

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙΙ

ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΘΕΩΡΗΤΙΚΟΥ ΥΠΟΒΑΘΡΟΥ

1 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

Προκειμένου ο κίνδυνος αγοράς να εκτιμηθεί επακριβώς απαιτείται η γνώση τριών διαστάσεων της κατανομής των παραγόντων κινδύνου. Η πρώτη διάσταση αφορά την εκτίμηση της μέσης αναμενόμενης ζημίας (κέρδους) των αποδόσεων των παραγόντων κινδύνου στους οποίους το πιστωτικό ίδρυμα εκτίθεται. Η δεύτερη διάσταση πραγματεύεται τη μέγιστη αναμενόμενη δυνητική ζημιά (ΜΑΔΖ) και σχετίζεται με το μέγιστο μέγεθος της ζημίας που δύναται να εμφανιστεί βάσει κάποιου επιπέδου εμπιστοσύνης. Τέλος, η τελευταία συνιστώσα του

προβλήματος είναι η ακραία ζημία (stress loss) η οποία είναι, κατά κανόνα, μεγαλύτερη της ΜΑΔΖ και προέρχεται από την επίδραση κάποιου σπάνιου ή ακραίου αρνητικού γεγονότος στις τιμές των παραγόντων κινδύνου. Ο σύγχρονος διαχειριστής κινδύνου ασχολείται, κυρίως, με τις δύο τελευταίες διαστάσεις του ανωτέρω προβλήματος.

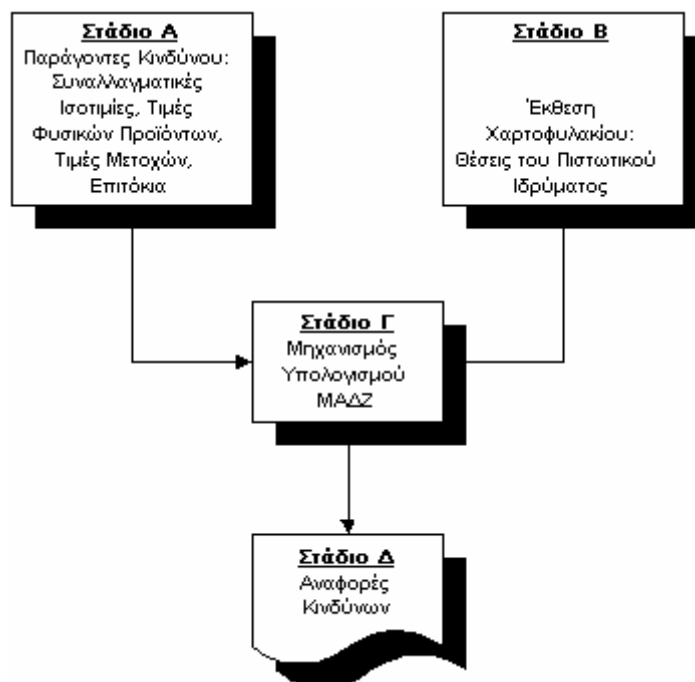
Προκειμένου να παράξουμε ακριβείς εκτιμήσεις, οι οποίες αναπαριστούν την ΜΑΔΖ ενός χαρτοφυλακίου, είναι απαραίτητη η χρήση των κατάλληλων παραγόντων κινδύνου τα χαρακτηριστικά των οποίων πρέπει, εκ των προτέρων, να αξιολογηθούν εκτενώς. Το κυριότερο στοιχείο που θα πρέπει να εξεταστεί είναι η ανάλυση της συμπεριφοράς των παραμέτρων οι οποίες εκτιμώνται με βάση τα Γενικευμένα Αυτοπαλίνδρομα Υπό – Συνθήκες Ετεροσκεδαστικά Υποδείγματα (ΓΑΥΣΕΥ ή GARCH), όπου αυτά εμπλέκονται. Η ανάλυση αυτών των παραμέτρων είναι αναγκαία για την ευθυγράμμιση των υποδειγμάτων ΓΑΥΣΕΥ με τους περιορισμούς και την αφανή ή εμφανή επιλογή υποδειγμάτων που επιβάλλει το υπάρχον κανονιστικό πλαίσιο της Επιτροπής της Βασιλείας (Market Risk Amendment, Basel Committee, 1996).

Πέραν της ανάλυσης των προαναφερθέντων παραμέτρων, θα πρέπει να εξεταστεί η συνολική μεθοδολογία και τα επιμέρους στάδια για κάθε μία από τις παραδοσιακές και ευρέως εφαρμοζόμενες μεθόδους υπολογισμού της ΜΑΔΖ, οι οποίες είναι η μέθοδος της διακύμανσης – συνδιακύμανσης, η μέθοδος της ιστορικής προσομοίωσης και η μέθοδος της προσομοίωσης Monte Carlo (η ανάλυση των σύγχρονων μεθόδων θα εξεταστεί παρακάτω).

Ο κίνδυνος αγοράς, σύμφωνα με την Τροποποίηση του μέρους της Συνθήκης της Βασιλείας που αφορά τον κίνδυνο αγοράς (1996), ορίζεται ως 'ο κίνδυνος εμφάνισης ζημιών που προέρχονται από εντός και εκτός ισολογισμού στοιχεία και οφείλονται σε μεταβολές των αγοραίων τιμών'. Τα εσωτερικά υποδείγματα ΜΑΔΖ που αναπτύσσονται από τα πιστωτικά ιδρύματα προσπαθούν να εκτιμήσουν τις ζημιές ενός χαρτοφυλακίου οι οποίες δύνανται να ανακύψουν κατά τη διάρκεια ενός προκαθορισμένου χρονικού διαστήματος (συχνά την

επόμενη εργάσιμη ημέρα) και δε θα υπερβαίνουν μια συγκεκριμένη συχνότητα εμφάνισής τους (π.χ. επίπεδο εμπιστοσύνης 99%, 95%, κτλ.).

**Σχήμα ΙΙ.1:
Βασική Ροή της μεθοδολογίας ΜΑΔΖ**



Σχεδόν κάθε μεθοδολογία εκτίμησης της ΜΑΔΖ υποθέτει ότι το χαρτοφυλάκιο για το οποίο εκτιμάται η ΜΑΔΖ θα παραμείνει σταθερό καθ' όλη τη διάρκεια της περιόδου διακράτησης. Πέραν της απλούστευσης αυτής, οι μεθοδολογίες ΜΑΔΖ υπόκεινται και σε κάποιες αφανείς αλλά περισσότερο σημαντικές αδυναμίες, οι οποίες συνδέονται με το γεγονός ότι δεν είναι δυνατόν να συλλάβουν ζημιές που παρουσιάζονται κατά τη διάρκεια μεταβατικών περιόδων. Προκειμένου να καλυφθούν οι περιπτώσεις εμφάνισης ακραίων γεγονότων ή γεγονότων που απαιτούν διαφορετική υποδειγματοποίηση, απαιτείται η εφαρμογή της τεχνικής του ελέγχου ακραίων καταστάσεων (βλέπε Κεφάλαιο IV).

Παρά τις εν γένει αδυναμίες της, η μεθοδολογία της ΜΑΔΖ βρίσκεται στην πρωτοκαθεδρία των υποδειγμάτων αντίληψης, αξιολόγησης και διαχείρισης των ανοιχτών θέσεων που ενέχουν κίνδυνο αγοράς, εξαιτίας της έλλειψης εναλλακτικών μεθόδων και της συνεχούς έρευνας για

την εφαρμογή υβριδικών υποδειγμάτων τα οποία θα αντιμετωπίζουν αποτελεσματικά τα μειονεκτήματα των παραδοσιακών μεθόδων.

Προκειμένου να εφαρμοστεί κάποιο υπόδειγμα ΜΑΔΖ, θα πρέπει να αξιολογηθούν προσεκτικά και να εισαχθούν αποτελεσματικά στο σύστημα εκτίμησης δύο είδη δεδομένων: τα δεδομένα της αγοράς και τα δεδομένα των ανοιχτών θέσεων (Σχήμα ΙΙ.1). Επιπλέον, κάθε μηχανισμός υπολογισμού της ΜΑΔΖ απαιτεί την επιλογή ή τον υπολογισμό των κατωτέρω :

- (i) μεταβλητοτήτων και συ-μεταβολών
- (ii) υποθέσεων για την κατανομή πιθανότητας των παραγόντων κινδύνου
- (iii) μήκους της χρονολογικής σειράς για την εκτίμηση των παραμέτρων
- (iv) χρονικής περιόδου διακράτησης και,
- (v) επιπέδου εμπιστοσύνης

Συνήθως, τα υποδείγματα αυτού του τύπου υποθέτουν ότι ο μέσος της κατανομής των παραγόντων κινδύνου είναι μηδέν για τα υψηλής συχνότητας δεδομένα (π.χ. 1 εβδομάδα, 1 ημέρα, κτλ.). Αντίθετα, κάποιες μελέτες, όπως αυτή των Jackson, Maude και Perraudin (1998), συμπεριέλαβαν τον μέσο στην εκτίμηση της μέγιστης αναμενόμενης δυνητικής ζημίας, χωρίς να υπάρξει οποιαδήποτε σημαντική διαφορά στα αποτελέσματα των δύο μεθόδων. Για δεδομένα με χαμηλότερη συχνότητα από μία (1) εβδομάδα προτείνεται η χρήση της μέσης τιμής στην εκτίμηση της ΜΑΔΖ, καθώς αυτές οι χρονολογικές σειρές δεν παρουσιάζουν κατά κανόνα μηδενικό μέσο στην κατανομή τους.

Στη συνέχεια του κεφαλαίου ακολουθεί ανάλυση των θεμελιωδών βημάτων και της δομής που απαιτούνται από τις παραδοσιακές και τις νεότερες μεθοδολογίες εκτίμησης της ΜΑΔΖ (π.χ. επιλογή δεδομένων, παράγοντες κινδύνου, παρεμβολές, χαρτογράφηση κτλ.) προκειμένου να υπάρξει μια εμπειριστατωμένη παράθεση των υπάρχοντων μεθόδων και των σχετιζόμενων πλεονεκτημάτων και μειονεκτημάτων που επισημαίνει η διεθνής βιβλιογραφία.

2 ΑΝΟΙΧΤΕΣ ΘΕΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

Ένα χαρτοφυλάκιο επενδυμένο σε διαπραγματεύσιμους τίτλους ενέχει κίνδυνο αγοράς ο οποίος σχετίζεται τόσο με την μεταβολή των αγοραίων τιμών όσο και από τη μεταβολή των θέσεων εξαιτίας της εξάσκησης κάποιου δικαιώματος έναντι των στοιχείων του χαρτοφυλακίου. Το δεύτερο είδος αβεβαιότητας εξαλείφεται με την υπόθεση της σταθερότητας του χαρτοφυλακίου καθ' όλη την περίοδο διακράτησης. Επομένως, η μόνη πηγή αβεβαιότητας παραμένει η μεταβολή των παραγόντων κινδύνου που αντιστοιχούν στα διαπραγματεύσιμα προϊόντα. Η μεγάλη πολυπλοκότητα στη αποτίμηση των χρηματοοικονομικών προϊόντων προκαλεί μεγαλύτερες απαιτήσεις αποθήκευσης των μεταβλητών που επηρεάζουν την αποτίμησή τους. Για παράδειγμα, οι παράγοντες κινδύνου οι οποίοι επηρεάζουν την τιμή των χαρτοφυλακίων:

- (i) μετοχών είναι η τιμές των μετοχών
- (ii) ομολόγων είναι τα επιτόκια
- (iii) δικαιωμάτων προαίρεσης σε μετοχές είναι η τιμή, η μεταβλητότητα και η μερισματική απόδοση του υποκείμενου προϊόντος, καθώς και τα τρέχοντα επιτόκια της αγοράς.

Δυσνητικά, υπάρχουν διάφοροι τύποι αγοραίων τιμών οι οποίοι θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν, όπως οι τιμές συναλλαγών, οι συμβατικές τιμές ή οι τιμές διακανονισμού. Οι τιμές συναλλαγών εμφανίζονται σε οργανωμένα χρηματιστήρια ή αγορές αποτελούν προϊόν κάποιας πραγματικής συναλλαγής και εμφανίζονται ανά άτακτα χρονικά διαστήματα κατά τη διάρκεια των ημερών και ωρών διαπραγμάτευσης. Οι συμβατικές τιμές δύναται να μην είναι τιμές συναλλαγών και να έχουν απλά προταθεί από τους ειδικούς διαπραγματευτές της αγοράς (τιμές αγοράς – πώλησης) ή να έχουν υπολογιστεί από ένα σύνολο τιμών συναλλαγής (μέσες τιμές) κατά τη διάρκεια της ημέρας συναλλαγής. Τέλος, οι τιμές διακανονισμού είναι συνήθως ένας συνδυασμός (συνά ένα σταθμισμένος μέσος όρος) από τιμές συναλλαγών οι οποίες εμφανίζονται προς το τέλος της ημέρας διαπραγμάτευσης.

Η συλλογή των τιμών διακανονισμού είναι το ίδιο εύκολη όσο και η καταγραφή των τιμών από το οργανωμένο χρηματιστήριο (Holton, 2003). Πάντως, η συλλογή αυτή δεν είναι απαλλαγμένη από προβλήματα δειγματοληψίας, καθώς, ενδεικτικά, τα χρηματιστήρια δε χρησιμοποιούν τον ίδιο τρόπο υπολογισμού της τιμής διακανονισμού, δεν παύουν τη συνεδρίαση την ίδια χρονική στιγμή και δεν έχουν τις ίδιες αργίες. Πέραν τούτου υπάρχουν χρηματιστηριακές αγορές οι οποίες λειτουργούν επί 24ώρου βάσεως και δεν αναφέρουν, επισήμως, τιμές διακανονισμού. Η παραπάνω δυσκολία είναι περισσότερο εμφανής όταν εμπλέκονται οι τιμές συναλλαγών. Οι τίτλοι με υψηλή ρευστότητα μπορεί να παράγουν καθημερινά δεκάδες χιλιάδες συναλλαγές οι οποίες είναι διεσπαρμένες σε ατάκτως κατανεμημένα χρονικά σημεία. Επομένως, για τα δεδομένα αυτά θα πρέπει να εφαρμοστεί κάποιος κανόνας δειγματοληψίας ο οποίος πρέπει να αφορά κάποια από τις ανώτερες τιμές, τις κατώτερες τιμές ή τις τιμές κλεισίματος. Ακόμα και αν χρησιμοποιηθεί κάποιος κανόνας δειγματοληψίας για τη συλλογή των δεδομένων των παρόντων κινδύνου στα ίδια χρονικά σημεία, το πρόβλημα της ασύγχρονης δειγματοληψίας παραμένει εφόσον για την εκτίμηση της MAΔΖ χρησιμοποιούνται γενικοί δείκτες χρηματοοικονομικών προϊόντων. Οι χρηματιστηριακοί δείκτες υπολογίζονται με βάση τις τιμές συναλλαγών κάποιων χρηματοοικονομικών ή φυσικών προϊόντων των οποίων οι συναλλαγές δεν γίνονται στα ίδια χρονικά σημεία. Επομένως, το πρόβλημα της ασύγχρονης δειγματοληψίας παραμένει αναπόσπαστο κομμάτι κάθε μεθοδολογίας υπολογισμού της MAΔΖ.

Η προπαρασκευή των δεδομένων για την εκτίμηση της MAΔΖ απαιτεί για τουλάχιστον δύο (μέθοδος διακύμανσης – συνδιακύμανσης και μέθοδος της προσομοίωσης Monte Carlo) από τις τρεις παραδοσιακές μεθόδους την εκτίμηση των μέτρων που αναπαριστούν την μεταβλητότητα των παραγόντων κινδύνου και τις συ-μεταβολές τους. Η περισσότερο συνηθισμένη κινητή μέση ισοσταθμισμένη εκτίμηση της ιστορικής μεταβλητότητας, διακρίνεται σε δύο κατηγορίες:

- (i) στη μεταβλητότητα η οποία εκτιμάται από την τυπική απόκλιση των λογαριθμικών μεταβολών (Shastri και Tandon, 1986; Cho και Frees, 1988; Ritchken, 1996) και,
- (ii) στη μεταβλητότητα η οποία εκτιμάται από την τυπική απόκλιση των αριθμητικών μεταβολών (Poterba και Summers, 1986; Schwert, 1990; Brailsford και Faff, 1996)

Πρόσφατες εμπειρικές μελέτες καθιστούν προτιμητέες τις εκτιμήσεις της ιστορικής μεταβλητότητας που βασίζονται στην πρώτη κατηγορία καθώς επιδεικνύουν σχετικά υψηλότερη στασιμότητα σε σχέση με τη δεύτερη μέθοδο.

Στην περίπτωση που η ΜΑΔΖ πρέπει να εκτιμηθεί για ένα χαρτοφυλάκιο που αποτελείται από περισσότερα του ενός προϊόντα είναι απαραίτητη η εκτίμηση της μήτρας διακύμανσης – συνδιακύμανσης ή της μήτρας συσχετίσεων σύμφωνα με τη παραμετρική μέθοδο και ημι – παραμετρική μέθοδο (βλέπε παρακάτω τη μέθοδο διακύμανσης – συνδιακύμανσης και την μέθοδο προσομοίωσης Monte Carlo). Έχει επίσης αποδειχθεί από τις παραπάνω μελέτες ότι και τα μέτρα των συ-μεταβολών των χρηματοοικονομικών προϊόντων που υπολογίζονται με βάση τις λογαριθμικές μεταβολές επιδεικνύουν ηγιότερη κατανομή και μεγαλύτερη στασιμότητα. Είναι φανερό ότι αυξάνοντας τον αριθμό των θέσεων (αριθμός προϊόντων), η διαδικασία υπολογισμού των ανωτέρω μήτρων απαιτεί περισσότερο χρόνο και διαθέσιμους πόρους. Επομένως, ο απαιτούμενος χρόνος για την εκτίμηση της ΜΑΔΖ μέσω των παραμετρικών και ημι – παραμετρικών υποδειγμάτων είναι θετική συνάρτηση του αριθμού των ανοιχτών θέσεων. Αντίθετα, η εκτίμηση της ΜΑΔΖ μέσω ιστορικής προσομοίωσης δε αντιμετωπίζει σημαντικά προβλήματα επιφόρτισης του μηχανισμού υπολογισμού της ΜΑΔΖ με την αύξηση του αριθμού των ανοιχτών θέσεων, αν και η αύξηση αυτή έχει άμεσο αντίκτυπο στις ανάγκες αποθήκευσης των ιστορικών σειρών των παραγόντων κινδύνου που τις αφορούν.

Ο αντίκτυπος των παραγόντων κινδύνου στα χαρτοφυλάκια που έχουν γραμμικά (ή προσεγγιστικά γραμμικά) συμπεριφερόμενες θέσεις (μετοχές, συναλλαγματικές θέσεις και φυσικά προϊόντα) μπορεί εύκολα να παρατηρηθεί από τις μεταβολές των χρηματιστηριακών

τιμών, καθώς η ελαστικότητα (ευαισθησία) αυτών των θέσεων είναι μοναδιαία. Επομένως, δεν υπάρχει η αναγκαιότητα χρήσης οποιουδήποτε υποδείγματος αποτίμησης ώστε να αποτιμηθούν τα προϊόντα αυτά (μετοχές, συναλλαγματικές ισοτιμίες, φυσικά προϊόντα, κτλ.) μιας και η αποτίμησή τους παρέχεται απ' ευθείας από την αγορά. Εν αντιθέσει, οι παράγοντες κινδύνου οι οποίοι αντιπροσωπεύουν τον κίνδυνο επιτοκίου δεν μπορούν να αντληθούν απευθείας από κάποια οργανωμένη αγορά, καθώς δεν υπάρχουν συνεχείς αντιπροσωπευτικές τιμές των προϊόντων επιτοκίου που έχουν ορισμένη διάρκεια έως τη λήξη τους. Επομένως, είναι αναγκαία η χρήση των επιτοκίων τα οποία επηρεάζουν μη-γραμμικά τις τιμές των ομολόγων ή των προϊόντων σταθερού εισοδήματος.

Τα δεδομένα που σχετίζονται με τους παράγοντες κινδύνου μπορεί να περιέχουν σφάλματα, κυρίως, λόγω τριών γεννητριών διαδικασιών. Πρώτον, οι αναριθμητισμοί ή η λάθος τοποθέτηση της υποδιαστολής μπορεί να δημιουργήσουν εικονική αύξηση ή μείωση της μεταβλητότητας. Δεύτερον, τα επαναλαμβανόμενα δεδομένα, λόγω λάθους στην καταχώριση, μπορεί να οδηγήσουν στο ίδιο αποτέλεσμα και, τρίτον, στοιχεία που λείπουν ή έχουν καταχωρηθεί ως μηδενικά μπορούν με τη σειρά τους να επηρεάσουν ανοδικά ή καθοδικά τη μεταβλητότητα. Η εκτίμηση των στοιχείων που παραλήφθηκαν γίνεται με κάποια από τις τεχνικές παρεμβολών που περιγράφονται αναλυτικά παρακάτω.

2.1 ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΜΕΤΟΧΩΝ, ΣΥΝ/ΚΩΝ ΙΣΟΤΙΜΙΩΝ & ΦΥΣΙΚΩΝ ΠΡΟΪΟΝΤΩΝ

Η προσέγγιση του γενικού κινδύνου αγοράς για χαρτοφυλάκια μετοχών τα οποία είναι επαρκώς διαφοροποιημένα σε εθνικό επίπεδο μπορεί να γίνει με τη χρήση εθνικών χρηματιστηριακών δεικτών και τη συνδρομή του συντελεστή 'βήττα'. Το μέρος του ειδικού κινδύνου το οποίο αναφέρεται σε μεμονωμένες μετοχές και εμφανίζεται στη χρηματιστηριακή αγορά (ιδιοσυγκρατικός κίνδυνος) υπολογίζεται από την τυπική απόκλιση των καταλοίπων (βλέπε ενότητα 6). Εναλλακτικά, δύναται να χρησιμοποιηθούν αντίστοιχα συμβόλαια

μελλοντικής εκπλήρωσης σε χρηματιστηριακούς δείκτες, αν αποδειχτεί ότι αυτά αποτελούν αποτελεσματικούς και αμερόληπτους εκτιμητές της μελλοντικής τιμής του δείκτη. Το εύρος των παραπάνω χρησιμοποιούμενων δεικτών μπορεί ποικίλει και θεωρητικά μπορεί να εκτείνεται έως κάποιο παγκόσμιο χρηματιστηριακό δείκτη, εφόσον τα υποχαρτοφυλάκια που περιέχει είναι επαρκώς διαφοροποιημένα και οι τιμές 'βήτα' δεν αφήνουν εκτός εκτίμησης μεγάλο μέρος του ειδικού κινδύνου. Ειδάλλως, θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί μεγαλύτερο εύρος παραγόντων κινδύνου το οποίο μπορεί να φτάνει μέχρι και το επίπεδο του μεμονωμένου προϊόντος.

Μια άλλη κατηγορία παραγόντων κινδύνου, σχετιζόμενη στενά με τις διεθνείς επενδύσεις σε μετοχές είναι οι συναλλαγματικές ισοτιμίες. Οι συναλλαγματικές ισοτιμίες, εκτός του ότι επηρεάζουν την αξία των συναλλαγματικών διαθεσίμων, επηρεάζουν την αξία του συνόλου των επενδύσεων οι οποίες διενεργήθηκαν σε επικράτεια όπου κυριαρχεί διαφορετικό νόμισμα από αυτό που κυριαρχεί στην επικράτεια που εδρεύει ο επενδυτής. Παρόλα αυτά, οι παράγοντες κινδύνου που σχετίζονται με τις συναλλαγματικές ισοτιμίες περιορίζονται στο πλήθος των διαφορετικών νομισμάτων της τελικής επένδυσης.

2.2 ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΕΠΙΤΟΚΙΩΝ

Τα χρεόγραφα των οποίων η αποτίμηση βασίζεται στα επιτόκια, αντιμετωπίζονται διαφορετικά απ' ότι τα υπόλοιπα προϊόντα που προαναφέρθηκαν γιατί έχουν ένα ξεχωριστό χαρακτηριστικό: την περιορισμένη χρονική τους διάρκεια. Έτσι, για να εξεταστεί η συμπεριφορά κάποιου τέτοιου προϊόντος είναι αναγκαίο να αναφερόμαστε σε ένα παρόμοιο προϊόν (προϊόν αναφοράς). Αυτή η ιδιαιτερότητα επιβάλλεται ώστε να αποκτηθούν χρονολογικές σειρές για την ανάλυση και τον υπολογισμό της ΜΑΔΖ. Τις περισσότερες φορές η διάρκεια μέχρι τη λήξη του υπό εξέταση προϊόντος και του προϊόντος αναφοράς δεν συμπίπτουν με αποτέλεσμα να μην υπάρχουν διαθέσιμα επιτόκια για την εναπομένουσα διάρκεια μέχρι τη λήξη. Σε αυτές τις περιπτώσεις είναι απαραίτητο να διενεργηθεί κάποιου

είδους παρεμβολή ανάμεσα στο επιτόκιο που τεκμαίρεται από κάποιο προϊόν αναφοράς με μικρότερη εναπομείνασα διάρκεια μέχρι τη λήξη και στο επιτόκιο που τεκμαίρεται από κάποιο προϊόν αναφοράς με μεγαλύτερη εναπομείνασα διάρκεια μέχρι τη λήξη, σε σχέση με το υπό εξέταση προϊόν.

2.2.1 ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΠΡΟΕΞΟΦΛΗΣΗΣ ΜΗΔΕΝΙΚΟΥ ΤΟΚΟΜΕΡΙΔΙΟΥ

Τα συνήθη υποδείγματα αποτίμησης προϊόντων σταθερού εισοδήματος υποθέτουν ότι υπάρχει ένα μοναδικό επιτόκιο το οποίο χαρακτηρίζει τις αποδόσεις του συγκεκριμένου προϊόντος σταθερού εισοδήματος και ερμηνεύει όλες τις χρηματικές ροές που εμφανίζονται κατά τη διάρκεια της ζωής του. Η ανεδαφικότητα της παραπάνω απλούστευσης αποδεικνύεται συγκρίνοντας ένα ομόλογο με εναπομείνασα διάρκεια ενός έτους και ένα ομόλογο με εναπομείνασα διάρκεια δύο έτη. Η χρηματική ροή που εμφανίζεται στο πρώτο από τα δύο έτη ζωής του δεύτερου ομολόγου μπορεί να εμφανίζει διαφορετική απόδοση από την απόδοση της χρηματικής ροής για το ίδιο χρονικό διάστημα του πρώτου ομολόγου. Το φαινόμενο αυτό δεν είναι δυνατόν να συμβαίνει σε μια αποτελεσματική αγορά. Στην προσπάθεια οι χρηματικές ροές που εμφανίζονται στο ίδιο χρονικό σημείο (ασχέτως αν η χρηματική ροή είναι μέρος ενός προϊόντος με ζωή ενός, δύο, τριών ή δέκα ετών) να αντιπροσωπεύονται από ένα επιτόκιο εισάγεται η έννοια των συντελεστών προεξόφλησης μηδενικού τοκομεριδίου. Σύμφωνα με αυτήν την προσέγγιση χρησιμοποιείται η απόδοση στη λήξη του προϊόντος σταθερού εισοδήματος το οποίο έχει την μικρότερη εναπομείνασα ζωή για να υπολογιστεί ο αρχικός συντελεστής προεξόφλησης. Στη συνέχεια ο συντελεστής αυτός χρησιμεύει στη διαδοχική εκτίμηση των αποδόσεων που αντιστοιχούν σε χρηματικές ροές που εμφανίζονται σε μεταγενέστερα χρονικά σημεία.

Ο αρχικός συντελεστής προεξόφλησης υπολογίζεται ως εξής:

$$B(t, t_1) = \frac{1}{1 + y_1} \quad (\text{II.1})$$

όπου

$B(t, t_1)$: αρχικός συντελεστής προεξόφλησης μηδενικού τοκομεριδίου
 y_1 : απόδοση στη λήξη για ένα έτος

Προκειμένου να υπολογιστεί ο συντελεστής προεξόφλησης μηδενικού τοκομεριδίου για το δεύτερο έτος ενός ομολόγου με δύο έτη εναπομείνουσας ζωής, χρησιμοποιείται ο αρχικός συντελεστής $B(t, t_1)$ για να προεξοφληθούν οι χρηματικές ροές του πρώτου έτους και ο συντελεστής $B(t, t_2)$ για να προεξοφληθούν οι χρηματικές ροές του δεύτερου έτους. Οι τιμές των δύο αυτών συντελεστών συνδυαζόμενοι με τις χρηματικές ροές θα πρέπει να παράγουν την ονομαστική αξία του προϊόντος.

Ο συντελεστής προεξόφλησης μηδενικού τοκομεριδίου για τη δεύτερη περίοδο δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$B(t, t_2) = \frac{1 - B(t, t_1)y_2}{1 + y_2} \quad (\text{II.2})$$

όπου

$B(t, t_2)$: συντελεστής προεξόφλησης μηδενικού τοκομεριδίου για το δεύτερο έτος
 y_2 : απόδοση για το δεύτερο έτος

Ο Lawrence (1996), γενικεύοντας την παραπάνω προσέγγιση (για το υπολογιστικό μέρος βλέπε Παράρτημα), περιέγραψε το συντελεστή προεξόφλησης μηδενικού τοκομεριδίου για κάθε περίοδο ενός ομολόγου με n περιόδους ζωής ως:

$$B(t, t_n) = \frac{1 - \left(\sum_{i=1}^{n-1} B(t, t_i) \right) y_n}{1 + y_n} \quad (\text{II.3})$$

Η παραπάνω μεθοδολογία βασίζεται σε άκρως περιοριστικές υποθέσεις που αφορούν το χρονικό σημείο απόδοσης των τοκομεριδίων, τα χρονικά διαστήματα που μεσολαβούν μεταξύ της αποπληρωμής τους και τον τρόπο προεξόφλησής τους. Έτσι, η χρονική στιγμή υπολογισμού των προεξοφλητικών επιτοκίων θεωρείται ότι συμπίπτει με την έναρξη μιας πλήρους περιόδου στο τέλος της οποίας θα αποπληρωθεί το τοκομερίδιο. Επίσης, τα χρονικά διαστήματα που μεσολαβούν ανάμεσα στην αποπληρωμή των τοκομεριδίων θεωρούνται ότι είναι ίσης διάρκειας και ότι η προεξόφληση που διενεργείται δεν είναι προεξόφληση συνεχούς χρόνου.

Το πρόβλημα της υπόθεσης των ίσων χρονικών αποστάσεων μεταξύ των τοκομεριδίων αντιμετωπίζεται με τον εξής τύπο (Deutsch, 2004):

$$B(t, t_n) = \frac{1 - \left(\sum_{i=1}^{n-1} B(t, t_i) \tau_i \right) y_n}{1 + y_n \tau_n} \quad (\text{II.4})$$

όπου

τ_i : η χρονική περίοδος μεταξύ δύο διαδοχικών τοκομεριδίων

Τέλος, ο Deutsch (2004) προτείνει τον γενικό τύπο υπολογισμού του προεξοφλητικού επιτοκίου μηδενικού τοκομεριδίου ο οποίος είναι απελευθερωμένος από κάθε είδους απλουστευτικές υποθέσεις:

$$\underbrace{B(t, t_n)}_{\substack{\text{Προεξοφλητικό} \\ \text{Επιτόκιο} \\ \text{Μηδενικού} \\ \text{Τοκομεριδίου}}} = B(t_{n-1}, t_n) \left(B(t_m, t)^{-1} - \sum_{i=m+1}^{n-1} \underbrace{B(t, t_i)}_{\substack{\text{Προεξοφλητικό} \\ \text{Επιτόκιο} \\ \text{Μηδενικού} \\ \text{Τοκομεριδίου}}} \left[B(t_{i-1}, t_i)^{-1} - 1 \right] \right) \quad (\text{II.5})$$

όπου

t_m : η έναρξη μιας πλήρους περιόδου αποπληρωμής τοκομεριδίου
 με $t_m \leq t < t_{m+1} < t_{m+2} < \dots < t_n$ και $m \geq m+1$

2.2.2 ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΑΡΕΜΒΟΛΩΝ

Όπως προαναφέρθηκε, η χρονική διάρκεια του προϊόντος αναφοράς σπάνια συμπίπτει με την χρονική διάρκεια του αντίστοιχου προϊόντος του χαρτοφυλακίου. Επομένως, είναι αναγκαία η εκτίμηση κάποιου επιτοκίου το οποίο βρίσκεται ανάμεσα στα επίπεδα των επιτοκίων που ορίζονται από δύο εκατέρωθεν προϊόντα αναφοράς.

Έχοντας κάποιο σύνολο διακριτών δεδομένων που αφορούν τη χρονική διάρκεια μέχρι τη λήξη x_k και το αντίστοιχο επιτόκιο y_k :

$$\{(x_k, y_k)\}, k = 0, \dots, N$$

βάσει των οποίων προσεγγίζουμε την καμπύλη αποδόσεων, το βασικό πρόβλημα έγκειται στη βέλτιστη χρήση αυτής της καμπύλης ώστε να προσδιοριστούν άλλα σημεία (x, y) της καμπύλης.

Η πιο απλή και κατανοητή μέθοδος εκτίμησης αυτών των σημείων είναι η γραμμική παρεμβολή. Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, τα ενδιάμεσα σημεία προσεγγίζονται θεωρώντας ότι τα βασικά σημεία ενώνονται μεταξύ τους με ευθύγραμμα τμήματα. Έτσι η προσέγγιση κάποιας τιμής επιτοκίου y , δεδομένου ότι αυτό αντιστοιχεί στο χρονικό σημείο x που βρίσκεται μέσα στο διάστημα $[x_k, x_{k+1}]$, επιτυγχάνεται μέσω του μαθηματικού τύπου:

$$y = y_k + \frac{y_{k+1} - y_k}{x_{k+1} - x_k} (x - x_k) \quad (\text{II.6})$$

Το πλεονέκτημα της γραμμικής παρεμβολής είναι η απλότητά της και το γεγονός ότι σε πολλές περιπτώσεις μπορεί να οδηγήσει σε καλές προσεγγίσεις της πραγματικότητας. Από την

άλλη πλευρά, το μειονέκτημα της μεθόδου έγκειται στο ότι η προσέγγιση της καμπύλης δεν είναι ήπια, αν και η πραγματική καμπύλη μπορεί να είναι.

Το μειονέκτημα αυτό αντιμετωπίζεται από τη μέθοδο της πολυωνυμικής παρεμβολής η οποία επιτρέπει την υπόθεση ύπαρξης ηπιότερων καμπυλών επιτοκίων. Η κυβική παρεμβολή, ως υποσύνολο της παραπάνω μεθόδου, χρησιμοποιεί ένα πολώνυμο τρίτου βαθμού για να επιτελέσει την παρεμβολή μεταξύ δύο γειτονικών επιτοκίων (Mathews, 1987; Miron and Swannell, 1991; Holton, 2003). Μια καμπύλη $S(x)$ προσομοιώνει την κυβική καμπύλη αν:

- (i) σε κάθε διάστημα $[x_k, x_{k+1}]$ υπάρχει ένα κυβικό πολώνυμο

$$a_{k1} + a_{k2}(x - x_k) + a_{k3}(x - x_k)^2 + a_{k4}(x - x_k)^3 \quad (\text{II.7})$$

- (ii) το οποίο περνάει από κάθε σημείο,
 (iii) είναι συνεχές,
 (iv) η πρώτη παράγωγός του είναι συνεχής και,
 (v) η δεύτερη παράγωγός του είναι συνεχής.

Συνοψίζοντας, η προαναφερθείσα μέθοδος δημιουργεί μια ήπια καμπύλη της οποίας η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος είναι συνεχείς. Το ανωτέρω πολώνυμο έχει $4N$ βαθμούς ελευθερίας το οποίο μπορεί εύκολα να φανεί διότι υπάρχουν N διαστήματα και σε κάθε διάστημα θα πρέπει να καθορισθεί το a_{ki} , $i=1, \dots, 4$. Από τη συνθήκη (ii) προσδιορίζονται $N+1$ βαθμοί ελευθερίας (ένας για κάθε σημείο), ενώ από τη συνθήκη (iii) ορίζονται $N-1$ βαθμοί ελευθερίας (ένας για κάθε σημείο κατώτερου βαθμού) και από τις (iv) και (v) προκύπτουν $2N-2$ βαθμοί ελευθερίας (ένας για κάθε σημείο κατώτερου βαθμού).

Έτσι, ορίζονται $4N-2$ βαθμοί ελευθερίας, οι οποίοι αφήνουν 2 να οριστούν, έναν σε κάθε άκρο x_0 και x_N . Προκειμένου να δημιουργηθεί ένα φυσικό κυβικό πολώνυμο θα πρέπει να ισχύει η συνθήκη:

$$S''(x_0) = S''(x_N) = 0 \quad (\text{II.8})$$

Έχοντας καθορίσει όλους τους βαθμούς ελευθερίας, θα πρέπει να λυθεί το γραμμικό σύστημα για τα a_{ki} . Τελικά, δεδομένου ότι το χρονικό σημείο x βρίσκεται μέσα στο διάστημα $[x_k, x_{k+1}]$, το y μπορεί να υπολογισθεί ως εξής:

$$y = a_{k1} + a_{k2}(x - x_k) + a_{k3}(x - x_k)^2 + a_{k4}(x - x_k)^3 \quad (\text{II.9})$$

Η τρίτη, αλλά όχι η λιγότερο διαδεδομένη μέθοδος, είναι αυτή της εκθετικής παρεμβολής. Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται όταν πρέπει να προσεγγιστεί μια καμπύλη αποδόσεων η οποία εκτιμάται ότι είναι εκθετική.

Η εκθετική παρεμβολή σημειολογικά εκφράζεται ως:

$$y = y_1 e^{(t_2 - t)} + y_2 e^{(t - t_1)} \quad (\text{II.10})$$

Ο Lawrence (1996) παρουσιάζει αναλυτικά τη γραμμική και την εκθετική παρεμβολή. Ανακεφαλαιώνοντας, μεταξύ όλων των τεχνικών παρεμβολών η παρεμβολή δευτέρου βαθμού (Dodgson, 1997) και η πολυωνυμική παρεμβολή παράγουν τα ομαλότερα αποτελέσματα σε σχέση με τις άλλες μεθόδους παρεμβολών. Αντίθετα, οι παραπάνω μέθοδοι παράγουν ασυνήθιστα αποτελέσματα αν τα πρωτογενή σημεία δεν είναι ομοιόμορφα κατανεμημένα και κάποια είναι περισσότερο συγκεντρωμένα σε σχέση με κάποια άλλα (Holton, 2003).

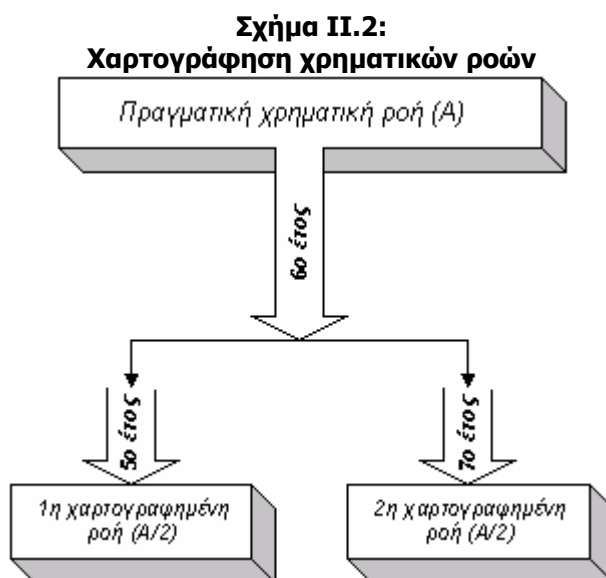
2.2.3 ΜΕΘΟΔΟΙ ΧΑΡΤΟΓΡΑΦΗΣΗΣ ΧΡΗΜΑΤΙΚΩΝ ΡΟΩΝ

Η σύνθεση της καμπύλης επιτοκίων προϋποθέτει την ύπαρξη κάποιων βασικών επιτοκίων τα οποία αντιστοιχούν σε προκαθορισμένες ληκτότητες. Όπως προαναφέρθηκε, οι χρηματικές

ροές (στην πραγματικότητα η συντριπτική πλειοψηφία των χρηματικών ροών) δύναται να εμφανιστούν σε διαφορετική χρονική στιγμή, πέραν των ήδη καθορισμένων, δημιουργώντας ένα επιπλέον πρόβλημα προς επίλυση. Έτσι, θα πρέπει να διενεργηθεί χαρτογράφηση ή κατανομή των χρηματικών ροών σε δύο επιμέρους χρηματικές ροές στα εκατέρωθεν γειτονικά σημεία της καμπύλης επιτοκίων.

Για να επιτευχθεί κάτι τέτοιο θα πρέπει να διασφαλιστεί ότι:

- (i) η συνολική αξία της πραγματικής χρηματικής ροής ισούται με το σύνολο των χαρτογραφημένων χρηματικών ροών,
- (ii) οι δύο χαρτογραφημένες χρηματικές ροές να έχουν το ίδιο πρόσημο με την πραγματική χρηματική ροή και,
- (iii) ο κίνδυνος αγοράς του χαρτοφυλακίου των δύο χαρτογραφημένων χρηματικών ροών να ισούται με τον κίνδυνο αγοράς της πραγματικής χρηματικής ροής.



Στο σχήμα II.2 παρουσιάζεται παραστατικά η χαρτογράφηση μιας χρηματικής ροής A η οποία παρατηρείται κατά το 6^ο έτος, χρονικό σημείο το οποίο δεν αντιστοιχεί στις βασικές προκαθορισμένες ημερομηνίες λήξης (5^ο & 7^ο έτος). Για να βρεθεί η ακριβής αναλογία

σύμφωνα με την οποία θα πρέπει να κατανεμηθεί η πραγματική ροή θα πρέπει να ακολουθηθούν τα παρακάτω βήματα:

- (i) γραμμική παρεμβολή (RiskMetrics, 1996) μεταξύ των άνω και κάτω κοντινότερων γειτονικών επιτοκίων,
- (ii) υπολογισμός της παρούσας αξίας της πραγματικής χρηματικής ροής χρησιμοποιώντας το παρεμβαλλόμενο επιτόκιο προεξόφλησης,
- (iii) παρεμβολή (η RiskMetrics προτείνει γραμμική παρεμβολή) μεταξύ των άνω και κάτω κοντινότερων γειτονικών μεταβλητοτήτων των επιτοκίων προεξόφλησης και,
- (iv) υπολογισμός των αναλογιών γ και $(1-\gamma)$ έτσι ώστε οι μεταβλητότητες των μεταβολών της τιμής του ομολόγου των γειτονικών σημείων ισούται με την εκτιμώμενη μεταβλητότητα της πραγματικής ληκτότητας:

$$\sigma_t^2 = \gamma^2 \sigma_{t-1}^2 + (1-\gamma)^2 \sigma_{t+1}^2 + 2\gamma(1-\gamma)\rho\sigma_{t-1}\sigma_{t+1} \quad (\text{II.11})$$

Η θετική ρίζα του παραπάνω πολυωνύμου αποτελεί την αναλογία που αντιστοιχίζεται στον έναν από τους δύο κόμβους της καμπύλης ενώ το υπόλοιπο αντιστοιχίζεται στον έτερο γειτονικό κόμβο.

3 ΤΙΜΟΛΟΓΗΣΗ ΧΡΗΜ/ΚΩΝ ΠΡΟΪΟΝΤΩΝ

Τα χαρτοφυλάκια των πιστωτικών ιδρυμάτων περιλαμβάνουν, κατά κύριο λόγο, θέσεις σε μετοχές, συνάλλαγμα, συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης, δικαιώματα προαίρεσης, συμφωνίας ανταλλαγής επιτοκίων και δικαιώματα προαίρεσης σε συμφωνίες ανταλλαγής επιτοκίων. Οι τιμές των τριών πρώτων κατηγοριών προϊόντων, παρά τα υποδείγματα αποτίμησης που τις προσδιορίζουν, μπορούν να παρατηρηθούν σε μια οργανωμένη αγορά σε συνεχόμενη βάση. Αντίθετα, οι τρεις τελευταίες κατηγορίες είτε διαπραγματεύονται

εξωχρηματοστηριακά είτε δεν παρατηρούνται σε συνεχόμενη βάση και θα πρέπει να αποτιμηθούν μέσω κάποιου υποδείγματος αποτίμησης.

Η θεωρία για την αποτίμηση των δικαιωμάτων προαίρεσης υπαγορεύει ότι η τιμή ενός ευρωπαϊκού τύπου δικαιώματος προαίρεσης περιγράφεται ως συνάρτηση πέντε (5) παραμέτρων. Το γενικό υπόδειγμα αποτίμησης έχει ως εξής:

$$C = f(S, K, \tau, \sigma, \theta) \quad (\text{II.12})$$

όπου

- S: η τιμή του υποκείμενου προϊόντος S τη χρονική στιγμή t
- K: η τιμή εξάσκησης
- τ : ο χρόνος μέχρι τη λήξη
- σ : η μεταβλητότητα του υποκείμενου προϊόντος εκφρασμένη σε δεκαδική μορφή
- θ : το σύνολο των σχετικών επιτοκίων

Πίνακας II.1:
Κατηγοριοποίηση των κινδύνων αγοράς

<i>Κατηγορία προϊόντων</i>	<i>Κατηγορία επιτοκίων</i>	<i>Κατηγορία συναλλάγματος</i>	<i>Κατηγορία μετοχών</i>	<i>Κατηγορία φυσικών προϊόντων</i>
<i>Προϊόντα άμεσου διακανονισμού</i>	κανένας κίνδυνος	συναλλαγματικός κίνδυνος	Γενικός κίνδυνος, ειδικός κίνδυνος	ειδικός κίνδυνος
<i>Συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης (κίνδυνος βάσης)</i>	απόλυτος κίνδυνος, κίνδυνος καμπύλης επιτοκίων, κίνδυνος περιθωρίου, ειδικός κίνδυνος	Κίνδυνος απόδοσης επιτοκίων (νόμισμα 1 & νόμισμα 2)	Κίνδυνος μερίσματος, κίνδυνος απόδοσης συμβολαίων επαναγοράς	κίνδυνος απόδοσης συμβολαίων επαναγοράς, κίνδυνος ζήτησης / προσφοράς
<i>Δικαιώματα προαίρεσης (αβεβαιότητα εξάσκησης)</i>	κίνδυνος μεταβλητότητας, κίνδυνος καμπυλότητας	Κίνδυνος μεταβλητότητας, κίνδυνος καμπυλότητας	Κίνδυνος μεταβλητότητας, κίνδυνος καμπυλότητας	κίνδυνος μεταβλητότητας, κίνδυνος καμπυλότητας

Πηγή: The Practice of Risk Management, Euromoney Books, 1998

Οι Black και Scholes (1973), υποθέτοντας ουδετερότητα κινδύνου, πρότειναν για την αποτίμηση μιας μετοχής, η οποία δεν αποδίδει μέρισμα στους κατόχους της, το παρακάτω υπόδειγμα:

$$C = SN(h) - Ke^{-r\tau} N(h - \sigma\sqrt{\tau}) \quad (\text{II.13})$$

όπου,

$$h = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

και r είναι το επιτόκιο των εντόκων γραμματίων του δημοσίου εκφρασμένο σε δεκαδική μορφή.

Ο Black (1976) τροποποίησε το ανωτέρω υπόδειγμα για να προσδιορίσει τη θεωρητική τιμή των ευρωπαϊκού τύπου δικαιωμάτων προαίρεσης σε συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης και φυσικά προϊόντα.

$$C = e^{-r\tau} [SN(h) - KN(h + \sigma\sqrt{\tau})] \quad (\text{II.14})$$

όπου,

$$h = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(\frac{\sigma^2}{2}\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

Ο Merton (1973) επέκτεινε το υπόδειγμα BS για να αποτιμήσει δικαιώματα προαίρεσης σε μετοχές οι οποίες αποδίδουν σταθερό μέρισμα στους κατόχους τους. Οι Biger και Hull (1983) και οι Garman και Kohlhagen (1983) θεώρησαν ότι το υπόδειγμα του Merton μπορεί να εφαρμοστεί στην αποτίμηση των δικαιωμάτων προαίρεσης σε συναλλαγματικές ισοτιμίες με το μέρισμα να αντικαθίσταται με το επιτόκιο των εντόκων γραμματίων του δημοσίου της αλλοδαπής. Αυτή η διαδικασία παρήγαγε το τροποποιημένο υπόδειγμα BS για την αποτίμηση των δικαιωμάτων αγοράς σε συναλλαγματικές ισοτιμίες. Το υπόδειγμα αυτό έχει ως εξής:

$$C = e^{-r_f \tau} SN(h_1) - e^{-r_d \tau} KN(h_2) \quad (\text{II.15})$$

όπου,

$$h_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r_d - r_f + \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

$$h_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r_d - r_f - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

και r_f , r_d είναι το επιτόκιο των εντόκων γραμματίων του δημοσίου της αλλοδαπής και το εγχώριο επιτόκιο των εντόκων γραμματίων του δημοσίου, αντίστοιχα.

Η βιβλιογραφία διαιρείται σε τέσσερις διαφορετικές προσεγγίσεις για να πιστοποιήσει την εγκυρότητα των υποδειγμάτων αποτίμησης δικαιωμάτων προαίρεσης. Η πρώτη είναι με όρους προσομοιώσεων των αποκλίσεων τους από τις βασικές υποθέσεις που τα διέπουν. Η δεύτερη είναι η απευθείας σύγκριση των θεωρητικών τιμών των υποδειγμάτων με τις αγοραίες τιμές. Η τρίτη αφορά τη δημιουργία αντισταθμισμένων θέσεων και τον συνεπακόλουθο έλεγχο των αποδόσεων από την επένδυση. Το υπόδειγμα που επιδεικνύει το μικρότερο κίνδυνο είναι το καταλληλότερο. Τέλος, η τελευταία προσέγγιση αφορά τον έλεγχο της αποτελεσματικότητας και της προβλεπτικής ικανότητας της τεκμαιρόμενης μεταβλητότητας (Berg, Brevik και Saaettem, 1996).

4 ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΚΑΙ ΚΡΙΤΙΚΗ ΤΩΝ ΚΛΑΣΙΚΩΝ

ΜΕΘΟΔΩΝ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ ΤΗΣ ΜΑΔΖ

Αν υποθέσουμε ότι $\pi(P_t, \varphi_t, u_t, t)$ είναι η αξία ενός χαρτοφυλακίου π που περιλαμβάνει ένα σύνολο από χρηματοοικονομικά μέσα φ_t τότε τη χρονική στιγμή t η αξία του τεκμαίρεται είτε απ' ευθείας από την αγορά ή τις αγορές στις οποίες διαπραγματεύονται τα προϊόντα που το απαρτίζουν είτε μέσω ενός συνόλου υποδειγμάτων u_t τα οποία χρησιμοποιούνται για την

αποτίμηση των προαναφερθέντων προϊόντων. Η Μέγιστη Αναμενόμενη Δυνητική Ζημιά (ΜΑΔΖ) δίνεται από την αντίστροφη της αθροιστικής συνάρτησης πιθανότητας (g) των υπό-συνθήκη χειρίστων μεταβολών του χαρτοφυλακίου $\Delta\pi (P_t - P_{t-1}, \varphi_t, \nu_t, t)$ δεδομένης της γνώσης των χρηματοοικονομικών μέσων φ_t του χρόνου t , των υποδειγμάτων αποτίμησης ν_t και του συνόλου των διαθέσιμων πληροφοριών I_t :

$$\begin{aligned} VaR_m(q, I_t, \varphi_t, \nu_t) = \\ g^{-1}(q, I_t, \varphi_t, \nu_t) = \inf\{k : \Pr[\Delta\pi(P_{t+1} - P_t, \varphi_t, \nu_t, t) \leq k | I_t] = q\} \end{aligned} \quad (II.16)$$

όπου

VaR_m : η μέγιστη αναμενόμενη δυνητική ζημιά που προκύπτει από το υπόδειγμα m

Όπως φαίνεται η εκτίμηση της ΜΑΔΖ εξαρτάται άμεσα από την αντίστροφη της κατανομής $g(\bullet)$. Αυτή η κατανομή μπορεί να υποτεθεί έμμεσα ή άμεσα από το υπόδειγμα που θα χρησιμοποιηθεί για την εκτίμηση της ΜΑΔΖ καθιστώντας την επιλογή του ζωτικής σημασίας για την ακρίβεια των εκτιμήσεων. Γενικεύοντας, η ΜΑΔΖ που προκύπτει μέσω κάποιου υποδείγματος εκτίμησής της (m) είναι η υψηλότερη ζημιά που αναμένεται να εμφανιστεί εξαιρώντας το υποσύνολο του δείγματος που αντιστοιχεί στις μεγαλύτερες ζημιές και αντιπροσωπεύει ποσοστό ίσο με $1-q$. Στη συνέχεια του παρόντος κεφαλαίου θα παρατεθεί αναλυτική ανασκόπηση μέρους του συνόλου (m) των παραδοσιακών και των καινοτόμων μεθόδων, αντίστοιχα, υπολογισμού της ΜΑΔΖ.

Σύμφωνα με τον Pritsker (2000) υπάρχουν τρεις (3) βασικοί παράγοντες οι οποίοι δυνητικά μπορούν να αποτελέσουν πηγές σφαλμάτων στην εκτίμηση της ΜΑΔΖ κάτω από οποιοδήποτε υπόδειγμα εκτίμησής της. Αυτοί είναι η μείωση του αριθμού των παραγόντων κινδύνου που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της ΜΑΔΖ, η εκτίμηση της ΜΑΔΖ η οποία γίνεται με τη χρήση υποδειγμάτων αποτίμησης αντί της ημερήσιας αποτίμησης με αγοραίες τιμές και οι συμβατικές κατανομές που υποτίθεται ότι ακολουθούν τα σφάλματα ή οι παράγοντες κινδύνου. Σχεδόν όλα τα υποδείγματα εκτίμησης της ΜΑΔΖ χρησιμοποιούν ιστορικά ή,

τουλάχιστον, τρέχοντα δεδομένα για τους παράγοντες κινδύνου για να προβλέψουν τη μελλοντική συμπεριφορά των αγοραίων τιμών. Τα υποδείγματα εκτίμησης ΜΑΔΖ βασίζονται είτε στην ολοκληρωμένη αποτίμηση είτε στη μερική αποτίμηση των προϊόντων που εμπλέκονται.

4.1 ΜΕΘΟΔΟΣ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ - ΣΥΝΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

Η παρούσα μέθοδος υποθέτει ότι οι παράγοντες κινδύνου ακολουθούν πολύ-μεταβλητή κανονική κατανομή και πως δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση. Η μέθοδος είναι κατάλληλη μόνο για τα παραδοσιακά προϊόντα ή για τα παράγωγα προϊόντα των οποίων η αποτίμηση μπορεί να προσεγγιστεί από τα γραμμικά τους χαρακτηριστικά.

Η τελική μέτρηση του κινδύνου αγοράς συνδέεται με τη μεταβλητότητα της αγοράς μέσω του 'φίλτρου' που ονομάζεται ελαστικότητα (ευαισθησία). Η τιμή της ευαισθησίας ή, εναλλακτικά, η μορφή του επηρεασμού που προκαλεί η μεταβλητότητα της αγοράς στο συνολικό κίνδυνο της αγοράς, εξαρτάται από τη φύση του εκάστοτε προϊόντος.

Η γραμμική συμμετοχή στην ευαισθησία αναπαρίσταται από τον συντελεστή *βήτα* για τις μετοχές, τη *διάρκεια* για το ομόλογο ή το συντελεστή *δέλτα* για τα δικαιώματα προαίρεσης. Η μη-γραμμική συμμετοχή περιγράφει τους εναπομείναντες κινδύνους των προαναφερθέντων προϊόντων (κίνδυνος καταλοίπων, κυρτότητα και γάμα για μετοχές, ομόλογο και δικαιώματα προαίρεσης, αντίστοιχα) ή τους κινδύνους που προκύπτουν από αντισταθμισμένες θέσεις (κίνδυνος βάσης) ή μεταβλητότητες (κίνδυνος μεταβλητότητας).

Κάθε μεταβολή της τιμής στις συναλλαγματικές ισοτιμίες, στις μετοχές και στα φυσικά προϊόντα έχει μια ισόποση ποσοστιαία επίπτωση στη συνολική θέση που έχει επενδυθεί στα παραπάνω προϊόντα. Αυτό καθιστά προφανές πως η ευαισθησία ισούται με τη μονάδα. Η μέτρηση του κινδύνου επιτοκίων είναι μια πιο πολύπλοκη διαδικασία. Η ευαισθησία του σε

σχέση με τη μεταβλητότητα των επιτοκίων είναι μη-γραμμική συνάρτηση και συνήθως, δύσκολη, σε όρους υπολογιστικών δυνατοτήτων, να εκτιμηθεί.

4.1.1 ΜΕΤΡΗΣΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΕΠΙΤΟΚΙΩΝ

Η μέτρηση του κινδύνου επιτοκίων διενεργείται με τρεις εναλλακτικές μεθόδους: 'την αγοραία τιμή μιας μονάδας βάσης' (ATMB – PVBP), 'την τιμή απόδοσης της μεταβολής' της τιμής και τη 'διάρκεια'.

Η δεύτερη μέθοδος δε χρησιμοποιείται από τους συμμετέχοντες στην αγορά. Οι υπόλοιπες δύο μπορούν να θεωρηθούν συμπληρωματικές, με την έννοια ότι η ATMB παρέχει ακριβείς υπολογισμούς οι οποίοι επιβεβαιώνουν ή όχι τα αποτελέσματα της μεθόδου της 'διάρκειας', η οποία με τη σειρά της, για μικρές μεταβολές στα επιτόκια παράγει ακριβείς υπολογισμούς με χαμηλές υπολογιστικές απαιτήσεις. Η μέθοδος της 'διάρκειας' είναι λιγότερο ακριβής για απότομες μεταβολές στο επίπεδο των επιτοκίων.

Η λογική πίσω από τη χρήση της ATMB έγκειται στο γεγονός πως είμαστε σε θέση να υπολογίσουμε την ποσότητα της ΜΑΔΖ, έχοντας ως σημείο εκκίνησης τη διαφορά μεταξύ την τρέχουσα αξία του ομολόγου και την αξία που ομολόγου που θα προκύψει από τη μετατόπιση της καμπύλης επιτοκίων (απόδοση στη λήξη) κατά μία μονάδα βάσης. Σε αυτήν την περίπτωση το ίδιο το υπόδειγμα αποτελεί έναν λανθάνοντα συντελεστή ευαισθησίας.

Κάποιο χρηματοοικονομικό προϊόν επιτοκίου (ή κάποιο χαρτοφυλάκιο από χρηματοοικονομικά προϊόντα επιτοκίου) τιμολογούνται στο άρτιο όταν η παρούσα αξία τους είναι ίση με το εναπομείνουσες προεξοφλημένες χρηματικές ροές όπως φαίνεται παρακάτω:

$$P = \sum_{t=\frac{1}{m}}^n \frac{C(t)}{\left(1 + \frac{y}{m}\right)^t} + \frac{B(n)}{\left(1 + \frac{y}{m}\right)^n} \quad (\text{II.17})$$

όπου

P :	η τιμή του ομολόγου
$C(t)$:	τοκομερίδιο (σε €) τη χρονική στιγμή t
m :	ο αριθμός των ανά έτος καταβολών τοκομεριδίων
y :	απόδοση στη λήξη
$B(n)$:	ονομαστική αξία
n :	συνολικός αριθμός περιόδων μέχρι τη λήξη

Κρατώντας όλες τις άλλες συνιστώσες της αποτίμησης του ομολόγου σταθερές, το ύψος του τοκομεριδίου επηρεάζει θετικά την τιμή του ομολόγου σύμφωνα με κάποια μη-γραμμική σχέση. Από την άλλη, όσο υψηλότερο είναι το επίπεδο της απόδοσης στη λήξη τόσο υψηλότερη είναι η τιμή του ομολόγου και αντιστρόφως.

Η ανωτέρω εξίσωση υποθέτει πως η απόδοση για κάθε χρονικό σημείο παραμένει αμετάβλητη μέχρι την καταβολή και της τελευταίας χρηματικής ροής (λήξη του ομολόγου). Τα εισπραττόμενα τοκομερίδια επενδύονται με την ίδια απόδοση για το υπόλοιπο χρονικό διάστημα μέχρι και τη λήξη του ομολόγου.

Ο Macalay (1938) πρότεινε ένα μέτρο του κινδύνου σε τίτλους σταθερής απόδοσης, το οποίο έκτοτε ονομάστηκε 'διάρκεια Macaulay'. Η προσεγγιστική αλλαγή στην τιμή του ομολόγου που οφείλεται σε μια μικρή αλλαγή στην απόδοση προσδιορίζεται από την πρώτη παράγωγο της τιμής του ομολόγου σε σχέση με την απόδοση, εκφραζόμενη σε €.

$$\frac{dP}{dy} = -\frac{1}{1+y} \left[\sum_{t=1}^n \frac{t \times C(t)}{\left(1 + \frac{y}{m}\right)^t} + \frac{n \times B(n)}{\left(1 + \frac{y}{m}\right)^n} \right] \quad (\text{II.18})$$

Σε όρους ποσοστιαίας μεταβολής η παραπάνω εξίσωση μετατρέπεται σε:

$$\frac{dP}{dy} \frac{1}{P} = -\frac{1}{1+y} \left[\sum_{t=1}^n \frac{t \times C(t)}{\left(1 + \frac{y}{m}\right)^t} + \frac{n \times B(n)}{\left(1 + \frac{y}{m}\right)^n} \right] \frac{1}{P} \quad (\text{II.19})$$

Οι τελευταίοι δύο όροι του δεύτερου μέρους της (II.19) αντιπροσωπεύουν την 'διάρκεια Macaulay'. Εναλλακτικά, η 'διάρκεια Macaulay' ορίζεται ως ο σταθμισμένος, σύμφωνα με τη χρονική απόσταση από σήμερα, μέσος όρος των προεξοφλημένων μελλοντικών χρηματικών ροών.

$$\text{Mac Duration} = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{t \times C(t)}{\left(1 + \frac{y}{m}\right)^t} + \frac{n \times B(n)}{\left(1 + \frac{y}{m}\right)^n}}{\sum_{t=1}^n \frac{C(t)}{\left(1 + \frac{y}{m}\right)^t} + \frac{B(n)}{\left(1 + \frac{y}{m}\right)^n}} \quad (\text{II.20})$$

Ο όρος 'διάρκεια' μεταφράζεται ως η σχετική αλλαγή της τιμής του ομολόγου σε σχέση με τη σχετική μεταβολή των επιτοκίων, ή ως η ελαστικότητα της τιμής του ομολόγου σε σχέση με τα επιτόκια. Ο Hicks (1939) ανέπτυξε την εξίσωση που αντιπροσωπεύει την 'τροποποιημένη διάρκεια', η οποία, γραφικά, αποτελεί την εφαπτομένη στην καμπύλη απόδοσης-τιμής, ως:

$$MD = \frac{\text{Mac Duration}}{1+y} \quad (\text{II.21})$$

Ορίζοντας την 'τροποποιημένη διάρκεια' γίνεται εφικτή η γραμμική προσέγγιση των μεταβολών των τιμών των ομολογίων εξαιτίας των μεταβολών στα επιτόκια.

$$dP = -MD \times P \times dy \quad (\text{II.22})$$

4.1.2 ΙΣΟΣΤΑΘΜΙΣΜΕΝΗ ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΤΗΤΑ

Η μεταβλητότητα των αποδόσεων $R_{i,s}$ του παράγοντα κινδύνου i για το χρονικό διάστημα μεταξύ της $t-T$ και της $t-1$ στιγμής εκτιμάται ως η διασπορά ($\varepsilon_{i,s} = R_{i,s} - \mu_{i,t}$) των $R_{i,s}$ γύρω από το μέσο όρο ($\mu_{i,t}$), δεδομένου ότι T είναι το παράθυρο των χρησιμοποιούμενων παρατηρήσεων και το t είναι το χρονικό σημείο για το οποίο γίνεται η εκτίμηση της μεταβλητότητας:

$$\sigma_{i,t} = \sqrt{\frac{1}{T-1} \sum_{s=t-T}^{t-1} (\varepsilon_{i,s})^2} \quad (\text{II.23})$$

όπου,

$\varepsilon_{i,s}$: το κατάλοιπο της εκτίμησης για τον παράγοντα κινδύνου i

Όπως προαναφέρθηκε, οι περισσότερες χρηματοοικονομικές χρονολογικές σειρές, με υψηλή συχνότητα παρατήρησης, χαρακτηρίζονται από μέσο ο οποίος είναι κοντά στο μηδέν και επιρρεπής σε λάθη εκτίμησης (Figlewski, 1994). Έτσι πολλοί ερευνητές έχουν επιλέξει να αποκλείσουν το μέσο όρο από την εξίσωση της εκτίμησης της μεταβλητότητας.

Τα κείμενα εποπτικής αντιμετώπισης που προτείνονται από την Τράπεζα για Διεθνείς Διακανονισμούς (Bank for International Settlements – BIS) και την Ευρωπαϊκή Επιτροπή, εμμέσως, υποστηρίζουν τη χρήση εκτίμησης της ισοσταθμισμένης μεταβλητότητας, αν και η φράση ότι 'το δραστικό χρονικό διάστημα δεν πρέπει να είναι μικρότερο του ενός έτους ή των 250 παρατηρήσεων', που παρατηρείται στο κείμενο της νέας Συνθήκης της Βασιλείας, θα μπορούσε να ερμηνευτεί ότι παρέχει τη δυνατότητα χρησιμοποίησης και άλλων προσεγγίσεων κάτω από ορισμένες προϋποθέσεις.

Η διατύπωση 'δραστικό χρονικό διάστημα' έχει γίνει αντικείμενο πολλών και αντιφατικών ερμηνειών από τους συμμετέχοντες στην αγορά, αν και η αρχική ιδέα ήταν να αποτυπωθεί η

μέση ζωή του εκτιμητή (Jorion, 2002). Επομένως, οι εποπτικές αρχές καλούνται να θέσουν ένα κοινό πεδίο δράσης, εκτός και πέραν των οποίων τα υποδείγματα εκτίμησης της μεταβλητότητας δεν θα είναι αποδεκτά (επισκιασμένη περιοχή του Πίνακα II.4).

4.1.3 ΣΤΑΘΜΙΣΜΕΝΑ ΣΧΗΜΑΤΑ

Εκτός από το παραπάνω σχήμα το οποίο αποδίδει ίσες σταθμίσεις, υπάρχει εκτεταμένη βιβλιογραφία που υποστηρίζει τη βασιμότητα της απόδοσης σταδιακά μεγαλύτερων σταθμίσεων καθώς κινούμαστε από τις παρελθούσες προς τις παρούσες παρατηρήσεις των καταλοίπων. Αυτό στηρίζεται στο γεγονός ότι οι πιο πρόσφατες πληροφορίες που εκλύονται από τα δεδομένα έχουν μεγαλύτερη σημασία στη διαμόρφωση της μεταβλητότητας. Έτσι, το ισοσταθμισμένο υπόδειγμα μετατρέπεται σε:

$$\sigma_{i,t} = \sqrt{\sum_{s=t-T}^{t-1} a_s (\varepsilon_{i,s})^2} \quad (\text{II.24})$$

με

$$\sum_{s=t-T}^{t-1} a_s = 1$$

όπου

a_s : η θετική στάθμιση που αποδίδεται στο χρονικό σημείο s

Ο Engle (1982) διατύπωσε την άποψη ότι η τρέχουσα μεταβλητότητα επηρεάζεται, συνδυασμένα, από τα κατάλοιπα και από τη μέση μακροχρόνια διακύμανση. Η προσέγγιση αυτή, έκτοτε, έγινε γνωστή ως Αυτοπαλίνδρομο υπό Συνθήκη Ετεροσκεδαστικό Υπόδειγμα (ΑΥΣΕΥ-ARCH):

$$\sigma_{i,t} = \sqrt{\gamma V_L + \sum_{s=t-T}^{t-1} a_s (\varepsilon_{i,s})^2} \quad (\text{II.25})$$

με

$$\gamma + \sum_{s=t-T}^{t-1} a_s = 1$$

όπου,

V_L : η μακροπρόθεσμη μεταβλητότητα
 γ : η στάθμιση που αποδίδεται στη μακροπρόθεσμη μεταβλητότητα V_L

Πηγαίνοντας παραπέρα ο Bollerslev (1986) επέτρεψε στην τρέχουσα μεταβλητότητα να εξαρτάται από το τετράγωνο των καταλοίπων, την μεταβλητότητά τους και τη μακροχρόνια διακύμανση. Η γενική μορφή του υποδείγματος, το οποίο ονομάστηκε Γενικευμένο Αυτοπαλίνδρομο υπό Συνθήκη Ετεροσκεδαστικό Υπόδειγμα (ΓΑΥΣΕΥ–GARCH), έχει ως εξής:

$$\sigma_{i,t} = \sqrt{\gamma W_L + \sum_{s=t-T}^{t-1} a_s (\varepsilon_{i,s})^2 + \sum_{s=t-T}^{t-1} \beta_s \sigma_{i,s}^2} \quad (\text{II.26})$$

με

$$\gamma + \sum_{s=t-T}^{t-1} a_s + \sum_{s=t-T}^{t-1} \beta_s = 1$$

Το ΓΑΥΣΕΥ(1,1) μπορεί να αποδώσει εύστοχα την οικονομική συμπεριφορά των χρηματοοικονομικών σειρών, καθώς τις εμφανίζει να εξαρτούνται από το πιο πρόσφατο οικονομικό γεγονός (τετράγωνο των καταλοίπων) και από τις κρατούσες συνθήκες (η πιο πρόσφατη εκτίμηση της διακύμανσης). Το ΓΑΥΣΕΥ(1,1) έχει τη μορφή:

$$\sigma_t = \sqrt{\gamma W_L + a (\varepsilon_{t-1})^2 + \beta \sigma_{t-1}^2} \quad (\text{II.27})$$

με

$$a + \beta + \gamma = 1$$

Το εν λόγω υπόδειγμα είναι σχετικά εύκολο στην εφαρμογή του και παρέχει σχετικά καλές βραχυχρόνιες προβλέψεις, ενσωματώνοντας την επιρροή του μακροχρόνιου επιπέδου της διακύμανσης. Παρόλα αυτά, το υπόδειγμα αναγνωρίζει πως με την πάροδο του χρόνου η πρόβλεψη της διακύμανσης τείνει να συγκλίνει προς τη μακροχρόνια σταθερή διακύμανση (Hull, 2003). Επιπλέον, εξαφανίζει την αυτοσυσχέτιση των τετραγώνων των καταλοίπων, ένα στοιχείο που περιγράφει επαρκώς τα δεδομένα και είναι σύμφωνο με τις ιδιότητες της επαναφοράς στο μέσο (mean reversion).

Ανάμεσα στα κυριότερα μειονεκτήματα της οικογένειας των ΓΑΥΣΕΥ είναι η υπόθεση πως το παρελθόν παρέχει επαρκή πληροφόρηση για να ερμηνευθεί το μέλλον.

4.1.4 ΕΚΘΕΤΙΚΑ ΣΤΑΘΜΙΣΜΕΝΟΣ ΚΙΝΗΤΟΣ ΜΕΣΟΣ

Ο εκθετικά σταθμισμένος κινητός μέσος (ΕΣΚΜ) ή το ολοκληρωμένο ΓΑΥΣΕΥ (ΟΓΑΥΣΕΥ) αποτελεί υποκατηγορία των υποδειγμάτων ΓΑΥΣΕΥ(1,1), σύμφωνα με τον οποίο $\gamma=0$, $\alpha=1-\lambda$ and $\beta=\lambda$. Το υπόδειγμα αυτό προτάθηκε από τη JP Morgan (RiskMetrics™, 1994) για εφαρμογή πάνω σε χρηματοοικονομικές σειρές. Σύμφωνα με το εγχειρίδιο χρήσης του υποδείγματος (RiskMetrics™, 1994) πρέπει να εφαρμόζονται σταθμίσεις στην εκτίμηση της μεταβλητότητας διότι αυτή αλλάζει με το πέρασμα του χρόνου και οι παλαιότερες μεταβολές δεν είναι πολύ σχετικές με το σημερινό επίπεδο της μεταβλητότητας και τη συνεπακόλουθη πρόβλεψη για το μέλλον.

Η παρακάτω εξίσωση αναπαριστά την πρόβλεψη που παράγεται από τον εκθετικά σταθμισμένο κινητό μέσο (ΕΣΚΜ):

$$\sigma_{i,t} = \sqrt{(1-\lambda) \sum_{s=t-T}^{t-1} \lambda^{t-s-1} (\varepsilon_{i,s})^2} \quad (\text{II.28})$$

Ακολουθώντας τον Figlewski (1994), ο μέσος μπορεί να παραληφθεί από την παραπάνω παράσταση:

$$\sigma_{i,t} = \sqrt{(1-\lambda) \sum_{s=t-T}^{t-1} \lambda^{t-s-1} (R_{i,s})^2} \quad (\text{II.29})$$

Ο συντελεστής φθοράς (λ) λαμβάνει τιμές από το διάστημα μεταξύ του μηδέν και του ένα και θα πρέπει να εκτιμάται εξωγενώς σε συνεχόμενη βάση, σε αντίθεση με τη RiskMetrics™ η οποία έχει προβεί σε μια εφάπαξ εκτίμηση του λ . Ο συντελεστής φθοράς τοποθετεί μικρότερη στάθμιση στις πιο απομακρυσμένες, από την ημερομηνία της εκτίμησης, παρατηρήσεις. Όσο μικρότερη είναι η τιμή του λ τόσο μικρότερη στάθμιση αντιστοιχίζεται στις παρελθούσες παρατηρήσεις και μεγαλύτερος ο ρυθμός σύμφωνα με τον οποίο οι σταθμίσεις βαίνουν μειούμενες προς το παρελθόν.

Αν και αρκετοί ερευνητές (Alexander και Leigh, 1997; Fallon, 1996; Hendricks, 1996; Jackson et al., 1998) παρουσίασαν τις θεωρητικές ιδιότητες του σχήματος, η JP Morgan πρότεινε έναν εμπειρικά τεκμηριωμένο, για την αγορά των Η.Π.Α., συντελεστή φθοράς.

Πίνακας II.2:
Μέση ημερήσια ζωή των σταθμίσεων των σταθμίσεων για διαφορετικά λ και αριθμό παρατηρήσεων

λ	Παρατηρήσεις				
	1 έτους	2 ετών	3 ετών	4 ετών	5 ετών
0,94	16,67	16,67	16,67	16,67	16,67
0,95	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00
0,96	24,99	25,00	25,00	25,00	25,00
0,97	33,21	33,33	33,33	33,33	33,33
0,98	48,39	49,98	50,00	50,00	50,00
0,99	77,95	96,69	99,60	99,96	100,00
0,991	81,99	105,61	110,26	110,99	111,10
0,992	86,23	115,82	123,18	124,68	124,95
0,993	90,67	127,48	138,97	141,97	142,66
0,994	95,28	140,72	158,36	164,23	165,99
0,995	100,05	155,59	182,11	193,30	197,61

Ο συντελεστής αυτός (0,94) κατέδειξε ότι το υπόδειγμα βασίζεται κατά πολύ στις πολύ πρόσφατες παρατηρήσεις. Το συγκεκριμένο υπόδειγμα, καθώς το T τείνει στο άπειρο, έχει μια μέση διάρκεια ζωής 16,67 ημερών (Πίνακας II.2). Στον Πίνακα II.2 παρουσιάζονται ανεξάρτητοι υπολογισμοί, βασισμένοι στη μεθοδολογία που πρότεινε ο Jorion (2002), ο οποίος εξέτασε τα θεμελιώδη χαρακτηριστικά της προσέγγισης της RiskMetrics™.

Προκειμένου το άθροισμα των σταθμίσεων να ισούται με ένα, θα πρέπει, θεωρητικά, να χρησιμοποιηθούν άπειρες παρατηρήσεις (εκτός αν $\lambda=1$). Εναλλακτικά, μπορούμε να επωφεληθούμε από τη χρησιμοποίηση λιγότερων παρατηρήσεων και επομένως μικρότερου αθροίσματος σταθμίσεων, δεδομένου ότι το άθροισμα αυτό είναι κοντά στη μονάδα. Ο Πίνακας II.3 παρουσιάζει το άθροισμα αυτό για διαφορετικούς συντελεστές φθοράς, υποδεικνύοντας τα αποδεκτά υποδείγματα.

Πίνακας II.3:
Άθροισματα σταθμίσεων για διαφορετικά και αριθμό παρατηρήσεων

λ	Παρατηρήσεις				
	1 έτους	2 ετών	3 ετών	4 ετών	5 ετών
0,94	~1	~1	~1	~1	~1
0,95	~1	~1	~1	~1	~1
0,96	~1	~1	~1	~1	~1
0,97	0,9995	~1	~1	~1	~1
0,98	0,9936	~1	~1	~1	~1
0,99	0,9189	0,9934	0,9995	~1	~1
0,991	0,8957	0,9891	0,9989	0,9999	~1
0,992	0,8657	0,9820	0,9976	0,9997	0,9981
0,993	0,8273	0,9702	0,9948	0,9991	0,9998
0,994	0,7779	0,9507	0,9890	0,9976	0,9995
0,995	0,7144	0,9184	0,9767	0,9933	0,9981

Φαίνεται καθαρά πως για μεγάλα δείγματα το άθροισμα των σταθμίσεων προσεγγίζει τη μονάδα. Για υψηλές τιμές του λ (π.χ. 0,992, 0,993, κτλ.), μπορεί να χρειαστεί ένας τεράστιος

αριθμός παρατηρήσεων για να προσεγγίσει το άθροισμα τη μονάδα. Το αντίθετο συμβαίνει για τα χαμηλότερα λ (π.χ. 0,92, 0,93, 0,94, κτλ.) (Πίνακας II.3).

Το ισοσταθμισμένο υπόδειγμα έχει μέσο όρο ζωής ίσο με 125,5, αν χρησιμοποιηθούν 250 παρατηρήσεις. Χρησιμοποιώντας το υπόδειγμα αυτό ως το υπόδειγμα αναφοράς, εμμέσως προτεινόμενο από τον όρο 'δραστικό χρονικό διάστημα' (νέα Συνθήκη της Βασιλείας), μπορεί εύκολα να υπολογιστεί ο λόγος της μέσης ζωής κάθε συνδυασμού συντελεστή φθοράς – αριθμού παρατηρήσεων σε σχέση με το υπόδειγμα αναφοράς (Πίνακας II.4).

Ακολουθώντας τα θεωρητικά βήματα που περιγράφηκαν παραπάνω και τους κανόνες της νέας Συνθήκης της Βασιλείας, μπορούμε να αποφανθούμε πως τα αποδεκτά υποδείγματα είναι αυτά που παράγουν τιμές μεγαλύτερες της μονάδας στον πίνακα που ακολουθεί (Πίνακας II.4).

Βλέποντάς το εναλλακτικά, η μεταβλητότητα των T παρατηρήσεων κατά το ΕΣΚΜ υπόδειγμα μπορεί να αντιμετωπιστεί ως ΟΓΑΥΣΕΥ χωρίς σταθερό όρο.

$$\sigma_i^2 = (1 - \lambda)\varepsilon_i^2 + \lambda\sigma_{i-1}^2 \quad (\text{II.30})$$

Πίνακας II.4:
Αναλογία της μέσης ζωής κάθε συνδυασμού συντελεστή φθοράς – αριθμού παρατηρήσεων σε σχέση με το υπόδειγμα αναφοράς

λ	Παρατηρήσεις				
	1 έτους	2 ετών	3 ετών	4 ετών	5 ετών
0.94	0,1328	0,1328	0,1328	0,1328	0,1328
0.95	0,1594	0,1594	0,1594	0,1594	0,1594
0.96	0,1991	0,1992	0,1992	0,1992	0,1992
0.97	0,2646	0,2656	0,2656	0,2656	0,2656
0.98	0,3856	0,3982	0,3984	0,3984	0,3984
0.99	0,6211	0,7705	0,7936	0,7965	0,7968
0.991	0,6533	0,8415	0,8786	0,8844	0,8852
0.992	0,6871	0,9229	0,9815	0,9934	0,9956
0.993	0,7224	1,0158	1,1074	1,1312	1,1368
0.994	0,7592	1,1212	1,2618	1,3086	1,3226
0.995	0,7972	1,2398	1,4511	1,5403	1,5746

Τα αποτελέσματα της εν λόγω μεθόδου παρουσιάζονται στον πίνακα ΙΙ.3. Τα συγκεκριμένα υποδείγματα δεν είναι σε θέση να προβλέψουν τις μεταβολές στην μεταβλητότητα οι οποίες εκτείνονται πέραν της μιας περιόδου, καθώς ο συντελεστής που αντιπροσωπεύει την πληροφορία που προσδίδεται από την μακροχρόνια μεταβλητότητα είναι ίσος με μηδέν. Μια αναλυτική περιγραφή της μεθόδου πρόβλεψης της μεταβλητότητας για περισσότερες περιόδους παρουσιάζεται από τους Baillie και Bollerslev (1992).

Συμπερασματικά, το πλεονέκτημα της επικαιροποίησης της μεταβλητότητας που διαθέτουν τα υπό συνθήκη υποδείγματα ισορροπεί με το μειονέκτημα της μείωσης του δραστικού δείγματος, μέσω της δραστικής χρησιμοποίησης των πρόσφατων δεδομένων. Έτσι η σημερινή εκτίμηση της μεταβλητότητας βασίζεται στη χθεσινή παρατήρηση με αποτέλεσμα να οδηγούμαστε σε μετρήσεις του κινδύνου οι οποίες είναι επιρρεπείς στο λάθος (Hendricks, 1996).

4.1.5 ΜΗΤΡΑ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ – ΣΥΝΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΤΟΥ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

Το επόμενο ενδιάμεσο στάδιο, πριν οριστεί επαρκώς η μέγιστη αναμενόμενη δυνητική ζημία ενός προϊόντος είναι να οριστεί το επίπεδο εμπιστοσύνης. Η ΜΑΔΖ ενός προϊόντος για συγκεκριμένη ελαστικότητα L_i , ποσοστημόριο Q_i , μεταβλητότητα σ_i και μια θέση w_i εκφρασμένη σε €, δίνεται από:

$$VaR_i = L_i \times Q_i \times \sigma_i \times w_i \quad (\text{II.31})$$

Προκειμένου να εκτιμηθεί η ΜΑΔΖ ενός χαρτοφυλακίου σύμφωνα με τη μέθοδο διακύμανσης – συνδιακύμανσης, απαιτείται η εκτίμηση των πιθανών συ-μεταβολών μεταξύ ενός φάσματος μεμονωμένων ΜΑΔΖ όπως αυτές αντικατοπτρίζονται από τις συσχετίσεις:

$$\rho_{i,j,t} = \frac{\sigma_{i,j,t}^2}{\sigma_{i,t}\sigma_{j,t}} \quad (\text{II.32})$$

και

$$\sigma_{i,j,t}^2 = \sqrt{\frac{1}{T-1} \sum_{s=t-T}^{t-1} (\varepsilon_{i,s})(\varepsilon_{j,s})} \quad (\text{II.33})$$

όπου,

$\rho_{i,j,t}$: συσχέτιση μεταξύ των προϊόντων i και j ,
 $\sigma_{i,j,t}$: συνδιακύμανση μεταξύ των προϊόντων i και j

Η εκτίμηση των συνδιακυμάνσεων σύμφωνα με την προσέγγιση της RiskMetrics που παρουσιάζεται παραπάνω, δίνεται από:

$$\sigma_{i,j,t}^2 = \sqrt{(1-\lambda) \sum_{s=t-T}^{t-1} \lambda^{t-s-1} (\varepsilon_{i,s})(\varepsilon_{j,s})} \quad (\text{II.34})$$

Στη συνέχεια η ΜΑΔΖ του χαρτοφυλακίου (VaR_p) εκτιμάται ως:

$$VaR_p = \sqrt{\bar{x}^T C \bar{x}} \quad (\text{II.35})$$

Η \mathbf{C} ($n \times n$ διαστάσεων) είναι η μήτρα συσχέτισεων και το \bar{x} ($n \times 1$ διαστάσεων) είναι το διάνυσμα που περιέχει το σύνολο των μεμονωμένων εκτιμήσεων της ΜΑΔΖ. Το στοιχείο $\rho_{i,j,t}$ της μήτρας \mathbf{C} ισούται με τη μονάδα για κάθε $i=j$.

4.1.6 ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΚΑΤΑ ΜΗΚΟΣ ΤΟΥ ΧΡΟΝΙΚΟΥ ΟΡΙΖΟΝΤΑ ΚΑΙ ΤΟΥ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΟΣ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ

Η ανωτέρω διαδικασία εκτιμά τη ΜΑΔΖ στη βάση της συχνότητας με την οποία εμφανίζονται τα διαθέσιμα δεδομένα. Για παράδειγμα, αν χρησιμοποιούνται ημερήσια στοιχεία παράγεται η

ημερήσια ΜΑΔΖ, ενώ αν χρησιμοποιούνται εβδομαδιαία στοιχεία παράγεται η εβδομαδιαία ΜΑΔΖ. Παρά ταύτα, η ανάγκη για υπολογισμούς ΜΑΔΖ για διαφορετικούς χρονικούς ορίζοντες με την παράλληλη χρησιμοποίηση τεχνικών μείωσης του κόστους αποθήκευσης δεδομένων, εμπλέκει τη χρησιμοποίηση τεχνικών μετατροπής.

Πιο συγκεκριμένα, η Τροποποίηση της Συνθήκης της Βασιλείας απαιτεί τη χρήση δεκαήμερων εκτιμήσεων για τη ΜΑΔΖ αλλά επίσης ενθαρρύνει τη μετατροπή της ημερήσιας ΜΑΔΖ σε εκτιμήσεις της ΜΑΔΖ για δέκα ημέρες, για δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης. Η παρακάτω τεχνική περιγράφει τον τρόπο μετατροπής, αν και η διεθνής βιβλιογραφία ελέγχει την ακρίβειά της:

$$VaR_{Basel} = VaR_n \times \sqrt{\frac{10}{n}} \quad (II.36)$$

όπου

VaR_{Basel} : η απαιτούμενη από τη Συνθήκη της Βασιλείας ΜΑΔΖ
 VaR_n : η ΜΑΔΖ που χρησιμοποιείται από το εσωτερικό υπόδειγμα για χρονικό ορίζοντα n ημερών

Επιπλέον, η Συνθήκη της Βασιλείας προτείνει τη χρήση 99% διαστήματος εμπιστοσύνης. Εναλλακτικά, επιτρέπεται η μετατροπή ενός διαφορετικού διαστήματος εμπιστοσύνης στο προαναφερθέν επίπεδο. Αυτό επιτυγχάνεται από:

$$VaR_{Basel} = VaR_{CL} \times \frac{a_{99\%}}{a} \quad (II.37)$$

όπου

VaR_{CL} : η εσωτερικά χρησιμοποιούμενη ΜΑΔΖ για συγκεκριμένο διάστημα εμπιστοσύνης
 $a_{99\%}$: το ποσοστημόριο που αντιστοιχεί στο 99% διάστημα εμπιστοσύνης (περίπου 2,33)
 a : το ποσοστημόριο που αντιστοιχεί στο εσωτερικά χρησιμοποιούμενο διάστημα εμπιστοσύνης

Γενικεύοντας την εκτίμηση της ΜΑΔΖ για ένα επιθυμητό συνδυασμό επιπέδου εμπιστοσύνης και περιόδου διακράτησης, ο οποίος σημειώνεται ως d , από ένα διαφορετικό δεδομένο

συνδυασμό CL (επίπεδο εμπιστοσύνης) και n (περίοδος διακράτησης), προτείνεται η παρακάτω εξίσωση:

$$VaR_d = VaR_{(CL,n)} \times \frac{a_d}{a} \times \sqrt{\frac{n_d}{n}} \quad (II.38)$$

4.1.7 ΓΑΜΑ – ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ

Ο Chew (1994) εξέφρασε την άποψη πως η ΜΑΔΖ επιχειρεί να `μεταφράσει όλα τα προϊόντα σε μονάδες κινδύνου ή δυνητικής ζημιάς βασιζόμενη σε συγκεκριμένες παραμέτρους'. Καθώς πολλά χρηματοοικονομικά προϊόντα έχουν αρκετούς μη-γραμμικούς όρους στο υπόδειγμα αποτίμησής τους, η μετάφραση αυτή καθίσταται ιδιαίτερα δύσκολη.

Ανάμεσα σε αυτά, τα προϊόντα των οποίων η αποτίμηση βασίζεται στις αλλαγές των επιτοκίων επιδεικνύουν κυρτοτική σχέση μεταξύ των επιτοκίων και της τιμής τους. Αυτή η σχέση δε μπορεί να συλληφθεί, πλήρως, από τη γραμμική σχέση που ορίζεται από την τροποποιημένη διάρκεια. Συνοψίζοντας, η ποσοστιαία μεταβολή της τιμής των ομολόγων που προέρχεται από τις μετακινήσεις των επιτοκίων, απεικονίζεται από τη σειρά Taylor ως:

$$\frac{dP}{P} = \frac{1}{P} \frac{dP}{dy} dy + \frac{1}{2} \frac{1}{P} \frac{d^2 P}{dy^2} (dy)^2 + \frac{1}{P} error \quad (II.39)$$

Η κυρτότητα εισάγει το μη-γραμμικό στοιχείο στην αποτίμηση των ομολόγων. Μαθηματικά, είναι η δεύτερη παράγωγος της τιμής του ομολόγου σε σχέση με τις αλλαγές των επιτοκίων.

Αναλυτικά, αυτή δίνεται από:

$$\frac{d^2 P}{dy^2} = \sum_{t=1}^n \frac{t(t+1)C(t)}{\left(1 + \frac{y}{m}\right)^{t+2}} + \frac{n(n+1)B(n)}{\left(1 + \frac{y}{m}\right)^{n+2}} \quad (II.40)$$

Η επιρροή της 'διάρκειας Macaulay' και της 'κυρτότητας' δίνεται από τον πρώτο και το δεύτερο όρο της παραπάνω εξίσωσης, αντίστοιχα. Σύμφωνα με τη γραμμική προσέγγιση, η ΜΑΔΖ ενός δικαιώματος προαίρεσης μπορεί να υπολογιστεί από την υποκείμενη θέση και την τιμή 'δέλτα' του δικαιώματος. Η τιμή 'δέλτα' αντιστοιχεί στη 'διάρκεια' των ομολόγων καθώς είναι η πρώτη παράγωγος της αλλαγής της τιμής του δικαιώματος προαίρεσης σε σχέση με την αλλαγή στην τιμή του υποκείμενου προϊόντος.

Επίσης, μπορούν να συμπεριληφθούν και οι επιπτώσεις από τους λοιπούς παράγοντες που συμμετέχουν στην αποτίμηση των δικαιωμάτων προαίρεσης, συμπεριλαμβάνοντας στη σειρά Taylor, εκτός από την επίπτωση του 'δέλτα', τις επιπτώσεις του 'γάμα', του 'θήτα', του 'ρο' και του vega.

Στην περίπτωση των παραγώγων προϊόντων, εκτός από πέντε (5) ευκόλως εκτιμώμενους τύπους κινδύνου (κίνδυνος απόλυτης τιμής ή κίνδυνος 'δέλτα', κίνδυνος προεξόφλησης ή κίνδυνος 'ρο', κίνδυνος βάσης ή κίνδυνος συσχέτισης, κίνδυνος χρονικής φθοράς ή κίνδυνος 'θήτα' και κίνδυνος μεταβλητότητας ή κίνδυνος 'vega'), ο πιο σημαντικός και πιο δύσκολος προς εκτίμηση τύπος κινδύνου είναι ο κίνδυνος 'γάμα', ο οποίος αναπαριστά τη μη-γραμμική επίπτωση των αλλαγών στην τιμή του υποκείμενου προϊόντος στην τιμή του δικαιώματος προαίρεσης. Ο συντελεστής 'γάμα' μετράει την αλλαγή στο 'δέλτα' του δικαιώματος για δεδομένη αλλαγή στην τιμή του υποκείμενου προϊόντος. Το 'γάμα', από μόνο του, αυξάνει τη ΜΑΔΖ σε μια θέση πώλησης ενός δικαιώματος και μειώνει τη ΜΑΔΖ σε μια θέση αγοράς ενός δικαιώματος. Σε γενικές γραμμές όσο υψηλότερη είναι η μη-γραμμικότητα τόσο υψηλότερο είναι το επίπεδο του αναλαμβανόμενου κινδύνου (Group of Thirty, 1993).

Επικεντρώνοντας στην επίπτωση του συντελεστή 'γάμα' στην τιμή του δικαιώματος προαίρεσης, η σειρά Taylor παίρνει τη μορφή:

$$V = \Delta dS + \frac{1}{2} \Gamma (dS)^2 \quad (\text{II.41})$$

όπου

S :	τιμή του υποκείμενου προϊόντος
V :	τιμή δικαιώματος
Γ :	'γάμα'
Δ :	'δέλτα'

Η ΜΑΔΖ ενός δικαιώματος δίνεται από:

$$VaR_V = S \left[\Delta \sigma_p + \frac{1}{2} \Gamma \sigma_p^2 \right] \quad (\text{II.42})$$

όπου

VaR_V : ΜΑΔΖ για δικαιώματα προαίρεσης

Παρά τη θεωρητική στήριξη, η εκτίμηση του 'γάμα' είναι μια πολύ δύσκολη διαδικασία για να εκτιμηθεί αναλυτικά. Επομένως, είναι προτιμότερη η χρήση μη-παραμετρικών υποδειγμάτων εκτίμησης ΜΑΔΖ. Αντίστοιχα, μπορούν να εμπλακούν και άλλοι συντελεστές ευαισθησίας ('Greek' effects).

4.1.8 ΤΕΚΜΑΡΤΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΤΗΤΑ

Η διεθνής βιβλιογραφία (Jorion, 1995; Campa and Chang, 1998; Duffie and Pan, 1997; and Kalivas, et al, 2003) έχει δείξει πως σε κάποιες περιπτώσεις η τεκμαρτή μεταβλητότητα, μόνη της ή συνδυασμένα με την ιστορική μεταβλητότητα, παρέχει περισσότερο αξιόπιστες προβλέψεις της πραγματικής μελλοντικής μεταβλητότητας.

Η τεκμαρτή μεταβλητότητα μπορεί να παραχθεί από την αντιστροφή του υποδείγματος αποτίμησης των δικαιωμάτων προαίρεσης πάνω σε κάποιο υποκείμενο προϊόν (π.χ. υπόδειγμα Black-Scholes για μετοχές, υπόδειγμα Black για συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης και φυσικά προϊόντα και υπόδειγμα Garman-Kohlhagen για συναλλαγματικές ισοτιμίες).

Εναλλακτικά, η τεκμαρτή μεταβλητότητα μπορεί να υπολογιστεί με τη χρήση υποδειγμάτων αποτίμησης στοχαστικής μεταβλητότητας (Hull και White, 1987; Scott, 1987; Wiggins, 1987). Υποθέτοντας ανεξάρτητες ακραίες μετακινήσεις στην απόδοση και τη μεταβλητότητα, η μεταβλητότητα αντλείται από στοχαστικά υποδείγματα για κάθε μέρα έως και την ημέρα πριν τη λήξη του δικαιώματος. Η μέση τιμή των ανωτέρω μεταβλητοτήτων εισάγεται στο υπόδειγμα αποτίμησης ώστε να εκτιμηθεί η τιμή του δικαιώματος.

Κάθε μία από τις ανωτέρω μεθόδους εκτίμησης της τεκμαρτής μεταβλητότητας υποθέτει ότι υπάρχουν ενεργές (μεγάλη ρευστότητα) αγορές δικαιωμάτων προαίρεσης οι οποίες παρέχουν αξιόπιστες τιμές.

4.2 ΗΜΙ – ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΑ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ

Η μέθοδος διακύμανσης – συνδιακύμανσης δεν είναι επαρκής για να διαπραγματευτεί με μη-γραμμικά χαρτοφυλάκια διότι η κατανομή πιθανότητας των μεταβολών του χαρτοφυλακίου είναι άγνωστη. Προκειμένου να ξεπεραστεί το πρόβλημα, η προσομοίωση Monte Carlo (MC) δημιουργεί μια προσομοιωμένη κατανομή των μελλοντικών αποδόσεων. Ακολουθώντας την υπόθεση ότι οι παράγοντες κινδύνου (επιτόκια, μεταβλητότητα, υποκείμενο προϊόν, συναλλαγματικές ισοτιμίες) ακολουθούν Γεωμετρική Κίνηση Brown (GBM), η μέθοδος δημιουργεί ένα πλήθος τυχαίων μεταβολών στις συνιστώσες του χαρτοφυλακίου με τη βοήθεια μιας γεννήτριας τυχαίων αριθμών.

Η GBM (Hull, 2003) έχει ως εξής:

$$\Delta \ln P = \mu \Delta t + \varepsilon \sigma \sqrt{\Delta t} \quad (\text{II.43})$$

Με αυτόν τον τρόπο η μέθοδος MC υποθέτει ότι η κατανομή των παραγόντων κινδύνου είναι δεδομένη και ότι οι ημερήσιες λογαριθμικές μεταβολές τους ακολουθούν πολύ-μεταβλητή κανονική κατανομή.

$$r_{i,t+1} = \ln \left(\frac{P_{i,t+1}}{P_{i,t}} \right) \quad (\text{II.44})$$

όπου

$r_{i,t+1}$: οι ημερήσιες λογαριθμικές μεταβολές του παράγοντα κινδύνου i τη χρονική στιγμή $t+1$
 P_i : η τιμή του παράγοντα κινδύνου i τη χρονική στιγμή $t+1$

Επομένως, η αυριανή τιμή των παραγόντων κινδύνου για υψηλής συχνότητας δεδομένα (ο μέσος μ παραλείπεται), υπολογίζεται ως:

$$P_{i,t+1} = P_{i,t} e^{\varepsilon \sigma \sqrt{\Delta t}} \quad (\text{II.45})$$

Δεδομένης της εκτίμησης του πίνακα διακυμάνσεων – συνδιακυμάνσεων Σ ($n \times n$) των αποδόσεων (χρησιμοποιώντας οποιαδήποτε από τις μεθόδους που περιγράφηκε παραπάνω, δημιουργείται ο πίνακας συσχετίσεων \mathbf{C} όπως περιγράφεται παραπάνω.

Σύμφωνα με την παρουσίαση που παραθέτει ο Hamilton (1994), η μήτρα \mathbf{C} αναλύεται ως:

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \mathbf{A}^T \quad (\text{II.46})$$

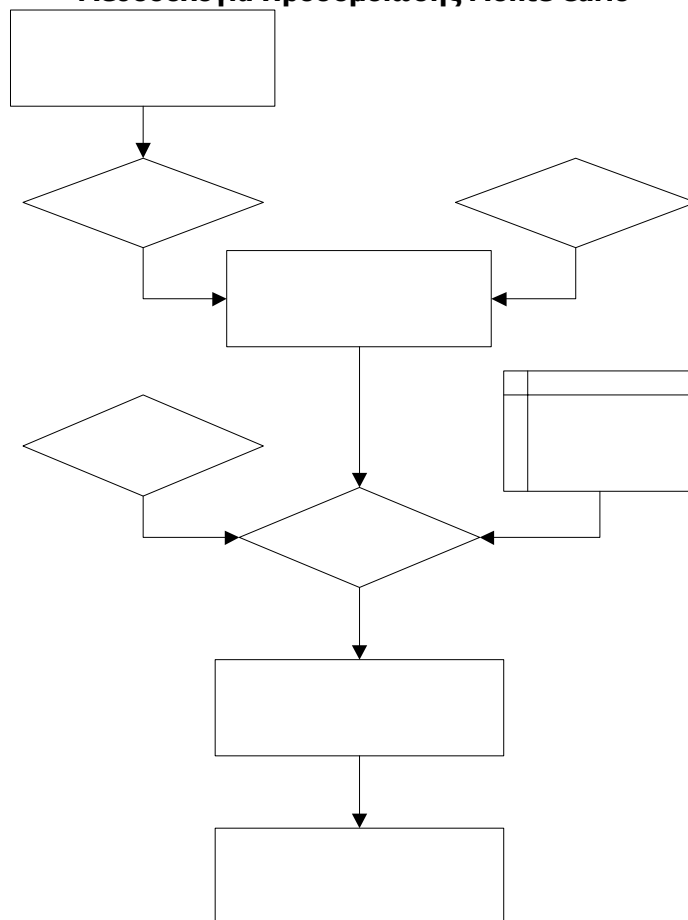
Κάθε στοιχείο του \mathbf{A} ($n \times n$) δημιουργείται ως εξής:

$$\alpha_{ij} = \begin{cases} 0 & j < i \\ \sqrt{\sigma_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} a_{ik}^2} & j = i \\ \frac{1}{a_{ii}} \sqrt{\sigma_{ji} - \sum_{k=1}^{i-1} a_{ik} a_{jk}} & j > i \end{cases} \quad (\text{II.47})$$

Οι Cuthbertson και Nitzsche (2001) έδειξαν ότι η μήτρα \mathbf{Z} αποτελούμενη από τυχαία συσχετισμένες κατάλοιπα παράγεται ως εξής:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{A}^T \boldsymbol{\varepsilon} \quad (\text{II.48})$$

Σχήμα II.3:
Μεθοδολογία Προσομοίωσης Monte Carlo



Το διάνυσμα ε ($n \times 1$), το οποίο αποτελείται από τυχαία τυποποιημένα κανονικά κατάλοιπα για κάθε έναν από τους (n) παράγοντες κινδύνου, δημιουργείται για κάποιο πλήθος επαναλήψεων (συνήθως 10,000). Οι τιμές z_i ($i=1, \dots, n$) χρησιμοποιούνται ως πρωτογενή δεδομένα, αντί των ε_i στην εξίσωση (II.45) για την πρόβλεψη της κατανομής των παραγόντων κινδύνου. Τέλος, η ΜΑΔΖ υπολογίζεται χρησιμοποιώντας το απαιτούμενο ποσοστημόριο.

Στην περίπτωση των παραγώνων προϊόντων η αποτίμηση των οποίων σχετίζεται μη-γραμμικά με τους παράγοντες κινδύνου που την επηρεάζουν, θα πρέπει, κατ' αρχήν να εκτιμηθεί η κατανομή των επιμέρους παραγόντων κινδύνου που αποτελούν τις συνιστώσες για την εκτίμησή του. Στη συνέχεια, αφού γίνει η αποτίμησή του παραγώγου, δημιουργείται η αντίστοιχη κατανομή των τιμών του για να υπολογιστεί η ΜΑΔΖ.

4.3 ΜΗ – ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΑ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ

Η μέθοδος της ιστορικής προσομοίωσης, παρόλο που απαιτεί την διατήρηση μεγάλων βάσεων δεδομένων, είναι η μέθοδος που απαιτεί το λιγότερο χρόνο και το μικρότερο κόστος για τη διεξαγωγή των υπολογισμών που σχετίζονται με τη ΜΑΔΖ, έχοντας επιπλέον το πλεονέκτημα της ολοκληρωτικής αποτίμησης των παραγώνων προϊόντων.

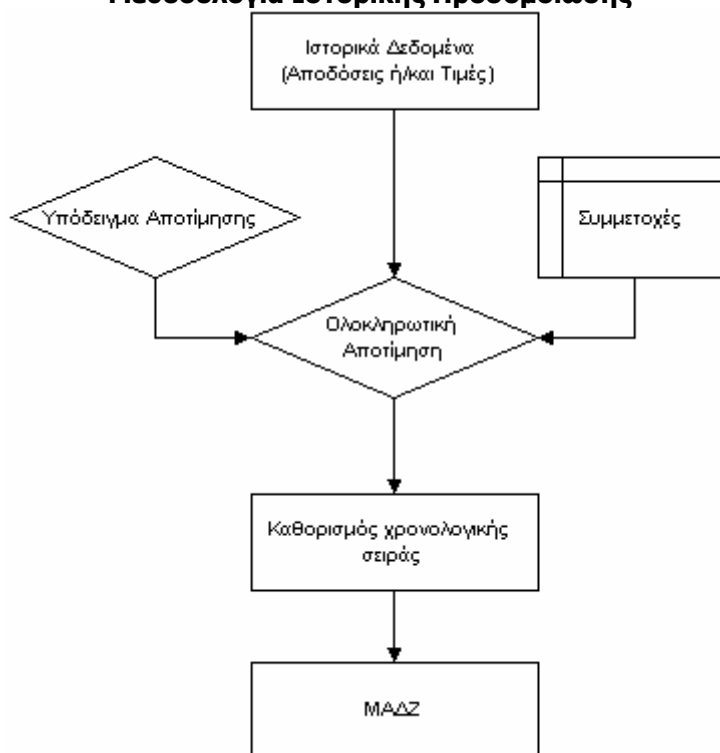
Η υπό συζήτηση μεθοδολογία συνίσταται στην αναδρομική αποτίμηση του κάθε προϊόντος εφαρμόζοντας τις τρέχουσες σταθμίσεις του χαρτοφυλακίου σε όλο το μήκος της διαθέσιμης χρονολογικής σειράς του παρελθόντος. Κατ' αυτόν τον τρόπο, δημιουργούνται ιστορικές τιμές για ένα υποθετικό χαρτοφυλάκιο το οποίο έχει τις τρέχουσες σταθμίσεις. Εναλλακτικά διατυπωμένο, λέγεται ότι η δομή του τρέχοντος χαρτοφυλακίου παραμένει 'παγωμένη' σε όλες τις παρελθούσες στιγμές.

Όταν το χαρτοφυλάκιο περιέχει παράγωγα προϊόντα, με μη-γραμμικά χαρακτηριστικά στην μέθοδο αποτίμησής τους, θα πρέπει να φυλάσσονται σε βάσεις δεδομένων όλες οι συνιστώσες

της αποτίμησης όπως χρονολογικές σειρές επιτοκίων, τιμές μετοχών, μεταβλητότητες, συναλλαγματικές ισοτιμίες κτλ. Η αναγκαιότητα αυτή ανακύπτει από την ανεξάρτητη και συνεχή αποτίμηση του κάθε μη-γραμμικού παράγωγου προϊόντος για κάθε χρονική στιγμή του παρελθόντος, πριν εφαρμοσθούν οι σταθμίσεις στις αποδόσεις του συγκεκριμένου χρηματοοικονομικού προϊόντος.

Η νέες αξίες του χαρτοφυλακίου, που υπολογίζονται από τις υποθετικές θέσεις του χαρτοφυλακίου στο παρελθόν, χρησιμεύουν για να δημιουργηθεί η κατανομή των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου. Από αυτήν την κατανομή η ΜΑΔΖ υπολογίζεται ως η n -στής τάξης ταξινομημένη τιμή η οποία αντιστοιχεί στο χρησιμοποιούμενο επίπεδο εμπιστοσύνης.

Σχήμα ΙΙ.4:
Μεθοδολογία Ιστορικής Προσομοίωσης



Η ιστορική προσομοίωση έχει τη δυνατότητα να περιλάβει μη-γραμμικές σχέσεις μεταξύ των συνιστωσών του υποδείγματος αποτίμησης και της τιμής του παράγωγου προϊόντος, υπερκαλύπτοντας την επίδραση που έχουν οι ευαισθησίες 'γάμα' και 'vega' στην τιμή του. Επιπλέον, έχει τη δυνατότητα να προσμετρήσει την επίπτωση των παχιών ουρών στον

υπολογισμό της ΜΑΔΖ καθώς αναφέρεται στην πραγματική κατανομή των αποδόσεων και όχι σε κάποια συγκεκριμένη υποθετική κατανομή. Επιπροσθέτως, η ιστορική προσομοίωση θεωρείται ότι είναι η λιγότερο επιρρεπής μέθοδος στον κίνδυνο χρήσης λανθασμένου υποδείγματος, καθώς δεν υπάρχει έμφυτη η ανάγκη υπολογισμού παραμέτρων. Παρόλα αυτά υπάρχουν αρκετές παρεκκλίσεις της μεθόδου οι οποίες υποθέτουν ότι το σύνολο του χαρτοφυλακίου ακολουθεί κανονική κατανομή και βασίζουν την εκτίμηση της ΜΑΔΖ στη διακύμανση που απορρέει από το συνολικό χαρτοφυλάκιο, αποκλίνοντας από την ιδέα του μη-παραμετρικού υποδείγματος.

5 ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΜΕΘΟΔΩΝ ΘΕΩΡΙΑΣ ΑΚΡΑΙΩΝ ΤΙΜΩΝ

Η Θεωρία Ακραιών Τιμών (ΘΑΤ) τα τελευταία χρόνια αποκτά διαρκώς αυξανόμενη αποδοχή στη διεθνή βιβλιογραφία που αναφέρεται στη ανάλυση χρηματο-οικονομικών σειρών. Η ΘΑΤ αναφέρεται σε δύο εναλλακτικές κατηγορίες υποδειγμάτων: στην προσέγγιση των Μεγίστων ανά Ομάδες (Block Maxima) και στην προσέγγιση των Υπερβάσεων του Σημείου Αναφοράς (Peaks-Over-Threshold). Η πρώτη προσέγγιση αφορά στην συλλογή των υψηλότερων (χαμηλότερων) παρατηρήσεων από ένα μεγάλο δείγμα ανεξαρτήτως κατανεμημένων δεδομένων με στόχο την εκτίμηση των μέγιστων (ελάχιστων) τιμών κατά τη διάρκεια ενός χρονικού ορίζοντα.

Η δεύτερη προσέγγιση δίνει έμφαση στο σύνολο του δείγματος εντοπίζοντας τις τιμές εκείνες οι οποίες υπερβαίνουν κάποιο υψηλό (χαμηλό) σημείο αναφοράς χωρίς να προϋποθέτει τον διαχωρισμό του δείγματος σε ομάδες. Η προσέγγιση των Υπερβάσεων του Σημείου Αναφοράς (ΥΣΑ) χωρίζεται σε δύο επιμέρους κατηγορίες υποδειγμάτων: τα ημι-παραμετρικά υποδείγματα τα οποία δομούνται γύρω από τον εκτιμητή Hill (Hill, 1975) και τα παραμετρικά υποδείγματα τα οποία βασίζονται στην Γενικευμένη Κατανομή Pareto.

Το Θεώρημα των Ακραίων Τιμών ή το Θεώρημα Fisher-Tippett (Fisher και Tippett, 1928) αποτελεί ένα από τα παλαιότερα θεωρήματα της εφαρμοσμένης στατιστικής και της στατιστικής μηχανικής. Αρχικά εφαρμόστηκε για να υποδειγματοποιήσει σπάνια φαινόμενα που παρατηρούνται στην υδρολογία και την κλιματολογία. Πρόσφατα, το ανωτέρω θεώρημα χρησιμοποιήθηκε για να ερμηνεύσει ακραίες συμπεριφορές των δεδομένων που προέρχονται από το ασφαλιστικό και το πιστωτικό σύστημα (Kellezi and Gilli, 2000; Gencay and Selcuk, 2001; Blum and Dacorogna, 2003).

5.1 ΑΝΕΥ ΣΥΝΘΗΚΩΝ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

5.1.1 ΜΕΓΙΣΤΑ ΑΝΑ ΟΜΑΔΕΣ

Προκειμένου να τεκμηριωθεί η μέθοδος των Μεγίστων ανά Ομάδες (ΜΑΟ) πρέπει, κατ' αρχήν, να εξασφαλιστεί ή να υποτεθεί ότι οι υψηλής συχνότητας παρατηρήσεις (π.χ. ημερήσια δεδομένα καταλοίπων) X_n ($n \in \mathbf{Z}$) είναι ανεξάρτητα και ομοιόμορφα κατανεμημένες σύμφωνα με μια άγνωστη κατανομή F . Στη συνέχεια συλλέγονται τα μέγιστα M_n , τα οποία αποτελούν τις μέγιστες (ή τις απόλυτες ελάχιστες) τιμές που παίρνει η μεταβλητή σε κάθε μια από τις m διαδοχικές, μη-αλληλοκαλυπτόμενες, περιόδους (ομάδες) με μήκος n παρατηρήσεις (π.χ. μία εβδομάδα (5 ημέρες), ένα μήνα (22 ημέρες) ή ένα έτος (250 ημέρες)). Για κάθε ομάδα δεδομένων οι παρατηρήσεις σημειώνονται ως X_{ij} ($i = 1 \dots n, j = 1 \dots m$) και τα μέγιστα ως M_j ($j = 1 \dots m$). Η εν λόγω μεθοδολογία περιγράφεται παραστατικά στο Σχήμα II.5.

1^ο Θεώρημα (Fisher & Tippett, Gnedenko)

Εν συνεχεία τα M_j χρησιμοποιώντας το κεντρικό οριακό θεώρημα κανονικοποιούνται και δημιουργούν τη μεταβλητή Y ως εξής:

$$Y_j = \frac{M_j - \mu}{\sigma} \quad (\text{II.49})$$

Σχήμα II.5:
Μέθοδος Μεγίστων ανά Ομάδα

$$\left. \begin{array}{l} \max \left(\overbrace{X_{1,1} \quad X_{2,1} \quad X_{3,1} \quad \dots \quad X_{n,1}}^{\text{Ομάδα}_1} \right) = M_1 \\ \max \left(\overbrace{X_{1,2} \quad X_{2,2} \quad X_{3,2} \quad \dots \quad X_{n,2}}^{\text{Ομάδα}_2} \right) = M_2 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \max \left(\overbrace{X_{1,m} \quad X_{2,m} \quad X_{3,m} \quad \dots \quad X_{n,m}}^{\text{Ομάδα}_m} \right) = M_m \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Μέγιστα} \\ \text{ανά} \\ \text{Ομάδα} \\ \{M_1, M_2, \dots, M_m\} \end{array}$$

Τα σύμβολα μ και σ αναπαριστούν τις παραμέτρους τοποθεσίας (μέσος) και κλίμακας (τυπική απόκλιση) της κατανομής των M_j . Οι Fisher και Tippett (1928) και ο Gnedenko (1943) απέδειξαν ότι όταν το $n \rightarrow \infty$, η μεταβλητή Y ακολουθεί την κατανομή H , η οποία ανήκει σε μία από τις ακόλουθες τρεις κατανομές ακραίων τιμών:

Κατανομή Gumbel (Τύπου I)

$$\Lambda(y) = \exp(-\exp^{-y}) \quad y \in R \quad (\text{II.50})$$

Κατανομή Fréchet (Τύπου II)

$$\Phi_\alpha(y) = \begin{cases} 0 & y \leq 0 \\ \exp(-y^{-\alpha}) & y > 0, \quad \alpha > 0 \end{cases} \quad (\text{II.51})$$

Κατανομή Weibull (Τύπου III)

$$\Psi_{\alpha}(y) = \begin{cases} \exp(-(-y^{-\alpha})) & y \leq 0 \quad \alpha < 0 \\ 1 & y > 0 \end{cases} \quad (\text{II.52})$$

Ο Jenkinson (1955) συνέστησε μια παραμετροποίηση των ανωτέρω κατηγοριών και αναπαράστησε την κατανομή H ως:

$$H_{\xi}(y) = \begin{cases} \exp\left(-\left(1 + \xi y\right)^{-\frac{1}{\xi}}\right) & \xi \neq 0 \\ \exp(-e^{-y}) & \xi = 0 \end{cases} \quad (\text{II.53})$$

όπου

y ικανοποιεί τη συνθήκη $1 + \xi y > 0$.

Η τυχαία μεταβλητή Y , λέγεται ότι ανήκει στον ευρύτερο χώρο μιας κατανομής ακραίων τιμών ($Y \in \text{MDA}(H_{\xi})$), αν $\mu \in \mathbf{R}$ και $\sigma > 0$. Η κατανομή αυτή λέγεται Γενικευμένη Κατανομή Ακραίων Τιμών (Generalized Extreme Value Distribution). Η παράμετρος ξ ισούται με μηδέν (0) για την κατανομή Gumbel, με σ^{-1} για την κατανομή Frechet και με $-\sigma^{-1}$ για την κατανομή Weibull.

Αν $\xi < 0$, η Γενικευμένη Κατανομή Ακραίων Τιμών (ΓΚΑΤ) αντιστοιχεί σε κατανομή Τύπου II, αν $\xi > 0$, η ΓΚΑΤ αντιστοιχεί σε κατανομή Τύπου III ενώ αν $\xi = 0$ η ΓΚΑΤ αντιστοιχεί σε κατανομή Τύπου I. Εναλλακτικά η κατανομή Gumbel μπορεί να θεωρηθεί ως η κατανομή που αποτελεί το γεφύρωμα μεταξύ των κατανομών Frechet και Weibull καθώς ενώ το $\xi \rightarrow 0$ οι κατανομές αυτές μετατρέπονται σταδιακά στην κατανομή Gumbel.

Η παράμετρος ξ (δείκτης ουράς) αναπαριστά το πάχος της ουρών και τον δείκτη φθοράς σύμφωνα με τον οποίο οι ουρές προσεγγίζουν το μηδέν για μια δεδομένη κατανομή

πιθανότητας. Με άλλα λόγια όσο πιο παχιά είναι η ουρά τόσο μικρότερος είναι ο δείκτης ουράς και επομένως, τόσο μικρότερη η ταχύτητα με την οποία η ουρά προσεγγίζει το μηδέν.

Η παραπάνω γενίκευση είναι ιδιαίτερα χρήσιμη σε περιπτώσεις που χρησιμοποιούνται οι εκτιμητές μεγίστης πιθανοφάνειας για τον καθορισμό των παραμέτρων, χωρίς να είναι εκ των προτέρων γνωστή η κατανομή των μεγίστων ανά ομάδα (Kellezi and Gilli, 2000). Παρόλα αυτά, η προσέγγιση των Μεγίστων ανά Ομάδα δεν είναι δόκιμη για χρονολογικές σειρές οι οποίες ενσωματώνουν επαρκή δεδομένα ακραίων τιμών. Αυτό είναι πιθανότερο να συμβεί καθώς αυξάνεται ο όγκος των δεδομένων. Σε παρόμοιες περιπτώσεις, η περισσότερο αποτελεσματική μέθοδος είναι αυτή των Υπερβάσεων του Σημείου Αναφοράς (ΥΣΑ).

5.1.2 ΥΠΕΡΒΑΣΕΙΣ ΤΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ ΑΝΑΦΟΡΑΣ

Η προσέγγιση της μεθόδου των Υπερβάσεων του Σημείου Αναφοράς διακρίνεται στην ημι-παραμετρική εκδοχή, η οποία έχει ως κεντρικό σημείο αναφοράς τον εκτιμητή Hill και στην παραμετρική εκδοχή η οποία βασίζεται στην Γενικευμένη Κατανομή Pareto.

Ημι-παραμετρική εκδοχή: Η διαχείριση κινδύνου αγοράς, εσχάτως, έχει αποδώσει μεγάλη προσοχή σε κατανομές που χαρακτηρίζονται από παχιές ουρές και ανήκουν στον ευρύτερο χώρο των κατανομών ακραίων τιμών κάτι το οποίο παραπέμπει σε $\xi > 0$ και ισχύει:

$$1 - F(x) = x^{-\alpha} L(x) \quad (\text{II.54})$$

Εκτός της περίπτωσης της ανάλυσης των στατιστικών χαρακτηριστικών (Embrechts et al., 1997), ο όρος $L(x)$ δύναται να παραληφθεί προκειμένου να καταστεί απλούστερη η εκτίμηση του x (Blum and Dacorogna, 2003). Οι Blum και Dacorogna (2003) εξετάζοντας τη συμπεριφορά των συναλλαγματικών ισοτιμιών τεσσάρων νομισμάτων έναντι του δολαρίου, χρησιμοποιώντας την εν λόγω μέθοδο, έδειξαν ότι η κανονική κατανομή δεν ήταν ικανή να

συλλάβει ακραίες αρνητικές μεταβολές που πραγματοποιήθηκαν μεταξύ του 1980 και του 2001.

Για την επίλυση παρόμοιων προβλημάτων ($\xi > 0$ – κατανομή κατηγορίας Frechet) προτείνεται η χρήση του εκτιμητή Hill (1975). Ο εκτιμητής Hill υπολογίζεται με τον ακόλουθο τρόπο. Αρχικά επιλέγεται η ανεξάρτητα και ομοιόμορφα κατανεμημένη χρονολογική σειρά η οποία ταξινομείται κατά φθίνουσα σειρά $X_{(1)} \geq X_{(2)} \geq \dots \geq X_{(n)}$. Εν συνεχεία ο δείκτης ουράς δίνεται από την ακόλουθη εξίσωση:

$$\hat{\xi}_{n,m}^H = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^{m-1} \ln X_{(i)} - \ln X_{(m)} \quad (\text{II.55})$$

με

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{\hat{\xi}_{n,m}^H}$$

Ο δείκτης m σημειώνει το $m^{\text{στό}}$ στοιχείο αναφοράς ή, εναλλακτικά, το σημείο αποκοπής των ακραίων τιμών από τις υπόλοιπες. Ο προσδιορισμός του m αποτελεί θολό τοπίο καθώς δεν έχει αποδειχτεί ότι υπάρχει μια αντικειμενική και γενικά αποδεκτή μέθοδος. Η επιλογή ενός υψηλού επιπέδου αποκοπής παρέχει ελάχιστη πληροφόρηση για την συμπεριφορά των ακραίων τιμών ενώ η επιλογή ενός χαμηλού επιπέδου αποκοπής εισάγει μερικές τιμές από τη συνολική κατανομή των δεδομένων, δημιουργώντας μεροληψία στις εκτιμήσεις. Οι Dacorogna et al (2001) και οι Blum και Dacorogna (2003) πρότειναν τον υπολογισμό του m ως την τετραγωνική ρίζα του συνόλου των παρατηρήσεων.

Οι Dacorogna et al (1995) πρότειναν την εκτίμηση του ακραίου ποσοστημορίου Q_q για ένα δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης q ως εξής:

$$\hat{Q}_q = X_{(m)} \left(\frac{m}{nq} \right)^{\frac{1}{\hat{\alpha}}} \quad (\text{II.56})$$

Παραμετρική εκδοχή: Τα παραμετρικά υποδείγματα χαρακτηρίζονται από δύο διαφορετικές κατανομές: την κατανομή των μεσαίων κοινών τιμών και την κατανομή των ακραίων τιμών. Η κατανομή των υπερβάσεων (Y) του σημείου αναφοράς (u) δίνεται από:

2° Θεώρημα (Picklands, Balkema, de Hann)

$$F_u(y) = P\{X - u \leq y | X > u\}, \quad y > 0 \quad (\text{II.57})$$

ή

$$F_u(y) = \frac{F(y+u) - F(u)}{1 - F(u)}, \quad y > 0 \quad (\text{II.58})$$

η οποία αναπαριστά την πιθανότητα η τιμή του X να υπερβαίνει το σημείο αναφοράς u κατά το πολύ την ποσότητα y δεδομένου ότι το X υπερβαίνει το σημείο αναφοράς u (Gencay and Selcuk, 2001).

Για όλες τις κοινές συνεχείς κατανομές οι οποίες συναντώνται στην στατιστική (κανονική, λογαριθμο-κανονική, χ^2 , Student-t, F, γάμα, εκθετική, ομοιόμορφη, βήτα, κτλ.) υπάρχει μια συνάρτηση $\beta(u)$ τέτοια ώστε:

$$\lim_{u \rightarrow x_0} \sup_{0 \leq y < x_0 - u} |F_u(y) - G_{\xi, \beta(u)}(y)| = 0 \quad (\text{II.59})$$

Το ανωτέρω υπόδειγμα για τον παράγοντα κινδύνου X , ο οποίος ακολουθεί την κατανομή F υποθέτει ότι για κάποια u η κατανομή των υπερβάσεων δύναται να είναι ακριβώς η Γενικευμένη Κατανομή Pareto για κάποιες τιμές των ξ και β (McNeil and Frey, 2000):

$$F_u(y) = G_{\xi, \beta}(y) \quad (\text{II.60})$$

όπου

$$G_{\xi,\beta}(y) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \xi \frac{y}{\beta}\right)^{-\frac{1}{\xi}} & \xi \neq 0 \\ 1 - e^{-\frac{y}{\beta}} & \xi = 0 \end{cases} \quad (\text{II.61})$$

με τους περιορισμούς:

$\beta > 0$ και $y \geq 0 \vee \xi \geq 0$ και,

$-\beta/\xi \geq y \geq 0 \vee \xi < 0$

Συνδυάζοντας τις παραπάνω εξισώσεις έχουμε:

$$F(y+u) = G_{\xi,\beta}(y)[1 - F(u)] + F(u) \quad (\text{II.62})$$

ή, καθώς $x = y+u$,

$$F(x) = G_{\xi,\beta}(y)[1 - F(u)] + F(u) \quad (\text{II.63})$$

Εκτιμώντας τις άγνωστες παραμέτρους καταλήγουμε στην παρακάτω παράσταση:

$$\hat{F}(x) = 1 - \frac{N_u}{n} \left(1 + \hat{\xi} \frac{y}{\hat{\beta}}\right)^{-\frac{1}{\hat{\xi}}} \quad (\text{II.64})$$

όπου $y = x - u$, N_u αντιπροσωπεύει τον αριθμό των τιμών που υπερβαίνει το σημείο αποκοπής u και n είναι ο συνολικός αριθμός των παρατηρήσεων. Η ΜΑΔΖ ορίζεται από την αντίστροφη συνάρτηση της παραπάνω συνάρτησης για μια δεδομένη πιθανότητα $q \geq (n - N_u)/n$.

$$\hat{\wedge} VaR_q = u + \frac{\hat{\beta}}{\hat{\xi}} \left\{ \left[(1 - q) \frac{n}{N_u} \right]^{-\hat{\xi}} - 1 \right\} \quad (\text{II.65})$$

όπου VaR_q είναι η αντίστροφη της F κατανομής.

5.2 ΥΠΟ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

Οι McNeil και Frey (2000) εισήγαγαν μια διαδικασία δύο επιπέδων, γνωστή ως υπό συνθήκες ΘΑΤ, για την εκτίμηση της ΜΑΔΖ:

Βήμα 1: Εκτίμηση μιας παλινδρόμησης τύπου ΓΑΥΣΕΥ (GARCH) με βάση τα δεδομένα των λογαριθμικών μεταβολών με την ολιγονομική μέθοδο της μεγίστης πιθανοφάνειας.

Βήμα 2: Τα κανονικοποιημένα κατάλοιπα υποτίθεται ότι ακολουθούν 'λευκό θόρυβο'. Χρησιμοποιείται η μέθοδος της ΘΑΤ για την εκτίμηση του ακραίου ποσοστημορίου που αντιστοιχεί στα κατάλοιπα για κάποιο q .

Ας υποθεθεί ότι η ακόλουθη εξίσωση απεικονίζει τη συμπεριφορά των αρνητικών λογαριθμικών μεταβολών:

$$r_t = a_0 + a_1 r_{t-1} + \varepsilon_t \quad (\text{II.66})$$

$$\text{με } \varepsilon_t = \sigma_t e_t$$

όπου a_0 και a_1 είναι οι προς εκτίμηση παράμετροι, r_{t-1} είναι η λογαριθμική μεταβολή με ένα βαθμό υστέρησης και e_t τα ανεξάρτητα και ομοιόμορφα κατανομημένα κατάλοιπα με μέσο μηδέν (0) και διακύμανση ένα (1).

Αν υποθέσουμε ότι η υπό όρους διακύμανση σ_t^2 των ε_t ακολουθεί ΓΑΥΣΕΥ(1,1), αυτή γεννάται από:

$$\sigma_t^2 = \beta_0 + \beta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-1}^2 \quad (\text{II.67})$$

όπου $\beta_0, \beta_1, \beta_2 > 0$, και για να πληρώνεται ο όρος της στασιμότητας πρέπει να ισχύει $\beta_1 + \beta_2 < 1$.

Η συνάρτηση εκτίμησης της μεγίστης λογαριθμικής πιθανοφάνειας για τα τυποποιημένα κανονικά καταναμημένα κατάλοιπα e_t δίνεται από τη συνάρτηση:

$$L(\theta) = -\frac{n}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{t=2}^n \log(\sigma_t) - \frac{1}{2} \sum_{t=2}^n \frac{(r_t - \alpha_0 - \alpha_1 r_{t-1})^2}{\sigma_t} \quad (\text{II.68})$$

Μετά τη μεγιστοποίηση την ανωτέρω συνάρτησης τα τυποποιημένα κατάλοιπα υπολογίζονται σε σχέση με το σύνολο θ των άγνωστων παραμέτρων $\alpha_0, \alpha_1, \beta_0, \beta_1$ και β_2 ως εξής:

$$(e_{t-n+1}, \dots, e_t) = \left(\frac{r_{t-n+1} - \hat{\alpha}_0 - \hat{\alpha}_1 r_{t-n}}{\hat{\sigma}_{t-n+1}}, \dots, \frac{r_t - \hat{\alpha}_0 - \hat{\alpha}_1 r_{t-1}}{\hat{\sigma}_t} \right) \quad (\text{II.69})$$

Το Βήμα 1 παύει μετά την εκτίμηση του υπό συνθήκες μέσου και της υπό συνθήκες διακύμανσης για τις ημερήσιες προβλέψεις:

$$\hat{\mu}_{t+1} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 r_t \quad (\text{II.70})$$

$$\hat{\sigma}_{t+1}^2 = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \hat{\varepsilon}_t^2 + \hat{\beta}_2 \hat{\sigma}_t^2 \quad (\text{II.71})$$

όπου $\hat{\varepsilon}_t = r_t - \hat{\mu}_t$

Η πρόβλεψη της τιμής ΜΑΔΖ ($Var(e)_q$) για τα κατάλοιπα αποτελεί το ποσοστημόριο που αντιστοιχεί στην μεταβλητότητα των ελάχιστων τυποποιημένων καταλοίπων για κάποιο επίπεδο εμπιστοσύνης q . Τελικά, η ημερήσια ΜΑΔΖ των αποδόσεων (Var_q) δίνεται από:

$$\overset{\wedge}{Var}_q \equiv \overset{\wedge}{\mu}_t + \overset{\wedge}{\sigma}_{t+1} Var(e)_q = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 r_{t-1} + \hat{\sigma}_{t+1} Var(e)_q \quad (\text{II.72})$$

5.3 ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΗ ΥΠΕΡΒΑΣΗ

Ένα ακόμα πληροφοριακό μέτρο του κινδύνου (Da Costa Lewis, 2003; McNeil και Frey, 2000; Gilli και Kellezi, 2000) είναι η αναμενόμενη τιμή της ζημίας η οποία υπερβαίνει τη ΜΑΔΖ (αναμενόμενη ζημία δεδομένης της υπέρβασης ή ΑΖΔΥ), ή, αλλιώς, η υπό-συνθήκες εκτίμηση της ουράς. Έτσι, η ΑΖΔΥ μπορεί να γραφεί ως:

$$ES_q = E(X | X > VaR_q) \quad (II.73)$$

η οποία μπορεί να γραφεί και ως:

$$ES_q = VaR_q + E(X - VaR_q | X > VaR_q) \quad (II.74)$$

όπου ο δεύτερος όρος του δεξιού μέρους της εξίσωσης είναι η μέση τιμή της κατανομής των υπερβάσεων της ΜΑΔΖ. Η συνάρτηση της μέσης υπέρβασης για την Γενικευμένη Κατανομή Pareto, με $\xi < 1$, έχει ως εξής:

$$e(z) = E(X - z | X > z) = \frac{\beta + \xi z}{1 - \xi}, \quad \sigma + \xi z > 0 \quad (II.75)$$

Η παραπάνω συνάρτηση μας δίνει τη μέση υπέρβαση του X σε σχέση με τις τιμές του z . Έχοντας κατά νου τις ανωτέρω δύο εξισώσεις, με $z = VaR_q - u$ και X να αναπαριστά τις υπερβάσεις του u έχουμε:

$$ES_q = VaR_q + \frac{\beta + \xi(VaR_q - u)}{1 - \xi} = \frac{VaR_q}{1 - \xi} + \frac{\beta - \xi u}{1 - \xi} \quad (II.76)$$

Είναι φανερό ότι η τιμή που παράγεται μας φέρνει πιο κοντά σε γεγονότα ακραίων καταστάσεων, παρέχοντας στις εποπτικές αρχές ένα επιπλέον εργαλείο για τη δημιουργία σεναρίων διεξαγωγής ελέγχου ακραίων καταστάσεων (βλέπε ενότητα 7).

6 ΕΙΔΙΚΟΣ ΚΙΝΔΥΝΟΣ

Μέχρι πρόσφατα δεν είχε αποδοθεί η δέουσα προσοχή από τη διεθνή βιβλιογραφία στον ρόλο που έχει ο ειδικός κίνδυνος στην υποδειγματοποίηση του συνολικού κινδύνου αγοράς. Στην έκταση που τα εσωτερικά υποδείγματα μπορούσαν να συλλάβουν τον κίνδυνο που ενέχει η ανοιχτή θέση σε μια συγκεκριμένη έκδοση η αγνόηση αυτή δεν έχει κάποια ιδιαίτερη σημασία. Με την πάροδο των ετών, η αύξηση της πολυπλοκότητας των χαρτοφυλακίων και του πλήθους των διαφορετικών εκδόσεων που τα απαρτίζουν κατέστησαν δύσκολη την αποθήκευση των χρηματοοικονομικών σειρών για κάθε ένα από αυτά τα προϊόντα. Έτσι, τα πιστωτικά ιδρύματα αναγκάστηκαν να κατηγοριοποιήσουν τα προϊόντα ανά ομάδες και να αντιστοιχίσουν την κάθε ομάδα σε έναν αντιπροσωπευτικό γενικό δείκτη ώστε να εξοικονομήσουν χώρο αποθήκευσης και χρόνο για τον υπολογισμό της ΜΑΔΖ.

Η ομαδοποίηση αυτή εξακολουθεί να είναι ικανή να ερμηνεύσει την μεταβλητότητα της κάθε έκδοσης η οποία είναι απόρροια της έκθεσης σε 'κοινούς', σε όλες τις εκδόσεις, παράγοντες κινδύνου οι οποίοι είναι ανεξάρτητοι από τον εκδότη του κάθε χρεογράφου (μετοχικοί δείκτες, συναλλαγματικές ισοτιμίες, επιτόκια, κτλ.). Από την άλλη πλευρά, η ανωτέρω απλούστευση δεν λαμβάνει υπόψη της την μεταβλητότητα του χρεογράφου η οποία επηρεάζεται αποκλειστικά από γεγονότα που συνδέονται με κάποια συγκεκριμένη έκδοση.

Η παραπάνω ερμηνεία οδηγεί στην παρακάτω εξειδίκευση:

Συνολικός Κίνδυνος Αγοράς = Γενικός Κίνδυνος + Ειδικός Κίνδυνος

Γενικά, ο ειδικός κίνδυνος είναι απόρροια δύο πηγών: (i) των συνηθισμένων γεγονότων τα οποία επηρεάζουν τις ημερήσιες αγοραίες τιμές και μπορούν να υποδειγματοποιηθούν χρησιμοποιώντας παραδοσιακά στατιστικά υποδείγματα (ιδιοσυγκρατικός κίνδυνος) και, (ii) των μεταβολών οι οποίες εμφανίζονται πολύ σπάνια και είναι συνυφασμένες με συγκεκριμένα πιστωτικά γεγονότα (κίνδυνος αθέτησης).

Ο ιδιοσυγκρατικός κίνδυνος εμφανίζεται συνώνυμος του ειδικού κινδύνου όταν πρόκειται να υποδειγματοποιηθεί ο κίνδυνος αγοράς καθώς ο κίνδυνος αθέτησης αφορά τον πιστωτικό κίνδυνο. Ο ιδιοσυγκρατικός ή ειδικός κίνδυνος αφορά τα μετοχικά προϊόντα (και φυσικά προϊόντα) και τα προϊόντα σταθερού εισοδήματος.

6.1 ΜΕΤΟΧΙΚΟΙ ΤΙΤΛΟΙ

Το περισσότερο διαδεδομένο υπόδειγμα ποσοτικοποίησης του ειδικού κινδύνου βασίζεται σε κάποιο μοναδικό παράγοντα κινδύνου ο οποίος αντιπροσωπεύει τη κίνηση της αγοράς (μετοχικός δείκτης) και σε κάποιο παράγοντα ο οποίος αντιπροσωπεύει τον ειδικό κίνδυνο της έκδοσης. Η εξειδίκευση αυτή μπορεί να αναπαρασταθεί ως εξής:

$$r_i = \beta_i * r_M + \varepsilon_i \quad (\text{II.77})$$

όπου

- r_i : η απόδοση της μετοχής i
- r_M : η απόδοση του μετοχικού δείκτη
- β_i : το 'βήτα' της μετοχής i σε σχέση με το δείκτη της αγοράς
- ε_i : η απόδοση που οφείλεται αποκλειστικά στην συγκεκριμένη μετοχή

Το παραπάνω υπόδειγμα περιγράφει την απόδοση της μετοχής ως τη 'βήτα' – σταθμισμένη απόδοση ($\beta_i * r_M$) αυξημένη με την απόδοση που οφείλεται αποκλειστικά στη συγκεκριμένη μετοχή (ε_i).

Γενικεύοντας το παραπάνω υπόδειγμα για τις πραγματικές μεταβολές της αξίας ενός χαρτοφυλακίου χρεογράφων που σχετίζεται με μετοχές, παράγεται το παρακάτω υπόδειγμα:

$$\Delta P = \sum_{i=1}^N d_i * X_i * \beta_i * r_M + \sum_{i=1}^N d_i * X_i * \varepsilon_i \quad (\text{II.78})$$

όπου

- ΔP : η μεταβολή της αξίας του χαρτοφυλακίου,
 X_i : η τιμή της μετοχής i ,
 d_i : ευαισθησία της αξίας του χαρτοφυλακίου σε σχέση με τη μεταβολή της αξίας της έκδοσης i ('δελτα'),
 M : ο αριθμός των διαφορετικών εκδόσεων του χαρτοφυλακίου

Ο συνολικός κίνδυνος αγοράς του χαρτοφυλακίου υπολογίζεται ως η διακύμανση της παραπάνω εξίσωσης και υπολογίζεται ως:

$$\sigma_{\Delta P}^2 = GR + \sum_{i=1}^N (d_i^2 * X_i^2 * \sigma_{\varepsilon_i}^2) \quad (\text{II.79})$$

όπου

- $\sigma_{\Delta P}^2$: η συνολική διακύμανση του χαρτοφυλακίου
 GR : ο γενικός κίνδυνος
 $\sigma_{\varepsilon_i}^2$: ο ιδιοσυγκρατικό κίνδυνος

Καθώς όλες οι άλλες παράμετροι εύκολα παρατηρούνται ή υπολογίζονται, η μόνη άγνωστη παράμετρος παραμένει η εναπομείνασα διακύμανση που αναπαριστά τον ιδιοσυγκρατικό κίνδυνο. Ο καλύτερος τρόπος εκτίμησης του προαναφερθέντος κινδύνου είναι ο υπολογισμός της διακύμανσης των καταλοίπων που παράγει η παλινδρόμηση της εξίσωσης (II.77).

Η μέθοδος που προαναφέρθηκε δεν είναι ικανή να λάβει υπόψη της τον κίνδυνο κυρτότητας που έχουν οι μεγάλες μεταβολές στους υποκείμενους τίτλους των χαρτοφυλακίων που απαρτίζονται από δικαιώματα προαίρεσης. Για το σκοπό αυτό είναι αναγκαία η εισαγωγή περισσότερο πολύπλοκων υποδειγμάτων τα οποία δε είναι σκόπιμο να αναφερθούν στην παρούσα διδακτορική διατριβή.

6.2 ΠΡΟΪΟΝΤΑ ΣΤΑΘΕΡΟΥ ΕΙΣΟΔΗΜΑΤΟΣ

Η ανάλυση του συνολικού κινδύνου όσον αφορά τον κίνδυνο επιτοκίων είναι περισσότερο περίπλοκη καθώς το προεξοφλητικό επιτόκιο μηδενικού τοκομεριδίου κάθε έκδοσης σταθερού εισοδήματος περιέχει τρεις παράγοντες που την προσδιορίζουν: το βασικό επιτόκιο (YG_t), το περιθώριο επιτοκίου που αντιστοιχεί στην πιστοληπτική διαβάθμιση στην οποία έχει ενταχθεί ο εκδότης από κάποιο αναγνωρισμένο οίκο αξιολόγησης (SC_q) και το ειδικό περιθώριο επιτοκίου που αντιστοιχεί στον κίνδυνο του συγκεκριμένου εκδότη (SI_i). Η σχέση των μεταβολών στις παραπάνω συνιστώσες με τις μεταβολές στο προεξοφλητικό επιτόκιο μηδενικού τοκομεριδίου της έκδοσης i για τη διάρκεια t (ΔZ_{it}) δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\Delta Z_{it} = \Delta YG_t + \Delta SC_q + \Delta SI_i \quad (\text{II.80})$$

Το βασικό επιτόκιο λαμβάνει υπόψη του το γενικό επίπεδο και τη μορφή της καμπύλης αποδόσεων επιτοκίου για το νόμισμα της έκδοσης (LIBOR, επιτόκιο κρατικών ομολόγων, κτλ.) ενώ τα πιστωτικά περιθώρια ορίζονται από τη διαβάθμιση της πιστοληπτικής ποιότητας της κατηγορίας στην οποία ανήκει η έκδοση. Οι δύο αυτοί παράγοντες ορίζουν τον γενικό κίνδυνο της έκδοσης ενώ το εναπομείναν περιθώριο αντιπροσωπεύει τον ειδικό κίνδυνο της έκδοσης.

Όπως και στην περίπτωση του μετοχικού χαρτοφυλακίου, οι πραγματικές μεταβολές της αξίας ενός χαρτοφυλακίου χρεογράφων που σχετίζεται με προϊόντα σταθερού εισοδήματος αναπαρίστανται από το παρακάτω υπόδειγμα:

$$\Delta P = \sum_{t=1}^T PVBP_t^{YG} * \Delta YG_t + \sum_{q=1}^Q PVBP_q^{SC} * \Delta SC_q + \sum_{i=1}^N PVBP_i^{SI} * \Delta SI_i \quad (\text{II.81})$$

όπου

ΔP :	η μεταβολή της αξίας του χαρτοφυλακίου,
T :	το πλήθος των σημείων που χρησιμοποιούνται για να συνθέσουν την καμπύλη επιτοκίων
Q :	πλήθος των κατηγοριών πιστοληπτικής διαβάθμισης
N :	πλήθος των εκδόσεων
$PVBP_t^{YG}$:	η μεταβολή της αξίας του χαρτοφυλακίου που προκαλείται από την μεταβολή του βασικού επιτοκίου κατά μία μονάδα βάσης,
$PVBP_q^{SC}$:	η μεταβολή της αξίας του χαρτοφυλακίου που προκαλείται από την μεταβολή του πιστωτικού περιθωρίου επιτοκίου, που αντιστοιχεί στην πιστοληπτική διαβάθμιση που έχει ενταχθεί ο εκδότης, κατά μία μονάδα βάσης,
$PVBP_i^{SI}$:	η μεταβολή της αξίας του χαρτοφυλακίου που προκαλείται από την μεταβολή του ειδικού περιθωρίου επιτοκίου που αντιστοιχεί στον κίνδυνο το συγκεκριμένου εκδότη, κατά μία μονάδα βάσης.

Ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου το οποίο απαρτίζεται από χρεόγραφα σταθερού εισοδήματος υπολογίζεται από τη διακύμανση της εξίσωσης (II.81):

$$\sigma_{\Delta P}^2 = GR + \sum_{i=1}^N \left[(PVBP_i^{SI})^2 * \sigma_{SI_i}^2 \right] \quad (II.82)$$

όπου

$\sigma_{\Delta P}^2$:	η συνολική διακύμανση του χαρτοφυλακίου
GR:	ο γενικός κίνδυνος
$\sigma_{SI_i}^2$:	ο ειδικός κίνδυνος

Παρόλο που η εκτίμηση του ειδικού κινδύνου φαντάζει σχετικά εύκολη, στην πράξη η εξεύρεση ιστορικών στοιχείων για το σύνολο της καμπύλης επιτοκίων που αφορούν μεμονωμένες εκδόσεις είναι εξαιρετικά δύσκολη. Εναλλακτικά θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν οι χρονολογικές σειρές που αφορούν εκδόσεις που έχουν τα ίδια χαρακτηριστικά με την εμπλεκόμενη έκδοση.

Παρά την πολύ καλή εξειδίκευσή του, το παραπάνω υπόδειγμα δεν λαμβάνει υπόψη του τις συσχετίσεις μεταξύ των τριών συνιστωσών του προεξοφλητικού επιτοκίου μηδενικού τοκομεριδίου της κάθε έκδοσης και θεωρεί ότι το πιστωτικό περιθώριο επιτοκίου και το ειδικό περιθώριο επιτοκίου παραμένει σταθερό καθ' όλο το μήκος της καμπύλης αποδόσεων επιτοκίων.

Παρά τα μειονεκτήματα τα οποία είναι αναπόσπαστα στη παραπάνω προσέγγιση για τη μέτρηση του ειδικού κινδύνου των μετοχικών χαρτοφυλακίων και των χαρτοφυλακίων προϊόντων σταθερού εισοδήματος, η μέθοδος χρησιμοποιείται ευρέως από τα πιστωτικά ιδρύματα που εφαρμόζουν εσωτερικά υποδείγματα βασισμένα στον υπολογισμό της μήτρας συσχετίσεων ή της μήτρας διακύμανσης – συνδιακύμανσης (μέθοδος διακύμανσης – συνδιακύμανσης και μέθοδος προσομοίωσης Monte Carlo). Η εύρεση ενός περισσότερο ολοκληρωμένου υποδείγματος για την μέτρηση του ειδικού κινδύνου ενός χαρτοφυλακίου ετερογενών χρηματοοικονομικών προϊόντων θα μπορούσε να αποτελέσει το κίνητρο για περαιτέρω μελέτη καθώς τα χαρτοφυλάκια των πιστωτικών ιδρυμάτων γεννούν διαρκώς αυξανόμενο ειδικό κίνδυνο.

7 ΣΥΝΘΗΚΗ ΤΗΣ ΒΑΣΙΛΕΙΑΣ

Τα εποπτευόμενα πιστωτικά ιδρύματα και οι εποπτικές αρχές διαφοροποιούνται σε αρκετά θέματα αντιμετώπισης της μέτρησης του κινδύνου και κατανομής των κεφαλαίων (Estrella, 1995). Η εποπτική αξιολόγηση των εσωτερικών υποδειγμάτων έχει ως κύριο στόχο τη διασφάλιση της διαθεσιμότητας επαρκούς κεφαλαίου ώστε να προστατευθεί το πιστωτικό ίδρυμα από σημαντικές ζημιές στο χαρτοφυλάκιο συναλλαγών του. Ο στόχος αυτός δεν ταυτίζεται απαραίτητα με το στόχο της αξιολόγησης που διεξάγει το ίδιο το πιστωτικό ίδρυμα.

Επιπροσθέτως, οι εποπτικές αρχές, αν και είναι εξοικειωμένες με το θεωρητικό υπόβαθρο των τραπεζικών υποδειγμάτων MADZ, δεν μπορούν να αξιολογήσουν κάθε συνιστώσα και τεχνική λεπτομέρεια του υποδείγματος το ίδιο καλά όσο το εξεταζόμενο πιστωτικό ίδρυμα. Αυτό γίνεται, κυρίως, λόγω της ελλιπούς διάχυσης της πληροφόρησης από το πιστωτικό ίδρυμα προς την αρμόδια εποπτική αρχή (ασυμμετρία πληροφόρησης).

Τέλος, είναι στην αρμοδιότητα των εποπτικών αρχών να δημιουργούν μεθοδολογίες αξιολόγησης οι οποίες να επιτρέπουν την ισότιμη μεταχείριση των εποπτευόμενων πιστωτικών ιδρυμάτων. Οι μεθοδολογίες αυτές βασίζονται κυρίως στην αξιολόγηση των υποδειγμάτων με οικονομικούς (μέτρηση του πλήθους των υπερβάσεων διεξάγοντας `εκ των υστέρων έλεγχους`) παρά με στατιστικούς (έλεγχος ακρίβειας βάσει μετρήσεων του μεγέθους των υπερβάσεων) όρους. Συμπερασματικά, η εποπτική αξιολόγηση των υποδειγμάτων ΜΑΔΖ, παρά τις ιδιαιτερότητες που εμπεριέχει, ακολουθεί ενιαία τακτική αξιολόγησης, γεγονός που αποτελεί και το μεγαλύτερο πλεονέκτημά της.

Σύμφωνα με αυτήν την ενιαία αντιμετώπιση επιβάλλονται στα πιστωτικά ιδρύματα κεφαλαιακές απαιτήσεις έναντι των ιδίων κεφαλαίων. Όμως, πέραν της `τυπικής` προσέγγισης, τα τελευταία χρόνια τα πιστωτικά ιδρύματα επιχειρούν μια στροφή στην επονομαζόμενη προσέγγιση των `εσωτερικών υποδειγμάτων`. Η προσέγγιση αυτή βασίζεται στις εκτιμήσεις της ΜΑΔΖ που παράγονται από τα ίδια εσωτερικά υποδείγματα μέτρησης του κινδύνου αγοράς χρησιμοποιώντας τις τυπικές εποπτικές παραμέτρους, ήτοι, περίοδο διακράτησης δέκα (10) ημερών και επίπεδο εμπιστοσύνης 99%. Το προαναφερθέν επίπεδο εμπιστοσύνης διασφαλίζει στο πιστωτικό ίδρυμα ότι υπάρχει μόνο 1% πιθανότητα, οι ζημιές που θα υποστεί τις επόμενες δύο εβδομάδες να ξεπερνούν την μέγιστη αναμενόμενη δυνητική ζημιά.

Πιο συγκεκριμένα, οι κεφαλαιακές απαιτήσεις που αντιστοιχούν σε κάποιο πιστωτικό ίδρυμα για την επόμενη ημέρα ορίζονται ως το μεγαλύτερο ποσό μεταξύ της εκτίμησης της ΜΑΔΖ της τρέχουσας ημέρας και ενός πολλαπλασίου του μέσου όρου των εκτιμήσεων της ΜΑΔΖ των τελευταίων εξήντα (60) ημερών και δίνονται από:

$$CC_{t+1} = \max\left(VaR_t(1,10), M_t \frac{1}{60} \sum_{i=0}^{59} VaR_{t-i}(1,10) \right) + SR_t \quad (II.83)$$

όπου

CC_{t+1} : κεφαλαιακές απαιτήσεις της επόμενης ημέρας

$Var_t(1, 10)$:	η ΜΑΔΖ από την τρέχουσα ημέρα και μέχρι δέκα ημέρες στο μέλλον
M_t :	πολλαπλασιαστής που προκύπτει από τις υπερβάσεις του Έκ των υστέρων ελέγχου'
SR_t :	πρόσθετες κεφαλαιακές απαιτήσεις που προκύπτουν από τον ειδικό κίνδυνο

Σύμφωνα με το υπάρχον εποπτικό πλαίσιο ο πολλαπλασιαστής M_t δεν πρέπει να είναι μικρότερος του 3. Ο πολλαπλασιαστής περιλαμβάνεται στον υπολογισμό των κεφαλαιακών απαιτήσεων που αφορούν στον κίνδυνο αγοράς και προσαρμόζει την εκτίμηση της ΜΑΔΖ στις προσδοκίες των εποπτικών αρχών για την ελάχιστη κεφαλαιακή απαίτηση και παράλληλα αντικατοπτρίζει τον κίνδυνο που απορρέει από τη χρήση λανθασμένου υποδείγματος (Hendricks και Hirtle, 1997).

Επιπρόσθετα, ο πολλαπλασιαστής αυτός μπορεί να αυξομειώνεται με το πέρασμα του χρόνου σύμφωνα με το πλήθος των υπερβάσεων που έχουν παρατηρηθεί στο κινητό δείγμα των προηγούμενων 250 ημερών. Κατά το υφιστάμενο εποπτικό πλαίσιο, ο M_t ορίζεται ανάλογα με την ακρίβεια των εκτιμήσεων του υποδείγματος ΜΑΔΖ για περίοδο διακράτησης μίας (1) ημέρας και επίπεδο εμπιστοσύνης 99% [$Var_t(1, 1)$].

Ως ειδικός κίνδυνος ορίζεται ο κίνδυνος μεταβολής της τιμής του σχετικού χρηματοπιστωτικού μέσου λόγω επίδρασης των παραγόντων που σχετίζονται με τον εκδότη του. Η κεφαλαιακή απαίτηση που αντιστοιχεί στον ειδικό κίνδυνο προορίζεται για να καλύψει δυσμενείς μεταβολές στις τιμές που οφείλονται σε μη-προβλέψιμα γεγονότα που σχετίζονται με μια συγκεκριμένη έκδοση (μετοχή, εταιρικό ομόλογο, κτλ.) και το ύψος του εξαρτάται από τους παράγοντες κινδύνου που χρησιμοποιεί το εσωτερικό υπόδειγμα (Basel II). Αν για τον υπολογισμό της ΜΑΔΖ ενός συγκεκριμένου προϊόντος το υπόδειγμα χρησιμοποιεί τις χρονολογικές σειρές που αντιστοιχούν στο ίδιο το προϊόν, και δεν προσεγγίζει τη συμπεριφορά του με κάποιο άλλο προϊόν ή δείκτη, τότε ο μόνος κίνδυνος που θα πρέπει να προβλεφθεί είναι ο ιδιοσυγκρατικός κίνδυνος. Ως ιδιοσυγκρατικός κίνδυνος ορίζεται η μεταβολή στην τιμή του παράγοντα κινδύνου που δεν ερμηνεύεται από αντίστοιχη μεταβολή

στο δείκτη. Ως τέτοιος δε θα εξεταστεί στην παρούσα μελέτη καθώς για την ανάλυση της ΜΑΔΖ θα χρησιμοποιηθούν οι ίδιοι οι παράγοντες κινδύνου και όχι προσεγγίσεις αυτών.

Όπως προαναφέρθηκε η τιμή του πολλαπλασιαστή εξαρτάται από τον αριθμό των υπερβάσεων κατά τις τελευταίες 250 εργάσιμες ημέρες. Ο αριθμός των υπερβάσεων κατανέμεται σε τρεις ζώνες κάθε μία από τις οποίες λαμβάνει ένα χρώμα κατά τα πρότυπα του συμβολισμού που παρέχεται από τη φωτεινή σηματοδότηση του κώδικα οδικής κυκλοφορίας. Έτσι, η πράσινη ζώνη (τέσσερις ή λιγότερες υπερβάσεις) σηματοδοτεί το χαρακτηρισμό του υποδείγματος ως 'αποδεκτού' και τη διατήρηση του πολλαπλασιαστή στα χαμηλότερα επίπεδα του ($M_t = 3$). Εντός της κίτρινης ζώνης (πέντε έως εννέα υπερβάσεις), η οποία σηματοδοτεί την αμφισβήτηση της καταλληλότητας του υποδείγματος αλλά όχι την παύση της εφαρμογής του, ο πολλαπλασιαστικός συντελεστής αυξάνεται παράλληλα με τον αριθμό των υπερβάσεων. Τέλος, η κόκκινη ζώνη (δέκα ή περισσότερες υπερβάσεις) θέτει το υπόδειγμα υπό αμφισβήτηση, επιβάλλει πολλαπλασιαστικό συντελεστή ίσο με τέσσερα (4) αναγκάζοντας το πιστωτικό ίδρυμα να βελτιώσει το σύστημα διαχείρισης του κινδύνου αγοράς στην περίπτωση που δε θεωρηθεί ακατάλληλο από την εποπτεύουσα αρχή.

Πίνακας ΙΙ.5:
Υπερβάσεις και Πολλαπλασιαστικός συντελεστής
σύμφωνα με την Επιτροπή της Βασιλείας

Ζώνη	Αριθμός Υπερβάσεων	Πολλαπλασιαστικός Συντελεστής
Πράσινη	1	3,00
	2	3,00
	3	3,00
	4	3,00
Κίτρινη	5	3,40
	6	3,50
	7	3,65
	8	3,75
	9	3,85
Κόκκινη	10 ή περισσότερες	4,00

Πηγή: Επιτροπή της Βασιλείας (Basel Committee), 1996

Σύμφωνα με τα στοιχεία της ανωτέρω ανάλυσης, παρατηρήθηκε ότι ο πολλαπλασιαστής μπορεί να φτάσει έως την τιμή τέσσερα (4) εξαιτίας ανεπαρκειών που διαπιστώνονται στα

ποσοτικά κριτήρια. Πέραν τούτου, στην τιμή αυτή μπορεί να προστεθεί και η τιμή ένα (1) στην περίπτωση που διαπιστωθούν λειτουργικές ανεπάρκειες ποιοτικού χαρακτήρα ή δυσλειτουργίες στο χειρισμό του υποδείγματος (π.χ. λανθασμένη εισαγωγή δεδομένων, έλλειψη εφεδρικού συστήματος ηλεκτρονικών υπολογιστών, μη επαρκής αριθμός εξειδικευμένου προσωπικού κτλ.).

Είναι φανερό ότι τα εσωτερικά υποδείγματα εισάγουν μια εναλλακτική και καινοτόμο αντιμετώπιση του τρόπου διεξαγωγής του εποπτικού ελέγχου επί των πιστωτικών ιδρυμάτων. Οι εποπτικές αρχές, έχοντας στη διάθεσή τους τον μαθηματικό τύπο υπολογισμού των κεφαλαικών απαιτήσεων, δεν έχουν παρά να ελέγξουν την επάρκεια του υποδείγματος και να καθορίσουν τις εποπτικές παραμέτρους για τον ακριβή υπολογισμό τους.

8 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Ο σκοπός του παρόντος κεφαλαίου είναι η ανακεφαλαίωση των βασικών μεθόδων υπολογισμού της Μέγιστης Αναμενόμενης Δυνητικής Ζημίας. Η μεθοδολογία των 'δέλτα-κανονικών' υποδειγμάτων χρησιμοποιεί κατά κόρον παραμέτρους οι οποίες εκτιμώνται βάσει των ιστορικών δεδομένων (π.χ. παραδοσιακή εκτίμηση της μεταβλητότητας, μεταβλητότητα κατά RiskMetrics™, διαδικασίες εκτίμησης της τεκμαιρόμενης μεταβλητότητας, κτλ.), γεννώντας κάποια μήτρα διακύμανσης – συνδιακύμανσης η οποία θα εφαρμοσθεί στις γραμμικά αποτιμημένες ή οι ψευδο – γραμμικά αποτιμημένες θέσεις για να παραχθεί η ΜΑΔΖ.

Ανάμεσα στις μεθόδους ολοκληρωτικής αποτίμησης, η ιστορική προσομοίωση αποτελεί την ευκολότερη μέθοδο σε κατανόηση και εφαρμογή, αλλά κατά καιρούς έχει δεχτεί κριτική για τη μοναδική (και εξαρτώμενη από το παρελθόν) αλληλουχία τιμών που παρέχει. Η αλληλουχία αυτή εμπεριέχει τον κίνδυνο να παραλείψει περιόδους κατά τις οποίες η μεταβλητότητα των τιμών αλλάζει σημαντικά. Καλύπτοντας αυτό το κενό, η προσομοίωση Monte Carlo θεωρείται το πιο ολοκληρωμένο υπόδειγμα του συνόλου των παραδοσιακών μεθόδων, αλλά ταυτόχρονα

το πιο δύσκολο στην εφαρμογή του καθώς προϋποθέτει προσομοιώσεις για ένα μεγάλο πλήθος αλληλουχιών.

Τα 'δέλτα–κανονικά' υποδείγματα μπορούν να θεωρηθούν τα καταλληλότερα υποδείγματα για την μέτρηση της ΜΑΔΖ σε χαρτοφυλάκια τα οποία δεν περιέχουν δικαιώματα προαίρεσης ή προϊόντα με ενσωματωμένα δικαιώματα προαίρεσης. Αντίθετα, τέτοιου είδους χαρτοφυλάκια προσεγγίζονται από τις μεθόδους της ιστορικής προσομοίωσης και της προσομοίωσης Monte Carlo.

Πρόσφατες μελέτες (Barone-Adesi et al, 1999; McNeil και Frey, 2000 και Boudoukh et al, 1998) προσπάθησαν να εξαλείψουν τα μειονεκτήματα των παραδοσιακών μεθόδων και να αυξήσουν την ακρίβειά τους, προτείνοντας κάποιες θεωρητικά τεκμηριωμένες αποκλίσεις από τις υπάρχουσες μεθόδους ή κάποιες καινοτόμες μεθόδους (FHS, Θεωρία Ακραίων Τιμών, κτλ.). Τα πιστωτικά ιδρύματα θα αναγκαστούν να ακολουθήσουν αυτές τις εξελίξεις σε μια προσπάθεια να προσαρμόσουν τα νέα υποδείγματα στη σύνθεση του χαρτοφυλακίου και να μειώσουν το κόστος υπολογισμού της ΜΑΔΖ.

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάστηκαν, επίσης, τα κεντρικά οριακά θεωρήματα του Fisher – Tippet – Gnedenko και του Picklands – Dalkema – de Hann τα οποία αφορούν τα μέγιστα ανά ομάδες και τις υπερβάσεις του σημείου αναφοράς, αντίστοιχα, και είναι βασισμένα στην ιδέα του κεντρικού οριακού θεωρήματος το οποίο αφορά το σύνολο των διαθέσιμων τιμών της κατανομής πιθανότητας. Το κοινό χαρακτηριστικό των παραπάνω τριών οριακών θεωρημάτων είναι ότι υποθέτουν μια υποκείμενη οριακή κατανομή πιθανότητας (κανονική κατανομή για το σύνολο των παρατηρήσεων, γενικευμένη κατανομή θεωρίας ακραίων τιμών για τα μέγιστα ανά ομάδες και γενικευμένη κατανομή Pareto για τις υπερβάσεις του σημείου αναφοράς) ανεξάρτητα από την κατανομή του παράγοντα κινδύνου.

Για την αξιολόγηση του κάθε υποδείγματος θα πρέπει να ελεγχθεί ενδελεχώς η αποτελεσματικότητά του. Η καλύτερη ένδειξη για τέτοιου είδους αξιολόγηση, καθώς δεν

περιέχει κάποιου είδους στατιστική μεροληψία, είναι ο 'εκ των υστέρων έλεγχος' που προτείνεται από την Επιτροπή της Βασιλείας.

Η Τροποποίηση της Συνθήκης για την Εποπτεία του Πιστωτικού Συστήματος που παρήγαγε η Επιτροπή το 1996 παρέχει τα απαραίτητα εργαλεία για την αξιολόγηση, από πλευράς των πιστωτικών ιδρυμάτων, ενός συνόλου εναλλακτικών υποδειγμάτων τα οποία δραστηριοποιούνται κάτω από τις ίδιες συνθήκες και το ίδιο χρηματοοικονομικό περιβάλλον (χρήση της ίδιας σύνθεσης χαρτοφυλακίου, των ίδιων δεδομένων, κτλ.). Επιπλέον, η Συνθήκη της Επιτροπής της Βασιλείας παρέχει κίνητρα στα χρηματοοικονομικά και πιστωτικά ιδρύματα να εφαρμόσουν ίδια εσωτερικά υποδείγματα για τη μέτρηση του κινδύνου αγοράς, εφόσον υπάρχει συστηματική εξωγενής αξιολόγησή τους από τις αρμόδιες εποπτικές αρχές.

Επίσης, στο κεφάλαιο παρουσιάστηκε μια εμπειρική έρευνα που αφορά την εκτίμηση της ΜΑΔΖ για τέσσερις ευρωπαϊκούς μετοχικούς δείκτες με βάση τις υπό – συνθήκες και άνευ – συνθηκών μεθόδους της ιστορικής προσομοίωσης και της Θεωρίας Ακραίων Τιμών. Από τα αποτελέσματα φανερώθηκε ότι ΜΑΔΖ μπορεί να αξιοποιηθεί με πολλούς τρόπους.

Παρόλο που δεν υπάρχει ενιαία συνταγή επιλογής του καλύτερου υποδείγματος υπολογισμού της ΜΑΔΖ από τους συμμετέχοντες στην αγορά και από τις αρμόδιες αρχές εποπτείας του πιστωτικού συστήματος, είναι φανερό ότι οι άνευ – συνθηκών εξειδικεύσεις παράγουν περισσότερο 'ασφαλείς' προβλέψεις της ΜΑΔΖ. Επομένως, οι άνευ – συνθηκών προσεγγίσεις και των δύο μεθόδων φαίνεται να είναι καταλληλότερες προς χρήση από τις κανονιστικές αρχές, καθώς, χρησιμοποιώντας το σύνολο του δείγματος παράγουν τα πιο συντηρητικά αποτελέσματα.

Παρόλα αυτά, η στατική αξιολόγηση των υποδειγμάτων αποτίμησης δεν μας παρέχει σαφή εικόνα για τα δυναμικά χαρακτηριστικά τους και την ακρίβεια των εκτιμήσεων σε βάθος χρόνου. Για το σκοπό αυτό, θα πρέπει να γίνουν επαναλαμβανόμενες και συνεχείς εκτιμήσεις

της ΜΑΔΖ οι οποίες θα πρέπει με τη σειρά τους να συγκριθούν με τις πραγματικές ζημίες του υπό εξέταση χαρτοφυλακίου.

Εν συνεχεία, θα πρέπει να σχηματιστεί μια καθολική εικόνα για το καταλληλότερο υπόδειγμα σύμφωνα με τα διεθνώς συμφωνημένα ανάμεσα στους εποπτεύοντες και εποπτευόμενους (Επιτροπή της Βασιλείας, 1996, 2004). Για το σκοπό αυτό στο Κεφάλαιο III θα επιχειρηθεί σύγκριση δύο παραδοσιακών μορφών εκτίμησης της ΜΑΔΖ ενώ στο Κεφάλαιο IV θα παρουσιαστεί συγκριτική αξιολόγηση της αντιπροσωπευτικής παραδοσιακής μεθόδου και των εναλλακτικών υποδειγμάτων υπολογισμού της ΜΑΔΖ.