ΣΧΟΛΗ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΣΤΗ ΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΚΑΙ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ

Διπλωματική Εργασία

Τεχνικές Κατασκευής Χαρτοφυλακίων

Μπέλλιος Δημήτριος

Επιβλέπων καθηγητής: Συμεών Παπαδόπουλος

Υποβλήθηκε ως απαιτούμενο για την απόκτηση του

Μεταπτυχιακού Διπλώματος στη

Λογιστική και Χρηματοοικονομική

Θεσσαλονίκη 2018

Περίληψη

Στην διπλωματική αναλύονται οι βασικοί κανόνες κατασκευής χαρτοφυλακίων κατά Markowitz. Καθορίζονται οι τύποι της αναμενόμενής απόδοσής και της διακύμανσής και εξετάζετε η σημαντικότητα της συνδιακύμανσης και πως αυτή μας επιτρέπει να δημιουργούμε χαρτοφυλάκια με μειωμένο κίνδυνο. Στη συνέχεια αναλύονται οι τρόποι κατασκευής του αποτελεσματικού συνόρου και μας δίνετε η ευκαιρία να αναφέρουμε διάφορες μαθηματικές διαδικασίες διαφορετικής δυσκολίας για την καλύτερη επίτευξη του στόχου μας. Η λύση που προτείνει ο Markowitz αν και ικανοποιητική, δημιουργεί ένα πρόβλημα, που ανάγεται στο ύψος των υπολογισμών που χρειάζονται για να λάβουμε τα αποτελέσματα.

Ο Sharpe δημιουργεί το υπόδειγμα ενός δείκτη το οποίο μας επιτρέπει με μία παλινδρόμηση να συνδέσουμε την απόδοση της μετοχής με την απόδοση της αγοράς, καταφέρνει ταυτόχρονα να διευκολύνει τη διαδικασία κατασκευής χαρτοφυλακίων και να βελτιώσει τα αποτελέσματα της. Τον καθορισμό του συντελεστή βήτα έρχονται να βελτιώσουν τεχνικές όπως του Blume καθώς και νέες θεωρίες που εισάγουν τους θεμελιώδεις συντελεστές στην αποτίμηση του. Τα υποδείγματα πολλών μεταβλητών είναι το πιο καινούργιο βήμα για την καλύτερη αποτίμηση των μετοχών και εξετάζονται οι ανακαλύψεις του Fama ad French.

Τελικά καταλήγουμε στην τεχνική του Cut off Rate για τη σύνθεση του άριστου χαρτοφυλακίου. Μετά την αναφορά των διάφορων τεχνικών καταλήγουμε στην μελέτη μεθοδολογίας και χρησιμοποιούμε την τεχνική του απλού δείκτη και του Cut off Rate για να καθορίσουμε το άριστο χαρτοφυλάκιο της ελληνικής αγοράς βάση των μετοχών που απαρτίζουν τον γενικό δείκτη τιμών.

Abstract

The diploma thesis analyzes the basic rules for the construction of Markowitz portfolios. It defines the type of expected performance and variance and considers the significance of covariance and how it allows us to create portfolios with reduced risk. We then analyze ways to build the efficient frontier and give us the opportunity to report various mathematical processes of different difficulty to better achieve our goal. The solution proposed by Markowitz, although satisfactory, creates a problem that is related to the amount of calculations needed to obtain the results.

Sharpe sets the single index model that allows us to link the return of stocks to the return performance of the market with a regression, at the same time it manages the process of building portfolios and improves its performance to that of Markowitz. Determining the beta factor is improved by techniques such as Blume's as well as new theories introducing the fundamental factors in its valuation. Multi-variable models are the newest step for better stock valuation and Fama ad French discoveries are being considered.

Finally, we end up with the Cut off Rate technique for composing the best portfolio. After reporting the various techniques, we end up with the study of methodology and we use the single index and Cut off Rate technique's to determine the efficient portfolio of the Greek market based on the shares that make up the general price index.

Περιεχόμενα

Κατάλογος Πινάκων

1. Ανάλυση Χαρτοφυλακίου κατά Markowitz

Τα αποτελέσματα των επενδύσεων συχνά είναι άγνωστα και περιέχουν κάποια μορφή κινδύνου. Η παρουσία του κινδύνου κάνει την επιλογή των περιουσιακών στοιχείων που απαρτίζουν ένα χαρτοφυλάκιο πολύ δυσκολότερη καθώς μία ενιαία πληρωμή δεν μπορεί να περιγράψει την απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου. Καταλήγουμε να έχουμε πολλές μορφές περιγραφής της απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου όπως ένα μέτρο που να εξηγεί την κεντρική τάση την αναμενόμενη απόδοση και ένα μέτρο που να εκφράζει τη διασπορά γύρω από το μέσο, την τυπική απόκλιση. Goetzmann et al., 2007.

Τυπικά τα χρεόγραφα δεν κρατιούνται ξεχωριστά αλλά σε χαρτοφυλάκια μαζί με άλλα χρεόγραφα. Οπότε σκοπός μας είναι να μετρήσουμε την αναμενόμενη απόδοση και τυπική απόκλιση ενός χαρτοφυλακίου. Η ανάλυση του κινδύνου ενός χαρτοφυλακίου είναι περίπλοκη καθώς δεν εξαρτάται μόνο από έναν μέσο όρο των μεμονωμένων κινδύνων των χρεογράφων αλλά και από τη δυνατότητα τα χρεόγραφα να κινούνται εξαρτημένα ή ανεξάρτητα δηλαδή όταν το ένα χρεόγραφο δίνει θετικά αποτελέσματα το άλλο χρεόγραφο να δίνει αρνητικά, μπορούμε έτσι να μειώσουμε τον κίνδυνο ενός χαρτοφυλακίου συνδυάζοντας τα παραπάνω χαρακτηριστικά. Goetzmann et al., 2007

Το βασικό μοντέλο του χαρτοφυλακίου είχε αναπτυχθεί από τον Markowitz, 1952, 1959 που παράγει την αναμενόμενη απόδοση και τον αναμενόμενο κίνδυνο του χαρτοφυλακίου. Ο Markowitz απόδειξε ότι ένα καλό μέτρο για να μετρήσουμε τον κίνδυνο ενός χαρτοφυλακίου είναι να βρούμε την διακύμανση της απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου. Καθόρισε επίσης την εξίσωση για την μέτρηση της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου. Η διακύμανση δεν είναι μόνο ένα μέτρο για να δείχνει πόσο επιτυχημένη είναι η διαφοροποίηση ενός χαρτοφυλακίου στο να μειώνει τον συνολικό κίνδυνο, αλλά και ένα δείκτης για να μας δείχνει πώς να διαφοροποιούμε ένα χαρτοφυλάκιο. Το υπόδειγμα αυτό βασίζετε σε ένα σύνολο κανόνων και υποθέσεων:

1. Οι επενδυτές εξετάζουν την κάθε επένδυση θεωρώντας ότι αντιπροσωπεύεται από μία κατανομή πιθανοτήτων των αναμενομένων αποδόσεων της , που θα πραγματοποιηθούν μέσα σε μία περίοδο , και ότι η κατανομή αυτή ακολουθεί την κανονική κατανομή.

2. Οι επενδυτές μεγιστοποιούν την αναμενόμενη χρησιμότητα τους η οποία είναι μίας περιόδου και της οποίας οι καμπύλες χρησιμότητας έχουν θετική κλίση και παρουσιάζουν φθίνουσα οριακή χρησιμότητα του πλούτου τους.
3. Οι επενδυτές υπολογίζουν τον κίνδυνο ενός χαρτοφυλακίου βασιζόμενοι στη μεταβλητότητα των αναμενόμενων αποδόσεων του.
4. Οι επενδυτές παίρνουν αποφάσεις βασιζόμενοι στην αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο επομένως οι καμπύλες χρησιμότητας τους είναι μια συνάρτηση της αναμενόμενης απόδοσης και της διακύμανσης των αποδόσεων.
5. Για μία συγκεκριμένη απόδοση κινδύνου οι επενδυτές προτιμούν περισσότερη αναμενόμενη απόδοση από λιγότερη και το αντίθετο.

Μόνο κάτω από το εύρος αυτών των υποθέσεων ένα χαρτοφυλάκιο θεωρείται αποτελεσματικό.

1.1 Καθορίζοντας την αναμενόμενη απόδοση Χαρτοφυλακίου

Σύμφωνα με τον Markowitz, 1952 , 1959 η αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου που απαρτίζεται από 2 χρεόγραφα δίνετε από την εξίσωση

$$(1.1)\ \mathrm{E}(\mathrm{r_p}) = \mathrm{E}[\mathrm{w_1 r_1} + \mathrm{w_2 r_2}]$$

Όπου το w_1 w_2 είναι τα ποσοστά στα οποία το χαρτοφυλάκιο έχει επενδύσει στις μετοχές 1 και 2 αντίστοιχα, ενώ το $E(r_1)$ αποτελεί την αναμενόμενη απόδοση του πρώτου και του δεύτερου αξιογράφου αντίστοιχα. Οπότε αφού απλοποιήσουμε και την εξίσωση και εισάγουμε N χρεόγραφα στο χαρτοφυλάκιο μπορούμε να υπολογίσουμε την μέση τιμή ως :

$$(1.2)\ \mathrm{E}\left(\mathrm{r_p}\right) = \mathrm{w_1 E(r_1)} + \mathrm{w_2 E(r_2)} + \cdots + \mathrm{w_n E(r_n)}$$

Έτσι η αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου είναι ο σταθμισμένος μέσος της αναμενόμενης απόδοσης των μερών που συνιστούν το χαρτοφυλάκιο.

1.2 Η διακύμανση ενός χαρτοφυλακίου

Ο Markowitz, 1952 , 1959 είπε για την διακύμανση ενός αξιογράφου ότι μας δείχνει την απόκλιση του αποτελέσματος του αξιογράφου από τη μέση τιμή. Για να βρούμε την διακύμανση ενός χαρτοφυλακίου πρέπει να λάβουμε υπόψιν ότι τα μέρη που απαρτίζουν ένα χαρτοφυλάκιο αλληλοεπιδρούν το ένα με το άλλο και έτσι ο βασικός τύπος της διακύμανσης πρέπει να αλλάξει για να αντικατοπτρίζει την πραγματικότητα.

Για ένα χαρτοφυλάκιο που αποτελείται μόνο από δύο χρεόγραφα ο τύπος είναι της μορφής:

$$(1.3)\ \sigma_p^2 = w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1w_2COV(r_1r_2)$$

Ο συντελεστής $COV(r_1r_2)$ δηλώνει τη συνδιακύμανση μεταξύ του πρώτου και του δεύτερου αξιογράφου, η συνδιακύμανση δηλώνει τη σχέση μεταξύ των δύο αξιογράφων, είναι ένα μέτρο του βαθμού με τον οποίο δύο μεταβλητές κινούνται μαζί διαχρονικά σε σχέση με τις αναμενόμενες τιμές τους. Ο τύπος που χρησιμοποιούμε είναι τις μορφής :

$$(1.4)\ Cov_{ij} = E\left\{[R_i - E(R_i)]\left[R_j - E(R_j)\right]\right\}$$

Η συνδιακύμανση μας εμφανίζει μόνο εάν η σχέση μεταξύ των χρεογράφων είναι δυνατή ή αδύναμη, δηλαδή αν μία αλλαγή θα επηρεάσει τις αποδόσεις των δύο αξιογράφων σε μεγάλο ή μικρό επίπεδο, όμως δεν φανερώνει εάν η σχέση είναι θετική ή αρνητική. Συνηθίζεται να βρίσκουμε το συντελεστή συσχέτισης μεταξύ δύο ανεξάρτητων μεταβλητών, που ουσιαστικά είναι η συνδιακύμανση διαιρεμένη με την τυπική απόκλιση κάθε μεταβλητής, ο τύπος είναι :

$$(1.5)\ \rho_{1,2} = \frac{COV(r_1r_2)}{\sigma_1\sigma_2}$$

Ο συντελεστής της συσχέτισης παίρνει τιμές από -1 έως +1. Η πλήρης αρνητική συσχέτιση που συμβολίζεται με -1 μας δείχνει ότι η απόδοση του ενός χρεογράφου έχει αρνητική γραμμική συσχέτιση σε σχέση με την απόδοση του δεύτερου χρεογράφου, δηλαδή οι αποδόσεις των δύο αξιογράφων τείνουν να κινούνται σε αντίθετη κατεύθυνση κατά το ίδιο χρονικό διάστημα. Η πλήρης θετική συσχέτιση που συμβολίζεται με +1 μας δείχνει ότι η απόδοση του ενός χρεογράφου έχει πλήρη θετική γραμμική συσχέτιση με την απόδοση του δεύτερου χρεογράφου, δηλαδή οι αποδόσεις των δύο αξιογράφων τείνουν να κινούνται στην ίδια κατεύθυνση κατά το ίδιο χρονικό διάστημα. Εάν ο συντελεστής ισούται με το μηδέν τότε δεν υπάρχει γραμμική σχέση όποτε οι αποδόσεις δεν επηρεάζουν η μία την άλλη. Αυτό δεν σημαίνει ότι είναι ανεξάρτητες.

$$(1.6)\ \ \sigma_\rho^2 = \sum_{\iota=1}^{N}(w_i\sigma_i^2) + \sum_{\iota=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_i w_j COV(r_i, r_j)$$

Σύμφωνα με τους (Evans et all , 1968) εάν όλα τα χρεόγραφα είναι ανεξάρτητα τότε θα έχουν συνδιακήμανση ίση με το μηδέν μεταξύ τους. Το δεύτερο μέρος της εξίσωσης (1.6) δεν θα υπάρχει οπότε ο τύπος θα είχε διαφορετική μορφή εάν επίσης είχαμε επενδύσει σε Ν χρεόγραφα ο τύπος θα είχε τη μορφή:

$$(1.7)\ \sigma_\rho^2 = \frac{1}{N}\sum_{\iota=1}^{N}\left(\frac{\sigma_\iota^2}{N}\right)$$

Έτσι όσο το Ν αυξάνεται η διακύμανση του χαρτοφυλακίου θα γίνετε μικρότερη και θα πλησιάζει το μηδέν. Όμως στη πραγματικότητα η συνδιακύμανση μεταξύ των χρεογράφων είναι πάντα θετική, έτσι στη πραγματική αγορά ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου ποτέ δεν μπορεί να γίνει μηδέν όμως μπορεί να είναι μικρότερος από όταν θα διαλέγαμε μεμονωμένα ένα χρεόγραφο. Στην περίπτωση που επενδύσουμε ισόποσα σε Ν χρέογραφα η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου παίρνει την μορφή:

$$(1.8)\ \sigma_\rho^2 = \frac{1}{N}\sum_{\iota=1}^{N}\left(\frac{\sigma_\iota^2}{N}\right) + \frac{(N-1)}{N}\sum_{\iota=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\frac{COV(r_i, r_j)}{N(N-1)}$$

Το πρώτο μέρος της εξίσωσης (1.8) όπως εξηγήσαμε πριν, μπορεί να μηδενίσει όσο προσθέτουμε χρεόγραφα στο χαρτοφυλάκιο, όμως το δεύτερο μέρος που ουσιαστικά είναι ο μέσος όρος το συνδιακυμάνσεων πλησιάζει τη μέση τιμή των συνδιακυμάνσεων όσο προσθέτουμε χρεόγραφα στο χαρτοφυλάκιο.

Όπως αναφέρουν οι Ηρειώτης και Βασιλείου 2009 συνοψίζουν την ανάλυση στα εξής συμπεράσματα :

- Ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου περιλαμβάνει το κίνδυνο του κάθε μεμονωμένου αξιογράφου που περιέχει (δηλαδή τις σταθμικές τυπικές αποκλίσεις των αποδόσεων τους) , καθώς επίσης και τις σταθμικές συνδιακυμάνσεις των αποδόσεων όλων των ζευγαριών των αξιογράφων που περιέχει.

- Η σπουδαιότητα της συνδιακύμανσης υπερισχύει έναντι της σπουδαιότητας του κινδύνου του κάθε μεμονωμένου αξιογράφου. Κατά συνέπεια, όταν προσθέτουμε ένα αξιόγραφο σε ένα χαρτοφυλάκιο που περιλαμβάνει ένα αριθμό αξιογράφων, η μέση συνδιακήμανση των αποδόσεων του αξιόγραφου αυτού με τις αποδόσεις των άλλων αξιογράφων του χαρτοφυλακίου είναι πιο σημαντική από τον κίνδυνο του συγκεκριμένου αξιογράφου που προσθέτουμε στο χαρτοφυλάκιο .Όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός των αξιογράφων που περιλαμβάνει το χαρτοφυλάκιο, τόσο μεγαλύτερη είναι η σχετική βαρύτητα της μέσης συνδιακύμανσης των αποδόσεων του προστιθέμενου αξιογράφου με τις αποδόσεις των άλλων αξιογράφων του χαρτοφυλακίου.
- Τρεις παράγοντες καθορίζουν τον κίνδυνο ενός χαρτοφυλακίου
    - Οι διακυμάνσεις των αποδόσεων του κάθε αξιογράφου
    - Οι συνδιακυμάνσεις των αποδόσεων μεταξύ αξιογράφων που περιέχονται στο χαρτοφυλάκιο
    - Οι σταθμίσεις που έχει το κάθε αξιόγραφο (δηλαδή το ποσοστό της αξίας του χαρτοφυλακίου που έχει επενδυθεί στο αξιόγραφο αυτό). .

2. Αποτελεσματικά Χαρτοφυλάκια

Σε αυτό το κεφάλαιο θα εξετάσουμε σύμφωνα με τους Alan L. Tucker et all, 1994 Keith and Reily, 2009 και Ηρειώτης και Βασιλείου, 2009 πως η εξάρτηση των μεταβλητών επηρεάζει τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου. Για να ερευνήσουμε την αποτελεσματικότητα της διαφοροποίησης πρέπει να εξετάσουμε την απόδοση του χαρτοφυλακίου και την αλαγή του κινδύνου για διάφορα επίπεδα κατοχής των χρεογράφων που αποτελούν ένα χαρτοφυλάκιο. Υπάρχουν τέσσερις καταστάσεις που μπορούμε να βρεθούμε, 1) όταν έχουμε πλήρη θετικό συντελεστή συσχέτισης, 2) όταν έχουμε πλήρη αρνητικό συντελεστή συσχέτισης, 3) όταν δεν έχουμε καμία συσχέτιση, όταν έχουμε συντελεστή συσχέτισης ίσο με το μηδέν, 4) όταν έχουμε μερική συσχέτιση. Οφείλουμε να τονίσουμε ότι τέτοια παραδείγματα είναι πολύ δύσκολο να παρατηρηθούν στη πραγματικότητα.

Οι μετοχές των εταιριών του ίδιου κλάδου συνήθως αντιδρούν με τον ίδιο τρόπο στην αλαγή του μακροοικονομικού περιβάλοντος και στις δυνάμεις που αλάζουν την ζήτηση των προιόντων , τις συναλλαγματικές ισοτιμίες και τις διαφορετικές πολιτικές που επηρεάζουν τον κλάδο. Θα παρατηρήσουμε λοιπόν ότι αυτό το σύνολο των μετοχών θα έχει υψηλό συντελεστή συσχέτισης που πότε όμως δεν θα είναι ποτέ πλήρως θετικός. Ένα παράδειγμα αρνητικής συσχέτισης είναι τα συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης ενός περιουσιακού στοιχείου και η τιμή του περιουσιακού στοιχείου αυτού, η κατοχή ενός τέτοιου συμβολαίου μπορεί να επιτρέψει σε έναν επενδυτή να μειώσει τον κίνδυνο μίας πτώσης της τιμής ενός περιουσιακού στοιχείου πληρώνοντας έναν μικρό ποσό για την κατοχή του συμβολαίου (premium). Μηδενικό δείκτη συσχέτισης έχει η μετοχή μιας εταιρίας και η τιμή του προϊόντος που η εταιρία εμπορεύεται , ο λόγος βρίσκετε στο ότι η τιμή της μετοχής επηρεάζετε από τα κέρδη της εταιρίας, τα μερίσματα και τα επιτόκια ενώ η τιμή του προϊόντος από τη ζήτηση και την προσφορά.

2.1 Πλήρη θετική συσχέτιση

Στην περίπτωση που έχουμε ένα χαρτοφυλάκιο δύο χρεογράφων που έχουν πλήρη θετική συσχέτιση τότε το μέρος της συνάρτησης της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου ισούται με το μηδέν έτσι η εξίσωση κινδύνου που προκύπτει είναι της μορφής:

$$(2.1)\ \sigma_\rho = w_1\sigma_1 + (1 - w_1)\sigma_2$$

Εάν πάρουμε την παράγωγο της συνάρτησης της διακύμανσης θα προκύψει μία γραμμική συνάρτηση που θα μας δείχνει ένα σύνολο από συνδυασμούς κινδύνου και αποδόσεων. Η γραμμική συνάρτηση αποδεικνύει ότι οποιαδήποτε προσπάθεια να μειώσουμε το κίνδυνο μέσω διαφοροποίησης δεν είναι δυνατή.

Για να βρούμε το χαρτοφυλάκιο που θα μας δώσει την ελάχιστη δυνατή διακύμανση , πρέπει να βρούμε τη τιμή της ποσότητας του πρώτου χρεογράφου που ελαχιστοποιεί τη διακύμανση, έτσι παίρνουμε τη παράγωγο που ελαχιστοποιεί τη συνάρτηση από τη πλευρά του w_1`, καταλήγουμε στη συνάρτηση:

$$(2.2)\ w_1 = \frac{\sigma_2^2 - \rho_{1,2}\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{1,2}\sigma_1\sigma_2}$$

Τελικά ο επενδυτής θα επενδύσει μόνο σε ένα χρεόγραφο σε αυτό με τη μικρότερη διακύμανση.

2.2 Πλήρη αρνητική συσχέτιση

Τα πλεονεκτήματα της διαφοροποίησης γίνονται πολύ εύκολα αντιληπτά όταν υπάρχει τέλεια αρνητική συσχέτιση. Ο προηγούμενος τύπος (2.2) που μας έδινε το χαρτοφυλάκιο ελάχιστης διακύμανσης αλλάζει επειδή το $\rho = -1$ και παίρνει τη μορφή:

$$(2.3)\ w_1 = \frac{\sigma_2}{(\sigma_1 + \sigma_2)}$$

Παρόλο που το χαρτοφυλάκιο περιέχει προϊόντα που ενέχουν κίνδυνο υπάρχει ένας συνδυασμός που πετυχαίνει απόδοση με μηδενικό κίνδυνο επειδή τα χρεόγραφα κινούνται αντίθετα.

2.3 Καμία συσχέτιση και ενδιάμεση θετική συσχέτιση

Στην περίπτωση που ο συντελεστής συσχέτισης είναι μηδενικός εάν στην συνάρτηση (2.2) αντικαταστήσουμε το $\rho = 0$ μπορούμε να συμπεραίνουμε ότι η συνάρτηση του βάρους των χρεογράφων θα είναι της μορφής:

$$(2.4)\ w_1 = \frac{\sigma_2^2}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}$$

2.4 Επιλογή Αρίστου Χαρτοφυλακίου κατά Markowitz

Σύμφωνα με τους (Βασιλείου και Ηρειώτης, 2009) το υπόδειγμα του (Markowitz, 1952,1959) καθορίζει το αποτελεσματικό σύνορο. Το καλύτερο χαρτοφυλάκιο από όλα τα αποτελεσματικά , το οποίο θα πρέπει να διατηρεί ένας επενδυτής λέγετε άριστο και εξαρτάται από τις προτιμήσεις του συγκεκριμμένου επενδυτή ως προς την ανταλλαγή μεταξύ απόδοσης και κινδύνου. Οι προτιμήσεις αυτές περιλαμβάνονται στη συνάρτηση χρησιμότητας του κάθε επενδυτή. Η καμπύλη αυτή παριστάνει τους όρους ανταλλαγής μεταξύ απόδοσης και κινδύνου που απαιτεί ο κάθε επενδυτής και λέγεται καμπύλη αδιαφορίας. Άρα , το άριστο χαρτοφυλάκιο για ένα επενδυτή είναι το αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο που έχει τη μεγαλύτερη χρησιμότητα και καθορίζεται από το σημείο στο οποίο εφάπτεται η υψηλότερη καμπύλη αδιαφορίας του με το αποτελεσματικό σύνορο.

2.5 Το πρόβλημα του υποδείγματος του Markowitz

Το πρόβλημα με το υπόδειγμα του Markowitz έγκειται στο γεγονός ότι χρειάζονται πολλοί υπολογισμοί, για ένα χαρτοφυλάκιο που περιέχει n αξιόγραφα θα πρέπει να υπολογιστούν n αναμενόμενες αποδόσεις n διακυμάνσεις και [n(n-1)]/2 συνδιακυμάνσεις. Στο σύνολο τους χρειάζονται [n(n+3)]/2 εκτιμήσεις (Βασιλείου και Ηρειώτης, 2009) .

3. Μαθηματικές τεχνικές κατασκευής του αποτελεσματικού συνόρου

Πρώτού αναφέρουμε τη κατασκευή του αποτελεσματικού συνόρου πρέπει να αναφέρουμε το κανόνα του (Markowitz, 1952 ,1959) , για να αξιολογήσουμε χρεόγραφα ή χαρτοφυλάκια που ενέχουν κίνδυνο και μας ανταμείβουν με κάποια απόδοση. Ο κανόνας αναφέρει ότι ένα χαρτοφυλάκιο Α υπερτερεί ενός χαρτοφυλακίου Β εάν η αναμενόμενη απόδοση του Α χαρτοφυλακίου είναι μεγαλύτερη ή ίση του χαρτοφυλακίου Β και η διακύμανση(ή η τυπική απόκλιση) του χαρτοφυλακίου Α είναι μικρότερη του Β, στη συνέχεια θα διατυπώσουμε τα λόγια του Markowitz με μαθηματικούς τύπους:

$$E(r_A) \geq E(r_B) \text{ and } \sigma_A^2 < \sigma_B^2$$

$$E(r_A) > E(r_B) \text{ and } \sigma_A^2 \leq \sigma_B^2$$

Ας υποθέσουμε ότι δημιουργούμε όλους τους δυνατούς συνδυασμούς οι οποίοι μπορούν να γίνουν με πολλά αξιόγραφα, αλλά θα αποτελούνται αρχικά μόνο από δύο χρεόγραφα. Το σχήμα που θα δημιουργηθεί περιλαμβάνει όλους τους δυνατούς συνδυασμούς και λέγεται εφικτό σύνορο χαρτοφυλακίων. Περιέχει όλους τους δυνατούς συνδυασμούς απόδοσης και τυπικής απόκλισης όλων των πιθανών συνδυασμών των αξιογράφων που περιέχονται σε πολλά χαρτοφυλάκια. Σύμφωνα με τον κανόνα του Markowitz, κάποιοι συνδυασμοί είναι ανώτεροι από τους υπόλοιπους ονομάζουμε τα χαρτοφυλάκια αυτά αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια. Η καμπύλη που περιέχει τα εφικτά χαρτοφυλάκια και βρίσκεται πάνω από το χαρτοφυλάκιο καθολικής ελάχιστης διακύμανσης ονομάζεται αποτελεσματικό σύνορο.

3.1 Επιλογή χαρτοφυλακίου με χρεόγραφο μηδενικού κινδύνου

Όπως αναφέρουν οι Alan L. Tucker et al. , 1994 και Goetzmann et al., 2007 στην αγορά μπορούμε πάντα να βρούμε ένα χρεόγραφο το οποίο θα παίζει το ρόλο του χρεογράφου χωρίς κίνδυνο και συνήθως έχει τη μορφή ενός μικρής διάρκειας ομολόγου ή γραμματίου της χώρα με απόδοση r_f.. Έτσι καταλήγουμε στην εξίσωση διακύμανσης του χαρτοφυλακίου:

$$(3.1)\ \sigma_p^2 = w_1^2\sigma_1^2 + (1 - w_1)^2\,\sigma_f^2 + 2w_1(1 - w_1)\rho_{1,2}\sigma_1\sigma_f$$

Η διακύμανση του χρεογράφου μηδενικού κινδύνου ισούται με μηδέν οπότε και η εξίσωση διακύμανσης του χαρτοφυλακίου έχει μορφή:

$$(3.2)\ \sigma_p^2 = w_1^2\sigma_1^2$$

Η εξίσωση την αναμενόμενης απόδοσης του χαρτοφυλακίου έχει τη μορφή:

$$(3.3)\ E(r_p) = w_1 E(r_1) + (1 - w_1)E(r_f)$$

Για να βρούμε την αλαγή της αναμενόμενης απόδοσης σε σχέση με την διακύμανση του χαρτοφυλακίου πρέπει να βρούμε την παράγωγο της αναμενόμενης απόδοσης σε σχέση με τη παράγωγο της τυπικής απόκλισης καταλήγουμε λοιπόν:

$$(3.4)\ \frac{dE(r_p)}{d\sigma_p} = \frac{E(r_p) - r_f}{\sigma_p}$$

Να σημειωθεί ότι ο παραπάνω όρος μας δείχνει την επιπλέον απόδοση που λαμβάνει ο επενδυτής για κάθε μονάδα ρίσκου που αναλαμβάνει αντί να επενδύσει στο χαρτοφυλάκιο μηδενικού κινδύνου. Επίσης η ευθεία που μας δίνει την απόδοση έχει την μορφή:

$$(3.5)\ E(r_p) = E(r_f) + \left(\frac{E(r_1) - E(r_f)}{\sigma_1}\right)\sigma_p$$

Ο επενδυτής μπορεί να δανείσει , να δανειστεί ή να επενδύσει στο χρεόγραφο ελαχίστου κινδύνου. Μπορούμε έτσι να δημιουργήσουμε άπειρα χαρτοφυλάκια που υπάρχουν μεταξύ του χρεογράφου χωρίς κίνδυνο και το αποτελεσματικό σύνορο , όταν ο επενδυτής βρίσκεται πάνω στο σημείο Rf έχει επενδύσει το κεφάλαιο του μόνο στο χαρτοφυλάκιο μηδενικού κινδύνου, όσο μετακινείτε πάνω στην ευθεία προς την κατεύθυνση του αποτελεσματικού συνόρου ο επενδυτής επενδύει περισσότερο κεφάλαιο στο χαρτοφυλάκιο από τα χαρτοφυλάκια που υπάρχουν πάνω στο αποτελεσματικό σύνορο το καλύτερο είναι αυτό που βρίσκετε στο σημείο της εφαπτομένης γραμμής και το βρίσκουμε παίρνοντας την παράγωγο όπως δείξαμε στο προηγούμενο βήμα. Όλοι οι συνδυασμοί κάτω από αυτό το σημείο είναι κατώτεροι καθώς ενέχουν μεγαλύτερο κίνδυνο οπότε δεν είναι άριστοι, εάν επιτρέπεται ο δανεισμός με επιτόκιο R_f τότε μπορούμε να συνεχίσουμε να κινούμαστε πάνω στην ευθεία αν δανειστούμε με επιτόκιο ίσο με το R_f και επενδύσουμε στο χαρτοφυλάκιο όπου η ευθεία εφάπτεται το αποτελεσματικό σύνορο.

3.2 Επιτρέπονται οι ανοικτές πωλήσεις και ο δανεισμός και η επένδυση με το επιτόκιο του χρεόγραφού χωρίς κίνδυνο.

Σύμφωνα με τον Gordon, 1976 ο σχεδιασμός του αποτελεσματικού συνόρου όταν επιτρέπονται οι ανοικτές πωλήσεις ο δανεισμός και η επένδυση με το επιτόκιο του χρεόγραφού χωρίς κίνδυνο είναι η πιο απλή περίπτωση. Αναφέραμε στο προηγούμενο κεφάλαιο ότι για να δημιουργήσουμε το αποτελεσματικό σύνορο πρέπει να υπάρχει ένα άριστο χαρτοφυλάκιο και ένας τρόπος για να βρούμε αυτό το χαρτοφυλάκιο είναι να βρούμε την ευθεία που ενώνει το χαρτοφυλάκιο με το χρεόγραφο μηδενικού κινδύνου και χρειαζόμαστε την ευθεία που μεγιστοποιεί αυτό το αποτέλεσμα. Έτσι καταλήγουμε σε ένα πρόβλημα μεγιστοποίησης της ευθείας που είχαμε βρει την εξίσωση της.

Μεγιστοποιούμε την εξίσωση:

$$(3.6)\ \Theta = \frac{E\left(r_p\right) - r_f}{\sigma_p}$$

Με περιορισμό ότι το σύνολο των χαρτοφυλακίων δεν πρέπει να ξεπερνά το 1.

$$\sum_{i=1}^{N} Wi = 1$$

Υπάρχουν συγκεκριμένες τεχνικές διαθέσιμες για να λύσουμε τα προβλήματα αυτά. Ένας τρόπος είναι να χρησιμοποιήσουμε τους πολλαπλασιαστές Lagrangian. Ένας άλλος τρόπος είναι να εισάγουμε τον περιορισμό μέσα στην εξίσωση, έτσι θα έχουμε ένα πρόβλημα μεγιστοποίησης χωρίς περιορισμό. Μπορούμε να γράψουμε το R_f σαν R_f επί 1. Οπότε έχουμε:

$$(3.7)\ R_f = 1 * Rf = \sum_{i=1}^{N} Wi * R_f$$

Οπότε μπορούμε να εισάγουμε την βασική εξίσωση (1.7)του κινδύνου του χαρτοφυλακίου και το περιορισμό (3.7) στην αρχική εξίσωση(3.6) και καταλήγουμε στην εξίσωση:

$$(3.8)\ \Theta = \frac{\sum_{i=1}^{N} Wi * (R_i - R_f)}{\sum_{\iota=1}^{N}\left(w_i \sigma_i^2\right) + \sum_{\iota=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_i w_j COV\left(r_i, r_j\right)}$$

Μετατρέπουμε έτσι το πρόβλημα μεγιστοποίησης σε μία πιο απλή μορφή που μας επιτρέπει να λύσουμε το πρόβλημα παραγοντοποιώντας την εξίσωση ως προς κάθε μεταβλητή και το θέτουμε ίσο με το μηδέν.

$$\frac{d\Theta}{dw_1} = 0$$

$$\frac{d\Theta}{dw_2} = 0$$

$$\frac{d\Theta}{dw_N} = 0$$

Καταλήγουμε σε μία εξίσωση της μορφής:

$$(3.9)\ \frac{d\Theta}{dw_\iota} = -(\lambda w_1 \sigma_{\iota 1} + \lambda w_2 \sigma_{\iota 2} + \cdots \lambda w_N \sigma_{N\iota}) + R_i - R_F = 0$$

Καθορίζουμε μία καινούργια μεταβλητή που μας επιτρέπει $Z_K = \lambda W_k$ και η προηγούμενη εξίσωση (3.9) μετατρέπεται σε :

$$(3.10)\ R_i - R_F = Z_\iota \sigma_{\iota 1} + Z_\iota\, \sigma_{\iota 2} + \cdots + Z_\iota \sigma_{N\iota}$$

Αντικαθιστώντας τα νούμερα για τις αντίστοιχες μεταβλητές και κάνουμε μία τελευταία παραδοχή ότι υπάρχουν N εξισώσεις για N άγνωστες μεταβλητές έτσι ώστε:

$$W_K = Z_k / \sum_{i=1}^{N} Z_i$$

3.3 Επιτρέπονται οι ανοικτές πωλήσεις χωρίς να επιτρέπεται η επένδυση και ο δανεισμός με το επιτόκιο του χρεόγραφού χωρίς κίνδυνο.

Η λύση δεν διαφέρει ιδιαίτερα από την προηγούμενη περίπτωση , όταν ένας επενδυτής φτάσει στο συμπέρασμα ότι δεν μπορεί να δανειστεί με το επιτόκιο του χρεόγραφο μηδενικού κινδύνου τότε πρέπει να τροποποιήσει λίγο τις εξισώσεις ώστε να παράγει το αποτελεσματικό σύνορο. Ένας τρόπος είναι να χρησιμοποιήσει τη προηγούμενη εξίσωση για πολλές τιμές του Rf έτσι θα μπορέσει να σχηματίσει το αποτελεσματικό σύνορο. Ένας άλλος τρόπος είναι:

$$(3.10)\ \mathrm{R_i} - \mathrm{R_F} = \mathrm{Z}_\iota \sigma_{\iota 1} + \mathrm{Z}_\iota\, \sigma_{\iota 2} + \cdots + \mathrm{Z}_\iota \sigma_{\mathrm{N}\iota}$$

Όταν λύνουμε αυτό το σύστημα εξισώσεων για τις διάφορες τιμές του Ν χρησιμοποιούσαμε τα δεδομένα που έχουμε για να καθορίσουμε το R_i , R_F , σ_ι^2,σ_{ij}. .Αυτή τη φορά δεν θα αντικαταστήσουμε όμως το R_F και μπορούμε να λύσουμε για το Z_k σε δεδομένα του R_F. Έχουμε μία εξίσωση της μορφής:

$$(3.11)\ \mathrm{Z}_\kappa = \mathrm{C}_{0\mathrm{k}} + \mathrm{C}_{1\mathrm{k}}\mathrm{R_F}$$

Σε αυτήν την εξίσωση η μεταβλητές C_{ok} C_{1k} είναι σταθερές. Έχουν διαφορετική τιμή για κάθε μετοχή και η τιμή τους δεν μεταβάλλεται για κάθε τιμή του R_F .Στη συνέχεια λύνουμε το σύστημα των εξισώσεων και καταλήγουμε στις τιμές των Z και μπορούμε να αντικαταστήσουμε όποια τιμή εμείς θέλουμε στο R_F Fishburn et al., 1976 .

3.4 Δεν επιτρέπονται οι ανοικτές πωλήσεις όμως επιτρέπεται ο δανεισμός και η επένδυση με το επιτόκιο του χρεόγραφού χωρίς κίνδυνο.

Το πρόβλημα είναι ανάλογο με αυτό της πρώτης περίπτωσης. Έχουμε πάλι ένα άριστο χαρτοφυλάκιο και είναι αυτό το οποίο μεγιστοποιεί τη γωνία της ευθείας μεταξύ της καμπύλης του αποτελεσματικού συνόρου και του επιτοκίου του χρεογράφου χωρίς κίνδυνο. Όμως ο αποτελεσματικός συνδυασμός αλλάζει αφού πρέπει να προσθέσουμε στην εξίσωση μας έναν περιορισμό ακόμη που να αναλογεί στο γεγονός ότι απαγορεύονται οι ανοιχτές πωλήσεις. Οι επενδυτές πλέον δεν μπορούν να κρατούν χρεόγραφα σε αρνητικά ποσά οπότε ο επιπλέον περιορισμός είναι της μορφής:

$$W_i \geq 0$$

Για κάθε i

Οι Lewis and Allan, 1988 και Lintner and John, 1965 προτείνουν ότι καταλήγουμε έτσι σε ένα πρόβλημα μαθηματικού προγραμματισμού επειδή έχουμε τη μεταβλητή W_i. Από μαθηματικής άποψης φαίνεται να έχουμε ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού επειδή οι δύο περιορισμοί φαίνονται να είναι γραμμικές εξισώσεις. Όμως επειδή υπάρχουν όροι στην πρώτη εξίσωση (3.8) της μορφής W_i^2 και $W_i W_j$. Οι εξισώσεις αυτής της μορφής έχουν μεταβλητές υψωμένες στο τετράγωνο και γινόμενα μεταβλητών τέτοιες εξισώσεις λέγονται τετραγωνικές εξισώσεις έτσι πρέπει να χρησιμοποιήσουμε καινούργιους αλγόριθμους που χρησιμοποιούν τις συνθήκες Kuhn-Tucker. Επειδή το σύνολο του Wi πρέπει να είναι θετικό οι συναρτήσεις αυτές μπορεί να δώσουν λανθασμένα αποτελέσματα και το μέγιστο αποτέλεσμα μπορεί να βρίσκετε στα αρνητικά αποτελέσματα που ουσιαστικά μας λέει ότι δεν θα επενδύσουμε έτσι για να έχουμε αποτέλεσμα βάζουμε το πρώτο περιορισμό:

$$\frac{d\theta}{dW_i} \leq 0$$

Μπορούμε να μετατρέψουμε την εξίσωση σε ισότητα

$$\frac{d\theta}{dW_i} + U_i = 0$$

Αυτή είναι η πρώτη συνθήκη Kuhn-Tucker για τη μεγιστοποίηση. Να σημειώσουμε εδώ δύο στοιχεία για το Ui. Αν η μεγιστοποίηση επιτευχθεί όταν το Wi είναι θετικό, η παράγωγος θα είναι μηδέν και το Ui θα είναι μηδέν. Ενώ αν η μεγιστοποίησή επιτευχθεί όταν το Wi είναι μηδέν τότε η παράγωγος θα είναι μηδέν και το Ui θετικό. Για να συνοψίσουμε :

$$W_i > 0\,, U_i = 0$$

$$W_i = 0\,, U_i > 0$$

Η δεύτερη συνθήκη Kuhn Tucker μπορεί να γραφτεί ως:

$$W_i U_i = 0$$

$$W_i \geq 0$$

$$U_i \geq 0$$

Στο σύνολο τους είναι τέσσερις:

$$\frac{d\theta}{dW_i} + U_i = 0$$

$$W_i U_i = 0$$

$$W_i \geq 0$$

$$U_i \geq 0$$

Στη συνέχεια μπορούμε να διαλέξουμε όποια τιμή εμείς επιθυμούμε αν αυτή επιβεβαιώνει της συνθήκες αυτές, τότε μπορούμε να δεχτούμε την τιμή αυτή σαν απάντηση.

3.5 Δεν επιτρέπονται οι ανοικτές πωλήσεις , ο δανεισμός και η επένδυση με το επιτόκιο του χρεόγραφού χωρίς κίνδυνο.

Πρέπει να αναφέρουμε εδώ ότι για κάθε αποτελεσματικό συνδυασμό πρέπει να αποφασίσουμε για ένα σημείο που ελαχιστοποιείται ο κίνδυνος για κάθε επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης. Σύμφωνα με τους Lewis and Allan, 1988 και Lintner and John, 1965 Αν πάρουμε ένα σημείο και βρούμε ένα επίπεδο απόδοσης και ελαχιστοποιήσουμε το κίνδυνο , θα έχουμε ένα σημείο πάνω στο αποτελεσματικό σύνορο. Έτσι για να βρούμε το αποτελεσματικό σύνορο, πρέπει να ελαχιστοποιήσουμε το κίνδυνο για κάθε δυνατή απόδοση που μπορεί να βρεθεί και να θέσουμε κάποιες συνθήκες. Αυτές είναι ότι το σύνολο που θα επενδυθεί θα ισούται με το ένα και ότι σε κάθε μετοχή θα επενδυθεί ένα θετικό ποσό είτε ένα ποσό ίσο με το μηδέν. Το πρόβλημα απαιτεί τη ελαχιστοποίηση του κινδύνου:

$$(3.12)\ \sigma_\rho^2 = \frac{1}{N}\sum_{\iota=1}^{N}\left(\frac{\sigma_\iota^2}{N}\right) + \frac{(N-1)}{N}\sum_{\iota=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\frac{COV(r_i, r_j)}{N(N-1)}$$

Και η περιγραφή των περιορισμών:

$$\sum_{i=1}^{N} W_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^{N} (w_I R_i) = R_p$$

$$W_i \geq 0, \qquad i = 1, \dots \dots \dots, N$$

Το σύνολο των διαφορετικών αποδόσεων R_p για κάθε αποτέλεσμα διακύμανσης θα σχηματίσει το αποτελεσματικό σύνορο. Πάλι το πρόγραμμα μπορεί να λυθεί με τον τετραγωνικό προγραμματισμό που αναφέραμε στο προηγούμενο παράδειγμα επειδή υπάρχουν όροι στην πρώτη εξίσωση της μορφής W_i^2 και W_iW.

3.6 Εισαγωγή περισσότερων περιορισμών

Οι Lintner and John, 1965 προσθέτουν ότι από τη στιγμή που εξερευνήσαμε των τετραγωνικό προγραμματισμό στην περίπτωση που δεν μπορούμε να κάνουμε ανοικτή πώληση είναι πολύ απλό να εισάγουμε και άλλους περιορισμούς. Οι περιορισμοί αυτοί καλύτερα θα ήταν να είναι γραμμικές εξισώσεις έτσι ώστε να μην περιορίζουν ιδιαίτερα τα αποτελέσματα. Ένα παράδειγμα θα ήταν να επιλέγαμε μετοχές οι οποίες θα θέλαμε να δίνουν ένα ποσό μερισμάτων ως ένα ποσοστό του κεφαλαίου που επενδύθηκε. Μπορούμε να θέσουμε ως di το ποσοστό μερίσματος της εκάστοτε μετοχής και ως D το σύνολο που απαιτούμε να μας επιστραφεί σαν μέρισμα σε σχέση με το ποσό που καταθέσαμε. Ο περιορισμός έχει τη μορφή:

$$\sum_{\iota=1}^{N} (W_i d_i) \geq 0$$

Αν σε αυτό το στάδιο θέλουμε να επιτρέψουμε την ανοιχτή πώληση τότε μπορούμε να διαγράψουμε τον περιορισμό που είχαμε θέση.

Άλλα παραδείγματα περιορισμών που μπορούμε να θέσουμε είναι ένα ανώτερο όριο του ποσοστού του κεφαλαίου που θα διαθέσουμε σε μετοχές ή ένα ποσοστό του κεφαλαίου που θα πρέπει να τοποθετηθεί σε έναν τομέα. Επίσης μπορούμε να εισάγουμε μεταβλητές και για τα κόστη των συναλλαγών για την αγορά των μετοχών.

4. Το μοντέλο του ενός δείκτη

Τα μοντέλα του Markowitz 1952,1959 εξετάζουν μόνο την συνδιακύμανση των χρεογράφων που αποτελούν ένα χαρτοφυλάκιο αλλά δεν εξετάζουν και δεν κάνουν κάποια υπόθεση για τη κίνηση της συνδιακύμανση ενός χρεογράφου σε σχέση με το σύνολο των χρεογράφων που αποτελούν την αγορά , τον πληθωρισμό ή οποιαδήποτε άλλη μεταβλητή επηρεάζει την τιμή της μετοχής.

Το μοντέλο που θα εξετάσουμε τώρα και αναπτύχθηκε από τον Sharpe, 1963, θεωρεί ότι ο κύριος λόγος για την μετακίνηση της τιμής της μετοχής είναι η συνολική κίνηση της αγοράς και ο συντελεστής συσχέτισης της μετοχής με την αγορά. Το υπόδειγμα μειώνει σημαντικά τις εκτιμήσεις οι οποίες χρειάζονται για τον υπολογισμό του αποτελεσματικού συνόρου.

4.1 Τα δεδομένα της ανάλυσης χαρτοφυλακίου για το υπόδειγμα του ενός δείκτη.

Σύμφωνα με τον Sharpe, 1963 η γενική παρατήρηση των τιμών των μετοχών μας υποδεικνύει ότι όταν η αγορά κινείται θετικά η τιμή της μετοχής θα κινηθεί προς τα πάνω και όταν η αγορά χάνει αξία το ίδιο θα κάνουν και οι μετοχές. Αυτό είναι ένα στοιχείο που μας αποδεικνύει ότι η αγορά και οι μετοχές συσχετίζονται και έχουν κοινή αντίδραση στις αλλαγές , ένας τρόπος να μετρήσουμε την αλλαγή αυτή είναι μία οικονομετρική ανάλυση της τιμής της μετοχής με το δείκτη της αγοράς που περιέχετε η μετοχή. Μπορούμε να περιγράψουμε την απόδοση της μετοχής ως:

$$(4.1)\ R_i = a_i + \beta_\iota R_m$$

Το a_i μας δείχνει το κομμάτι της απόδοσης της μετοχής που δεν επηρεάζεται από την απόδοση της αγοράς.

Το R_m είναι το ποσοστό της απόδοσης της αγοράς

Και το β_i είναι η σταθερά που μας δείχνει την αλλαγή μεταξύ της απόδοσης της μετοχής σε σχέση με κάθε ποσοστιαία αλλαγή με την απόδοση της αγοράς.

Η εξίσωση αυτή σπάει τα αποτελέσματα των μετοχών σε δύο κομμάτια, το πρώτο μέρος είναι αυτό που δεν επηρεάζεται από την αγορά ενώ το δεύτερο αυτό που επηρεάζεται.

Ο συντελεστής a_i είναι ανεξάρτητος από την αγορά και μπορούμε να το χωρίσουμε σε δύο κομμάτια ένα κομμάτι θα είναι η αναμενόμενη απόδοση και ένα κομμάτι e_i που θα αναπαριστά ένα τυχαίο στοιχείο που θα επηρεάζει το α_i, η εξίσωση (4.1) με την εισαγωγή των δεδομένων έχει τη μορφή:

$$(4.2)\ R_i = a_i + \beta_\iota R_m + e_i$$

Έχουμε έτσι δύο τυχαίες μεταβλητές που έχουν μία κατανομή πιθανοτήτων έναν μέσο και μία τυπική απόκλιση. Για να υπολογίσουμε όλα αυτά τα στοιχεία και για να ισχύουν όλες οι παρατηρήσεις πρέπει να κάνουμε μία παλινδρόμηση των αποδόσεων της μετοχής και της αγοράς.

Μία πολύ σημαντική υπόθεση του μοντέλου είναι το e_i και το e_j είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους. Αυτό υπονοεί ότι ο μόνος λόγος που οι τιμές των μετοχών διαφέρουν συστηματικά είναι η ταυτόχρονη κίνηση με την αγορά. Παρακάτω θα αναφερθούμε και σε μοντέλα πολλών μεταβλητών για να εξετάσουμε και την προοπτική αυτήν.

4.2 Χαρακτηριστικά του υποδείγματος ενός δείκτη.

Σύμφωνα με τον Sharpe, 1963 για να καθορίσουμε το Βήτα του χαρτοφυλακίου σταθμίζουμε τους συντελεστές Βήτα των ανεξάρτητων μετοχών με το ποσοστό συμμετοχής στο χαρτοφυλάκιο.

$$(4.3)\ \beta_\rho = \sum_{\iota=1}^{N} W_I \beta_\iota$$

Το ίδιο ισχύει και για το άλφα

$$(4.4)\ \alpha_\rho = \sum_{\iota=1}^{N} W_i a_i$$

Και η εξίσωση που περιγράφει το χαρτοφυλάκιο

$$(4.5)\ R_p = a_p + \beta_p \overline{R}_m$$

Αν το χαρτοφυλάκιο P θεωρήσουμε ότι είναι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς, δηλαδή όλες οι μετοχές κρατούνται σε ίδια ποσοστά μέσα στο χαρτοφυλάκιο, η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου γίνετε η μέση τιμή της αγοράς. Από τη στιγμή που ισχύει ο προηγούμενος ισχυρισμός η τιμή του α θα ισούται με το μηδέν και το βήτα θα έχει τιμή ίση με το μηδέν. Αυτό γίνετε γιατί το χαρτοφυλάκιο θα είναι όμοιο με την αγορά οπότε μπορούμε να θεωρήσουμε ότι τα χαρτοφυλάκια είναι αμυντικά ή επιθετικά σε σχέση με το αν το βήτα είναι μεγαλύτερο ή μικρότερο του μηδενός.

Οι Goetzmann et al. , 2007 διατυπώνουν τον τύπο της διακύμανσης ως :

$$(4.6)\ \sigma_\rho^2 = \beta_\rho^2 \sigma_m^2 + \sum_{i=1}^{N} W_i \sigma_{ei}^2$$

Για N μετοχές που θα έχει το σύστημα :

$$(4.7)\ \sigma_\rho^2 = \beta_\rho^2 \sigma_m^2 + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{N} W_i \sigma_{ei}^2$$

Ο τελευταίος όρος μας φανερώνει ότι όσο προσθέτουμε όρους στην εξίσωση ο όρος εξισώνεται με το μηδέν, έτσι ο κίνδυνος συσχετίζετε μόνο με το βήτα γιατί ο κίνδυνος της αγοράς παραμένει σταθερός. Ο κίνδυνος σ_{ei}^2 ονομάζετε μη συστημικός κίνδυνος γιατί μπορεί να μειωθεί αν προσθέσουμε χρεόγραφα στο χαρτοφυλάκιο μας. Οπότε ο συντελεστής βήτα αποτελεί τον κίνδυνο που θα εισάγει μία μετοχή στον χαρτοφυλάκιο και είναι το μέτρο του συστηματικού ή μη διαφοροποιήσου κινδύνου.

4.3 Καθορισμός του συντελεστή Βήτα

Για να χρησιμοποιήσουμε το υπόδειγμα ενός δείκτη πρέπει να καθορίσουμε το συντελεστή βήτα κάθε μίας μετοχής που μπορεί να συμπεριληφθεί στο χαρτοφυλάκιο. Ένας τρόπος είναι να εκτιμήσουμε τα μελλοντικά βήτα καθορίζοντας τα βήτα από το παρελθόν και να χρησιμοποιήσουμε τα παρελθοντικά βήτα σαν τα μελλοντικά. Επίσης υπάρχουν κάποιες τεχνικές για να ενισχύσουν τις πληροφορίες που μπορούμε να αποκτήσουμε από τα παρελθοντικά δεδομένα. Αφού ο αναλυτής των βήτα βρει όλες τις ιστορικές τιμές πρέπει να χρησιμοποιήσει όλες τις πληροφορίες που έχει για να εκτιμήσει τα μελλοντικά βήτα.

4.4 Καθορισμός ιστορικών βήτα

Σύμφωνα με τους Tucker et al., 1994 και Goetzmann et al., 2007 κοιτάζοντας στα παρελθοντικά δεδομένα κάποιος θα βρει τις αποδόσεις της μετοχής και της αγοράς εάν οι συντελεστές άλφα και βήτα και σ_{ei}^2 έχουν παραμείνει σταθερά κάποιος θα αναμένει να βρει την ίδια ευθεία οπότε τα επόμενα βήματα είναι τα εξής. Αν το σ_{ei}^2 ισούται με το μηδέν τότε μπορούμε να βρούμε το άλφα και το βήτα με δύο μόνο παρατηρήσεις. Η ύπαρξη μίας τυχαίας μεταβλητής στην εξίσωση μας υποδεικνύει ότι η απόδοση θα είναι διασκορπισμένες γύρω από την ευθεία που θα σχηματιστεί. Ο καλύτερος τρόπος είναι να κάνουμε μία παλινδρόμηση των αποδόσεων των μετοχών και της αγοράς για να πάρουμε γρήγορα τα αποτελέσματα. Τα αποτελέσματα της παλινδρόμησης για το άλφα και το βήτα πλησιάζουν την πραγματικότητα και είναι ικανοποιητικά εάν τα στοιχεία της παλινδρόμησης όπως το T statistic και το R^2 είναι στα όρια που μας επιτρέπουν να έχουμε κάποιο συμπέρασμα. Εδώ πρέπει να αναφέρουμε ότι η τιμή του βήτα αλλάζει διαχρονικά οπότε πρέπει να προσέξουμε από ποια χρονική περίοδο είναι τα δεδομένα και ποιες αλλαγές έχουν γίνει στο περιβάλλον της επιχείρησης τα τελευταία χρόνια.

Ένας τρόπος να ελέγξουμε τα βήτα είναι να εξετάσουμε τα βήτα μίας περιόδου με τα βήτα κάποιας άλλης περιόδου. Ο Blume M. E., 1971 και ο Levy, 1971 έχουν διεξάγει έρευνες πάνω σε αυτόν το τομέα. Η έρευνα του Blume M. E., 1971 αφορούσε μία περίοδο 7 χρόνων συνεχών παλινδρομήσεων με δεδομένα της απόδοσης της αγοράς και της αγοράς ανά μήνα. Τα χαρτοφυλάκια αποτελούνταν από μία έως και πενήντα μετοχές και ελεγχόταν εάν η συντελεστές βήτα συσχετίζονταν σε υψηλό επίπεδο με τα βήτα της επόμενης περιόδου.

Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι τα βήτα των μεγάλων χαρτοφυλακίων προέβλεπαν με μεγάλη βεβαιότητα τα μελλοντικά βήτα, αλλά τα βήτα των χαρτοφυλακίων με μεμονωμένες μετοχές δεν μπορούσαν να προβλέψουν το μέλλον. Ένας λόγος είναι ότι ο κίνδυνος ενός χρεογράφου μπορεί να αλλάξει , δεύτερος λόγος είναι ότι η μέτρηση του βήτα περιέχει ένα έμφυτο τυχαίο κίνδυνο και όσο μεγαλύτερος είναι ο κίνδυνος τόσο μικρότερη η ικανότητα πρόβλεψης. Σε ένα χαρτοφυλάκιο οι αλλαγές στα βήτα των χρεογράφων θα διαφέρουν από μετοχή σε μετοχή, στο σύνολο τους οι αλλαγές αυτές θα ακυρώσουν η μία την άλλη έτσι θα έχουμε μία πιο ομαλή εξέλιξη του συνολικού βήτα. Μπορούμε να καταλήξουμε σε ένα συμπέρασμα, τα ιστορικά βήτα είναι πιο χρήσιμα και πιο έμπιστα όταν τα χρησιμοποιούμε για χαρτοφυλάκια και όχι μεμονωμένα για μετοχές.

4.5 Τεχνική του Blume

Από τη στιγμή που τα Βήτα στην περίοδο της πρόβλεψης τείνουν να είναι πιο κοντά στο μηδέν από την εκτίμηση που λαμβάνουμε από τα ιστορικά δεδομένα, μπορούμε να μετατρέψουμε τα ιστορικά δεδομένα για να δούμε την τάση αυτή. Ο Blume and Marshall, 1975 στην έρευνα τους διόρθωσαν τα ιστορικά βήτα μετρώντας απευθείας την προσαρμογή των βήτα προς το ένα και θεωρώντας ότι οι προσαρμογές μίας περιόδου μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την επόμενη. Η εξής θεωρία δουλεύει παίρνοντας τα βήτα μίας περιόδου και παλινδρομεί τα βήτα αυτά με τα βήτα μίας προηγούμενης περιόδου. Με αυτήν την τεχνική καταλήγουμε σε μία ευθεία που μετράει την τάση των εκτιμώμενων βήτα να κατευθύνονται προς το ένα. Η εξίσωση που θα έχουμε θα μειώνει τις τιμές των υψηλών βήτα και θα αυξάνει την τιμή των χαμηλών βήτα. Επίσης η εξίσωση που θα καταλήξουμε έχει μία ακόμη ικανότητα από τη στιγμή που χρησιμοποιεί τις τιμές από δύο περιόδους, εάν η μέση τιμή του βήτα αυξηθεί ή μειωθεί στη μία περίοδο, τα βήτα της άλλης περιόδου θα ανταποκριθούν αντίστοιχα σε κάθε αλλαγή. Πρέπει να εξετάζουμε πάντα εάν η τάση των βήτα δεν είναι διαχρονική όμως ώστε να μην έχουμε πρόβλημα στη μέση τιμή των βήτα και έχουμε μεγάλη διαφορά με την τιμή των ιστορικών βήτα.

4.6 Τεχνική του Vasicek

Τα πραγματικά Βήτα όταν προσπαθούμε να τα προβλέψουμε κινούνται πιο κοντά στο μέσο Βήτα σε σχέση με την εκτίμηση που λαμβάνουμε από τα ιστορικά βήτα. Μπορούμε να διορθώσουμε αυτό το πρόβλημα είναι απλά να προσαρμόζουμε τα βήτα στο μέσο βήτα. Αυτό μπορούμε να το πετύχουμε συνδυάζοντας το μισό ιστορικό βήτα και το μισό μέσο βήτα. Κανονικά θα έπρεπε τα ποσοστά που συνδυάζουμε να σχετίζονται με την πιθανότητα του κινδύνου της δειγματοληψίας καθώς όσο μεγαλύτερος ο κίνδυνος τόσο πιο μεγάλη πρέπει να είναι η διόρθωση. Ο Vasicek, 1973 πρότεινε την εξής λύση αφού βρούμε το μέσο βήτα των μετοχών ενός χαρτοφυλακίου παίρνουμε ένα σταθμισμένο μέρος του μέσου και του ιστορικού βήτα. Στη συνέχεια καθορίζουμε τη διακύμανση της κατανομής των ιστορικών εκτιμήσεων και τη διακύμανση της εκτίμησης του βήτα για μία μετοχή σε κάθε περίοδο. Κατασκευάζουμε τα βάρη για το μέσο βήτα :

$$(4.8)\ \beta_{i1} = \frac{\sigma^2_{\beta1}}{\sigma^2_{\beta1} + \sigma^2_{\iota1}}$$

Και το βάρος της εκτίμησης για κάθε περίοδο i:

$$(4.9)\ \beta_1 = \frac{\sigma^2_{\beta i1}}{\sigma^2_{\beta1} + \sigma^2_{\iota1}}$$

Στο σύνολο οι σταθμιστές θα ισούνται με ένα, παρατηρούμε ότι όσο μεγαλύτερη η διακύμανση που αντιπροσωπεύει την τύχη κατά τη δειγματοληψία τόσο μικρότερο και το ποσοστό στη κατασκευή του βήτα. Δημιουργείται ένα πρόβλημα που προκύπτει από την ίδια την προκατάληψη που προσπαθεί να αντιμετωπίσει το υπόδειγμα, οι μετοχές με πολύ μεγάλο βήτα έχουν μεγαλύτερο κίνδυνο από τη δειγματοληψία έτσι το βήτα θα μειωθεί με μεγαλύτερο ρυθμό προς το μέσο βήτα από ότι στη περίπτωση που θα είχαμε ένα χαμηλό βήτα. Για να αντιμετωπίσουμε αυτό το πρόβλημα χρησιμοποιούμε την κρίση μας και την αντίληψη για την μελλοντική τάση των βήτα εάν δεν είναι πτωτική η εκτίμηση μπορεί να βελτιωθεί με κάποια με κάποια προσαρμογή των βήτα προς τα πάνω ώστε να έχουν τον ίδιο ιστορικό και μέσο βήτα.

4.7 Η ευστοχία των προσαρμοσμένων Βήτα

Οι Klemkosky and Martin, 1975 εξέτασαν τα μη προσαρμοσμένα και τα προσαρμοσμένα βήτα για να μετρήσουν την αποτελεσματικότητα τους. Συγκεκριμένα εξέτασαν την ικανότητα των τεχνικών αυτών να προβλέπουν την τιμή των βήτα σε μία περίοδο πέντε ετών σε χαρτοφυλάκια που περιέχουν από μία έως δέκα μετοχές. Σύμφωνα με τις ενδείξεις σε όλες τις περιπτώσεις οι δείκτες του Blume και του Vasineck έδωσαν καλύτερες προβλέψεις από τα ιστορικά βήτα. Το μέσο λάθος της μέτρησης συνήθως μειώνονταν στο μισό με την εφαρμογή των τεχνικών για την πρόβλεψη των μελλοντικών βήτα. Θα αναλύσουμε τώρα την τεχνική των Klemkosky and Martin, 1975 που χρησιμοποίησαν για να αναλύσουν τα δεδομένα. Συγκεκριμένα η πηγή του λάθους χωριζόταν σε δύο κομμάτια ένα μέρος λόγω λάθους στην εκτίμηση του μέσου Βήτα είτε λόγω της τάσης να υπερεκτιμάμε τα υψηλά βήτα και ένα δεύτερο μέρος λόγω της τάσης να υποεκτιμάμε τα χαμηλά βήτα. Όπως αναμένουμε όταν έγιναν οι δοκιμές πάνω στα ευρήματα όλα τα λάθη που επέφεραν την μείωση των λαθών εντοπίστηκαν πάνω στην τάση να υπερεκτιμάμε και να υποεκτιμάμε τα βήτα. Οι Klemkosky and Martin, 1975 έκριναν ως καλύτερη την τεχνική του Vasineck, 1973 σε σύγκριση με του Blume , 1975. Οι διαφορές ήταν μικρές και δεν ήταν σταθερές αφού άλλαζαν από περίοδο σε περίοδο.

Όλες οι τεχνικές συνήθως κρίνουν τις τεχνικές προσδιορισμού των βήτα από την ικανότητα να προβλέπουν τα μελλοντικά βήτα. Υπάρχει όμως και ένα ακόμη κριτήριο που οι περισσότεροι δεν χρησιμοποιούν. Στην αρχή της διπλωματικής αναφέραμε ότι για την ανάλυση των χαρτοφυλακίων χεριάζετε να γνωρίζουμε την αναμενόμενη τιμή, τη διακύμανση και την συσχέτιση των μετοχών μεταξύ τους και σε σχέση με κάποιο δείκτη αναφοράς. Η συσχέτιση αναγκαστικά προέρχεται λογικά από κάποια μοντέλα που χρησιμοποιούν ιστορικά δεδομένα. Ένας τρόπος που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τα βήτα είναι για να έχουμε μία εκτίμηση των συσχετίσεων μεταξύ των μετοχών :

$$(4.10)\ \rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} = \frac{\beta_i \beta_j \sigma_m^2}{\sigma_i \sigma_j}$$

4.8 Τα βήτα ως εκτιμητές των συντελεστών συσχέτισης

Οι Edwin and Elton, 1978 έχουν συγκρίνει την ικανότητα των μοντέλων που ακολουθούν στο να προβλέπουν τη συσχετιστική δομή μεταξύ των μετοχών:

- Ο πίνακας με τις συσχετίσεις που προκύπτουν από τα ιστορικά δεδομένα
- Προβλέψεις του πίνακα συσχέτισης που ετοιμάστηκε με την εκτίμηση των Βήτα χρησιμοποιώντας προηγούμενες ιστορικές περιόδους.
- Προβλέψεις του πίνακα συσχέτισης που ετοιμάστηκε με την ετοιμάστηκε με την εκτίμηση των Βήτα χρησιμοποιώντας τις δύο προηγούμενες περιόδους με την τεχνική του Blume.
- Προβλέψεις του πίνακα συσχέτισης που ετοιμάστηκε με την ετοιμάστηκε με την εκτίμηση των Βήτα χρησιμοποιώντας την τεχνική

του Blume, 1975 και στη συνέχεια προσαρμόστηκε και ανανεώθηκε με τη τεχνική του Vasicek, 1973.

Ένα από τα πιο συγκλονιστικά αποτελέσματα είναι ότι ο πίνακας με τις ιστορικές τιμές ήταν αυτός που είχε την μικρότερη χρησιμότητα. Τις περισσότερες φορές των ξεπερνούσαν και οι τρεις τεχνικές σε στατιστικά σημαντικό επίπεδο. Αυτό σημαίνει ότι κατά βάση οποιαδήποτε προσπάθεια να χρησιμοποιήσου τον πίνακα της συσχέτιση για σκοπούς προβλέψεις θα έδινε λάθος αποτελέσματα και αναπαριστούν απλώς το τυχαίο θόρυβο σε σχέση με το υπόδειγμα του ενός πίνακα. Ενώ του υπόδειγμα του ενός πίνακα δημιουργήθηκε για να μικρύνει τον αριθμό των υπολογισμών με σκοπό να χρησιμοποιηθεί στην ανάλυση των χαρτοφυλακίων και να συντομεύσει την διαδικασία στην πραγματικότητα δίνει καλύτερη προβλεπτική ικανότητα στον χρήστη από ότι τα πραγματικά ιστορικά δεδομένα.

Μια πιο φιλόδοξη και ασαφής διαδικασία είναι η κριτική ανάμεσα στις τρεις τεχνικές, σε κάθε περίπτωση η τεχνική του Blume M. , 1975 ήταν καλύτερη και η διαφορά ήταν στατιστικά σημαντική σε σχέση με τις άλλες δύο τεχνικές. Η τεχνική με την ανάλυση του Vasicek, 1973 που χρησιμοποιεί την Bayesian τεχνική υπερτερεί όμως σε σχέση με την τεχνική των προβλέψεων με την χρήση των ιστορικών δεδομένων και η διαφορά ήταν στατιστικά σημαντική. Η απόδοση των προβλεπτικών τεχνικών χωρίζετε σε ένα μέρος που έχει σχέση με την ικανότητα του υποδείγματος να βρίσκει την μέση συσχέτιση μεταξύ των μετοχών και στην ικανότητα του υποδείγματος να βρίσκει προηγούμενες διαφορές από το μέσο.

Το υπόδειγμα με τα βήτα χωρίς οποιαδήποτε προσαρμογή θεωρεί ότι η μόνη συσχέτιση κάποιας μετοχής είναι μόνο με την αγορά. Αγνοεί οποιαδήποτε άλλη πηγή συσχέτισης υπάρχει, έτσι όσες περισσότερες πηγές συσχέτισης υπάρχουν τόσο ποιο μεγάλη και η διαφορά που θα υπάρχει και θα υποτιμηθεί έτσι ο μέσος συντελεστής της συσχέτισης. Στην έρευνα του οι Edwin and Elton, 1978)απέδειξαν ακριβώς αυτό και στις δύο περιόδους που αναφέρθηκαν.

Η τεχνική του Blume, 1975 πασχίζει ακριβώς από την ίδια προκατάληψη και έχει ακόμα δύο πηγές προκατάληψης. Η μία είναι ότι στην τεχνική του Blume, 1975 όλα τα βήτα τείνουν προς το ένα. Έτσι υπάρχει μία τάση να αυξάνετε το μέσο συντελεστή συσχέτισης που θα καταλήξει το υπόδειγμα. Το δεύτερο πρόβλημα είναι ότι η τεχνική του Blume, 1975 ρυθμίζει τα βήτα ώστε οι αλλαγές μεταξύ της πρώτης και της δεύτερης περιόδου, αν η μέση αλλαγή είναι θετική τότε στην δεύτερη περίοδο το βήτα θα μειωθεί. Στην έρευνα υπήρχε μία ανοδική τάση των βήτα και σε συνδυασμό όλα τα βήτα να τείνουν προς το ένα , οδήγησε σε μία πρόβλεψη του μέσου συντελεστή συσχέτισης πάνω από το μέσο συντελεστή του πραγματικού μοντέλου.

Η τεχνική του Vasicek, 1973 έχει και αυτή μια ανοδική τάση στη πρόβλεψη των βήτα λόγω της τάσης των βήτα να συγκλίνουν προς το ένα αλλά δεν υποβάλει κάποια τάση στα βήτα όταν αλλάζει η περίοδος. Έχει μία διαφορετική μορφή προκατάληψης η οποία κάνει τα Βήτα να τείνουν προς τα κάτω και συνεπώς το ίδιο συμβαίνει και στους συντελεστές συσχέτισης. Αυτό συμβαίνει επειδή τα μεγάλα βήτα που έχουν οι μετοχές διορθώνονται περισσότερο προς το μέσο σε σχέση με τα μικρά βήτα .

Είναι δύσκολο να βρούμε ποιες προκαταλήψεις δημιουργούν τις μεγαλύτερες διαφορές, ένας τρόπος είναι να βγάλουμε το στοιχείο της τύχης που επηρεάζει τη μέση τιμή του βήτα. Ένας τρόπος είναι να αναγκάσουμε τη μέση τιμή του συντελεστή συσχέτισης να είναι ίδια σε όλα τα υποδείγματα. Με τις αλλαγές αυτές το υπόδειγμα του Vasicek, 1973 δείχνει ότι κάνει τις πιο σωστές προβλέψεις για το συντελεστή συσχέτισης, η διαφορά με όλες τις υπόλοιπες μεθόδους είναι στατιστικά σημαντική.

4.11 Θεμελιώδης Βήτα

Τα βήτα είναι ένας τρόπος μέτρησης του κινδύνου που βρίσκονται λόγω της σχέσης μεταξύ της απόδοσης της μετοχής και της αγοράς. Γνωρίζουμε ότι ο κίνδυνος όμως προκύπτει από τον συνδυασμό από τα θεμελιώδη μεγέθη της επιχείρησης και τα χαρακτηριστικά της αγοράς που βρίσκετε η μετοχή. Αν αυτές οι σχέσεις βρεθούν θα είχαμε ένα πλεονέκτημα στην κατανόηση, την μέτρηση και την πρόβλεψη των βήτα.

Από τις πρώτες προσπάθειες σύνδεσης των βήτα των μετοχών με τα θεμελιώδη μεγέθη των επιχειρήσεων έγινε από τους Beaver et all, 1970. Καθόρισαν τις εφτά μεταβλητές που θεώρησαν ως ποιο σημαντικές :

1. Πληρωμή Μερισμάτων (Μερίσματα διαιρεμένα με τα κέρδη)
2. Αύξηση περιουσιακών στοιχείων (Αλλαγή στα συνολικά περιουσιακά στοιχεία σε μία περίοδο)
3. Μόχλευση (Μετοχικό Κεφάλαιο προς σύνολο περιουσιακών στοιχείων)
4. Ρευστότητα (Περιουσιακά στοιχεία διαιρεμένα με τις ευθύνες)

5. Μέγεθος περιουσιακών στοιχείων (Σύνολο περιουσιακών στοιχείων)
6. Μεταβλητότητα κερδών (Τυπική απόκλιση του ποσοστού των κερδών)
7. Λογιστικό Βήτα (Το βήτα που προκύπτει από την παλινδρόμηση των κερδών τις εταιρίας σε σχέση με τα μέσα κέρδη των κύριων δεικτών της οικονομίας)

Η εξέταση των μεταβλητών θα μας οδηγούσε στην ύπαρξη αρνητικών σχέσεων μεταξύ των πληρωμών από μερίσματα και των Βήτα για δύο λόγους:

1. Από τη στιγμή που η διοίκηση είναι πιο απρόθυμή να κόψει τα μερίσματα από το να τα αυξήσει , η υψηλές πληρωμές είναι σημάδι πίστης της διοίκησης στην ιδέα ότι αναμένει περισσότερα κέρδη στο μέλλον.
2. Οι πληρωμές των μερισμάτων είναι λιγότερο επικίνδυνες από τα κέρδη του κεφαλαίου , έτσι οι εταιρίες που έχουν υψηλή μερισματική πολιτική είναι λιγότερο επικίνδυνη προς τον επενδυτή.

Η ανάπτυξη συνήθως είναι θετικά συνδυασμένη με τα βήτα και οι εταιρίες που περιμένουν υψηλή αύξηση είναι πιο επικίνδυνες από τις εταιρίες μικρής ανάπτυξης. Η μόχλευση τείνει να αυξάνει την μεταβλητότητα της ροής των εσόδων για αυτό το λόγο αυξάνει τον κίνδυνο και το βήτα. Όσων αφορά την υψηλή ρευστότητα θεωρείται ότι επιτρέπει την επιχείρηση να ανταποκρίνεται σε οποιαδήποτε βραχυχρόνια δέσμευση έτσι η ύπαρξη της χαμηλώνει τον κίνδυνο που έχει μία εταιρία. Το μέγεθος της εταιρίας επηρεάζει και αυτό το δείκτη βήτα, οι μεγαλύτερες εταιρίες θεωρούνται πιο σταθερές σε σχέση με τις μικρές εταιρίες ο λόγος αυτός έγκειται στο γεγονός ότι έχουν πιο εύκολη πρόσβαση στις κεφαλαιαγορές και στην αγορά χρήματος. Σε σχέση με την μεταβλητότητα των κερδών όσο πιο μεταβλητά είναι τα κέρδη και πιο συσχετισμένα με τους δείκτες της αγοράς τόσο πιο επικίνδυνη και η επένδυση στην εταιρία.

Για να μπορέσουμε να εισάγουμε τους θεμελιώδεις αυτούς συντελεστές μέσα στην ανάλυση, πρέπει να φτιάξουμε μία εξίσωση του βήτα που να περιέχει όλους τους συντελεστές μέσω μίας παλινδρόμησης. Μία τέτοια εξίσωση θα ήταν της μορφής :

$$(4.11)\ \beta_i = a_0 + a_1 w_1 + a_2 w_2 + \cdots + a_N w_N + e_i$$

Έρευνες που υποστηρίζουν τα ευρήματα αυτής της θεωρίας έχουν γίνει από αρκετούς ερευνητές παραδείγματα όπως οι Beaver et all1970 και οι Barr et all1975. Οι Barr And McKibben, 1973 προσπάθησαν να συνδυάσουν τις δυνατότητες των ιστορικών και των θεμελιωδών βήτα. Τα πλεονεκτήματα των βήτα που βασίζονται στα ιστορικά δεδομένα είναι ότι μετράνε την ανταπόκριση της κάθε μετοχής στις αλλαγές της αγοράς, το

μειονέκτημα τους είναι ότι βλέπουμε την αλλαγή αυτή μετά από αρκετό καιρό επειδή τα βήτα δεν προσαρμόζονται από μικρές εξελίξεις.
Τα θεμελιώδη βήτα έχουν αυτήν την ικανότητα και αλάζουν γρήγορα βάση στα θεμελιώδη χαρακτηριστικά των επιχειρήσεων επειδή έχουν διαφορετικό τρόπο υπολογισμού. Το πρόβλημα δημιουργείται επειδή υπάρχει η πεποίθηση ότι όλα τα βήτα θα έχουν την ίδια απόκριση στις αλλαγές των θεμελιωδών μεγεθών.

4.12 Rosenberg and Marathe (1975)

O Barr, 1973 ένωσε τις τεχνικές των ιστορικών και θεμελιωδών βήτα σε ένα σύστημα ώστε να έχει τα πλεονεκτήματα και των δύο τεχνικών. Στην συνέχεια οι Barr And McKibben, 1973 έδειξαν ότι υπήρχαν αξιοσημείωτες διαφορές στον τρόπο που αντιδρούσαν τα βήτα σε αλλαγές στα μεγέθη που τα επηρεάζουν όταν αλλάζουμε τομέα επιχειρήσεων. Εισήγαγαν ένα καινούργιο σύστημα που εισήγαγε συντελεστές dummy για κάθε διαφορετικό τομέα επιχειρήσεων για να βρει τις διαφορές αυτές. Οι παράμετροι που εισήγαγε περιλαμβάναν :

1. Ιστορικές τιμές του βήτα, και άλλα χαρακτηριστικά της αγοράς όπως τον όγκο των ανταλλαγών των μετοχών και το εύρος των τιμών
2. Περιγραφές τις μεταβλητότητας όπως μεταβλητότητα των εσόδων και των βήτα και μέτρα της μη προβλεψιμότητας των εσόδων.
3. Περιγραφές χαμηλής εκτίμησης και αποτίμησης, όπως το ποσοστό της λογιστικής τιμής σε σχέση με την τιμή και την σχέση εξέλιξης του μεγέθους με τα κέρδη.
4. Περιγραφές συντελεστών μεγέθυνσης όπως μερισματική πολιτική, έσοδα προς τιμή της μετοχής.
5. Χρηματοοικονομικούς κίνδυνους όπως μόχλευση, τιμές επιτοκίων και ρευστότητα.
6. Συντελεστές dummy που παραμένουν σταθεροί για να βρούμε τις διαφορές.

6. Υπόδειγμα με πολλούς δείκτες

Η θεωρία του ενός δείκτη κάνει την υπόθεση ότι όλες οι μετοχές κινούνται στο σύνολο τους μαζί με την αγορά. Ο King, 1966 ήταν από τους πρώτους ερευνητές που βρήκαν ενδείξεις ότι υπάρχουν περισσότεροι λόγοι για τους οποίους οι αγορές κινούνται μαζί. Στο βιβλίο τους οι Goetzmann et al. , 2007 ορίζουν ότι το γενικό υπόδειγμα πολλών δεικτών συγκεντρώνει όποια μεταβλητή μπορεί να επηρεάζει την συσχέτιση των μετοχών σε μία εξίσωση και με μία παλινδρόμηση βλέπει ποιοι συντελεστές είναι στατιστικά σημαντική και καταλήγει σε κάποιο συμπέρασμα. Η υπόθεση σε αυτή τη περίπτωση είναι ότι η συνδιακήμανση μεταξύ των δεικτών είναι μηδέν οπότε κάθε δείκτης δεν επηρεάζετε από τους υπόλοιπους και τυχόν τάσεις μεταξύ τους δεν θα συμβαίνει επειδή περιέχουν ίδιες μεταβλητές.

Υπάρχει και το υπόδειγμα που χρησιμοποιεί δείκτες των τομέων των επιχειρήσεων. Η υπόθεση σε αυτό το υπόδειγμα είναι ότι η απόδοση μίας μετοχής επηρεάζετε από την αγορά αλλά και από άλλους τομείς εταιριών. Για κάποιες εταιρίες υπάρχει αυτή η πιθανότητα επειδή οι εργασίες των εταιριών επεκτείνονται σε πάνω από έναν τομέα. Κάποιες εταιρίες όμως έχουν το μεγαλύτερο μέρος των εργασιών τους σε μία μόνο αγορά. Σε κάθε περίπτωση παρατηρούμε στη στατιστική σημαντικότητα των μεταβλητών για να καθορίσουμε από ποιους δείκτες επηρεάζεται και ποιο θα είναι το μέγεθος της επιρροής, πρέπει όμως να γνωρίζουμε από πριν το εύρος των εργασιών γιατί υπάρχει πιθανότητα θα δημιουργηθεί τυχαίος θόρυβος που θα μας οδηγήσει σε ένα λανθασμένο συμπέρασμα.

Η κριτική του υποδείγματος πολλών δεικτών έχει σχέση με πόσο καλά οι δείκτες έχουν οριστεί. Οι Grubber and Elton, 1978 διεξήγαγαν τεστ σε δείκτες που είχαν ιστορικές τιμές κατέληξαν ότι η προσθήκη επιπλέον πινάκων στο αρχικό υπόδειγμα του απλού δείκτη έκαναν το υπόδειγμα χειρότερο. Όταν γινόταν η προσθήκη των επιπλέων δεικτών κάθε πρόβλεψη οδηγούσε σε επιλογή χαρτοφυλακίων με περισσότερο κίνδυνο ή πιο χαμηλή απόδοση. Ουσιαστικά η προσθήκη παρήγαγε περισσότερο θόρυβο παρά πραγματικά δεδομένα.

Σε έναν διαφορετικό τεστ του υποδείγματος οι Kalman and Jerry, 1967 πρόσθεσαν στο υπόδειγμα ενός δείκτη, ειδικούς δείκτες που καθόριζαν τους τομείς που περιείχαν σαφής κριτήρια επιλογής για την εισαγωγή των δεδομένων στους πίνακες όπως η κατανομή με το τελικό προϊόν. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι τα υποδείγματα αυτά είχαν ήταν πιο κατάλληλα για να προβλέπουν το μέλλον άλλα το υπόδειγμα ενός δείκτη ήταν πάλι ισχυρότερο.

Τα υποδείγματα αυτά προσπάθησαν να βελτιστοποιήσουν αρκετές έρευνες που κυρίως ερευνούσαν των αριθμό των δεικτών που είναι ο ιδανικός με διαφορετικά αποτελέσματα σε κάθε έρευνα, στο σύνολο τους συμφωνούν ότι ο αριθμός των πρόσθετων δεικτών πρέπει να είναι μεταξύ τριών με εφτά πίνακες.

6.1 Υπόδειγμα με πολλούς δείκτες με θεμελιώδεις μεταβλητές

Οι Fama and French, 1993 ερευνώντας τα υποδείγματα αυτά κατέληξαν ότι το μέγεθος της κεφαλαιοποίησης της αγοράς και το ποσοστό της λογιστικής αξίας της μετοχής σε σχέση με την αξία της μετοχής στην αγορά έχουν ισχυρό ρόλο στο να καθορίζουν την σχέση της απόδοσης μεταξύ των διάφορων μετοχών. Καταλήγουν ότι μικρές εταιρίες και εταιρίες με μικρή λογιστική αξία είναι και οι πιο επικίνδυνες. Ο τρόπος κατασκευής ενός τέτοιου υποδείγματος απαιτεί τα εξής βήματα.

Στο πρώτο βήμα καθορίζουμε την αξία της αγοράς κάθε μετοχής. Σε ένα group χρησιμοποιούμε όλες τις μετοχές που έχουν αξία κεφαλαιοποίησης μεγαλύτερο από το μέσο της αγοράς και στο δεύτερο όλες όσες έχουν μικρότερη αξία. Όταν χωρίστηκαν οι αξίες βάση τη λογιστική αξία τους υπήρχαν τρία group το 30% με την μεγαλύτερη αξία, το 40% με την μεσαία αξία και το υπόλοιπο 30%. Στην συνέχεια δημιούργησαν πέντε χαρτοφυλάκια , το πρώτο περιείχε μόνο μικρές εταιρίες με μικρή λογιστική αγία και το τελευταίο μεγάλες εταιρίες με μεγάλη λογιστική αξία.

Στο δεύτερο βήμα ορίζουμε τους δείκτες που εξηγούν την απόδοση. Ο πρώτος μέσος είναι ο μέσος μεταξύ των πιο μικρών χαρτοφυλακίων και ο δεύτερος μέσος μεταξύ των δύο χαρτοφυλακίων που περιέχουν τις μεγαλύτερες εταιρίες. Ο σκοπός αυτής της κίνησης είναι οι αποδόσεις των χαρτοφυλακίων να μην επηρεάζονται από το μέγεθος και τη λογιστική αξία. Η συνδιακύμανση μεταξύ των δύο χαρτοφυλακίων ήταν -0.08 πολύ κοντά στο μηδέν που αποδεικνύει ότι ο σκοπός είχε επιτευχθεί. Οι Fama and French , 1993 απέδειξαν λοιπόν ότι αυτή η δύο παράγοντες έχουν σημασία στην ανάλυση χαρτοφυλακίων και μπορούν να προσθέσουν ερμηνευτική δύναμη σε ένα υπόδειγμα.

Οι Chen, Rosss and Roll 1986 δημοσίευσαν ένα group αναλύσεων πολλαπλών δεικτών. Στην ανάλυση τους απέδειξαν ότι η τιμή της μετοχής σχετίζεται με το προκαταβεβλημένο σύνολο των μελλοντικών ταμιακών ροών μίας εταιρίας. Οπότε μία μεταβολή στις ταμιακές ροές θα είχε επιρροή στην τιμή μίας μετοχής.

Οι Burmeister and Mc Elroy, 1986 αναπτύσσουν τη προηγούμενη θεωρία και προσθέτουν και κάποιους ακόμη συντελεστές. Θεωρούν ότι οι τιμές των προκαταβεβλημένων ταμιακών ροών επηρεάζονται από το επιτόκιο που χρησιμοποιήθηκε από τον αναλυτή. Το επιτόκιο επηρεάζεται από τον κίνδυνο που θέλει να αναλάβει ο επενδυτής και από το πόσο στο μέλλον προεξοφλεί τις ταμιακές ροές.

Εξετάζουν τέσσερις μεταβλητές που επηρεάζουν το μακροοικονομικό περιβάλλον στο σύνολο του. Αρχικά εξετάζει τις αποδόσεις μεταξύ του εικοσαετούς κυβερνητικού ομολόγου και των εταιρικών εικοσαετών ομολόγων. Αναφέρει ότι το εικοσαετές κυβερνητικό ομόλογο δεν ενέχει κίνδυνο οπότε κάθε διαφορά είναι η επιπλέον αμοιβή για τον κίνδυνο χρεοκοπίας. Οι μεταβλητές που χρησιμοποιεί είναι :

1. Ο κίνδυνος χρεοκοπίας εκφραζόμενος ως η διαφορά μεταξύ κυβερνητικών και εταιρικών ομολόγων.
2. Η διαφορά μεταξύ του εικοσαετούς κυβερνητικού ομολόγου και του Treasury bill διάρκειας ενός μήνα για να δείξει πως κυμαίνονται τα κρατικά επιτόκια.
3. Τη διαφορά του πληθωρισμού ανά μήνα για να εξετάσει αν επηρεάζει τη προκαταβολή των ταμιακών ροών.
4. Τον αναμενόμενο ρυθμό αύξησης των εταιρικών μεγεθών ανά μήνα για να ερευνήσει την μακροπρόθεσμη κερδοφορία.

Θεωρεί έτσι ότι κάθε αλλαγή πέρα από αυτές είναι αντιδράσεις τις αγοράς και φτιάχνει και μία πέμπτη μεταβλητή και της αναθέτει να μετράει της αντιδράσεις.

7. Σχηματισμός άριστων χαρτοφυλακίων και απλές τεχνικές κατασκευής του αποτελεσματικού συνόρου βάσει του υποδείγματος του ενός δείκτη.

Οι Goetzmann et al. , 2007 αναφέρουν ότι ο σχηματισμός ενός χαρτοφυλακίου θα μπορούσε να διευκολυνθεί εάν υπήρχε μόνο ένας τρόπος να καθορίσουμε το πόσο ελκυστικό είναι ένα χαρτοφυλάκιο. Σύμφωνα με το υπόδειγμα του ενός δείκτη ένα χαρτοφυλάκιο θα έπρεπε να αποτελείτε από μετοχές που η επιπλέον απόδοση τους θα δικαιολογούνταν σύμφωνα με το βήτα τους. Η επιπλέον απόδοση σε σχέση με το βήτα υπολογίζετε ως η απόδοση του χρεογράφου πλην την απόδοση του έντοκου γραμμάτιου του δημοσίου. Ουσιαστικά είναι ένα μέτρο απόδοσης ανά μονάδα του κινδύνου που δεν γίνετε να διαφοροποιηθεί. Δημιουργήθηκε έτσι ένα απλό μέτρο για την κατάταξη των μετοχών που συγκρίνει τον κίνδυνο και την απόδοση. Η μορφή που θα είχε μία τέτοια εξίσωση θα ήταν :

$$(7.1)\ \frac{R_i - R_F}{\beta_\iota}$$

Βάσει με αυτό το μέτρο οι μετοχές με τη μεγαλύτερη σειρά κατάστασης ,θα έπρεπε να συμπεριλαμβάνονται στο χαρτοφυλάκιο. Όταν υποθέτουμε ότι το μοντέλο του απλού δείκτη αντιπροσωπεύει τη σχέση της συνδιακύμανσης των αποδόσεων των μετοχών τότε κάθε μετοχή θα αντιπροσωπεύεται στο χαρτοφυλάκιο στο ποσοστό όπου οι επιπλέον απόδοση υπερτερεί του βήτα της μετοχής. Το σύνολο των μετοχών που θα εισαχθούν υπολογίζεται με ένα μέτρο που υπολογίζει ποιο θα είναι το όριο που θα συμπεριλαμβάνεται μία μετοχή που θα το ονομάσουμε Cut-off.

Οι κανόνες με τους οποίους θα αποφασίζεται η εισαγωγή μίας μετοχής στο χαρτοφυλάκιο είναι η εξής. Πρώτα κατατάσσουμε τις μετοχές βάση την επιπλέον απόδοση προς το βήτα από την υψηλότερη προς τη χαμηλότερη. Το άριστο χαρτοφυλάκιο συντίθεται από μετοχές με το ποιο υψηλό δείκτη επιπλέον απόδοσης προς το βήτα μέχρι το σημείο Cut-off.

Η αξία του cut off υπολογίζεται βάσει των μετοχών που θα μπουν στο χαρτοφυλάκιο και τα χαρακτηριστικά τους. Επειδή κατατάσσουμε τις μετοχές βάσει την επιπλέον απόδοσης προς το βήτα γνωρίζουμε ότι αν μία μετοχή εισήχθη όλες όσες είναι πιο ψηλά στην κατάταξη θα πρέπει να εισαχθούν και αυτές. Το ίδιο συμβαίνει και με το cut off rate. Ο μαθηματικός τύπος του cut-off rate είναι :

$$(7.2)\ \mathrm{C_i} = \frac{\sigma_m^2 \sum_{j=1}^{i} \frac{(\mathrm{R_i} - \mathrm{R_F})\beta_j}{\sigma_{ej}^2}}{1 + \sigma_m^2 \sum_{j=1}^{i} \left(\frac{\beta_j^2}{\sigma_{ej}^2}\right)}$$

Για να εισάγουμε μία μετοχή στο χαρτοφυλάκιο πρέπει η επιπλέον απόδοση να είναι μεγαλύτερη του Cut off rate :

$$(7.3)\ \mathrm{C_i} < \frac{\mathrm{R_I} - \mathrm{R_F}}{\beta_\iota}$$

Με μία αντικατάσταση των όρων :

$$(7.4)\ (\mathrm{R_i} - \mathrm{R_F}) > \beta_{iP}(\mathrm{R_P} - \mathrm{R_F})$$

Όπου $\beta_{\iota P}$ έχουμε την αναμενόμενη αλλαγή στο ποσοστό απόδοσης μίας μετοχής I σε σχέση με μία αλλαγή της τάξεως 1% στην απόδοση του άριστου χαρτοφυλακίου. Στα δεξιά της εξίσωσης είναι η αναμενόμενη επιπλέον απόδοση μίας μετοχής βάση του χαρτοφυλακίου ενώ στα αριστερά η απόδοση που ο αναλυτής θεωρεί ότι θα έχει μία μετοχή. Εάν βάση την ανάλυση θεωρηθεί ότι η απόδοση είναι αρκετή τότε θα συμπεριληφθεί.

Αφού έχουμε ορίσει ποιες μετοχές θα συμπεριληφθούν, πρέπει να υπολογίσουμε το ποσοστό με το οποίο θα ορίσουμε το μέγεθος της συμμετοχής της κάθε μετοχής. Το ποσοστό ορίζεται ως :

$$(7.5)\ \mathrm{Z_i} = \frac{\beta_i}{\sigma_{ei}^2}\left(\frac{\mathrm{R_i} - \mathrm{R_F}}{\beta_i} - \mathrm{C}^*\right)$$

Το C^* είναι το Cut off rate της τελευταίας μετοχής που συμπεριλάβαμε στο χαρτοφυλάκιο.

$$(7.6)\ \mathrm{W_i} = \frac{\mathrm{Zi}}{\sum \mathrm{Z}_i}$$

Η πρώτη εξίσωση αποφασίζει την σχετική επένδυση σε κάθε μετοχή ενώ η δεύτερη κάνει σίγουρο ότι θα επενδυθεί το σύνολο του ποσού προς επένδυση.

Στην περίπτωση που επιτρέπονται οι ανοικτές πωλήσεις η διαδικασία αλλάζει ώστε να επιτρέπει τις διαφορές. Οι μετοχές πάλι μπαίνουν σε κατάταξη βάση την επιπλέον απόδοση όμως αλλάζει το νόημα της μεταβλητής C^* και έχει διαφορετικό τρόπο υπολογισμού επειδή σε κάποιες μετοχές θα έχουμε στάση short ή long (πώληση ή αγορά). Στον υπολογισμό του Cut off Rate συμπεριλαμβάνεται το σύνολο των μετοχών και αλλάζει ο τρόπος υπολογισμού με τον οποίο αποφασίσουμε το ποσοστό συμμετοχής κάθε μετοχής. Στο ποσοστό συμμετοχής περνούμε την απόλυτη τιμή των ίδιων μεγεθών ώστε να έχουμε επενδύσει όλο το ποσό προς διάθεση. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το τύπο του Lintner, 1965 για να απλοποιήσουμε την διαδικασία επιλογής.

7.1 Επιλογή μετοχών σε σχέση με έναν Δείκτη.

Μερικές φορές ο δείκτης που χρησιμοποιούμε στο υπόδειγμα ενός δείκτη είναι ένα χαρτοφυλάκιο με μετοχές. Ένα παράδειγμα θα μπορούσε να είναι ο δείκτης S&P 500. Αν σε αυτό το χαρτοφυλάκιο ο επενδυτής σκέφτεται να επενδύσει τότε το υπόδειγμα που αναφέραμε πιο πριν μπορεί να γίνει πιο απλό:

$$(7.7)\ Z_i = \frac{a_i}{\sigma_{ei}^2}$$

Όπου

$$(7.8)\ \alpha_i = R_i - [R_F + \beta_i(R_m - R_F)]$$

Για ακόμη μια φορά το ποσό που θα επενδύσουμε Zi διαιρείται με το άθροισμα όλων των επενδυμένων ποσών. Ο (Treynor and Black 1973) είχαν αυτή ιδέα που λειτουργεί μόνο εάν επιτρέπονται οι ανοικτές πωλήσεις. Η βασική ιδέα είναι ότι ένα μείγμα του χρεογράφου χωρίς κίνδυνο και του δείκτη θα έχουν το ίδιο βήτα ενός χρεογράφου που θα έχει αναμενόμενη απόδοση $R_F + b_i (R_m - R_F)$. Αν ένα χρεόγραφο έχει μεγαλύτερη μέση απόδοση από μία επένδυση στον δείκτη και στο χρεόγραφο χωρίς κίνδυνο τότε θα αγοραστεί αλλιώς εάν $\alpha_i < 0$ η μετοχή θα πουληθεί.

8. Μελέτη μεθοδολογίας: Κατασκευή χαρτοφυλακίου βάση του υποδείγματος του Απλού δείκτη.

Στη μελέτη θα χρησιμοποιήσουμε το Υπόδειγμά του Απλού δείκτη Sharpe, 1963, για να ερευνήσουμε ποιες μετοχές ερμηνεύει το υπόδειγμα αυτό, συγκεκριμένα ο τύπος του υποδείγματος είναι :

$$(8.1)\ \mathrm{R_i} = \mathrm{a_i} + \beta_\iota \mathrm{R_m} + e_i$$

Θα εξετάσουμε τα αποτελέσματα των παλινδρομήσεων μεταξύ του γενικού δείκτη τιμών που θα αντιπροσωπεύει την κίνηση της αγοράς και το σύνολο των μετοχών που συμπεριλαμβάνονται στον γενικό δείκτη τιμών. Σύμφωνα με το υπόδειγμα του ενός δείκτη η τιμή του συντελεστή a_i μας δείχνει την τάση της απόδοσης της μετοχής που είναι ανεξάρτητη της κίνησης της αγοράς, το αποτέλεσμα της παλινδρόμησης πρέπει να μας δείχνει ότι ο συντελεστής a_i είναι στατιστικά μη σημαντικός επειδή η τιμή της μετοχής επηρεάζεται από την αγορά. Ο συντελεστής e_i είναι μέρος της εξίσωσης και αντιπροσωπεύει το τυχαίο μέρος του συντελεστή a_i έχει μέση τιμή ίση με το μηδέν και σταθερή τυπική απόκλιση και μετράει το λάθος της μέτρησης. Ο συντελεστής β_i είναι η σταθερά που εκφράζει την αναμενόμενη αλλαγή στο R_i για οποιαδήποτε ποσοστιαία αλλαγή στο R_m και μας δείχνει την επιρροή της αγοράς στην μετοχή, σύμφωνα με τη θεωρία ο συντελεστής β_i πρέπει να είναι στατιστικά σημαντικός για να ισχύει το υπόδειγμα του απλού δείκτη.

Η απόδοση των μετοχών και του δείκτη ανά παρατήρηση θα υπολογιστεί ως:

$$(8.2)\ R_{it} = \frac{P_{it}}{P_{it-1}} - 1$$

Για την παλινδρόμηση θα χρησιμοποιήσουμε τη λογαριθμική απόδοση ανά παρατήρηση :

$$(8.3)\ Ln(R_{it}) = Ln(P_{it}) - Ln(P_{it-1})$$

Αφού καθορίσουμε το μοντέλο για κάθε μετοχή στη συνέχεια θα υπολογίσουμε τον δείκτη της επιπλέον απόδοσης για κάθε μονάδα κινδύνου που ορίζεται ως η απόδοση της μετοχής μείον την απόδοση του χρεογράφου χωρίς κίνδυνο για κάθε μονάδα κινδύνου :

$$(8.4)\ Επιπλέον\ απόδοση\ μετοχής = \frac{R_i - R_F}{\beta_i}$$

Το R_i υπολογίζετε ως η μέση τιμή, του συνόλου των R_{it} κάθε μετοχής που υπολογίσαμε στο προηγούμενο βήμα, ενώ το R_F που θα αντιπροσωπεύεται από την τιμή του έντοκου γραμμάτιου του ελληνικού δημοσίου. Στη συνέχεια οι μετοχές θα ταξινομηθούν με βάση τον υψηλότερο δείκτη επιπλέον απόδοσης κάθε μετοχής.

Να επισημάνουμε ότι δεν θα εξεταστεί η περίπτωση που επιτρέπεται η ανοικτή πώληση μετοχής και το άριστο χαρτοφυλάκιο θα κατασκευαστεί βάση το Cut off Rate κάθε μετοχής. Ο τύπος υπολογισμού του Cut off Rate ορίζεται ως :

$$(8.5)\ C_i = \frac{\sigma_m^2 \sum_{j=1}^{i} \frac{(R_i - R_F)\beta_j}{\sigma_{ej}^2}}{1 + \sigma_m^2 \sum_{j=1}^{i} \left(\frac{\beta_j^2}{\sigma_{ej}^2}\right)}$$

Ο συντελεστής $\sigma^2{}_m$ είναι η διακύμανση του γενικού δείκτη τιμών ενώ ο δείκτης $\sigma^2{}_{ej}$ είναι η διακύμανση του συντελεστή του e_i και μας δείχνει τη διακύμανση της μετοχής που δεν συσχετίζεται με την κίνηση της αγοράς, επίσης αναφέρεται και ως ο συντελεστής του μη συστηματικού κινδύνου της μετοχής, ο κίνδυνος δηλαδή που μπορεί να απαλειφθεί ή να μειωθεί όταν ένα χαρτοφυλάκιο απαρτίζεται με μετοχές . Ελέγχουμε τις τιμές του C_i για κάθε μετοχή ,αρχικά η τιμή του ανά μετοχή θα αυξάνεται και μετά θα μειώνεται, η μετοχή που η τιμή του C_i θα είναι μέγιστη, θα είναι και η τελευταία μετοχή που θα συμπεριλάβουμε στο χαρτοφυλάκιο μας όλες οι υπόλοιπες δεν θα συμπεριληφθούν. Στη συνέχεια βάση των τύπων θα υπολογίσουμε το ποσοστό συμμετοχής της κάθε μετοχής στο χαρτοφυλάκιο :

$$(8.6)\ Z_i = \frac{\beta_i}{\sigma_{ei}^2}\left(\frac{R_i - R_F}{\beta_i} - C^*\right)$$

και

$$W_i = \frac{Zi}{\sum Z_i}$$

Τα δεδομένα που συλλέχθηκαν για την έρευνα είναι οι ημερήσιες χρηματιστηριακές τιμές κάθε μετοχής που συμπεριλαμβάνεται στον Γενικό Δείκτη Τιμών του Χρηματιστηρίου Αθηνών κατά την χρονική διάρκεια της έρευνας , ο οποίος περιέχει τη μέση τάση τιμής των μετοχών μεγάλης κεφαλαιοποίησης (blue chips). Επίσης οι ημερήσιες χρηματιστηριακές τιμές του Γενικού Δείκτη Τιμών θα χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό της μέσης τιμής της αγορά καθώς και της ημερήσιας απόδοσης της αγοράς .

Τα δεδομένα που συλλέξαμε αφορούν πέντε χρόνια από της 29/9/2013 μέχρι και της 29/9/2018 καθώς είναι ημερήσιες παρατηρήσεις στο σύνολο τους είναι 1220 ανά μετοχή. Για να καθορίσουμε την τιμή του χρεογράφου χωρίς κίνδυνο πήραμε την τελευταία δημοσιευμένη τιμή έντοκου γραμματίου του δημοσίου τρίμηνης διάρκειας που ήταν 0,65% επειδή η απόδοση των μετοχών υπολογίζεται σε ημερήσιο επίπεδο η τιμή του επιτοκίου του χρεογράφου μηδενικού κινδύνου πρέπει να μετατραπεί για να απεικονίζει την ημερήσια απόδοση ώστε να χρησιμοποιηθεί στους υπολογισμούς. Οι μετοχές που θα χρησιμοποιηθούν στην έρευνα παρατίθενται στον Πίνακα 1.

Πίνακας 1. Μετοχές Γενικού δείκτη τιμών

Α/Α	ΜΕΤΟΧΕΣ	Α/Α	ΜΕΤΟΧΕΣ
1	Alpha Τράπεζα Α.Ε	30	ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΧΡΗΜ/ΡΙΑ Α.Ε
2	Attica Bank A.T.E	31	ΕΛΤΟΝ ΔΙΕΘΝΟΥΣ ΕΜΠ. Α.Ε.Β.Ε
3	AYTOHELLAS A.E	32	ΕΤΑΙΡΙΑ ΥΔΡΕΥΣΕΩΣ Α.Ε
4	COCA COLA HBC AG	33	ΘΕΣΣ/ΝΙΚΗ ΕΤΑΙΡΙΑ ΥΔ/ΣΕΩΣ
5	EUROPAIKH PISTH	34	ΙΑΣΩ Α.Ε
6	FLEXOPACK Α.Ε.Β.Ε.Π	35	ΙΑΤΡΙΚΟ ΑΘΗΝΩΝ Ε.Α.Ε.
7	FOURLIS A.E.	36	ΙΚΤΙΝΟΣ ΕΛΛΑΣ Α.Ε
8	GRIVALIA PROPERTIES Α.Ε.Ε.Α.Π	37	Κ.Λ.Μ Α.Ε.
9	INTRAKOM KAT. TEXN. A.E	38	ΚΑΡΑΤΖΗΣ Α.Ε
10	INTRAKOM ΣΥΜΜΕΤΟΧΩΝ Α.Ε	39	ΚΕΚΡΟΨ ΞΕΝΟΔΟΧΕΙΟ ΤΟΥΡΙΣΜΟΣ
11	INTRALOT	40	ΚΡΙ - ΚΡΙ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΑ ΓΑΛΑΚΤΟΣ
12	J & P ΑΒΑΞ Α.Ε	41	ΜΟΤΟΡ ΟΙΛ ΕΛΛΑΣ Α.Ε
13	JUMBO A.E.T	42	ΜΥΛΟΙ ΛΟΥΛΗ Α.Ε.
14	LAMDA DEVELOPMENT A.E	43	ΜΥΤΙΛΗΝΑΙΟΣ Α.Ε
15	M.L.S ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ Α.Ε	44	ΝΗΡΕΥΣ Α.Ε.
16	MARFIN INVEST GROUP SA	45	ΟΠΑΠ Α.Ε
17	QUEST ΣΥΜΜΕΤΟΧΩΝ Α.Ε	46	ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΛΙΜΕΝΟΣ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
18	REDS A.E	47	ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΛΙΜΕΝΟΣ ΠΕΙΡΑΙΩΣ
19	SPACE HELLAS A.E	48	ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΤΗΛΕΠ/ΝΙΩΝ
20	VIOHALCO SA/NY	49	Π.ΠΕΤΡΟΠΟΥΛΟΣ Α.Ε.Β.Ε

21	ΑΕΡΟΠΟΡΙΑ ΑΙΓΑΪΟΥ	50	ΠΛΑΙΣΙΟ COMPUTERS Α.Ε
22	ΓΕΚ ΤΕΡΝΑ Α.Ε	51	ΠΛΑΣΤΙΚΑ ΘΡΑΚΗΣ ΕΤ.ΣΥΜ Α.Ε.Ε
23	ΓΡ. ΣΑΡΑΝΤΗΣ Α.Ε.Β.Ε	52	ΠΛΑΣΤΙΚΑ ΚΡΗΤΗΣ Α.Β.Ε.Ε
24	Δ.Ε.Η Α.Ε	53	ΤΕΡΝΑ ΕΜΕΡΓΕΙΑΚΗ Α.Β.Ε.Τ.Ε
25	ΔΙΑΓΝ. & ΘΕΡ. ΚΕΝΤ. ΥΓΕΙΑ Α.Ε	54	ΤΕΧΝΙΚΗ ΟΛΥΜΠΙΑΚΗ Α.Β.Ε.Τ.Ε
26	ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΕΛΛΑΔΟΣ	55	ΤΙΤΑΝ Α.Ε ΤΣΙΜΕΝΤΩΝ
27	ΕΛΑΣΤΟΝ Α.Β.Ε.Ε	56	ΤΡΑΠΕΖΑ EUROBANK ERGASIAS Α.Ε
28	ΕΛΛΑΚΤΩΡ Α.Ε	57	ΤΡΑΠΕΖΑ ΠΕΙΡΑΙΩΣ Α.Ε

Με την συλλογή των τιμών των μετοχών περάσαμε στην εισαγωγή των τιμών στο στατιστικό πρόγραμμα Eviews. Μετά την εισαγωγή των δεδομένων στο Eviews δημιούργησα ένα κώδικα που επέτρεψε στο στατιστικό πρόγραμμα να επεξεργαστεί τα δεδομένα. Συγκεκριμένα το πρόγραμμα καθόριζε τις λογαριθμικές αποδόσεις των δεδομένων κάθε μετοχής και της αγοράς και στην συνέχεια παλινδρομούσε ξεχωριστά τις αποδόσεις κάθε μετοχής με την απόδοση της αγοράς για κάθε παρατήρηση. Μετά την παλινδρόμηση το πρόγραμμα δημιουργούσε και μας έδινε το υπόδειγμα ενός δείκτη της κάθε μετοχής ξεχωριστά. Επίσης ο κώδικας του προγράμματος επέτρεπε στο πρόγραμμα να αποθηκεύει σε ξεχωριστό πίνακα όλες τις τιμές του συντελεστή άλφα , του συντελεστή βήτα και των residuals ώστε να διευκολύνει την επεξεργασία τους, στην συνέχεια παραθέτουμε τα στοιχεία όλων των παλινδρομήσεων σε αλφαβητική σειρά στον Πίνακα 2.

Πίνακας 2.Αποτελέσματα παλινδρομήσεων

ΜΕΤΟΧΕΣ	**$α_i$**	**T stat. a**	**βi**	**t stat β**
Alpha Τράπεζα Α.Ε	-0,00171	-1,760	1,906	40,00
Attica Bank A.T.E	-0,00612	-0,400	5,227	6,98
AYTOHELLAS A.E	0,00096	0,135	0,287	8,22
COCA COLA HBC AG	0,00036	0,770	0,376	16,65
EUROPAIKH PISTH	0,00092	1,287	0,315	9,02
FLEXOPACK A.E.B.E.Π	0,00086	0,905	0,222	4,76
FOURLIS A.E.	0,00068	1,092	0,882	29,05
GRIVALIA PROPERTIES A.E.E.A.Π	0,00022	0,376	0,427	14,89
INTRAKOM KAT. TEXN. A.E	0,00339	0,113	7,363	5,01
INTRAKOM ΣΥΜΜΕΤΟΧΩΝ Α.Ε	0,00026	0,194	1,103	16,66
INTRALOT	-0,00619	-0,301	0,841	0,84
J & P ΑΒΑΞ Α.Ε	-0,00529	-0,410	3,336	5,37
JUMBO A.E.T	0,00070	1,124	0,857	28,05
LAMDA DEVELOPMENT A.E	0,00057	0,869	0,704	21,84
M.L.S ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ Α.Ε	0,00041	1,428	0,288	20,33
MARFIN INVEST GROUP SA	-0,00081	-0,750	1,542	29,39
QUEST ΣΥΜΜΕΤΟΧΩΝ Α.Ε	0,00100	1,443	0,334	9,84
REDS A.E	0,00056	0,068	0,588	1,47
SPACE HELLAS A.E	0,00097	0,045	0,195	0,19
VIOHALCO SA/NY	0,00862	0,123	1,079	31,63
ΑΕΡΟΠΟΡΙΑ ΑΙΓΑΊΟΥ	0,00036	0,659	0,629	23,37
ΓΕΚ ΤΕΡΝΑ Α.Ε	0,00089	1,509	1,112	38,45
ΓΡ. ΣΑΡΑΝΤΗΣ Α.Ε.Β.Ε	0,00029	0,372	0,308	8,11
Δ.Ε.Η Α.Ε	-0,00105	-1,290	1,359	34,01
ΔΙΑΓΝ. & ΘΕΡ. ΚΕΝΤ. ΥΓΕΙΑ Α.Ε	0,00102	1,192	0,965	23,13
ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΕΛΛΑΔΟΣ	-0,00389	-3,318	2,072	36,12
ΕΛΑΣΤΟΝ Α.Β.Ε.Ε	0,00628	0,415	0,560	7,55
ΕΛΛΑΚΤΩΡ Α.Ε	0,00016	0,020	1,753	4,40

ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΠΕΤΡΕΛΑΙΑ	0,00022	0,433	0,911	37,20
ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΧΡΗΜ/ΡΙΑ Α.Ε	0,00421	0,081	1,085	42,85
ΕΛΤΟΝ ΔΙΕΘΝΟΥΣ ΕΜΠ. Α.Ε.Β.Ε	0,00051	0,020	1,126	9,74
ΕΤΑΙΡΙΑ ΥΔΡΕΥΣΕΩΣ Α.Ε	-0,00336	-0,057	0,794	27,36
ΘΕΣΣ/ΝΙΚΗ ΕΤΑΙΡΙΑ ΥΔ/ΣΕΩΣ	0,00271	0,006	0,584	25,15
ΙΑΣΩ Α.Ε	0,00154	0,060	3,126	2.507,00
ΙΑΤΡΙΚΟ ΑΘΗΝΩΝ Ε.Α.Ε.	0,00018	0,022	0,154	3,88
ΙΚΤΙΝΟΣ ΕΛΛΑΣ Α.Ε	0,00387	0,093	5,709	27,88
Κ.Λ.Μ Α.Ε.	-0,00622	-0,067	0,172	3,80
ΚΑΡΑΤΖΗΣ Α.Ε	0,00026	0,400	0,058	18,41
ΚΕΚΡΟΨ ΞΕΝΟΔΟΧΕΙΟ ΤΟΥΡΙΣΜΟΣ	-0,00168	-0,001	-0,147	-0,15
ΚΡΙ - ΚΡΙ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΑ ΓΑΛΑΚΤΟΣ	0,00076	1,376	0,342	12,58
ΜΟΤΟΡ ΟΙΛ ΕΛΛΑΣ Α.Ε	0,00115	0,188	0,715	23,76
ΜΥΛΟΙ ΛΟΥΛΗ Α.Ε.	-0,00018	-0,208	0,176	40,69
ΜΥΤΙΛΗΝΑΙΟΣ Α.Ε	0,00069	1,479	0,953	41,50
ΝΗΡΕΥΣ Α.Ε.	-0,00032	-0,234	0,782	11,82
ΟΠΑΠ Α.Ε	0,00038	0,698	0,927	34,92
ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΛΙΜΕΝΟΣ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ	0,00016	0,271	0,393	13,68
ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΛΙΜΕΝΟΣ ΠΕΙΡΑΙΩΣ	0,00025	0,468	0,722	28,02
ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΤΗΛΕΠ/ΝΙΩΝ	0,00058	1,157	0,935	38,07
Π.ΠΕΤΡΟΠΟΥΛΟΣ Α.Ε.Β.Ε	0,00129	3,161	0,232	11,56
ΠΛΑΙΣΙΟ COMPUTERS Α.Ε	-0,00015	-0,297	0,327	13,15
ΠΛΑΣΤΙΚΑ ΘΡΑΚΗΣ ΕΤ.ΣΥΜ Α.Ε.Ε	0,00264	0,192	4,625	68,60
ΠΛΑΣΤΙΚΑ ΚΡΗΤΗΣ Α.Β.Ε.Ε	0,00074	1,196	0,037	1,236
ΤΕΡΝΑ ΕΜΕΡΓΕΙΑΚΗ Α.Β.Ε.Τ.Ε	0,00090	1,539	0,834	29,06

ΤΕΧΝΙΚΗ ΟΛΥΜΠΙΑΚΗ Α.Β.Ε.Τ.Ε	0,00789	0,004	0,435	0,447
TITAN Α.Ε ΤΣΙΜΕΝΤΩΝ	0,00032	0,571	0,688	25,04
ΤΡΑΠΕΖΑ EUROBANK ERGASIAS Α.Ε	-0,00696	-0,297	5,306	46,24
ΤΡΑΠΕΖΑ ΠΕΙΡΑΙΩΣ Α.Ε	-0,00530	-3,879	2,350	3,51

Από τα αποτελέσματα των παλινδρομήσεων μας ενδιαφέρουν οι τιμές των άλφα και βήτα και το T statistic των αριθμών αυτών για να μπορέσουμε να δούμε εάν ισχύει το υπόδειγμα για αυτές τις μετοχές και εάν οι συντελεστές είναι στατιστικά σημαντικοί. Για να ορίσουμε εάν οι τιμές των συντελεστών είναι στατιστικά σημαντικοί πρέπει να δούμε την τιμή του T statistic εάν είναι μικρότερη του μείον δύο ή μεγαλύτερη του δύο τότε ο συντελεστής θεωρείται στατιστικά σημαντικός.

Σύμφωνα με αυτήν τη παρατήρηση η μετοχή της Εθνικής Τράπεζας, η μετοχή του Πετρόπουλου και η μετοχή της τράπεζας Πειραιώς έχουν στατιστικά σημαντικό συντελεστή άλφα ενώ σύμφωνα με τη θεωρία δεν θα έπρεπε να έχουν, ο συντελεστής άλφα δείχνει την τάση της απόδοσης της μετοχής που είναι ανεξάρτητη της κίνησης της αγοράς θα συμπεριληφθούν όμως στο επόμενο βήμα της έρευνας γιατί έχουν και στατιστικά σημαντικό συντελεστή βήτα.

Υπήρχαν τρεις μετοχές που δεν είχαν στατιστικά σημαντικό συντελεστή βήτα αυτές ήταν οι μετοχές της Τεχνικής Α.Ε.Β.Τ.Ε , της Πλαστικά Κρήτης και της Κέκροψ Ξενοδοχείο Τουρισμός , αυτές οι μετοχές δεν ερμηνεύονται από το υπόδειγμα και υπάρχουν άλλες μεταβλητές που επηρεάζουν την απόδοση τους, ενώ η αγορά δεν τις επηρεάζει για αυτό το λόγο δεν θα συμπεριληφθούν.

Όσο αφορά την ανάλυση του συντελεστή άλφα παρατηρούμε ότι κάποιες μετοχές έχουν αρνητικό συντελεστή άλφα ενώ κάποιες έχουν θετικό συντελεστή, καθώς ο συντελεστής άλφα είναι μέρος της τιμής της μετοχής και μας δείχνει ότι ένα μέρος της τιμής μεταβάλλεται ανεξάρτητα από την αγορά κάποιος θα μπορούσε να σκεφτεί ότι μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον συντελεστή για να καταλήξουμε σε συμπεράσματα. Συγκεκριμένα οι μετοχές με θετικό συντελεστή θα είχαν μία τάση να αυξάνουν την τιμή τους ενώ αυτές με αρνητικό συντελεστή μία τάση να μειώνουν την τιμή τους. Το συμπέρασμα αυτό θα ήταν λανθασμένο καθώς η θεωρία του απλού δείκτη μας εξηγεί ότι η τιμή της μετοχής επηρεάζεται μόνο από την αγορά. Επίσης να αναφέρουμε ότι λόγω του μεγέθους των παρατηρήσεων οι τιμές του συντελεστή είναι πολύ μικρές.

Όσων αφορά το συντελεστή βήτα μετοχές με συντελεστή βήτα μικρότερο του ενός είναι αμυντικές μετοχές το οποίο σημαίνει ότι σε κάθε μεταβολή της τιμής της αγοράς η αντίστοιχη μεταβολή της τιμής της μετοχής θα ήταν μικρότερη για παράδειγμα η μετοχή της Καρατζής Α.Ε. έχει βήτα 0,05 εάν κάποιος παρατηρήσει τη τιμή της μετοχής στην πενταετία που εξετάζουμε θα δει ότι η τιμή της μετοχής αυξάνεται με έναν σταθερό ρυθμό ενώ η τιμή του δείκτη της αγοράς δεν κινείται αντίστοιχα. Ένα παράδειγμα επιθετικών μετοχών είναι οι μετοχές των ελληνικών τραπεζών που έχουν όλες συντελεστή βήτα μεγαλύτερο του δύο, κάποιος θα περίμενε αυτό το αποτέλεσμα λόγω της μεγάλης μείωσης των τιμών των τραπεζικών μετοχών.

Στο επόμενο στάδιο της έρευνας αφού έχουμε υπολογίσει πλέον το υπόδειγμα του απλού δείκτη θα πρέπει να υπολογίσουμε την επιπλέον απόδοση ανά μονάδα κινδύνου κάθε μετοχής χρησιμοποιώντας το επιτόκιο του χρεόγραφού χωρίς κίνδυνο. Το πρώτο βήμα είναι να μετατρέψουμε το επιτόκιο του χρεόγραφού χωρίς κίνδυνο για να απεικονίζει την ημερήσια τιμή του και να το αφαιρέσουμε από την απόδοση της κάθε μετοχής. Επίσης από την παλινδρόμηση της κάθε μετοχής βρίσκουμε τον συντελεστή βήτα κάθε μετοχής το οποίο χρησιμοποιούμε για να βρούμε την επιπλέον απόδοση ανά μονάδα κινδύνου. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον Πίνακα 3.

Πίνακας 3 Επιπλέον απόδοση ανά μετοχή

ΜΕΤΟΧΕΣ	Βήτα	Απόδοση μετοχής	Επιπλέον Απόδοση
ΚΑΡΑΤΖΗΣ Α.Ε	0,058	0,000485	0,008323079
FLEXOPACK A.E.B.E.Π	0,222	0,001308	0,00589991
Π.ΠΕΤΡΟΠΟΥΛΟΣ Α.Ε.Β.Ε	0,232	0,001293	0,005579218
AYTOHELLAS A.E	0,287	0,001147	0,003998914
EUROPAIKH PISTH	0,315	0,001092	0,003463818
QUEST ΣΥΜΜΕΤΟΧΩΝ Α.Ε	0,334	0,001148	0,003437928
ΚΡΙ - ΚΡΙ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΑ ΓΑΛΑΚΤΟΣ	0,342	0,000804	0,002353475
Κ.Λ.Μ Α.Ε.	0,172	0,000378	0,002199614
ΜΟΤΟΡ ΟΙΛ ΕΛΛΑΣ Α.Ε	0,715	0,001133	0,00158518
ΓΡ. ΣΑΡΑΝΤΗΣ Α.Ε.Β.Ε	0,308	0,000486	0,001580134
ΔΙΑΓΝ. & ΘΕΡ. ΚΕΝΤ. ΥΓΕΙΑ Α.Ε	0,965	0,001169	0,001210734
M.L.S ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ Α.Ε	0,288	0,000336	0,001169339
ΜΥΛΟΙ ΛΟΥΛΗ Α.Ε.	0,176	0,000209	0,001188602
ΤΕΡΝΑ ΕΜΕΡΓΕΙΑΚΗ Α.Β.Ε.Τ.Ε	0,834	0,000837	0,001004233
LAMDA DEVELOPMENT A.E	0,704	0,000586	0,000832861
COCA COLA HBC AG	0,376	0,000325	0,000865585
JUMBO A.E.T	0,857	0,000663	0,000774196
ΓΕΚ ΤΕΡΝΑ Α.Ε	1,112	0,000799	0,000718869
FOURLIS A.E.	0,882	0,000619	0,000701666
ΝΗΡΕΥΣ Α.Ε.	0,782	0,000525	0,000671542
ΜΥΤΙΛΗΝΑΙΟΣ Α.Ε	0,953	0,000539	0,000565893
GRIVALIA PROPERTIES A.E.E.A.Π	0,427	0,000253	0,00059222
ΑΕΡΟΠΟΡΙΑ ΑΙΓΑΪΟΥ	0,629	0,000313	0,000498245
ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΛΙΜΕΝΟΣ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ	0,393	0,000206	0,000523692
ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΤΗΛΕΠ/ΝΙΩΝ	0,935	0,000448	0,000479371
ΤΙΤΑΝ Α.Ε ΤΣΙΜΕΝΤΩΝ	0,688	0,000267	0,000387519
ΟΠΑΠ Α.Ε	0,927	0,000271	0,000292177
ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΛΙΜΕΝΟΣ ΠΕΙΡΑΙΩΣ	0,722	0,000162	0,000223874
ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΠΕΤΡΕΛΑΙΑ	0,911	0,000084	9,27361E-05
VIOHALCO SA/NY	1,079	0,000080	7,37455E-05
REDS A.E	0,588	0,000033	5,67791E-05
ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΧΡΗΜ/ΡΙΑ Α.Ε	1,085	-0,000095	-8,78106E-05
ΕΤΑΙΡΙΑ ΥΔΡΕΥΣΕΩΣ Α.Ε	0,794	-0,000089	-0,000111862
ΘΕΣΣ/ΝΙΚΗ ΕΤΑΙΡΙΑ ΥΔ/ΣΕΩΣ	0,584	-0,000083	-0,000141434
MARFIN INVEST GROUP SA	1,542	-0,000394	-0,000255275
ΠΛΑΣΤΙΚΑ ΘΡΑΚΗΣ ΕΤ.ΣΥΜ Α.Ε.Ε	4,625	-0,001843	-0,000398359
ΠΛΑΙΣΙΟ COMPUTERS A.E	0,327	-0,000136	-0,000415524
ΕΛΛΑΚΤΩΡ Α.Ε	1,753	-0,000881	-0,000502418
Alpha Τράπεζα Α.Ε	1,906	-0,001351	-0,000709178
Δ.Ε.Η Α.Ε	1,359	-0,000969	-0,000712944
J & P ΑΒΑΞ Α.Ε	3,336	-0,002939	-0,000881009

INTRAKOM ΣΥΜΜΕΤΟΧΩΝ Α.Ε	1,103	-0,001421	-0,001287489
Attica Bank A.T.E	5,227	-0,007018	-0,00134247
INTRAKOM ΚΑΤ. ΤΕΧΝ. Α.Ε	7,363	-0,011274	-0,001531089
ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΕΛΛΑΔΟΣ	2,072	-0,003243	-0,001565095
ΤΡΑΠΕΖΑ ΠΕΙΡΑΙΩΣ Α.Ε	2,350	-0,004248	-0,001807918
ΙΑΤΡΙΚΟ ΑΘΗΝΩΝ Ε.Α.Ε.	0,154	-0,000251	-0,00163411
ΤΡΑΠΕΖΑ EUROBANK ERGASIAS A.E	5,306	-0,011790	-0,00222208
ΕΛΑΣΤΟΝ Α.Β.Ε.Ε	0,560	-0,002184	-0,003903134
ΙΑΣΩ Α.Ε	3,126	-0,012697	-0,004061339
ΙΚΤΙΝΟΣ ΕΛΛΑΣ Α.Ε	5,709	-0,029777	-0,00521536
ΕΛΤΟΝ ΔΙΕΘΝΟΥΣ ΕΜΠ. Α.Ε.Β.Ε	1,126	-0,010520	-0,009343573
INTRALOT	0,841	-0,008693	-0,010333772
ΤΕΧΝΙΚΗ ΟΛΥΜΠΙΑΚΗ Α.Β.Ε.Τ.Ε	0,435	-0,006196	-0,014244649
SPACE HELLAS A.E	0,195	-0,004168	-0,02132331

Στον πίνακα 3 η επιπλέον απόδοση υπολογίζεται ως :

$$Επιπλέον\ απόδοση\ μετοχής = \frac{\mathrm{R}_i - \mathrm{R_F}}{\beta_i}$$

Να σημειωθεί ότι στον πίνακα η πρώτη μετοχή έχει την μεγαλύτερη επιπλέον απόδοση ανά μονάδα κινδύνου και η τελευταία τον μικρότερο. Αναλύοντας την επιπλέον απόδοση καταλήγουμε σε δύο κριτήρια το πρώτο είναι ότι οι μετοχές που θα επιλεχθούν θα πρέπει να έχουν μεγάλη απόδοση σε σχέση με το επιτόκιο του χρεόγραφο μηδενικού κινδύνου και το δεύτερο είναι ότι θα προτιμηθούν μετοχές που έχουν πολύ μικρό συντελεστή βήτα. Για παράδειγμα η Μετοχή Καρατζής Α.Ε που είναι πρώτη αν και δεν έχει την μεγαλύτερη απόδοση (0,000485) σε σχέση με τις υπόλοιπες μετοχές έχει πολύ μικρό συντελεστή βήτα (0,0058) και έτσι η απόδοση της είναι πολύ ελκυστική στον επενδυτή γιατί δικαιολογείται από τον κίνδυνο που αντιστοιχεί σε αυτή την μετοχή.

Για να κατασκευάσουμε τον επόμενο πίνακα χρησιμοποιούμε την ταξινόμηση του πίνακα 3 αφού έχει ταξινομήσει όλες τις μετοχές βάση του συντελεστή της επιπλέον απόδοσης για κάθε μονάδα κινδύνου. Έχοντας βρει την τιμή του μη συστημικού κινδύνου για κάθε μετοχή και την τυπική απόκλιση του δείκτη της αγοράς από τις παλινδρομήσεις χρησιμοποιούμε τα δεδομένα για να κατασκευάσουμε το Cut off Rate

Πίνακας 4. Υπολογισμός Cut off rate

Μετοχή	Επιπλέον Απόδοση	Μη συστημικός κίνδυνος	Cut - off rate
ΚΑΡΑΤΖΗΣ Α.Ε	0,0078248	0,0005078	0,002385281
FLEXOPACK A.E.B.E.Π	0,0057690	0,0010989	0,004656211
Π.ΠΕΤΡΟΠΟΥΛΟΣ Α.Ε.Β.Ε	0,0054540	0,0002040	0,00529294
AYTOHELLAS A.E	0,0038977	0,0006181	0,004892043
EUROPAIKH PISTH	0,0033718	0,0006195	0,004500892
QUEST ΣΥΜΜΕΤΟΧΩΝ Α.Ε	0,0033510	0,0005838	0,004231348
ΚΡΙ - ΚΡΙ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΑ ΓΑΛΑΚΤΟΣ	0,0022685	0,0003737	0,003687386
Κ.Λ.Μ Α.Ε.	0,0020306	0,0010362	0,003646599
ΜΟΤΟΡ ΟΙΛ ΕΛΛΑΣ Α.Ε	0,0015446	0,0004589	0,002614899
ΓΡ. ΣΑΡΑΝΤΗΣ Α.Ε.Β.Ε	0,0014858	0,0007300	0,002553852
ΔΙΑΓΝ. & ΘΕΡ. ΚΕΝΤ. ΥΓΕΙΑ Α.Ε	0,0011807	0,0008832	0,002134285
M.L.S ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ Α.Ε	0,0010685	0,0001016	0,001930735
ΜΥΛΟΙ ΛΟΥΛΗ Α.Ε.	0,0010236	0,0009478	0,001923852
ΤΕΡΝΑ ΕΜΕΡΓΕΙΑΚΗ Α.Β.Ε.Τ.Ε	0,0009694	0,0004177	0,001657554
LAMDA DEVELOPMENT A.E	0,0007916	0,0005267	0,001539681
COCA COLA HBC AG	0,0007884	0,0002585	0,001484556
JUMBO A.E.T	0,0007403	0,0004735	0,001356355
ΓΕΚ ΤΕΡΝΑ Α.Ε	0,0006928	0,0004242	0,001194077
FOURLIS A.E.	0,0006688	0,0004675	0,001129733
ΝΗΡΕΥΣ Α.Ε.	0,0006344	0,0022175	0,001119884
ΜΥΤΙΛΗΝΑΙΟΣ Α.Ε	0,0005354	0,0002676	0,001004884
GRIVALIA PROPERTIES Α.Ε.Ε.Α.Π	0,0005242	0,0004166	0,000993001
ΑΕΡΟΠΟΡΙΑ ΑΙΓΑΊΟΥ	0,0004521	0,0003675	0,00096196
ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΛΙΜΕΝΟΣ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ	0,0004499	0,0004192	0,000952093
ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΤΗΛΕΠ/ΝΙΩΝ	0,0004483	0,0003060	0,000886653
ΤΙΤΑΝ Α.Ε ΤΣΙΜΕΝΤΩΝ	0,0003453	0,0003829	0,000857856
ΟΠΑΠ Α.Ε	0,0002609	0,0003577	0,00080188
ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΛΙΜΕΝΟΣ ΠΕΙΡΑΙΩΣ	0,0001837	0,0003366	0,000766683
ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΠΕΤΡΕΛΑΙΑ	0,0000609	0,0003040	0,00070229
VIOHALCO SA/NY	0,0000468	0,0005899	0,00066173
REDS A.E	0,0000074	0,0810154	0,000661642
ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΧΡΗΜ/ΡΙΑ Α.Ε	-0,0001146	0,0003252	0,00058251
ΕΤΑΙΡΙΑ ΥΔΡΕΥΣΕΩΣ Α.Ε	-0,0001484	0,0004268	0,000553332
ΘΕΣΣ/ΝΙΚΗ ΕΤΑΙΡΙΑ ΥΔ/ΣΕΩΣ	-0,0001911	0,0002733	0,000529038
MARFIN INVEST GROUP SA	-0,0002741	0,0013974	0,000494795
ΠΛΑΣΤΙΚΑ ΘΡΑΚΗΣ ΕΤ.ΣΥΜ Α.Ε.Ε	-0,0004046	0,2306948	0,000492711

ΠΛΑΙΣΙΟ COMPUTERS A.E	-0,0005041	0,0003148	0,000484299
ΕΛΛΑΚΤΩΡ Α.Ε	-0,0005190	0,0804233	0,00048335
Alpha Τράπεζα Α.Ε	-0,0007244	0,0011512	0,000395873
Δ.Ε.Η Α.Ε	-0,0007343	0,0008098	0,000339638
J & P ΑΒΑΞ Α.Ε	-0,0008897	0,1957655	0,000338115
INTRAKOM ΣΥΜΜΕΤΟΧΩΝ Α.Ε	-0,0013138	0,0022235	0,000318636
Attica Bank Α.Τ.Ε	-0,0013480	0,2845305	0,000315196
INTRAKOM ΚΑΤ. ΤΕΧΝ. Α.Ε	-0,0015350	1,0945972	0,000313229
ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΕΛΛΑΔΟΣ	-0,0015791	0,0016703	0,000214246
ΤΡΑΠΕΖΑ ΠΕΙΡΑΙΩΣ Α.Ε	-0,0018203	0,0022741	0,000118471
ΙΑΤΡΙΚΟ ΑΘΗΝΩΝ Ε.Α.Ε.	-0,0018228	0,0793769	0,00011846
ΤΡΑΠΕΖΑ EUROBANK ERGASIAS A.E	-0,0022275	0,6681804	0,000116545
ΕΛΑΣΤΟΝ Α.Β.Ε.Ε	-0,0039550	0,2779915	0,000116456
ΙΑΣΩ Α.Ε	-0,0040706	0,7890129	0,000115452
ΙΚΤΙΝΟΣ ΕΛΛΑΣ Α.Ε	-0,0052204	2,1276306	0,000113869
ΕΛΤΟΝ ΔΙΕΘΝΟΥΣ ΕΜΠ. Α.Ε.Β.Ε	-0,0093693	0,7926857	0,000113575
INTRALOT	-0,0103683	0,5149856	0,000113296
SPACE HELLAS A.E	-0,0214718	0,5613486	0,000111562

Το Cut Off Rate στον Πίνακα 4 υπολογίζεται ως :

$$C_i = \frac{\sigma_m^2 \sum_{j=1}^{i} \frac{(R_i - R_F)\beta_j}{\sigma_{ej}^2}}{1 + \sigma_m^2 \sum_{j=1}^{i} \left(\frac{\beta_j^2}{\sigma_{ej}^2}\right)}$$

Να σημειωθεί ότι διακύμανση του δείκτη της αγοράς έχει τιμή 0,65651250. Βάση της μεθοδολογίας η τιμή του Cut off Rate πρέπει να αυξάνεται ανά μετοχή μέχρι να πάρει μία μέγιστη τιμή και στην συνέχεια θα συνεχίσει να μειώνεται. Τα αποτελέσματα του πίνακα μας δίνουν την μέγιστη τιμή του C* ως 0,0052929 αυτή η τιμή βρίσκεται στην Τρίτη θέση στην μετοχή Πετρόπουλος, όλες οι υπόλοιπες μετοχές βάση της μεθοδολογίας του Cut off Rate δεν θα συμπεριληφθούν στο χαρτοφυλάκιο γιατί η απόδοση τους είναι πολύ μικρή ανά μονάδα κινδύνου και η εισαγωγή τους ενώ θα μπορούσε να φέρει μεγαλύτερη απόδοση θα έφερνε και μεγαλύτερο κίνδυνο οπότε η εισαγωγή τους δεν δικαιολογείται. Οι μετοχές που καταλήγουν στο τελικό χαρτοφυλάκιο είναι η μετοχή της Καρατζής Α.Ε, η μετοχή της Flexopack και η μετοχή της Π. Πετρόπουλος.

Στο τελευταίο πίνακα θα υπολογίσουμε τον συντελεστή Ζ κάθε μετοχής και μετά διαιρούμε το συντελεστή Ζ κάθε μετοχής με το άθροισμα των συντελεστών Ζ για να βρούμε τα ποσά που θα επενδύσουμε και το άριστο Χαρτοφυλάκιο.

Πίνακας 5. Ποσοστά μετοχών στο Τελικό χαρτοφυλάκιο

Μετοχή	**Επιπλέον Απόδοση**	**Συστημικός Κίνδυνος**	**C***	**Zi**	**Ποσοστό Συμμετοχής**
ΚΑΡΑΤΖΗΣ Α.Ε	0,008323079	17,170219	0,005293	0,052028	92,90%
FLEXOPACK Α.Ε.Β.Ε.Π	0,00589991	4,5112842	0,005293	0,002738	4,89%
Π.ΠΕΤΡΟΠΟΥΛΟΣ Α.Ε.Β.Ε	0,005579218	4,3144908	0,005293	0,001235	2,21%

Στον πίνακα 5 η τιμή του συντελεστή Ζ υπολογίζεται ως :

$$\mathrm{Z_i} = \frac{\beta_\mathrm{i}}{\sigma_{\mathrm{ei}}^2}\left(\frac{\mathrm{R_i} - \mathrm{R_F}}{\beta_\mathrm{i}} - \mathrm{C}^*\right)$$

Το ποσοστό επένδυσης σε κάθε μετοχή ως :

$$\text{Ποσοστό συμμετοχής} = \frac{\mathrm{Zi}}{\sum \mathrm{Z}_i}$$

Οπότε σύμφωνα με το υπόδειγμα του απλού δείκτη του Sharpe, 1963 και τη τεχνική Cut – off Rate , ένα άριστο χαρτοφυλάκιο στην ελληνική αγορά, θα επενδύσει το 92,9% του κεφαλαίου σε μετοχές της Καρατζής Α.Ε , το 4,89% σε μετοχές της Flexopack και το υπόλοιπο του κεφαλαίου σε μετοχές του Πετρόπουλου.

Συμπεράσματα

Στη διπλωματική εξετάστηκε τόσο το θεωρητικό όσο και ένα ερευνητικό κόμματι των τεχνικών κατασκευής χαρτοφυλακίου. Αρχικά παρουσιάστηκε η θεωρία του Markowitz για την κατασκευή των χαρτοφυλακίων και καταλήξαμε στην εύρεση του αποτελεσματικού συνόρου σύμφωνα με την θεωρία του. Εξετάστηκαν επιπλέον μέθοδοι κατασκευής του αποτελεσματικού συνόρου που βασίζονται σε μαθηματικές μεθόδους και μελετήθηκαν τα μοντέλα που χρησιμοποιούν διάφορους χρηματοοικονομικούς δείκτες για τον καθορισμό των αποτελεσμάτων.

Ειδικότερα έγινε αναφορά στο μοντέλο του ενός δείκτη που μας δίνει μια γρήγορη εικόνα στην ανάλυση μία μετοχής αλλά και μία πιο αποτελεσματική εικόνα. Η έρευνα της διπλωματικής βασίστηκε πάνω σε αυτή τη θεωρία. Στα πλαίσια της μελέτης χρησιμοποιήθηκαν τα δεδομένα τις τελευταίας πενταετίας του γενικού δείκτη τιμών του χρηματιστηρίου Αθηνών και των μετοχών που περιείχε. Οι μετοχές σύμφωνα με τη θεωρία του απλού δείκτη ταξινομήθηκαν βάση της απόδοσης που μας παρείχαν σε σχέση με τον κίνδυνο.

Στο συμπέρασμα που καταλήγουμε είναι ότι ο επενδυτής όταν επιλέγει μετοχές θα πρέπει να είναι προσεκτικός και να μην επιλέγει μετοχές οι οποίες μπορεί να του δώσουν μεγάλη απόδοση μόνο. Ο επενδυτής θα πρέπει για να κάνει σωστή ανάλυση να υπολογίζει τον κίνδυνο της εκάστοτε μετοχής σύμφωνα με το υπόδειγμα ενός δείκτη αυτό τον σκοπό τον εκπληρώνει ο συντελεστής βήτα. Η κατασκευή ενός χαρτοφυλακίου μετά από αυτό το σημείο είναι σχεδόν έτοιμη, ακολουθώντας την μεθοδολογία καταλήγουμε σε ένα δεύτερο συμπέρασμα, ο σχεδιασμός του χαρτοφυλακίου επηρεάζεται και από τον μη συστημικό κίνδυνο κάθε μετοχής.

Προτάσεις για μελλοντική έρευνα.

Η έρευνα της διπλωματικής εργασίας επικεντρώθηκε στο υπόδειγμα του ενός δείκτη του Sharpe για την κατασκευή ενός χαρτοφυλακίου. Μία σκέψη είναι όπως αναφέρεται και στη διπλωματική είναι ο καθορισμός του συντελεστή βήτα βάση των τεχνικών του Blume και του Vasicek και η σύγκριση και των τριών τεχνικών για να καθοριστεί ποια δίνει τα καλύτερα αποτελέσματα. Μία άλλη πρόταση είναι η κατασκευή χαρτοφυλακίων με την χρήση των υποδειγμάτων με πολλούς δείκτες του Fama and French και η σύγκριση των υποδειγμάτων αυτών σε σχέση με τα υπόλοιπα

Βιβλιογραφία

Alan L. Tucker, K. G. (1994). *Contempory Portofolio Theory and Management.* West Publishing Company.

Barr Rosenberg, M. (1973). The Prediction of Systematic and Specifc Risk in Common Stocks. *Journal of Financial and Quantitive Analysis*, 317-333.

Barr Rosenberg, V. M. (1975). The Prediction of Investment Rist. *Berkley Working Paper Series*.

Blume, M. (1975). Betas and their regression tendenies. *The journal of finance*, 785-790.

Blume, M. E. (1971). On the assesment of risk. *The Journal of Finance*, 73-152.

Chen, R. a. (1986). Economic Forces and the Stock Market. *Journal of Business*, 386 - 403.

Edwin Burmeister, M. B. (1986). The residual market factor, the APT, and mean-variance efficiency. *Discusion Paper University of Virginia and Duke University*.

Edwin J. Elton, M. J. (1978). ARE BETAS BEST? *The Journal of Finance*, 1375-1382.

Eltonm, E. G. (1977). Risk reduction and portfolio size. *Journal of Business*, 415-437.

Eugene Fama, K. F. (1993). Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, 3-56.

Evans, L. J. (1968). Diversification and the Reduction of Dispersion. *Journal of Finance*, 761-767.

Fishburn, P. ,. (1976). Optimal Portfolio With One SSafe and One Risky Asset. *Management Science*, 1064-1073.

Goetzmann, E. G. (2007). *Modern Portfolio Theory And Investent Analysis.* JOHN WILEY & SONS.

Gordon, A. (1976). The Deriviation of efficient sets. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 817-830.

Johnson, S. (1974). A Note of Diversification and the Reduction of dispersion. *Journal of Finance*, 365-372.

Kalman J. Cohen, J. A. (1967). An Empirical Evaluation of Alternative Portfolio-Selection Models. *The Journal of Business*, 166.

Keith C. Brown, F. R. (2009). *Analysis of Investment and Management of Portfolios.* Mason Ohio: South-Western Cengage Learning.

King, B. (1966). Market and Industry Factors in Industry Factors in Stock Price Behavior. *Journal of Business*, 139-140.

Klemkosky, M. (1975). The adjustment of betas forecasts. *The Journal of Finance*, 1123-1130.

Levy, R. (1971). On the short term Stationary Beta Coefficients. *Financial Analysts Journal*, 55-62.

Lewis, A. L. (1988). A Simple Algorith for the Portfolio Selection Problem. *Journal of Finance*, 71-82.

Lintner, J. (1965). The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments . *Review of Economics and Statistics*, 13-37.

Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*.

Markowitz, H. (n.d.). Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments. *New York: John Wiley & Sons.*

Sharpe, W. (1963). A Simplified Model for Portfolio Analysis. *Management Science*, 277-293.

Treynor, F. B. (1973). How to Use Security Analysis to Improve Portfolio Selection. *Journal of Business*, 66-88.

Vasicek, O. A. (1973). A note on using cross-sectional information in bayesian estimation of security betas. *The Journal of Finance*, 1234-1241.

W. Beaver, P. K. (1970). The Association Between Market Determined and Accounting Determined Risk Measures. *The accounting Review*, 654-682.

William Beaver, P. K. (1970). The Association between Market Determined and Accounting Determined Risk Measures. *The Accounting Review*, 654-682.

Νικόλαος Ηρειώτης, Β. Δ. (2009). *Ανάλυση Επενδύσεων και Διαχείριση Χαρτοφυλακίου.* Αθήνα: Rosili.