp="0.01424781"
sbw="316" mg_sbws="316"/>
<prize name="pentamorfi_x2" payout="2" coins_out="9442322"
cc_coins_out="9442322" hits="2949907"
rtp="0.009798625" cc_rtp="0.009798625" mg_rtp="0.009798625"
sbw="33" mg_sbws="33"/>
...
<prize name="enniari_x2" payout="2" coins_out="16537366"
cc_coins_out="16537366" hits="5315185"
rtp="0.0171614" cc_rtp="0.0171614" mg_rtp="0.0171614"
sbw="18" mg_sbws="18"/>
<prize name="scatter_x5" payout="500" coins_out="2060000"
cc_coins_out="2324624" hits="412"
rtp="0.002137734" cc_rtp="0.002412343" mg_rtp="0.002137734"
sbw="242718" mg_sbws="242718"/>
<prize name="scatter_x4" payout="20" coins_out="4543200"
```

```

cc_coins_out="21121446" hits="22716"
rtp="0.004714637" cc_rtp="0.02191846" mg_rtp="0.004714637"
sbw="4402" mg_sbw="4402"/>
<prize name="scatter_x3" payout="5" coins_out="25260400"
cc_coins_out="393830950" hits="505208"
rtp="0.0262136" cc_rtp="0.4086921" mg_rtp="0.0262136"
sbw="197" mg_sbw="197"/>
<prize name="scatter_x2" payout="2" coins_out="111205600"
cc_coins_out="111205600" hits="5560280"
rtp="0.1154019" cc_rtp="0.1154019" mg_rtp="0.1154019"
sbw="17" mg_sbw="17"/>
</prizes>
<symbols_distribution>
<symbol name="scatter" count="01.02.01.01.01" percent="03.04.02.02.02"/>
<symbol name="rodo" count="01.01.01.02.01" percent="03.02.02.05.02"/>
<symbol name="pentamorfi" count="01.02.03.02.05" percent="03.04.07.05.12"/>
<symbol name="teras" count="01.02.03.03.02" percent="03.04.07.07.05"/>
<symbol name="alogo" count="02.03.03.02.03" percent="06.06.07.05.07"/>
<symbol name="roloi" count="02.03.03.05.02" percent="06.06.07.12.05"/>
<symbol name="keri" count="02.04.02.04.04" percent="06.08.05.09.09"/>
<symbol name="assos" count="04.03.05.03.03" percent="13.06.12.07.07"/>
<symbol name="pappas" count="03.07.03.04.06" percent="09.15.07.09.14"/>
<symbol name="ntama" count="06.04.06.03.02" percent="19.08.14.07.05"/>
<symbol name="vales" count="03.09.04.06.06" percent="09.19.09.14.14"/>
<symbol name="dekari" count="05.04.06.03.02" percent="16.08.14.07.05"/>
<symbol name="enniari" count="01.04.03.05.06" percent="03.08.07.12.14"/>
<totals count="32|48|43|43|43"/>
</symbols_distribution>
<stripes id="4f3bf82454a2b6e0772a6a172c75f53c" combinations="122122752">
<stripe id="e40a0e4239e9d8b06ec79813f084aede">
dekari , roloi , pappas , ntama , alogo , assos , ntama , scatter , vales ,
ntama , teras , assos , keri , dekari , pappas , / vales , dekari , keri , vales
, alogo , ntama , assos , roloi , dekari , rodo , ntama , enniari , pappas ,
dekari , assos , pentamorfi , ntama
</stripe>
<stripe id="9d786382805f6c9ff603362159880d93">

```

assos , teras , vales , ntama , pentamorfi , pappas , vales , roloi , pappas ,  
vales , keri , enniari , alogo , vales , keri  
, pappas , dekarı , scatter , enniari , alogo , ntama , assos , keri , pappas ,  
rodo , assos , pappas , dekarı , pentamorfi ,  
ntama , vales , enniari , alogo , pappas , vales , keri , pappas , roloi , teras  
, vales , enniari , roloi , scatter , vales , dekarı , ntama , vales , dekarı  
</stripe>  
<stripe id="ee3a3fbd3f9fda135cad721fb87c0d0c">  
dekarı , keri , dekarı , teras , vales , ntama , alogo , assos , keri , ntama ,  
dekarı , pentamorfi , assos , roloi , enniari , assos ,  
teras , dekarı , vales , roloi , assos , teras , dekarı , ntama , rodo , dekarı  
, alogo , pappas , ntama , pentamorfi , pappas , roloi ,  
vales , alogo , assos , enniari , pentamorfi , vales , pappas , ntama ,  
enniari , scatter , ntama  
</stripe>  
<stripe id="3814dc00ccba779fcd2f39570e648f86">  
dekarı , rodo , ntama , teras , roloi , enniari , alogo , vales , keri , enniari ,  
vales , roloi , enniari , pappas , keri , dekarı , scatter ,  
pappas , roloi , vales , pentamorfi , assos , roloi , enniari , keri , pappas  
, dekarı , rodo , ntama , teras , assos , vales , alogo , ntama ,  
pentamorfi , assos , roloi , vales , keri , enniari , vales , teras , pappas  
</stripe>  
<stripe id="17621b35bbe1210d93f129611b179f4a">  
dekarı , teras , assos , pappas , pentamorfi , ntama , keri , enniari ,  
vales , teras , pappas , vales , alogo , enniari , keri , pappas ,  
enniari , pentamorfi , pappas , assos , rodo , pappas , alogo , ntama ,  
keri , vales , dekarı , pentamorfi , enniari , scatter , keri , vales  
, alogo , enniari , roloi , assos , pentamorfi , vales , pappas , pentamorfi ,  
enniari , vales , roloi  
</stripe>  
</stripes>  
</mini\_game>  
<mini\_game name="bonus\_game" type="REELS">  
<coins\_in>72097000</coins\_in>  
<coins\_out>385413420</coins\_out>  
<played\_games>7209700</played\_games>

```

<winner_games>4052676</winner_games>
<rtp>0.3854134</rtp>
<min_multiplier>3</min_multiplier>
<max_multiplier>3</max_multiplier>
<mg_rtp>5.345762</mg_rtp>
<mg_sbw>189</mg_sbw>
<sessions>528336</sessions>
<avg_games_per_session>13.64605</avg_games_per_session>
<avg_payout_per_game>5.35</avg_payout_per_game>
<avg_payout_per_session>72.95</avg_payout_per_session>
<winnings played_games="7209700" winner_games="4052676" avg="9.5"
sbw="1.8" variance="571" standard_deviation="24">
<win payout="0.6" hits="247841" hit_fq=".034376" sbw="29.1"/>
<win payout="1.2" hits="379145" hit_fq=".052588" sbw="19.0"/>
<win payout="1.5" hits="203885" hit_fq=".028279" sbw="35.4"/>
<win payout="1.8" hits="19319" hit_fq=".002680" sbw="373.2"/>
<win payout="2.1" hits="28376" hit_fq=".003936" sbw="254.1"/>
<win payout="2.4" hits="199765" hit_fq=".027708" sbw="36.1"/>
<win payout="2.7" hits="17976" hit_fq=".002493" sbw="401.1"/>
<win payout="3" hits="316038" hit_fq=".043835" sbw="22.8"/>
<win payout="3.3" hits="1998" hit_fq=".000277" sbw="3608.5"/>
<win payout="3.6" hits="46691" hit_fq=".006476" sbw="154.4"/>
<win payout="3.9" hits="6728" hit_fq=".000933" sbw="1071.6"/>
<win payout="4.2" hits="75329" hit_fq=".010448" sbw="95.7"/>
<win payout="4.5" hits="98410" hit_fq=".013650" sbw="73.3"/>
...
<win payout="2730" hits="1" hit_fq=".000000" sbw="7209700.0"/>
<win payout="2733" hits="1" hit_fq=".000000" sbw="7209700.0"/>
<win payout="2736" hits="1" hit_fq=".000000" sbw="7209700.0"/>
<win payout="2739" hits="2" hit_fq=".000000" sbw="3604850.0"/>
</winnings>
<prizes>
<prize name="rodo_x5" payout="9000" coins_out="135000"
cc_coins_out="135000" hits="5"
rtp="0.0001400942" cc_rtp="0.0001400942" mg_rtp="0.0001400942"
sbw="2E+07" mg_sbw="1441940"/>

```



```

<prize name="rodo_x4" payout="2500" coins_out="2692500"
cc_coins_out="2692500" hits="359"
rtp="0.002794101" cc_rtp="0.002794101" mg_rtp="0.002794101"
sbw="278551" mg_sbws="20082"/>
<prize name="rodo_x3" payout="250" coins_out="5986500"
cc_coins_out="5986500" hits="7982"
rtp="0.006212399" cc_rtp="0.006212399" mg_rtp="0.006212399"
sbw="12528" mg_sbws="903"/>
...
rtp="0.007783011" cc_rtp="0.007783011" mg_rtp="0.007783011"
sbw="200000" mg_sbws="14419"/>
<prize name="scatter_x4" payout="20" coins_out="9094200"
cc_coins_out="9094200" hits="15157"
rtp="0.009437367" cc_rtp="0.009437367" mg_rtp="0.009437367"
sbw="6597" mg_sbws="475"/>
<prize name="scatter_x3" payout="5" coins_out="26546550"
cc_coins_out="26546550" hits="176977"
rtp="0.02754828" cc_rtp="0.02754828" mg_rtp="0.02754828"
sbw="565" mg_sbws="40"/>
<prize name="scatter_x2" payout="2" coins_out="60604440"
cc_coins_out="60604440" hits="1010074"
rtp="0.06289133" cc_rtp="0.06289133" mg_rtp="0.06289133"
sbw="99" mg_sbws="7"/>
</prizes>
<symbols_distribution>
<symbol name="scatter" count="01.02.02.02.02" percent="03.06.06.06.06"/>
<symbol name="rodo" count="01.02.02.01.01" percent="03.06.06.03.03"/>
<symbol name="pentamorfi" count="02.01.02.02.02" percent="06.03.06.06.06"/>
<symbol name="teras" count="02.01.02.02.02" percent="06.03.06.06.06"/>
<symbol name="alogo" count="02.03.02.03.03" percent="06.08.06.08.08"/>
<symbol name="roloi" count="02.03.02.03.03" percent="06.08.06.08.08"/>
<symbol name="keri" count="02.03.03.03.03" percent="06.08.08.08.08"/>
<symbol name="assos" count="04.03.03.04.04" percent="12.08.08.11.11"/>
<symbol name="pappas" count="03.04.03.04.04" percent="09.11.08.11.11"/>
<symbol name="ntama" count="04.03.04.03.03" percent="12.08.11.08.08"/>
<symbol name="vales" count="04.04.03.03.03" percent="12.11.08.08.08"/>

```

```

<symbol name="dekari" count="04.05.04.04.03" percent="12.14.11.11.08"/>
<symbol name="enniari" count="02.02.04.02.03" percent="06.06.11.06.08"/>
<totals count="33|36|36|36|36"/>
</symbols_distribution>
<stripes id="276b26ba9056578be1a2899a9cfa1d18" combinations="55427328">
<stripe id="7faac0ffa6bfae4d2ce02e9670f3894f">
dekari , rodo , ntama , enniari , keri , dekari , pappas ,
pentamorfi , assos , roloi , vales , enniari , alogo , assos ,
ntama , scatter , vales , ntama , teras , assos , keri , vales ,
ntama , pentamorfi , pappas , dekari , vales , teras
, pappas , dekari , alogo , assos , roloi
</stripe>
<stripe id="21ca8d5caa5167b28a38c2caac0e7fb6">
dekari , keri , pappas , rodo , assos , pappas , dekari , scatter ,
enniari , alogo , vales , assos , teras , dekari , roloi ,
vales , alogo , roloi , dekari , scatter , enniari , keri , ntama ,
roloi , dekari , ntama , vales , keri , pappas , rodo , assos ,
pappas , vales , pentamorfi , ntama , alogo
</stripe>
<stripe id="653b57f9548c90d9b488a8d2d89725aa">
dekari , alogo , assos , pappas , pentamorfi , enniari , vales ,
keri , enniari , teras , roloi , assos , enniari , scatter
, ntama , vales , keri , teras , assos , keri , vales , dekari , ntama ,
rodo , dekari , alogo , pappas , enniari , scatter , ntama
, pappas , pentamorfi , roloi , dekari , ntama , rodo
</stripe>
<stripe id="64f5cbb711812e48adb1b0c27142cb43">
dekari , scatter , pappas , roloi , vales , alogo , assos , pentamorfi ,
pappas , roloi , ntama , teras , enniari , assos , alogo ,
pappas , dekari , rodo , ntama , teras , assos , vales , alogo , keri , dekari ,
scatter , pappas , roloi , enniari , dekari , keri
, assos , ntama , vales , pentamorfi , keri
</stripe>
<stripe id="2b3324e0ea00c2b151d3a7479b5706af">
dekari , roloi , teras , dekari , pappas , assos , rodo , pappas , alogo ,
ntama , pentamorfi , enniari , scatter , keri , vales ,

```

assos , pappas , ntama , roloi , vales , alogo , ntama , keri , enniari ,  
assos , roloi , dekari , teras , assos , pappas , pentamorfi ,  
enniari , scatter , keri , vales , alogo  
</stripe>  
</stripes>  
</mini\_game>  
</mini\_games>  
</root>



## ΑΝΑΦΟΡΕΣ

Balabanov, T., I. Zankinski, and B. Shumanov (2015). Slot machine rtp optimization and symbols wins equalization with discrete differential evolution. In I. Lirkov, S. D. Margenov, and J. Waśniewski (Eds.), *Large-Scale Scientific Computing*, Cham, pp. 210-217. Springer International Publishing.

Barboianu, C. (2013). *The Mathematics of Slots: Configurations, Combinations, Probabilities*. Infarom.

Casino (2019, APRIL). How to find slot machines that are most likely to hit. "<https://www.casino.org/about/>".

Casinopedia (2019a, MARCH). Rtp. "<https://www.casinopedia.org/casino-games>".

Casinopedia (2019b, APRIL). Volatility. "<https://www.casinopedia.org/terms/v/volatility/>".

Casinopedia (2019c, MARCH). Wild symbol. "<https://www.casinopedia.org/terms/w/wild-symbol>".

Eiben, A. E., P. E. Raué, and Z. Ruttkay (1994). Genetic algorithms with multi-parent recombination. In Y. Davidor, H.-P. Schwefel, and R. Männer (Eds.), *Parallel Problem Solving from Nature – PPSN III*, Berlin, Heidelberg, pp. 78-87. Springer Berlin Heidelberg.

fish games, B. (2019, APRIL). Slot machine bonus rounds. The big fish games is a casino guide website.

Giobbi, E. A. F. J. (2019, MARCH). Gaming machine with high volatility index. "<https://patents.google.com/patent/US6302791B1/en>".

Harrigan, K. and M. Dixon (2009a, 06). Par sheets, probabilities, and slot machine play: Implications for problem and non-problem gambling. *Journal of Gambling Issues* 23, 81-110.

Harrigan, K. A. and M. Dixon (2009b). Par sheets, probabilities, and slot machine play: Implications for problem and non-problem gambling. *Journal of Gambling Issues* (23), 81-110.

Kounias Stratis, M. X. (1995). *Probability Theory I Classical probability, one-dimensional distribution*. Ziti.

Mooney, C., i. Sage Publications, and M. Z (1997). *Monte Carlo Simulation*. Number 116 in Monte Carlo Simulation. SAGE Publications.

Muir, R. (2013, APRIL). Elements-of-slot-design-2nd-edition. "<http://slotdesigner.com/wp/wp-content/uploads/Elements-of-Slot-Design-2nd-Edition.pdf>".

Online, V. S. (2019a, JUNE). Progressive jackpot. "<https://www.vegasslotsonline.com/progressive/>".

Online, V. S. (2019b, JUNE). Shifting wilds. "<https://www.vegasslots.co.uk/features/wilds/shifting-wilds/>".

Online, V. S. (2019c, JUNE). Stacked wilds. "<https://www.vegasslotsonline.com/features/stacked-wilds/>".

Online, V. S. (2019d, JUNE). Sticky wilds. "<https://www.vegasslotsonline.com/features/sticky-wilds/>".

Telnaes, I. S. . C. D. R. N. . (1984, May). Electronic gaming device utilizing a random number generator for selecting the reel stop positions.

Websites, C. (2019, JUNE). Expanding wilds. "<https://www.casinowebsites.com/expanding-wilds/>".

Wikipedia (2019a, JUNE). Normal distribution. "[https://en.wikipedia.org/wiki/Normal\\_distribution](https://en.wikipedia.org/wiki/Normal_distribution)".

Wikipedia (2019b, APRIL). Slot machine. "[https://en.wikipedia.org/wiki/Slot\\_machine](https://en.wikipedia.org/wiki/Slot_machine)".

Wikipedia (2019c, JUNE). Standar deviation. "[https://en.wikipedia.org/wiki/Standard\\_deviation](https://en.wikipedia.org/wiki/Standard_deviation)".