ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΣΤΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΑΚΗ ΛΗΨΗ ΑΠΟΦΑΣΗΣ ΒΑΣΕΙ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ TOPSIS ΚΑΙ ΑΣΑΦΟΥΣ ΛΟΓΙΚΗΣ

MULTICRITERIA DECISION MAKING USING TOPSIS METHOD AND FUZZY LOGIC

ΤΟΥ

ΑΝΔΡΕΑ Ι. ΧΡΥΣΟΧΟΥ

ΥΠΟΒΛΗΘΗΚΕ ΩΣ ΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΟ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΚΤΗΣΗ ΤΟΥ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟΥ ΔΙΠΛΩΜΑΤΟΣ ΕΞΕΙΔΙΚΕΥΣΗΣ ΣΤΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ (ΓΕΝΙΚΟ MBA)

ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2017

Στη μητέρα μου,

Μαρία

Περιληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία έχει ως αντικείμενο την ανάλυση της πολυκριτηριακής λήψης αποφάσεων με τη μέθοδο TOPSIS, θεωρώντας τόσο τη ντετερμινιστική όσο και την ασαφή προσέγγισή της.

Αρχικά, παρουσιάζεται η ντετερμινιστική προσέγγιση της μεθόδου TOPSIS, η οποία βασίζεται σε απόλυτα καθορισμένα δεδομένα τόσο για τις εναλλακτικές προτάσεις του προβλήματος όσο και για τα βάρη των κριτηρίων. Στο πλαίσιο αυτό υλοποιούνται στο προγραμματιστικό περιβάλλον του MATLAB διάφορες τροποποιήσεις της μεθόδου που διαφοροποιούνται ανάλογα με το είδος της κανονικοποίησης, την εκλογή των ιδανικών λύσεων και τον υπολογισμό της σχετικής απόστασης. Οι τροποποιήσεις αυτές αναλύονται διεξοδικά και η επίδοσή τους αξιολογείται μέσω αριθμητικών παραδειγμάτων. Επιπρόσθετα, εξετάζεται το φαινόμενο της αντιστροφής κατάταξης, όπου παρουσιάζεται ένας τρόπος επιλυσής του με αντίστοιχο αριθμητικό παράδειγμα.

Στη συνέχεια, παρουσιάζεται η ασαφής προσέγγιση της μεθόδου TOPSIS, όπου τα δεδομένα καθορίζονται μέσω ασαφών μεταβλητών. Συγκεκριμένα, υλοποιούνται πέντε μέθοδοι της διεθνούς βιβλιογραφίας στο προγραμματιστικό περιβάλλον του MATLAB. Αναλύονται διεξοδικά τα επιμέρους βήματα επίλυσης της κάθε μεθόδου και έπειτα αξιολογείται η επίδοσή τους μέσω αριθμητικών παραδειγμάτων. Ως κριτήρια αξιολόγησης θεωρούνται η ευστάθεια στη σειρά κατάταξης καθώς και η πιθανή εμφάνιση αντιστροφής.

Τέλος, παρουσιάζονται τα συμπεράσματα της διπλωματικής εργασίας, προτάσεις για περαιτέρω έρευνα, καθώς και οι πλήρεις πηγαίοι κώδικες του MATLAB για την αναπαραγωγή των μοντέλων και των αντίστοιχων παραδειγμάτων.

ABSTRACT

Scope of this thesis is the analysis of multicriteria decision making via the TOPSIS method, assuming both its deterministic and fuzzy approach.

Initially, the deterministic approach of TOPSIS is thoroughly presented, which is based on deterministic data for both the performance of alternatives as well as the weights of criteria. Under this framework, several variations of the deterministic approach are implemented in MATLAB software, which differentiate according to the scaling procedure, the selection of positive and negative ideal solutions, as well as the calculation of the relative distance. All the aforementioned variations are explained and further analyzed via numerical examples. In addition, the rank reversal phenomenon is discussed, while a solution is presented and demonstrated on a detailed numerical example.

Next, the fuzzy approach of TOPSIS is investigated, which is based on fuzzy data for both alternatives and criteria. More specifically, five different methods of the literature are implemented in MATLAB software, analyzing their calculation steps. Their performance is further demonstrated on numerical examples, where the robustness and the possible detection of rank reversal are examined.

Finally, the conclusions of this thesis are drawn and proposals for further research are suggested. The MATLAB source codes are also available for reproduction of all models, variations and numerical examples.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η παρούσα διπλωματική εργασία αποτελεί το τελευταίο στάδιο των μεταπτυχιακών σπουδών μου στη Διοίκηση Επιχειρήσεων. Αρχικά, ευχαριστώ τον Θεό που με αξίωσε να γράψω τις γραμμές αυτού του κειμένου. Μεταβαίνοντας στα εγκόσμια, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά όλους τους ανθρώπους που ήταν δίπλα μου για τη βοήθεια και τη συμπαράστασή τους.

Πρώτο από όλους θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα της διπλωματικής εργασίας Επίκουρο Καθηγητή κ. Ιάσονα Παπαθανασίου για την καθοδήγηση και βοήθεια που μου προσέφερε. Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τα άλλα δύο μέλη της τριμελούς εξεταστικής επιτροπής, τον Καθηγητή κ. Ανδρέα Γεωργίου και τον Επίκουρο Καθηγητή κ. Λουκά Τσιρώνη.

Επιπρόσθετα, ευχαριστώ το Κοινωφελές Ίδρυμα “Αλέξανδρος Σ. Ωνάσης” για την υποτροφία και την οικονομική ενίσχυση που μου παρείχε κατά τη διάρκεια του δεύτερου έτους των μεταπτυχιακών σπουδών μου.

Τελευταίους, αλλά πιο σημαντικούς, αναφέρω τους γονείς μου, οι οποίοι αν και βρίσκονται μακριά με στήριξαν απόλυτα στην πορεία αυτή και πίστεψαν σε μένα χωρίς κανένα δισταγμό. Τους ευχαριστώ διότι καθημερινά μου αποδεικνύουν πως δεν έχουν όρια στο τι είναι διατεθειμένοι να κάνουν για τα δύο παιδιά τους καθώς και τη μικρή εγγονή τους.

Η εργασία αυτή υποστηρίχθηκε από το
Κοινωφελές Ίδρυμα "Αλέξανδρος Σ. Ωνάσης".

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ 1
1.1. Γενικά 1
1.2. Μέθοδος TOPSIS 1
1.3. Σκοπός και δομή της διπλωματικής εργασίας 3
ΝΤΕΤΕΡΜΙΝΙΣΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ TOPSIS 5
2.1. Εισαγωγή 5
2.2. Ντετερμινιστική μέθοδος TOPSIS 5
2.3. Αριθμητικά αποτελέσματα 9
2.3.1. Κατηγοριοποίηση υλοποιήσεων 9
2.3.2. Αριθμητικό παράδειγμα 11
2.4. Αντιμετάθεση της κατάταξης 16
2.4.1. Περιγραφή του προβλήματος 16
2.4.2. Επίλυση του προβλήματος 17
ΑΣΑΦΗ ΜΟΝΤΕΛΑ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ TOPSIS 21
3.1. Εισαγωγή 21
3.2. Μέθοδοι ‘Chen’, ‘Jahanshahloo’, ‘Izadikhah’ και ‘Mahdavi’ 21
3.3. Μέθοδος ‘Wang’ 25
3.4. Αριθμητικά αποτελέσματα 27
3.4.1. Πρώτο αριθμητικό παράδειγμα 27
3.4.2. Δεύτερο αριθμητικό παράδειγμα 28
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ 31
4.1. Ανασκόπηση της διπλωματικής εργασίας 31
4.2. Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα 32
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α 33
Α.1. Κύρια συνάρτηση 33
Α.2. Συνάρτηση για τις μεθόδους 1-4 33
Α.3. Συνάρτηση για τις μεθόδους 5-8 34
Α.4. Συνάρτηση για τις μεθόδους 9-12 35
Α.5. Συνάρτηση για τις μεθόδους 13-16 36
Α.6. Συνάρτηση για τις μεθόδους 17-20 36
Α.7. Συνάρτηση για τις μεθόδους 21-24 37
Α.8. Συνάρτηση για τις μεθόδους 25-28 38
Α.9. Συνάρτηση για τις μεθόδους 29-32 39
Α.10. Συνάρτηση για τη μέθοδο διόρθωσης της αντιστροφής κατάταξης 40
Α.11. Υπόδειγμα εισόδου και εξόδου δεδομένων 40
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β 43
Β.1. Κύρια συνάρτηση 43
Β.2. Συνάρτηση για τη μέθοδο ‘Chen’ 43

Β.3. Συνάρτηση για τη μέθοδο ‘Jahanshahloo’ 44
Β.4. Συνάρτηση για τη μέθοδο ‘Izadikhah’ 45
Β.5. Συνάρτηση για τη μέθοδο ‘Mahdavi’ 46
Β.6. Συνάρτηση για τη μέθοδο ‘Wang’ 47
Β.7. Βοηθητικές συναρτήσεις 49
Β.8. Υπόδειγμα εισόδου και εξόδου δεδομένων 50

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ 53

ΛΙΣΤΑ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Σχήμα Α.1: Δεδομένα εισόδου μέσω Microsoft Excel για τη ντετερμινιστική μέθοδο TOPSIS. 41

Σχήμα Α.2: Δεδομένα εξόδου μέσω Microsoft Excel για τη ντετερμινιστική μέθοδο TOPSIS. 41

Σχήμα Β.1: Δεδομένα εισόδου μέσω Microsoft Excel για την ασαφή μέθοδο TOPSIS.51

Σχήμα Β.2: Δεδομένα εξόδου μέσω Microsoft Excel για την ασαφή μέθοδο TOPSIS. 51

ΛΙΣΤΑ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 2-1: Συνοπτική παρουσίαση των διαφορετικών υλοποιήσεων της ντετερμινιστικής προσέγγισης της TOPSIS. 10
Πίνακας 2-2: Δεδομένα του αριθμητικού παραδείγματος. 11
Πίνακας 2-3: Κανονικοποιημένος πίνακας **R** για τη μέθοδο 14. 12
Πίνακας 2-4: Βεβαρημένος κανονικοποιημένος πίνακας **U** για τη μέθοδο 14. 12
Πίνακας 2-5: Αποστάσεις S_i^+ και S_i^-, συντελεστής εγγύτητας K_i, και τελική κατάταξη των εναλλακτικών προτάσεων βάσει της μεθόδου 14. 12
Πίνακας 2-6: Συντελεστής εγγύτητας για κάθε μέθοδο. 13
Πίνακας 2-7: Τελική κατάταξη για κάθε μέθοδο. 14
Πίνακας 2-8: Δεδομένα του αριθμητικού παραδείγματος. 16
Πίνακας 2-9: Κατάταξη βάσει της μεθόδου 2. 16
Πίνακας 2-10: Δεδομένα του αριθμητικού παραδείγματος μετά την προσθήκη της νέας πρότασης. 17
Πίνακας 2-11: Κατάταξη βάσει της μεθόδου 2 μετά την προσθήκη της νέας πρότασης. 17
Πίνακας 2-12: Κατάταξη βάσει της νέας μεθόδου. 18
Πίνακας 2-13: Κατάταξη βάσει της νέας μεθόδου μετά την προσθήκη της νέας πρότασης. 18

Πίνακας 3-1: Δεδομένα του πρώτου αριθμητικού παραδείγματος. 28
Πίνακας 3-2: Συντελεστής εγγύτητας για κάθε μέθοδο. 28
Πίνακας 3-3: Τελική κατάταξη για κάθε μέθοδο. 28
Πίνακας 3-4: Δεδομένα του δεύτερου αριθμητικού παραδείγματος. 29
Πίνακας 3-5: Συντελεστής εγγύτητας για κάθε μέθοδο. 29
Πίνακας 3-6: Τελική κατάταξη για κάθε μέθοδο. 29

Κεφάλαιο 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1. Γενικά

Η λήψη αποφάσεων στην ευρύτερη επιστήμη της διοίκησης επιχειρήσεων και οργανισμών ασχολείται με την αξιολόγηση και κατάταξη διαφορετικών εναλλακτικών προτάσεων βάσει ενός ή πολλαπλών κριτηρίων (Hwang & Yoon, 1995). Οι αποφάσεις συνήθως λαμβάνονται από εξειδικευμένους επαγγελματίες με πρότερη εμπειρία στο αντικείμενο, οι οποίοι είναι σε θέση να πάρουν μια απόφαση συνεκτιμώντας τα τρέχοντα δεδομένα και βοηθούμενοι από μαθηματικά εργαλεία (Herrera, et al., 1996), (Chen & Chen, 2005). Παρόλα αυτά, η εύρεση της τελικής, βέλτιστης λύσης είναι δύσκολη λόγω της πληθώρας και πιθανής ανακρίβειας των απαιτούμενων δεδομένων καθώς και από το γεγονός πως τα κριτήρια συνήθως είναι αντικρουόμενα, ενώ η λύση συχνά διαφοροποιείται ανάλογα με το βάρος που δίνεται σε κάθε κριτήριο από τον λήπτη αποφάσεων (Cheng & Lin, 2002).

1.2. Μέθοδος TOPSIS

Λόγω της πολυπλοκότητας του προβλήματος λήψης αποφάσεων, η έρευνα προς αυτή την κατεύθυνση εξειδικεύτηκε, ενώ δημιουργήθηκε ο κλάδος της πολυκριτηριακής λήψης αποφάσεων (Keeney & Raiffa, 1976), (Yeh & Chang, 2009). Μέσα σε αυτά τα πλαίσια, δημιουργήθηκαν πολυάριθμα μαθηματικά εργαλεία που υποβοηθούν τον λήπτη αποφάσεων στην εύρεση της βέλτιστης λύσης. Μεταξύ αυτών συγκαταλέγεται και η μέθοδος TOPSIS (Technique for the Order of Prioritisation by Similarity to Ideal Solution) (Hwang & Yoon, 1981), η οποία έχει τη δυνατότητα να επιλέγει τη βέλτιστη λύση σε ένα πολυκριτηριακό πρόβλημα λήψης αποφάσεων.

Ο μηχανισμός επίλυσης της αρχικής ντετερμινιστικής μεθόδου TOPSIS βασίζεται στην αρχή πως το πρόβλημα της λήψης απόφασης περιγράφεται από σαφώς καθορισμένα δεδομένα και βάρη κριτηρίων. Η κάθε εναλλακτική πρόταση χαρακτηρίζεται από μια απόσταση σε σχέση με μια θετική και αρνητική ιδανική λύση,

ενώ η εναλλακτική πρόταση που εν τέλει θα επιλεγεί ως βέλτιστη λύση θα πρέπει να παρουσιάζει την ελάχιστη και μέγιστη απόσταση από τη θετική και αρνητική ιδανική λύση, αντίστοιχα (Hwang & Yoon, 1981). Οι δε υπόλοιπες εναλλακτικές προτάσεις μπορούν να καταταχθούν σε μια φθίνουσα σειρά ανάλογα με την απόσταση τους ως προς αυτές τις ιδανικές λύσεις.

Φυσικά η μέθοδος TOPSIS, όπως και όλες οι άλλες μέθοδοι στην πολυκριτηριακή λήψη αποφάσεων, εξαρτώνται από την εγκυρότητα και ακρίβεια των δεδομένων εισόδου. Σε πολλές περιπτώσεις, τα δεδομένα εισόδου είναι λιγότερο έγκυρα και ακριβή καθώς συλλέγονται με εξαιρετική δυσκολία μέσω εργαλείων της επιχειρησιακής έρευνας. Παρομοίως, τα κριτήρια και τα αντίστοιχα βάρη τους μπορεί να μην είναι τόσο καθορισμένα, καθώς βασίζονται εν μέρει σε υποκειμενικά δεδομένα κατά την κρίση του λήπτη αποφάσεων (Bashiri & Badri, 2011).

Για όλους τους παραπάνω λόγους, η μέθοδος TOPSIS επεκτάθηκε ώστε να μπορεί να υποστηρίξει την ανακρίβεια και αβεβαιότητα των δεδομένων εισόδου (Lai & Hwang, 1996). Αυτό έγινε δυνατό με την εισαγωγή της ασαφούς λογικής, στην οποία κάθε δεδομένο μπορεί να χαρακτηρίζεται από μια βεβαιότητα που κυμαίνεται από τη μηδενική (0) έως τη μέγιστη δυνατή (1) (Zadeh, 1965). Οποιαδήποτε κατάσταση εντός αυτών χαρακτηρίζεται από μια τιμή, η οποία μπορεί επιπρόσθετα να ερμηνεύσει και οποιοδήποτε λεκτικό χαρακτηρισμό που δίνει ο λήπτης απόφασης στο συγκεκριμένο δεδομένο (Ertugrul & Karakasoglu, 2009).

Η ασαφής προσέγγιση της μεθόδου TOPSIS παρουσιάστηκε για πρώτη φορά στην εργασία (Chen, 2000). Τα ασαφή δεδομένα προσομοιώθηκαν με χρήση τριγωνικών αριθμών (Zadeh, 1965), ενώ η απόσταση κάθε εναλλακτικής πρότασης από τις ιδανικές λύσεις υπολογίστηκε βάσει της Ευκλείδιας νόρμας. Κατ’ επέκταση της ντετερμινιστικής θεώρησης, η κατάταξη των αποτελεσμάτων έγινε βάσει του συντελεστή εγγύτητας (relative closeness). Στις εργασίες (Chu, 2002) και (Tsaur, et al., 2002) το πολυκριτηριακό πρόβλημα καταστρώνεται βάσει της ασαφούς λογικής και επιλύεται ως ένα ισοδύναμο ντετερμινιστικό πρόβλημα με τη βοήθεια κατάλληλων από-ασαφοποιητών (defuzzifiers). Στην (Jahanshahloo, et al., 2006) χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά η έννοια των διαστημάτων α – cuts, ενώ στην (Wang & Lee, 2007) τροποποιήθηκε η εκλογή της θετικής και αρνητικής ιδανικής λύσης με χρήση των μηχανισμών *Lo* και *Up* σε ασαφείς μεταβλητές. Στην εργασία (Mahdavi, et al., 2008) τροποποιήθηκε ο υπολογισμός της απόστασης χρησιμοποιώντας την απόσταση Hamming αντί της Ευκλείδιας νόρμας. Τέλος, στις (Chen & Tsao, 2008), (Ashtiani, et al., 2009), (Tan, 2011) και (Izadikhah, 2009) μελετήθηκαν διάφορες τροποποιήσεις της

ασαφούς μεθόδου TOPSIS, οι οποίες επιπρόσθετα δοκιμάστηκαν σε πλήθος πραγματικών δεδομένων.

1.3. Σκοπός και δομή της διπλωματικής εργασίας

Κύριος στόχος της παρούσας εργασίας είναι η μαθηματική παρουσίαση τόσο της ντετερμινιστικής όσο και της ασαφούς προσέγγισης της μεθόδου TOPSIS. Στο πλαίσιο αυτό εξετάστηκαν οι κυριότερες υλοποιήσεις των δυο προσεγγίσεων, ενώ η επίδοσή τους παρουσιάζεται υπό μορφή αριθμητικών παραδειγμάτων της διεθνούς βιβλιογραφίας.

Πιο αναλυτικά, στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάζεται η ντετερμινιστική προσέγγιση της μεθόδου TOPSIS. Οι διάφορες τροποποιήσεις της μεθόδου υλοποιούνται στο προγραμματιστικό περιβάλλον του MATLAB ενώ διαφοροποιούνται ανάλογα με το είδος της κανονικοποίησης, την εκλογή των ιδανικών λύσεων και τον υπολογισμό της σχετικής απόστασης. Η επίδοσή τους αξιολογείται μέσω αριθμητικών παραδειγμάτων, ενώ επιπρόσθετα εξετάζεται το φαινόμενο της αντιστροφής κατάταξης.

Στο Κεφάλαιο 3 παρουσιάζεται η ασαφής προσέγγιση της μεθόδου TOPSIS. Αναλύονται διεξοδικά τα επιμέρους βήματα επίλυσης της διαφόρων μεθόδων της διεθνούς βιβλιογραφίας και αξιολογείται η επίδοση τους μέσω αριθμητικών παραδειγμάτων.

Στο Κεφάλαιο 4 παρουσιάζονται τα συμπεράσματα της διπλωματικής εργασίας και οι προτάσεις για περαιτέρω έρευνα, ενώ στα Παραρτήματα Α και Β δίνονται οι πλήρεις πηγαίοι κώδικες του MATLAB για την αναπαραγωγή των μοντέλων και των αντίστοιχων παραδειγμάτων.

Κεφάλαιο 2

ΝΤΕΤΕΡΜΙΝΙΣΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ TOPSIS

2.1. Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται η κλασσική, ντετερμινιστική προσέγγιση της μεθόδου TOPSIS, όπως αυτή αρχικά προτάθηκε στην εργασία (Hwang & Yoon, 1981). Η διαδικασία υπολογισμού χωρίζεται σε επιμέρους βήματα, τα οποία αναλύονται διεξοδικά, ενώ σε κάθε βήμα υπολογισμού παρουσιάζονται και εναλλακτικές προσεγγίσεις της διεθνούς βιβλιογραφίας (Behzadian, et al., 2012). Στη συνέχεια, οι διάφορες τροποποιήσεις της μεθόδου TOPSIS εφαρμόζονται σε ένα γενικευμένο παράδειγμα σχολιάζοντας τις επιδόσεις τους. Ως κριτήρια αξιολόγησης λαμβάνονται υπόψη η ευστάθεια της κάθε μεθόδου στην κατάταξη των εναλλακτικών προτάσεων, καθώς και η πιθανή εμφάνιση αντιμετάθεσης της κατάταξης (rank reversal). Τέλος, το πρόβλημα της αντιμετάθεσης της κατάταξης των εναλλακτικών προτάσεων παρουσιάζεται αναλυτικότερα και αντιμετωπίζεται με κατάλληλες τροποποιήσεις της ντετερμινιστικής μεθόδου TOPSIS (García-Cascales & Lamata, 2012).

2.2. Ντετερμινιστική μέθοδος TOPSIS

Η ντετερμινιστική προσέγγιση παρουσιάζεται παρακάτω υπό μορφή υπολογιστικών βημάτων (Shih, et al., 2007).

<u>Βήμα 1</u>

Αρχικά καταστρώνεται ο πίνακας αποφάσεων (decision matrix) $\boldsymbol{D}$, ο οποίος έχει την παρακάτω γενική δομή.

$$\boldsymbol{D} = \begin{array}{c} \\ \\ A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_i \\ \vdots \\ A_m \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} C_1 & C_2 & \cdots & C_j & \cdots & C_n \\ w_1 & w_2 & \cdots & w_j & \cdots & w_n \end{array} \\ \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1j} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{21} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x_{i1} & x_{i2} & \cdots & x_{ij} & \cdots & x_{in} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mj} & \cdots & x_{mn} \end{bmatrix} \end{array} \tag{2.1}$$

όπου A_i η εναλλακτική πρόταση i με $i = 1, \ldots, m$ και w_j το βάρος του κριτηρίου C_j με $j = 1, \ldots, n$. Το x_{ij} υποδηλώνει την ποσοτική επίδοση της εναλλακτικής πρότασης A_i ως προς το κριτήριο C_j. Τονίζεται πως σε περίπτωση ποιοτικής βαθμολογίας, τα αποτελέσματα μεταφράζονται ποσοτικά, πχ. με διαβάθμιση Likert (Likert, 1932), ώστε να τοποθετηθούν στον πίνακα ***D***.

<u>Βήμα 2</u>

Με βάση τον πίνακα ***D*** της (2.1) υπολογίζεται ο κανονικοποιημένος πίνακας ***R*** καθώς και τα στοιχεία του r_{ij}. Η κανονικοποίηση ως μαθηματική πράξη μπορεί να γίνει σε διάφορες μορφές (Shih, et al., 2007). Παρακάτω παρουσιάζονται οι κυριότερες προτάσεις της διεθνούς βιβλιογραφίας, οι οποίες και υλοποιήθηκαν στα πλαίσια της διπλωματικής εργασίας.

<u>Κανονικοποίηση διανύσματος (vector normalization)</u>

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m} x_{ij}^2}}, \ \forall i, j \tag{2.2}$$

<u>Γραμμική κανονικοποίηση (1ο είδος)</u>

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_j^*}, \ x_j^* = \max_i \left\{ x_{ij} \right\} \text{ για κριτήρια κέρδους}, \ \forall i, j \tag{2.3.a}$$

$$r_{ij} = \frac{x_j^{\sim}}{x_{ij}}, \ x_j^{\sim} = \min_i \left\{ x_{ij} \right\} \text{ για κριτήρια κόστους}, \ \forall i, j \tag{2.3.b}$$

<u>Γραμμική κανονικοποίηση (2ο είδος)</u>

$$r_{ij} = \frac{x_{ij} - x_j^{\sim}}{x_j^* - x_j^{\sim}}, \text{ για κριτήρια κέρδους}, \ \forall i, j \tag{2.4.a}$$

$$r_{ij} = \frac{x_j^* - x_{ij}}{x_j^* - x_j^{\sim}}, \text{ για κριτήρια κόστους}, \ \forall i, j \tag{2.4.b}$$

Γραμμική κανονικοποίηση (3ο είδος)

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sum_{i=1}^{m} x_{ij}}, \ \forall i, j \tag{2.5}$$

Βήμα 3

Βάσει των δεδομένων του πίνακα ***D*** της (2.1) ορίζεται το διάνυσμα βαρών ***W*** που περιέχει το βάρος w_j για το κριτήριο C_j. Στη ντετερμινιστική προσέγγιση της μεθόδου TOPSIS τα βάρη ικανοποιούν την παρακάτω συνθήκη.

$$\sum_{j=1}^{n} w_j = 1 \tag{2.6}$$

Τα στοιχεία u_{ij} του βεβαρημένου κανονικοποιημένου πίνακα ***U*** προκύπτουν από τον πολλαπλασιασμό του κάθε κανονικοποιημένου στοιχείου r_{ij} με το αντίστοιχο βάρος w_j όπως φαίνεται παρακάτω.

$$u_{ij} = w_j r_{ij}, \ \forall i, j \tag{2.7}$$

Βήμα 4

Στη συνέχεια ορίζονται η θετική και αρνητική ιδανική λύση V^+ και V^-, αντίστοιχα. Ο ορισμός αυτών στη διεθνή βιβλιογραφία κατηγοριοποιείται στα παρακάτω (Shih, et al., 2007).

Θετική και αρνητική ιδανική λύση

$$V^+ = \left\{u_1^+, \ldots, u_n^+\right\} = \left\{\left(\max_i u_{ij} \mid j \in J\right), \left(\min_i u_{ij} \mid j \in J'\right)\right\}, \ \forall j \tag{2.8.a}$$

$$V^- = \left\{u_1^-, \ldots, u_n^-\right\} = \left\{\left(\min_i u_{ij} \mid j \in J\right), \left(\max_i u_{ij} \mid j \in J'\right)\right\}, \ \forall j \tag{2.8.b}$$

όπου τα σύνολα J και J' σχετίζονται με τα κριτήρια κέρδους και κόστους, αντίστοιχα.

Θετική και αρνητική απόλυτα ιδανική λύση

$$V^+ = \left\{u_1^+, \ldots, u_n^+\right\} = \{1, \ldots, 1\}, \ \forall j \tag{2.9.a}$$

$$V^- = \left\{u_1^-, \ldots, u_n^-\right\} = \{0, \ldots, 0\}, \ \forall j \tag{2.9.b}$$

<u>Βήμα 5</u>

Υπολογίζεται η απόσταση της κάθε εναλλακτικής λύσης A_i από τη θετική V^+ και αρνητική V^- ιδανική λύση. Η απόσταση των διανυσμάτων μπορεί να υπολογιστεί μαθηματικά με διάφορους τρόπους (Shih, et al., 2007). Η γενικευμένη εκδοχή που παρουσιάζεται παρακάτω περιγράφεται από την απόσταση Minkowski βάσει του συντελεστή *p*.

$$S_i^+ = \left[\sum_{j=1}^{n} \left| u_{ij} - u_j^+ \right|^p \right]^{1/p}, \ \forall i \tag{2.10.a}$$

$$S_i^- = \left[\sum_{j=1}^{n} \left| u_{ij} - u_j^- \right|^p \right]^{1/p}, \ \forall i \tag{2.10.b}$$

Στα πλαίσια της διπλωματικής εργασίας εξετάστηκαν διάφορες τιμές του συντελεστή *p* και συγκεκριμένα οι παρακάτω.

<u>Απόσταση Manhattan / city block</u>

<u>Συντελεστής *p* = 1</u>

$$S_i^+ = \sum_{j=1}^{n} \left| u_{ij} - u_j^+ \right|, \ \forall i \tag{2.11.a}$$

$$S_i^- = \sum_{j=1}^{n} \left| u_{ij} - u_j^- \right|, \ \forall i \tag{2.11.b}$$

<u>Ευκλείδεια απόσταση</u>

<u>Συντελεστής *p* = 2</u>

$$S_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} \left| u_{ij} - u_j^+ \right|^2}, \ \forall i \tag{2.12.a}$$

$$S_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} \left| u_{ij} - u_j^- \right|^2}, \ \forall i \tag{2.12.b}$$

<u>Συντελεστής *p* = 3</u>

$$S_i^+ = \sqrt[3]{\sum_{j=1}^{n} \left| u_{ij} - u_j^+ \right|^3}, \ \forall i \tag{2.13.a}$$

$$S_i^- = \sqrt[3]{\sum_{j=1}^{n} \left| u_{ij} - u_j^- \right|^3}, \ \forall i \tag{2.13.b}$$

<u>Απόσταση Chebyshev</u>

<u>Συντελεστής $p \to \infty$</u>

$$S_i^+ = \max_j \left\{ \left| u_{ij} - u_j^+ \right| \right\}, \ \forall i \tag{2.14.a}$$

$$S_i^- = \max_j \left\{ \left| u_{ij} - u_j^- \right| \right\}, \ \forall i \tag{2.14.b}$$

Βήμα 6

Υπολογίζεται ο συντελεστής σχετικής εγγύτητας K_i της i-οστής εναλλακτικής πρότασης ως προς τη βέλτιστη λύση του πολυκριτηριακού προβλήματος.

$$K_i = \frac{S_i^-}{S_i^+ + S_i^-}, \ \forall i \tag{2.15}$$

όπου $0 \le K_i \le 1$.

Βήμα 7

Όσο μεγαλύτερος είναι ο συντελεστής K_i της (2.15), τόσο καλύτερη επίδοση παρουσιάζει η εναλλακτική πρόταση A_i. Συνεπώς, οι εναλλακτικές προτάσεις A_i ιεραρχούνται σε φθίνουσα σειρά βάσει του συντελεστή K_i.

2.3. Αριθμητικά αποτελέσματα

Ανατρέχοντας στην Ενότητα 2.2, όπου παρουσιάστηκε η ντετερμινιστική προσέγγιση της μεθόδου TOPSIS, παρατηρείται πως:

- Για την κανονικοποίηση του Βήματος 2 έχουν θεωρηθεί 4 διαφορετικές μέθοδοι.
- Για την εκλογή της θετικής και αρνητικής ιδανικής λύσης του Βήματος 4 έχουν υλοποιηθεί 2 διαφορετικές προσεγγίσεις.
- Για τον υπολογισμό της απόστασης του Βήματος 5 έχουν εξεταστεί 4 διαφορετικές μεθοδολογίες.

2.3.1. Κατηγοριοποίηση υλοποιήσεων

Ως εκ τούτου προκύπτουν συνολικά 32 διαφορετικές υλοποιήσεις της ντετερμινιστικής θεώρησης για τη μέθοδο TOPSIS. Αυτές έχουν υλοποιηθεί προγραμματιστικά στο περιβάλλον του MATLAB (The MathWorks Inc., 2000), όπως παρουσιάζεται στο Παράρτημα Α της διπλωματικής εργασίας. Συνοπτικά οι 32 διαφορετικές υλοποιήσεις παρουσιάζονται στον Πίνακας 2-1, όπου σε κάθε μία αντιστοιχίζεται μια κωδική ονομασία, το είδος κανονικοποίησης του Βήματος 2, η

επιλογή της ιδανικής λύσης του Βήματος 4, και ο υπολογισμός της απόστασης του Βήματος 5.

Πίνακας 2-1: Συνοπτική παρουσίαση των διαφορετικών υλοποιήσεων της ντετερμινιστικής προσέγγισης της TOPSIS.

Κωδική ονομασία	**Είδος κανονικοποίησης (Βήμα 2)**	**Επιλογή ιδανικής λύσης (Βήμα 4)**	**Υπολογισμός απόστασης (Βήμα 5)**
Μέθοδος 1	Κανονικοποίηση διανύσματος (2.2)	Θετική και αρνητική ιδανική λύση (2.8)	Manhattan (2.11)
Μέθοδος 2			Ευκλείδεια (2.12)
Μέθοδος 3			Συντελεστής $p = 3$ (2.13)
Μέθοδος 4			Chebyshev (2.14)
Μέθοδος 5		Θετική και αρνητική απόλυτα ιδανική λύση (2.9)	Manhattan (2.11)
Μέθοδος 6			Ευκλείδεια (2.12)
Μέθοδος 7			Συντελεστής $p = 3$ (2.13)
Μέθοδος 8			Chebyshev (2.14)
Μέθοδος 9	Γραμμική κανονικοποίηση (1ο είδος) (2.3)	Θετική και αρνητική ιδανική λύση (2.8)	Manhattan (2.11)
Μέθοδος 10			Ευκλείδεια (2.12)
Μέθοδος 11			Συντελεστής $p = 3$ (2.13)
Μέθοδος 12			Chebyshev (2.14)
Μέθοδος 13		Θετική και αρνητική απόλυτα ιδανική λύση (2.9)	Manhattan (2.11)
Μέθοδος 14			Ευκλείδεια (2.12)
Μέθοδος 15			Συντελεστής $p = 3$ (2.13)
Μέθοδος 16			Chebyshev (2.14)
Μέθοδος 17	Γραμμική κανονικοποίηση (2ο είδος) (2.3)	Θετική και αρνητική ιδανική λύση (2.8)	Manhattan (2.11)
Μέθοδος 18			Ευκλείδεια (2.12)
Μέθοδος 19			Συντελεστής $p = 3$ (2.13)
Μέθοδος 20			Chebyshev (2.14)
Μέθοδος 21		Θετική και αρνητική απόλυτα ιδανική λύση (2.9)	Manhattan (2.11)
Μέθοδος 22			Ευκλείδεια (2.12)
Μέθοδος 23			Συντελεστής $p = 3$ (2.13)
Μέθοδος 24			Chebyshev (2.14)
Μέθοδος 25	Γραμμική κανονικοποίηση (3ο είδος) (2.3)	Θετική και αρνητική ιδανική λύση (2.8)	Manhattan (2.11)
Μέθοδος 26			Ευκλείδεια (2.12)
Μέθοδος 27			Συντελεστής $p = 3$ (2.13)
Μέθοδος 28			Chebyshev (2.14)
Μέθοδος 29		Θετική και αρνητική απόλυτα ιδανική λύση (2.9)	Manhattan (2.11)
Μέθοδος 30			Ευκλείδεια (2.12)
Μέθοδος 31			Συντελεστής $p = 3$ (2.13)
Μέθοδος 32			Chebyshev (2.14)

2.3.2. Αριθμητικό παράδειγμα

Ως αντιπροσωπευτικό αριθμητικό παράδειγμα επιλέγεται το παράδειγμα της παρουσίασης (Papathanasiou, 2016), το οποίο αφορά στην επιλογή της καταλληλότερης τοποθεσίας για την κατασκευή μιας εγκατάστασης παροχής πόσιμου νερού. Οι εναλλακτικές τοποθεσίες είναι 6 σε αριθμό, ενώ τα κριτήρια επιλογής είναι 4 και όλα χαρακτηρίζονται ως κριτήρια κέρδους. Στον Πίνακας 2-2 παρουσιάζονται συγκεντρωτικά τα δεδομένα του αριθμητικού παραδείγματος.

Πίνακας 2-2: Δεδομένα του αριθμητικού παραδείγματος.

	Επένδυση (M€)	**Εργασία (εκατοντάδες εργαζομένων)**	**Κοινωνικός αντίκτυπος (1 έως 7)**	**Περιβαλλοντικός αντίκτυπος (1 έως 7)**
Βάρος	0.4	0.3	0.1	0.2
Τοποθεσία 1	8	7	2	1
Τοποθεσία 2	5	3	7	5
Τοποθεσία 3	7	5	6	4
Τοποθεσία 4	9	9	7	3
Τοποθεσία 5	11	10	3	7
Τοποθεσία 6	6	9	5	4

Στη συνέχεια του αριθμητικού παραδείγματος παρουσιάζονται ενδεικτικά οι επιμέρους πίνακες των Βημάτων της Ενότητας 2.2, όπως υπολογίστηκαν για την περίπτωση της μεθόδου 14 του Πίνακας 2-1 και επαληθεύτηκαν πλήρως από τα αντίστοιχα αποτελέσματα της (Papathanasiou, 2016). Πιο συγκεκριμένα, στον Πίνακας 2-3 και στον Πίνακας 2-4 παρουσιάζονται οι πίνακες ***R*** και ***U*** των Βημάτων 2 και 3, αντίστοιχα. Τέλος στον Πίνακας 2-5 καταγράφεται η απόσταση από τη θετική και αρνητική ιδανική λύση του Βήματος 5, καθώς και ο συντελεστής σχετικής εγγύτητας K_i του Βήματος 6. Συνεπώς, οι εναλλακτικές προτάσεις ιεραρχούνται από την καλύτερη στη χειρότερη με βάση τα δεδομένα ντετερμινιστικά κριτήρια.

*Πίνακας 2-3: Κανονικοποιημένος πίνακας **R** για τη μέθοδο 14.*

Τοποθεσία 1	0.73	0.70	0.29	0.14
Τοποθεσία 2	0.45	0.30	1.00	0.71
Τοποθεσία 3	0.64	0.50	0.86	0.57
Τοποθεσία 4	0.82	0.90	1.00	0.43
Τοποθεσία 5	1.00	1.00	0.43	1.00
Τοποθεσία 6	0.90	0.90	0.71	0.57

*Πίνακας 2-4: Βεβαρημένος κανονικοποιημένος πίνακας **U** για τη μέθοδο 14.*

Τοποθεσία 1	0.29	0.21	0.03	0.03
Τοποθεσία 2	0.18	0.09	0.10	0.14
Τοποθεσία 3	0.25	0.15	0.09	0.11
Τοποθεσία 4	0.33	0.27	0.10	0.09
Τοποθεσία 5	0.40	0.30	0.04	0.20
Τοποθεσία 6	0.22	0.27	0.07	0.11

Πίνακας 2-5: Αποστάσεις S_i^+ και S_i^-, συντελεστής εγγύτητας K_i, και τελική κατάταξη των εναλλακτικών προτάσεων βάσει της μεθόδου 14.

	S_i^+	S_i^-	K_i	**Κατάταξη**
Τοποθεσία 1	1.736	0.361	0.172	4
Τοποθεσία 2	1.744	0.268	0.133	6
Τοποθεσία 3	1.703	0.328	0.162	5
Τοποθεσία 4	1.622	0.444	0.215	2
Τοποθεσία 5	1.551	0.540	0.258	1
Τοποθεσία 6	1.671	0.372	0.182	3

Κατά αντίστοιχο τρόπο υπολογίζεται ο συντελεστής εγγύτητας και η τελική κατάταξη των εναλλακτικών προτάσεων βάσει όλων των μεθόδων του Πίνακας 2-1 για το συγκεκριμένο αριθμητικό παράδειγμα. Ο χρόνος εκτέλεσης για όλους τους επιμέρους υπολογισμούς είναι της τάξεως των λίγων δευτερολέπτων στο προγραμματιστικό περιβάλλον του MATLAB.

Στον Πίνακας 2-6 παρουσιάζεται ο συντελεστής εγγύτητας για όλες τις εναλλακτικές προτάσεις βάσει της κάθε μεθόδου. Αντίστοιχα, στον Πίνακας 2-7 παρουσιάζεται η τελική ιεραρχία των προτάσεων για την κάθε μέθοδο. Από τα αποτελέσματα παρατηρείται αρχικά πως όλες οι μέθοδοι υπολογίζουν σωστά τη βέλτιστη και χείριστη τοποθεσία. Παρόλα αυτά παρατηρούνται κάποιες αποκλίσεις στις μεσαίες θέσεις της κατάταξης των τοποθεσιών. Πιο συγκεκριμένα 14 από τις 32 μεθόδους (οι γραμμές χωρίς διαγράμμιση) υπολογίζουν τη σωστή κατάταξη, ενώ οι υπόλοιπες παρουσιάζουν

κάποιες μικρές (οι γραμμές με διαγώνια δεξιά διαγράμμιση) ή μεγάλες αποκλίσεις (οι γραμμές με διαγώνια αριστερή διαγράμμιση).

Με ενδελεχή παρατήρηση των αποτελεσμάτων μπορούν να εξαχθούν τα παρακάτω συμπεράσματα.

- Βήμα 2 – Στη πλειονότητα των περιπτώσεων η γραμμική κανονικοποίηση 3^{ου} είδους και η κανονικοποίηση διανύσματος παρέχουν μεγαλύτερη ευστάθεια σε σύγκριση με τη γραμμική κανονικοποίηση 1^{ου} και 2^{ου} είδους.
- Βήμα 4 – Η επιλογή της θετικής και αρνητικής βέλτιστης λύσης βάσει της (2.8) παρέχει μεγαλύτερη υπολογιστική ευαισθησία έναντι της (2.9). Αυτό παρατηρείται στη διακύμανση των τιμών, η οποία είναι μεγαλύτερη με χρήση της (2.8).
- Βήμα 5 – Η επιλογή της απόστασης βάσει της Manhattan ή της Ευκλείδειας νόρμας οδηγεί σε πιο ευσταθή αποτελέσματα σε σχέση με τις αποστάσεις $p = 3$ και Chebyshev.

Συνεπώς προτείνεται η χρησιμοποίηση των παραπάνω επιλογών για την πιο ευσταθή ντετερμινιστική μοντελοποίηση της μεθόδου TOPSIS.

Πίνακας 2-6: Συντελεστής εγγύτητας για κάθε μέθοδο.

Κωδική ονομασία	**Τοποθεσία 1**	**Τοποθεσία 2**	**Τοποθεσία 3**	**Τοποθεσία 4**	**Τοποθεσία 5**	**Τοποθεσία 6**
Μέθοδος 1	0.327	0.291	0.414	0.659	0.921	0.508
Μέθοδος 2	0.387	0.327	0.391	0.615	0.869	0.493
Μέθοδος 3	0.396	0.340	0.384	0.597	0.846	0.488
Μέθοδος 4	0.367	0.375	0.403	0.566	0.802	0.484
Μέθοδος 5	0.078	0.075	0.086	0.110	0.135	0.095
Μέθοδος 6	0.098	0.079	0.093	0.122	0.151	0.103
Μέθοδος 7	0.110	0.081	0.099	0.131	0.160	0.109
Μέθοδος 8	0.144	0.098	0.131	0.164	0.188	0.131
Μέθοδος 9	0.341	0.277	0.411	0.677	0.915	0.514
Μέθοδος 10	0.410	0.304	0.382	0.642	0.859	0.502
Μέθοδος 11	0.426	0.312	0.369	0.630	0.836	0.499
Μέθοδος 12	0.412	0.344	0.364	0.612	0.792	0.497

Μέθοδος 13	0.140	0.129	0.151	0.196	0.236	0.168
Μέθοδος 14	0.172	0.133	0.162	0.215	0.258	0.182
Μέθοδος 15	0.189	0.137	0.171	0.228	0.270	0.192
Μέθοδος 16	0.230	0.167	0.218	0.264	0.295	0.225
Μέθοδος 17	0.371	0.233	0.399	0.690	0.920	0.484
Μέθοδος 18	0.447	0.248	0.363	0.668	0.871	0.451
Μέθοδος 19	0.468	0.250	0.348	0.664	0.853	0.440
Μέθοδος 20	0.500	0.250	0.333	0.667	0.833	0.435
Μέθοδος 21	0.093	0.058	0.100	0.173	0.230	0.121
Μέθοδος 22	0.126	0.081	0.102	0.190	0.256	0.141
Μέθοδος 23	0.139	0.091	0.104	0.201	0.268	0.158
Μέθοδος 24	0.167	0.118	0.127	0.222	0.290	0.215
Μέθοδος 25	0.322	0.298	0.416	0.656	0.920	0.510
Μέθοδος 26	0.380	0.337	0.394	0.608	0.867	0.497
Μέθοδος 27	0.387	0.351	0.389	0.588	0.845	0.493
Μέθοδος 28	0.358	0.390	0.417	0.557	0.796	0.491
Μέθοδος 29	0.033	0.032	0.037	0.047	0.058	0.041
Μέθοδος 30	0.042	0.034	0.040	0.053	0.066	0.045
Μέθοδος 31	0.048	0.035	0.043	0.057	0.070	0.047
Μέθοδος 32	0.065	0.043	0.058	0.074	0.088	0.060

Πίνακας 2-7: Τελική κατάταξη για κάθε μέθοδο.

Κωδική ονομασία	**Τοποθεσία 1**	**Τοποθεσία 2**	**Τοποθεσία 3**	**Τοποθεσία 4**	**Τοποθεσία 5**	**Τοποθεσία 6**
Μέθοδος 1	5	6	4	2	1	3
Μέθοδος 2	5	6	4	2	1	3
Μέθοδος 3	4	6	5	2	1	3
Μέθοδος 4	5	6	4	2	1	3
Μέθοδος 5	5	6	4	2	1	3

Μέθοδος 6	4	6	5	2	1	3
Μέθοδος 7	4	6	5	2	1	3
Μέθοδος 8	3	6	4/5	2	1	4/5
Μέθοδος 9	5	6	4	2	1	3
Μέθοδος 10	4	6	5	2	1	3
Μέθοδος 11	4	6	5	2	1	3
Μέθοδος 12	4	6	5	2	1	3
Μέθοδος 13	5	6	4	2	1	3
Μέθοδος 14	4	6	5	2	1	3
Μέθοδος 15	4	6	5	2	1	3
Μέθοδος 16	3	6	5	2	1	4
Μέθοδος 17	5	6	4	2	1	3
Μέθοδος 18	4	6	5	2	1	3
Μέθοδος 19	3	6	5	2	1	4
Μέθοδος 20	3	6	5	2	1	4
Μέθοδος 21	5	6	4	2	1	3
Μέθοδος 22	4	6	5	2	1	3
Μέθοδος 23	4	6	5	2	1	3
Μέθοδος 24	4	6	5	2	1	3
Μέθοδος 25	5	6	4	2	1	3
Μέθοδος 26	5	6	4	2	1	3
Μέθοδος 27	5	6	4	2	1	3
Μέθοδος 28	5	6	4	2	1	3
Μέθοδος 29	5	6	4	2	1	3
Μέθοδος 30	4	6	5	2	1	3
Μέθοδος 31	3	6	5	2	1	4
Μέθοδος 32	3	6	5	2	1	4

2.4. Αντιμετάθεση της κατάταξης

Η ντετερμινιστική προσέγγιση της TOPSIS και όλες οι μέθοδοι που παρουσιάστηκαν προηγουμένως χαρακτηρίζονται από απλότητα στην κατανόηση και εκτέλεσή τους. Παρόλα αυτά χαρακτηρίζονται επίσης και από το φαινόμενο της αντιμετάθεσης της κατάταξης που υπολογίζουν στις περιπτώσεις όπου ο μελετητής προσθέτει ή αφαιρεί μια εναλλακτική πρόταση A_i (García-Cascales & Lamata, 2012). Το φαινόμενο αυτό παρατηρείται συνήθως σε περιπτώσεις όπου είτε οι εναλλακτικές προτάσεις έχουν παραπλήσια βαθμολογία είτε τα αντίστοιχα βάρη είναι περίπου ίσα. Το αποτέλεσμα της εισαγωγής ή αφαίρεσης μιας εναλλακτικής λύσης είναι η αντιστροφή της κατάταξης, πράγμα το οποίο δεν μπορεί να θεωρηθεί αποδεκτό για την εύρεση της τελική κατάταξης των προτάσεων (García-Cascales & Lamata, 2012).

2.4.1. Περιγραφή του προβλήματος

Το φαινόμενο της αντιμετάθεσης της κατάταξης γίνεται ευκολότερα αντιληπτό με το αριθμητικό παράδειγμα του Πίνακας 2-8. Σε αυτήν την περίπτωση αρχικά θεωρούνται 3 εναλλακτικές προτάσεις και 2 ισοβαρή κριτήρια κέρδους. Εφαρμόζοντας τη μέθοδο 2 του Πίνακας 2-1, δηλαδή την υλοποίηση με θεώρηση κανονικοποίησης διανύσματος, θετική και αρνητική λύση βάσει της (2.8) και Ευκλείδεια απόσταση, λαμβάνεται η κατάταξη του Πίνακας 2-9. Σε αυτή παρατηρείται πως η πρόταση 2 και 1 είναι η βέλτιστη και χείριστη, αντίστοιχα.

Πίνακας 2-8: Δεδομένα του αριθμητικού παραδείγματος.

	Κριτήριο 1	**Κριτήριο 2**
Βάρος	0.5	0.5
Πρόταση 1	1	5
Πρόταση 2	4	2
Πρόταση 3	3	3

Πίνακας 2-9: Κατάταξη βάσει της μεθόδου 2.

	S_i^+	S_i^-	K_i	**Κατάταξη**
Πρόταση 1	0.294	0.243	0.453	3
Πρόταση 2	0.243	0.294	0.547	1
Πρόταση 3	0.190	0.212	0.528	2

Στη συνέχεια του παραδείγματος θεωρείται πως υπάρχει μια νέα εναλλακτική πρόταση (η πρόταση 4) η οποία εισάγεται στη μέθοδο 2 της ντετερμινιστικής TOPSIS,

όπως φαίνεται στον Πίνακας 2-10. Μετά την επανεκτέλεση της μεθόδου 2 καταγράφονται τα αποτελέσματα του Πίνακας 2-11, όπου παρατηρείται πως η προσθήκη της νέας πρότασης έχει αντιστρέψει πλήρως τη σειρά κατάταξης. Πλέον η πρόταση 1 καθίσταται ως βέλτιστη, ενώ προηγουμένως ήταν η χείριστη. Αντίθετα, η πρόταση 2 είναι 3η στην κατάταξη, ενώ πριν ήταν η βέλτιστη.

Πίνακας 2-10: Δεδομένα του αριθμητικού παραδείγματος μετά την προσθήκη της νέας πρότασης.

	Κριτήριο 1	**Κριτήριο 2**
Βάρος	0.5	0.5
Πρόταση 1	1	5
Πρόταση 2	4	2
Πρόταση 3	3	3
(Νέα) Πρόταση 4	5	1

Πίνακας 2-11: Κατάταξη βάσει της μεθόδου 2 μετά την προσθήκη της νέας πρότασης.

	S_i^+	S_i^-	K_i	**Κατάταξη**
Πρόταση 1	0.280	0.320	0.535	1
Πρόταση 2	0.250	0.225	0.473	3
Πρόταση 3	0.213	0.213	0.500	2
(Νέα) Πρόταση 4	0.320	0.280	0.467	4

Παρατηρείται λοιπόν πως η προσθήκη της νέας πρότασης 4 επηρεάζει τη σειρά κατάταξης των άλλων προτάσεων. Αυτό οφείλεται στην κανονικοποίηση διανύσματος του Βήματος 2, η οποία επηρεάζεται από το πλήθος των προτάσεων καθώς και τη βαθμολογία τους σε κάθε κριτήριο. Εύκολα συμπεραίνεται πως αυτή η κατάταξη είναι μη αποδεκτή καθώς απαιτείται η ανεξαρτητοποίηση της κανονικοποίησης της μεθόδου από το πλήθος των εναλλακτικών προτάσεων ώστε η μέθοδος TOPSIS να θεωρείται περισσότερο ευσταθής.

2.4.2. Επίλυση του προβλήματος

Για την επίλυση του προβλήματος της αντιμετάθεσης της κατάταξης προτείνονται οι εξής αλλαγές στον ντετερμινιστικό αλγόριθμο της TOPSIS (García-Cascales & Lamata, 2012).

- Τροποποιείται η κανονικοποίηση του Βήματος 2, όπου προτείνεται η χρήση της γραμμικής κανονικοποίησης 1ου είδους βάσει της (2.3).

- Εισάγονται 2 τεχνητές εναλλακτικές προτάσεις (ψευδοοπροτάσεις) ως A^+ και A^-, αντίστοιχα. Οι προτάσεις αυτές αντιστοιχούν στη βέλτιστη και χείριστη βαθμολογία που μπορεί να εισαχθεί σε κάθε κριτήριο, ανεξαρτήτως αν αυτή έχει δοθεί σε κάποια εναλλακτική πρόταση. Συνεπώς οι A^+ και A^- προκύπτουν από τις παρακάτω σχέσεις

$$A^+ = \left\{ \max S_j \right\},\ \forall j \tag{2.16.a}$$

$$A^+ = \left\{ \max S_j \right\},\ \forall j \tag{2.16.b}$$

όπου S_j το σύνολο των δυνατών βαθμολογιών για το κριτήριο C_j.

Οι παραπάνω τροποποιήσεις καταστούν δυνατή την απεξαρτητοποίηση της κανονικοποίησης από την εισαγωγή ή αφαίρεση εναλλακτικών προτάσεων και συνεπώς επιλύουν το πρόβλημα της αντιμετάθεσης της κατάταξης. Για την καλύτερη κατανόηση της νέας μεθόδου, επαναλαμβάνεται το αριθμητικό πρόβλημα του Πίνακας 2-8 με τις αρχικές 3 εναλλακτικές προτάσεις. Με βάση τη νέα μέθοδο λαμβάνεται η κατάταξη του παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 2-12: Κατάταξη βάσει της νέας μεθόδου.

	S_i^+	S_i^-	K_i	**Κατάταξη**
Πρόταση 1	0.375	0.515	0.579	3
Πρόταση 2	0.300	0.539	0.642	2
Πρόταση 3	0.236	0.480	0.671	1

Στη συνέχεια, αφού προστεθεί η νέα πρόταση 4, όπως στον Πίνακας 2-10, επαναλαμβάνεται η επίλυση με την κατάταξη να δίνεται παρακάτω.

Πίνακας 2-13: Κατάταξη βάσει της νέας μεθόδου μετά την προσθήκη της νέας πρότασης.

	S_i^+	S_i^-	K_i	**Κατάταξη**
Πρόταση 1	0.400	0.510	0.560	3
Πρόταση 2	0.316	0.447	0.586	2
Πρόταση 3	0.283	0.424	0.600	1
(Νέα) Πρόταση 4	0.400	0.510	0.560	3

Από τα παραπάνω αποτελέσματα παρατηρείται πως, εν αντιθέσει με τη μέθοδο 2 του Πίνακας 2-1, η νέα μέθοδος με τις 2 τροποποιήσεις δεν παρουσιάζει αντιμετάθεση της κατάταξης μετά την εισαγωγή της νέας πρότασης 4. Συνεπώς θεωρείται πιο ευσταθής

σε σύγκριση με τη μέθοδο 2. Αξίζει πάντως να τονισθεί πως η ιεραρχία που δίνουν οι 2 μέθοδοι δεν είναι απαραίτητα η ίδια σε κάθε περίπτωση. Αυτό δεν οφείλεται σε κάποια αδυναμία της νέας τροποποιημένης μεθόδου αλλά κυρίως στο γεγονός πως τα κριτήρια είναι ισοβαρή πράγμα που οδηγεί σε αυξημένη αριθμητική ευαισθησία του όλου προβλήματος επιλογής της βέλτιστης πρότασης (García-Cascales & Lamata, 2012).

Κεφάλαιο 3

ΑΣΑΦΗ ΜΟΝΤΕΛΑ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ TOPSIS

3.1. Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται η επέκταση της μεθόδου TOPSIS στην ασαφή λογική και στη χρησιμοποίηση ασαφών μεταβλητών (Bede, 2013). Πιο συγκεκριμένα παρουσιάζονται 5 διαφορετικές προσεγγίσεις της ασαφούς μεθόδου TOPSIS, οι οποίες χωρίζονται σε επιμέρους υπολογιστικά βήματα και αναλύονται διεξοδικά. Στη συνέχεια, οι διάφορες τροποποιήσεις της ασαφούς μεθόδου TOPSIS εφαρμόζονται σε δύο γενικευμένα παραδείγματα σχολιάζοντας τις επιδόσεις κατάταξής τους. Ως κριτήριο αξιολόγησης λαμβάνεται υπόψη η ευστάθεια της κάθε μεθόδου στην κατάταξη των εναλλακτικών προτάσεων, όπως συνέβη και στο Κεφάλαιο 2.

3.2. Μέθοδοι ‘Chen’, ‘Jahanshahloo’, ‘Izadikhah’ και ‘Mahdavi’

Η ασαφής προσέγγιση της μεθόδου TOPSIS αρχικά παρουσιάζεται για 4 διαφορετικές προσεγγίσεις. Αυτές αντιστοιχούν στις ‘Chen’ (Chen, 2000), ‘Jahanshahloo’ (Jahanshahloo, et al., 2006), ‘Izadikhah’ (Izadikhah, 2009) και ‘Mahdavi’ (Mahdavi, et al., 2008), οι οποίες παρουσιάζονται παρακάτω υπό μορφή υπολογιστικών βημάτων.

<u>Βήμα 1</u>

Αρχικά καταστρώνεται ο πίνακας αποφάσεων $\tilde{\boldsymbol{D}}$, ο οποίος έχει την παρακάτω δομή.

$$\tilde{\boldsymbol{D}} = \begin{array}{c} \\ \\ A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_i \\ \vdots \\ A_m \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} C_1 & C_2 & \cdots & C_j & \cdots & C_n \\ \tilde{w}_1 & \tilde{w}_2 & \cdots & \tilde{w}_j & \cdots & \tilde{w}_n \end{array} \\ \begin{bmatrix} \tilde{x}_{11} & \tilde{x}_{12} & \cdots & \tilde{x}_{1j} & \cdots & \tilde{x}_{1n} \\ \tilde{x}_{21} & \tilde{x}_{22} & \cdots & \tilde{x}_{21} & \cdots & \tilde{x}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \tilde{x}_{i1} & \tilde{x}_{i2} & \cdots & \tilde{x}_{ij} & \cdots & \tilde{x}_{in} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \tilde{x}_{m1} & \tilde{x}_{m2} & \cdots & \tilde{x}_{mj} & \cdots & \tilde{x}_{mn} \end{bmatrix} \end{array} \tag{3.1}$$

όπου A_i η εναλλακτική πρόταση i με $i = 1, \ldots, m$ και $\tilde{w}_j$ το βάρος του κριτηρίου C_j με $j = 1, \ldots, n$. Το $\tilde{x}_{ij}$ υποδηλώνει την ποσοτική επίδοση της εναλλακτικής πρότασης A_i ως προς το κριτήριο C_j. Τονίζεται πως στην ασαφή προσέγγιση της μεθόδου TOPSIS, οι μεταβλητές $\tilde{x}_{ij}$ και $\tilde{w}_j$ είναι ασαφείς, ενώ περιγράφονται με τις παρακάτω σχέσεις για την περίπτωση τριγωνικής ασαφούς μεταβλητής (Bede, 2013).

$$\tilde{x}_{ij} = \left(x_{ij1}, x_{ij2}, x_{ij3} \right) \tag{3.2.a}$$

$$\tilde{w}_j = \left(w_{j1}, w_{j2}, w_{j3} \right) \tag{3.2.b}$$

όπου οι δείκτες 1, 2, 3 αντιστοιχούν στην ελάχιστη, επικρατούσα και μέγιστη τιμή της ασαφούς μεταβλητής.

<u>Βήμα 2</u>

Με βάση τον πίνακα $\tilde{\boldsymbol{D}}$ της (3.1) υπολογίζεται ο κανονικοποιημένος πίνακας $\tilde{\boldsymbol{R}}$ καθώς και τα στοιχεία του $\tilde{r}_{ij}$. Η κανονικοποίηση ως μαθηματική πράξη στην ασαφή λογική μπορεί να γίνει σε διάφορες μορφές (Bede, 2013). Παρακάτω παρουσιάζονται οι προσεγγίσεις κατά ‘Chen’ / ‘Mahdavi’ και ‘Jahanshahloo’ / ‘Izadikhah’, οι οποίες κατά βάση αντιστοιχούν στη γραμμική κανονικοποίηση και στην κανονικοποίηση διανύσματος της ντετερμινιστικής προσέγγισης της μεθόδου TOPSIS.

<u>Κανονικοποίηση κατά ‘Chen’ και ‘Mahdavi’</u>

$$\tilde{r}_{ij} = \left(\frac{x_{ij1}}{x_{j3}^{+}}, \frac{x_{ij2}}{x_{j3}^{+}}, \frac{x_{ij3}}{x_{j3}^{+}} \right), \; x_{j3}^{+} = \max_i \left\{ x_{ij3} \right\} \text{ για κριτήρια κέρδους, } \forall i, j \tag{3.3.a}$$

$$\tilde{r}_{ij} = \left(\frac{x_{j1}^{-}}{x_{ij3}}, \frac{x_{j1}^{-}}{x_{ij2}}, \frac{x_{j1}^{-}}{x_{ij1}} \right), \; x_{j1}^{-} = \min_i \left\{ x_{ij1} \right\} \text{ για κριτήρια κόστους, } \forall i, j \tag{3.3.b}$$

<u>Κανονικοποίηση κατά ‘Jahanshahloo’ και ‘Izadikhah’</u>

$$\tilde{r}_{ij} = \left(\frac{x_{ij1}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left(x_{ij1}^2 + x_{ij3}^2\right)}}, \frac{x_{ij2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left(x_{ij1}^2 + x_{ij3}^2\right)}}, \frac{x_{ij3}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left(x_{ij1}^2 + x_{ij3}^2\right)}} \right), \ \forall i, j \tag{3.4}$$

<u>Βήμα 3</u>

Βάσει των δεδομένων του πίνακα $\tilde{\boldsymbol{D}}$ της (3.1) ορίζεται το διάνυσμα βαρών $\tilde{\boldsymbol{W}}$ που περιέχει το βάρος $\tilde{w}_j$ για το κριτήριο C_j. Τα στοιχεία $\tilde{u}_{ij}$ του βεβαρημένου κανονικοποιημένου πίνακα $\tilde{\boldsymbol{U}}$ προκύπτουν από τον πολλαπλασιασμό του κάθε κανονικοποιημένου στοιχείου $\tilde{r}_{ij}$ με το αντίστοιχο βάρος $\tilde{w}_j$ όπως φαίνεται παρακάτω.

$$\tilde{u}_{ij} = \tilde{w}_j \tilde{r}_{ij} = \left(w_{j1} r_{j1}, w_{j2} r_{j2}, w_{j3} r_{j3}\right), \ \forall i, j \tag{3.5}$$

<u>Βήμα 4</u>

Στη συνέχεια ορίζονται η θετική και αρνητική ιδανική λύση $\tilde{V}^+$ και $\tilde{V}^-$, αντίστοιχα. Ο ορισμός αυτών διαφοροποιείται σε κάθε προσέγγιση, όπως παρουσιάζεται παρακάτω.

<u>Ιδανική λύση κατά ‘Chen’ και ‘Jahanshahloo’</u>

$$\tilde{V}^+ = \left\{\tilde{u}_1^+, \ldots, \tilde{u}_n^+\right\}, \ \tilde{u}_j^+ = (1,1,1), \ \forall j \tag{3.6.a}$$

$$\tilde{V}^- = \left\{\tilde{u}_1^-, \ldots, \tilde{u}_n^-\right\}, \ \tilde{u}_j^- = (0,0,0), \ \forall j \tag{3.6.b}$$

<u>Ιδανική λύση κατά ‘Izadikhah’</u>

$$\tilde{V}^+ = \left\{\tilde{u}_1^+, \ldots, \tilde{u}_n^+\right\} = \left\{\left(\max_i \tilde{u}_{ij} \mid j \in J\right), \left(\min_i \tilde{u}_{ij} \mid j \in J'\right)\right\}, \ \forall j \tag{3.7.a}$$

$$\tilde{V}^- = \left\{\tilde{u}_1^-, \ldots, \tilde{u}_n^-\right\} = \left\{\left(\min_i \tilde{u}_{ij} \mid j \in J\right), \left(\max_i \tilde{u}_{ij} \mid j \in J'\right)\right\}, \ \forall j \tag{3.7.b}$$

όπου

$$\max_i \tilde{u}_{ij} = \left(u_{ij1}, \max_i\left(u_{ij2}\right), u_{ij3}\right) \tag{3.8.a}$$

$$\min_i \tilde{u}_{ij} = \left(u_{ij1}, \min_i\left(u_{ij2}\right), u_{ij3}\right) \tag{3.8.a}$$

ενώ τα σύνολα J και J' σχετίζονται με τα κριτήρια κέρδους και κόστους, αντίστοιχα.

<u>Ιδανική λύση κατά ‘Mahdavi’</u>

Αρχικά υπολογίζεται ο δείκτης $\tilde{\delta}_I$ και η απόσταση d_{ij} αυτού από κάθε στοιχείο του βεβαρημένου κανονικοποιημένου πίνακα $\tilde{\boldsymbol{U}}$.

$$\tilde{\delta}_I = \left(\min\left(u_{ij1}\right), \min\left(u_{ij2}\right), \min\left(u_{ij3}\right)\right) \tag{3.9}$$

$$d_{ij}(\tilde{u}_{ij}, \tilde{\delta}_I) = \sqrt{\frac{1}{6}\left[\sum_{p=1}^{3}\left(u_{ijp} - \delta_{Ip}\right)^2 + \left(u_{ij2} - \delta_{I2}\right)^2 + \sum_{p=1}^{2}\left(u_{ijp} - \delta_{Ip}\right)\left(u_{ijp+1} - \delta_{Ip+1}\right)\right]} \tag{3.10}$$

Στη συνέχεια ορίζεται η θετική $\tilde{V}^+$ και αρνητική $\tilde{V}^-$ ιδανική λύση.

$$\tilde{V}^+ = \left\{\tilde{u}_1^+, \ldots, \tilde{u}_n^+\right\} = \left\{\tilde{u}_{ij} \mid \min_i d_{ij}\right\}, \ \forall j \tag{3.11.a}$$

$$\tilde{V}^- = \left\{\tilde{u}_1^-, \ldots, \tilde{u}_n^-\right\} = \left\{\tilde{u}_{ij} \mid \max_i d_{ij}\right\}, \ \forall j \tag{3.11.b}$$

<u>Βήμα 5</u>

Υπολογίζεται η απόσταση της κάθε εναλλακτικής λύσης A_i από τη θετική V^+ και αρνητική V^- ιδανική λύση. Η απόσταση των διανυσμάτων μπορεί να υπολογιστεί μαθηματικά με επέκταση της Ευκλείδειας απόστασης και της απόστασης Hamming για ασαφείς μεταβλητές (Bede, 2013).

<u>Απόσταση κατά ‘Chen’ και ‘Jahanshahloo’</u>

$$S_i^+ = \sum_{j=1}^{n} S\left(\tilde{u}_{ij}, \tilde{u}_j^+\right) = \sum_{j=1}^{n}\sqrt{\frac{1}{3}\left[\left(u_{ij1} - u_{j1}^+\right)^2 + \left(u_{ij2} - u_{j2}^+\right)^2 + \left(u_{ij3} - u_{j3}^+\right)^2\right]}, \ \forall i \tag{3.12.a}$$

$$S_i^- = \sum_{j=1}^{n} S\left(\tilde{u}_{ij}, \tilde{u}_j^-\right) = \sum_{j=1}^{n}\sqrt{\frac{1}{3}\left[\left(u_{ij1} - u_{j1}^-\right)^2 + \left(\tilde{u}_{ij2} - \tilde{u}_{j2}^-\right)^2 + \left(u_{ij3} - u_{j3}^-\right)^2\right]}, \ \forall i \tag{3.12.b}$$

<u>Απόσταση κατά ‘Izadikhah’</u>

$$S_i^+ = \sum_{j=1}^{n} S\left(\tilde{u}_{ij}, \tilde{u}_j^+\right) = \sum_{j=1}^{n}\frac{1}{2}\left[\left|u_{ij1} - u_{j1}^+\right| + \left|u_{ij3} - u_{j3}^+\right|\right], \ \forall i \tag{3.13.a}$$

$$S_i^+ = \sum_{j=1}^{n} S\left(\tilde{u}_{ij}, \tilde{u}_j^+\right) = \sum_{j=1}^{n}\frac{1}{2}\left[\left|u_{ij1} - u_{j1}^+\right| + \left|u_{ij3} - u_{j3}^+\right|\right], \ \forall i \tag{3.13.b}$$

<u>Απόσταση κατά ‘Mahdavi’</u>

Αρχικά υπολογίζεται η απόσταση κάθε στοιχείου του βεβαρημένου κανονικοποιημένου πίνακα $\tilde{\boldsymbol{U}}$ από τη θετική $\tilde{V}^+$ και αρνητική $\tilde{V}^-$ ιδανική λύση.

$$d_{ij}^+(\tilde{u}_{ij}, \tilde{V}_j^+) = \sqrt{\frac{1}{6}\left[\sum_{p=1}^{3}\left(u_{ijp} - V_{jp}^+\right)^2 + \left(u_{ij2} - V_{j2}^+\right)^2 + \sum_{p=1}^{2}\left(u_{ijp} - V_{jp}^+\right)\left(u_{ijp+1} - V_{jp+1}^+\right)\right]} \tag{3.14.a}$$

$$d_{ij}^{-}(\tilde{u}_{ij},\tilde{V}_j^{-}) = \sqrt{\frac{1}{6}\left[\sum_{p=1}^{3}\left(u_{ijp}-V_{jp}^{-}\right)^2+\left(u_{ij2}-V_{j2}^{-}\right)^2+\sum_{p=1}^{2}\left(u_{ijp}-V_{jp}^{-}\right)\left(u_{ijp+1}-V_{jp+1}^{-}\right)\right]} \quad (3.14.b)$$

Στη συνέχεια υπολογίζεται ο βαθμός ομοιότητας (similarity degree) για κάθε εναλλακτική πρόταση.

$$S_i^{+} = \sum_{j=1}^{n} S\left(\tilde{u}_{ij},\tilde{V}_j^{+}\right) = \sum_{j=1}^{n}\frac{1}{1+d_{ij}^{+}},\ \forall i \quad (3.15.a)$$

$$S_i^{-} = \sum_{j=1}^{n} S\left(\tilde{u}_{ij},\tilde{V}_j^{-}\right) = \sum_{j=1}^{n}\frac{1}{1+d_{ij}^{-}},\ \forall i \quad (3.15.b)$$

<u>Βήμα 6</u>

Όπως και στο αντίστοιχο βήμα της ντετερμινιστικής προσέγγισης της μεθόδου TOPSIS, υπολογίζεται ο συντελεστής σχετικής εγγύτητας K_i της i-οστής εναλλακτικής πρότασης ως προς τη βέλτιστη λύση του πολυκριτηριακού προβλήματος.

$$K_i = \frac{S_i^{-}}{S_i^{+}+S_i^{-}} \quad (3.16)$$

όπου $0 \le K_i \le 1$.

<u>Βήμα 7</u>

<u>Κατάταξη κατά ‘Chen’, ‘Jahanshahloo’ και ‘Izadikhah’</u>

Κατά αναλογία με τη ντετερμινιστική μέθοδο TOPSIS, όσο μεγαλύτερος είναι ο συντελεστής K_i της (3.16), τόσο καλύτερη επίδοση παρουσιάζει η εναλλακτική πρόταση A_i. Συνεπώς, οι εναλλακτικές προτάσεις A_i ιεραρχούνται σε φθίνουσα σειρά βάσει του συντελεστή K_i.

<u>Κατάταξη κατά ‘Mahdavi’</u>

Σε αντίθεση με τις προηγούμενες μεθόδους, στη μέθοδο ‘Mahdavi’, όσο μικρότερος είναι ο συντελεστής K_i της (3.16), τόσο καλύτερη επίδοση παρουσιάζει η εναλλακτική πρόταση A_i. Συνεπώς, οι εναλλακτικές προτάσεις A_i ιεραρχούνται σε αύξουσα σειρά βάσει του συντελεστή K_i.

3.3. Μέθοδος ‘Wang’

Η ασαφής προσέγγιση της μεθόδου TOPSIS κατά ‘Wang’ (Wang & Lee, 2007) παρουσιάζεται σε ξεχωριστή ενότητα καθώς διαφοροποιείται σε σημαντικό βαθμό σε σχέση με τις προηγούμενες μεθόδους.

Αρχικά, η μέθοδος 'Wang' αγνοεί την κατάστρωση του πίνακα αποφάσεων $\tilde{\boldsymbol{D}}$, καθώς υποθέτει πως τα δεδομένα είναι ήδη κανονικοποιημένα. Συνεπώς η μέθοδος εκκινεί από τον κανονικοποιημένο πίνακα $\tilde{\boldsymbol{R}}$.

Στη συνέχεια η μέθοδος προσδιορίζει τη θετική και αρνητική ιδανική λύση $\tilde{V}^+$ και $\tilde{V}^-$, αντίστοιχα, βάσει του πίνακα $\tilde{\boldsymbol{R}}$.

$$\tilde{V}^+ = \left\{\tilde{r}_1^+, \ldots, \tilde{r}_n^+\right\} = \left\{\left(\max_i \tilde{r}_{ij} \mid j \in J\right), \left(\min_i \tilde{r}_{ij} \mid j \in J'\right)\right\}, \ \forall j \tag{3.17.a}$$

$$\tilde{V}^- = \left\{\tilde{r}_1^-, \ldots, \tilde{r}_n^-\right\} = \left\{\left(\min_i \tilde{r}_{ij} \mid j \in J\right), \left(\max_i \tilde{r}_{ij} \mid j \in J'\right)\right\}, \ \forall j \tag{3.17.b}$$

όπου

$$\max_i \tilde{r}_{ij} = \left(r_{ij1}, \max_i \left(r_{ij2}\right), r_{ij3}\right) \tag{3.18.a}$$

$$\min_i \tilde{r}_{ij} = \left(r_{ij1}, \min_i \left(r_{ij2}\right), r_{ij3}\right) \tag{3.18.b}$$

ενώ τα σύνολα J και J' σχετίζονται με τα κριτήρια κέρδους και κόστους, αντίστοιχα.

Έπειτα η υπολογίζεται η βεβαρημένη ασαφής απόσταση της κάθε εναλλακτικής λύσης A_i από τη θετική V^+ και αρνητική V^- ιδανική λύση βάσει της Ευκλείδιας νόρμας.

$$\tilde{D}_i^+ = \sum_{j=1}^{n} \tilde{w}_j d_{ij}\left(\tilde{u}_{ij}, \tilde{r}_j^+\right) = \sum_{j=1}^{n} \tilde{w}_j \sqrt{\frac{1}{3}\left[\left(u_{ij1} - r_{j1}^+\right)^2 + \left(u_{ij2} - r_{j2}^+\right)^2 + \left(u_{ij3} - r_{j3}^+\right)^2\right]} \tag{3.19.a}$$

$$\tilde{D}_i^- = \sum_{j=1}^{n} \tilde{w}_j d_{ij}\left(\tilde{u}_{ij}, \tilde{r}_j^-\right) = \sum_{j=1}^{n} \tilde{w}_j \sqrt{\frac{1}{3}\left[\left(u_{ij1} - r_{j1}^-\right)^2 + \left(u_{ij2} - r_{j2}^-\right)^2 + \left(u_{ij3} - r_{j3}^-\right)^2\right]} \tag{3.19.b}$$

Στη συνέχεια η μέθοδος προσδιορίζει τη μέγιστη και ελάχιστη βεβαρημένη ασαφή απόσταση της (3.19)

$$L\tilde{D}^+ = \min\left\{\tilde{D}_1^+, \ldots, \tilde{D}_n^+\right\} \tag{3.20.a}$$

$$U\tilde{D}^+ = \max\left\{\tilde{D}_1^+, \ldots, \tilde{D}_n^+\right\} \tag{3.20.b}$$

$$L\tilde{D}^- = \min\left\{\tilde{D}_1^-, \ldots, \tilde{D}_n^-\right\} \tag{3.21.a}$$

$$U\tilde{D}^- = \max\left\{\tilde{D}_1^-, \ldots, \tilde{D}_n^*\right\} \tag{3.21.b}$$

όπου

$$\max \tilde{D}_i^{\pm} = \left(D_{i1}^{\pm}, \max\left(D_{i2}^{\pm}\right), D_{i3}^{\pm}\right) \tag{3.22.a}$$

$$\min \tilde{D}_i^{\pm} = \left(D_{i1}^{\pm}, \min\left(D_{i2}^{\pm}\right), D_{i3}^{\pm}\right) \tag{3.22.b}$$

Ακολούθως υπολογίζεται η ασαφής απόσταση της κάθε εναλλακτικής λύσης A_i από τη θετική $\left[U\tilde{D}^-, L\tilde{D}^+\right]$ και αρνητική $\left[L\tilde{D}^-, U\tilde{D}^+\right]$ λύση, αντίστοιχα, βάσει της Ευκλείδιας νόρμας.

$$S_i^+ = d\left(\tilde{D}_i^-, U\tilde{D}^-\right) + d\left(\tilde{D}_i^+, L\tilde{D}^+\right),\ \forall i \tag{3.23.a}$$

$$S_i^- = d\left(\tilde{D}_i^-, L\tilde{D}^-\right) + d\left(\tilde{D}_i^+, U\tilde{D}^+\right),\ \forall i \tag{3.23.b}$$

Τέλος υπολογίζεται ο συντελεστής σχετικής εγγύτητας K_i της i-οστής εναλλακτικής πρότασης ως προς τη βέλτιστη λύση του πολυκριτηριακού προβλήματος

$$K_i = \frac{S_i^-}{S_i^+ + S_i^-},\ \forall i \tag{3.24}$$

όπου $0 \le K_i \le 1$.

Όσο μεγαλύτερος είναι ο συντελεστής K_i της (3.24), τόσο καλύτερη επίδοση παρουσιάζει η εναλλακτική πρόταση A_i. Συνεπώς, οι εναλλακτικές προτάσεις A_i ιεραρχούνται σε φθίνουσα σειρά βάσει του συντελεστή K_i.

3.4. Αριθμητικά αποτελέσματα

Ανατρέχοντας στις Ενότητες 3.2 και 3.3, όπου παρουσιάστηκε η ασαφής προσέγγιση της μεθόδου TOPSIS, παρατηρείται πως έχουν υλοποιηθεί 5 διαφορετικές μέθοδοι. Οι 4 πρώτες μπορούν να εκτελεσθούν με οποιοδήποτε τύπο δεδομένων ως είσοδο, ενώ η τελευταία απαιτεί κανονικοποιημένα μεγέθη. Στη συνέχεια παρουσιάζονται 2 αντιπροσωπευτικά αριθμητικά παραδείγματα για την εφαρμογή των παραπάνω μεθόδων. Σε κάθε παράδειγμα αναλύεται η ευστάθεια της κάθε μεθόδου στη σωστή κατάταξη των εναλλακτικών προτάσεων.

3.4.1. Πρώτο αριθμητικό παράδειγμα

Ως πρώτο αντιπροσωπευτικό αριθμητικό παράδειγμα επιλέγεται το παράδειγμα της εργασίας (Wang & Lee, 2007), το οποίο αφορά την αξιολόγηση της λειτουργικής επίδοσης αεροδρομίων. Τα προς κρίση αεροδρόμια είναι 3 σε αριθμό, ενώ τα κριτήρια αξιολόγησης είναι 15 και όλα χαρακτηρίζονται ως κριτήρια κέρδους. Στον Πίνακας 3-1 παρουσιάζονται τα δεδομένα του αριθμητικού παραδείγματος, τα οποία δίνονται σε κανονικοποιημένη μορφή. Όλα τα δεδομένα είναι ασαφείς τριγωνικές μεταβλητές και εισάγονται ως προς την ελάχιστη, επικρατούσα και μέγιστη τιμή τους.

Πίνακας 3-1: Δεδομένα του πρώτου αριθμητικού παραδείγματος.

	Βάρος			Αεροδρόμιο 1			Αεροδρόμιο 2			Αεροδρόμιο 3		
K1	0.45	0.675	0.85	0.625	0.8	0.95	0.6	0.75	0.9	0.45	0.55	0.7
K2	0.5	0.725	0.925	0.6	0.75	0.9	0.65	0.85	1	0.65	0.85	1
K3	0.35	0.55	0.78	0.425	0.525	0.65	0.625	0.8	0.95	0.7	0.9	1
K4	0.325	0.575	0.73	0.75	0.95	1	0.475	0.575	0.75	0.525	0.65	0.85
K5	0.7	1	1	0.4	0.5	0.6	0.525	0.675	0.85	0.575	0.725	0.85
K6	0.65	0.925	1	0.75	0.95	1	0.625	0.8	0.95	0.525	0.675	0.85
K7	0.5	0.725	0.93	0.525	0.675	0.85	0.6	0.75	0.9	0.675	0.85	0.95
K8	0.45	0.675	0.85	0.6	0.75	0.9	0.65	0.825	0.9	0.625	0.8	0.95
K9	0.35	0.55	0.78	0.7	0.9	1	0.625	0.8	0.95	0.75	0.95	1
K10	0.375	0.625	0.8	0.55	0.725	0.9	0.575	0.75	0.95	0.625	0.8	0.95
K11	0.55	0.8	0.93	0.575	0.7	0.85	0.6	0.75	0.9	0.625	0.8	0.95
K12	0.325	0.55	0.8	0.625	0.8	0.95	0.7	0.9	1	0.625	0.8	0.95
K13	0.45	0.65	0.93	0.5	0.625	0.8	0.45	0.55	0.7	0.7	0.9	1
K14	0.4	0.6	0.85	0.65	0.8	0.9	0.6	0.75	0.9	0.5	0.625	0.8
K15	0.6	0.85	0.1	0.6	0.775	0.9	0.575	0.725	0.85	0.4	0.5	0.6

Στον Πίνακας 3-2 παρουσιάζεται ο συντελεστής εγγύτητας για όλες τις εναλλακτικές προτάσεις βάσει της κάθε μεθόδου. Αντίστοιχα, στον Πίνακας 3-3 παρουσιάζεται η τελική ιεραρχία των προτάσεων για κάθε μέθοδο. Από τα αποτελέσματα παρατηρείται πως όλες οι μέθοδοι βρίσκονται σε πλήρη συμφωνία.

Πίνακας 3-2: Συντελεστής εγγύτητας για κάθε μέθοδο.

Μέθοδος	Αεροδρόμιο 1	Αεροδρόμιο 2	Αεροδρόμιο 3
'Chen'	0.534	0.542	0.539
'Jahanshahloo'	0.292	0.297	0.296
'Izadikhah'	0.501	0.607	0.558
'Mahdavi'	0.500	0.496	0.497
'Wang'	0	1	0.751

Πίνακας 3-3: Τελική κατάταξη για κάθε μέθοδο.

Μέθοδος	Αεροδρόμιο 1	Αεροδρόμιο 2	Αεροδρόμιο 3
'Chen'	3	1	2
'Jahanshahloo'	3	1	2
'Izadikhah'	3	1	2
'Mahdavi'	3	1	2
'Wang'	3	1	2

3.4.2. Δεύτερο αριθμητικό παράδειγμα

Ως δεύτερο αντιπροσωπευτικό αριθμητικό παράδειγμα επιλέγεται το παράδειγμα της εργασίας (Izadikhah, 2009), το οποίο αφορά την αξιολόγηση διαφόρων υποψηφίων για τη θέση ενός νοσοκόμου. Οι προς κρίση υποψήφιοι είναι 4 σε αριθμό, ενώ τα κριτήρια αξιολόγησης είναι 5, από τα οποία τα πρώτα δύο χαρακτηρίζονται ως κριτήρια κόστους και τα υπόλοιπα τρία ως κριτήρια κέρδους. Στον Πίνακας 3-4 παρουσιάζονται τα

δεδομένα του αριθμητικού παραδείγματος. Λόγω της μη κανονικοποίησης των δεδομένων, η μέθοδος ‘Wang’ δεν μπορεί να εφαρμοστεί. Συνεπώς αξιολογούνται οι υπόλοιπες 4 μέθοδοι.

Πίνακας 3-4: Δεδομένα του δεύτερου αριθμητικού παραδείγματος.

	Βάρος			**Υποψήφιος 1**			**Υποψήφιος 2**			**Υποψήφιος 3**			**Υποψήφιος 4**		
K1	0	0.1	0.3	5.5	6.5	7.6	5.8	7.3	8.1	4.2	5.2	6.7	5.3	6	7.2
K2	0.1	0.3	0.5	6.3	7.3	8.3	5	6.2	6.7	6.6	7.1	8.6	6.5	8.5	9.5
K3	0.9	1	1	7.5	9.5	12.7	8.2	9.2	6.7	7.2	8.7	10	6.8	7.8	9.8
K4	0.3	0.5	0.7	6.7	9.7	10.2	6.5	8.5	9.5	6.2	9.2	11.2	8	9	10
K5	0.7	0.9	1	6.3	8.3	9.3	6.9	7.9	9.4	6	8.7	10	5.5	8	9.5

Στον Πίνακας 3-5 παρουσιάζεται ο συντελεστής εγγύτητας για όλες τις εναλλακτικές προτάσεις βάσει της κάθε μεθόδου. Αντίστοιχα, στον Πίνακας 3-6 παρουσιάζεται η τελική κατάταξη των προτάσεων για τη κάθε μέθοδο. Παρατηρείται πως οι ‘Chen’ και ‘Mahdavi’ βρίσκονται σε απόλυτη συμφωνία, ενώ οι ‘Jahanshahloo’ και ‘Izadikhah’ διαφοροποιούνται. Πιο συγκεκριμένα, η ‘Jahanshahloo’ διαφοροποιείται σε όλη τη σειρά κατάταξης, όπου παρατηρείται αντιστροφή μεταξύ 1^{ης} και 2^{ης} θέσης, καθώς και μεταξύ 3^{ης} και 4^{ης} θέσης. Η μέθοδος ‘Izadikhah’ είναι πιο ευσταθής καθώς παρατηρείται αντιστροφή μόνο μεταξύ 1^{ης} και 2^{ης} θέσης. Συνεπώς συμπεραίνεται πως οι ‘Chen’ και ‘Mahdavi’ θεωρούνται αρκετά ευσταθής, ακολουθούμενοι από τη μέθοδο ‘Izadikhah’. Η μέθοδος ‘Jahanshahloo’ παρουσιάζει τις περισσότερες αποκλίσεις στη σειρά κατάταξης και συνεπώς χαρακτηρίζεται ως η λιγότερο ευσταθής.

Πίνακας 3-5: Συντελεστής εγγύτητας για κάθε μέθοδο.

Μέθοδος	**Υποψήφιος 1**	**Υποψήφιος 2**	**Υποψήφιος 3**	**Υποψήφιος 4**
‘Chen’	0.376	0.366	0.399	0.365
‘Jahanshahloo’	0.222	0.200	0.215	0.209
‘Izadikhah’	0.693	0.406	0.456	0.251
‘Mahdavi’	0.505	0.509	0.495	0.517

Πίνακας 3-6: Τελική κατάταξη για κάθε μέθοδο.

Μέθοδος	**Υποψήφιος 1**	**Υποψήφιος 2**	**Υποψήφιος 3**	**Υποψήφιος 4**
‘Chen’	2	3	1	4
‘Jahanshahloo’	1	4	2	3
‘Izadikhah’	1	3	2	4
‘Mahdavi’	2	3	1	4

Κεφάλαιο 4

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

4.1. Ανασκόπηση της διπλωματικής εργασίας

Βασικό αντικείμενο της παρούσας εργασίας είναι η μαθηματική παρουσίαση και προγραμματιστική υλοποίηση τόσο της ντετερμινιστικής όσο και της ασαφούς προσέγγισης της μεθόδου TOPSIS. Στο πλαίσιο αυτό εξετάστηκαν οι κυριότερες υλοποιήσεις των δυο προσεγγίσεων, ενώ η επίδοσή τους παρουσιάζεται υπό μορφή αριθμητικών παραδειγμάτων της διεθνούς βιβλιογραφίας.

Στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάζεται η ντετερμινιστική προσέγγιση της μεθόδου TOPSIS. Οι διάφορες τροποποιήσεις της κατηγοριοποιούνται ανάλογα με το είδος της κανονικοποίησης, την εκλογή των ιδανικών λύσεων και τον υπολογισμό της σχετικής απόστασης. Η επίδοσή τους αξιολογείται μέσω αριθμητικών παραδειγμάτων, όπου συμπεραίνεται πως η γραμμική κανονικοποίηση 3^{ου} είδους και η κανονικοποίηση διανύσματος παρέχουν μεγαλύτερη ευστάθεια σε σύγκριση με τη γραμμική κανονικοποίηση 1^{ου} και 2^{ου} είδους. Η επιλογή βάσει της σχετικής θετικής και αρνητικής βέλτιστης λύσης παρέχει μεγαλύτερη υπολογιστική ευαισθησία έναντι της αντίστοιχης απόλυτης. Επίσης, η επιλογή της απόστασης βάσει της Manhattan ή της Ευκλείδειας νόρμας οδηγεί σε πιο ευσταθή αποτελέσματα σε σχέση με τις άλλες εξετασθείσες αποστάσεις. Τέλος, παρουσιάζεται το πρόβλημα της αντιμετάθεσης της κατάταξης των εναλλακτικών προτάσεων, το οποίο και αντιμετωπίζεται με κατάλληλες τροποποιήσεις της ντετερμινιστικής μεθόδου TOPSIS.

Στο Κεφάλαιο 3 παρουσιάζεται η ασαφής προσέγγιση της μεθόδου TOPSIS, όπου αναλύονται πέντε υλοποιήσεις της διεθνούς βιβλιογραφίας. Αναλύονται διεξοδικά τα επιμέρους βήματα επίλυσης της κάθε μεθόδου και έπειτα αξιολογείται η επίδοση τους μέσω αριθμητικών παραδειγμάτων. Από τα αποτελέσματα κρίνεται πως οι μέθοδοι ‘Chen’ και ‘Mahdavi’ παρουσιάζουν τη μεγαλύτερη αριθμητική ευστάθεια στο σύνολο των αριθμητικών παραδειγμάτων.

4.2. Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

Καθώς κάθε ερευνητική προσπάθεια ανοίγει νέες προοπτικές και εντοπίζει καινούργιες ερευνητικές κατευθύνσεις, ολοκληρώνοντας την παρούσα εργασία κρίνεται σκόπιμο να επισημανθούν ορισμένοι τομείς για περαιτέρω διερεύνηση.

Στη παρούσα εργασία υλοποιήθηκαν οι κυριότερες τροποποιήσεις της μεθόδου TOPSIS τόσο για τη ντετερμινιστική όσο και για την ασαφή προσέγγιση. Κρίνεται σκόπιμο η υλοποίηση και άλλων τροποποιήσεων της μεθόδου TOPSIS με σκοπό τη δημιουργία μιας ολοκληρωμένης βιβλιοθήκης συναρτήσεων και τη μετέπειτα συστηματική σύγκρισή τους.

Η δε σύγκριση προτείνεται να πραγματοποιηθεί βάσει πραγματικών δεδομένων, τα οποία μπορούν να συλλεχθούν με στατιστικό τρόπο και να αφορούν διάφορα προβλήματα που καλούνται να επιλύσουν οι εξειδικευμένοι λήπτες αποφάσεων. Αυτό μπορεί να οδηγήσει σε πιο ασφαλή συμπεράσματα όσον αφορά την αριθμητική ευστάθεια της κάθε μεθόδου.

Τέλος προτείνεται η διερεύνηση και της τραπεζοειδούς θεώρησης για ασαφείς μεταβλητές. Με βάση αυτή τη θεώρηση μπορεί να καταστρωθεί εκ νέου το πρόβλημα της ασαφούς πολυκριτηριακής λήψης απόφασης και τα αποτελέσματα να συγκριθούν αναλυτικά με τα αντίστοιχα της τριγωνικής θεώρησης.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Στο Παράρτημα Α παρουσιάζονται οι συναρτήσεις που υλοποιήθηκαν στο προγραμματιστικό περιβάλλον του MATLAB (The MathWorks Inc., 2000) για τη ντετερμινιστική θεώρηση της μεθόδου TOPSIS.

Α.1. Κύρια συνάρτηση

```
%% initialization
clear
clc
format long

%% import and manipulation of raw data
[num,txt,raw] = xlsread('deterministic_data.xlsx','data');

weight = str2double(raw(2,2:end));
criterion = raw(3,2:end);
data = str2double(string(raw(4:end,2:end)));

%% functions

c1 = linear1_norm_ideal_abs(weight,criterion,data);
c2 = linear1_norm(weight,criterion,data);
c3 = vector_norm_ideal_abs(weight,criterion,data);
c4 = vector_norm(weight,criterion,data);
c5 = linear2_norm_ideal_abs(weight,criterion,data);
c6 = linear2_norm(weight,criterion,data);
c7 = linear3_norm_ideal_abs(weight,criterion,data);
c8 = linear3_norm(weight,criterion,data);

c9 = rank_rev_corr(weight,criterion,data);
```

Α.2. Συνάρτηση για τις μεθόδους 1-4

```
function c = vector_norm(weight,criterion,data)

[no_choices,no_criteria] = size(data);

norm = zeros(1,no_criteria);
norm_data = zeros(no_choices,no_criteria);
weight_norm_data = zeros(no_choices,no_criteria);

data_sq = data.^2;

for i = 1:1:no_criteria

    norm(i) = sqrt(sum(data_sq(:,i)));
    norm_data(:,i) = data(:,i)/norm(i);
    weight_norm_data(:,i) = norm_data(:,i)*weight(i);

    if strcmp(criterion(i),'Max')
        pos_ideal_sol(i) = max(weight_norm_data(:,i));
        neg_ideal_sol(i) = min(weight_norm_data(:,i));

    elseif strcmp(criterion(i),'Min')
        pos_ideal_sol(i) = min(weight_norm_data(:,i));
        neg_ideal_sol(i) = max(weight_norm_data(:,i));

    end

end
```

```
d_plus = zeros(no_choices,1);
d_minus = zeros(no_choices,1);

for i = 1:1:no_choices

    d_plus(i,1) = pdist2(weight_norm_data(i,:),pos_ideal_sol,'cityblock'); %
minkowski 1
    d_minus(i,1) = pdist2(weight_norm_data(i,:),neg_ideal_sol,'cityblock');

    d_plus(i,2) = pdist2(weight_norm_data(i,:),pos_ideal_sol,'euclidean'); %
minkowski 2
    d_minus(i,2) = pdist2(weight_norm_data(i,:),neg_ideal_sol,'euclidean');

    d_plus(i,3) = pdist2(weight_norm_data(i,:),pos_ideal_sol,'minkowski',3);
    d_minus(i,3) = pdist2(weight_norm_data(i,:),neg_ideal_sol,'minkowski',3);

    d_plus(i,4) = pdist2(weight_norm_data(i,:),pos_ideal_sol,'chebychev');  %
minkowski inf
    d_minus(i,4) = pdist2(weight_norm_data(i,:),neg_ideal_sol,'chebychev');

end

c = d_minus./(d_plus+d_minus);

end
```

Α.3. Συνάρτηση για τις μεθόδους 5-8

```
function c = vector_norm_ideal_abs(weight,criterion,data)

[no_choices,no_criteria] = size(data);

norm = zeros(1,no_criteria);
norm_data = zeros(no_choices,no_criteria);
weight_norm_data = zeros(no_choices,no_criteria);

data_sq = data.^2;

for i = 1:1:no_criteria

    norm(i) = sqrt(sum(data_sq(:,i)));
    norm_data(:,i) = data(:,i)/norm(i);
    weight_norm_data(:,i) = norm_data(:,i)*weight(i);

end

pos_ideal_sol = ones(1,no_criteria);
neg_ideal_sol = zeros(1,no_criteria);

d_plus = zeros(no_choices,1);
d_minus = zeros(no_choices,1);

for i = 1:1:no_choices

    d_plus(i,1) = pdist2(weight_norm_data(i,:),pos_ideal_sol,'cityblock'); %
minkowski 1
    d_minus(i,1) = pdist2(weight_norm_data(i,:),neg_ideal_sol,'cityblock');

    d_plus(i,2) = pdist2(weight_norm_data(i,:),pos_ideal_sol,'euclidean'); %
minkowski 2
    d_minus(i,2) = pdist2(weight_norm_data(i,:),neg_ideal_sol,'euclidean');

    d_plus(i,3) = pdist2(weight_norm_data(i,:),pos_ideal_sol,'minkowski',3);
    d_minus(i,3) = pdist2(weight_norm_data(i,:),neg_ideal_sol,'minkowski',3);

    d_plus(i,4) = pdist2(weight_norm_data(i,:),pos_ideal_sol,'chebychev');  %
minkowski inf
    d_minus(i,4) = pdist2(weight_norm_data(i,:),neg_ideal_sol,'chebychev');

end
```

```
c = d_minus./(d_plus+d_minus);

end
```

Α.4. Συνάρτηση για τις μεθόδους 9-12

```
function c = linear1_norm(weight,criterion,data)

[no_choices,no_criteria] = size(data);

norm = zeros(1,no_criteria);
norm_data = zeros(no_choices,no_criteria);
weight_norm_data = zeros(no_choices,no_criteria);
pos_ideal_sol = zeros(1,no_criteria);
neg_ideal_sol = zeros(1,no_criteria);

for i = 1:1:no_criteria

    if strcmp(criterion(i),'Max')
        norm(i) = max(data(:,i));
        norm_data(:,i) = data(:,i)/norm(i);

    elseif strcmp(criterion(i),'Min')
        norm(i) = min(data(:,i));
        norm_data(:,i) = norm(i)/data(:,i);

    end

    weight_norm_data(:,i) = norm_data(:,i)*weight(i);

    if strcmp(criterion(i),'Max')
        pos_ideal_sol(i) = max(weight_norm_data(:,i));
        neg_ideal_sol(i) = min(weight_norm_data(:,i));

    elseif strcmp(criterion(i),'Min')
        pos_ideal_sol(i) = min(weight_norm_data(:,i));
        neg_ideal_sol(i) = max(weight_norm_data(:,i));

    end

end

d_plus = zeros(no_choices,1);
d_minus = zeros(no_choices,1);

for i = 1:1:no_choices

    d_plus(i,1) = pdist2(weight_norm_data(i,:),pos_ideal_sol,'cityblock'); %
minkowski 1
    d_minus(i,1) = pdist2(weight_norm_data(i,:),neg_ideal_sol,'cityblock');

    d_plus(i,2) = pdist2(weight_norm_data(i,:),pos_ideal_sol,'euclidean'); %
minkowski 2
    d_minus(i,2) = pdist2(weight_norm_data(i,:),neg_ideal_sol,'euclidean');

    d_plus(i,3) = pdist2(weight_norm_data(i,:),pos_ideal_sol,'minkowski',3);
    d_minus(i,3) = pdist2(weight_norm_data(i,:),neg_ideal_sol,'minkowski',3);

    d_plus(i,4) = pdist2(weight_norm_data(i,:),pos_ideal_sol,'chebychev');  %
minkowski inf
    d_minus(i,4) = pdist2(weight_norm_data(i,:),neg_ideal_sol,'chebychev');

end

c = d_minus./(d_plus+d_minus);

end
```

Α.5. Συνάρτηση για τις μεθόδους 13-16

```
function c = linear1_norm_ideal_abs(weight,criterion,data)

[no_choices,no_criteria] = size(data);

norm = zeros(1,no_criteria);
norm_data = zeros(no_choices,no_criteria);
weight_norm_data = zeros(no_choices,no_criteria);

for i = 1:1:no_criteria

    if strcmp(criterion(i),'Max')
        norm(i) = max(data(:,i));
        norm_data(:,i) = data(:,i)/norm(i);

    elseif strcmp(criterion(i),'Min')
        norm(i) = min(data(:,i));
        norm_data(:,i) = norm(i)/data(:,i);

    end

    weight_norm_data(:,i) = norm_data(:,i)*weight(i);

end

pos_ideal_sol = ones(1,no_criteria);
neg_ideal_sol = zeros(1,no_criteria);

d_plus = zeros(no_choices,1);
d_minus = zeros(no_choices,1);

for i = 1:1:no_choices

    d_plus(i,1) = pdist2(weight_norm_data(i,:),pos_ideal_sol,'cityblock'); %
minkowski 1
    d_minus(i,1) = pdist2(weight_norm_data(i,:),neg_ideal_sol,'cityblock');

    d_plus(i,2) = pdist2(weight_norm_data(i,:),pos_ideal_sol,'euclidean'); %
minkowski 2
    d_minus(i,2) = pdist2(weight_norm_data(i,:),neg_ideal_sol,'euclidean');

    d_plus(i,3) = pdist2(weight_norm_data(i,:),pos_ideal_sol,'minkowski',3);
    d_minus(i,3) = pdist2(weight_norm_data(i,:),neg_ideal_sol,'minkowski',3);

    d_plus(i,4) = pdist2(weight_norm_data(i,:),pos_ideal_sol,'chebychev');  %
minkowski inf
    d_minus(i,4) = pdist2(weight_norm_data(i,:),neg_ideal_sol,'chebychev');

end

c = d_minus./(d_plus+d_minus);

end
```

Α.6. Συνάρτηση για τις μεθόδους 17-20

```
function c = linear2_norm(weight,criterion,data)

[no_choices,no_criteria] = size(data);

norm_max = zeros(1,no_criteria);
norm_min = zeros(1,no_criteria);
norm_data = zeros(no_choices,no_criteria);
weight_norm_data = zeros(no_choices,no_criteria);
pos_ideal_sol = zeros(1,no_criteria);
neg_ideal_sol = zeros(1,no_criteria);

for i = 1:1:no_criteria
```

```
    norm_max(i) = max(data(:,i));
    norm_min(i) = min(data(:,i));

    if strcmp(criterion(i),'Max')

        norm_data(:,i) = (data(:,i)-norm_min(i))/(norm_max(i)-norm_min(i));

    elseif strcmp(criterion(i),'Min')

        norm_data(:,i) = (norm_max(i)-data(:,i))/(norm_max(i)-norm_min(i));

    end

    weight_norm_data(:,i) = norm_data(:,i)*weight(i);

    if strcmp(criterion(i),'Max')
        pos_ideal_sol(i) = max(weight_norm_data(:,i));
        neg_ideal_sol(i) = min(weight_norm_data(:,i));

    elseif strcmp(criterion(i),'Min')
        pos_ideal_sol(i) = min(weight_norm_data(:,i));
        neg_ideal_sol(i) = max(weight_norm_data(:,i));

    end
end

d_plus = zeros(no_choices,1);
d_minus = zeros(no_choices,1);

for i = 1:1:no_choices

    d_plus(i,1) = pdist2(weight_norm_data(i,:),pos_ideal_sol,'cityblock'); %
minkowski 1
    d_minus(i,1) = pdist2(weight_norm_data(i,:),neg_ideal_sol,'cityblock');

    d_plus(i,2) = pdist2(weight_norm_data(i,:),pos_ideal_sol,'euclidean'); %
minkowski 2
    d_minus(i,2) = pdist2(weight_norm_data(i,:),neg_ideal_sol,'euclidean');

    d_plus(i,3) = pdist2(weight_norm_data(i,:),pos_ideal_sol,'minkowski',3);
    d_minus(i,3) = pdist2(weight_norm_data(i,:),neg_ideal_sol,'minkowski',3);

    d_plus(i,4) = pdist2(weight_norm_data(i,:),pos_ideal_sol,'chebychev');  %
minkowski inf
    d_minus(i,4) = pdist2(weight_norm_data(i,:),neg_ideal_sol,'chebychev');

end

c = d_minus./(d_plus+d_minus);

end
```

A.7. Συνάρτηση για τις μεθόδους 21-24

```
function c = linear2_norm_ideal_abs(weight,criterion,data)

[no_choices,no_criteria] = size(data);

norm_max = zeros(1,no_criteria);
norm_min = zeros(1,no_criteria);
norm_data = zeros(no_choices,no_criteria);
weight_norm_data = zeros(no_choices,no_criteria);

for i = 1:1:no_criteria

    norm_max(i) = max(data(:,i));
    norm_min(i) = min(data(:,i));

    if strcmp(criterion(i),'Max')

        norm_data(:,i) = (data(:,i)-norm_min(i))/(norm_max(i)-norm_min(i));
```

```
    elseif strcmp(criterion(i),'Min')

        norm_data(:,i) = (norm_max(i)-data(:,i))/(norm_max(i)-norm_min(i));

    end

    weight_norm_data(:,i) = norm_data(:,i)*weight(i);

end

pos_ideal_sol = ones(1,no_criteria);
neg_ideal_sol = zeros(1,no_criteria);

d_plus = zeros(no_choices,1);
d_minus = zeros(no_choices,1);

for i = 1:1:no_choices

    d_plus(i,1) = pdist2(weight_norm_data(i,:),pos_ideal_sol,'cityblock'); %
minkowski 1
    d_minus(i,1) = pdist2(weight_norm_data(i,:),neg_ideal_sol,'cityblock');

    d_plus(i,2) = pdist2(weight_norm_data(i,:),pos_ideal_sol,'euclidean'); %
minkowski 2
    d_minus(i,2) = pdist2(weight_norm_data(i,:),neg_ideal_sol,'euclidean');

    d_plus(i,3) = pdist2(weight_norm_data(i,:),pos_ideal_sol,'minkowski',3);
    d_minus(i,3) = pdist2(weight_norm_data(i,:),neg_ideal_sol,'minkowski',3);

    d_plus(i,4) = pdist2(weight_norm_data(i,:),pos_ideal_sol,'chebychev');  %
minkowski inf
    d_minus(i,4) = pdist2(weight_norm_data(i,:),neg_ideal_sol,'chebychev');

end

c = d_minus./(d_plus+d_minus);

end
```

Α.8. Συνάρτηση για τις μεθόδους 25-28

```
function c = linear3_norm(weight,criterion,data)

[no_choices,no_criteria] = size(data);

norm = zeros(1,no_criteria);
norm_data = zeros(no_choices,no_criteria);
weight_norm_data = zeros(no_choices,no_criteria);

for i = 1:1:no_criteria

    norm(i) = sum(data(:,i));
    norm_data(:,i) = data(:,i)/norm(i);
    weight_norm_data(:,i) = norm_data(:,i)*weight(i);

    if strcmp(criterion(i),'Max')
        pos_ideal_sol(i) = max(weight_norm_data(:,i));
        neg_ideal_sol(i) = min(weight_norm_data(:,i));

    elseif strcmp(criterion(i),'Min')
        pos_ideal_sol(i) = min(weight_norm_data(:,i));
        neg_ideal_sol(i) = max(weight_norm_data(:,i));

    end

end

d_plus = zeros(no_choices,1);
d_minus = zeros(no_choices,1);
```

```
for i = 1:1:no_choices

    d_plus(i,1) = pdist2(weight_norm_data(i,:),pos_ideal_sol,'cityblock'); %
minkowski 1
    d_minus(i,1) = pdist2(weight_norm_data(i,:),neg_ideal_sol,'cityblock');

    d_plus(i,2) = pdist2(weight_norm_data(i,:),pos_ideal_sol,'euclidean'); %
minkowski 2
    d_minus(i,2) = pdist2(weight_norm_data(i,:),neg_ideal_sol,'euclidean');

    d_plus(i,3) = pdist2(weight_norm_data(i,:),pos_ideal_sol,'minkowski',3);
    d_minus(i,3) = pdist2(weight_norm_data(i,:),neg_ideal_sol,'minkowski',3);

    d_plus(i,4) = pdist2(weight_norm_data(i,:),pos_ideal_sol,'chebychev');  %
minkowski inf
    d_minus(i,4) = pdist2(weight_norm_data(i,:),neg_ideal_sol,'chebychev');

end

c = d_minus./(d_plus+d_minus);

end
```

Α.9. Συνάρτηση για τις μεθόδους 29-32

```
function c = linear3_norm_ideal_abs(weight,criterion,data)

[no_choices,no_criteria] = size(data);

norm = zeros(1,no_criteria);
norm_data = zeros(no_choices,no_criteria);
weight_norm_data = zeros(no_choices,no_criteria);

for i = 1:1:no_criteria

    norm(i) = sum(data(:,i));
    norm_data(:,i) = data(:,i)/norm(i);
    weight_norm_data(:,i) = norm_data(:,i)*weight(i);

end

pos_ideal_sol = ones(1,no_criteria);
neg_ideal_sol = zeros(1,no_criteria);

d_plus = zeros(no_choices,1);
d_minus = zeros(no_choices,1);

for i = 1:1:no_choices

    d_plus(i,1) = pdist2(weight_norm_data(i,:),pos_ideal_sol,'cityblock'); %
minkowski 1
    d_minus(i,1) = pdist2(weight_norm_data(i,:),neg_ideal_sol,'cityblock');

    d_plus(i,2) = pdist2(weight_norm_data(i,:),pos_ideal_sol,'euclidean'); %
minkowski 2
    d_minus(i,2) = pdist2(weight_norm_data(i,:),neg_ideal_sol,'euclidean');

    d_plus(i,3) = pdist2(weight_norm_data(i,:),pos_ideal_sol,'minkowski',3);
    d_minus(i,3) = pdist2(weight_norm_data(i,:),neg_ideal_sol,'minkowski',3);

    d_plus(i,4) = pdist2(weight_norm_data(i,:),pos_ideal_sol,'chebychev');  %
minkowski inf
    d_minus(i,4) = pdist2(weight_norm_data(i,:),neg_ideal_sol,'chebychev');

end

c = d_minus./(d_plus+d_minus);

end
```

Α.10.Συνάρτηση για τη μέθοδο διόρθωσης της αντιστροφής κατάταξης

```
function c = rank_rev_corr(weight,criterion,data)

[no_choices,no_criteria] = size(data);

norm = zeros(1,no_criteria);
norm_data = zeros(no_choices+2,no_criteria);
weight_norm_data = zeros(no_choices+2,no_criteria);
max_val = zeros(1,no_criteria);
min_val = zeros(1,no_criteria);
pos_ideal_sol = zeros(1,no_criteria);
neg_ideal_sol = zeros(1,no_criteria);

for i = 1:1:no_criteria

    max_val(i) = max(data(:,i));

end

aug_data = [data; max_val; min_val;];

for i = 1:1:no_criteria

    if strcmp(criterion(i),'Max')
        norm(i) = max(aug_data(:,i));
        norm_data(:,i) = aug_data(:,i)/norm(i);

    elseif strcmp(criterion(i),'Min')
        norm(i) = min(aug_data(:,i));
        norm_data(:,i) = norm(i)/aug_data(:,i);

    end

    weight_norm_data(:,i) = norm_data(:,i)*weight(i);

    if strcmp(criterion(i),'Max')
        pos_ideal_sol(i) = max(weight_norm_data(:,i));
        neg_ideal_sol(i) = min(weight_norm_data(:,i));

    elseif strcomp(criterion(i),'Min')
        pos_ideal_sol(i) = min(weight_norm_data(:,i));
        neg_ideal_sol(i) = max(weight_norm_data(:,i));

    end
end

d_plus = zeros(no_choices,1);
d_minus = zeros(no_choices,1);

for i = 1:1:no_choices

    d_plus(i,1) = pdist2(weight_norm_data(i,:),pos_ideal_sol,'euclidean'); %
minkowski 2
    d_minus(i,1) = pdist2(weight_norm_data(i,:),neg_ideal_sol,'euclidean');

end

c = d_minus./(d_plus+d_minus);

end
```

Α.11.Υπόδειγμα εισόδου και εξόδου δεδομένων

Στο Σχήμα Α.1 παρουσιάζεται το υπόδειγμα δεδομένων εισόδου από τον χρήστη μέσω του Microsoft Excel για το αριθμητικό παράδειγμα της ενότητας 2.3.2. Από το

σχήμα παρατηρείται πως η γραμμή 1 περιέχει τις ονομασίες των κριτηρίων C_j, ενώ η γραμμή 2 περιέχει το βάρος w_j του κάθε κριτηρίου. Η γραμμή 3 περιέχει τον χαρακτηρισμό του κάθε κριτηρίου με Max και Min για το σύνολο J και J', αντίστοιχα. Από τη γραμμή 4 και κάτω τοποθετείται κάθε μια εναλλακτική πρόταση χωρίς να χρειάζεται ο προκαθορισμός του μεγέθους από τον χρήστη. Ομοίως, από τη στήλη Β και δεξιά τοποθετούνται τα κριτήρια χωρίς και πάλι να προκαθορίζεται το μέγεθός τους από τον χρήστη.

	A	B	C	D	E
1		Investment	Employment	Social Impact	Environmental impact
2	Weight	0.4	0.3	0.1	0.2
3	Min/Max	Max	Max	Max	Max
4	Site 1	8	7	2	1
5	Site 2	5	3	7	5
6	Site 3	7	5	6	4
7	Site 4	9	9	7	3
8	Site 5	11	10	3	7
9	Site 6	6	9	5	4

Σχήμα Α.1: Δεδομένα εισόδου μέσω Microsoft Excel για τη ντετερμινιστική μέθοδο TOPSIS.

Στο Σχήμα Α.2 παρουσιάζεται το υπόδειγμα δεδομένων εξόδου μέσω του Microsoft Excel για το αριθμητικό παράδειγμα της ενότητας 2.3.2 και συγκεκριμένα τα αποτελέσματα του συντελεστή εγγύτητας της (2.15) για τις μεθόδους 1-4. Από τη στήλη Β και δεξιά παρουσιάζονται τα αποτελέσματα όλων των εναλλακτικών προτάσεων για κάθε μέθοδο υπολογισμού.

	A	B	C	D	E
1		Relative closeness			
2	Site 1	0.3274	0.3872	0.3964	0.367
3	Site 2	0.2909	0.3272	0.3402	0.375
4	Site 3	0.4135	0.3907	0.3839	0.403
5	Site 4	0.6592	0.6147	0.5972	0.5661
6	Site 5	0.9211	0.8685	0.8462	0.8023
7	Site 6	0.5076	0.4928	0.4878	0.4844

Σχήμα Α.2: Δεδομένα εξόδου μέσω Microsoft Excel για τη ντετερμινιστική μέθοδο TOPSIS.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

Στο Παράρτημα Β παρουσιάζονται οι συναρτήσεις που υλοποιήθηκαν στο προγραμματιστικό περιβάλλον του MATLAB (The MathWorks Inc., 2000) για την ασαφή θεώρηση της μεθόδου TOPSIS.

Β.1. Κύρια συνάρτηση

```
%% initialization
clear
clc
format long

%% import and manipulation of raw data
[num,txt,raw] = xlsread('fuzzy_data.xlsx','izadikhah');

[row,col] = size(raw);

weight.a = zeros(1,(col-1)/3);
weight.b = zeros(1,(col-1)/3);
weight.c = zeros(1,(col-1)/3);
criterion = {1:(col-1)/3};
data.a = zeros(row-3,(col-1)/3);
data.b = zeros(row-3,(col-1)/3);
data.c = zeros(row-3,(col-1)/3);

for i = 1:1:(col-1)/3

    weight.a(i) = str2double(string(raw(2,3*i-1)));
    weight.b(i) = str2double(string(raw(2,3*i)));
    weight.c(i) = str2double(string(raw(2,3*i+1)));

    criterion(i) = raw(3,3*i-1);

    data.a(:,i) = str2double(string(raw(4:end,3*i-1)));
    data.b(:,i) = str2double(string(raw(4:end,3*i)));
    data.c(:,i) = str2double(string(raw(4:end,3*i+1)));

end

%% functions

c1 = chen_2000(weight,criterion,data);
c2 = jahanshahloo_2006(weight,data);
c3 = wang_2007(weight,criterion,data);
c4 = mahdavi_2008(weight,criterion,data); % minimum criteria
c5 = izadikhah_2009(weight,criterion,data);
```

Β.2. Συνάρτηση για τη μέθοδο ‘Chen’

```
function c = chen_2000(weight,criterion,data)

[no_choices,no_criteria] = size(data.a);

norm = zeros(1,no_criteria);

norm_data.a = zeros(no_choices,no_criteria);
norm_data.b = zeros(no_choices,no_criteria);
norm_data.c = zeros(no_choices,no_criteria);

weight_norm_data.a = zeros(no_choices,no_criteria);
weight_norm_data.b = zeros(no_choices,no_criteria);
weight_norm_data.c = zeros(no_choices,no_criteria);
```

```
for i = 1:1:no_criteria

    if strcmp(criterion(i),'Max')
        norm(i) = max(data.c(:,i));
        norm_data.a(:,i) = data.a(:,i)/norm(i);
        norm_data.b(:,i) = data.b(:,i)/norm(i);
        norm_data.c(:,i) = data.c(:,i)/norm(i);

    elseif strcmp(criterion(i),'Min')
        norm(i) = min(data.a(:,i));
        norm_data.a(:,i) = norm(i)/data.c(:,i);
        norm_data.b(:,i) = norm(i)/data.b(:,i);
        norm_data.c(:,i) = norm(i)/data.a(:,i);

    end

    weight_norm_data.a(:,i) = norm_data.a(:,i)*weight.a(i);
    weight_norm_data.b(:,i) = norm_data.b(:,i)*weight.b(i);
    weight_norm_data.c(:,i) = norm_data.c(:,i)*weight.c(i);

end

pos_ideal_sol.a = ones(1,no_criteria);
pos_ideal_sol.b = ones(1,no_criteria);
pos_ideal_sol.c = ones(1,no_criteria);
neg_ideal_sol.a = zeros(1,no_criteria);
neg_ideal_sol.b = zeros(1,no_criteria);
neg_ideal_sol.c = zeros(1,no_criteria);

d_plus = zeros(no_choices,1);
d_minus = zeros(no_choices,1);

for i = 1:1:no_choices

    [d_plus(i),d_minus(i)] =
vert_dist_vector(weight_norm_data.a(i,:),weight_norm_data.b(i,:),weight_norm_d
ata.c(i,:),pos_ideal_sol,neg_ideal_sol,no_criteria);

end

c = d_minus./(d_plus+d_minus);

end
```

B.3. Συνάρτηση για τη μέθοδο ‘Jahanshahloo’

```
function c = jahanshahloo_2006(weight,data)

[no_choices,no_criteria] = size(data.a);

norm = zeros(1,no_criteria);

norm_data.a = zeros(no_choices,no_criteria);
norm_data.b = zeros(no_choices,no_criteria);
norm_data.c = zeros(no_choices,no_criteria);

weight_norm_data.a = zeros(no_choices,no_criteria);
weight_norm_data.b = zeros(no_choices,no_criteria);
weight_norm_data.c = zeros(no_choices,no_criteria);

for i = 1:1:no_criteria

    norm(i)=sqrt(sum(data.a(:,i).^2+data.c(:,i).^2));
    norm_data.a(:,i) = data.a(:,i)/norm(i);
    norm_data.b(:,i) = data.b(:,i)/norm(i);
    norm_data.c(:,i) = data.c(:,i)/norm(i);

    weight_norm_data.a(:,i) = norm_data.a(:,i)*weight.a(i);
    weight_norm_data.b(:,i) = norm_data.b(:,i)*weight.b(i);
```

```
    weight_norm_data.c(:,i) = norm_data.c(:,i)*weight.c(i);

end

pos_ideal_sol.a = ones(1,no_criteria);
pos_ideal_sol.b = ones(1,no_criteria);
pos_ideal_sol.c = ones(1,no_criteria);
neg_ideal_sol.a = zeros(1,no_criteria);
neg_ideal_sol.b = zeros(1,no_criteria);
neg_ideal_sol.c = zeros(1,no_criteria);

d_plus = zeros(no_choices,1);
d_minus = zeros(no_choices,1);

for i = 1:1:no_choices

    [d_plus(i),d_minus(i)] =
vert_dist_vector(weight_norm_data.a(i,:),weight_norm_data.b(i,:),weight_norm_d
ata.c(i,:),pos_ideal_sol,neg_ideal_sol,no_criteria);

end

c = d_minus./(d_plus+d_minus);

end
```

B.4. Συνάρτηση για τη μέθοδο 'Izadikhah'

```
function c = izadikhah_2009(weight,criterion,data)

[no_choices,no_criteria] = size(data.a);

norm = zeros(1,no_criteria);

norm_data.a = zeros(no_choices,no_criteria);
norm_data.b = zeros(no_choices,no_criteria);
norm_data.c = zeros(no_choices,no_criteria);

weight_norm_data.a = zeros(no_choices,no_criteria);
weight_norm_data.b = zeros(no_choices,no_criteria);
weight_norm_data.c = zeros(no_choices,no_criteria);

for i = 1:1:no_criteria

    norm(i)=sqrt(sum(data.a(:,i).^2+data.c(:,i).^2));
    norm_data.a(:,i) = data.a(:,i)/norm(i);
    norm_data.b(:,i) = data.b(:,i)/norm(i);
    norm_data.c(:,i) = data.c(:,i)/norm(i);

    weight_norm_data.a(:,i) = norm_data.a(:,i)*weight.a(i);
    weight_norm_data.b(:,i) = norm_data.b(:,i)*weight.b(i);
    weight_norm_data.c(:,i) = norm_data.c(:,i)*weight.c(i);

end

pos_ideal_sol.a = zeros(1,no_criteria);
pos_ideal_sol.b = zeros(1,no_criteria);
pos_ideal_sol.c = zeros(1,no_criteria);
neg_ideal_sol.a = zeros(1,no_criteria);
neg_ideal_sol.b = zeros(1,no_criteria);
neg_ideal_sol.c = zeros(1,no_criteria);

for i = 1:1:no_criteria

    if strcmp(criterion(i),'Max')

        [pos_ideal_sol.b(i),index] = max(weight_norm_data.b(:,i));
        pos_ideal_sol.a(i) = max(weight_norm_data.a(index,i));
        pos_ideal_sol.c(i) = max(weight_norm_data.c(index,i));
        [neg_ideal_sol.b(i),index] = min(weight_norm_data.b(:,i));
```

```
        neg_ideal_sol.a(i) = min(weight_norm_data.a(index,i));
        neg_ideal_sol.c(i) = min(weight_norm_data.c(index,i));

    elseif strcmp(criterion(i),'Min')

        [pos_ideal_sol.b(i),index] = min(weight_norm_data.b(:,i));
        pos_ideal_sol.a(i) = min(weight_norm_data.a(index,i));
        pos_ideal_sol.c(i) = min(weight_norm_data.c(index,i));
        [neg_ideal_sol.b(i),index] = max(weight_norm_data.b(:,i));
        neg_ideal_sol.a(i) = max(weight_norm_data.a(index,i));
        neg_ideal_sol.c(i) = max(weight_norm_data.c(index,i));

    end
end

d_plus = zeros(no_choices,1);
d_minus = zeros(no_choices,1);

for i = 1:1:no_choices

    [d_plus(i),d_minus(i)] =
hamming_dist_vector(weight_norm_data.a(i,:),weight_norm_data.b(i,:),weight_nor
m_data.c(i,:),pos_ideal_sol,neg_ideal_sol,no_criteria);

end

c = d_minus./(d_plus+d_minus);

end
```

B.5. Συνάρτηση για τη μέθοδο ‘Mahdavi’

```
function c = mahdavi_2008(weight,criterion,data)

[no_choices,no_criteria] = size(data.a);

norm = zeros(1,no_criteria);

norm_data.a = zeros(no_choices,no_criteria);
norm_data.b = zeros(no_choices,no_criteria);
norm_data.c = zeros(no_choices,no_criteria);

weight_norm_data.a = zeros(no_choices,no_criteria);
weight_norm_data.b = zeros(no_choices,no_criteria);
weight_norm_data.c = zeros(no_choices,no_criteria);

for i = 1:1:no_criteria

    if strcmp(criterion(i),'Max')
        norm(i) = max(data.c(:,i));
        norm_data.a(:,i) = data.a(:,i)/norm(i);
        norm_data.b(:,i) = data.b(:,i)/norm(i);
        norm_data.c(:,i) = data.c(:,i)/norm(i);

    elseif strcmp(criterion(i),'Min')
        norm(i) = min(data.a(:,i));
        norm_data.a(:,i) = norm(i)/data.c(:,i);
        norm_data.b(:,i) = norm(i)/data.b(:,i);
        norm_data.c(:,i) = norm(i)/data.a(:,i);

    end

    weight_norm_data.a(:,i) = norm_data.a(:,i)*weight.a(i);
    weight_norm_data.b(:,i) = norm_data.b(:,i)*weight.b(i);
    weight_norm_data.c(:,i) = norm_data.c(:,i)*weight.c(i);

end

delta_index.a = min(min(weight_norm_data.a));
delta_index.b = min(min(weight_norm_data.b));
```

```
delta_index.c = min(min(weight_norm_data.c));

d = zeros(no_choices,no_criteria);

for j = 1:1:no_choices
    for i = 1:1:no_criteria

        d(j,i) =
vert_dist_alt(weight_norm_data.a(j,i),weight_norm_data.b(j,i),weight_norm_data
.c(j,i),delta_index.a,delta_index.b,delta_index.c);

    end
end

A_plus.a = zeros(1,no_criteria);
A_plus.b = zeros(1,no_criteria);
A_plus.c = zeros(1,no_criteria);
A_minus.a = zeros(1,no_criteria);
A_minus.a = zeros(1,no_criteria);
A_minus.a = zeros(1,no_criteria);

for i = 1:1:no_criteria

    [value,index] = min(d(:,i));
    A_minus.a(i) = weight_norm_data.a(index,i);
    A_minus.b(i) = weight_norm_data.b(index,i);
    A_minus.c(i) = weight_norm_data.c(index,i);

    [value,index] = max(d(:,i));
    A_plus.a(i) = weight_norm_data.a(index,i);
    A_plus.b(i) = weight_norm_data.b(index,i);
    A_plus.c(i) = weight_norm_data.c(index,i);

end

d_plus = zeros(no_choices,no_criteria);
d_minus = zeros(no_choices,no_criteria);

for j = 1:1:no_choices
    for i = 1:1:no_criteria

        d_plus(j,i) =
vert_dist_alt(weight_norm_data.a(j,i),weight_norm_data.b(j,i),weight_norm_data
.c(j,i),A_plus.a(i),A_plus.b(i),A_plus.c(i));
        d_minus(j,i) =
vert_dist_alt(weight_norm_data.a(j,i),weight_norm_data.b(j,i),weight_norm_data
.c(j,i),A_minus.a(i),A_minus.b(i),A_minus.c(i));

    end
end

sim_deg_plus = 1./(1+d_plus);
sim_deg_minus = 1./(1+d_minus);

sum_sim_deg_plus = zeros(no_choices,1);
sum_sim_deg_minus = zeros(no_choices,1);

for j = 1:1:no_choices

    sum_sim_deg_plus(j) = sum(sim_deg_plus(j,:));
    sum_sim_deg_minus(j) = sum(sim_deg_minus(j,:));

end

c = sum_sim_deg_minus./(sum_sim_deg_minus+sum_sim_deg_plus);

end
```

B.6. Συνάρτηση για τη μέθοδο ‘Wang’

```
function c = wang_2007(weight,criterion,norm_data)

[no_choices,no_criteria] = size(norm_data.a);

pos_ideal_sol.a = zeros(1,no_criteria);
pos_ideal_sol.b = zeros(1,no_criteria);
pos_ideal_sol.c = zeros(1,no_criteria);
neg_ideal_sol.a = zeros(1,no_criteria);
neg_ideal_sol.b = zeros(1,no_criteria);
neg_ideal_sol.c = zeros(1,no_criteria);

for i = 1:1:no_criteria

    if strcmp(criterion(i),'Max')

        [pos_ideal_sol.b(i),index] = max(norm_data.b(:,i));
        pos_ideal_sol.a(i) = max(norm_data.a(index,i));
        pos_ideal_sol.c(i) = max(norm_data.c(index,i));
        [neg_ideal_sol.b(i),index] = min(norm_data.b(:,i));
        neg_ideal_sol.a(i) = min(norm_data.a(index,i));
        neg_ideal_sol.c(i) = min(norm_data.c(index,i));

    elseif strcmp(criterion(i),'Min')

        [pos_ideal_sol.b(i),index] = min(norm_data.b(:,i));
        pos_ideal_sol.a(i) = min(norm_data.a(index,i));
        pos_ideal_sol.c(i) = min(norm_data.c(index,i));
        [neg_ideal_sol.b(i),index] = max(norm_data.b(:,i));
        neg_ideal_sol.a(i) = max(norm_data.a(index,i));
        neg_ideal_sol.c(i) = max(norm_data.c(index,i));

    end

end

dist_plus = zeros(no_choices,no_criteria);
dist_minus = zeros(no_choices,no_criteria);

weight_dist_plus.a = zeros(no_choices,1);
weight_dist_plus.b = zeros(no_choices,1);
weight_dist_plus.c = zeros(no_choices,1);
weight_dist_minus.a = zeros(no_choices,1);
weight_dist_minus.b = zeros(no_choices,1);
weight_dist_minus.c = zeros(no_choices,1);

for j = 1:1:no_choices
    for i = 1:1:no_criteria

        [dist_plus(j,i),dist_minus(j,i)] =
vert_dist_ele(norm_data.a(j,i),norm_data.b(j,i),norm_data.c(j,i),pos_ideal_sol
.a(i),pos_ideal_sol.b(i),pos_ideal_sol.c(i),neg_ideal_sol.a(i),neg_ideal_sol.b
(i),neg_ideal_sol.c(i));

    end
end

for i = 1:1:no_choices

    weight_dist_plus.a(i) = sum(weight.a.*dist_plus(i,:));
    weight_dist_plus.b(i) = sum(weight.b.*dist_plus(i,:));
    weight_dist_plus.c(i) = sum(weight.c.*dist_plus(i,:));
    weight_dist_minus.a(i) = sum(weight.a.*dist_minus(i,:));
    weight_dist_minus.b(i) = sum(weight.b.*dist_minus(i,:));
    weight_dist_minus.c(i) = sum(weight.c.*dist_minus(i,:));

end
```

```
[UD_plus.b,index] = max(weight_dist_plus.b);
UD_plus.a = max(weight_dist_plus.a(index));
UD_plus.c = max(weight_dist_plus.c(index));
[LD_plus.b,index] = min(weight_dist_plus.b);
LD_plus.a = min(weight_dist_plus.a(index));
LD_plus.c = min(weight_dist_plus.c(index));
[UD_minus.b,index] = max(weight_dist_minus.b);
UD_minus.a = max(weight_dist_minus.a(index));
UD_minus.c = max(weight_dist_minus.c(index));
[LD_minus.b,index] = min(weight_dist_minus.b);
LD_minus.a = min(weight_dist_minus.a(index));
LD_minus.c = min(weight_dist_minus.c(index));

dist_UD_plus = zeros(no_choices,1);
dist_LD_plus = zeros(no_choices,1);
dist_UD_minus = zeros(no_choices,1);
dist_LD_minus = zeros(no_choices,1);

for i = 1:1:no_choices

    [dist_UD_plus(i),dist_LD_plus(i),dist_UD_minus(i),dist_LD_minus(i)] =
vert_dist_simple(UD_plus,LD_plus,UD_minus,LD_minus,weight_dist_plus.a(i),weigh
t_dist_plus.b(i),weight_dist_plus.c(i),weight_dist_minus.a(i),weight_dist_minu
s.b(i),weight_dist_minus.c(i));

end

alpha_plus = dist_LD_plus+dist_UD_minus;
alpha_minus = dist_UD_plus+dist_LD_minus;


c = alpha_minus./(alpha_plus+alpha_minus);

end
```

B.7. Βοηθητικές συναρτήσεις

```
function [d_plus,d_minus] =
vert_dist_vector(dat_a,dat_b,dat_c,pos,neg,no_criteria)

d_plus = 0;
d_minus = 0;

for i = 1:1:no_criteria

    d_plus = d_plus + sqrt((1/3)*((dat_a(i)-pos.a(i))^2+(dat_b(i)-
pos.b(i))^2+(dat_c(i)-pos.c(i))^2));
    d_minus = d_minus + sqrt((1/3)*((dat_a(i)-neg.a(i))^2+(dat_b(i)-
neg.b(i))^2+(dat_c(i)-neg.c(i))^2));

end

end


function [d_plus,d_minus] =
hamming_dist_vector(dat_a,dat_b,dat_c,pos,neg,no_criteria)

d_plus = 0;
d_minus = 0;

for i = 1:1:no_criteria

    d_plus = d_plus + (1/2)*(abs(dat_a(i)-pos.a(i))+abs(dat_c(i)-pos.c(i)));
    d_minus = d_minus + (1/2)*(abs(dat_a(i)-neg.a(i))+abs(dat_c(i)-neg.c(i)));

end

end
```

```
function [d] =  vert_dist_alt(dat1_a,dat1_b,dat1_c,dat2_a,dat2_b,dat2_c)

d = sqrt((1/6)*((dat1_a-dat2_a)^2+2*(dat1_b-dat2_b)^2+(dat1_c-
dat2_c)^2+(dat1_a-dat2_a)*(dat1_b-dat2_b)+(dat1_b-dat2_b)*(dat1_c-dat2_c)));

end


function [dist_plus,dist_minus] =
vert_dist_ele(dat_a,dat_b,dat_c,pos_a,pos_b,pos_c,neg_a,neg_b,neg_c)

    dist_plus = sqrt((1/3)*((dat_a-pos_a)^2+(dat_b-pos_b)^2+(dat_c-pos_c)^2));
    dist_minus = sqrt((1/3)*((dat_a-neg_a)^2+(dat_b-neg_b)^2+(dat_c-
neg_c)^2));

end


function [dist_UD_plus,dist_LD_plus,dist_UD_minus,dist_LD_minus] =
vert_dist_simple(UD_plus,LD_plus,UD_minus,LD_minus,d_plus_a,d_plus_b,d_plus_c,
d_minus_a,d_minus_b,d_minus_c)

    dist_UD_plus = sqrt((1/3)*((UD_plus.a-d_plus_a)^2+(UD_plus.b-
d_plus_b)^2+(UD_plus.c-d_plus_c)^2));
    dist_LD_plus = sqrt((1/3)*((LD_plus.a-d_plus_a)^2+(LD_plus.b-
d_plus_b)^2+(LD_plus.c-d_plus_c)^2));
    dist_UD_minus = sqrt((1/3)*((UD_minus.a-d_minus_a)^2+(UD_minus.b-
d_minus_b)^2+(UD_minus.c-d_minus_c)^2));
    dist_LD_minus = sqrt((1/3)*((LD_minus.a-d_minus_a)^2+(LD_minus.b-
d_minus_b)^2+(LD_minus.c-d_minus_c)^2));

end
```

B.8. Υπόδειγμα εισόδου και εξόδου δεδομένων

Στο Σχήμα Β.1 παρουσιάζεται το αντίστοιχο υπόδειγμα δεδομένων εισόδου από τον χρήστη μέσω του Microsoft Excel για το αριθμητικό παράδειγμα της ενότητας 3.4.2. Όπως και στη περίπτωση της ντετερμινιστικής θεώρησης, η γραμμή 1 περιέχει τις ονομασίες των κριτηρίων C_j, ενώ η γραμμή 2 περιέχει το βάρος $\tilde{w}_j$ του κάθε κριτηρίου. Αυτό καταχωρείται ως τριγωνικός ασαφής αριθμός, βάσει της ελάχιστης, της επικρατούσας και της μέγιστης τιμής του. Η γραμμή 3 περιέχει τον χαρακτηρισμό του κάθε κριτηρίου με Max και Min για το σύνολο J και J', αντίστοιχα. Από τη γραμμή 4 και κάτω τοποθετείται κάθε μια εναλλακτική πρόταση χωρίς να χρειάζεται ο προκαθορισμός του μεγέθους από τον χρήστη. Ομοίως, από τη στήλη Β και δεξιά τοποθετούνται τα κριτήρια χωρίς και πάλι να προκαθορίζεται το μέγεθός τους από τον χρήστη.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1		C1			C2			C3			C4			C5		
2	Weight	0	0.1	0.3	0.1	0.3	0.5	0.9	1	1	0.3	0.5	0.7	0.7	0.9	1
3	Min/Max	Min			Min			Max			Max			Max		
4	Site 1	5.5	6.5	7.6	6.3	7.3	8.3	7.5	9.5	12.7	6.7	9.7	10.2	6.3	8.3	9.3
5	Site 2	5.8	7.3	8.1	5	6.2	6.7	8.2	9.2	6.7	6.5	8.5	9.5	6.9	7.9	9.4
6	Site 3	4.2	5.2	6.7	6.6	7.1	8.6	7.2	8.7	10	6.2	9.2	11.2	6	8.7	10
7	Site 4	5.3	6	7.2	6.5	8.5	9.5	6.8	7.8	9.8	8	9	10	5.5	8	9.5

Σχήμα Β.1: Δεδομένα εισόδου μέσω Microsoft Excel για την ασαφή μέθοδο TOPSIS.

Στο Σχήμα Β.2 παρουσιάζεται το αντίστοιχο υπόδειγμα δεδομένων εξόδου μέσω του Microsoft Excel για το αριθμητικό παράδειγμα της ενότητας 3.4.2 και συγκεκριμένα τα αποτελέσματα του συντελεστή εγγύτητας της (3.16) για τη μέθοδο Chen.

	A	B
1		Relative closeness
2	Site 1	0.3761
3	Site 2	0.3658
4	Site 3	0.3991
5	Site 4	0.3649

Σχήμα Β.2: Δεδομένα εξόδου μέσω Microsoft Excel για την ασαφή μέθοδο TOPSIS.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ashtiani, B., Haghighirad, F., Makui, A. & Montazer, G. a., 2009. Extension of fuzzy TOPSIS method based on interval-valued fuzzy sets. *Applied Soft Computing,* 9(2), pp. 457-461.

Bashiri, M. & Badri, H., 2011. A group decision making procedure for fuzzy interactive linear assignment programming. *Expert Systems with Applications,* 38(5), pp. 5561-5568.

Bede, B., 2013. *Mathematics of fuzzy sets and fuzzy logic.* Berlin: Springer-Verlag.

Behzadian, M., Otaghsara, S. K., Yazdani, M. & Ignatius, J., 2012. A state-of the-art survey of TOPSIS applications. *Expert Systems with Applications,* 39(17), pp. 13501-13069.

Chen, C. T., 2000. Extensions of the TOPSIS for group decision-making under fuzzy environment. *Fuzzy Sets and Systems,* 114(1), pp. 1-9.

Cheng, C.-H. & Lin, Y., 2002. Evaluating the best main battle tank using fuzzy decision theory with linguistic criteria evaluation. *European Journal of Operational Research,* 142(1), pp. 174-186.

Chen, S.-J. & Chen, S.-M., 2005. Aggregating fuzzy opinions in the heterogeneous group decision-making environment. *International Journal on Cybernetics and Systems,* 36(3), pp. 309-338.

Chen, T.-Y. & Tsao, C.-Y., 2008. The interval-valued fuzzy TOPSIS method and experimental analysis. *Fuzzy Sets and Systems,* 159(11), pp. 1410-1428.

Chu, T. C., 2002. Selecting plant location via a fuzzy TOPSIS approach. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology,* 20(11), pp. 859-864.

Ertugrul, I. & Karakasoglu, N., 2009. Performance evaluation of Turkish cement firms with fuzzy analytic hierarchy process and TOPSIS methods. *Expert Systems with Applications,* 36(1), pp. 702-715.

García-Cascales, M. S. & Lamata, M. T., 2012. On rank reversal and TOPSIS method. *Mathematical and Computer Modelling,* 56(5-6), pp. 123-132.

Herrera, F., Herrera-Viedma, E. & Verdegay, J. L., 1996. A linguistic decision process in group decision making. *Group Decision and Negotiation,* 5(2), pp. 165-176.

Hwang, C. L. & Yoon, K. P., 1981. *Multiple attribute decision making: Methods and applications.* New York: Springer-Verlag.

Hwang, C. L. & Yoon, K. P., 1995. *Multiple attribute decision making and introduction.* London: Sage Publication.

Izadikhah, M., 2009. Using the Hamming distance to extend TOPSIS in a fuzzy environment. *Journal of Computational and Applied Mathematics,* 231(1), pp. 200-207.

Jahanshahloo, G. R., Hosseinzadeh, L. F. & Izadikhah, M., 2006. Extension of the TOPSIS method for decision-making problems with fuzzy data. *Applied Mathematics and Computation,* 181(2), pp. 1544-1551.

Keeney, R. L. & Raiffa, H., 1976. *Decisions with multiple objectives: Preferences and value tradeoffs.* New York: Wiley.

Lai, Y. J. & Hwang, C. L., 1996. *Fuzzy multiple objective decision making.* Berlin: Springer.

Likert, R., 1932. A technique for the measurement of attitudes. *Archives of Psychology,* Volume 140, pp. 1-55.

Mahdavi, I., Mahdavi-Amiri, N., Heidarzade, A. & Nourifar, R., 2008. Designing a model of fuzzy TOPSIS in multiple criteria decision making. *Applied Mathematics and Computation,* 206(2), pp. 607-617.

Papathanasiou, J., 2016. *A short introduction to Multiple Criteria Decision Analysis (MCDA) - The TOPSIS method.* Thessaloniki: MBA , University of Macedonia.

Shih, H.-S., Shyur, H.-J. & Lee, E. S., 2007. An extension of TOPSIS for group decision making. *Mathematical and Computer Modelling,* 45(7-8), pp. 801-813.

Tan, C., 2011. A multi-criteria interval-valued intuitionistic fuzzy group decision making with Choquet integral-based TOPSIS. *Expert Systems with Applications,* 38(4), pp. 3023-3033.

The MathWorks Inc., 2000. *MATLAB,* Natick, MA.: The MathWorks Inc..

Tsaur, S. H., Chang, T. Y. & Yen, C. H., 2002. The evaluation of airline service quality by fuzzy MCDM. *Tourism Management,* 23(2), pp. 107-115.

Wang, Y. J. & Lee, H. D., 2007. Generalizing TOPSIS for fuzzy multiple-criteria group decision-making. *Computers and Mathematics with Applications,* 53(11), pp. 1762-1772.

Yeh, C.-H. & Chang, Y.-H., 2009. Modeling subjective evaluation for fuzzy group multicriteria decision making. *European Journal of Operational Research,* 194(2), pp. 464-473.

Zadeh, L. A., 1965. Fuzzy sets. *Information and Control,* 8(3), pp. 338-353.