

**Πανεπιστήμιο Μακεδονίας
Οικονομικών και Κοινωνικών Επιστημών
Τμήμα Εφαρμοσμένης Πληροφορικής**

**Διδακτορική Διατριβή:
Πειραματικοί Σχεδιασμοί στην
Ανάλυση Δεδομένων**

Παραρτήματα

Γεώργιος Χ. Μενεξές

Τριμελής Συμβουλευτική Επιτροπή:

Επιβλέπων: Καθηγητής Γιάννης Παπαδημητρίου

Μέλη: Καθηγητής Αναστάσιος Κάτος

Αν. Καθηγητής Δημήτριος Παπαναστασίου

Θεσσαλονίκη, 2006

Η παρούσα έρευνα χρηματοδοτήθηκε από το Πρόγραμμα:

**«ΗΡΑΚΛΕΙΤΟΣ: ΥΠΟΤΡΟΦΙΕΣ ΕΡΕΥΝΑΣ ΜΕ ΠΡΟΤΕΡΑΙΟΤΗΤΑ
ΣΤΗ ΒΑΣΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ»**

Πανεπιστήμιο Μακεδονίας
Οικονομικών και Κοινωνικών Επιστημών
Τμήμα Εφαρμοσμένης Πληροφορικής

Διδακτορική Διατριβή:
Πειραματικοί Σχεδιασμοί στην
Ανάλυση Δεδομένων

Παραρτήματα

Γεώργιος Χ. Μενεξές

Τριμελής Συμβουλευτική Επιτροπή:

Επιβλέπων: Καθηγητής Γιάννης Παπαδημητρίου

Μέλη: Καθηγητής Αναστάσιος Κάτος

Αν. Καθηγητής Δημήτριος Παπαναστασίου

Θεσσαλονίκη 2006



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΕΠΕΑΕΚ



ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ
ΣΥΓΧΡΗΜΑΤΟΔΟΤΗΣΗ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



Η ΠΑΙΔΕΙΑ ΣΤΗΝ ΚΟΡΥΦΗ
Επιχειρησιακό Πρόγραμμα
Εκπαίδευσης και Αρχικής
Επαγγελματικής Κατάρτισης

Το έργο «ΗΡΑΚΛΕΙΤΟΣ: Υποτροφίες Έρευνας στο Πανεπιστήμιο Μακεδονίας» - Υποέργο «Πειραματικοί Σχεδιασμοί στην Ανάλυση Δεδομένων» υλοποιείται στα πλαίσια της Κατηγορίας Πράξεων 2.2.3.β. «Υποτροφίες Έρευνας με προτεραιότητα στη Βασική Έρευνα», Μέτρο 2.2 «Αναμόρφωση Προγραμμάτων Σπουδών - Διεύρυνση Τριτοβάθμιας Εκπαίδευσης», Ενέργεια 2.2.3 «Προγράμματα Μεταπτυχιακών Σπουδών - Έρευνα - Υποτροφίες», εκτελείται στα πλαίσια του Επιχειρησιακού Προγράμματος Εκπαίδευσης και Αρχικής Επαγγελματικής Κατάρτισης II (ΕΠΕΑΕΚ II) και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση [3ο Κοινωνικό Πλαίσιο Στήριξης κατά 75% Κοινωνική Συμμετοχή (ΕΚΤ) και 25% Εθνικοί Πόροι]

Πίνακας Περιεχομένων

Παράρτημα Α	1
Α1. Μια Δομημένη Προσέγγιση στη Στατιστική Ανάλυση Πολλών Μεταβλητών ..	1
Παράρτημα Β	11
Β1. Παράδειγμα Εφαρμογής της Προτεινόμενης Μεθόδου Εντοπισμού των Σημαντικών Κελιών ανά Άξονα	11
Β2. Παράδειγμα Συνδυασμού της ΠΑΑ με τις Καμπύλες <i>Andrews</i>	18
Β3. Τα Βασικά Βήματα του Αλγόριθμου ALS.....	23
Β4. Ειδικές Περιπτώσεις Πινάκων Εισόδου στην ΠΑΑ	24
Παράρτημα Γ	39
Γ1. Παράδειγμα Ανάλυσης Πινάκων <i>Burt</i> μέσω του SPSS	39
Γ2. Παράδειγμα Εφαρμογής του Προτεινόμενου Αποτελεσματικού Αλγόριθμου ..	54
Παράρτημα Δ	61
Παράδειγμα Εφαρμογής της Προτεινόμενης Μεθόδου Διόρθωσης των Αδρανειών του Πίνακα <i>Burt</i>	61
Παράρτημα Ε	67
Ε1. Υπολογισμός της <i>post hoc</i> Δυναμικής Αδράνειας	67
Ε2. Το Λογισμικό Power Analysis for AFC (Σύντομη Περιγραφή)	74
Ε3. Μεθοδολογικές Παρατηρήσεις.....	92
Παράρτημα ΣΤ	101
ΣΤ1. Σύντομη Περιγραφή της Μεθόδου <i>Δέλτα</i>	101
ΣΤ2. Αναλυτικά Αποτελέσματα για το Παράδειγμα της Ενότητας 6.3.5.....	104
ΣΤ3. Η Μέθοδος Πολλαπλών Συγκρίσεων του <i>Gabriel</i>	110
Παράρτημα Ζ	113
Ζ1. Παράδειγμα Υπολογισμών των Πινάκων P_C και P_{proj}	113
Ζ2. Παράδειγμα Εφαρμογής της Προτεινόμενης Μεθοδολογίας Ανάλυσης Κατηγορικών Πειραματικών Δεδομένων	118

Ευρετήριο Πινάκων

Πίνακας B1.1: Πίνακας Συμπτώσεων Απολύτων Συχνοτήτων F με Σύνολα Γραμμών και Στηλών.....	11
Πίνακας B1.2: Πίνακας με τις Αναμενόμενες Συχνότητες.....	11
Πίνακας B1.3: Πίνακας S	12
Πίνακας B1.4: Αδράνεις και Ποσοστά Ερμηνείας των Παραγοντικών Αξόνων.....	12
Πίνακας B1.5: Τυποποιημένες Συντεταγμένες Γραμμών.....	12
Πίνακας B1.6: Τυποποιημένες Συντεταγμένες Στηλών.....	12
Πίνακας B1.7: Πίνακας B ⁽¹⁾	13
Πίνακας B1.8: Πίνακας B ⁽²⁾	13
Πίνακας B1.9: Πίνακας B ⁽³⁾	13
Πίνακας B1.10: Πίνακας W ⁽¹⁾	13
Πίνακας B1.11: Πίνακας W ⁽²⁾	14
Πίνακας B1.12: Πίνακας W ⁽³⁾	14
Πίνακας B1.13: Πίνακας Ω ⁽¹⁾	14
Πίνακας B1.14: Πίνακας Ω ⁽²⁾	15
Πίνακας B1.15: Πίνακας Ω ⁽³⁾	15
Πίνακας B1.16: Πίνακας Ω ⁽¹⁾ με Σχετικές Τιμές.....	15
Πίνακας B1.17: Πίνακας Ω ⁽²⁾ με Σχετικές Τιμές.....	16
Πίνακας B1.18: Πίνακας Ω ⁽³⁾ με Σχετικές Τιμές.....	16
Πίνακας B2.1: Πίνακας Συμπτώσεων των Δύο Μεταβλητών.....	19
Πίνακας B2.2: Προφίλ Γραμμών.....	20
Πίνακας B4.1: Ο Συγκεντρωτικός Πίνακας K	25
Πίνακας B4.2: Πίνακας Συμπτώσεων F των Δύο Μεταβλητών.....	27
Πίνακας B4.3: Πίνακας Z [*] των Προφίλ.....	27
Πίνακας B4.4: Βαθμολογία 5 Σπουδαστών σε 6 Μαθήματα.....	30
Πίνακας B4.5: Μετασχηματισμός του Πίνακα B3.4 μέσω της Τεχνικής του Διπλασιασμού.....	30
Πίνακας B4.6: Πίνακας Αποστάσεων (σε χλμ) Ένδεκα Ελληνικών Πόλεων (Πίνακας Δ).....	37
Πίνακας B4.7: Πίνακας Ομοιοτήτων των Ένδεκα Ελληνικών Πόλεων (Πίνακας Δ [*]).....	37
Πίνακας Γ1.1: Οι Κωδικοποιημένες Απαντήσεις των 50 Ερωτηματολογίων.....	47
Πίνακας Γ1.3: Κωδικογράφηση του Αρχείου Δεδομένων.....	49
Πίνακας Γ1.4: Λογική Κωδικοποίηση των Απαντήσεων.....	49
Πίνακας Γ1.5: Κωδικογράφηση των Μεταβλητών.....	50
Πίνακας Γ1.7: Εισαγωγή του Πίνακα <i>Burt</i> στο SPSS (δύο πρώτες στήλες).....	51
Πίνακας Γ1.8: Αποτελέσματα της Διαδικασίας <i>Correspondence Analysis</i>	51

Πίνακας Γ1.9: Ποιότητα Προβολής και Συνεισφορά των Μεταβλητών.....	52
Πίνακας Γ1.10: Δείκτες και Ορολογία της ΠΑΑ	53
Πίνακας Γ2.1: Τυποποιημένες Συντεταγμένες Γραμμών του Πίνακα <i>Burt</i>	56
Πίνακας Γ2.2: Κύριες Συντεταγμένες Σηλών του Λογικού Πίνακα Z (Νέες Κανονικοποιημένες του <i>Burt</i>).....	56
Πίνακας Γ2.3: Κύριες Συντεταγμένες των Κατηγοριών των Μεταβλητών επί του Πρώτου Άξονα για τα Αντικείμενα του Πίνακα Γ1.1	57
Πίνακας Γ2.4: Κύριες Συντεταγμένες των Κατηγοριών των Μεταβλητών επί του Δεύτερου Άξονα για τα Αντικείμενα του Πίνακα Γ1.1	58
Πίνακας Γ2.5: Τυποποιημένες Συντεταγμένες των Αντικειμένων του Πίνακα Γ1.1 στους Δύο Πρώτους Άξονες	59
Πίνακας Γ2.6: Κύριες Συντεταγμένες των Αντικειμένων του Πίνακα Γ1.1 στους Δύο Πρώτους Άξονες	60
Πίνακας Δ1: Αποτελέσματα της ΠΑΑ από την Ανάλυση του Λογικού Πίνακα Z	61
Πίνακας Δ2: Αποτελέσματα της ΠΑΑ από την Ανάλυση του Πίνακα <i>Burt</i>	62
Πίνακας Δ3: Αποτελέσματα της ΠΑΑ με Διόρθωση των Αδρανειών κατά Greenacre	62
Πίνακας Δ4: Αποτελέσματα της ΠΑΑ με Διόρθωση των Αδρανειών κατά Benzécri	62
Πίνακας Δ5: Αποτελέσματα της ΠΑΑ με Διόρθωση των Αδρανειών Σύμφωνα με την Προτεινόμενη Μέθοδο.....	62
Πίνακας Δ6: Αποτελέσματα της ΠΑΑ με Διόρθωση των Αδρανειών Σύμφωνα με την Προτεινόμενη Μέθοδο. Ποσοστά (%) Ερμηνείας ως προς την Ενδιαφέρουσα Αδράνεια	63
Πίνακας Δ7: Οι Αδράνειες των 15 Απλών Πινάκων Συμπτώσεων που Συγκροτούν τον Πίνακα <i>Burt</i>	66
Πίνακας ΣΤ2.1: Μήκη Ημιαξόνων και Γωνίες Περιστροφής για τις 5 Γραμμές του Πίνακα Συμπτώσεων (Πρώτη Προσέγγιση).....	106
Πίνακας ΣΤ2.2: Μήκη Ημιαξόνων με Διόρθωση κατά <i>Bonferroni</i> του ε.σ. <i>a</i> (Πρώτη Προσέγγιση).....	106
Πίνακας ΣΤ2.3: Τυποποιημένες Συντεταγμένες των Σηλών του Πίνακα Συμπτώσεων	109
Πίνακας ΣΤ2.4: Μήκη Ημιαξόνων και Γωνίες Περιστροφής για τις 5 Γραμμές του Πίνακα Συμπτώσεων (Δεύτερη Προσέγγιση).....	109
Πίνακας ΣΤ2.5: Μήκη Ημιαξόνων με Διόρθωση κατά <i>Bonferroni</i> του ε.σ. <i>a</i> (Δεύτερη Προσέγγιση).....	109
Πίνακας ΣΤ3.1: Υπό-Πίνακας Συμπτώσεων κατά την Εφαρμογή της Μεθόδου του <i>Gabriel</i> για τη Σύγκριση των Προφίλ των Δύο Πρώτων Γραμμών του Πίνακα F ..	111
Πίνακας Ζ1.1: Αρχικός Πίνακας Δεδομένων D	113

Πίνακας Z1.2: Πίνακας Συμπτώσεων F	113
Πίνακας Z1.3: Προφίλ Γραμμών	113
Πίνακας Z2.1: Αποτελέσματα Πειραματισμού στο Θερμοκήπιο - Συγκρότημα 1....	144
Πίνακας Z2.2: Αποτελέσματα Πειραματισμού στο Θερμοκήπιο - Συγκρότημα 2....	145
Πίνακας Z2.3: Προφίλ (%) Αγωγών στο Θερμοκήπιο - Συγκρότημα 1.....	146
Πίνακας Z2.4: Προφίλ (%) Αγωγών στο Θερμοκήπιο - Συγκρότημα 2.....	147
Πίνακας Z2.5: Συγκρίσεις Προφίλ Αγωγών ως προς την Ποιότητα στο Θερμοκήπιο 1 (Μέθοδος του <i>Gabriel</i>)	148
Πίνακας Z2.6: Συγκρίσεις Προφίλ Αγωγών ως προς την Ένταση του Χρώματος στο Θερμοκήπιο 1 (Μέθοδος του <i>Gabriel</i>)	148
Πίνακας Z2.7: Συγκρίσεις Προφίλ Αγωγών ως προς την Ποιότητα στο Θερμοκήπιο 2 (Μέθοδος του <i>Gabriel</i>)	149
Πίνακας Z2.8: Συγκρίσεις Προφίλ Αγωγών ως προς την Ένταση του Χρώματος στο Θερμοκήπιο 2 (Μέθοδος του <i>Gabriel</i>)	149
Πίνακας Z2.9: Αποτελέσματα ΠΑΑ στο Θερμοκήπιο 1. Εξαρτημένη Μεταβλητή η Ποιότητα	150
Πίνακας Z2.10: Αποτελέσματα ΠΑΑ στο Θερμοκήπιο 1. Εξαρτημένη Μεταβλητή η Ένταση Χρώματος.....	151
Πίνακας Z2.11: Αποτελέσματα ΠΑΑ στο Θερμοκήπιο 2. Εξαρτημένη Μεταβλητή η Ποιότητα	152
Πίνακας Z2.12: Αποτελέσματα ΠΑΑ στο Θερμοκήπιο 2. Εξαρτημένη Μεταβλητή η Ένταση Χρώματος.....	153
Πίνακας Z2.13: Αποτελέσματα ΠΑΑ στο Θερμοκήπιο 1. Εξαρτημένες Μεταβλητές η Ποιότητα και η Ένταση Χρώματος	154
Πίνακας Z2.14: Αποτελέσματα ΠΑΑ στο Θερμοκήπιο 2. Εξαρτημένες Μεταβλητές η Ποιότητα και η Ένταση Χρώματος	155
Πίνακας Z2.15: Αποτελέσματα της Προκρούστιας Προβολής- Περιστροφής.....	156
Πίνακας Z2.16: Αριθμητικά Δεδομένα για την Κατασκευή Ελλείψεων Εμπιστοσύνης στο Θερμοκήπιο 1	157
Πίνακας Z2.17: Αριθμητικά Δεδομένα για την Κατασκευή Ελλείψεων Εμπιστοσύνης στο Θερμοκήπιο 2.....	158
Πίνακας Z2.18: Αριθμητικά Δεδομένα για την Κατασκευή Ελλείψεων Εμπιστοσύνης στα Θερμοκήπια 1 και 2 (Πίνακες “Φέτες”).....	159
Πίνακας Z2.19: Διάταξη των Αγωγών και Συσχέτιση με τους <i>biplot</i> Άξονες	167

Ευρετήριο Διαγραμμάτων

Διάγραμμα B2.1 (2.5): Παραγοντικό Επίπεδο 1×2 και Ομάδες Σημείων μέσω της Ταξινόμησης	21
Διάγραμμα B2.2 (2.6): Καμπύλες <i>Andrews</i> των Γραμμών με Βάση τη Διάταξή τους στους Τρεις Παραγοντικούς Άξονες της ΠΑΑ.....	21
Διάγραμμα B4.1: Το Παραγοντικό Επίπεδο 1×2. Εφαρμογή της ΠΑΑ στον Δ*	36
Διάγραμμα Γ1.1: Το Παραγοντικό Επίπεδο 1×2	52
Διάγραμμα E2.1: Σχέση Μεγέθους Δείγματος και Ισχύος για τον Έλεγχο χ^2 ($\alpha=0,05$, $\beta.ε.=24$, Αδράνεια=0,09, <i>Cramer's V</i> =0,15, Δυναμική Αδράνεια=0,0225, $w=0,3$)....	86
Διάγραμμα E2.2: Σχέση Μεγέθους Δείγματος και Αδράνειας (<i>ES</i>) για τον Έλεγχο χ^2 ($\alpha=0,05$, $\beta.ε.=24$, Αδράνεια από 0,01 έως 0,25, w από 0,1 έως 0,5, Ισχύς=0,80)	87
Διάγραμμα E2.3: Σχέση Μεγέθους Δείγματος και Επιπέδου Σημαντικότητας για τον Έλεγχο χ^2 (α από 0,01 έως 0,10, $\beta.ε.=24$, Αδράνεια=0,09, $w=0,3$, Ισχύς=0,80).....	87
Διάγραμμα E2.4: Σχέση Μεγέθους Αποτελέσματος (<i>ES</i> : Αδράνεια) και Ισχύος για τον Έλεγχο χ^2 ($\alpha=0,05$, $\beta.ε.=24$, $N=350$)	89
Διάγραμμα E2.5: Σχέση Επιπέδου Σημαντικότητας και Ισχύος για τον Έλεγχο χ^2 ($\beta.ε.=24$, $N=350$, <i>ES</i> : Αδράνεια=0,09).....	90
Διάγραμμα E2.6: Σχέση Επιπέδου Σημαντικότητας και Μεγέθους Δείγματος για τον Έλεγχο χ^2 ($\beta.ε.=24$, <i>ES</i> : Αδράνεια=0,09, Ισχύς=0,90)	90
Διάγραμμα ΣΤ2.1: Ελλείψεις Εμπιστοσύνης, με Διόρθωση <i>Bonferroni</i> , Γύρω από τα Σημεία Γραμμών του Πίνακα F στο Παραγοντικό Επίπεδο 1×2.....	110
Διάγραμμα Ζ2.1: Παραγοντικό Επίπεδο 1×2 για το Θερμοκήπιο 1. Εξαρτημένη Μεταβλητή η Ποιότητα	160
Διάγραμμα Ζ2.2: Συγκρίσεις Προφίλ Αγωγών στο Θερμοκήπιο 1. Εξαρτημένη Μεταβλητή η Ποιότητα	160
Διάγραμμα Ζ2.3: Παραγοντικό Επίπεδο 1×2 για το Θερμοκήπιο 1. Εξαρτημένη Μεταβλητή η Ένταση του Χρώματος.....	161
Διάγραμμα Ζ2.4: Συγκρίσεις Προφίλ Αγωγών στο Θερμοκήπιο 1. Εξαρτημένη Μεταβλητή η Ένταση του Χρώματος.....	161
Διάγραμμα Ζ2.5: Παραγοντικό Επίπεδο 1×2 για το Θερμοκήπιο 2. Εξαρτημένη Μεταβλητή η Ποιότητα	162
Διάγραμμα Ζ2.6: Συγκρίσεις Προφίλ Αγωγών στο Θερμοκήπιο 2. Εξαρτημένη Μεταβλητή η Ποιότητα	162
Διάγραμμα Ζ2.7: Παραγοντικό Επίπεδο 1×2 για το Θερμοκήπιο 2. Εξαρτημένη Μεταβλητή η Ένταση του Χρώματος.....	163
Διάγραμμα Ζ2.8: Συγκρίσεις Προφίλ Αγωγών στο Θερμοκήπιο 2. Εξαρτημένη Μεταβλητή η Ένταση του Χρώματος.....	163

Διάγραμμα Z2.9: Παραγοντικό Επίπεδο 1×2 για το Θερμοκήπιο 1. Εξαρτημένες Μεταβλητές η Ποιότητα και η Ένταση του Χρώματος.....	164
Διάγραμμα Z2.10: Συγκρίσεις Προφίλ Αγωγών στο Θερμοκήπιο 1. Εξαρτημένες Μεταβλητές η Ποιότητα και η Ένταση του Χρώματος.....	164
Διάγραμμα Z2.11: Παραγοντικό Επίπεδο 1×2 για το Θερμοκήπιο 2. Εξαρτημένες Μεταβλητές η Ποιότητα και η Ένταση του Χρώματος.....	165
Διάγραμμα Z2.12: Συγκρίσεις Προφίλ Αγωγών στο Θερμοκήπιο 2. Εξαρτημένες Μεταβλητές η Ποιότητα και η Ένταση του Χρώματος.....	165
Διάγραμμα Z2.13: Προκρούστια Προβολή των Αγωγών του Θερμοκηπίου 2 στον Υποχώρο των Αγωγών του Θερμοκηπίου 1	166
Διάγραμμα Z2.14: <i>Biplot</i> Παραγοντικό Επίπεδο. Σχέση Αγωγών και Ποιότητας στο Θερμοκήπιο 1.....	167
Διάγραμμα Z2.15: Δενδρόγραμμα Ιεραρχικής Ταξινόμησης των Αγωγών ως προς την Ποιότητα Παραγωγής στο Θερμοκήπιο 1.....	169

Ευρετήριο Σχημάτων

Σχήμα A1: Ο Κύκλος της Τυπικής Ερευνητικής Μεθοδολογίας	2
---	---

Ευρετήριο Εικόνων

Εικόνα E1.1: Το Πλαίσιο Διαλόγου Παράμετροι Επίλυσης με τους Περιορισμούς του Προβλήματος	68
Εικόνα E2.1: Το Module για την <i>A Priori</i> AI.....	74
Εικόνα E2.2: Το Module για την <i>Post Hoc</i> AI	76
Εικόνα E2.3: Το Module για την <i>Post hoc</i> AI του Ελέγχου Καλής Προσαρμογής.....	77
Εικόνα E2.4: Αποτελέσματα της <i>A Priori</i> AI.....	78
Εικόνα E2.5: Αποτελέσματα της <i>Post hoc</i> AI	78
Εικόνα E2.6: Αποτελέσματα της <i>Post Hoc</i> AI του Ελέγχου Καλής Προσαρμογής....	78
Εικόνα E2.7: Το Module για την Ανάλυση Ευαισθησίας.....	79
Εικόνα E2.8: Πλαίσιο Διαλόγου: Ανάλυση Ευαισθησίας, Μέγεθος Δείγματος ως Συνάρτηση της Ισχύος, του Επιπέδου Σημαντικότητας και του Μεγέθους του Αποτελέσματος.....	79
Εικόνα E2.9: Παραμετροποίηση του Μέγεθος Δείγματος ως Συνάρτηση της Ισχύος	81
Εικόνα E2.10: Παραμετροποίηση του Μέγεθος Δείγματος ως Συνάρτηση του Μεγέθους του Αποτελέσματος	81
Εικόνα E2.11: Αποτελέσματα Ανάλυσης Ευαισθησίας. Μέγεθος Δείγματος ως	

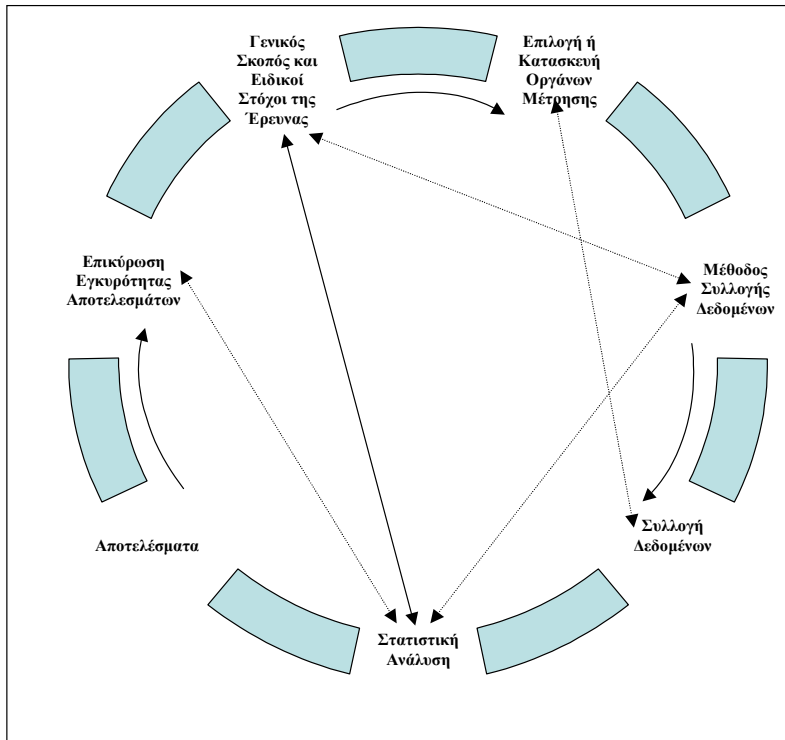
Συνάρτηση της Ισχύος	82
Εικόνα E2.12: Αποτελέσματα Ανάλυσης Ευαισθησίας. Μέγεθος Δείγματος ως Συνάρτηση του Μεγέθους Αποτελέσματος	83
Εικόνα E2.13: Το Πλαίσιο Διαλόγου Effect Size as a function of Sample Size με τα Δεδομένα του Προβλήματος.....	85
Εικόνα E2.14: Αποτελέσματα Ανάλυσης Ευαισθησίας για $\alpha=0,05$, $\gamma=0,80$ και 48 β.ε.	85
Εικόνα Z2.1: Το φυτό Ζέρμπερα	119

Παράρτημα Α

A1. Μια Δομημένη Προσέγγιση στη Στατιστική Ανάλυση Πολλών Μεταβλητών

Η διαδικασία της συλλογής και της στατιστικής ανάλυσης των δεδομένων αποτελείται συνήθως από αρκετά καλά καθορισμένα βήματα, τα οποία, αν ακολουθηθούν σωστά, αποτελούν χρήσιμο οδηγό στη λήψη αποφάσεων κάτω από συνθήκες σχετικής αβεβαιότητας, οι οποίες χαρακτηρίζουν εν γένει τις εμπειρικές έρευνες. Όμως, στην πράξη, ακόμη και πεπειραμένοι ερευνητές αποτυγχάνουν στο να ακολουθήσουν ένα ή περισσότερα από τα βήματα αυτά, συνήθως εξαιτίας περιορισμένων χρονικών ή/και οικονομικών πόρων. Βέβαια, δεν είναι λίγες οι περιπτώσεις όπου υπάρχουν και περιορισμένοι τεχνολογικοί πόροι (π.χ. κατάλληλο υλικό και λογισμικό). Συχνότερα, οι στόχοι για εγκυρότητα και αξιοπιστία των στατιστικών αποτελεσμάτων υποχωρούν στις βραχυχρόνιες πιέσεις του τύπου *“δείξε ή βρες κάτι στατιστικά σημαντικό”*. Το βασικό στάδιο της ανάλυσης των στόχων της μελέτης και των ερευνητικών υποθέσεων καθώς και τα βήματα καθορισμού σχεδίασης της όλης στρατηγικής για τη στατιστική ανάλυση μερικές φορές παραμερίζονται και δίνεται προτεραιότητα στην άμεση παραγωγή πινάκων, διαγραμμάτων και στατιστικών δεικτών. *“Ποτέ δεν υπάρχει χρόνος για να το κάνεις σωστά, πάντα όμως υπάρχει χρόνος να το κάνεις δύο φορές.”*

Μπορούμε να θεωρήσουμε την τυπική ερευνητική πορεία όχι ως μία γραμμική διαδικασία, αλλά ως έναν κύκλο όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα A1. Οι επιμέρους διαδικασίες – φάσεις τυπικά έχουν τέλος, αλλά εν γένει η ερευνητική δραστηριότητα και ιδιαίτερα η στατιστική ανάλυση σε πολλές περιπτώσεις δεν έχει. Σχεδόν πάντα ένα στατιστικό αποτέλεσμα θα απαιτήσει συνεχή δραστηριότητα επαλήθευσης, επαναπροσδιορισμού και επέκτασης. Άλλωστε, μια ενεργή κοινωνία επιστημόνων-ερευνητών αποβλέπει σε αυτό.



Σχήμα Α1: Ο Κύκλος της Τυπικής Ερευνητικής Μεθοδολογίας

Αν και γενικά οι φάσεις εκτελούνται με έναν ακολουθιακό τρόπο ωστόσο υπάρχουν «βρόχοι ανάδρασης», συνήθως στη φάση της ανάλυσης των στόχων και των ερευνητικών υποθέσεων καθώς και στη φάση του καθορισμού σχεδίασης της στρατηγικής για τη στατιστική ανάλυση. Οι βρόχοι ανάδρασης, παρά την “καθυστέρηση” που προκαλούν στη συνολική πορεία της ανάλυσης, είναι πρακτικά τουλάχιστον απαραίτητοι. Κατά τη διάρκεια αυτών, ενεργοποιούνται διαδικασίες επανεξέτασης προηγούμενα καθορισμένων στοιχείων, με βάση τις νέες διαπιστώσεις, οι οποίες έχουν ως αποτέλεσμα την πραγματοποίηση ανάλογων τροποποιήσεων και τη λήψη κατάλληλων μέτρων. Αυτό είναι ιδιαίτερα αληθινό στην περίπτωση όπου τα πρότυπα ή μοντέλα, τα οποία υιοθετήθηκαν κατά τη διάρκεια της φάσης καθορισμού της σχεδίασης, μπορούν να αποκαλύψουν ορισμένες κρυμμένες προϋποθέσεις και απαιτήσεις του τελικού χρήστη-ερευνητή, ο οποίος, αφού, σε ένα πρώτο επίπεδο, είναι ο τελικός αποδέκτης της όλης προσπάθειας, αποτελεί, στη συνέχεια, έναν από τους σημαντικότερους παράγοντες μιας επιτυχημένης σχεδίασης και ανάλυσης ενός ερευνητικού έργου.

Η μεθοδολογική ανάπτυξη της στατιστικής ανάλυσης περιλαμβάνει όλες τις δραστηριότητες που απαιτούνται για τη σχεδίαση, την εκτέλεση, την επαλήθευση και τη μέτρηση της ποιότητας των αποτελεσμάτων της. Όπως διαπιστώθηκε στην Ενότητα 1.5, δεν είναι εύκολο να καθοριστεί ένα γενικά αποδεκτό πλαίσιο για όλες τις μεθοδολογικές και φιλοσοφικές προσεγγίσεις στη Στατιστική Ανάλυση Δεδομένων. Θεωρούμε, όμως, ότι υπάρχει μια γενική συμφωνία για την ανάγκη και τη χρησιμότητα ενός τέτοιου πλαισίου ως μέσου κατηγοριοποίησης και ελέγχου των δραστηριοτήτων που πρέπει να αναληφθούν σε όλη τη διάρκεια της στατιστικής ανάλυσης. Ένα πρωτόκολλο μεθοδολογικής ανάπτυξης που είναι κατανοητό και αποδεκτό από όλα τα εμπλεκόμενα μέρη (ερευνητική-επιστημονική κοινότητα, ερευνητής, στατιστικός αναλυτής, τελικοί αποδέκτες) βελτιώνει την επικοινωνία μεταξύ τους και καθιστά πιο αποτελεσματικό τον έλεγχο της ποιότητας του τελικού στατιστικού αποτελέσματος. Σε κάθε περίπτωση, ο μεθοδολογικός σχεδιασμός θα πρέπει να συνάδει με την ευθύνη του στατιστικού αναλυτή για ακρίβεια στα αποτελέσματα και εγκυρότητα στην ερμηνεία τους (Tukey, 1979). Έτσι, με βάση τις προηγούμενες διαπιστώσεις και συνδυάζοντας τις μεθοδολογικές προσεγγίσεις που αναφέρονται σε σχετική βιβλιογραφία (βλέπε Corston 1992, Kent 1993, Hedrick, Bickman & Rog 1993, Δημητρόπουλος 1994, Hair *et al.* 1995, Javeau 1996, Weisberg, Krosnich & Bowen 1996, Φίλιας 1996, Cohen & Manion 1997, Tacq 1997, Μπαγιάτης 1997, Mertens 1998, Bryman & Cramer 1999, Huck 2000a, Τσοπάνογλου 2000, Harris 2001, Παπαδημητρίου 2001 και 1990, Καραγεώργος 2002, Κάλλας 2002, Stevens 2002) προτείνουμε, σε ό,τι αφορά την τυπική ερευνητική διαδικασία, μια δομημένη κυκλική πορεία επτά συσχετιζόμενων φάσεων (βλέπε και Σχήμα 1), η οποία περιλαμβάνει στη Φάση 5 μια δομημένη προσέγγιση επτά σταδίων στην Πολυμεταβλητή Στατιστική Ανάλυση.

Φάση 1: Γενικός Σκοπός και Στόχοι της Έρευνας

Το σημαντικότερο παραδοτέο της πρώτης φάσης είναι η ανάπτυξη του Εννοιολογικού Μοντέλου – Υποδείγματος στο οποίο θα στηριχθεί ή όλη ερευνητική διαδικασία (Hedrick, Bickman & Rog 1993, Hair *et al.* 1995, Bryman & Cramer 1999). Στη φάση αυτή αρχικά καθορίζεται το ερευνητικό πρόβλημα, διατυπώνονται ο γενικός σκοπός και οι ειδικοί στόχοι της μελέτης, αιτιολογούνται οι ερευνητικές υποθέσεις και τεκμηριώνεται το θεωρητικό πλαίσιο στο οποίο θα αξιολογηθούν και θα

ερμηνευτούν τα αποτελέσματα (Δημητρόπουλος 1994, Kirkwood 1996, Weisberg, Krosnich & Bowen 1996, Τσάντας και άλλοι 1999). Στη συνέχεια, προσδιορίζεται ο πληθυσμός στόχος, οι πειραματικές ή οι δειγματοληπτικές μονάδες ανάλογα με το είδος της έρευνας, οι μονάδες παρατήρησης και καθορίζονται εννοιολογικά οι σχετικές με το πρόβλημα μεταβλητές (ανεξάρτητες και εξαρτημένες) καθώς και οι μεταξύ τους σχέσεις και δομές (λανθάνουσες ή μη). Θα πρέπει να τονιστεί ότι στη φάση αυτή αναφερόμαστε σε σχέσεις εννοιών στο αντίστοιχο θεωρητικό πλαίσιο και όχι σε σχέσεις μετρήσιμων μεταβλητών. Τέλος, διατυπώνονται κριτήρια αξιολόγησης της κλινικής ή πρακτικής σημαντικότητας των αποτελεσμάτων (Cohen & Cohen 1983, Kraemer & Thiemann 1987, Cohen 1988, Hinkle, Wiersma & Jurs 1988, Lipsey 1990, Dometrius 1992, Murphy & Myors 1998).

Φάση 2: Επιλογή ή Κατασκευή Οργάνων Μέτρησης

Με βάση το υλικό τεκμηρίωσης της πρώτης φάσης οι ερευνητές θα πρέπει να επιλέξουν ή να κατασκευάσουν τα κατάλληλα όργανα ή εργαλεία (π.χ. αισθητήρες, ερωτηματολόγια και τεστ) που θα χρησιμοποιηθούν για τη μέτρηση και καταγραφή των ποσοτικών ή ποιοτικών δεδομένων, η επεξεργασία των οποίων θα παράγει την απαιτούμενη πληροφορία για την απάντηση στα ερευνητικά ερωτήματα και τη λήψη σχετικών αποφάσεων ή μέτρων. Τα όργανα αυτά, πριν χρησιμοποιηθούν στην επόμενη φάση, θα πρέπει να ελεγχθούν ως προς την αξιοπιστία και την εγκυρότητα τους σε σχέση με το υπό εξέταση πρόβλημα (Nunnally 1978, Kim & Mueller 1978, Carmines & Zeller 1979, Spector 1992, Traub 1994, Malhotra 1996, Μπαγιάτης 1997, Strub 2000, Bryant 2000).

Φάση 3: Μέθοδος Συλλογής Δεδομένων

Στη φάση αυτή θα πρέπει να ληφθούν αποφάσεις σχετικά με την επιλογή της μεθόδου συλλογής των δεδομένων (π.χ. απογραφή, πείραμα και δειγματοληπτική έρευνα). Τεκμηριώνεται η καταλληλότητα της προτεινόμενης μεθόδου σε σχέση με τις απαιτήσεις και τα πορίσματα της πρώτης φάσης και αναλύονται τυχόν χρονικοί, οικονομικοί, τεχνικοί και κυρίως δεοντολογικοί περιορισμοί (Weisberg, Krosnich & Bowen 1996, Cohen & Manion 1997, Mertens 1998, Φαρμάκης 2003), οι οποίοι θα πρέπει να ληφθούν υπόψη τόσο κατά την επόμενη φάση όσο και κατά την ερμηνεία και τη δυνατότητα γενίκευσης των ευρημάτων. Καθορίζονται, επίσης, σχέδια δράσης

και αντιμετώπισης των “απειλών” ως προς την εξωτερική και εσωτερική εγκυρότητα της έρευνας¹ (Λελάκης 1987, Polgar & Thomas 1992, Δημητρόπουλος 1994, Kirkwood 1996, Churchill 1995, Kinnear & Taylor 1996, Cohen & Manion 1997, Mertens 1998, Lohr 1999) και οριοθετείται και πάλι το πλαίσιο ερμηνείας των αποτελεσμάτων κάτω από την επίδραση των νέων περιορισμών που ενδεχομένως να προκύψουν. Σε περίπτωση πειραματικής ή δειγματοληπτικής έρευνας σημαντική μέριμνα θα πρέπει να ληφθεί σχετικά με τον υπολογισμό του ελάχιστου απαιτούμενου μεγέθους δείγματος (Hansen, Hurwitz & Madow 1953, Cochran 1977, Cohen & Cohen 1983, Kraemer & Thiemann 1987, Cohen 1988, Hinkle, Wiersma & Jurs 1988, Lipsey 1990, Hair *et al.* 1995, Kirk 1995, Φίλιας 1996, Kirkwood 1996, Περσίδης 1997, Murphy & Myers 1998, Φαρμάκης 2003 και 1994, Δαφέρμος 2005). Το μέγεθος του δείγματος αποτελεί τον κρισιμότερο παράγοντα που επηρεάζει: α) τη σημαντικότητα των αποτελεσμάτων και τη δυνατότητα γενίκευσής τους, β) την απορρόφηση και την κατανομή των διαθέσιμων χρονικών και οικονομικών πόρων και γ) την αποδοχή της αποτελεσματικότητας και της χρηστικής αξίας της μελέτης σε σχέση με τους δεοντολογικούς και ηθικούς κανόνες που διέπουν εν γένει τα διάφορα επιστημονικά ερευνητικά πεδία. Συχνά, στην πράξη οι περιορισμοί που προαναφέρθηκαν είναι αζεπέραστοι (π.χ. υψηλό κόστος) και στο σημείο αυτό είναι απαραίτητος ένας βρόγχος ανατροφοδότησης με τη Φάση 1, όπου γίνεται μια επαναδιαπραγμάτευση και ένας επανακαθορισμός των στόχων και της αναμενόμενης ωφέλειας της έρευνας. Η μέθοδος συλλογής των δεδομένων επηρεάζει, επίσης, και τις μεθόδους ανάλυσής τους. Για παράδειγμα, σε περίπτωση απογραφής του πληθυσμού στόχου δεν έχει νόημα η εφαρμογή μεθόδων της Επαγωγικής Στατιστικής, ενώ σε δειγματοληπτικές έρευνες θα πρέπει να ληφθεί υπόψη στη στατιστική ανάλυση αν η δειγματοληψία είναι απλή τυχαία, στρωματοποιημένη ή κατά συστάδες.

Φάση 4: Συλλογή των Δεδομένων

Η φάση αυτή αφορά κυρίως το διαδικαστικό μέρος της συγκέντρωσης και καταγραφής των δεδομένων. Έμφαση θα πρέπει να δοθεί στην εξεύρεση τρόπων αύξησης της ακρίβειας στην καταγραφή των στοιχείων και στον περιορισμό τόσο των

¹ Γενικά, η εξωτερική εγκυρότητα αναφέρεται στη δυνατότητα γενίκευσης των αποτελεσμάτων ως προς τον ευρύτερο πληθυσμό, από τον οποίο έγινε η συλλογή του δείγματος, και στην ευχέρεια αναγωγής των συμπερασμάτων σε γενικές αρχές, νόμους και θεωρίες. Η εσωτερική εγκυρότητα σχετίζεται με την αξιοπιστία των ευρημάτων και στο βαθμό βεβαιότητας ότι τα αποτελέσματα είναι ορθά και δεν οφείλονται σε αστάθμητες, τυχαίες ή μη ελεγχόμενες επιδράσεις.

δειγματοληπτικών όσο και των μη δειγματοληπτικών σφαλμάτων (Berdie, Anderson & Niebuhr 1986, Henry 1990, Tryfos 1996, Lohr 1999). Αν κάτι τέτοιο δεν είναι εφικτό τότε ίσως απαιτηθεί η τροποποίηση των οργάνων μέτρησης ή η αντικατάστασή τους.

Φάση 5: Στατιστική Ανάλυση

Η πέμπτη φάση περιλαμβάνει επτά επιμέρους στάδια, τα οποία μπορούν να ομαδοποιηθούν σε δύο άξονες δράσης. Ο πρώτος αφορά στην ίδια τη διαδικασία επεξεργασίας και ανάλυσης των δεδομένων (όπως παραγωγή πινάκων και διαγραμμάτων, εκτίμηση παραμέτρων, ελέγχους υποθέσεων και ελέγχους καλής προσαρμογής), ενώ ο δεύτερος έχει περισσότερο επιτελικό χαρακτήρα και περιλαμβάνει μια σειρά αποφάσεων που αφορούν σε θεωρητικές και τεχνικές λεπτομέρειες, οι οποίες συμβάλουν στην όσο το δυνατόν καλύτερη αντιστοίχιση του εννοιολογικού μοντέλου, το οποίο αναπτύχθηκε στη Φάση 1, με τις στατιστικές διαδικασίες που θα εφαρμοστούν.

Στάδιο 1: Το στάδιο αυτό περιλαμβάνει την κατάστρωση του πλάνου της στατιστικής ανάλυσης. Στο πλάνο αυτό καθορίζονται κυρίως: α) η σειρά των αναλύσεων, β) η κωδικοποίηση των δεδομένων, γ) η μορφή του πίνακα δεδομένων που θα αναλυθεί, δ) η αντιμετώπιση ενδεχόμενης αποτυχίας στη συγκέντρωση απαραίτητων στοιχείων (π.χ. τιμές που λείπουν ή έχουν χαθεί και άρνηση απάντησης σε ταχυδρομική έρευνα με ερωτηματολόγιο), ε) οι έλεγχοι ορθής καταχώρισης και εισαγωγής των δεδομένων σε Η/Υ και στ) ο χειρισμός κακής ποιότητας δεδομένων (π.χ. αναξιόπιστες μετρήσεις οργάνων και ασυνεπείς ή μη ειλικρινείς απαντήσεις σε ερωτηματολόγιο).

Στάδιο 2: Στο στάδιο αυτό λαμβάνονται αποφάσεις σχετικά με την επιλογή ή την ανάπτυξη κατάλληλων στατιστικών μεθόδων, οι οποίες θα πρέπει να βρίσκονται σε αμφιμονοσήμαντη αντιστοιχία με τις ερευνητικές υποθέσεις ή στόχους που έχουν τεθεί στη Φάση 1.

Στάδιο 3: Το στάδιο αυτό αφορά στην επιλογή ή στην ανάπτυξη ειδικού λογισμικού για τη στατιστική επεξεργασία, το οποίο θα πρέπει να καλύπτει και τις απαιτήσεις των επόμενων σταδίων.

Στάδιο 4: Στο στάδιο αυτό πραγματοποιούνται όλοι οι απαραίτητοι έλεγχοι σχετικά με τις στατιστικές, εννοιολογικές και τεχνικές προϋποθέσεις ή απαιτήσεις των στατιστικών μεθόδων που πρόκειται να χρησιμοποιηθούν και αναζητούνται τρόποι αντιμετώπισης τυχόν αποκλίσεων.

Στάδιο 5: Εδώ πραγματοποιούνται οι κυρίως στατιστικές αναλύσεις.

Στάδιο 6: Το στάδιο αυτό αφορά στον έλεγχο ήδη υπάρχοντων ή στη θέσπιση νέων κριτηρίων ή δεικτών μαρτυρίας της σημαντικότητας (στατιστικής ή κλινικής) των αποτελεσμάτων, της καλής προσαρμογής των μοντέλων – υποδειγμάτων, τα οποία υιοθετήθηκαν σε προηγούμενα στάδια, και της ευρωστίας των στατιστικών μεθόδων.

Στάδιο 7: Στο στάδιο αυτό πραγματοποιείται ο έλεγχος των στατιστικών σφαλμάτων που σχετίζονται με την εγκυρότητα των μεθόδων και, συνεπώς, με τη δυνατότητα γενίκευσης ή πρόβλεψης.

Σε πρακτικό επίπεδο, στη φάση αυτή παρατηρείται και η συχνότερη αλληλεπίδραση με τη Φάση 1. Δεν είναι λίγες οι περιπτώσεις που κάποια στατιστική μέθοδος χρησιμοποιείται ορθά αλλά για να δώσει απάντηση σε λάθος ερώτημα ή το αντίστροφο. Αυτό είναι δυνατό να ελεγχθεί στη φάση επικύρωσης της εγκυρότητας των αποτελεσμάτων (Φάση 7) αλλά μπορεί και όχι. Έτσι, σε κάθε περίπτωση η ανατροφοδότηση με τη Φάση 1 είναι διαρκώς απαραίτητη. Άλλωστε, οι ιδιαιτερότητες των δεδομένων ή του σχεδιασμού μιας έρευνας είναι δυνατό να οδηγήσουν στην ανάπτυξη νέων μεθόδων στατιστικής ανάλυσης, η τεκμηρίωση των οποίων απαιτεί την ένταξή τους σε ένα νέο μεθοδολογικό πλαίσιο και εφαρμογή της κυκλικής πορείας από την αρχή.

Φάση 6: Αποτελέσματα

Η φάση αυτή, εκτός από την παραγωγή και τον τρόπο παρουσίασης των αποτελεσμάτων περιλαμβάνει, επίσης, την ερμηνεία και την αξιολόγηση της κλινικής σημαντικότητάς τους στο θεωρητικό πλαίσιο και την προβληματική που έχει τεθεί στη Φάση 1. Οι ερευνητές θα πρέπει να λάβουν αποφάσεις σχετικά με τον τρόπο μέτρησης της ποσότητας και της ποιότητας της πληροφορίας που έχει παραχθεί. Έτσι, για την αξιολόγηση και διάχυση των αποτελεσμάτων είναι ανάγκη οι στατιστικές μέθοδοι που θα χρησιμοποιηθούν να παρέχουν αντίστοιχους δείκτες. Οι δείκτες αυτοί

θα πρέπει να έχουν όσο το δυνατόν απλούστερη και εννοιολογικά τεκμηριωμένη φυσική ερμηνεία (Tukey, 1977), ώστε οι δομές και σύνθετες μεταβλητές (π.χ. παραγοντικοί άξονες) που έχουν αναδειχθεί από τις πολυδιάστατες στατιστικές αναλύσεις να μπορούν να ερμηνευτούν και να αξιολογηθούν.

Φάση 7: Επικύρωση Εγκυρότητας Αποτελεσμάτων

Στην τελική φάση η επικύρωση της εγκυρότητας των αποτελεσμάτων μπορεί να αναλυθεί σε δύο επίπεδα. Το πρώτο και σημαντικότερο έχει καθαρά ποιοτικό χαρακτήρα και αφορά στον έλεγχο της ορθότητας των συμπερασμάτων είτε στο θεωρητικό πλαίσιο της μελέτης είτε σε σχέση με προηγούμενη εμπειρία στο ίδιο γνωστικό αντικείμενο. Το δεύτερο επίπεδο έχει ποσοτικό χαρακτήρα, αφορά κυρίως σε δειγματοληπτικές έρευνες και στηρίζεται σε στατιστικές μεθόδους όπως η διασταυρούμενη εγκυρότητα και η επαναδειγματοληψία (Hair *et al.* 1995, Lohninger 1999, Μπεχράκης 1999). Στην περίπτωση αυτή βασική επιδίωξη είναι να διαπιστωθεί η σταθερότητα των δομών και των σχέσεων που έχουν αναδειχθεί από τις προηγούμενες πολυμεταβλητές στατιστικές αναλύσεις. Με άλλα λόγια, επιδιώκεται να διαπιστωθεί η αντιπροσωπευτικότητα των ευρημάτων στον πληθυσμό στόχο που έχει καθοριστεί στη Φάση 1.

A2. Παρατηρήσεις

A) Θα πρέπει να τονιστεί ότι η περιγραφή της προτεινόμενης πορείας που προηγήθηκε δεν αποσκοπεί στο να παρουσιάσει έναν εξαντλητικό κατάλογο ενεργειών αλλά περισσότερο ένα γενικό οδηγό – πλαίσιο, ο οποίος μπορεί να συμβάλλει στην ανάπτυξη, ερμηνεία, αξιολόγηση και επικύρωση σχεδόν όλων των διαδεδομένων πολυμεταβλητών στατιστικών υποδειγμάτων. Για μια πληρέστερη περιγραφή και ανάλυση των επιμέρους φάσεων παραπέμπουμε στις βιβλιογραφικές αναφορές που έχουν παρατεθεί.

B) Οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των φάσεων που έχουν περιγραφεί δεν εξαντλούν όλους τους συνδυασμούς. Σχεδόν κάθε φάση εξαρτάται από όλες τις προηγούμενες και επηρεάζει τις επόμενες.

Γ) Οι ερευνητές – χρήστες, ανάλογα με το επιστημονικό πεδίο που δραστηριοποιούνται, θα πρέπει να οριοθετήσουν την επιτυχημένη ή μη έκβαση της κάθε φάσης ή σταδίου. Η σχετική ανατροφοδότηση, αν και είναι δυνατό να οδηγήσει στην επανάληψη της έρευνας και στην εκκίνηση της κυκλικής πορείας από την αρχή, ωστόσο, σε κάθε περίπτωση, αποτελεί χρήσιμο και κρίσιμο παράγοντα στην τελική ερμηνεία και αξιολόγηση της παραγόμενης πληροφορίας.

Δ) Η Ανάλυση Δεδομένων, ως υποσύνολο των πολυμεταβλητών στατιστικών μεθόδων, έχει να προσφέρει ορισμένα πλεονεκτήματα, τα οποία μπορούν να συμβάλλουν, σε ορισμένες περιπτώσεις, στην επιτυχημένη διεξαγωγή πολλών φάσεων της προτεινόμενης ερευνητικής πορείας:

- Ο μη παραμετρικός χαρακτήρας των μεθόδων, οι οποίες έχουν ελάχιστες τεχνικές προϋποθέσεις και δεν απαιτούν τα διαθέσιμα δεδομένα να χαρακτηρίζονται από συγκεκριμένες στατιστικές ιδιότητες. Το γεγονός αυτό μπορεί να διευκολύνει τη διαδικασία συλλογής και επεξεργασίας των δεδομένων, περιορίζοντας έτσι τον απαιτούμενο χρόνο και το κόστος διεξαγωγής της έρευνας.
- Η δυνατότητα των μεθόδων να χειριστούν και ποιοτικά χαρακτηριστικά (μεταβλητές), τα οποία συχνά δεν διαθέτουν τις απαραίτητες στατιστικές ιδιότητες που προαπαιτούνται σε άλλες στατιστικές προσεγγίσεις.
- Η μη γραμμικότητα των σχέσεων μεταξύ των μεταβλητών. Σε αντίθεση με τις στατιστικές διαδικασίες, οι οποίες στηρίζονται αποκλειστικά σε γραμμικά υποδείγματα, οι μέθοδοι μπορούν να αναδείξουν είτε γραμμικές είτε μη γραμμικές σχέσεις ανάλογα με τα δεδομένα. Τα παραγόμενα στατιστικά αποτελέσματα (δείκτες, διαγράμματα) έχουν απτή φυσική ερμηνεία και είναι δυνατό να αναδείξουν ισχυρούς, αλλά λανθάνοντες, μηχανισμούς που οδήγησαν στη συγκρότηση των δεδομένων, στοιχείο το οποίο θεωρείται απαραίτητο για την ερμηνεία και κατανόηση του υπό εξέταση φαινομένου.
- Η αυξημένη ευελιξία στην ανάπτυξη νέων μεθόδων ή στη βελτίωση των υπαρχόντων με τη χρήση τεχνικών γραμμικής ή μη γραμμικής βελτιστοποίησης, με σκοπό την καλύτερη ερμηνεία των δεδομένων και τον περιορισμό της πολυπλοκότητάς τους.

- Η εφαρμογή τους σε ειδικές περιπτώσεις, όπου άλλες στατιστικές μέθοδοι απλά δεν μπορούν να εφαρμοστούν. Χαρακτηριστικά αναφέρουμε τις παρακάτω καταστάσεις όπου: α) το δείγμα που έχει συλλεχθεί είναι συμπτωματικό (μη πιθανότητας) και όχι τυχαίο, β) οι πειραματικοί σχεδιασμοί είναι ατελείς και δεν υπακούν στη δομημένη πορεία που παρουσιάστηκε στην Ενότητα **Σφάλμα! Το αρχείο προέλευσης της αναφοράς δεν βρέθηκε.** (*quasi experimental designs*) και γ) τα πειραματικά δεδομένα έχουν παραχθεί από ένα μόνο υποκείμενο (*single subject experiments*) (βλέπε Mertens, 1998). Και στις τρεις περιπτώσεις δεν μπορούν να εφαρμοστούν, για παράδειγμα, μέθοδοι της Επαγωγικής Στατιστικής.

Είναι φανερό ότι τα πλεονεκτήματα που αναφέρθηκαν παραπάνω περιορίζουν τους βρόγχους ανατροφοδότησης μεταξύ των φάσεων και συντομεύουν τις επαναλήψεις του κύκλου εξοικονομώντας ταυτόχρονα και πόρους. Οι μέθοδοι της Ανάλυσης Δεδομένων αν και έχουν υψηλή αποτελεσματικότητα σε πρακτικές εφαρμογές ωστόσο δεν αποτελούν πανάκεια. Δεδομένης της πληθώρας των διαθέσιμων πολυμεταβλητών στατιστικών τεχνικών, η επιλογή της πλέον αποτελεσματικής μεθοδολογίας, όποια πλεονεκτήματα κι αν έχει, μπορεί να στοιχειοθετηθεί μόνο σε συγκεκριμένα πεδία εφαρμογών και με συγκεκριμένα δεδομένα.

Παράρτημα Β

Β1. Παράδειγμα Εφαρμογής της Προτεινόμενης Μεθόδου Εντοπισμού των Σημαντικών Κελιών ανά Άξονα

Έστω \mathbf{F} ο πίνακας συμπτώσεων απολύτων συχνοτήτων δύο κατηγορικών μεταβλητών X και Y με 4 κλάσεις – ιδιότητες η κάθε μία. Προφανώς, $p=3$.

Πίνακας Β1.1: Πίνακας Συμπτώσεων Απολύτων Συχνοτήτων \mathbf{F} με Σύνολα Γραμμών και Σηλών

		Y				Σύνολο
		Σ1	Σ2	Σ3	Σ4	
X	Γ1	68	4	16	12	100
	Γ2	4	264	16	8	292
	Γ3	20	16	384	56	476
	Γ4	16	8	72	92	188
Σύνολο		108	292	488	168	1.056

Για τα δεδομένα του Πίνακα Β1.1 έχουμε: $Q=1.356,420$ (β.ε.=9, $p<0,000$).

Υπολογίζουμε τον πίνακα με τις αναμενόμενες συχνότητες.

Πίνακας Β1.2: Πίνακας με τις Αναμενόμενες Συχνότητες

	Σ1	Σ2	Σ3	Σ4	Σύνολο
Γ1	10,2	27,7	46,2	15,9	100,0
Γ2	29,9	80,7	134,9	46,5	292,0
Γ3	48,7	131,6	220,9	75,7	476,0
Γ4	19,2	52,0	86,9	29,9	188,0
Σύνολο	108,0	292,0	488,0	168,0	1.056,0

Κατασκευάζουμε τον πίνακα \mathbf{S} με τις διαφορές των παρατηρούμενων από τις αναμενόμενες συχνότητες (αποκλίσεις από την κατάσταση ανεξαρτησίας).

Πίνακας Β1.3: Πίνακας **S**

	Σ1	Σ2	Σ3	Σ4
Γ1	57,8	-23,7	-30,2	-3,9
Γ2	-25,9	183,3	-118,9	-38,5
Γ3	-28,7	-115,6	164,0	-19,7
Γ4	-3,2	-44,0	-14,9	62,1

Στη συνέχεια, εφαρμόζουμε την ΠΑΑ στον πίνακα **F** και παίρνουμε τα παρακάτω αποτελέσματα:

Πίνακας Β1.4: Αδράνεις και Ποσοστά Ερμηνείας των Παραγοντικών Αξόνων

Αξονας	Χαρακτηριστική Τιμή	Αδράνεια λ_s	Ποσοστό	Αθροιστικό Ποσοστό
F1	0,868	0,753	58,6%	58,6%
F2	0,618	0,382	29,7%	88,3%
F3	0,388	0,150	11,7%	100,0%
Σύνολο		1,285	100,0%	

Πίνακας Β1.5: Τυποποιημένες Συντεταγμένες Γραμμών

	Μάζα	F1	F2	F3
Γ1	0,095	-0,587	2,957	0,686
Γ2	0,277	1,617	-0,023	0,026
Γ3	0,451	-0,638	-0,617	0,656
Γ4	0,178	-0,584	0,025	-2,068

Πίνακας Β1.6: Τυποποιημένες Συντεταγμένες Στηλών

	Μάζα	F1	F2	F3
Σ1	0,102	-0,593	2,831	0,640
Σ2	0,277	1,617	-0,022	0,032
Σ3	0,462	-0,639	-0,624	0,605
Σ4	0,159	-0,573	0,030	-2,226

Κατόπιν, κατασκευάζουμε τους πίνακες $\mathbf{B}^{(1)}$, $\mathbf{B}^{(2)}$ και $\mathbf{B}^{(3)}$ από τη σχέση [2.52].

Πίνακας Β1.7: Πίνακας $\mathbf{B}^{(1)}$

	Σ1	Σ2	Σ3	Σ4
Γ1	3,08	-22,8	15,04	4,64
Γ2	-24,84	183,2	-120,96	-37,36
Γ3	16	-117,8	77,8	24,04
Γ4	5,8	-42,64	28,16	8,68

Πίνακας Β1.8: Πίνακας $\mathbf{B}^{(2)}$

	Σ1	Σ2	Σ3	Σ4
Γ1	52,92	-1,08	-52,72	0,84
Γ2	-1,2	0,04	1,2	0
Γ3	-52,6	1,08	52,36	-0,84
Γ4	0,84	0	-0,84	0

Πίνακας Β1.9: Πίνακας $\mathbf{B}^{(3)}$

	Σ1	Σ2	Σ3	Σ4
Γ1	1,72	0,2	7,44	-9,4
Γ2	0,2	0,04	0,88	-1,12
Γ3	7,92	1,04	33,92	-42,92
Γ4	-9,88	-1,28	-42,2	53,4

Υπολογίζουμε τους πίνακες $\mathbf{W}^{(1)}$, $\mathbf{W}^{(2)}$ και $\mathbf{W}^{(3)}$ μέσω της σχέσης [2.54].

Πίνακας Β1.10: Πίνακας $\mathbf{W}^{(1)}$

	Σ1	Σ2	Σ3	Σ4
Γ1	0,8	18,8	4,8	1,2
Γ2	20,8	415,6	108,4	30
Γ3	5,2	105,6	27,6	7,6
Γ4	1,6	34,8	9,2	2,4

Άθροισμα στοιχείων=794,4

Πίνακας Β1.11: Πίνακας $\mathbf{W}^{(2)}$

	Σ1	Σ2	Σ3	Σ4
Γ1	274	0	60	0
Γ2	0	0	0	0
Γ3	56,8	0	12,4	0
Γ4	0	0	0	0
Άθροισμα στοιχείων=403,2				

Πίνακας Β1.12: Πίνακας $\mathbf{W}^{(3)}$

	Σ1	Σ2	Σ3	Σ4
Γ1	0,4	0	1,2	5,6
Γ2	0	0	0	0
Γ3	1,2	0	5,2	24,4
Γ4	5,2	0	20,4	95,2
Άθροισμα στοιχείων=158,8				

Επιβεβαιώνεται ότι το άθροισμα των στοιχείων των τριών πινάκων $\mathbf{W}^{(1)}$, $\mathbf{W}^{(2)}$ και $\mathbf{W}^{(3)}$ είναι ίσο με $794,4+403,2+158,8=1.356,4$ ίσο, δηλαδή, με το στατιστικό Q .

Δημιουργούμε τους πίνακες $\mathbf{\Omega}^{(1)}$, $\mathbf{\Omega}^{(2)}$ και $\mathbf{\Omega}^{(3)}$.

Πίνακας Β1.13: Πίνακας $\mathbf{\Omega}^{(1)}$

	Σ1	Σ2	Σ3	Σ4
Γ1	0,001	0,018	0,005	0,001
Γ2	0,020	0,394	0,103	0,028
Γ3	0,005	0,100	0,026	0,007
Γ4	0,002	0,033	0,009	0,002
Άθροισμα στοιχείων=0,753= λ_1				

Πίνακας Β1.14: Πίνακας $\Omega^{(2)}$

	Σ1	Σ2	Σ3	Σ4
Γ1	0,259	0,000	0,057	0,000
Γ2	0,000	0,000	0,000	0,000
Γ3	0,054	0,000	0,012	0,000
Γ4	0,000	0,000	0,000	0,000
Άθροισμα στοιχείων=0,382= λ_2				

Πίνακας Β1.15: Πίνακας $\Omega^{(3)}$

	Σ1	Σ2	Σ3	Σ4
Γ1	0,000	0,000	0,001	0,005
Γ2	0,000	0,000	0,000	0,000
Γ3	0,001	0,000	0,005	0,023
Γ4	0,005	0,000	0,019	0,090
Άθροισμα στοιχείων=0,150= λ_3				

Τέλος, εκφράζουμε τα στοιχεία των πινάκων $\Omega^{(1)}$, $\Omega^{(2)}$ και $\Omega^{(3)}$ ως ποσοστά (%) των αντίστοιχων αδρανειών.

Πίνακας Β1.16: Πίνακας $\Omega^{(1)}$ με Σχετικές Τιμές

	Σ1	Σ2	Σ3	Σ4
Γ1	0,10%	2,37%	0,60%	0,15%
Γ2	2,62%	52,32%	13,65%	3,78%
Γ3	0,65%	13,29%	3,47%	0,96%
Γ4	0,20%	4,38%	1,16%	0,30%
Άθροισμα στοιχείων=100%				

Πίνακας B1.17: Πίνακας $\Omega^{(2)}$ με Σχετικές Τιμές

	Σ1	Σ2	Σ3	Σ4
Γ1	67,96%	0,00%	14,88%	0,00%
Γ2	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Γ3	14,09%	0,00%	3,08%	0,00%
Γ4	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Άθροισμα στοιχείων=100%				

Πίνακας B1.18: Πίνακας $\Omega^{(3)}$ με Σχετικές Τιμές

	Σ1	Σ2	Σ3	Σ4
Γ1	0,25%	0,00%	0,76%	3,53%
Γ2	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Γ3	0,76%	0,00%	3,27%	15,37%
Γ4	3,27%	0,00%	12,85%	59,95%
Άθροισμα στοιχείων=100%				

Από τον Πίνακα B1.16 παρατηρούμε ότι τη μεγαλύτερη συμβολή στη αδράνεια του πρώτου παραγοντικού άξονα έχει το κελί (2, 2) του πίνακα **F**. Η αδράνεια του ερμηνεύει το 52,32% της αδράνειας του άξονα. Από τον Πίνακα B1.7 έχουμε ότι στο κελί (2, 2) αντιστοιχεί πολύ μεγαλύτερη συχνότητα σε σχέση με τα άλλα κελιά, λόγω του θετικού πρόσημου και της υψηλότερης τιμής του τυποποιημένου υπόλοιπου, ενώ στο κελί (2, 3) πολύ μικρότερη, λόγω του αρνητικού πρόσημου και της υψηλότερης τιμής του αντίστοιχου τυποποιημένου υπόλοιπου, για τη δομή ή διάσταση που εκφράζει ο πρώτος άξονας. Με άλλα λόγια, στον πρώτο άξονα αναδεικνύεται κυρίως η αλληλεπίδραση της γραμμής Γ2 ($CTR=0,723$, $COR=1$) της μεταβλητής X με τη στήλη Σ2 ($CTR=0,723$, $COR=1$) της μεταβλητής Y . Σε ένα δεύτερο επίπεδο αναδεικνύεται η συσχέτιση της Γ2 με τη Σ3 ($CTR=0,189$, $COR=0,601$) και της Γ3 ($CTR=0,183$, $COR=0,593$) με τη Σ2. Από τον Πίνακα B1.17 προκύπτει ότι τη μεγαλύτερη συνεισφορά στην αδράνεια του δεύτερου άξονα έχει το κελί (1, 1). Συμβάλει κατά 67,96% στην αδράνεια του άξονα. Από τον Πίνακα B1.7 συμπεραίνουμε ότι στο κελί (1, 1) αντιστοιχεί πολύ μεγαλύτερη συχνότητα σε σχέση με τα υπόλοιπα κελιά, ενώ στο κελί (1, 3) πολύ μικρότερη με μικρή διαφορά από το κελί (3, 1). Επομένως, ο δεύτερος άξονας αναδεικνύει τις αλληλεπιδράσεις της Γ1

($CTR=0,828$, $COR=0,910$) με τη Σ1 ($CTR=0,820$, $COR=0,904$), της Γ1 με τη Σ3 ($CTR=0,180$, $COR=0,291$) και της Γ3 ($CTR=0,172$, $COR=0,282$) με τη Σ1. Με ανάλογο τρόπο μπορούμε να καταλήξουμε σε συμπεράσματα σχετικά με τον τρίτο άξονα. Πρέπει να τονίσουμε ότι αν η ερμηνεία των αποτελεσμάτων βασιστεί μόνο στους δείκτες CTR και COR , τότε η αλληλεπίδραση της Γ1 με τη Σ3 και της Γ3 με τη Σ1, επί του δεύτερου παραγοντικού άξονα, μάλλον δεν θα ληφθεί υπόψη, εξαιτίας των συγκριτικά χαμηλών τιμών των αντίστοιχων δεικτών CTR και COR . Αν το ενδιαφέρον της μελέτης εστιάζεται στη σύγκριση, για παράδειγμα, των προφίλ των γραμμών, μπορούμε να διαπιστώσουμε μέσω των πινάκων $\Omega^{(s)}$ αν κάποιες στήλες επιδρούν σημαντικά ή όχι στη διαμόρφωση των διαφορών μεταξύ των προφίλ γραμμών. Από τους Πίνακες B1.14 (2.20) ($\Omega^{(2)}$) και B1.15 (2.21) ($\Omega^{(3)}$) διαπιστώνουμε ότι η συνεισφορά της στήλης Σ2 στη διαφοροποίηση των γραμμών επί του δεύτερου και τρίτου άξονα είναι μηδενική. Το ίδιο ισχύει για τη στήλη Σ4 επί του δεύτερου άξονα (βλέπε Πίνακα B1.14).

B2. Παράδειγμα Συνδυασμού της ΠΑΑ με τις Καμπύλες

Andrews

Εκτός από την Ταξινόμηση, μια εναλλακτική, γραφική, προσέγγιση αποτελεί η συνδυασμένη εφαρμογή της ΠΑΑ με τα διαγράμματα ή αλλιώς τις καμπύλες *Andrews* (*Andrews plots* ή *Andrews curves*) (Andrews, 1972). Τα διαγράμματα αυτά αναπαριστούν πολυδιάστατα δεδομένα με διδιάστατες καμπύλες. Κάθε διάνυσμα (προφίλ παρατήρησης), έστω $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_m)^T$, με m διαστάσεις (μεταβλητές), μπορεί να αναπαρασταθεί σε χώρο δύο διαστάσεων ως καμπύλη, η οποία ορίζεται από την ακόλουθη συνάρτηση:

$$f_{\mathbf{y}}(t) = y_1 2^{\frac{1}{2}} + y_2 \sin(t) + y_3 \cos(t) + y_4 \sin(2t) + y_5 \cos(2t) + y_6 \sin(3t) + y_7 \cos(3t) \dots$$

με $-\pi \leq t \leq \pi$.

Έτσι, σε n διαφορετικά διανύσματα αντιστοιχούν n διαφορετικές καμπύλες των οποίων οι αποστάσεις και η μορφή είναι δυνατό να αναδείξουν ομοιογενείς ομάδες παρατηρήσεων.

Αν στη θέση των y_i αντικαταστήσουμε τις παραγοντικές συντεταγμένες των προφίλ των γραμμών (στηλών), που προκύπτουν από την εφαρμογή της ΠΑΑ σε ένα πίνακα συμπτώσεων, τότε είναι δυνατό να αναδειχθούν ομάδες γραμμών (στηλών) με όμοια ή παρόμοια προφίλ (Rovan, 1994). Στην περίπτωση που επιλεγεί ο μέγιστος αριθμός παραγοντικών αξόνων, τότε το αρχικά πολυδιάστατο φαινόμενο προβάλλεται στο επίπεδο χωρίς απώλεια πληροφορίας. Θα πρέπει να τονιστεί ότι η σειρά εισαγωγής των τιμών y_i στη συνάρτηση $f_{\mathbf{y}}(t)$ επηρεάζει τα αποτελέσματα. Μεγαλύτερη βαρύτητα στον καθορισμό των ομοιογενών ομάδων έχει η τιμή y_i που εισάγεται στον πρώτο όρο της $f_{\mathbf{y}}(t)$, την αμέσως μεγαλύτερη σημαντικότητα έχει η τιμή που εισάγεται στο δεύτερο όρο κ.ο.κ. Στην περίπτωση της ΠΑΑ η ιδιότητα αυτή είναι ιδιαίτερα χρήσιμη, αφού οι παραγοντικές συντεταγμένες των σημείων γραμμών – στηλών αντιστοιχούν σε άξονες με αύξουσα σειρά σημαντικότητας ως προς τα ποσοστά αδράνειας που ερμηνεύουν. Για περισσότερες πληροφορίες σχετικά με τις

ιδιότητες των *Andrews plots* και των εφαρμογών τους παραπέμπουμε στους Andrews (1972), Everitt & Nicholls (1975), Morgan (1981), Embrechts & Herzberg (1991), Jackson (1991), Everitt (1993), Rovin (1994) και Khattree & Naik (2002).

Βέβαια, τα αποτελέσματα της ΠΑΑ είναι δυνατό να συνδυαστούν και με άλλες μεθόδους οπτικοποίησης πολυδιάστατων δεδομένων. Ενδεικτικά αναφέρουμε τα «Μωσαϊκά Διαγράμματα» (*Mosaic Displays*) (Friendly 1998 και 1994, Hofmann 2003), που είναι κατάλληλα για τη διαγραμματική παρουσίαση πινακοποιημένων κατηγορικών δεδομένων, και τα «Διαγράμματα Παράλληλων Συντεταγμένων» (*Parallel Coordinates Plots*) (Inselberg & Dimsdale 1994, Edsall 2003, Unwin, Volinsky & Winkler 2003), τα οποία μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη γραφική σύγκριση των παραγοντικών συντεταγμένων των προφίλ (γραμμών, στηλών).

Παράδειγμα Σχεδίασης Καμπύλων *Andrews*

Ο παρακάτω απλός πίνακας συμπτώσεων, διασταυρώνει δύο κατηγορικές μεταβλητές X και Y για 5387 αντικείμενα.

Πίνακας B2.1: Πίνακας Συμπτώσεων των Δύο Μεταβλητών

Μεταβλητή X	Μεταβλητή Y				Σύνολο
	y_1	y_2	y_3	y_4	
x_1	326	688	343	98	1455
x_2	38	116	84	48	286
x_3	241	584	909	403	2137
x_4	110	188	412	681	1391
x_5	3	4	26	85	118
Σύνολο	718	1580	1774	1315	5387

Χωρίς περιορισμό της γενικότητας, υποθέτουμε ότι το ενδιαφέρον της μελέτης εστιάζεται στη σύγκριση των προφίλ των γραμμών τα οποία δίνονται στον πίνακα που ακολουθεί.

Πίνακας Β2.2: Προφίλ Γραμμών

Μεταβλητή X	Μεταβλητή Y				Σύνολο
	y_1	y_2	y_3	y_4	
x_1	0,224	0,473	0,236	0,067	1
x_2	0,133	0,406	0,294	0,168	1
x_3	0,113	0,273	0,425	0,189	1
x_4	0,079	0,135	0,296	0,490	1
x_5	0,025	0,034	0,220	0,720	1
<i>Μάζα</i>	0,133	0,293	0,329	0,244	

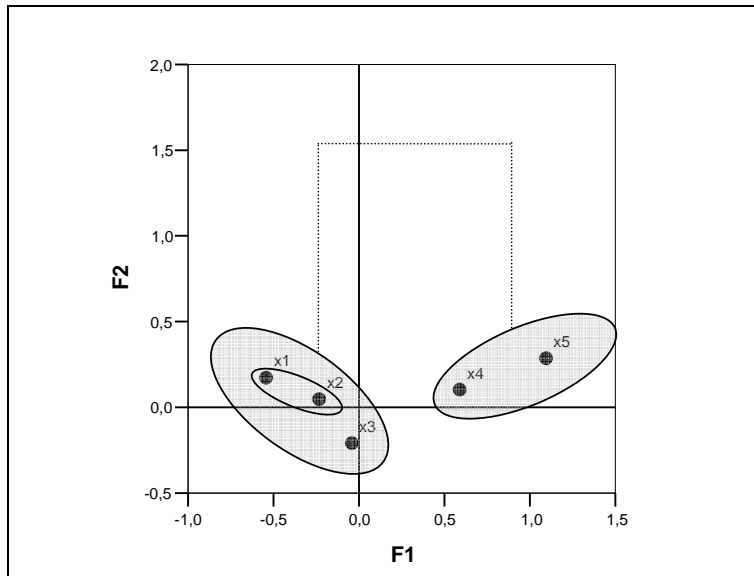
Η εφαρμογή της ΠΑΑ ανέδειξε δύο παραγοντικούς άξονες που ερμηνεύουν αθροιστικά το 99,6% της ολικής αδράνειας (86,6% ο πρώτος και 13% ο δεύτερος). Συνεπώς, επί του παραγοντικού επιπέδου 1×2 προβάλλεται σχεδόν το σύνολο της αρχικής πληροφορίας.

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι κύριες συντεταγμένες των προφίλ των γραμμών στους τρεις δυνατούς άξονες, δηλαδή στο μέγιστο αριθμό λύσεων που μπορούν να προκύψουν από την ΠΑΑ για το συγκεκριμένο πίνακα συμπτώσεων ($p = \min\{5-1, 4-1\} = 3$).

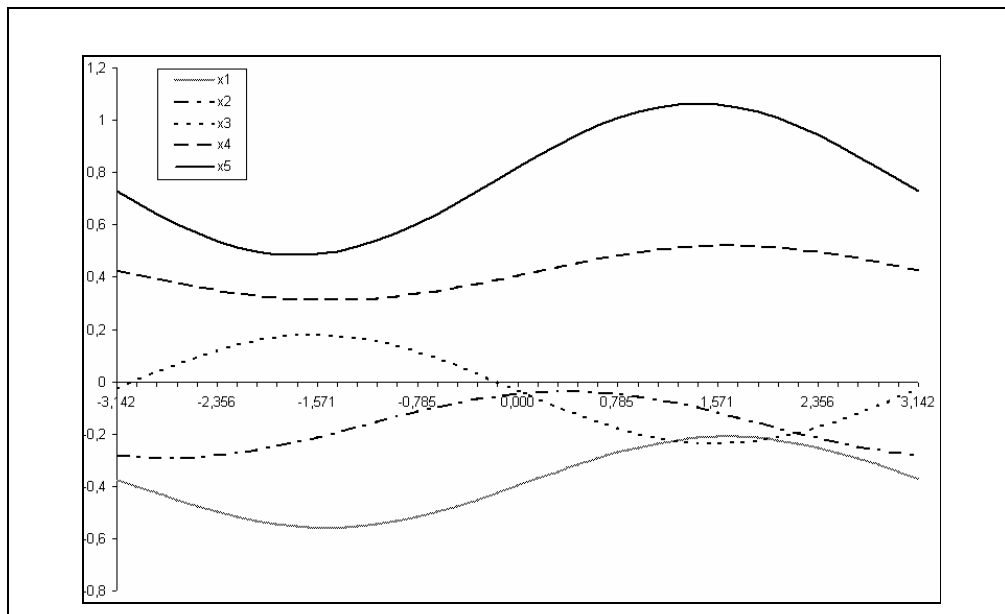
Πίνακας Β2.3: Παραγοντικές Συντεταγμένες των Προφίλ των Γραμμών

Κλάσεις της X	F1	F2	F3
x_1	-0,544	0,174	-0,013
x_2	-0,233	0,048	0,118
x_3	-0,042	-0,208	-0,003
x_4	0,589	0,104	-0,010
x_5	1,094	0,286	0,046

Από το παραγοντικό επίπεδο (Διάγραμμα Β2.1 (2.5)) φαίνεται ότι τη μεγαλύτερη ομοιότητα έχουν τα προφίλ που αντιστοιχούν στις γραμμές 1 και 2, τα οποία αντιπαρατίθενται, επί του πρώτου παραγοντικού άξονα, με τα προφίλ των γραμμών 4 και 5. Η γραμμή 3 φαίνεται να χαρακτηρίζει μόνο το δεύτερο άξονα, αφού προβάλλεται σχεδόν στην αρχή του συστήματος συντεταγμένων επί του πρώτου. Τα ίδια συμπεράσματα προκύπτουν και από την μελέτη των καμπύλων *Andrews* που απεικονίζουν τα προφίλ των πέντε γραμμών χρησιμοποιώντας τις παραγοντικές τους συντεταγμένες στους τρεις άξονες (Διάγραμμα Β2.2 (2.6)).



Διάγραμμα Β2.1 (2.5): Παραγοντικό Επίπεδο 1×2 και Ομάδες Σημείων μέσω της Ταξινόμησης



Διάγραμμα Β2.2 (2.6): Καμπύλες Andrews των Γραμμών με Βάση τη Διάταξή τους στους Τρεις Παραγοντικούς Άξονες της ΠΑΑ

Παρατηρήσεις

- Η καμπύλη που αντιστοιχεί, για παράδειγμα, στη γραμμή (κατηγορία) x_1 κατασκευάστηκε σύμφωνα με τη σχέση:

$$f_{x_1}(t) = -0,544 \times 2^{\frac{1}{2}} + 0,174 \times \sin(t) - 0,013 \times \cos(t), \text{ με } -\pi \leq t \leq \pi.$$

- Τα χωρία επι του παραγοντικού επιπέδου 1×2 (Διάγραμμα B2.1 2.5) σχεδιάστηκαν με βάση τα αποτελέσματα της Ταξινόμησης των γραμμών σε Αύξουσα Ιεραρχία (Benzécri 1992, Παπαδημητρίου 2004 και 1994), όπου ως απόσταση μεταξύ των προφίλ χρησιμοποιήθηκε το τετράγωνο της χ^2 , ενώ οι ομοιογενείς ομάδες (συστάδες) σχηματίστηκαν σύμφωνα με το κριτήριο του Ward (1963).

B3. Τα Βασικά Βήματα του Αλγόριθμου ALS

Τα βασικά βήματα του Αλγόριθμου ALS είναι τα παρακάτω (Bekker & De Leeuw 1988, Gifi 1996, Michailidis 1996, Michailidis & De Leeuw 1998, Adachi 2002, SPSS Inc 2004α και 1997):

Βήμα 1: Ανάθεση τυχαίων τιμών από την Ομοιόμορφη Κατανομή στα στοιχεία του πίνακα \mathbf{X} , έτσι ώστε να ικανοποιούνται οι περιορισμοί i) και ii).

Βήμα 2: Εκτίμηση των στοιχείων του πίνακα \mathbf{Y}_i από τη σχέση:

$$\hat{\mathbf{Y}}_i = \mathbf{D}_i^{-1} \mathbf{Z}_i^T \mathbf{X}, \quad [\text{B3.1}]$$

όπου $\mathbf{D}_i = \mathbf{Z}_i^T \mathbf{Z}_i$ είναι ο διαγώνιος πίνακας με στοιχεία τις συχνότητες των κατηγοριών της μεταβλητής i . Η σχέση [B3.1] εκφράζει ότι η βέλτιστη τιμή μιας ιδιότητας (κατηγορίας) είναι το κεντροειδές (σταθμισμένος μέσος όρος) των βαθμών των αντικειμένων που χαρακτηρίζονται από την αντίστοιχη ιδιότητα.

Βήμα 3: Εκτίμηση των στοιχείων του πίνακα \mathbf{X} μέσω της σχέσης:

$$\hat{\mathbf{X}} = \frac{1}{q} \sum_{i=1}^q \mathbf{Z}_i \mathbf{Y}_i. \quad [\text{B3.2}]$$

Η φυσική ερμηνεία της σχέσης [B3.2] είναι ότι ο βέλτιστος βαθμός ενός αντικειμένου είναι το κεντροειδές (μέσος όρος) των βέλτιστων τιμών των ιδιοτήτων που το χαρακτηρίζουν.

Βήμα 4: Κεντροποίηση και κανονικοποίηση των στοιχείων του πίνακα $\hat{\mathbf{X}}$ ώστε να ικανοποιούνται οι περιορισμοί i) και ii).

Βήμα 5: Έλεγχος του κριτηρίου σύγκλισης και επανάληψη του αλγόριθμου.

Τα Βήματα 2 έως 4 επαναλαμβάνονται ώσπου ο αλγόριθμος να συγκλίνει στο ολικό ελάχιστο της συνάρτησης απώλειας. Κατά τις επαναλήψεις του αλγόριθμου ALS οι χώροι στηλών των πινάκων $\hat{\mathbf{X}}$ και $\hat{\mathbf{Y}}_i$ δεν έχουν τον ίδιο προσανατολισμό. Για το

λόγο αυτό σε κάθε επανάληψη πραγματοποιείται κατάλληλη περιστροφή του συστήματος συντεταγμένων μέσω της ανάλυσης της βασικής δομής του πίνακα:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{q} \sum_{i=1}^q \mathbf{Y}_i^T \mathbf{D}_i \mathbf{Y}_i .$$

Ο χειρισμός των ελλειπουσών τιμών βασίζεται στην ανάθεση συντελεστών βάρους ίσων με μηδέν στους αντίστοιχους όρους της συνάρτησης απώλειας (βλέπε Gifi 1996, Michailidis & De Leeuw 1997, SPSS Inc. 2004a και 1997).

B4. Ειδικές Περιπτώσεις Πινάκων Εισόδου στην ΠΑΑ

B4.1. Πίνακες Συχνότητας Πολυθεματικών Ερωτήσεων

Μια ειδική περίπτωση πινάκων διπλής εισόδου προκύπτει κατά την ανάλυση πολυθεματικών ερωτήσεων, όπου τα υποκείμενα της έρευνας καλούνται να δηλώσουν το βαθμό συμφωνίας τους σε μια διαβαθμισμένη κλίμακα συνήθως τύπου *Likert*. Ας υποθέσουμε ότι N σε πλήθος άτομα απαντούν σε μια ερώτηση που περιλαμβάνει q σε πλήθος θέματα (*items*), χρησιμοποιώντας μια κλίμακα πέντε σημείων (π.χ. Διαφωνώ Απόλυτα, Διαφωνώ, Ούτε Διαφωνώ/Ούτε Συμφωνώ, Συμφωνώ και Συμφωνώ Απόλυτα). Τα δεδομένα μπορούν να αναλυθούν είτε με την εφαρμογή της πολυμεταβλητής εκδοχής της ΠΑΑ στον $N \times (5q)$ πίνακα $\mathbf{Z}_{0,1}$ (ή στον $5q \times 5q$ πίνακα *Burt*) είτε στον $q \times 5$ συγκεντρωτικό πίνακα, έστω \mathbf{K} (βλέπε Πίνακα B4.1), ο οποίος διασταυρώνει τα q θέματα με τα πέντε σημεία της τακτικής κλίμακας (Didow, Perreault & Williamson 1983, Franke 1985, Μπεχράκης 1999, Blasius & Thiessen 2001 και 2000, Καραπιστόλης 2001 και 1999, Reed 2002, Πρίπορας & Μενεξές 2005). Κάθε γραμμή του \mathbf{K} αντιστοιχεί στην περιθώρια κατανομή απολύτων συχνοτήτων των απαντήσεων στο αντίστοιχο θέμα. Παρατηρούμε ότι στην περίπτωση αυτή επιβάλλεται μια εννοιολογική αλλαγή τόσο στο ρόλο των τιμών των q κατηγορικών μεταβλητών όσο και στις ίδιες τις μεταβλητές. Ο πίνακας \mathbf{K} διασταυρώνει δύο νέες κατηγορικές μεταβλητές. Η μεταβλητή γραμμών έχει q κλάσεις, που αντιστοιχούν στα q θέματα, ενώ η μεταβλητή στηλών έχει πέντε κατηγορίες, οι οποίες αντιστοιχούν στα πέντε σημεία της διαβαθμισμένης κλίμακας.

Πίνακας Β4.1: Ο Συγκεντρωτικός Πίνακας **K**

Ερωτήσεις	Διαφωνώ Απόλυτα	Διαφωνώ	Ούτε Διαφωνώ Ούτε Συμφωνώ	Συμφωνώ	Συμφωνώ Απόλυτα	Σύνολο
Ερώτηση 1	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}	N
Ερώτηση 2	f_{21}	f_{22}	f_{23}	f_{24}	f_{25}	N
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Ερώτηση q	f_{q1}	f_{q2}	f_{q3}	f_{q4}	f_{q5}	N

Σύμφωνα με τους Πρίπορα και Μενεξέ (2005), η εφαρμογή της ΠΑΑ στον πίνακα **K** αναμένεται να αναδείξει την «εξωτερική δομή» των δεδομένων, δηλαδή τη συνάφεια των θεμάτων με τις διαβαθμίσεις των απαντήσεων, χωρίς να ληφθούν υπόψη οι ενδοσυσχετίσεις μεταξύ των θεμάτων. Πιο συγκεκριμένα, επί των πρώτων παραγοντικών αξόνων (συνήθως στους δύο πρώτους) αναμένεται να αναδειχθούν οι επικρατέστερες τάσεις και διαφοροποιήσεις των θεμάτων σε σχέση με το διαφορετικό βαθμό συμφωνίας των ατόμων ως προς το περιεχόμενό τους. Οι διαφοροποιήσεις ή ομοιότητες των θεμάτων θα πρέπει να ερμηνευτούν συγκριτικά. Για παράδειγμα, θέματα, τα οποία συνδέονται με τη διαβάθμιση “Συμφωνώ Απόλυτα”, έχουν συγκεντρώσει υψηλότερα ποσοστά στην απάντηση αυτή σε σύγκριση με τα υπόλοιπα. Κατά την εφαρμογή της ΠΑΑ στους αντίστοιχους πίνακες $Z_{0,1}$ ή *Burt*, λαμβάνονται υπόψη οι ενδοσυσχετίσεις μεταξύ των θεμάτων και η ανάλυση αναμένεται να αναδείξει την «εσωτερική δομή» (Πρίπορας & Μενεξές, 2005) ή αλλιώς την παραγοντική εγκυρότητα (βλέπε Carmines & Zeller 1979, Spector 1992) της πολυθεματικής ερώτησης. Οι Van Buuren και De Leeuw (1992) έδειξαν ότι η εφαρμογή της ΠΑΑ στον πίνακα **K** ισοδυναμεί με την επιβολή του περιορισμού οι ποσοτικοποιήσεις, δηλαδή οι συντεταγμένες, των πέντε διαβαθμίσεων, επί των παραγοντικών αξόνων, να είναι ίσες για κάθε μεταβλητή (θέμα). Γενικά, στις μεθόδους βέλτιστης κλιμάκωσης, η επιβολή περιορισμών στις ποσοτικοποιήσεις των τιμών των μεταβλητών (ποσοτικών και ποιοτικών), και όχι μόνον, απαντάται συχνά και αποσκοπεί κυρίως στη βελτίωση της σταθερότητας των αποτελεσμάτων και στην απλοποίηση της ερμηνείας τους (De Leeuw, Young & Takane 1976, Takane, Young & De Leeuw 1977, Nishisato & Sheu 1980, Heiser & Meulman 1983, Ter Braak 1986, Yanai & Mayekawa 1991, Takane & Shibayama 1991, Van Buuren & De Leeuw 1992, Nishisato 1994 και 1980, Böckenholt & Takane 1994, Michailidis 1996,

Michailidis & De Leeuw 2000 και 1997). Ταυτόχρονα, αποτελεί ένα είδος τυποποίησης (*standardization*), που είναι ιδιαίτερα χρήσιμη, όταν είναι επιθυμητό κατά την ανάλυση να ληφθεί υπόψη προηγούμενη γνώση ή εμπειρία σχετικά με το πώς συνδέονται οι κατηγορίες των μεταβλητών μεταξύ τους. Για παράδειγμα, στην περίπτωση που μία ή περισσότερες μεταβλητές μετρούνται σε διαφορετικές χρονικές στιγμές, μπορεί να είναι επιθυμητό οι κατηγορίες των μεταβλητών να λάβουν την ίδια βέλτιστη ποσοτικοποίηση για κάθε χρονική στιγμή, ώστε τα αποτελέσματα να είναι συγκρίσιμα.

B4.2. Πίνακες «Προφίλ»

Η ΠΑΑ μπορεί να εφαρμοστεί άμεσα και στους λεγόμενους πίνακες «προφίλ» (βλέπε Wasserman & Faust 1989, Weller & Romney 1990, Van de Geer 1993a, Nishisato 1994 και 1980, Meulman & Heiser 1998). Οι πίνακες προφίλ αποτελούν μια “συμπαγή” εκδοχή των λογικών πινάκων 0-1 και κατασκευάζονται ως εξής:

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε N αντικείμενα και q μεταβλητές X_i με j_i ιδιότητες (κλάσεις) η κάθε μία ($i=1, \dots, q$). Δημιουργούμε μέσω του τελεστή $Int(*)$ (βλέπε Ενότητα 2.4.1) μια νέα μεταβλητή με τόσες διακεκριμένες τιμές όσοι είναι και οι δυνατοί συνδυασμοί των κλάσεων των μεταβλητών. Οι δυνατοί συνδυασμοί των κλάσεων είναι $j_1 \times j_2 \times \dots \times j_q$ και αντιστοιχούν σε όλους τους δυνατούς συνδυασμούς ιδιοτήτων (προφίλ) που θα μπορούσαν να χαρακτηρίζουν τα N αντικείμενα. Ο πίνακας των προφίλ, έστω \mathbf{Z}^* , είναι ο πίνακας συμπτώσεων που οι γραμμές του αντιστοιχούν σε όσες από τις $j_1 \times j_2 \times \dots \times j_q$ τιμές εμφανίζονται στα διαθέσιμα δεδομένα και στήλες του αντιστοιχούν στις κλάσεις των q μεταβλητών.

Παράδειγμα Κατασκευής του Πίνακα των Προφίλ

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε 245 αντικείμενα και δύο μεταβλητές X και Y με 2 και 3 κλάσεις αντίστοιχα και ας είναι \mathbf{F} ο πίνακας συμπτώσεων των δύο μεταβλητών (Πίνακας B4.2). Όλα τα δυνατά προφίλ των αντικειμένων που θα μπορούσαν να σχηματιστούν από τις δύο μεταβλητές είναι σε πλήθος 6. Στις γραμμές του πίνακα

των προφίλ \mathbf{Z}^* τοποθετούμε τα 6 προφίλ και στις στήλες τις 3+2=5 κλάσεις και των δύο μεταβλητών (Πίνακας Β4.3).

Πίνακας Β4.2: Πίνακας Συμπτώσεων \mathbf{F} των Δύο Μεταβλητών

Κλάσεις της X	Κλάσεις της Y		
	y_1	y_2	y_3
x_1	10	20	30
x_2	50	45	90

Πίνακας Β4.3: Πίνακας \mathbf{Z}^* των Προφίλ

Προφίλ (συνδυασμός κλάσεων)	Κλάσεις της X		Κλάσεις της Y		
	x_1	x_2	y_1	y_2	y_3
11 (x_1y_1)	10	0	10	0	0
21 (x_2y_1)	0	50	50	0	0
12 (x_1y_2)	20	0	0	20	0
22 (x_2y_2)	0	45	0	45	0
13 (x_1y_3)	30	0	0	0	30
23 (x_2y_3)	0	90	0	0	90

Παρατηρούμε ότι ο πίνακας \mathbf{Z}^* είναι στην ουσία ο πίνακας \mathbf{Z}_{0-1} , με τη διαφορά ότι στις γραμμές του έχει εφαρμοστεί η Αρχή της Ισοδυναμίας των Σχετικών Κατανομών (βλέπε Ενότητα 2.2.4). Έτσι, τα αντικείμενα που έχουν το ίδιο προφίλ ομαδοποιούνται και δημιουργούν μια νέα γραμμή – προφίλ που χαρακτηρίζεται από το συνδυασμό των ιδιοτήτων των αντίστοιχων αντικειμένων. Η εφαρμογή της ΠΑΑ στον πίνακα \mathbf{Z}^* είναι ισοδύναμη με τη εφαρμογή της μεθόδου στον \mathbf{Z}_{0-1} . Στην περίπτωση που το πλήθος των αντικειμένων είναι μεγάλο οι πίνακες προφίλ προσφέρουν, έναντι των πινάκων \mathbf{Z}_{0-1} , σημαντική εξοικονόμηση μνήμης του Η/Υ και μεγαλύτερη ταχύτητα στους αριθμητικούς υπολογισμούς.

Το ενδιαφέρον στην ανάλυση του πίνακα \mathbf{Z}^* είναι ότι επί των παραγοντικών επιπέδων μπορούν να προβληθούν ταυτόχρονα τα αντικείμενα, με το ταυτοποιημένο²

² Η ταυτοποίηση αναφέρεται στην προβολή, επί των παραγοντικών επιπέδων, των ετικετών “11”, “12” κ.λπ. μαζί με τα σημεία των αντικειμένων.

προφίλ τους, και οι κλάσεις των μεταβλητών. Αυτό, σύμφωνα με τον Nishisato (1990, 1994 και 1996), διευκολύνει την ερμηνεία των αποτελεσμάτων γιατί: α) είναι δυνατό να εντοπιστούν ομάδες αντικειμένων με κοινές ιδιότητες στα προφίλ τους, και β) είναι εφικτός ένας οπτικός έλεγχος της ποιότητας της λύσης της ΠΑΑ με τη σύγκριση, επί των παραγοντικών επιπέδων, των σχετικών θέσεων των κατηγοριών των μεταβλητών με αυτές των προφίλ των αντικειμένων.

B4.3. Πίνακες με Ομοιογενείς Ποσοτικές Μεταβλητές

Αν οι μεταβλητές είναι ομοιογενείς, τότε η ανάλυση μπορεί να εφαρμοστεί απευθείας στον πίνακα «αντικείμενα \times μεταβλητές» θεωρώντας τις τιμές στα κελιά του πίνακα ως «ψευδοσυχνότητες» (Benzécri 1992, Murtagh 2005). Για παράδειγμα, οι γραμμές (αντικείμενα) του πίνακα θα μπορούσαν να αντιστοιχούν στους Νομούς της Ελλάδας και οι στήλες (μεταβλητές) σε κατηγορίες δαπανών, όπου οι τιμές των κελιών, τα οποία ορίζονται από τις διασταυρώσεις των γραμμών και των στηλών, είναι ποσά σε €. Έτσι, η τιμή που αντιστοιχεί στο κελί (i, j) εκφράζει το πόσες χρηματικές μονάδες έχουν δαπανηθεί στο Νομό i στην κατηγορία j . Μια ειδική κατηγορία πινάκων με ομοιογενή ποσοτικά δεδομένα αποτελούν οι πίνακες *Leontief*, για την ανάλυση των οποίων ο Papadimitriou (1987) έχει προτείνει σχετική μεθοδολογία βασισμένη στην ΠΑΑ. Πληροφοριακά αναφέρουμε ότι ο Cuadras (2002) παρουσίασε μια γενίκευση της διμεταβλητής εκδοχής της ΠΑΑ για συνεχείς μεταβλητές, η οποία έχει μόνο θεωρητικό ενδιαφέρον δεδομένου ότι η ιδιαιτερότητα της ΠΑΑ έγκειται στην ανάλυση ποιοτικών δεδομένων.

Υπάρχουν περιπτώσεις κατά τις οποίες, ενώ οι διαθέσιμες μεταβλητές είναι ομοιογενείς, ωστόσο η άμεση εφαρμογή της ΠΑΑ μπορεί να οδηγήσει σε λανθασμένα συμπεράσματα. Για παράδειγμα, ο Πίνακας B4.4 παρουσιάζει τις βαθμολογίες έξι σπουδαστών ($A-E$) σε έξι μαθήματα ($M1-M6$), σε μια εκατονταβάθμια κλίμακα από 1 έως 100. Παρατηρούμε ότι οι σπουδαστές A και E έχουν το ίδιο προφίλ. Αυτό σημαίνει ότι τα σημεία που αντιστοιχούν στους δύο αυτούς σπουδαστές θα έχουν τις ίδιες συντεταγμένες στους παραγοντικούς άξονες. Με δεδομένο ότι ο σπουδαστής E έχει τη χαμηλότερη βαθμολογία σε όλα τα μαθήματα, υπάρχει κίνδυνος να οδηγηθούμε στο εσφαλμένο συμπέρασμα ότι οι δύο σπουδαστές έχουν την ίδια επίδοση. Συνεπώς, η σύγκριση των προφίλ των

σπουδαστών δεν έχει φυσική ερμηνεία, αφού μπορεί οι βαθμοί να αντανακλούν ιδιαιτερότητες είτε στον τρόπο βαθμολόγησης των εξεταστών είτε στο ίδιο το μάθημα. Στην περίπτωση αυτή, ίσως θα ήταν προτιμότερο οι βαθμοί να τυποποιηθούν ώστε οι σπουδαστές να αποκτήσουν την ίδια μάζα. Η πιο διαδεδομένη τεχνική μετασχηματισμού είναι ο «διπλασιασμός» (*doubling*) (Benzécri 1992, Greenacre 1993a και 1984, Van de Velden 2000, Murtagh 2005). Η βασική ιδέα είναι για κάθε μάθημα να αποδοθούν σε κάθε σπουδαστή δύο βαθμοί, αντί για έναν. Ο αρχικός βαθμός παραμένει όπως έχει, ενώ αποδίδεται και ένας δεύτερος, ο συμπληρωματικός του πρώτου. Για παράδειγμα, αν στην κλίμακα από 1 έως 100, ο αρχικός βαθμός ενός σπουδαστή είναι «40», ο συμπληρωματικός του θα είναι «60». Με τον τρόπο αυτό, δημιουργούνται δύο, συμπληρωματικά μεταξύ τους, σύνολα βαθμών. Ένα με το «θετικό» ή αλλιώς τον «υψηλό πόλο» της κλίμακας και ένα με τον «αρνητικό» ή το «χαμηλό πόλο» (Greenacre, 1993a και 1984). Οι στήλες του αρχικού πίνακα διπλασιάζονται και όλα τα αντικείμενα του πίνακα αποκτούν την ίδια μάζα (βλέπε Πίνακα Β4.5). Στο νέο, μετασχηματισμένο πίνακα, είναι δυνατή η άμεση εφαρμογή της ΠΑΑ για τη σύγκριση των προφίλ των αντικειμένων. Από μια άλλη σκοπιά, η διπολική διάσπαση θα μπορούσε να θεωρηθεί, σε σχέση με τα προφίλ των αντικειμένων, ως η ανάθεση ενός ζεύγους πιθανοτήτων στους δύο πόλους (Greenacre, 1984). Για περισσότερες λεπτομέρειες σχετικά με την τεχνική του διπλασιασμού και την ερμηνεία των παραγόμενων αποτελεσμάτων παραπέμπουμε στους Greenacre (1993a και 1984) και Murtagh (2005).

Πίνακας Β4.4: Βαθμολογία 5 Σπουδαστών σε 6 Μαθήματα

Σπουδαστές	Μαθήματα						Σύνολο
	M1	M2	M3	M4	M5	M6	
A	54,9	55,6	31,4	36,0	46,1	40,0	264,0
B	35,0	56,2	20,7	20,9	49,3	45,8	227,9
Γ	47,1	73,7	39,8	30,0	48,0	57,2	295,8
Δ	54,6	72,3	33,9	42,0	57,6	21,0	281,4
E	18,2	24,1	11,3	14,0	19,2	7,0	93,8
Z	60,2	74,8	30,1	58,6	69,3	48,0	341,0
<i>Μέσο Προφίλ</i>	0,18	0,24	0,11	0,13	0,19	0,15	
<i>Προφίλ του Δ</i>	0,19	0,26	0,12	0,15	0,20	0,07	
<i>Προφίλ του E</i>	0,19	0,26	0,12	0,15	0,20	0,07	

Πίνακας Β4.5: Μετασχηματισμός του Πίνακα Β3.4 μέσω της Τεχνικής του Διπλασιασμού

Σπουδαστές	Δίπολα Βαθμολογίας στα 6 Μαθήματα												Σύνολο
	M1+	M1-	M2+	M2-	M3+	M3-	M4+	M4-	M5+	M5-	M6+	M6-	
A	54,9	45,1	55,6	44,4	31,4	68,6	36,0	64,0	46,1	53,9	40,0	60,0	600
B	35,0	65,0	56,2	43,8	20,7	79,3	20,9	79,1	49,3	50,7	45,8	54,2	600
C	47,1	52,9	73,7	26,3	39,8	60,2	30,0	70,0	48,0	52,0	57,2	42,8	600
D	54,6	45,4	72,3	27,7	33,9	66,1	42,0	58,0	57,6	42,4	21,0	79,0	600
E	18,2	81,8	24,1	75,9	11,3	88,7	14,0	86,0	19,2	80,8	7,0	93,0	600
Z	60,2	39,8	74,8	25,2	30,1	69,9	58,6	41,4	69,3	30,7	48,0	52,0	600

Έτσι, λοιπόν, σε κάθε περίπτωση, ο τρόπος κωδικοποίησης των δεδομένων θα πρέπει να είναι τέτοιος ώστε η άμεση εφαρμογή της ΠΑΑ να οδηγεί σε αποτελέσματα, τα οποία μπορούν να ερμηνευτούν με βάση το κεντρικό εννοιολογικό πλαίσιο της μεθόδου, το οποίο στηρίζεται στη φυσική ερμηνεία των προφίλ, των μαζών και της χ^2 απόστασης μεταξύ των σημείων (Blasius, 1994).

B4.5. Πίνακες με Ανομοιογενή Δεδομένα

Στην περίπτωση που οι ποσοτικές μεταβλητές δεν είναι ομοιογενείς, έχουν για παράδειγμα διαφορετικές μονάδες μέτρησης, τότε μπορούν να κατηγοριοποιηθούν σε κλάσεις ή διαστήματα, το εύρος και τα όρια των οποίων μπορεί να καθοριστεί είτε με βάση λογικά κριτήρια ανά περίπτωση, είτε με στατιστικές μεθόδους (Sieber, Petrini & Greenacre 1998, Le Roux & Rouanet 2004, Παπαδημητρίου 2006, 2004 και 1994). Για παράδειγμα, έστω ότι σε κάποια έρευνα μετράμε πρωτογενώς το ετήσιο οικογενειακό εισόδημα, δηλαδή τα υποκείμενα της έρευνας καλούνται να δηλώσουν το εισόδημά τους σε μια ποσοτική, εν δυνάμει συνεχή, κλίμακα πραγματικών αριθμών. Μια πιθανή κατηγοριοποίηση του εισοδήματος θα μπορούσε να στηρίζεται στην κατασκευή διαστημάτων του τύπου «από-έως» με βάση τη φορολογική κλίμακα εισοδήματος που καθορίζει το Υπουργείο Οικονομικών. Αν δεν υπάρχει ή δεν είναι επιθυμητό να εφαρμοστεί κάποιο τέτοιο λογικό κριτήριο κατηγοριοποίησης θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί ένα από τα παρακάτω στατιστικά κριτήρια:

1. Κατασκευή διαστημάτων του τύπου «από-έως» με όρια των διαστημάτων τα τεταρτημόρια (Q_{25} , Q_{50} και Q_{75}) της κατανομής του εισοδήματος.
2. Κατασκευή διαστημάτων με ίσο περιεχόμενο (%) των διαθέσιμων παρατηρήσεων. Για παράδειγμα, μπορούμε να κατασκευάσουμε τρία διαστήματα που το καθένα να περιλαμβάνει το 33,3% των παρατηρήσεων του εισοδήματος. Αν υποθέσουμε ότι έχουμε 300 μετρήσεις του εισοδήματος, το κάθε ένα από τα τρία διαστήματα να περιλαμβάνει 100 παρατηρήσεις. Σύμφωνα με τον Reynolds (1984), στη διμεταβλητή περίπτωση, η ομοιόμορφη κατανομή των συχνοτήτων στις κλάσεις είναι δυνατό να οδηγήσει σε μεγαλύτερη συσχέτιση μεταξύ των δύο μεταβλητών απ'ότι αν οι περιθώριες συχνότητες παρουσιάζουν άλλης μορφής κατανομή.

3. Κατασκευή διαστημάτων ίσου εύρους. Αν υποθέσουμε ότι το εύρος του εισοδήματος είναι r , τότε μπορούμε να κατασκευάσουμε d διαστήματα με εύρος r/d το καθένα.
4. Κατασκευή δύο διαστημάτων, του τύπου «κάτω από-πάνω από», με βάση κάποια οριακή κρίσιμη τιμή, που να έχει ιδιαίτερη σημασία στο θεωρητικό πλαίσιο στο οποίο θα ερμηνευτούν τα αποτελέσματα της έρευνας.
5. Κατασκευή διαστημάτων με την εφαρμογή μεθόδων που βασίζονται στην «Ασαφή Λογική» (*Fuzzy Logic*) (βλέπε Greenacre 1984, Van Rijckevorsel 1988 και 1987, De Leeuw & Van Rijckevorsel 1988, Martin 1988, SAS Institute 1990, Bouilland & Loslever 1998, Loslever & Bouilland 1999, Verkuilen 2001, Le Roux & Rouanet 2004, Murtagh 2005). Οι μέθοδοι αυτές οδήγησαν στην ανάπτυξη της «Ασαφούς Ανάλυσης των Αντιστοιχιών» (*Fuzzy Correspondence Analysis*) (Van Rijckevorsel, 1987), η οποία βρίσκει εφαρμογές και στην κωδικοποίηση κατηγορικών μεταβλητών με διατεταγμένες κλάσεις καθώς και στην κωδικοποίηση ελλειπουσών τιμών. Όμως, οι τεχνικές αυτές είναι εν γένει πολύπλοκες και απαιτούν, τις περισσότερες φορές, τη χρήση ειδικών λογισμικών. Επίσης, η αποτελεσματικότητά τους εξαρτάται από τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των μεταβλητών, όπως η ύπαρξη σφαλμάτων ή θορύβου στις μετρήσεις, και από τη λειτουργικότητά τους στην ερμηνεία των αποτελεσμάτων (βλέπε Ενότητα 2.4.2). Στην πράξη, οι τέσσερις πρώτες μέθοδοι αποδεικνύονται απλές και λειτουργικές.

Αν οι ποσοτικές μεταβλητές παίρνουν σχετικά λίγες διακεκριμένες τιμές, τότε αυτές μπορούν να θεωρηθούν ότι αντιστοιχούν σε κατηγορίες ονομαστικής κλίμακας και η ΠΑΑ να εφαρμοστεί όπως και στην περίπτωση των κατηγορικών μεταβλητών. Αν το διαθέσιμο σύνολο δεδομένων περιλαμβάνει ποιοτικές και ποσοτικές μεταβλητές, τότε οι ποσοτικές μπορούν να χωριστούν σε κλάσεις και η μέθοδος να εφαρμοστεί σε όλες τις μεταβλητές.

Στο πλαίσιο της Ολλανδικής Σχολής έχουν προταθεί μέθοδοι «Διακριτοποίησης» (*Discretization*) των μεταβλητών με συνεχείς θετικές τιμές (Martin 1988, Gifi 1996, SPSS Inc. 2004a). Η διακριτοποίηση έχει ως στόχο το μετασχηματισμό των αρχικών μετρήσεων των μεταβλητών σε νέες με ακέραιες θετικές και διαδοχικές τιμές. Οι

μέθοδοι αυτές βρίσκουν εφαρμογή όταν το πλήθος των διαφορετικών τιμών των μεταβλητών δεν είναι ιδιαίτερα μεγάλο. Άλλες τεχνικές κωδικοποίησης ποσοτικών μεταβλητών αναφέρονται στους Escofier (1979), Greenacre (1984), Greenacre και Hastie (1987), Van Rijckevorsel και De Leeuw (1988), Le Roux και Rouanet (2004), και Murtagh (2005). Όπως αναφέρθηκε στην Ενότητα 1.4.2, το σύστημα *GIFI* περιλαμβάνει μεθόδους όπου είναι δυνατή η πολυδιάστατη ανάλυση μεταβλητών μικτού τύπου ως προς την κλίμακα μέτρησής τους (ονομαστικές, διάταξης και ποσοτικές). Αυτό επιτυγχάνεται συνδυάζοντας την επιβολή πρόσθετων περιορισμών στις ποσοτικοποιήσεις των τιμών των κατηγοριών και των αντικειμένων, κατά την εφαρμογή του αλγόριθμου ALS, και τη χρήση τμηματικών πολυωνύμων *splines* για την εξομάλυνση των τιμών (Van Rijckevorsel 1988, Winsberg 1988, Besse 1988, Gifi 1996, SPSS Inc. 2004a). Χαρακτηριστικά παραδείγματα αποτελούν οι διαδικασίες της Κατηγορικής ή αλλιώς Μη Γραμμικής Ανάλυσης σε Κύριες Συνιστώσες (Van de Geer 1993α και 1993β, Gifi 1996, Michailidis 1996, Michailidis & De Leeuw 1998) της Κατηγορικής Παλινδρόμησης (Young, De Leeuw & Takane 1976, Van der Kooij & Meulman 1997, SPSS Inc. 2004a, Meulman & Heiser 2004) και της Μη Γραμμικής Κανονικοποιημένης Συσχέτισης (Van der Burg & De Leeuw 1988 και 1983, Van der Burg, De Leeuw & Dijksterhuis 1994), στις οποίες μπορούν να συμμετέχουν ταυτόχρονα ποιοτικές (ονομαστικές, διάταξης) και ποσοτικές μεταβλητές. Το ενδιαφέρον των Ολλανδών ερευνητών έχει στραφεί και στην ανάπτυξη μεθόδων για την ταυτόχρονη ανάλυση πολλών ομάδων μεταβλητών με μικτές κλίμακες μέτρησης. Αποτέλεσμα της προσπάθειάς τους είναι η διαδικασία *OVERALS*, η οποία μπορεί να θεωρηθεί ως μια επέκταση της μεθόδου της Κανονικοποιημένης Συσχέτισης (Hotelling, 1936) σε περισσότερες από δύο ομάδες ποιοτικών και ποσοτικών μεταβλητών. Προς αυτή την κατεύθυνση έχουν κινηθεί και ερευνητές της Γαλλικής Σχολής με την ανάπτυξη της «Πολλαπλής Παραγοντικής Ανάλυσης» (*Multiple Factor Analysis*) (Escofier & Pagès 1998 και 1994, Pagès 2004) και της μεθόδου *STATIS* (Lavit *et al.* 1994, Vivien & Sabatier 2004).

Πληροφοριακά αναφέρουμε ότι, στην περίπτωση κατηγορικών μεταβλητών με διατεταγμένες κατηγορίες, έχουν προταθεί τεχνικές με τις οποίες για την κωδικοποίηση κάθε μεταβλητής χρησιμοποιούνται δύο ή περισσότερες νέες μεταβλητές, οι τιμές των οποίων αποτελούν συνήθως κεντροβαρικές διασπάσεις των αρχικών τιμών (βλέπε SAS Institute 1990, Benzécri 1992, Greenacre 1993α και 1984,

Μπεχράκης 1999, Μοσχίδης & Παπαδημητρίου 2002, Μοσχίδης 2003α, Le Roux & Rounet 2004, Murtagh 2005). Οι διασπάσεις εκφράζονται ως ποσοστά που για κάθε διακεκριμένη τιμή της αντίστοιχης μεταβλητής έχουν άθροισμα τη μονάδα. Βασικό μειονέκτημα των μεθόδων αυτών είναι ότι οδηγούν σε αύξηση του αριθμού των προς ανάλυση μεταβλητών. Για την ανάλυση διατεταγμένων δεδομένων έχουν προταθεί αρκετές προσαρμογές της ΠΑΑ (βλέπε Schriever 1983, Gilula & Ritov 1990, Ritov & Gilula 1993, Fox 1993, Nishisato 1994, 1980 και 1978, Beh 2001, 1998 και 1997, Szczesny 2002, Cuadras 2002, Kuriki 2005) που στηρίζονται στην επιβολή περιορισμών *a priori* διάταξης κατά τον υπολογισμό των συντεταγμένων των αντικειμένων και των ιδιοτήτων τους επί των παραγοντικών αξόνων. Μάλιστα, το SPSS, στη διμεταβλητή εκδοχή της ΠΑΑ, δίνει τη δυνατότητα στους χρήστες να επιλέξουν τις κατηγορίες των μεταβλητών για τις οποίες οι παραγοντικές συντεταγμένες τους θα είναι ίσες.

Γενικά, η κατηγοριοποίηση ποσοτικών μεταβλητών έχει ως αποτέλεσμα την απώλεια πληροφορίας, το μέγεθος της οποίας δεν είναι εύκολο να εκτιμηθεί. Τα αποτελέσματα των αναλύσεων εξαρτώνται από την εκάστοτε κατηγοριοποίηση και στην περίπτωση που το πλήθος των μεταβλητών είναι μεγάλο, τότε η μεροληψία στα συμπεράσματα είναι δεδομένη. Για μια σχετική συζήτηση παραπέμπουμε στους Williams (1950), Cox (1957), Kale (1964), Hamdam (1968), Borkowf (2000) και Taylor και Yu (2002). Ο Παπαδημητρίου (2004) παρατηρεί ότι η διαδικασία κατηγοριοποίησης των ποσοτικών μεταβλητών συχνά εμπεριέχει και το στοιχείο της αυθαιρεσίας. Όταν τα όρια των διαστημάτων δεν επιβάλλονται κλινικά ή βιβλιογραφικά, καλό είναι να γίνονται αρκετές δοκιμές με διαφορετικές κατηγοριοποιήσεις και να συγκρίνονται τα αποτελέσματα. Αν τα αποτελέσματα της ΠΑΑ είναι σταθερά και η ερμηνεία δεν αλλάζει, τότε η επιλογή των ορίων των διαστημάτων δεν έχει ιδιαίτερη σημασία.

Θα πρέπει να τονιστεί ότι σε κάθε περίπτωση το κριτήριο κατηγοριοποίησης των μεταβλητών πρέπει να είναι τέτοιο ώστε οι κλάσεις, οι οποίες θα προκύψουν, να έχουν πρακτική ή κλινική σημαντικότητα και ερμηνευτική λειτουργικότητα στο θεωρητικό πλαίσιο που διέπει την εκάστοτε έρευνα. Σύμφωνα με τους Lebart, Morineau και Warwick (1984), το να “αγνοήσουμε” την ποσοτική φύση των δεδομένων είναι συχνά προς όφελος της κατανόησης και ερμηνείας του υπό εξέταση φαινομένου. Έμπειροι ερευνητές με υψηλή κατάρτιση στο αντικείμενο μελέτης

“γνωρίζουν” το πώς πρέπει να κατηγοριοποιηθεί μια ποσοτική μεταβλητή, αν αυτό είναι αναγκαίο.

B4.6. Πίνακες Αποστάσεων

Η μέθοδος μπορεί να εφαρμοστεί και σε συμμετρικούς πίνακες αποστάσεων (π.χ. ευκλείδειων) μεταξύ αντικειμένων είτε απευθείας είτε μετά από κατάλληλη κεντροποίηση των τιμών των κελιών (Romney, Moore & Brazill, 1998). Για τη δεύτερη περίπτωση, οι Weller και Romney (1990) προτείνουν την ακόλουθη μεθοδολογία:

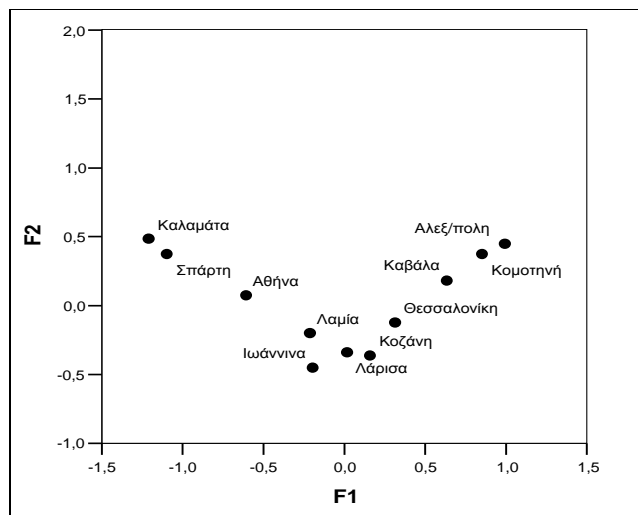
- Αρχικά εντοπίζεται η μεγαλύτερη τιμή M του πίνακα αποστάσεων Δ .
- Στη συνέχεια, δημιουργείται ένας νέος πίνακας Δ^* τα στοιχεία του οποίου προκύπτουν αν τα στοιχεία του αρχικού πίνακα Δ αφαιρεθούν από την ποσότητα $(M+1)$. Με αυτό τον τρόπο ο αρχικός πίνακας αποστάσεων μετασχηματίζεται σε πίνακα “ομοιοτήτων”.
- Τέλος, η ΠΑΑ εφαρμόζεται στο νέο πίνακα Δ^* .

Δεδομένου ότι κάθε πίνακας αποστάσεων μπορεί να μετατραπεί σε πίνακα ομοιοτήτων (Reynolds 1984, Everitt 1993), η παραπάνω διαδικασία είναι ανάλογη με την εφαρμογή της ΠΑΑ στον πίνακα S , με τα τυποποιημένα κατάλοιπα (βλέπε Ενότητα 2.2.5). Αυτό οφείλεται στη θεώρηση ότι τα στοιχεία του S εκφράζουν τις αποστάσεις (αποκλίσεις) από την κατάσταση ανεξαρτησίας. Η διαφορά έγκειται στο ότι ο S είναι εν γένει διαστάσεων $k \times l$, ενώ ο Δ είναι συμμετρικός και, συνεπώς, τετραγωνικός. Η δυνατότητα εφαρμογής της ΠΑΑ σε συμμετρικούς πίνακες αποστάσεων (ή ομοιοτήτων) αποτελεί συνδυαστικό κρίκο με τη μέθοδο της Πολυδιάστατης Κλιμάκωσης (βλέπε Hoffman & De Leeuw, 1992).

Παράδειγμα

Ο Πίνακας B4.6 (πίνακας Δ) περιλαμβάνει τις οδικές αποστάσεις, σε χιλιόμετρα, ένδεκα πόλεων της Ελλάδας. Η μεγαλύτερη τιμή του Δ αντιστοιχεί στην απόσταση Αλεξανδρούπολης–Καλαμάτας ($M=1085$). Αν κάθε στοιχείο του Δ αφαιρεθεί από την ποσότητα $1086=1085+1$ προκύπτει ο πίνακας Δ^* (βλέπε Πίνακα B4.7). Τα στοιχεία του Δ^* εκφράζουν πλέον ομοιότητες μεταξύ των πόλεων και όχι αποστάσεις. Επειδή

κάθε πόλη έχει, προφανώς, τη μεγαλύτερη ομοιότητα (μικρότερη δυνατή απόσταση) με τον εαυτό της τα διαγώνια στοιχεία του πίνακα Δ^* είναι όλα ίσα με 1086. Η τιμή αυτή αντιστοιχεί στη μέγιστη δυνατή ομοιότητα μεταξύ των πόλεων. Τα στοιχεία του Δ^* μπορούν να θεωρηθούν ως “ψευδοσυχνότητες”, με την έννοια ότι δηλώνουν πόσες “μονάδες ομοιότητας” αντιστοιχούν σε κάθε ζεύγος πόλεων. Στο Διάγραμμα Β4.1 (2.7) απεικονίζεται το παραγοντικό επίπεδο 1×2 μετά την εφαρμογή της ΠΑΑ στον πίνακα Δ^* . Ο πρώτος παραγοντικός άξονας, με ιδιοτιμή ίση με 0,174, ερμηνεύει το 90,8% της ολικής αδράνειας ($I=0,192$), ενώ ο δεύτερος, με ιδιοτιμή 0,012, αιτιολογεί το 6%. Έτσι, οι δύο άξονες εξηγούν αθροιστικά το 96,8% της ολικής πληροφορίας. Παρατηρούμε ότι επί του παραγοντικού επιπέδου οι σχετικές θέσεις των πόλεων προβάλλονται ορθά. Η διαφορά στον προσανατολισμό του συστήματος συντεταγμένων του επιπέδου σε σχέση με το γεωγραφικό χάρτη της Ελλάδας είναι αναμενόμενη. Οι δύο άξονες αναδεικνύουν τις κατευθύνσεις της μεταβλητότητας των αποστάσεων στο γεωγραφικό χάρτη. Οι αποστάσεις των ηπειρωτικών ελληνικών πόλεων παρουσιάζουν, εν γένει, μεγαλύτερη διακύμανση στην κατεύθυνση Βοράς-Νότος απ’ ότι στην κατεύθυνση Δύση-Ανατολή. Έτσι, ο πρώτος άξονας εκφράζει την κατακόρυφη μεταβλητότητα των αποστάσεων μεταξύ των πόλεων, στο γεωγραφικό χάρτη, ενώ ο δεύτερος την οριζόντια. Στα ίδια συμπεράσματα καταλήγουμε και με την εφαρμογή της ΠΑΑ στον πίνακα Δ .



Διάγραμμα Β4.1: Το Παραγοντικό Επίπεδο 1×2 . Εφαρμογή της ΠΑΑ στον Δ^*

Πίνακας Β4.6: Πίνακας Αποστάσεων (σε χλμ) Ένδεκα Ελληνικών Πόλεων (Πίνακας Δ)

Πόλεις	Αθήνα	Αλεξ/πολη	Θεσσαλονίκη	Ιωάννινα	Καβάλα	Καλαμάτα	Κοζάνη	Κομοτηνή	Λαμία	Λάρισα	Σπάρτη
Αθήνα	0	850	520	455	685	307	470	785	220	335	255
Αλεξ/πολη	850	0	330	705	170	1085	470	64	630	515	1050
Θεσσαλονίκη	520	330	0	370	165	750	135	270	300	185	720
Ιωάννινα	455	705	370	0	535	520	235	640	270	215	505
Καβάλα	685	170	165	535	0	915	300	104	465	350	885
Καλαμάτα	307	1085	750	520	915	0	705	1020	450	656	155
Κοζάνη	470	470	135	235	300	705	0	405	250	139	670
Κομοτηνή	785	64	270	640	104	1020	405	0	565	455	985
Λαμία	220	630	300	270	465	450	250	565	0	114	420
Λάρισα	335	515	185	215	350	656	139	455	114	0	535
Σπάρτη	255	1050	720	505	885	155	670	985	420	535	0

Πίνακας Β4.7: Πίνακας Ομοιοτήτων των Ένδεκα Ελληνικών Πόλεων (Πίνακας Δ*)

Πόλεις	Αθήνα	Αλεξ/πολη	Θεσσαλονίκη	Ιωάννινα	Καβάλα	Καλαμάτα	Κοζάνη	Κομοτηνή	Λαμία	Λάρισα	Σπάρτη
Αθήνα	1086	236	566	631	401	779	616	301	866	751	831
Αλεξ/πολη	236	1086	756	381	916	1	616	1022	456	571	36
Θεσσαλονίκη	566	756	1086	716	921	336	951	816	786	901	366
Ιωάννινα	631	381	716	1086	551	566	851	446	816	871	581
Καβάλα	401	916	921	551	1086	171	786	982	621	736	201
Καλαμάτα	779	1	336	566	171	1086	381	66	636	430	931
Κοζάνη	616	616	951	851	786	381	1086	681	836	947	416
Κομοτηνή	301	1022	816	446	982	66	681	1086	521	631	101
Λαμία	866	456	786	816	621	636	836	521	1086	972	666
Λάρισα	751	571	901	871	736	430	947	631	972	1086	551
Σπάρτη	831	36	366	581	201	931	416	101	666	551	1086

Παράρτημα Γ

Γ1. Παράδειγμα Ανάλυσης Πινάκων *Burt* μέσω του SPSS

Θα αναλύσουμε τα δεδομένα του Πίνακα Γ1.1, τα οποία αφορούν στις απόψεις, σχετικά με τα ναρκωτικά, ενός δείγματος 50 σπουδαστών του Τμήματος Μάρκετινγκ του Τ.Ε.Ι. Θεσσαλονίκης. Τα δεδομένα προέρχονται από τον Καραπιστόλη (1999, σσ. 104-105). Το ερωτηματολόγιο με βάση το οποίο συγκεντρώθηκαν τα δεδομένα δίνεται στον Πίνακα Γ1.2. Στον Πίνακα Γ1.3 παρουσιάζεται η κωδικογράφιση του αρχείου δεδομένων.

Βήμα 1. Εισαγωγή των Δεδομένων στο SPSS

Πρώτα εισάγουμε τα δεδομένα με τη μορφή του Πίνακα Γ1.1 και, στη συνέχεια, δημιουργούμε 17 νέες μεταβλητές, όσες δηλαδή και το πλήθος των διαφορετικών απαντήσεων που δόθηκαν στις 6 ερωτήσεις, με λογική κωδικοποίηση (βλέπε Πίνακα Γ1.4). Ο Πίνακας Γ1.3 παρουσιάζει την κωδικογράφιση των μεταβλητών, οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν στον πίνακα 0-1 και στον πίνακα *Burt*. Έτσι, το αρχείο δεδομένων θα περιέχει τις μεταβλητές “age” έως και “sex” και τις μεταβλητές “age1” έως και “sex2”. Η δημιουργία των νέων μεταβλητών με λογική κωδικοποίηση μπορεί να γίνει με πολλούς τρόπους, όπως, για παράδειγμα, με τη χρήση των εντολών *Compute* και *Recode* του SPSS (βλέπε SPSS Inc., 2002α). Δίνουμε, στη συνέχεια, ένα παράδειγμα για τη δημιουργία της μεταβλητής “age2” από τη μεταβλητή “age” μέσω της διαδικασίας *Recode*. Στα επόμενα, με έντονους χαρακτήρες (*bold*) γράφονται τα μενού, οι εντολές και τα ονόματα περιοχών και επιλογών των πλαισίων διαλόγου του SPSS.

Από το μενού **Transform** επιλέγουμε διαδοχικά **Recode** και, στη συνέχεια, από το αντίστοιχο υπομενού, **Into Different Variables**. Εμφανίζεται το πλαίσιο διαλόγου **Recode Into Different Variables**. Στο πεδίο της περιοχής **Input Variable→Output Variable** εισάγουμε τη μεταβλητή “age”, στο πεδίο της περιοχής **Output Variable** πληκτρολογούμε το τυπικό όνομα “age2” και πατάμε στο **Change**. Στη συνέχεια, πατάμε στο **Old and New Values** και εμφανίζεται το πλαίσιο διαλόγου **Recode Into Different Variables: Old and New Values**. Στην περιοχή **Old Value** επιλέγουμε

⊙**Value** και στο αντίστοιχο πεδίο πληκτρολογούμε τον αριθμό 2. Στην περιοχή **New Value** επιλέγουμε ⊙**Value** και στο αντίστοιχο πεδίο πληκτρολογούμε τον αριθμό 1. Πατάμε στο **Add**. Ακολούθως, από την περιοχή **Old Value** επιλέγουμε ⊙**All other Values**, από την περιοχή **New Value** επιλέγουμε ⊙**Value** και στο αντίστοιχο πεδίο πληκτρολογούμε τον αριθμό 0. Πατάμε στο **Add** και, στη συνέχεια, πατάμε στο **Continue**. Επανέρχεται το πλαίσιο διαλόγου **Recode Into Different Variables** και πατάμε στο **OK**. Με αυτόν τον τρόπο θα δημιουργηθεί η μεταβλητή “age2”, η οποία θα πάρει την τιμή 1 σε περίπτωση που έχει επιλεγεί η απάντηση 2 (δηλαδή "από 16-19") ή την τιμή 0 σε περίπτωση που έχει επιλεγεί οποιαδήποτε άλλη απάντηση.

Ένας άλλος τρόπος για να μετασχηματίσουμε τις αρχικές μεταβλητές σε νέες με λογική κωδικοποίηση είναι να χρησιμοποιήσουμε τις εντολές διαχείρισης πινάκων του SPSS (βλέπε Norusis 1992β, Levesque 2005). Με ενεργό το αρχείο δεδομένων, καλούμε τον *Syntax Editor* του SPSS, όπου θα πρέπει να πληκτρολογήσουμε και να εκτελέσουμε τον παρακάτω κώδικα:

```
MATRIX.  
GET MTRX /VARIABLES= age, prb, atm, sta, xrh, sex.  
COMPUTE M = DESIGN(MTRX).  
SAVE M /OUTFILE = MATRIXD.SAV.  
END MATRIX.
```

Η εντολή **GET** δημιουργεί έναν 50×6 πίνακα με το τυπικό όνομα **MTRX**, ο οποίος περιέχει τα δεδομένα του ενεργού αρχείου δεδομένων. Πιο συγκεκριμένα, οι γραμμές του πίνακα αντιστοιχούν στα 50 υποκείμενα του δείγματος και οι γραμμές στις 6 μεταβλητές “age”, “prb”, “atm”, “sta”, “xrh” και “sex”. Η εντολή **COMPUTE** και η συνάρτηση **DESIG** δημιουργούν και υπολογίζουν τον πίνακα σχεδιασμού (*design matrix*) **M**, ο οποίος έχει 50 γραμμές και τόσες στήλες όσες είναι και οι διακεκριμένες τιμές των 6 μεταβλητών (στην περίπτωση μας 17) με τη σειρά που εμφανίζονται στο αρχείο δεδομένων. Στο σημείο αυτό χρειάζεται προσοχή διότι αν ο πίνακας **MTRX** είναι, για παράδειγμα, ο παρακάτω:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 1 & 6 & 5 \\ 2 & 3 & 7 \end{bmatrix},$$

τότε ο πίνακας **M** θα είναι ο εξής:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Οι 2 πρώτες στήλες του πίνακα **M** αντιστοιχούν στις διακεκριμένες τιμές 1 και 2 της πρώτης στήλης του πίνακα **MTRX**, η τρίτη, τέταρτη και πέμπτη στήλη του πίνακα **M** αντιστοιχούν στις διακεκριμένες τιμές 2, 6 και 3 της δεύτερης στήλης του πίνακα **MTRX** και η έκτη και έβδομη στήλη του πίνακα **M** αντιστοιχούν στις διακεκριμένες τιμές 7 και 5 της τρίτης στήλης του πίνακα **MTRX**. Επομένως, το υποπρόγραμμα **MATRIX** θα πρέπει να εφαρμοστεί για κάθε μεταβλητή ξεχωριστά, αφού, μάλιστα, προηγηθεί και αύξουσα ταξινόμηση στις τιμές της. Η εντολή **SAVE** αποθηκεύει μόνο τον εκάστοτε πίνακα σχεδίασης **M** στο αρχείο “matrix.sav”. Στη συνέχεια, μπορούμε να ενώσουμε τα επιμέρους αρχεία δεδομένων με το αρχικό.

Δύο πιο αποτελεσματικοί τρόποι για τη δημιουργία της λογικής κωδικοποίησης 0-1 μιας μεταβλητής είναι οι εξής:

Πρώτος Τρόπος: Παράδειγμα εφαρμογής για τη μεταβλητή “prb”.

Με ενεργό το αρχείο δεδομένων, εκτελούμε στον *Syntax Editor* τις εντολές:

```
COMPUTE prb1=(prb=1).  
COMPUTE prb2=(prb=2).  
COMPUTE prb3=(prb=3).  
COMPUTE prb4=(prb=4).
```

Μετά την εκτέλεση των παραπάνω εντολών θα πρέπει από το μενού **Transform** του *Data Editor* να εκτελέσουμε την εντολή **Run Pending Transforms**, ώστε στο ενεργό αρχείο δεδομένων να δημιουργηθούν οι τέσσερις νέες μεταβλητές (“prb1”, “prb2”, “prb3” και “prb4”) με λογική κωδικοποίηση.

Δεύτερος Τρόπος: Παράδειγμα εφαρμογής για τη μεταβλητή “atm”.

Με ενεργό το αρχείο δεδομένων, εκτελούμε τον κώδικα:

```
DO REPEAT A=atm1 atm2 atm3 /B=1 2 3.  
    COMPUTE A=(atm=B).  
END REPEAT.
```

Μετά την εκτέλεση του παραπάνω βρόγχου θα πρέπει, και σε αυτή την περίπτωση, να εκτελέσουμε την εντολή **Run Pending Transforms** για να δημιουργηθούν οι τρεις νέες μεταβλητές (“atm1”, “atm2” και “atm3”) με τιμές 0 ή 1.

Για περισσότερες πληροφορίες σχετικά με τη σύνταξη και τις δυνατότητες της γλώσσας προγραμματισμού που υποστηρίζει το SPSS παραπέμπουμε στους Norusis (1992β), SPSS Inc. (2002α) και Levesque (2005).

Βήμα 2. Δημιουργία του Πίνακα *Burt*

Από το μενού **Analyze** επιλέγουμε διαδοχικά **Tables** και από το αντίστοιχο υπομενού, **Multiple Response Tables**. Εμφανίζεται το πλαίσιο διαλόγου **Multiple Response Tables**. Πατάμε στο **Define Sets**. Εμφανίζεται το πλαίσιο διαλόγου **Multiple Response Tables: Define Multiple Response Sets**. Στην περιοχή **Variables in Set** εισάγουμε με τη σειρά τις μεταβλητές “age1”, “age2”, “age3”, “prb1”, “prb2”, “prb3”, “prb4”, “atm1”, “atm2”, “atm3”, “sta1”, “sta2”, “xrh1”, “xrh2”, “xrh3”, “sex1” και “sex2”. Από την περιοχή **Variables Are Coded As** επιλέγουμε **Dichotomies Counted value** και στο αντίστοιχο πεδίο πληκτρολογούμε τον αριθμό 1. Στο αντίστοιχο πεδίο της περιοχής **Name** πληκτρολογούμε ένα τυπικό όνομα για το *set* μεταβλητών, για παράδειγμα *burt*. Πατάμε στο **Add**, ώστε το όνομα της ομάδας μεταβλητών με το τυπικό όνομα *burt* να εισαχθεί στην περιοχή **Multiple Response Sets**. Στη συνέχεια, πατάμε στο **Save** και επανέρχεται το πλαίσιο διαλόγου **Multiple Response Tables**. Παρατηρούμε ότι στην περιοχή **Multiple Response Sets** εμφανίζεται το όνομα της ομάδας μεταβλητών *burt*. Εισάγουμε την ομάδα *burt* στην περιοχή **Rows**: και στην περιοχή **Columns**: εισάγουμε με τη σειρά τις μεταβλητές “age”, “prb”, “atm”, “sta”, “xrh” και “sex”. Από την περιοχή **Nesting** αποεπιλέγουμε την επιλογή **Columns**. Κατόπιν πατάμε στο **Statistics**. Εμφανίζεται το πλαίσιο διαλόγου **Multiple Response Tables: Statistics**. Από την περιοχή **Statistics** φροντίζουμε, ώστε να είναι ενεργή μόνο η επιλογή **Counts**. Πατάμε στο **Continue** και επανέρχεται το πλαίσιο διαλόγου **Multiple Response Tables**. Πατάμε στο **Format** και εμφανίζεται το πλαίσιο διαλόγου **Multiple Response Tables: Format**. Από την περιοχή **Empty Cells Appearance** επιλέγουμε **Zero** και πατάμε στο **Continue**. Από το πλαίσιο διαλόγου **Multiple Response Tables** πατάμε στο **OK**.

Για οικονομία χρόνου, οι ενέργειες της προηγούμενης παραγράφου μπορούν να αντικατασταθούν με τον κώδικα (βλέπε SPSS Inc., 2002β):

TABLES

```
/FORMAT ZERO MISSING('') /MDGROUP $burt age1 age2 age3 prb1 prb2  
prb3 prb4 atm1 atm2 atm3 sta1 sta2 xrh1 xrh2 xrh3 sex1 sex2 ( 1 )  
/GBASE=CASES  
/TABLE=$burt BY age +prb +atm +sta +xrh +sex.
```

Στο παράθυρο αποτελεσμάτων του SPSS (*Viewer*) εμφανίζεται ένας πίνακας διπλής εισόδου, ο οποίος δεν είναι παρά είναι ο γενικευμένος πίνακας συμπτώσεων *Burt* των 17 μεταβλητών (βλέπε Πίνακα Γ1.6). Ο πίνακας αυτός θα χρησιμοποιηθεί ως είσοδος σε ένα νέο αρχείο δεδομένων τα οποία θα αναλύσουμε με τη διαδικασία *Correspondence Analysis*.

Θα πρέπει να τονιστεί ότι η διαδικασία που προτείνουμε αποτελεί ένα έξυπνο “τέχνασμα” για τη δημιουργία του πίνακα *Burt*. Θεωρούμε τον λογικό πίνακα ως πίνακα πολλαπλών απαντήσεων (*multiple response table*) (βλέπε Coakes & Steed, 1999), όπου οι απαντήσεις για τις οποίες υπολογίζεται η συχνότητά τους είναι αυτές που έχουν δηλωθεί με τον κωδικό 1.

Βήμα 3. Εισαγωγή του Πίνακα *Burt* στο SPSS

Πρώτη Μέθοδος

Με ανοιχτό ένα κενό φύλλο δεδομένων στον *Data Editor* ενεργοποιούμε τον *Syntax Editor* και πληκτρολογούμε το παρακάτω πρόγραμμα (Norusis, 1992β):

```
INPUT PROGRAM.  
LOOP #J = 1 TO 17.  
    LOOP #G = 1 TO 17.  
        COMPUTE COLUMN = #J.  
        COMPUTE ROW = #G.  
        END CASE.  
    END LOOP.  
END LOOP.  
END FILE.  
END INPUT PROGRAM.  
EXECUTE.
```

Μετά την εκτέλεση του παραπάνω προγράμματος στο ενεργό φύλλο δεδομένων δημιουργούνται $17 \times 17 = 289$ γραμμές δεδομένων και δύο στήλες-μεταβλητές με τα τυπικά ονόματα “column” και “row”, οι οποίες περιέχουν τις τιμές από 1 έως 17. Η τιμή 1 της στήλης “column” είναι διασταυρωμένη με τις 17 τιμές της στήλης “row”, η τιμή 2 της στήλης “column” είναι διασταυρωμένη με τις 17 τιμές της στήλης “row” κ.ο.κ. Οι 17 τιμές των μεταβλητών “column” και “row” αντιστοιχούν στις 17 μεταβλητές του πίνακα *Burt*. Στη συνέχεια, με την τεχνική **Αντιγραφή και Επικόλληση** (*Copy & Paste*) μπορούμε να εισάγουμε τις στήλες του πίνακα *Burt*, ο οποίος υπολογίστηκε στο δεύτερο βήμα, στο νέο αρχείο δεδομένων. Η εισαγωγή των στοιχείων των στηλών του πίνακα *Burt* γίνεται κατακόρυφα σε μια νέα στήλη με το τυπικό όνομα, έστω, “freq”. Ο Πίνακας Γ1.7 παρουσιάζει τη μορφή του νέου αρχείου δεδομένων για τις δύο πρώτες στήλες του *Burt*. Στη συνέχεια, από το μενού **Data** επιλέγουμε **Weight Cases**. Εμφανίζεται το πλαίσιο διαλόγου **Weight Cases**. Επιλέγουμε **☑Weight cases by** και στο πεδίο **Frequency Variable** εισάγουμε τη μεταβλητή “freq”. Πατάμε στο **OK**. Με τη διαδικασία αυτή κάθε γραμμή του αρχείου δεδομένων σταθμίζεται με βάρος ίσο με την αντίστοιχη τιμή της μεταβλητής “freq” (SPSS Inc. 1998α, Clausen 1998).

Δεύτερη Μέθοδος

Ο πίνακας *Burt* μπορεί να εισαχθεί στο SPSS σε “κατακόρυφη” μορφή, όπως και στην πρώτη μέθοδο, κάνοντας χρήση των εντολών αναδόμησης των αρχείων δεδομένων. Ειδικότερα:

- Αντιγράφουμε τον πίνακα *Burt*, που υπολογίστηκε στο δεύτερο βήμα, σε ένα κενό φύλλο δεδομένων. Ορίζουμε τις μεταβλητές (στήλες) του πίνακα με τα τυπικά ονόματα, έστω, “b1” έως “b17” και δημιουργούμε μια νέα μεταβλητή με το τυπικό όνομα “id” με τιμές 1-17, οι οποίες αντιστοιχούν στις 17 γραμμές του πίνακα *Burt*.
- Στον *Syntax Editor* εισάγουμε και εκτελούμε τον κώδικα που ακολουθεί:

```
VARSTOCASES /MAKE freq FROM b1 b2 b3 b4 b5 b6 b7 b8 b9 b10 b11 b12
b13 b14 b15 b16 b17
/INDEX = Index1(17)
/KEEP = id
/NULL = KEEP.
```

Μετά την εκτέλεση των παραπάνω εντολών δημιουργείται ένα νέο αρχείο δεδομένων με μορφή ίδια με αυτή της πρώτης μεθόδου. Οι δύο πρώτες στήλες του αρχείου έχουν τα τυπικά ονόματα “id” και “index1”, τα οποία μπορούμε να αλλάξουμε σε “row” και “column” αντίστοιχα.

- Τέλος, και σε αυτή την περίπτωση, θα πρέπει να αποδώσουμε βάρη στις γραμμές του πίνακα μέσω της διαδικασίας **Weight Cases**, όπως και στην πρώτη μέθοδο.

Βήμα 4. Εφαρμογή της Διαδικασίας Ανάλυσης των Αντιστοιχιών

Στο προηγούμενο βήμα ο πίνακας *Burt* έχει εισαχθεί σε μορφή ενός 17×17 απλού πίνακα συμπτώσεων απολύτων συχνοτήτων και επί αυτού θα εφαρμόσουμε την διαδικασία *Correspondence Analysis*.

Από το μενού **Analyze** επιλέγουμε διαδοχικά **Data Reduction** και από το αντίστοιχο υπομενού, **Correspondence Analysis**. Εμφανίζεται το πλαίσιο διαλόγου **Correspondence Analysis**. Στο πεδίο της περιοχής **Row** εισάγουμε τη μεταβλητή “row” και πατάμε στο **Define Range**. Εμφανίζεται το πλαίσιο διαλόγου **Correspondence Analysis: Define Row Range**. Στα πεδία των περιοχών **Minimum value** και **Maximum value** δίνουμε αντίστοιχα τις τιμές 1 και 17. Πατάμε στο **Update**. Στην περιοχή **Category Constraints** πρέπει να είναι επιλεγμένο το **None**. Πατάμε στο **Continue**. Επανερχεται το πλαίσιο διαλόγου **Correspondence Analysis**. Στο πεδίο της περιοχής **Column** εισάγουμε τη μεταβλητή “column” και πατάμε στο **Define Range**. Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία όπως στην περίπτωση της μεταβλητής “row”. Από το πλαίσιο διαλόγου **Correspondence Analysis** πατάμε στο **Model**. Εμφανίζεται το πλαίσιο διαλόγου **Correspondence Analysis: Model**. Στο πεδίο της περιοχής **Dimensions in solution** αφήνουμε την τρέχουσα τιμή που είναι το 2. Αργότερα, και ανάλογα με τα αποτελέσματα, μπορούμε να ξανατρέξουμε την ανάλυση εισάγοντας διαφορετική τιμή στο πεδίο αυτό, ώστε η διαδικασία να δώσει λύση με 3 ή περισσότερους παραγοντικούς άξονες. Στη περιοχή **Distance Measure** πρέπει να είναι επιλεγμένο το **Chi square**. Στην περιοχή **Standardization Method** ισχύει η τρέχουσα επιλογή **Row and column means are removed**. Στην περιοχή **Normalization Method** επιλέγουμε το **Row principal**. Πατάμε στο **Continue**. Από το πλαίσιο διαλόγου **Correspondence Analysis** πατάμε στο **Statistics**. Εμφανίζεται το πλαίσιο διαλόγου **Correspondence Analysis: Statistics**. Επιλέγουμε

μόνο το **Correspondence Table** και το **Overview of row points**. Πατάμε στο **Continue**. Επανερχεται το πλαίσιο διαλόγου **Correspondence Analysis**. Πατάμε στο **Plots**. Εμφανίζεται το πλαίσιο διαλόγου **Correspondence Analysis: Plots**. Από την περιοχή **Scatterplots** αποεπιλέγουμε το **Biplot** και επιλέγουμε μόνο το **Row points**. Πατάμε στο **Continue** και, στη συνέχεια, πατάμε στο **OK**. Αν θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε τον *Syntax Editor* του SPSS, τότε θα πρέπει να εκτελέσουμε τις εξής εντολές (βλέπε SPSS Inc. 1998α, Meulman & Heiser 2004 και 2001):

CORRESPONDENCE

```
TABLE = row(1 17) BY column(1 17)
/DIMENSIONS = 2
/MEASURE = CHISQ
/STANDARDIZE = RCMEAN
/NORMALIZATION = RPRINCIPAL (ή CPRINCIPAL ή PRINCIPAL)
/PRINT = TABLE RPOINTS (ή CPOINTS)
/PLOT = NDIM(1,MAX) RPOINTS(20) (ή CPOINTS(20))
/OUTFILE = SCORE (scorecores.sav).
```

Η τελευταία οδηγία έχει ως αποτέλεσμα την αποθήκευση των συντεταγμένων των προβολών των 17 μεταβλητών πάνω στους δύο πρώτους παραγοντικούς άξονες στο αρχείο δεδομένων “scorecores.sav”. Αυτό είναι ιδιαίτερα χρήσιμο για τη χρήση των παραγοντικών συντεταγμένων σε επιπλέον αναλύσεις.

Λόγω της συμμετρίας του πίνακα *Burt* τα αποτελέσματα που μας ενδιαφέρουν είναι αυτά που αντιστοιχούν είτε στις γραμμές του πίνακα με κανονικοποίηση *RPN* είτε στις στήλες με κανονικοποίηση *CPN*. Τα ίδια αποτελέσματα παράγονται και με την εφαρμογή της Κύριας Κανονικοποίησης *PN*, η οποία, όπως δείξαμε στην Ενότητα 2.2.14.1, είναι η κανονικοποίηση που χρησιμοποιείται στη Γαλλική Σχολή.

Αποτελέσματα

Μετά την εκτέλεση της διαδικασίας στο παράθυρο αποτελεσμάτων του SPSS εμφανίζεται πρώτα ένας πίνακας διπλής εισόδου με τίτλο *Correspondence Table* (Πίνακας Αντιστοιχιών), ο οποίος είναι ο πίνακας *Burt*. Στη συνέχεια εμφανίζονται τα αποτελέσματα του Πίνακα Γ1.8, του Πίνακα Γ1.9 και του Διαγράμματος Γ1.1. Ο Πίνακας Γ1.10 παρουσιάζει τους βασικούς δείκτες που χρησιμοποιούνται στη διαδικασία *Correspondence Analysis* του SPSS (Weller και Romney 1990, Van de

Geer 1993β, SPSS Inc. 1998α και 1997, Clausen 1998, Meulman & Heiser 2004 και 2001) σε αντιστοιχία με τους δείκτες και τη συνήθη ορολογία που χρησιμοποιούνται κατά την εφαρμογή της ΠΑΑ (Αθανασιάδης 1995, Καραπιστόλης 1999, Μαυρομάτης 1999, Μπεχράκης 1999, Παπαδημητρίου 2006, 2004 και 1994).

Πίνακας Γ1.1: Οι Κωδικοποιημένες Απαντήσεις των 50 Ερωτηματολογίων

SN	AGE	PRB	ATM	STA	XRH	SEX
1	3	4	2	1	3	2
2	2	3	1	1	1	2
3	1	1	1	2	3	2
4	2	2	2	2	1	1
5	2	4	2	1	1	1
6	2	3	1	1	3	2
7	2	2	2	2	1	2
8	1	1	1	1	1	2
9	1	4	2	2	1	2
10	1	2	3	2	1	1
11	2	4	2	2	3	2
12	1	3	1	1	1	1
13	2	3	2	2	1	1
14	2	3	2	2	2	1
15	2	4	3	1	1	1
16	2	3	1	2	2	1
17	2	2	1	2	3	1
18	2	1	2	2	2	2
19	2	4	2	2	2	2
20	2	2	2	2	1	1
21	2	1	2	1	1	1
22	1	1	3	1	1	2
23	2	2	1	2	2	1
24	2	1	3	1	1	2
25	2	2	2	1	3	2
26	1	3	2	2	1	1
27	1	2	1	1	1	2
28	1	3	1	2	1	2
29	1	3	3	2	1	2
30	1	4	2	2	3	1
31	2	3	2	1	1	2
32	2	3	2	1	3	1
33	2	2	1	2	1	1
34	1	4	2	1	1	1
35	2	3	1	2	2	1
36	1	1	3	1	1	2
37	2	1	2	2	3	2
38	2	4	2	1	3	2
39	2	3	2	1	1	2
40	1	3	1	1	2	2
41	2	3	3	2	3	2
42	2	3	1	1	1	2
43	2	2	1	1	1	2
44	2	1	3	2	3	2
45	2	1	2	1	2	2
46	2	1	3	2	1	2
47	2	4	1	1	2	2
48	1	2	2	1	1	2
49	2	1	3	2	1	2
50	1	4	2	1	2	1

Πίνακας Γ1.2: Το Ερωτηματολόγιο της Έρευνας

1. Ποια πιστεύετε ότι είναι η πιο επικίνδυνη ηλικία για να πάρει κανείς ναρκωτικά;
- 1) από 12-15
 - 2) από 16-19
 - 3) από 20 και άνω
2. Ποιος νομίζετε πως είναι ο κυριότερος λόγος που οδηγεί στη χρήση ναρκωτικών;
- 1) Οικογενειακά προβλήματα
 - 2) Ψυχολογικά προβλήματα
 - 3) Περιέργεια
 - 4) Περιβάλλον
3. Από ποιον πιστεύετε ότι γίνεται η διακίνηση των ναρκωτικών;
- 1) Άτομα υπεράνω υποψίας
 - 2) Υπόκοσμο
 - 3) Χρήστες
4. Ποια θεωρείτε ότι είναι η στάση των αρμοδίων στο θέμα της εμπορίας ναρκωτικών;
- 1) Αυστηρή
 - 2) Ελαστική
 - 3) Ανύπαρκτη
5. Πιστεύετε ότι αν αφεθεί ελεύθερη η χρήση ορισμένων ναρκωτικών θα αυξηθεί ή θα περιοριστεί η διάδοσή του;
- 1) Θα αυξηθεί
 - 2) Θα μειωθεί
 - 3) Δεν έχω γνώμη
6. Φύλο
- 1) Άνδρας
 - 2) Γυναίκα

Παρατήρηση: Από τα υποκείμενα της έρευνας ζητήθηκε να δώσουν μία μόνο απάντηση στις ερωτήσεις 2 και 3.

Πηγή: Καραπιστόλης (1999, σσ. 102-103).

Πίνακας Γ1.5: Κωδικογράφηση των Μεταβλητών

Τυπικό όνομα μεταβλητής	Απάντηση	Κωδικοί <i>Burt</i>	Τυπικό όνομα μεταβλητής	Απάντηση	Κωδικοί <i>Burt</i>
age1	από 12-15	b1	atm3	Χρήστες	b10
age2	από 16-19	b2	sta1	Αυστηρή	b11
age3	από 20 και άνω	b3	sta2	Ελαστική	b12
prb1	Οικογενειακά προβλήματα	b4	xrh1	Θα αυξηθεί	b13
prb2	Ψυχολογικά προβλήματα	b5	xrh2	Θα μειωθεί	b14
prb3	Περιέργεια	b6	xrh3	Δεν έχω γνώμη	b15
prb4	Περιβάλλον	b7	sex1	Άνδρας	b16
atm1	Άτομα υπεράνω υποψίας	b8	sex2	Γυναίκα	b17
atm2	Υπόκοσμο	b9			

Παρατήρηση: Στην ερώτηση 4, η απάντηση (3): “Ανύπαρκτη”, δεν δόθηκε από κανένα υποκείμενο, οπότε στην ερώτηση αυτή αντιστοιχούν 2 μόνο μεταβλητές με λογική κωδικοποίηση (“xrh1” και “xrh2”).

Πίνακας Γ1.6: Ο Πίνακας *Burt*

	b1	b2	b3	b4	b5	b6	b7	b8	b9	b10	b11	b12	b13	b14	b15	b16	b17
b1	16	0	0	4	3	5	4	6	6	4	9	7	12	2	2	6	10
b2	0	33	0	8	8	11	6	10	17	6	15	18	16	8	9	13	20
b3	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1
b4	4	8	0	12	0	0	0	2	4	6	6	6	7	2	3	1	11
b5	3	8	0	0	11	0	0	5	5	1	4	7	8	1	2	6	5
b6	5	11	0	0	0	16	0	8	6	2	8	8	9	4	3	7	9
b7	4	6	1	0	0	0	11	1	9	1	7	4	4	3	4	5	6
b8	6	10	0	2	5	8	1	16	0	0	9	7	8	5	3	6	10
b9	6	17	1	4	5	6	9	0	24	0	12	12	12	5	7	11	13
b10	4	6	0	6	1	2	1	0	0	10	4	6	8	0	2	2	8
b11	9	15	1	6	4	8	7	9	12	4	25	0	16	4	5	7	18
b12	7	18	0	6	7	8	4	7	12	6	0	25	12	6	7	12	13
b13	12	16	0	7	8	9	4	8	12	8	16	12	28	0	0	11	17
b14	2	8	0	2	1	4	3	5	5	0	4	6	0	10	0	5	5
b15	2	9	1	3	2	3	4	3	7	2	5	7	0	0	12	3	9
b16	6	13	0	1	6	7	5	6	11	2	7	12	11	5	3	19	0
b17	10	20	1	11	5	9	6	10	13	8	18	13	17	5	9	0	31

Πίνακας Γ1.7: Εισαγωγή του Πίνακα *Burt* στο SPSS (δύο πρώτες στήλες)

column	row	freq
1	1	16
2	1	0
3	1	0
4	1	4
5	1	3
6	1	5
7	1	4
8	1	6
9	1	6
10	1	4
11	1	9
12	1	7
13	1	12
14	1	2
15	1	2
16	1	6
17	1	10
1	2	0
2	2	33
3	2	0
4	2	8
5	2	8
6	2	11
7	2	6
8	2	10
9	2	17
10	2	6
11	2	15
12	2	18
13	2	16
14	2	8
15	2	9
16	2	13
17	2	20

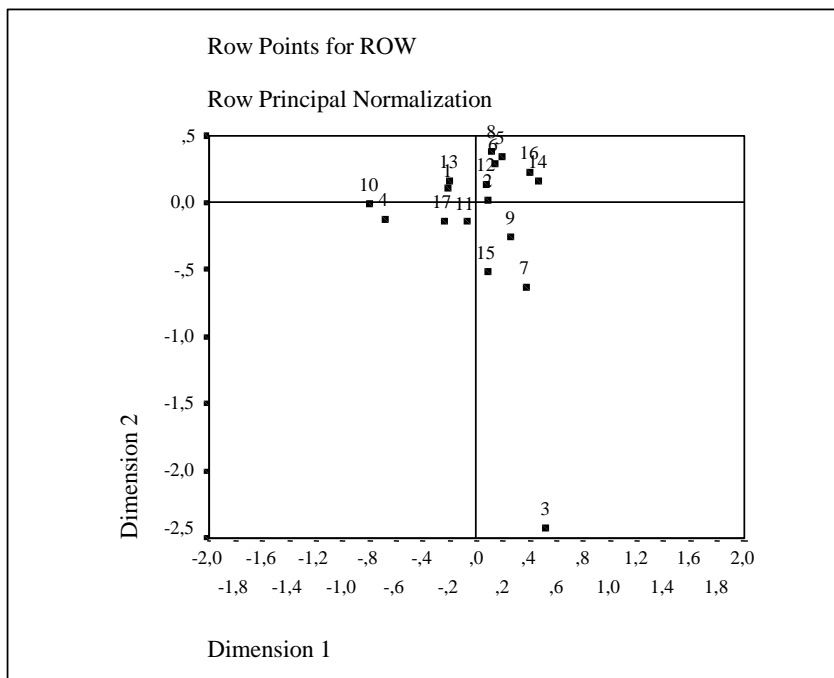
Πίνακας Γ1.8: Αποτελέσματα της Διαδικασίας *Correspondence Analysis*

Dimension	Singular Value	Inertia	Chi Square	Sig.	Proportion of Inertia		Confidence Singular Value	
					Accounted for	Cumulative	Standard Deviation	Correlation 2
1	,293	,086			,234	,234	,024	,100
2	,282	,080			,218	,453	,036	
3	,220	,049			,133	,586		
4	,208	,043			,119	,704		
5	,178	,032			,087	,791		
6	,150	,022			,061	,852		
7	,141	,020			,054	,906		
8	,115	,013			,036	,943		
9	,099	,010			,027	,970		
10	,086	,007			,020	,990		
11	,060	,004			,010	1,000		
Total		,365	657,865	,000 ^a	1,000	1,000		

Πίνακας Γ1.9: Ποιότητα Προβολής και Συνεισφορά των Μεταβλητών

ROW	Mass	Contribution								
		Score in Dimension			Of Point to Inertia of Dimension		Of Dimension to Inertia of Point			Total
		1	2	Inertia	1	2	1	2		
1	,053	-,211	,104	,021	,028	,007	,114	,028	,142	
2	,110	,087	,023	,010	,010	,001	,080	,006	,085	
3	,003	,516	-2,418	,032	,010	,244	,027	,601	,628	
4	,040	-,684	-,126	,028	,219	,008	,679	,023	,702	
5	,037	,184	,348	,025	,014	,056	,051	,181	,232	
6	,053	,134	,289	,021	,011	,056	,046	,214	,261	
7	,037	,367	-,631	,028	,058	,183	,178	,527	,705	
8	,053	,111	,384	,023	,008	,099	,029	,346	,375	
9	,080	,259	-,256	,018	,063	,066	,306	,298	,604	
10	,033	-,800	-,001	,029	,249	,000	,732	,000	,732	
11	,083	-,077	-,142	,016	,006	,021	,031	,105	,136	
12	,083	,077	,142	,016	,006	,021	,031	,105	,136	
13	,093	-,201	,162	,015	,044	,031	,251	,163	,414	
14	,033	,463	,160	,026	,083	,011	,278	,033	,312	
15	,040	,084	-,512	,025	,003	,132	,011	,427	,439	
16	,063	,397	,227	,022	,117	,041	,465	,152	,617	
17	,103	-,244	-,139	,013	,072	,025	,465	,152	,617	
Active	1,000			,365	1,000	1,000				
Total										

^a Row Principal normalization



Διάγραμμα Γ1.1: Το Παραγοντικό Επίπεδο 1x2

Πίνακας Γ1.10: Δείκτες και Ορολογία της ΠΑΑ

Δείκτες του SPSS	Δείκτες και Ορολογία της ΠΑΑ
<u>Στον Πίνακα Γ1.8</u>	
Dimension	Παραγοντικός άξονας ή παράγοντας ή διάσταση.
Inertia	Αδράνεια ή διασπορά ή γενικευμένη διασπορά.
Total Inertia	Ολική αδράνεια του νέφους των σημείων, συνολική διασπορά ή συνολική γενικευμένη διασπορά.
Proportion of Inertia: Accounted for	Ποσοστό της συνολικής αδράνειας ή διασποράς που ερμηνεύει ο κάθε παραγοντικός άξονας.
Proportion of Inertia: Cumulative	Αθροιστικό ποσοστό της συνολικής αδράνειας ή διασποράς που ερμηνεύουν οι s πρώτοι παραγοντικοί άξονες. Στο παράδειγμα $s=2$.
<u>Στον Πίνακα Γ1.9</u>	
Row	Τα σημεία-γραμμές του πίνακα <i>Burt</i> .
Mass	Μάζα ή βάρος. Είναι οι περιθώριες σχετικές συχνότητες των γραμμών του πίνακα <i>Burt</i> .
Score in Dimension	Οι κύριες συντεταγμένες F_a των προβολών των σημείων γραμμών πάνω στους δύο πρώτους παραγοντικούς άξονες.
Contribution: Of Point to Inertia of Dimension	Ο δείκτης <i>CTR</i> που εκφράζει τη συνεισφορά ή συμβολή ενός σημείου στην κατασκευή των παραγοντικών αξόνων.
Contribution: Of Dimension Point to Inertia of Point	Ο δείκτης <i>COR</i> ή <i>COS2</i> ή CO^2 που εκφράζει την ποιότητα προβολής ή απεικόνισης ενός σημείου πάνω στους παραγοντικούς άξονες. Αποτελεί και δείκτη συσχέτισης ενός σημείου με τον αντίστοιχο άξονα. Στη στήλη Total για κάθε σημείο υπολογίζονται οι δείκτες <i>QLT</i> που εκφράζουν την ολική ή αθροιστική ποιότητα προβολής των σημείων στον υποχώρο s διαστάσεων.
<u>Διάγραμμα Γ1.1</u>	
Row Points for ROW	Απεικονίζει το παραγοντικό επίπεδο 1×2 .
Row Principal	
Normalization	

Γ2. Παράδειγμα Εφαρμογής του Προτεινόμενου Αποτελεσματικού Αλγόριθμου

Θα εφαρμόσουμε την προτεινόμενη μεθοδολογία στα δεδομένα του Πίνακα Γ1.1 της Ενότητας Γ1 του Παραρτήματος Γ. Για λόγους οικονομίας θα παραθέσουμε τα αποτελέσματα μόνο για τους δύο πρώτους παραγοντικούς άξονες.

Βήμα 1: Κατά την εφαρμογή της ΠΑΑ στον πίνακα *Burt* (Πίνακας Γ1.6) οι χ.τ. των δύο πρώτων παραγοντικών αξόνων υπολογίστηκαν σε $\lambda_1=0,293$ και $\lambda_2=0,282$ αντίστοιχα (βλέπε Πίνακα Γ1.7). Λόγω των σχέσεων [2.67] και [2.68] οι τιμές των λ_1 και λ_2 είναι ίσες αντίστοιχα με τις αδράνειες των δύο πρώτων αξόνων, οι οποίοι προκύπτουν από την ανάλυση του λογικού πίνακα **Z** (Πίνακας Γ1.4).

Βήμα 2: Οι τ.σ. των γραμμών (στηλών) του πίνακα *Burt* και οι κ.σ. των στηλών του πίνακα **Z** στους δύο πρώτους άξονες δίνονται στους Πίνακες Γ2.1 και Γ2.2 αντίστοιχα. Εφαρμόζουμε τη σχέση [3.9], δηλαδή πολλαπλασιάζουμε τα στοιχεία των στηλών F1 και F2 του Πίνακα Γ2.1 επί $\sqrt{0,293}=0,541$ και $\sqrt{0,282}=0,531$ αντίστοιχα, και παίρνουμε (με προσέγγιση σφαλμάτων στρογγυλοποίησης) τα στοιχεία των στηλών F1 και F2 του Πίνακα Γ2.2.

Βήμα 3: Αντικαθιστούμε τις κωδικοποιημένες τιμές των δεδομένων του Πίνακα Γ1.1 με τις συντεταγμένες των αντίστοιχων κατηγοριών του Πίνακα Γ2.2 (βλέπε Πίνακες Γ2.3 και Γ2.4), οι οποίες υπολογίστηκαν στο προηγούμενο βήμα.

Βήμα 4: Μέσω της σχέσης [3.12] υπολογίζουμε τις τ.σ. των αντικειμένων στους δύο άξονες (βλέπε Πίνακα Γ2.5). Για παράδειγμα, εύκολα μπορεί να διαπιστωθεί ότι για τις τ.σ. του αντικειμένου 1 στους δύο παραγοντικούς άξονες ισχύουν τα παρακάτω:

Για τον άξονα F1 έχουμε:

$$\sum_{k=1}^6 y_{gk}(1) = (-0,955) + (-0,678) + (-0,479) + (0,141) + (-0,154) + (0,450) = -1,675$$

και συνεπώς:

$$r_{11} = \frac{-1,675}{6 \times 0,293} = 0,953.$$

Για τον άξονα F2:

$$\sum_{k=1}^6 y_{gk}(2) = (-4,556) + (-1,188) + (-0,479) + (-0,271) + (-0,962) + (-0,264) = -7,720$$

και επομένως:

$$r_{12} = \frac{-7,720}{6 \times 0,282} = -4,563.$$

Βήμα 5: Μέσω της σχέσης [3.13] υπολογίζουμε τις κ.σ. των αντικειμένων στους δύο άξονες (βλέπε Πίνακα Γ2.6).

Παρατηρήσεις

Η εφαρμογή της ΠΑΑ στον πίνακα *Burt* (Πίνακας Γ1.6) πραγματοποιήθηκε με τη διαδικασία που προτείναμε στην Ενότητα 3.2 με κανονικοποίηση *RPN*. Με αυτό τον τρόπο υπολογίζονται οι κ.σ. των γραμμών και οι τ.σ. των στηλών. Λόγω συμμετρίας του πίνακα οι τ.σ. των στηλών είναι ίσες με τις τ.σ. των γραμμών. Οι επιμέρους υπολογισμοί έγιναν με το λογισμικό Excel.

Αν λάβουμε υπόψη τη σχέση [2.37] η κανονικοποίηση μέσω της σχέσης [3.9] είναι ισοδύναμη με τη συμμετρική κανονικοποίηση *SN* (βλέπε Ενότητα 2.2.14.1). Επομένως, μπορούμε, από την αρχή, στο Βήμα 1, να εφαρμόσουμε την ΠΑΑ με *SN*.

Εύκολα μπορεί να διαπιστωθεί ότι οι τ.σ. των αντικειμένων του Πίνακα Γ2.5 και στους δύο άξονες έχουν μέσο όρο ίσο με 0 και διακύμανση ίση με 1. Οι κ.σ. του Πίνακα Γ2.6 έχουν στους δύο άξονες μέσο όρο ίσο με 0 και διακυμάνσεις $0,293 = \lambda_1$ και $0,282 = \lambda_2$ αντίστοιχα. Δηλαδή, οι διακυμάνσεις των κύριων παραγοντικών συντεταγμένων είναι ίσες με τις αδράνειες των αντίστοιχων αξόνων.

Πίνακας Γ2.1: Τυποποιημένες Συντεταγμένες Γραμμών του Πίνακα *Burt*

Γραμμές Ιδιότητες	F1	F2
1	-0,720	0,369
2	0,296	0,081
3	1,762	-8,559
4	-2,337	-0,445
5	0,628	1,233
6	0,459	1,022
7	1,254	-2,235
8	0,380	1,360
9	0,886	-0,905
10	-2,735	-0,004
11	-0,262	-0,502
12	0,262	0,502
13	-0,688	0,574
14	1,582	0,568
15	0,287	-1,813
16	1,358	0,804
17	-0,832	-0,493

Πίνακας Γ2.2: Κύριες Συντεταγμένες Στήλων του Λογικού Πίνακα *Z* (Νέες Κανονικοποιημένες του *Burt*)

Στήλες Ιδιότητες	F1	F2
1	0,389	0,194
2	-0,160	0,044
3	-0,955	-4,556
4	1,265	-0,235
5	-0,339	0,661
6	-0,249	0,539
7	-0,678	-1,188
8	-0,207	0,717
9	-0,479	-0,479
10	1,480	0,002
11	0,141	-0,271
12	-0,141	0,271
13	0,372	0,306
14	-0,856	0,298
15	-0,154	-0,962
16	-0,734	0,430
17	0,450	-0,264

Πίνακας Γ2.3: Κύριες Συντεταγμένες των Κατηγοριών των Μεταβλητών επί του Πρώτου Άξονα για τα Αντικείμενα του Πίνακα Γ1.1

Αντικείμενα	AGE	PRB	ATM	STA	XRH	SEX
1	-0,955	-0,678	-0,479	0,141	-0,154	0,450
2	-0,160	-0,249	-0,207	0,141	0,372	0,450
3	0,389	1,265	-0,207	-0,141	-0,154	0,450
4	-0,160	-0,339	-0,479	-0,141	0,372	-0,734
5	-0,160	-0,678	-0,479	0,141	0,372	-0,734
6	-0,160	-0,249	-0,207	0,141	-0,154	0,450
7	-0,160	-0,339	-0,479	-0,141	0,372	0,450
8	0,389	1,265	-0,207	0,141	0,372	0,450
9	0,389	-0,678	-0,479	-0,141	0,372	0,450
10	0,389	-0,339	1,480	-0,141	0,372	-0,734
11	-0,160	-0,678	-0,479	-0,141	-0,154	0,450
12	0,389	-0,249	-0,207	0,141	0,372	-0,734
13	-0,160	-0,249	-0,479	-0,141	0,372	-0,734
14	-0,160	-0,249	-0,479	-0,141	-0,856	-0,734
15	-0,160	-0,678	1,480	0,141	0,372	-0,734
16	-0,160	-0,249	-0,207	-0,141	-0,856	-0,734
17	-0,160	-0,339	-0,207	-0,141	-0,154	-0,734
18	-0,160	1,265	-0,479	-0,141	-0,856	0,450
19	-0,160	-0,678	-0,479	-0,141	-0,856	0,450
20	-0,160	-0,339	-0,479	-0,141	0,372	-0,734
21	-0,160	1,265	-0,479	0,141	0,372	-0,734
22	0,389	1,265	1,480	0,141	0,372	0,450
23	-0,160	-0,339	-0,207	-0,141	-0,856	-0,734
24	-0,160	1,265	1,480	0,141	0,372	0,450
25	-0,160	-0,339	-0,479	0,141	-0,154	0,450
26	0,389	-0,249	-0,479	-0,141	0,372	-0,734
27	0,389	-0,339	-0,207	0,141	0,372	0,450
28	0,389	-0,249	-0,207	-0,141	0,372	0,450
29	0,389	-0,249	1,480	-0,141	0,372	0,450
30	0,389	-0,678	-0,479	-0,141	-0,154	-0,734
31	-0,160	-0,249	-0,479	0,141	0,372	0,450
32	-0,160	-0,249	-0,479	0,141	-0,154	-0,734
33	-0,160	-0,339	-0,207	-0,141	0,372	-0,734
34	0,389	-0,678	-0,479	0,141	0,372	-0,734
35	-0,160	-0,249	-0,207	-0,141	-0,856	-0,734
36	0,389	1,265	1,480	0,141	0,372	0,450
37	-0,160	1,265	-0,479	-0,141	-0,154	0,450
38	-0,160	-0,678	-0,479	0,141	-0,154	0,450
39	-0,160	-0,249	-0,479	0,141	0,372	0,450
40	0,389	-0,249	-0,207	0,141	-0,856	0,450
41	-0,160	-0,249	1,480	-0,141	-0,154	0,450
42	-0,160	-0,249	-0,207	0,141	0,372	0,450
43	-0,160	-0,339	-0,207	0,141	0,372	0,450
44	-0,160	1,265	1,480	-0,141	-0,154	0,450
45	-0,160	1,265	-0,479	0,141	-0,856	0,450
46	-0,160	1,265	1,480	-0,141	0,372	0,450
47	-0,160	-0,678	-0,207	0,141	-0,856	0,450
48	0,389	-0,339	-0,479	0,141	0,372	0,450
49	-0,160	1,265	1,480	-0,141	0,372	0,450
50	0,389	-0,678	-0,479	0,141	-0,856	-0,734

Πίνακας Γ2.4: Κύριες Συντεταγμένες των Κατηγοριών των Μεταβλητών επί του Δεύτερου Άξονα για τα Αντικείμενα του Πίνακα Γ1.1

Αντικείμενα	AGE	PRB	ATM	STA	XRH	SEX
1	-4,556	-1,188	-0,479	-0,271	-0,962	-0,264
2	0,044	0,539	0,717	-0,271	0,306	-0,264
3	0,194	-0,235	0,717	0,271	-0,962	-0,264
4	0,044	0,661	-0,479	0,271	0,306	0,43
5	0,044	-1,188	-0,479	-0,271	0,306	0,43
6	0,044	0,539	0,717	-0,271	-0,962	-0,264
7	0,044	0,661	-0,479	0,271	0,306	-0,264
8	0,194	-0,235	0,717	-0,271	0,306	-0,264
9	0,194	-1,188	-0,479	0,271	0,306	-0,264
10	0,194	0,661	0,002	0,271	0,306	0,43
11	0,044	-1,188	-0,479	0,271	-0,962	-0,264
12	0,194	0,539	0,717	-0,271	0,306	0,43
13	0,044	0,539	-0,479	0,271	0,306	0,43
14	0,044	0,539	-0,479	0,271	0,298	0,43
15	0,044	-1,188	0,002	-0,271	0,306	0,43
16	0,044	0,539	0,717	0,271	0,298	0,43
17	0,044	0,661	0,717	0,271	-0,962	0,43
18	0,044	-0,235	-0,479	0,271	0,298	-0,264
19	0,044	-1,188	-0,479	0,271	0,298	-0,264
20	0,044	0,661	-0,479	0,271	0,306	0,43
21	0,044	-0,235	-0,479	-0,271	0,306	0,43
22	0,194	-0,235	0,002	-0,271	0,306	-0,264
23	0,044	0,661	0,717	0,271	0,298	0,43
24	0,044	-0,235	0,002	-0,271	0,306	-0,264
25	0,044	0,661	-0,479	-0,271	-0,962	-0,264
26	0,194	0,539	-0,479	0,271	0,306	0,43
27	0,194	0,661	0,717	-0,271	0,306	-0,264
28	0,194	0,539	0,717	0,271	0,306	-0,264
29	0,194	0,539	0,002	0,271	0,306	-0,264
30	0,194	-1,188	-0,479	0,271	-0,962	0,43
31	0,044	0,539	-0,479	-0,271	0,306	-0,264
32	0,044	0,539	-0,479	-0,271	-0,962	0,43
33	0,044	0,661	0,717	0,271	0,306	0,43
34	0,194	-1,188	-0,479	-0,271	0,306	0,43
35	0,044	0,539	0,717	0,271	0,298	0,43
36	0,194	-0,235	0,002	-0,271	0,306	-0,264
37	0,044	-0,235	-0,479	0,271	-0,962	-0,264
38	0,044	-1,188	-0,479	-0,271	-0,962	-0,264
39	0,044	0,539	-0,479	-0,271	0,306	-0,264
40	0,194	0,539	0,717	-0,271	0,298	-0,264
41	0,044	0,539	0,002	0,271	-0,962	-0,264
42	0,044	0,539	0,717	-0,271	0,306	-0,264
43	0,044	0,661	0,717	-0,271	0,306	-0,264
44	0,044	-0,235	0,002	0,271	-0,962	-0,264
45	0,044	-0,235	-0,479	-0,271	0,298	-0,264
46	0,044	-0,235	0,002	0,271	0,306	-0,264
47	0,044	-1,188	0,717	-0,271	0,298	-0,264
48	0,194	0,661	-0,479	-0,271	0,306	-0,264
49	0,044	-0,235	0,002	0,271	0,306	-0,264
50	0,194	-1,188	-0,479	-0,271	0,298	0,43

Πίνακας Γ2.5: Τυποποιημένες Συντεταγμένες των Αντικειμένων του Πίνακα Γ1.1 στους Δύο Πρώτους Άξονες

Αντικείμενα	F1	F2
1	-0,953	-4,563
2	0,197	0,633
3	0,911	-0,165
4	-0,842	0,729
5	-0,875	-0,684
6	-0,102	-0,116
7	-0,169	0,319
8	1,371	0,264
9	-0,049	-0,686
10	0,584	1,102
11	-0,661	-1,524
12	-0,164	1,132
13	-0,791	0,657
14	-1,490	0,652
15	0,239	-0,400
16	-1,335	1,359
17	-0,987	0,686
18	0,045	-0,216
19	-1,060	-0,779
20	-0,842	0,729
21	0,230	-0,121
22	2,330	-0,158
23	-1,386	1,431
24	2,018	-0,247
25	-0,308	-0,751
26	-0,479	0,745
27	0,458	0,794
28	0,349	1,042
29	1,309	0,619
30	-1,022	-1,025
31	0,043	-0,074
32	-0,930	-0,413
33	-0,688	1,436
34	-0,563	-0,596
35	-1,335	1,359
36	2,330	-0,158
37	0,444	-0,960
38	-0,501	-1,844
39	0,043	-0,074
40	-0,189	0,717
41	0,697	-0,219
42	0,197	0,633
43	0,146	0,705
44	1,559	-0,676
45	0,205	-0,536
46	1,858	0,073
47	-0,745	-0,392
48	0,304	0,087
49	1,858	0,073
50	-1,261	-0,600

Πίνακας Γ2.6: Κύριες Συντεταγμένες των Αντικειμένων του Πίνακα Γ1.1 στους Δύο Πρώτους Άξονες

Αντικείμενα	F1	F2
1	-0,516	-2,423
2	0,107	0,336
3	0,493	-0,088
4	-0,456	0,387
5	-0,474	-0,363
6	-0,055	-0,062
7	-0,091	0,169
8	0,742	0,140
9	-0,027	-0,364
10	0,316	0,585
11	-0,358	-0,809
12	-0,089	0,601
13	-0,428	0,349
14	-0,806	0,346
15	0,130	-0,212
16	-0,723	0,722
17	-0,534	0,364
18	0,024	-0,115
19	-0,574	-0,414
20	-0,456	0,387
21	0,125	-0,064
22	1,261	-0,084
23	-0,750	0,760
24	1,092	-0,131
25	-0,167	-0,399
26	-0,259	0,396
27	0,248	0,422
28	0,189	0,553
29	0,708	0,329
30	-0,553	-0,544
31	0,023	-0,039
32	-0,503	-0,219
33	-0,372	0,762
34	-0,305	-0,316
35	-0,723	0,722
36	1,261	-0,084
37	0,240	-0,510
38	-0,271	-0,979
39	0,023	-0,039
40	-0,102	0,381
41	0,377	-0,116
42	0,107	0,336
43	0,079	0,374
44	0,844	-0,359
45	0,111	-0,285
46	1,006	0,039
47	-0,403	-0,208
48	0,164	0,046
49	1,006	0,039
50	-0,683	-0,319

Παράρτημα Δ

Παράδειγμα Εφαρμογής της Προτεινόμενης Μεθόδου

Διόρθωση των Αδρανειών του Πίνακα *Burt*

Για τα δεδομένα του Πίνακα Γ1.1 (βλέπε Ενότητα Γ1 του Παραρτήματος Γ) εφαρμόσαμε την ΠΑΑ αρχικά στους αντίστοιχους πίνακες **Z** και **B** χωρίς διόρθωση των αδρανειών (βλέπε Πίνακες Δ1 και Δ2 αντίστοιχα) και, στη συνέχεια, διορθώσαμε τις αδράνειες των σημαντικών αξόνων: α) σύμφωνα με τη μέθοδο του Greenacre (βλέπε Πίνακα Δ3) β) με τη μέθοδο του Benzécri (βλέπε Πίνακα Δ4) και γ) με την προτεινόμενη (βλέπε Πίνακα Δ5). Στον Πίνακα Δ6 παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα της ΠΑΑ με διόρθωση των αδρανειών των αξόνων σύμφωνα με τη σχέση [4.41], όπου τα ποσοστά (%) ερμηνείας των αξόνων έχουν υπολογιστεί ως προς την ενδιαφέρουσα αδράνεια του πίνακα *Burt* και όχι από τη σχέση [4.43]. Στην περίπτωση του πίνακα **Z** υπολογίσαμε για κάθε άξονα και τον αντίστοιχο συντελεστή εσωτερικής συνέπειας (αξιοπιστίας) α_s του *Cronbach* (βλέπε Παρατήρηση Η της Ενότητας 2.3.4.2).

Καταρχήν, για το συγκεκριμένο σύνολο δεδομένων έχουμε $q=6$, $j=17$ και $p=17-6=11$. Άρα το υπό εξέταση φαινόμενο αναλύεται, μέσω του λογικού πίνακα **Z** (ή *Burt*), σε ένα χώρο 11 διαστάσεων.

Πίνακας Δ1: Αποτελέσματα της ΠΑΑ από την Ανάλυση του Λογικού Πίνακα **Z**

Άξονας	Αδράνεια	α_s	% Ερμηνείας	Αθροιστικό %
1	0,293	0,517	15,965	15,965
2	0,282	0,492	15,408	31,373
3	0,220	0,292	12,017	43,390
4	0,208	0,239	11,352	54,742
5	0,178	0,075	9,700	64,442
6	0,150	-0,136	8,164	72,605
7	0,141	-0,217	7,698	80,303
8	0,115	-0,534	6,292	86,596
9	0,099	-0,813	5,420	92,016
10	0,086	-1,124	4,694	96,710
11	0,060	-2,115	3,290	100,000
Σύνολο	1,833		100,000	

Πίνακας Δ2: Αποτελέσματα της ΠΑΑ από την Ανάλυση του Πίνακα *Burt*

Άξονας	Αδράνεια	% Ερμηνείας	Αθροιστικό %
1	0,086	23,439	23,439
2	0,080	21,834	45,272
3	0,049	13,281	58,553
4	0,043	11,850	70,404
5	0,032	8,653	79,057
6	0,022	6,129	85,186
7	0,020	5,450	90,635
8	0,013	3,641	94,277
9	0,010	2,702	96,978
10	0,007	2,026	99,004
11	0,004	0,996	100,000
Σύνολο	0,365	100,000	

Πίνακας Δ3: Αποτελέσματα της ΠΑΑ με Διόρθωση των Αδρανειών κατά Greenacre

Άξονας	Διορθωμένη Αδράνεια	% Ερμηνείας	Αθροιστικό %
1	0,023	31,944	31,944
2	0,019	26,389	58,333
3	0,004	5,556	63,889
4	0,002	2,778	66,667
5	≈0,000	2,500	69,167
Ενδιαφέρουσα Αδράνεια	0,072	69,167	

Πίνακας Δ4: Αποτελέσματα της ΠΑΑ με Διόρθωση των Αδρανειών κατά Benzécri

Άξονας	Διορθωμένη Αδράνεια	% Ερμηνείας	Αθροιστικό %
1	0,023	46,686	46,686
2	0,019	39,435	86,122
3	0,004	8,461	94,583
4	0,002	5,050	99,633
5	≈0,000	0,367	100,000
Σύνολο Διορθωμένης Αδράνειας για τους 5 Πρώτους Άξονες	0,049	100,000	

Πίνακας Δ5: Αποτελέσματα της ΠΑΑ με Διόρθωση των Αδρανειών Σύμφωνα με την Προτεινόμενη Μέθοδο

Άξονας	Διορθωμένη Αδράνεια	% Ερμηνείας	Αθροιστικό %
1	0,019	46,686	46,686
2	0,016	39,435	86,122
3	0,003	8,461	94,583
4	0,002	5,050	99,633
5	≈0,000	0,367	100,000
Σύνολο Διορθωμένης Αδράνειας για τους 5 Πρώτους Άξονες	0,041	100,000	

Πίνακας Δ6: Αποτελέσματα της ΠΑΑ με Διόρθωση των Αδρανειών Σύμφωνα με την Προτεινόμενη Μέθοδο. Ποσοστά (%) Ερμηνείας ως προς την Ενδιαφέρουσα Αδράνεια

Άξονας	Διορθωμένη Αδράνεια	% Ερμηνείας	Αθροιστικό %
1	0,019	26,500	26,500
2	0,016	22,385	48,885
3	0,003	4,803	53,688
4	0,002	2,867	56,554
5	≈0,000	0,208	56,763
Σύνολο: Ενδιαφέρουσα Αδράνεια	0,072	56,763	

Από τον Πίνακα Δ1 διαπιστώνουμε ότι το αθροιστικό ποσοστό (%) ερμηνείας της ολικής αδράνειας ($I_{0-1} = 1,833$) των δύο πρώτων αξόνων, κατά την ανάλυση του πίνακα **Z**, δεν είναι ιδιαίτερα υψηλό (31,37%). Μάλιστα οι αντίστοιχες αδράνεις δεν διαφέρουν σημαντικά μεταξύ τους (0,293 για τον πρώτο και 0,282 για το δεύτερο άξονα) γεγονός που υποδηλώνει και αστάθεια των παραγόμενων αποτελεσμάτων επί του παραγοντικού επιπέδου 1×2 . Άλλωστε, και οι συντελεστές αξιοπιστίας α_s των δύο πρώτων αξόνων δεν έχουν αποδεκτές τιμές, αφού και οι δύο είναι μικρότερες από 0,60 (βλέπε Παρατήρηση Η της Ενότητας 2.3.4.2). Η οριακή τιμή για την επιλογή των σημαντικών αξόνων είναι $1/q = 1/6 \approx 0,167$. Επομένως, σημαντικοί μπορούν να θεωρηθούν μόνο οι πέντε πρώτοι άξονες, για τους οποίους η αντίστοιχη αδράνεια είναι μεγαλύτερη από 0,167 και οι συντελεστές α_s έχουν θετικές τιμές. Η κατάσταση φαίνεται να βελτιώνεται κατά την ανάλυση του πίνακα *Burt* (βλέπε Πίνακα Δ2), όπου οι δύο πρώτοι άξονες ερμηνεύουν αθροιστικά το 45,27% της ολικής αδράνειας ($I_B = 0,365$). Και στην περίπτωση αυτή σημαντικοί μπορούν να θεωρηθούν μόνο οι πέντε πρώτοι άξονες, αφού οι αντίστοιχες αδράνεις είναι μεγαλύτερες από την οριακή τιμή $1/q^2 = 1/36 \approx 0,028$. Περαιτέρω βελτίωση επιτυγχάνεται με τη διόρθωση ΔG (βλέπε Πίνακα Δ3), κατά την οποία οι δύο πρώτοι άξονες αιτιολογούν από κοινού το 58,33% της ενδιαφέρουσας αδράνειας του πίνακα *Burt* ($I_{eB} = 0,072$). Όμως, οι διορθωμένες αδράνεις δεν αποτελούν διαμελισμό της ενδιαφέρουσας αδράνειας και αυτό είναι, μάλλον, παράδοξο, αφού η αναγωγή για τον υπολογισμό των ποσοστών γίνεται ως προς την ενδιαφέρουσα αδράνεια. Παρατηρούμε, ότι ήδη από τον 5^ο άξονα και μετά η αντίστοιχη διορθωμένη αδράνεια είναι πρακτικά ίση με 0 γεγονός που επιβεβαιώνει εμπειρικά τον ισχυρισμό ή, καλύτερα, την “εικασία” του Greenacre

(βλέπε Παρατήρηση Η της Ενότητας 2.3.4.2) ότι το υπό εξέταση φαινόμενο σταματά στους άξονες με αδράνεια μεγαλύτερη από $1/q$, κατά την ανάλυση του πίνακα Z , και στους άξονες με αδράνεια μεγαλύτερη από $1/q^2$, για την περίπτωση του πίνακα $Burt$. Οι υπόλοιποι παραγοντικοί άξονες δεν συνεισφέρουν στην ερμηνεία του υπό εξέταση φαινομένου. Η υπόθεση ότι οι άξονες αυτοί αποτελούν “θόρυβο” ενισχύεται και από τις αρνητικές τιμές των αντίστοιχων συντελεστών εσωτερικής συνέπειας α_s (βλέπε Πίνακα Δ1), οι οποίες θεωρούνται απαράδεκτες. Τα ποσοστά ερμηνείας των δύο πρώτων αξόνων βελτιώνονται σημαντικά (έως “θεαματικά”) τόσο με τη διόρθωση $ΔB$ (βλέπε Πίνακα Δ4) όσο και με την προτεινόμενη μέθοδο (βλέπε Πίνακα Δ5). Οι δύο πρώτοι άξονες, και στις δύο περιπτώσεις, ερμηνεύουν αθροιστικά το 86,12% της συνολικής διορθωμένης αδράνειας για τους πέντε πρώτους άξονες, γεγονός αναμενόμενο βάσει της Παρατήρησης 4.9. Διαπιστώνουμε ότι τόσο οι διορθωμένες αδράνεις όσο και τα σύνολα των διορθωμένων αδρανειών για τους σημαντικούς άξονες έχουν διαφορετικές τιμές για τις δύο μεθόδους διόρθωσης (0,049 για τη διόρθωση $ΔB$ και 0,041 για την προτεινόμενη). Όμως, λόγω της σχέσης [4.45] τα αντίστοιχα ποσοστά ερμηνείας των αξόνων είναι ίσα. Αν υιοθετήσουμε την προσέγγιση του Greenacre για τον υπολογισμό των ποσοστών ερμηνείας (βλέπε Πίνακα Δ6), τότε οι δύο πρώτοι άξονες ερμηνεύουν το 48,89% της ενδιαφέρουσας αδράνειας του πίνακα $Burt$. Το ποσοστό αυτό είναι καλά ορισμένο, σε αντίθεση με το 58,33% της μεθόδου $ΔG$. Η προσέγγιση αυτή βελτιώνει ελαφρά το αντίστοιχο ποσοστό (45,27%) που υπολογίζεται κατά την αρχική ανάλυση του $Burt$ (βλέπε Πίνακα Δ2).

Το γεγονός ότι με την προτεινόμενη μέθοδο διόρθωσης οι δύο πρώτοι άξονες έχουν μια τόσο υψηλή ερμηνευτική ικανότητα (86,12%) δημιουργεί μια “υπέρ-αισιόδοξη” εντύπωση για την προσαρμογή των δεδομένων, αφού οι άξονες που διατηρούνται ερμηνεύουν το 100% της διορθωμένης αδράνειας, ενώ στην πραγματικότητα το φαινόμενο περιγράφεται σε περισσότερες διαστάσεις (βλέπε Greenacre, 2005 και 1994β). Εύλογο είναι να τίθεται το ερώτημα μήπως το αποτέλεσμα είναι και πάλι πλασματικό και τα αντίστοιχα ποσοστά ερμηνείας δεν αντικατοπτρίζουν την πραγματική ποιότητα της λύσης της ΠΑΑ.

Για το συγκεκριμένο σύνολο δεδομένων ο μέγιστος αριθμός παραγοντικών αξόνων που απαιτείται για την ανασύσταση των πινάκων Z και $Burt$ είναι $p=11$. Είδαμε,

επίσης, ότι σύμφωνα με την “εικασία” του Greenacre σημαντικοί μπορούν να θεωρηθούν μόνο οι πέντε πρώτοι άξονες, ενώ οι υπόλοιποι έξι αποτελούν εν γένει “θόρυβο”. Με την προτεινόμενη μέθοδο τα ποσοστά ερμηνείας των διορθωμένων αδρανειών των αξόνων υπολογίζονται ως προς το άθροισμα των διορθωμένων αδρανειών μόνο των πέντε πρώτων αξόνων και όχι ως προς την ενδιαφέρουσα αδράνεια που αντιστοιχεί στους έντεκα άξονες. Θα δείξουμε εμπειρικά ότι το υπό εξέταση φαινόμενο μπορεί τελικά να αναλυθεί σε ακόμη μικρότερο αριθμό διαστάσεων (<5), χωρίς ουσιαστική απώλεια πληροφορίας, με συνέπεια να δικαιολογείται η υψηλή τιμή του ποσοστού ερμηνείας των δύο πρώτων αξόνων (86,12%), το οποίο υπολογίστηκε με την προτεινόμενη μέθοδο. Στον Πίνακα Δ7 παρουσιάζονται οι αδράνειες των απλών πινάκων συμπτώσεων, που συγκροτούν τον πίνακα *Burt*, για τα δεδομένα του παραδείγματος. Να υπενθυμίσουμε ότι το συνολικό πλήθος των κατηγοριών των έξι μεταβλητών είναι $j=17$.

Από τον Πίνακα Δ7 παρατηρούμε ότι ο πίνακας που διασταυρώνει τις κατηγορίες των μεταβλητών “Prb” και “Atm” έχει τη μεγαλύτερη αδράνεια, με σημαντική διαφορά, από όλους τους υπόλοιπους ($I=0,312$). Μάλιστα, η συσχέτιση των δύο αυτών μεταβλητών είναι και η μόνη που ανιχνεύθηκε ως στατιστικά σημαντική, σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,05$, μέσω του ελέγχου χ^2 ($p=0,013$). Αν έπρεπε να επιλέξουμε μεταβλητές με μόνο κριτήριο τη στατιστική σημαντικότητα των συσχετίσεών τους (βλέπε Ενότητα 4.7), τότε θα διατηρούσαμε μόνο αυτές τις δύο για περαιτέρω ανάλυση μέσω της ΠΑΑ. Η μεταβλητή “Prb” έχει 4 κλάσεις και η “Atm”, 3. Επομένως, ο μέγιστος αριθμός αξόνων που μπορούν να προκύψουν από την ανάλυση αυτού του απλού πίνακα συμπτώσεων είναι $p=\min\{4-1, 3-1\}=2<5$.

Κάτω από μια άλλη θεώρηση, ως σημαντικοί θα μπορούσαν να θεωρηθούν οι άξονες, για τους οποίους οι αντίστοιχοι συντελεστές αξιοπιστίας α_s είναι μεγαλύτεροι από μια ελάχιστη οριακή τιμή. Αν για το συγκεκριμένο παράδειγμα θέσουμε ως ελάχιστη αποδεκτή τιμή την $\alpha_s=0,30$, τότε οι σημαντικοί άξονες είναι οι δύο πρώτοι, ενώ αν θέσουμε $\alpha_s=0,50$ σημαντικός είναι μόνο ο πρώτος άξονας (βλέπε Πίνακα Δ1). Επιπλέον, η εφαρμογή της μεθόδου που προτείναμε στην Ενότητα 4.8.1, ανέδειξε ως “καλύτερο” τον 4×13 υποπίνακα “φέτα” που διασταυρώνει τη μεταβλητή “Prb” με όλες τις υπόλοιπες. Ο αντίστοιχος λόγος g υπολογίστηκε σε 172,5%. Σε αυτόν τον

πίνακα ο μέγιστος αριθμός παραγοντικών αξόνων είναι $p=\min\{4-1, 13-1\}=3$ (επίσης μικρότερος του 5). Επομένως, τρεις άξονες είναι αρκετοί για την πλήρη ανασύσταση του “καλύτερου” υποπίνακα, ο οποίος περιγράφει το ίδιο σχεδόν φαινόμενο με τον αρχικό πίνακα *Burt*. Για την πλήρη ανασύσταση του *Burt* απαιτούνται 11 άξονες, ενώ το πληροφοριακό του περιεχόμενο, το οποίο δεν είναι “θόρυβος”, αναλύεται σε 5. Όμως, οι σημαντικές συσχετίσεις μεταξύ των μεταβλητών μπορούν τελικά να αναδειχθούν σε 3 άξονες, οι οποίοι ερμηνεύουν το 100% της πληροφορίας που ενθυλακώνει ο “καλύτερος” υποπίνακας. Έτσι, με βάση τις προηγούμενες διαπιστώσεις σε συνδυασμό με το εμπειρικό εύρημα ότι όσο ελαττώνονται οι διαστάσεις του πίνακα επί του οποίου εφαρμόζεται η ΠΑΑ τόσο λεπτομερέστερη εμφανίζεται επί του παραγοντικού επιπέδου η διαστολή του φαινομένου που αναλύεται (Μάρκος & Παπαδημητρίου, 2003) το υψηλό ποσοστό ερμηνείας των δύο πρώτων αξόνων, που υπολογίστηκε με την προτεινόμενη μέθοδο διόρθωσης των αδρανειών, δεν αποτελεί υπέρ-εκτίμηση αλλά μάλλον αντανακλά την πραγματική ποιότητα της λύσης της ΠΑΑ.

Πίνακας Δ7: Οι Αδράνειες των 15 Απλών Πινάκων Συμπτώσεων που Συγκροτούν τον Πίνακα *Burt*

	Prb	Atm	Sta	Xrh	Sex
Age	0,080 $p=0,827^*$	0,040 $p=0,869$	0,031 $p=0,553$	0,126 $p=0,172$	0,013 $p=1$
Prb		0,312 $p=0,013$	0,033 $p=0,663$	0,071 $p=0,760$	0,125 $p=0,111$
Atm			0,013 $p=0,716$	0,097 $p=0,321$	0,040 $p=0,356$
Sta				0,026 $p=0,591$	0,042 $p=0,247$
Xrh					0,030 $p=0,480$
$I_{\varepsilon B} = \frac{0,080 + 0,040 + \dots + 0,030}{15} = \frac{1,079}{15} = 0,072$					

* Είναι η παρατηρούμενη στάθμη σημαντικότητας του ελέγχου ανεξαρτησίας χ^2 των δύο αντίστοιχων μεταβλητών αν θεωρηθεί ότι τα δεδομένα προέρχονται από απλή τυχαία δειγματοληψία. Λόγω του μικρού μεγέθους δείγματος ($N=50$) η p -value υπολογίστηκε με τη μέθοδο προσομοίωσης *Monte Carlo* μέσω του στατιστικού πακέτου SPSS εφοδιασμένο με το υποσύστημα *Exact tests* (Mehta & Patel, 1996).

Παράρτημα Ε

Ε1. Υπολογισμός της *post hoc* Δυναμικής Αδράνειας

Για τον υπολογισμό της *post hoc* δυναμικής αδράνειας ενός πίνακα συμπτώσεων **F** δύο κατηγορικών μεταβλητών θα πρέπει πρώτα να εκτιμήσουμε τη μέγιστη δυνατή τιμή Q_F^{\max} της ποσότητας Q (βλέπε Ενότητα 5.10). Θα χρησιμοποιήσουμε τα δεδομένα του Πίνακα 5.3 ως παράδειγμα για τους υπολογισμούς και το λογισμικό EXCEL, με εγκατεστημένο το επιπρόσθετο *Solver*, για την επίλυση του προβλήματος μεγιστοποίησης. Αρχικά, καταχωρούμε τα στοιχεία f_{ij} ($i=1,\dots,7, j=1,\dots,6$) του αντίστοιχου πίνακα συμπτώσεων **F** στην περιοχή κελιών B2:G8 (βλέπε και Εικόνα E1.2). Υπολογίζουμε τα σύνολα γραμμών (H2:H8), τα σύνολα στηλών (B9:G9) και το γενικό σύνολο N (H9) με τη συνάρτηση *SUM*. Στη συνέχεια, χρησιμοποιούμε τα κελιά B13:G19 για να υπολογίσουμε τους όρους του αθροίσματος:

$$\left(\sum_i \sum_j \frac{\left(f_{ij} - \frac{f_{i+} f_{+j}}{N} \right)^2}{\frac{f_{i+} f_{+j}}{N}} \right) = Q.$$

Ο υπολογισμός της ποσότητας Q μέσω της παραπάνω σχέσης γίνεται στο κελί B22. Στο κελί αυτό θα υπολογιστεί στη συνέχεια η ποσότητα Q_F^{\max} .

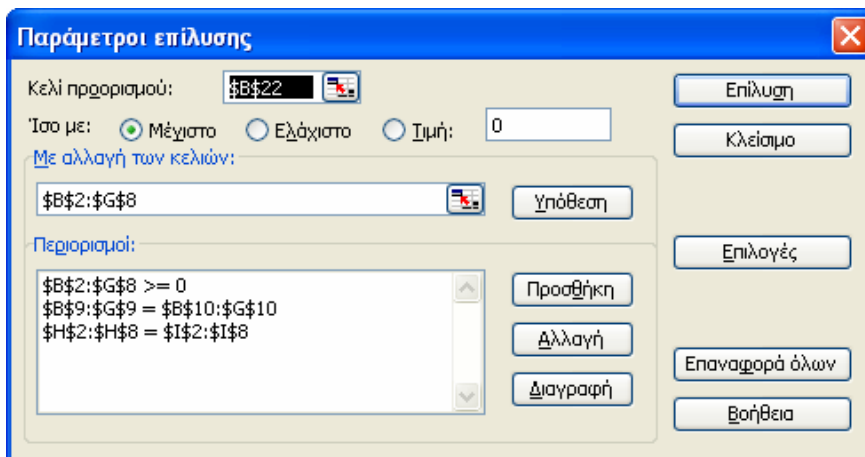
Στα κελιά B23 και B24 εισάγουμε τους τύπους υπολογισμού της *post hoc* μέγιστης αδράνειας του πίνακα συμπτώσεων ($I_F^{\max} = Q_F^{\max} / N$) και της *post hoc* μέγιστης δυναμικής αδράνειας ($I_D^{ph} = I_F / I_F^{\max}$) αντίστοιχα, όπως αυτές θα προκύψουν μετά την βελτιστοποίηση.

Για να αποφύγουμε το πρόβλημα των κυκλικών αναφορών, καταχωρούμε ξανά στα κελιά B10:G10 τις συχνότητες της περιθώριας γραμμής και στα κελιά I2:I8 τις συχνότητες της περιθώριας στήλης του πίνακα συμπτώσεων. Οι τιμές αυτές θα

δοθούν στους περιορισμούς του προβλήματος. Στο κελί B21 καταχωρούμε την τιμή 1,160 της αρχικής ολικής αδράνειας I_F .

Στην Εικόνα E1.3 βλέπουμε το φύλλο εργασίας μετά την εκτέλεση των παραπάνω ενεργειών.

Τέλος, από το μενού **Εργαλεία** καλούμε τη διαδικασία **Επίλυση** (*Solver*) και συμπληρώνουμε τα πεδία του αντίστοιχου πλαισίου διαλόγου όπως δείχνει η Εικόνα E1.1. Ως **Κελί Προορισμού**: ορίζουμε το \$B\$22, στο πεδίο **Ίσο με**: επιλέγουμε **Μέγιστο** και στην περιοχή **Με αλλαγή των κελιών**: ορίζουμε τα κελιά \$B\$2:\$G\$8. Μέσω του πλήκτρου **Προσθήκη** εισάγουμε τους περιορισμούς του προβλήματος (βλέπε Ενότητα 5.10).



Εικόνα E1.1: Το Πλαίσιο Διαλόγου Παράμετροι Επίλυσης με τους Περιορισμούς του Προβλήματος

Η πρώτη καταχώρηση $\$B\$2:\$G\$8 \geq 0$, αντιστοιχεί στον περιορισμό (3*):

$$f_{ij} \geq 0, \quad \forall i, j.$$

Η δεύτερη, $\$B\$9:\$G\$9 = \$B\$10:\$G\10 , αφορά στην περιθώρια γραμμή του πίνακα συμπτώσεων και αντιστοιχεί στους περιορισμούς (1*):

$$\sum_{j=1}^6 f_{1j} = f_{1+} = 16, \quad \sum_{j=1}^6 f_{2j} = f_{2+} = 26, \quad \dots, \quad \sum_{j=1}^6 f_{kj} = f_{k+} = 26.$$

Η τρίτη καταχώρηση, $\$H\$2:\$H\$8=\$I\$2:\$I\8 , αντιστοιχεί στους περιορισμούς (2*) της περιθώριας στήλης:

$$\sum_{i=1}^7 f_{i1} = f_{+1} = 12, \sum_{i=1}^7 f_{i2} = f_{+2} = 6, \dots, \sum_{i=1}^7 f_{i7} = f_{+7} = 14.$$

Για την ολοκλήρωση της διαδικασίας πατάμε στο πλήκτρο **Επίλυση**³. Τα αποτελέσματα φαίνονται στην Εικόνα Ε1.4. Παρατηρούμε ότι η μέγιστη δυνατή τιμή της ποσότητας Q , κάτω από τους περιορισμούς που δόθηκαν, υπολογίστηκε σε $Q_F^{\max} = 575,223$, η μέγιστη *post hoc* αδράνεια I_F^{\max} σε 4,168, ενώ η μέγιστη *post hoc* δυναμική αδράνεια εκτιμήθηκε τελικά σε $I_D^{ph} = 0,278$. Οι αντίστοιχες τιμές πριν τη βελτιστοποίηση ήταν $Q = 160,061$, $I_F = 1,160$ και $I_D = 1,160/5 = 0,232$ (βλέπε σχέση [5.32]). Η βέλτιστη τιμή $Q_F^{\max} = 575,223$ ικανοποιεί την ανισότητα (βλέπε Ενότητα 5.8):

$$\frac{N}{N-1}(k-1)(l-1) \leq Q_F^{\max} \leq N \min(k-1, l-1) = Np \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{138}{138-1}(7-1)(6-1) \leq 575,223 \leq 138 \times 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 30,219 \leq 575,223 \leq 690.$$

Η ακρίβεια της λύσης ελέγχθηκε με την επιβολή του επιπλέον περιορισμού οι μεταβαλλόμενες τιμές f_{ij} να έχουν ακέραιες τιμές καθώς και με την επιλογή διαφορετικών παραμέτρων του *Solver* σχετικά: α) με τη μέθοδο εκτίμησης των παραμέτρων, β) του υπολογισμού των μερικών παραγώγων και γ) τον αλγόριθμο που χρησιμοποιείται σε κάθε επανάληψη για τον προσδιορισμό της κατεύθυνσης αναζήτησης της βέλτιστης λύσης. Θα μπορούσαμε από την αρχή να εισάγουμε τον περιορισμό οι μεταβαλλόμενες τιμές f_{ij} να έχουν ακέραιες τιμές (Kalantari *et al.*, 1993) αλλά έτσι θα αποκλείαμε την εφαρμογή της προτεινόμενης μεθόδου στις περιπτώσεις πινάκων διπλής εισόδου που δεν περιέχουν συχνότητες. Την ύπαρξη βέλτιστης λύσης (ολικό μέγιστο) στο συγκεκριμένο πρόβλημα εγγυώνται: α) οι περιορισμοί του προβλήματος που είναι γραμμικές συναρτήσεις των μεταβαλλόμενων

³ Με τις προκαθορισμένες επιλογές επίλυσης.

κελιών και ορίζουν κυρτή επιφάνεια και β) η ίδια αντικειμενική συνάρτηση που είναι κυρτή. Σύμφωνα με τον Tofallis (1999) κάτω από την ισχύ των α) και β) η αντικειμενική συνάρτηση έχει ολικό μέγιστο.

Η δυναμική αδράνεια όπως υπολογίζεται *a priori*, δηλαδή πριν την υλοποίηση της έρευνας, αποτελεί μεν ένα χρήσιμο οδηγό για τον καθορισμό του *ES* αλλά ανάγεται σε μια ιδεατή κατάσταση, όπου οι δύο προς εξέταση μεταβλητές έχουν τη μέγιστη δυνατή συσχέτιση με μόνο περιορισμό των αριθμό των κλάσεων τους για δοσμένο μέγεθος δείγματος *N*. Με τη διαδικασία που περιγράψαμε, είναι δυνατό από δημοσιευμένα αποτελέσματα συγκρίσιμων ερευνών να υπολογίσουμε την *post hoc* δυναμική αδράνεια για πίνακες συμπτώσεων, οι οποίοι αφορούν σε συγκεκριμένο θέμα ενδιαφέροντος, για παράδειγμα τη σχέση επαγγέλματος και μορφωτικού επιπέδου, ώστε να έχουμε μια ρεαλιστική εκτίμηση για την έκταση του υπό εξέταση φαινομένου ή, καλύτερα, για τα όρια που μπορεί να φθάσει, σε πρακτικό επίπεδο, η ένταση της σχέσης μεταξύ των μεταβλητών που εξετάζονται. Η εκτίμηση αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί είτε για τον προκαθορισμό του *ES* είτε να δώσει έναυσμα για την διατύπωση ρεαλιστικών πλέον εναλλακτικών υποθέσεων, οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό του μεγέθους δείγματος στην *a priori* Ανάλυση Ισχύος του ελέγχου χ^2 στο πλαίσιο της ΠΑΑ. Από το συγκεκριμένο παράδειγμα έχουμε ήδη δύο εκτιμήσεις του *ES* για τη σχέση των δύο μεταβλητών. Μία εκτίμηση από τη $I_D=0,232$ και μία από τη $I_D^{ph}=0,278$. Επομένως, έχουμε στη διάθεσή μας ένα εύρος τιμών του *ES* για τη διατύπωση εναλλακτικών υποθέσεων, που θα χρησιμεύσουν στον υπολογισμό του μεγέθους δείγματος, σε μελλοντική έρευνα στην οποία θα εξεταστεί και πάλι η σχέση των δύο μεταβλητών. Αποτελέσματα και άλλων μελετών θα μπορούσαν να επεκτείνουν τα όρια τιμών του *ES*, όπως αυτό μετριέται μέσω της δυναμικής αδράνειας.

The screenshot shows a Microsoft Excel spreadsheet titled "Post hoc Dynamic Inertia". The active cell is B13, containing the formula $=((B2-\$H\$2*\$B9/\$H\$9)^2)/(\$H\$2*\$B9/\$H\$9)$. The spreadsheet is organized as follows:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		Σ1	Σ2	Σ3	Σ4	Σ5	Σ6	Σύνολα	Περιγραφοί
2	Γ1	0	8	0	0	4	0	=SUM(B2:G2)	12
3	Γ2	0	4	0	0	2	0	=SUM(B3:G3)	6
4	Γ3	16	0	10	6	0	6	=SUM(B4:G4)	38
5	Γ4	14	0	10	4	0	6	=SUM(B5:G5)	34
6	Γ5	4	4	0	0	0	2	=SUM(B6:G6)	10
7	Γ6	8	0	4	0	0	12	=SUM(B7:G7)	24
8	Γ7	6	0	2	6	0	0	=SUM(B8:G8)	14
9	Σύνολα	=SUM(B2:B8)	=SUM(C2:C8)	=SUM(D2:D8)	=SUM(E2:E8)	=SUM(F2:F8)	=SUM(G2:G8)	=SUM(H2:H8)	
10	Περιγραφοί	48	16	26	16	6	26	138	
11									
12		Σ1	Σ2	Σ3	Σ4	Σ5	Σ6		
13	Γ1	$=((B2-\$H\$2*\$B9/\$H\$9)^2)/(\$H\$2*\$B9/\$H\$9)$	$=((C2-\$H\$3*\$C1)/(\$H\$3*\$C1))^2$	$=((D2-\$H\$4*\$D1)/(\$H\$4*\$D1))^2$	$=((E2-\$H\$5*\$E1)/(\$H\$5*\$E1))^2$	$=((F2-\$H\$6*\$F1)/(\$H\$6*\$F1))^2$	$=((G2-\$H\$7*\$G1)/(\$H\$7*\$G1))^2$		
14	Γ2	$=((B3-\$H\$3*\$B9/\$H\$9)^2)/(\$H\$3*\$B9/\$H\$9)$	$=((C3-\$H\$3*\$C1)/(\$H\$3*\$C1))^2$	$=((D3-\$H\$3*\$D1)/(\$H\$3*\$D1))^2$	$=((E3-\$H\$3*\$E1)/(\$H\$3*\$E1))^2$	$=((F3-\$H\$3*\$F1)/(\$H\$3*\$F1))^2$	$=((G3-\$H\$3*\$G1)/(\$H\$3*\$G1))^2$		
15	Γ3	$=((B4-\$H\$4*\$B9/\$H\$9)^2)/(\$H\$4*\$B9/\$H\$9)$	$=((C4-\$H\$4*\$C1)/(\$H\$4*\$C1))^2$	$=((D4-\$H\$4*\$D1)/(\$H\$4*\$D1))^2$	$=((E4-\$H\$4*\$E1)/(\$H\$4*\$E1))^2$	$=((F4-\$H\$4*\$F1)/(\$H\$4*\$F1))^2$	$=((G4-\$H\$4*\$G1)/(\$H\$4*\$G1))^2$		
16	Γ4	$=((B5-\$H\$5*\$B9/\$H\$9)^2)/(\$H\$5*\$B9/\$H\$9)$	$=((C5-\$H\$5*\$C1)/(\$H\$5*\$C1))^2$	$=((D5-\$H\$5*\$D1)/(\$H\$5*\$D1))^2$	$=((E5-\$H\$5*\$E1)/(\$H\$5*\$E1))^2$	$=((F5-\$H\$5*\$F1)/(\$H\$5*\$F1))^2$	$=((G5-\$H\$5*\$G1)/(\$H\$5*\$G1))^2$		
17	Γ5	$=((B6-\$H\$6*\$B9/\$H\$9)^2)/(\$H\$6*\$B9/\$H\$9)$	$=((C6-\$H\$6*\$C1)/(\$H\$6*\$C1))^2$	$=((D6-\$H\$6*\$D1)/(\$H\$6*\$D1))^2$	$=((E6-\$H\$6*\$E1)/(\$H\$6*\$E1))^2$	$=((F6-\$H\$6*\$F1)/(\$H\$6*\$F1))^2$	$=((G6-\$H\$6*\$G1)/(\$H\$6*\$G1))^2$		
18	Γ6	$=((B7-\$H\$7*\$B9/\$H\$9)^2)/(\$H\$7*\$B9/\$H\$9)$	$=((C7-\$H\$7*\$C1)/(\$H\$7*\$C1))^2$	$=((D7-\$H\$7*\$D1)/(\$H\$7*\$D1))^2$	$=((E7-\$H\$7*\$E1)/(\$H\$7*\$E1))^2$	$=((F7-\$H\$7*\$F1)/(\$H\$7*\$F1))^2$	$=((G7-\$H\$7*\$G1)/(\$H\$7*\$G1))^2$		
19	Γ7	$=((B8-\$H\$8*\$B9/\$H\$9)^2)/(\$H\$8*\$B9/\$H\$9)$	$=((C8-\$H\$8*\$C1)/(\$H\$8*\$C1))^2$	$=((D8-\$H\$8*\$D1)/(\$H\$8*\$D1))^2$	$=((E8-\$H\$8*\$E1)/(\$H\$8*\$E1))^2$	$=((F8-\$H\$8*\$F1)/(\$H\$8*\$F1))^2$	$=((G8-\$H\$8*\$G1)/(\$H\$8*\$G1))^2$		
20									
21	Ολική αδρόναση	=1.16							
22	Ροή max Q (optimum)	=SUM(B13:G19)							
23	Ροή max αδρόναση	=B22/H9							
24	Ροή δυναμική αδρόναση	=B21/B23							
25									
26									
27									
28									
29									
30									
31									
32									
33									

At the bottom of the spreadsheet, there are summary formulas for total and dynamic inertia, and a status bar showing the current sheet as "Optimization" and the time as 12:53 pm.

Εικόνα E1.2: Κατάστρωση του Φύλλου Εργασίας

Microsoft Excel - Post hoc Dynamic Inertia

Αρχείο Επεξεργασία Προβολή Εισαγωγή Μορφή Εργαλεία Δεδομένα Παράθυρο Βοήθεια Πληκτρολογήστε ερώτηση

Arial 10 B I U % 000 € 0.00 0.00 95%

G19 $=((G8-\$H\$8*G9/\$H\$9)^2)/(\$H\$8*G9/\$H\$9)$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1		Σ1	Σ2	Σ3	Σ4	Σ5	Σ6	Σύνολα	Περιορισμοί		
2	Γ1	0	8	0	0	4	0	12	12		
3	Γ2	0	4	0	0	2	0	6	6		
4	Γ3	16	0	10	6	0	6	38	38		
5	Γ4	14	0	10	4	0	6	34	34		
6	Γ5	4	4	0	0	0	2	10	10		
7	Γ6	8	0	4	0	0	12	24	24		
8	Γ7	6	0	2	6	0	0	14	14		
9	Σύνολα	48	16	26	16	6	26	138			
10	Περιορισμοί	48	16	26	16	6	26	138			
11											
12		Σ1	Σ2	Σ3	Σ4	Σ5	Σ6				
13	Γ1	4.174	31.391	2.261	1.391	23.188	2.261				
14	Γ2	2.087	15.696	1.130	0.696	11.594	1.130				
15	Γ3	0.586	4.406	1.127	0.577	1.652	0.188				
16	Γ4	0.400	3.942	2.017	0.001	1.478	0.026				
17	Γ5	0.078	6.959	1.884	1.159	0.435	0.007				
18	Γ6	0.014	2.783	0.060	2.783	1.043	12.368				
19	Γ7	0.262	1.623	0.154	11.802	0.609	2.638				
20											
21	Ολική Αδράνεια=	1.160									
22	Post hoc max Q (optimum)=	160.061									
23	Post hoc max Αδράνεια=	1.160									
24	Post hoc δυναμική Αδράνεια=	1.000									

Φύλλο1 / Φύλλο2 / Φύλλο3 / Optimization / Optimization (2) / Ε

Έτοιμο AP

έναρξη Chap_5 2 Microsoft Office ... Microsoft Excel - Post... EN 1:23 πμ

Εικόνα Ε1.3: Δεδομένα και Υπολογισμοί πριν τη Βελτιστοποίηση

Microsoft Excel - Post hoc Dynamic Inertia

Αρχείο Επεξεργασία Προβολή Εισαγωγή Μορφή Εργαλεία Δεδομένα Παράθυρο Βοήθεια Πληκτρολογήστε ερώτηση

Arial 10 B I U Σ 95%

B24 =B21/B23

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1		Σ1	Σ2	Σ3	Σ4	Σ5	Σ6	Σύνολα	Περιορισμοί		
2	Γ1	0	12	0	0	0	0	12	12		
3	Γ2	0	0	0	0	6	0	6	6		
4	Γ3	12	0	26	0	0	0	38	38		
5	Γ4	34	0	0	0	0	0	34	34		
6	Γ5	2	4	0	2	0	2	10	10		
7	Γ6	0	0	0	0	0	24	24	24		
8	Γ7	0	0	0	14	0	0	14	14		
9	Σύνολα	48	16	26	16	6	26	138			
10	Περιορισμοί	48	16	26	16	6	26	138			
11											
12		Σ1	Σ2	Σ3	Σ4	Σ5	Σ6				
13	Γ1	4.174	80.891	2.261	1.391	0.522	2.261				
14	Γ2	2.087	0.696	1.130	0.696	126.261	1.130				
15	Γ3	0.112	4.406	49.580	4.406	1.652	7.159				
16	Γ4	41.576	3.942	6.406	3.942	1.478	6.406				
17	Γ5	0.628	6.959	1.884	0.609	0.435	0.007				
18	Γ6	8.348	2.783	4.522	2.783	1.043	83.906				
19	Γ7	4.870	1.623	2.638	94.373	0.609	2.638				
20											
21	Ολική Αδράνεια=	1.160									
22	Post hoc max Q (optimum)=	575.223									
23	Post hoc max Αδράνεια=	4.168									
24	Post hoc δυναμική Αδράνεια=	0.278									

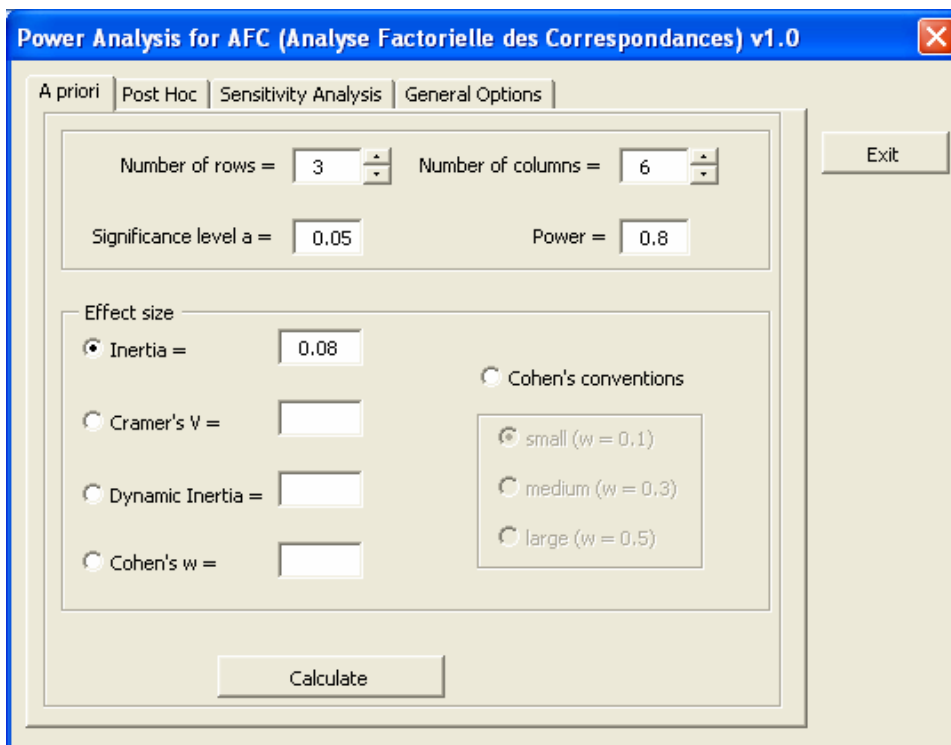
Έτοιμο AP

έναρξη Chap_5 Chapter 5 - Micr... Εικόνα 3 - Micro... Post hoc Dynami... EN 1:27 πμ

Εικόνα Ε1.4: Αποτελέσματα Βελτιστοποίησης

E2. Το Λογισμικό Power Analysis for AFC (Σύντομη Περιγραφή)

Το προτεινόμενο λογισμικό Power Analysis for AFC (*Analyse Factorielle des Correspondances*) πραγματοποιεί *a priori* και *post hoc* Ανάλυση Ισχύος του στατιστικού ελέγχου χ^2 , στο πλαίσιο της ΠΑΑ, σύμφωνα με τη μεθοδολογία που προτείναμε στην Ενότητα 5.8. Διαθέτει, επίσης, τη δυνατότητα ανάλυσης ευαισθησίας για τις τέσσερις παραμέτρους (α , γ , N και ES) που εμπλέκονται στην ΑΙ του ελέγχου. Είναι εφαρμογή γραμμένη στη γλώσσα προγραμματισμού Visual Basic for Applications-VBA και εγκαθίσταται ως επιπρόσθετο (add-in) του λογισμικού EXCEL. Για τη λειτουργία του απαιτείται να είναι ήδη εγκατεστημένο το επιπρόσθετο *π-face* (βλέπε Ενότητα 5.13). Η εκτέλεσή του γίνεται με τον συνδυασμό πλήκτρων Ctrl+Shift+P. Η Εικόνα E2.1 δείχνει το αρχικό πλαίσιο διαλόγου της εφαρμογής.

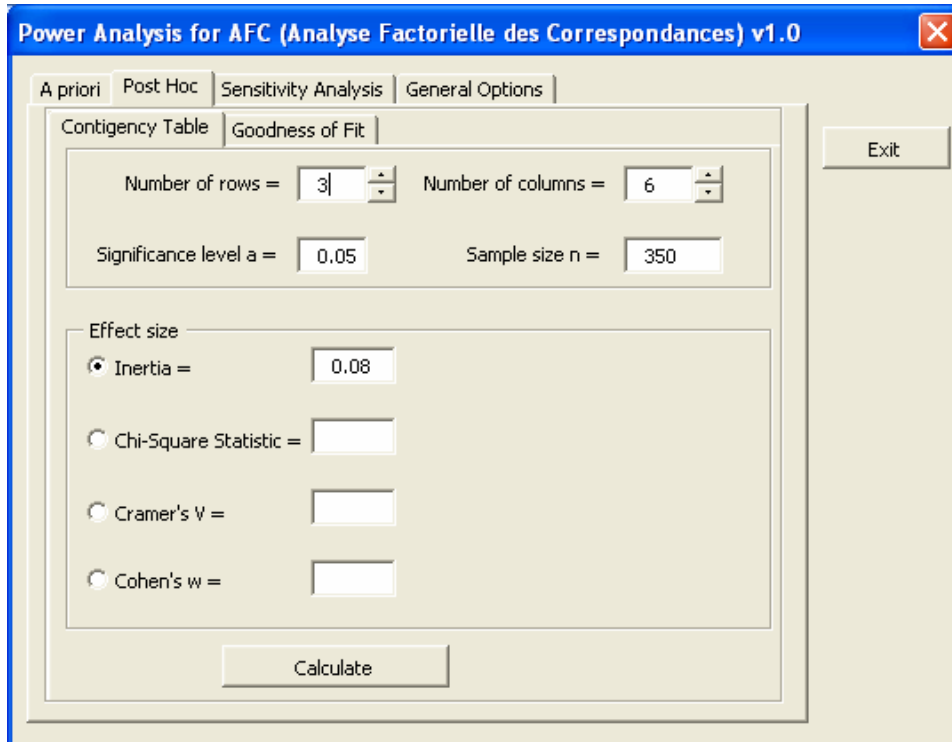


Εικόνα E2.1: Το Module για την *A Priori* ΑΙ

Το λογισμικό περιλαμβάνει τέσσερις ενότητες (modules) διαδικασιών (**A priori, Post hoc, Sensitivity Analysis** και **General Options**). Στην πρώτη (**A priori tab**) πραγματοποιείται *a priori* ΑΙ του ελέγχου χ^2 (βλέπε Εικόνα E2.1). Ο χρήστης καθορίζει τον αριθμό γραμμών (**Number of rows**) και τον αριθμό στηλών (**Number of columns**) του πίνακα συμπτώσεων, το επιθυμητό ε.σ. α (**Significance level α**) και την επιθυμητή ισχύ γ του ελέγχου (**Power**). Στην περιοχή **Effect Size** ο χρήστης μπορεί να επιλέξει το επιθυμητό *ES* που θα δοθεί ως είσοδος στην ανάλυση. Ειδικότερα, ως *ES* μπορεί να καθοριστεί η αδράνεια (**Inertia**), ο συντελεστής συνάφειας V του Cramer (**Cramer's V**), η δυναμική αδράνεια (**Dynamic Inertia**) ή ο δείκτης w του Cohen (**Cohen's w**). Επίσης, μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι συμβάσεις του Cohen (**Cohen's conventions**) σχετικά με το τι μπορεί να θεωρηθεί ως μικρό (**small ($w=0.1$)**), μεσαίο (**medium ($w=0.3$)**) και μεγάλο (**large ($w=0.5$)**) *ES* στην περίπτωση του ελέγχου χ^2 . Αφού συμπληρωθούν τα απαραίτητα στοιχεία, οι υπολογισμοί πραγματοποιούνται με το πάτημα του πλήκτρου **Calculate**. Στο ενεργό φύλλο εργασίας εμφανίζονται τα αποτελέσματα των υπολογισμών (βλέπε Εικόνα E2.4). Το λογισμικό παράγει και μια σύντομη αναφορά σχετικά με τα δεδομένα εισόδου και τα αποτελέσματα της ανάλυσης. Η τιμή **Critical Chi-Square Statistic** είναι η κρίσιμη τιμή της Κατανομής χ^2 σε ε.σ. α για τους καθορισμένους βαθμούς ελευθερίας. Στα κελιά τίτλων των αποτελεσμάτων έχουν εισαχθεί σχόλια με σύντομη επεξήγηση για τις αντίστοιχες παραμέτρους και δείκτες.

Η *post hoc* ΑΙ υλοποιείται στην ενότητα **Post hoc** (βλέπε Εικόνα E2.2). Το module αυτό περιλαμβάνει δύο υποενότητες. Η πρώτη (**Contingency Table tab**) αφορά στην περίπτωση πίνακα συμπτώσεων, ενώ η δεύτερη (**Goodness of fit tab**) στον έλεγχο χ^2 καλής προσαρμογής. Στην υποενότητα **Contingency Table** ο χρήστης εισάγει τον αριθμό γραμμών (**Number of rows**) και τον αριθμό στηλών (**Number of columns**) του πίνακα συμπτώσεων, το ε.σ. α (**Significance level α**) και το μέγεθος N του δείγματος (**Sample size n**). Στην περιοχή **Effect Size** ο χρήστης μπορεί να εισάγει το παρατηρούμενο *ES* επιλέγοντας ανάμεσα σε τέσσερις δείκτες: α) την παρατηρούμενη Αδράνεια (**Inertia**), β) το παρατηρούμενο στατιστικό Q (**Chi-Square statistic**), γ) τον παρατηρούμενο συντελεστή συνάφειας V του Cramer (**Cramer's V**) ή δ) τον παρατηρούμενο δείκτη w Cohen (**Cohen's w**). Τα αποτελέσματα δίνονται όπως στην Εικόνα E2.5. Για την *post hoc* ΑΙ του ελέγχου χ^2 καλής προσαρμογής (βλέπε Εικόνα

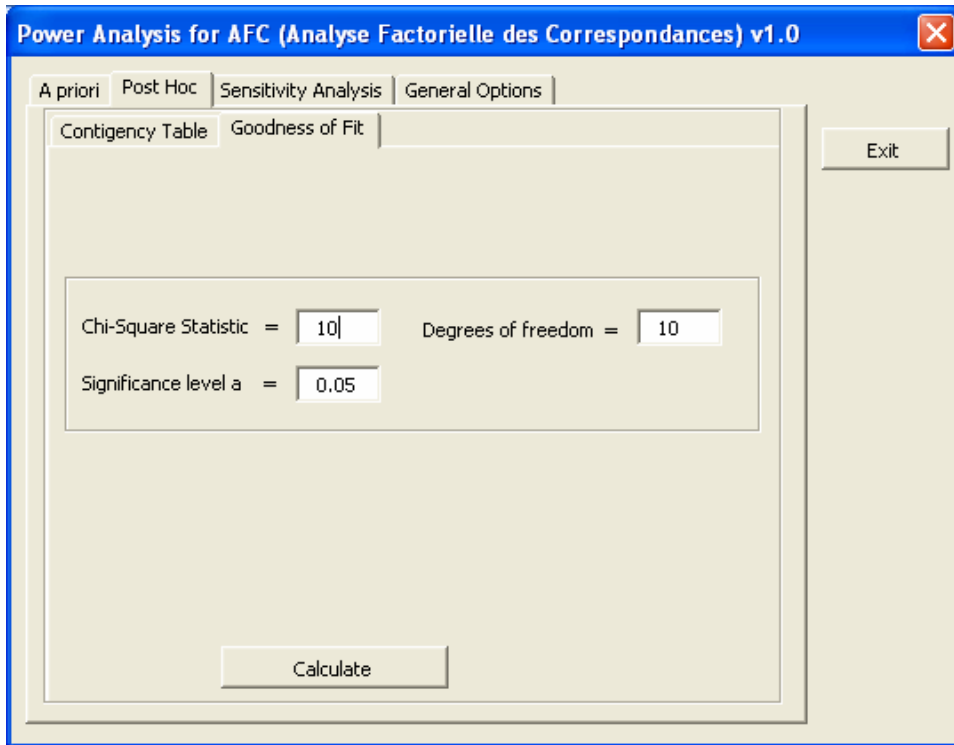
E2.3) ο χρήστης θα πρέπει να εισάγει την παρατηρούμενη τιμή του στατιστικού Q (**Chi-Square statistic**), τους βαθμούς ελευθερίας του ελέγχου (**Degrees of freedom**) και το ε.σ. α (**Significance level a**). Τα παραγόμενα αποτελέσματα για τα δεδομένα εισόδου δίνονται στην Εικόνα E2.6).



Εικόνα E2.2: Το Module για την *Post Hoc* AI

Στο τρίτο module (**Sensitivity Analysis** tab) πραγματοποιείται η ανάλυση ευαισθησίας για τις παραμέτρους της AI του ελέγχου χ^2 (βλέπε Εικόνα E2.7). Πιο συγκεκριμένα, παρέχονται οι παρακάτω δυνατότητες γενικών επιλογών:

- Εκτίμηση του μεγέθους του δείγματος N ως συνάρτηση της ισχύος γ , του ε.σ. α και του ES (**Sample size as a function of Power, Alpha, Effect Size**).
- Εκτίμηση του ε.σ. α ως συνάρτηση του μεγέθους δείγματος N , της ισχύος γ και του ES (**Alpha as a function of Sample size, Power, Effect size**).
- Εκτίμηση του ES ως συνάρτηση του μεγέθους δείγματος N , του ε.σ. α και της ισχύος γ (**Effect size as a function of Sample size, Power, Effect size**).



Εικόνα E2.3: Το Module για την *Post hoc* AI του Ελέγχου Καλής Προσαρμογής

Αφού ο χρήστης επιλέξει τη γενική διαδικασία που επιθυμεί, μέσω του πλήκτρου **Next** δίνεται η δυνατότητα καθορισμού της συγκεκριμένης παραμέτρου, ως προς την οποία θα πραγματοποιηθεί η ανάλυση ευαισθησίας. Για παράδειγμα, αν ο χρήστης επιλέξει **Sample size as a function of Power, Alpha, Effect Size** και πατήσει στο πλήκτρο **Next**, τότε θα εμφανιστεί το πλαίσιο διαλόγου της Εικόνας E2.8. Εδώ θα πρέπει να επιλέξει αν η ανάλυση ευαισθησίας θα υπολογίσει το μέγεθος του δείγματος ως συνάρτηση της ισχύος (**Sample size as a function of Power**), του ε.σ. α (**Sample size as a function of Alpha**) ή του *ES* (**Sample size as a function of Effect Size**).

Power Analysis for AFC (Analyse Factorielle des Correspondances) v1.0
 Copyright © 2004-2005 by George Menexes and Angelos Markos, Department of Applied Informatics
 University of Macedonia, Thessaloniki, Greece.

Date: 14-Aug-2006

A priori Analysis (Effect Size: Inertia)

a	df	Inertia	Cramer's V	D. Inertia	Cohen's w	λ	Power	n
0.05	10	0.08	0.2	0.04	0.28284271	16.2411992	0.8	204

For Effect Size Inertia = .08, a = .05, Power = .8 and df = 10 then:
 n = 204, Critical Chi-Square Statistic = 18.307, λ = 16.241, Actual Power = .7999997

Εικόνα Ε2.4: Αποτελέσματα της *A Priori* ΑΙ

Post Hoc Analysis (Effect Size: Inertia)

a	df	Inertia	Cramer's V	Chi-Sq. stat	Cohen's w	Power	n
0.05	10	0.08	0.2	28	0.28284271	0.97523165	350

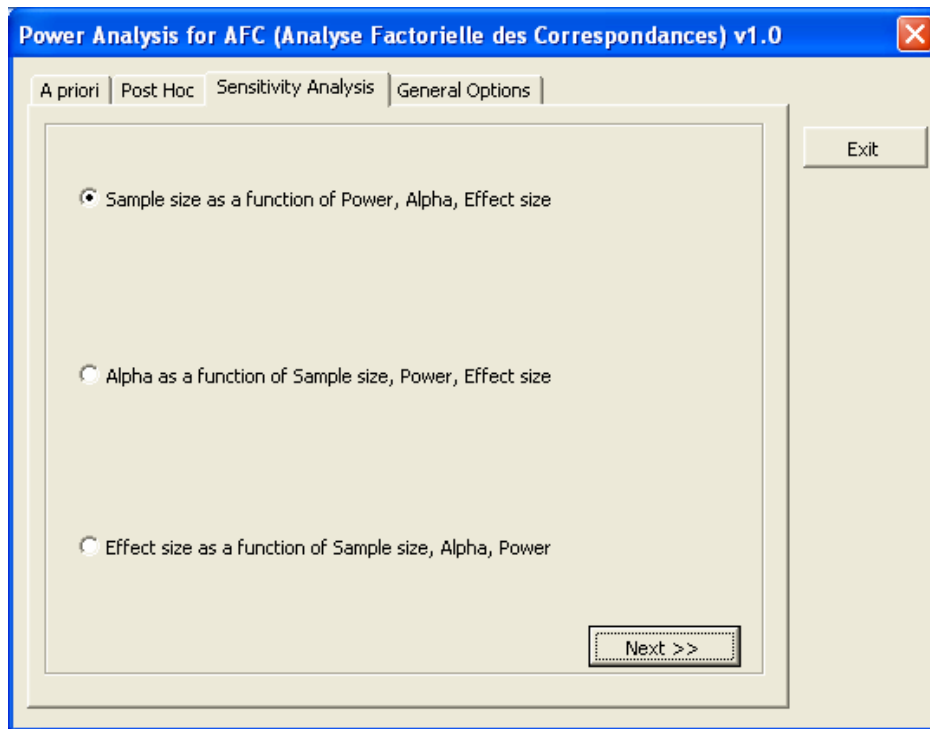
For Effect Size Inertia = .08, a = .05, n = 350 and df = 10 then:
 Power = .975, Critical Chi-Square Statistic = 18.307

Εικόνα Ε2.5: Αποτελέσματα της *Post hoc* ΑΙ

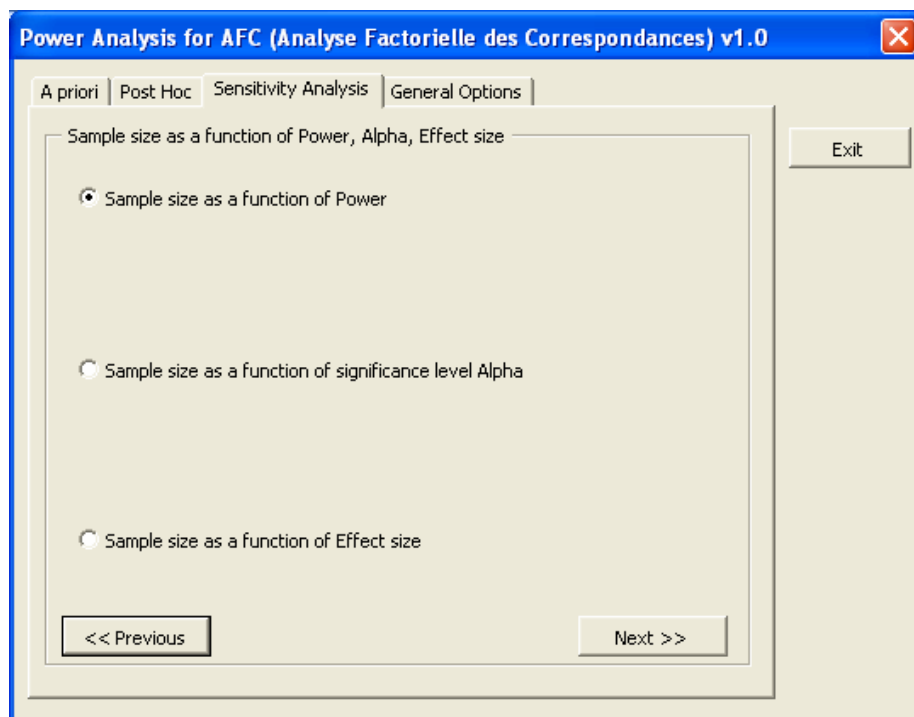
Post Hoc Analysis (Goodness of fit)

a	df	Chi-Sq. stat	Cohen's w	Power
0.05	10	10	0.1	0.54241847

Εικόνα Ε2.6: Αποτελέσματα της *Post Hoc* ΑΙ του Ελέγχου Καλής Προσαρμογής



Εικόνα E2.7: Το Module για την Ανάλυση Ευαισθησίας

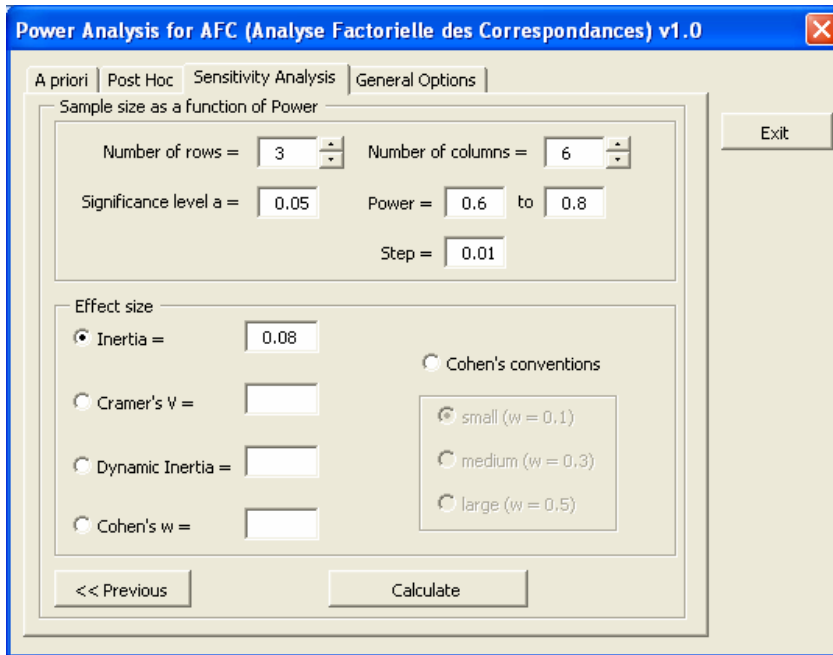


Εικόνα E2.8: Πλαίσιο Διαλόγου: Ανάλυση Ευαισθησίας, Μέγεθος Δείγματος ως Συνάρτηση της Ισχύος, του Επιπέδου Σημαντικότητας και του Μεγέθους του Αποτελέσματος

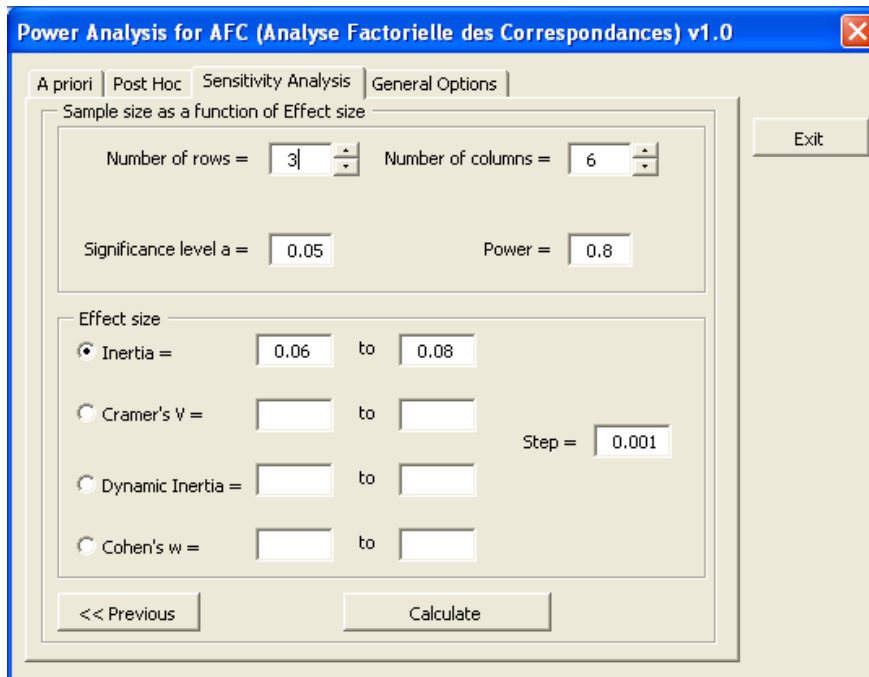
Έστω ότι η επιλογή του χρήστη είναι ☉ **Sample size as a function of Power**. Πατώντας στο πλήκτρο **Next** θα εμφανιστεί το πλαίσιο διαλόγου της Εικόνας E2.9. Το πλαίσιο διαλόγου **Sample size as a function of Power** είναι σχεδόν ίδιο με αυτό της Εικόνας E2.1 για την *a priori* AI. Η διαφορά έγκειται στο ότι ο χρήστης θα πρέπει να δώσει όρια, δηλαδή εύρος τιμών, για την επιθυμητή ισχύ του ελέγχου (**Power=...to...**) καθώς και το βήμα με το οποίο θα αυξάνονται οι τιμές της ισχύος (**Step=...**). Το λογισμικό θα υπολογίσει, για το εύρος τιμών ισχύος που θα καθοριστεί, το αντίστοιχο μέγεθος δείγματος, για το ε.σ. α , το ES και τον αριθμό γραμμών και στηλών του πίνακα συμπτώσεων που δόθηκαν (βλέπε Εικόνα E2.11). Από τα αποτελέσματα ο χρήστης μπορεί να διαπιστώσει, για παράδειγμα, ότι ο έλεγχος χ^2 , με 10 β.ε. και ισχύ $\gamma=0,70$, για να ανιχνεύσει ως στατιστικά σημαντικό, σε ε.σ. $\alpha=0,05$, το μέγεθος αποτελέσματος ES που αντιστοιχεί σε αδράνεια $I=0,08$ (ή ισοδύναμα σε $w=0,283$, $V=0,2$ και δυναμική αδράνεια $I_D=0,04$), απαιτείται μέγεθος δείγματος τουλάχιστον $N=168$. Αν στο πλαίσιο διαλόγου της Εικόνας E2.8 η επιλογή του χρήστη είναι ☉ **Sample size as a function of Effect size**, τότε η παραμετροποίηση της ανάλυσης ευαισθησίας είναι αυτή της Εικόνας E2.10. Ο χρήστης εκτός από τον αριθμό γραμμών και στηλών, το ε.σ. α και το επιθυμητό επίπεδο ισχύος θα πρέπει να εισάγει στην περιοχή **Effect size** το εύρος τιμών για το ES της προτίμησής του καθώς και το βήμα μεταβολής των τιμών του ES (**Step=...**). Η εφαρμογή θα υπολογίσει το αντίστοιχο μέγεθος δείγματος για κάθε τιμή του ES (βλέπε Εικόνα E2.12). Κάθε διαφορετική τιμή του ES αντιστοιχεί και σε μία “ενδιαφέρουσα εναλλακτική υπόθεση”. Στην ίδια λογική χρήσης στηρίζονται όλες οι δυνατότητες της ανάλυσης ευαισθησίας που πραγματοποιεί το λογισμικό Power Analysis for AFC.

Στο module **General Options** δίνεται η δυνατότητα: α) καθορισμού του συμβόλου που θα χρησιμοποιηθεί για το διαχωρισμό των δεκαδικών ψηφίων και β) ρύθμισης της ακρίβειας των υπολογισμών. Η ακρίβεια και η ορθότητα των αποτελεσμάτων που παράγονται από το λογισμικό ελέγχθηκε μέσω συγκρίσεων με τα αντίστοιχα που προκύπτουν από τη χρήση πινάκων (βλέπε Cohen 1988, Χατζηνικολάου 2002) και το λογισμικό GPower. Σε ορισμένες περιπτώσεις, παρατηρήθηκαν διαφορές της τάξης του ± 1 για τον υπολογισμό του μεγέθους του δείγματος και αποκλίσεις στο τρίτο δεκαδικό ψηφίο στον υπολογισμό της ισχύος.

Περισσότερες πληροφορίες σχετικά με τη χρήση του λογισμικού δίνονται στο αρχείο helpme.doc (βλέπε Παράρτημα CDB στο CD που συνοδεύει τη διατριβή).



Εικόνα E2.9: Παραμετροποίηση του Μέγεθος Δείγματος ως Συνάρτηση της Ισχύος



Εικόνα E2.10: Παραμετροποίηση του Μέγεθος Δείγματος ως Συνάρτηση του Μεγέθους του Αποτελέσματος

Sensitivity Analysis, sample size as a function of Power (Effect Size: Inertia)								
a	df	Inertia	Cramer's V	D. Inertia	Cohen's w	λ	Power	n
0.05	10	0.08	0.2	0.04	0.28284271	11.1528621	0.6	140
0.05	10	0.08	0.2	0.04	0.28284271	11.3616999	0.61	143
0.05	10	0.08	0.2	0.04	0.28284271	11.5735586	0.62	145
0.05	10	0.08	0.2	0.04	0.28284271	11.7885963	0.63	148
0.05	10	0.08	0.2	0.04	0.28284271	12.0070736	0.64	151
0.05	10	0.08	0.2	0.04	0.28284271	12.2292218	0.65	153
0.05	10	0.08	0.2	0.04	0.28284271	12.4552849	0.66	156
0.05	10	0.08	0.2	0.04	0.28284271	12.6855332	0.67	159
0.05	10	0.08	0.2	0.04	0.28284271	12.9202596	0.68	162
0.05	10	0.08	0.2	0.04	0.28284271	13.1597817	0.69	165
0.05	10	0.08	0.2	0.04	0.28284271	13.4044463	0.7	168
0.05	10	0.08	0.2	0.04	0.28284271	13.6546481	0.71	171
0.05	10	0.08	0.2	0.04	0.28284271	13.9107753	0.72	174
0.05	10	0.08	0.2	0.04	0.28284271	14.1732996	0.73	178
0.05	10	0.08	0.2	0.04	0.28284271	14.4427289	0.74	181
0.05	10	0.08	0.2	0.04	0.28284271	14.7196275	0.75	184
0.05	10	0.08	0.2	0.04	0.28284271	15.0046255	0.76	188
0.05	10	0.08	0.2	0.04	0.28284271	15.298429	0.77	192
0.05	10	0.08	0.2	0.04	0.28284271	15.6018361	0.78	196
0.05	10	0.08	0.2	0.04	0.28284271	15.9157497	0.79	199
0.05	10	0.08	0.2	0.04	0.28284271	16.2411992	0.8	204

Εικόνα Ε2.11: Αποτελέσματα Ανάλυσης Ευαισθησίας. Μέγεθος Δείγματος ως Συνάρτηση της Ισχύος

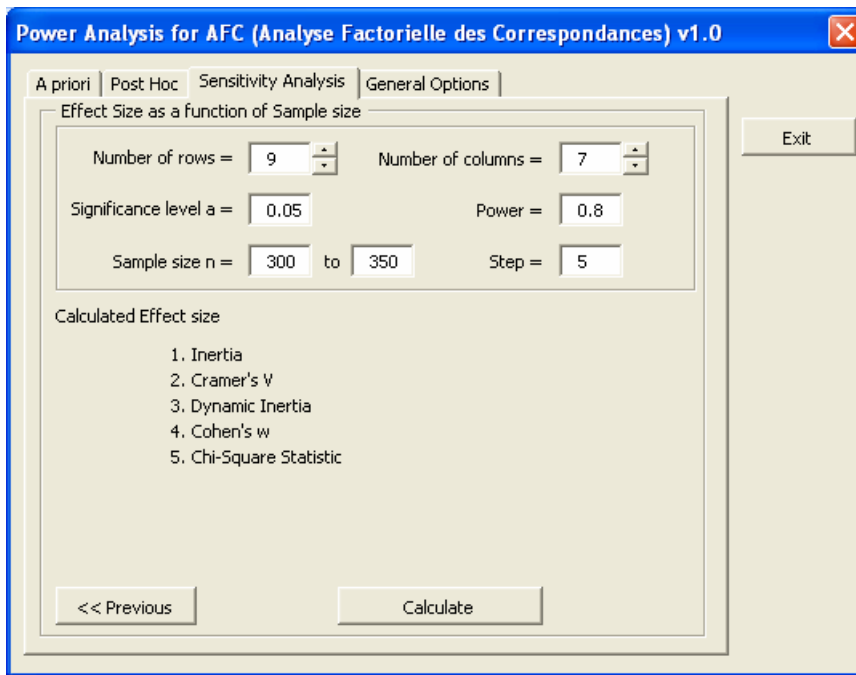
Sensitivity Analysis, Sample size as a function of Inertia								
a	df	Inertia	Cramer's V	D. Inertia	Cohen's w	λ	Power	n
0.05	10	0.06	0.17320508	0.03	0.24494897	16.2411992	0.8	271
0.05	10	0.061	0.17464249	0.0305	0.24698178	16.2411992	0.8	267
0.05	10	0.062	0.17606817	0.031	0.24899799	16.2411992	0.8	262
0.05	10	0.063	0.17748239	0.0315	0.25099801	16.2411992	0.8	258
0.05	10	0.064	0.17888544	0.032	0.25298221	16.2411992	0.8	254
0.05	10	0.065	0.18027756	0.0325	0.25495098	16.2411992	0.8	250
0.05	10	0.066	0.18165902	0.033	0.25690465	16.2411992	0.8	247
0.05	10	0.067	0.18303005	0.0335	0.25884358	16.2411992	0.8	243
0.05	10	0.068	0.18439089	0.034	0.2607681	16.2411992	0.8	239
0.05	10	0.069	0.18574176	0.0345	0.26267851	16.2411992	0.8	236
0.05	10	0.07	0.18708287	0.035	0.26457513	16.2411992	0.8	233
0.05	10	0.071	0.18841444	0.0355	0.26645825	16.2411992	0.8	229
0.05	10	0.072	0.18973666	0.036	0.26832816	16.2411992	0.8	226
0.05	10	0.073	0.19104973	0.0365	0.27018512	16.2411992	0.8	223
0.05	10	0.074	0.19235384	0.037	0.27202941	16.2411992	0.8	220
0.05	10	0.075	0.19364917	0.0375	0.27386128	16.2411992	0.8	217
0.05	10	0.076	0.19493589	0.038	0.27568098	16.2411992	0.8	214
0.05	10	0.077	0.19621417	0.0385	0.27748874	16.2411992	0.8	211
0.05	10	0.078	0.19748418	0.039	0.2792848	16.2411992	0.8	209
0.05	10	0.079	0.19874607	0.0395	0.28106939	16.2411992	0.8	206
0.05	10	0.08	0.2	0.04	0.28284271	16.2411992	0.8	204

Εικόνα Ε2.12: Αποτελέσματα Ανάλυσης Ευαισθησίας. Μέγεθος Δείγματος ως Συνάρτηση του Μεγέθους Αποτελέσματος

Παρατήρηση E2.1

Η ανάλυση ευαισθησίας της ΑΙ του ελέγχου χ^2 είναι ιδιαίτερα χρήσιμη κατά τη φάση σχεδιασμού μιας ερευνητικής μελέτης (*a priori* ΑΙ). Ο χρήστης λαμβάνοντας υπόψη προηγούμενη εμπειρία και γνώση καθώς και τις ιδιαιτερότητες του συγκεκριμένου ερευνητικού πεδίου, στο πλαίσιο του οποίου θα διεξαχθεί ή έρευνα, μπορεί να σταθμίσει και να αξιολογήσει την αποτελεσματικότητα και τη δυνατότητα υλοποίησης της ερευνητικής μελέτης. Η διαπίστωση αυτή αποκτά ιδιαίτερη βαρύτητα στην περίπτωση που υπάρχουν περιορισμοί (οικονομικοί, χρονικοί, δεοντολογικοί), οι οποίοι έχουν ως αποτέλεσμα να μην είναι εφικτή η συγκέντρωση του ελάχιστου απαιτούμενου μεγέθους δείγματος, ώστε τα αποτελέσματα να έχουν αποδεκτό βαθμό εγκυρότητας και αξιοπιστίας. Από μια άλλη σκοπιά, με δεδομένους τους εκάστοτε περιορισμούς, για παράδειγμα ότι το μέγεθος δείγματος δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερο από κάποια συγκεκριμένη τιμή, τότε μέσω της ανάλυσης ευαισθησίας μπορεί να διαπιστωθεί ποιο είναι το ελάχιστο σημαντικό αποτέλεσμα (*ES*), το οποίο μπορεί να εξαχθεί από τη συγκεκριμένη έρευνα. Αν αυτό το μέγεθος του αποτελέσματος έχει κλινική ή πρακτική σημαντικότητα, τότε έχει νόημα η διεξαγωγή της έρευνας. Σε αντίθετη περίπτωση, η απόφαση για τη διεξαγωγή της τίθεται υπό έλεγχο. Για παράδειγμα, ας υποθέσουμε ότι οι διαθέσιμοι πόροι για τη διεξαγωγή μιας έρευνας επαρκούν για τη συγκέντρωση 300-350 δειγματοληπτικών μονάδων. Οι ερευνητές έχουν αποφασίσει ότι για τη διερεύνηση της σχέσης δύο κατηγορικών μεταβλητών *X* και *Y*, με 9 και 7 κλάσεις αντίστοιχα, θα πρέπει ο έλεγχος χ^2 σε ε.σ. $\alpha=0,05$ να έχει ισχύ ίση με 0,80. Το ζητούμενο είναι, με δεδομένους τους παραπάνω περιορισμούς, ποιο είναι το ελάχιστο *ES* που μπορεί να ανιχνευθεί ως στατιστικά σημαντικό. Η απάντηση μπορεί να δοθεί μέσω του λογισμικού Power Analysis for AFC ως εξής:

Από το module **Sensitivity Analysis**, επιλέγουμε **Effect Size as a function of Sample Size, Alpha, Power**. Πατάμε στο **Next** και στη συνέχεια επιλέγουμε **Effect Size as a function of Sample Size**. Δίνουμε τα δεδομένα του προβλήματος όπως στην Εικόνα E2.13. Πατάμε στο **Calculate** και παίρνουμε τα αποτελέσματα μέρος των οποίων εμφανίζεται στην Εικόνα E2.14.



Εικόνα Ε2.13: Το Πλαίσιο Διαλόγου **Effect Size as a function of Sample Size** με τα Δεδομένα του Προβλήματος

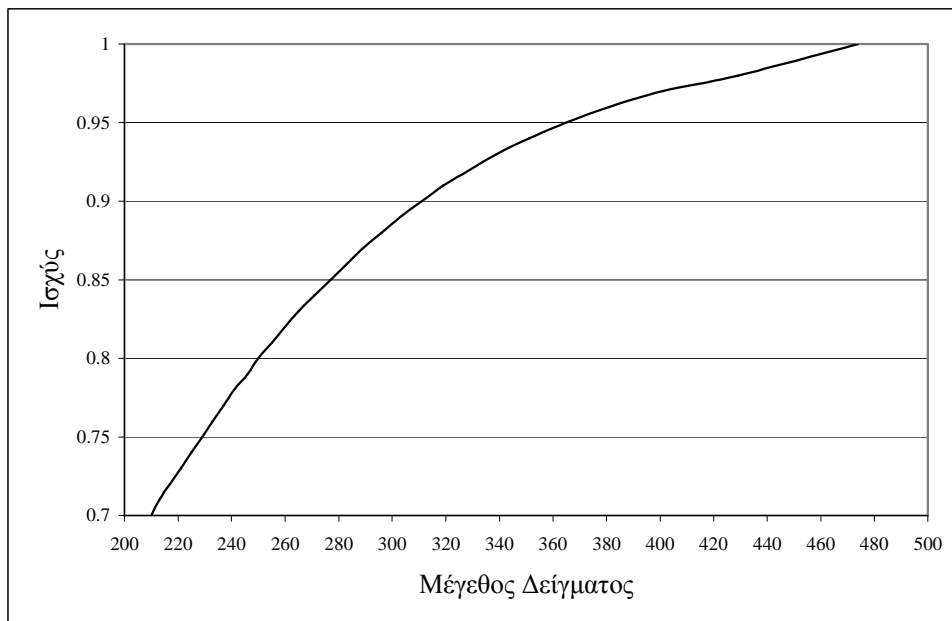
Sensitivity Analysis, Effect Size as a function of Total Sample Size				
Inertia	Cramer's V	D. Inertia	Cohen's w	n
0.09899185	0.128447036	0.01649864	0.3146297	300
0.09736903	0.127389841	0.01622817	0.31204011	305
0.09579856	0.126358327	0.01596643	0.30951343	310
0.09427795	0.125351472	0.01571299	0.30704714	315
0.09280486	0.124368308	0.01546748	0.30463889	320
0.09137709	0.123407921	0.01522951	0.30228644	325
0.08999259	0.122469444	0.01499876	0.29998765	330
0.08864941	0.121552057	0.0147749	0.29774052	335
0.08734575	0.120654981	0.01455762	0.29554314	340
0.08607987	0.119777479	0.01434664	0.29339371	345
0.08485015	0.118918848	0.01414169	0.2912905	350

Εικόνα Ε2.14: Αποτελέσματα Ανάλυσης Ευαισθησίας για $\alpha=0,05$, $\gamma=0,80$ και 48 β.ε.

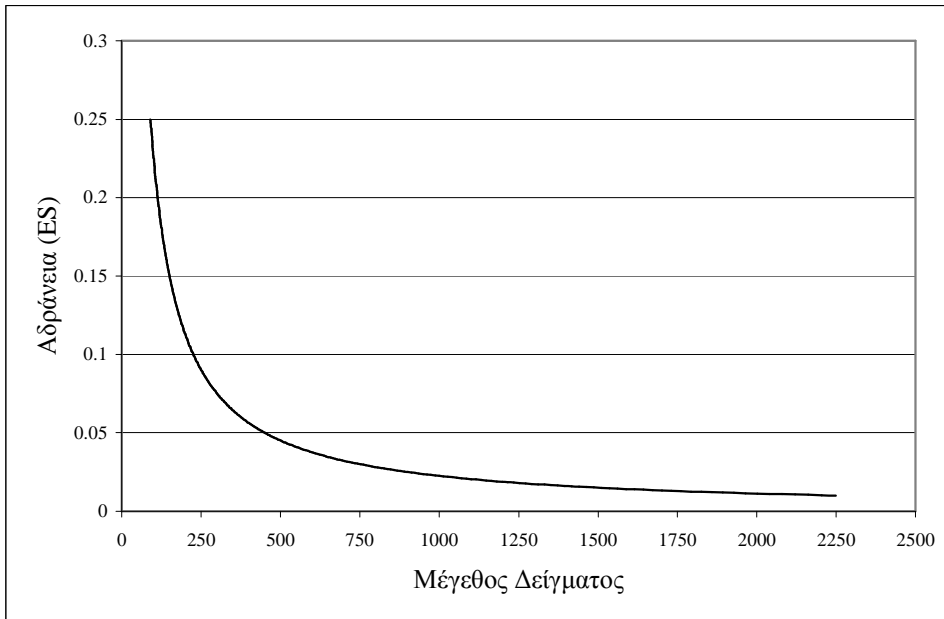
Από την Εικόνα Ε2.14 διαπιστώνουμε ότι με 300 δειγματοληπτικές μονάδες ο έλεγχος μπορεί να ανιχνεύσει ως στατιστικά σημαντική αδράνεια της τάξης του 0,099, ενώ με μέγεθος δείγματος ίσο με 350, αδράνεια ίση με 0,085. Αν το *ES* που αντιστοιχεί σε αδράνεια 0,099 έχει κλινική σημαντικότητα, σε σχέση με τους στόχους της έρευνας, τότε οι ερευνητές μπορούν να προχωρήσουν στη διεξαγωγή της έρευνας με $N=300$. Αν το ελάχιστο σημαντικό *ES* είχε προκαθοριστεί, ώστε να αντιστοιχεί σε

αδράνεια της τάξης του 0,070, τότε οι 350 δειγματοληπτικές μονάδες δεν επαρκούν για να ικανοποιηθούν οι περιορισμοί της μελέτης. Στην περίπτωση αυτή, η *a priori* ΑΙ εκτιμά το ελάχιστο μέγεθος δείγματος σε $N=425$.

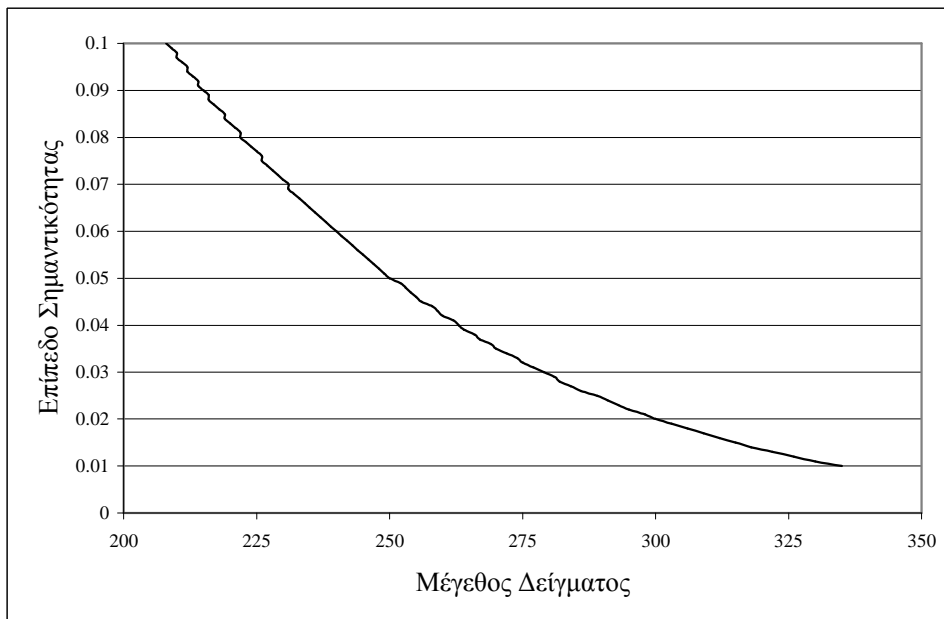
Από τα παραδείγματα που έχουν δοθεί στην παρούσα ενότητα, είναι φανερό ότι με τις δυνατότητες τις οποίες προσφέρει το λογισμικό Power Analysis for AFC για την ανάλυση ευαισθησίας μπορεί να κατασκευαστεί μια πληθώρα πινάκων τιμών που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη λήψη αποφάσεων σχετικά με τις τέσσερις παραμέτρους (α , γ , N και ES) που εμπλέκονται στην ΑΙ του ελέγχου χ^2 . Λόγω του γεγονότος ότι τα αποτελέσματα που παράγονται είναι ήδη πινακοποιημένα είναι εύκολη και η κατασκευή των αντίστοιχων διαγραμμάτων ελέγχου, κάνοντας χρήση των δυνατοτήτων του ECXEL για την παραγωγή στατιστικών διαγραμμάτων. Δίνουμε στη συνέχεια μερικά χαρακτηριστικά παραδείγματα.



Διάγραμμα E2.1: Σχέση Μεγέθους Δείγματος και Ισχύος για τον Έλεγχο χ^2 ($\alpha=0,05$, $\beta.ε.=24$, Αδράνεια=0,09, *Cramer's V*=0,15, Δυναμική Αδράνεια=0,0225, $w=0,3$)



Διάγραμμα E2.2: Σχέση Μεγέθους Δείγματος και Αδράνειας (ES) για τον Έλεγχο χ^2 ($\alpha=0,05$, $\beta.ε.=24$, Αδράνεια από 0,01 έως 0,25, w από 0,1 έως 0,5, Ισχύς=0,80)



Διάγραμμα E2.3: Σχέση Μεγέθους Δείγματος και Επιπέδου Σημαντικότητας για τον Έλεγχο χ^2 (α από 0,01 έως 0,10, $\beta.ε.=24$, Αδράνεια=0,09, $w=0,3$, Ισχύς=0,80)

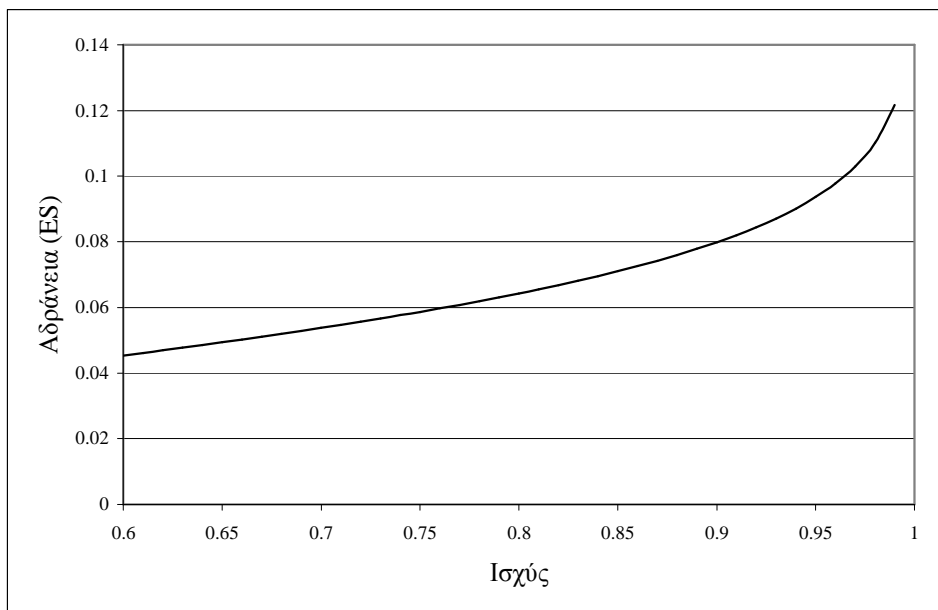
Στο Διάγραμμα E2.1 απεικονίζεται η μεταβολή του μέγεθος δείγματος σε σχέση με την ισχύ του ελέγχου χ^2 με 24 β.ε., σε ε.σ. $\alpha=0,05$, για μέγεθος του αποτελέσματος που αντιστοιχεί σε αδράνεια=0,09, *Cramer's V*=0,15, δυναμική αδράνεια=0,0225, και *Cohen's w*=0,3. Παρατηρούμε ότι από μία ορισμένη τιμή του μεγέθους δείγματος και πάνω ($N \approx 480$) η ισχύς του ελέγχου φθάνει το ανώτατο όριο που είναι η τιμή 1. Επομένως, με βάση τις δοσμένες τιμές των παραμέτρων α , β.ε. και *ES* η συλλογή περισσότερων από 480 δειγματοληπτικών μονάδων είναι σπατάλη πόρων. Βέβαια, στην πράξη η τιμή του ελάχιστα απαιτούμενου μεγέθους δείγματος τροποποιείται κατάλληλα προς τα πάνω, ώστε να ληφθούν υπόψη και άλλοι περιορισμοί της έρευνας όπως, για παράδειγμα, η άρνηση απάντησης και οι ελλείπουσες τιμές, καταστάσεις που αναμένονται σε έρευνες με ερωτηματολόγιο. Αύξηση στο μέγεθος του δείγματος μπορεί να απαιτηθεί και στην περίπτωση που δεν ικανοποιούνται οι προϋποθέσεις εφαρμογής του ελέγχου χ^2 . Παρατηρούμε, επίσης, ότι όταν μειώνονται οι απαιτήσεις σε ισχύ, τότε το μέγεθος του απαιτούμενου δείγματος μειώνεται και αυτό. Έτσι, αν υποθέσουμε ότι οι 480 δειγματοληπτικές μονάδες δεν είναι εφικτό να συγκεντρωθούν και ότι μια πιο ρεαλιστική τιμή για το N είναι της τάξης του 260, τότε από το διάγραμμα μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι για μέγεθος δείγματος ίσο με 260 ο έλεγχος θα έχει ισχύ πάνω από την κατά σύμβαση αποδεκτή ελάχιστη τιμή του 0,80 (βλέπε Ενότητα 5.3).

Το Διάγραμμα E2.2 παρουσιάζει τη σχέση του μεγέθους δείγματος και του μεγέθους του αποτελέσματος (*ES*), όπως αυτό μετριέται μέσω της αδράνειας του αντίστοιχου πίνακα συμπτώσεων. Παρατηρούμε ότι για τις δοσμένες (σταθερές) τιμές του ε.σ. $\alpha=0,05$, των β.ε.=24 και της ισχύος=0,80 η τιμή του απαιτούμενου μεγέθους δείγματος μειώνεται καθώς αυξάνεται το μέγεθος του αποτελέσματος, δηλαδή η αδράνεια. Αν υποθέσουμε ότι η μέγιστη τιμή του μεγέθους δείγματος που μπορεί να συγκεντρωθεί είναι 250, τότε από το διάγραμμα μπορούμε να εκτιμήσουμε ότι για $N=250$ ο έλεγχος μπορεί να διαγνώσει παρατηρούμενη αδράνεια τουλάχιστον της τάξης του 0,1 ως στατιστικά σημαντική, σε ε.σ. $\alpha=0,05$, με ισχύ $\gamma=0,80$.

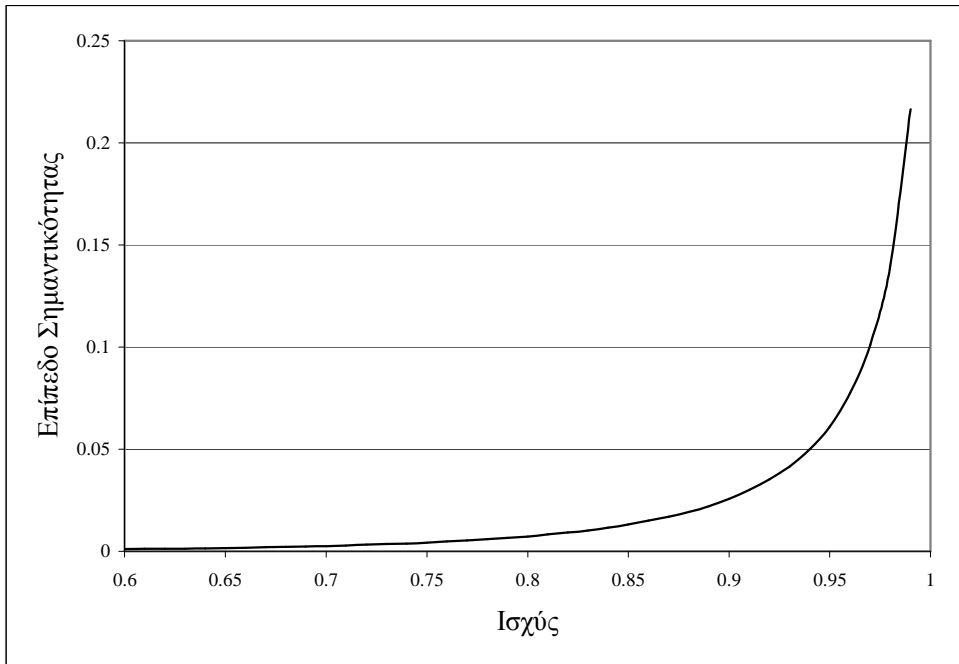
Το Διάγραμμα E2.3 απεικονίζει το επίπεδο σημαντικότητας α του ελέγχου χ^2 ως συνάρτηση του μεγέθους του δείγματος N για καθορισμένες τιμές του *ES* (αδράνεια=0,09, $w=0,3$), των β.ε.(24) και της ισχύος (0,80). Παρατηρούμε ότι το ε.σ. α είναι φθίνουσα συνάρτηση του N . Από το διάγραμμα είναι εύκολο να

διαπιστώσουμε ότι αν το μέγεθος δείγματος που αντιστοιχεί σε $\alpha=0,01$ δεν είναι δυνατό να συγκεντρωθεί ($N>325$), τότε μπορούμε να προκαθορίσουμε το επίπεδο σημαντικότητας σε υψηλότερη στάθμη όπως, για παράδειγμα, σε $\alpha=0,05$ ή $\alpha=0,10$, τιμές για τις οποίες τα αντίστοιχα μεγέθη δείγματος είναι περίπου 250 και 212.

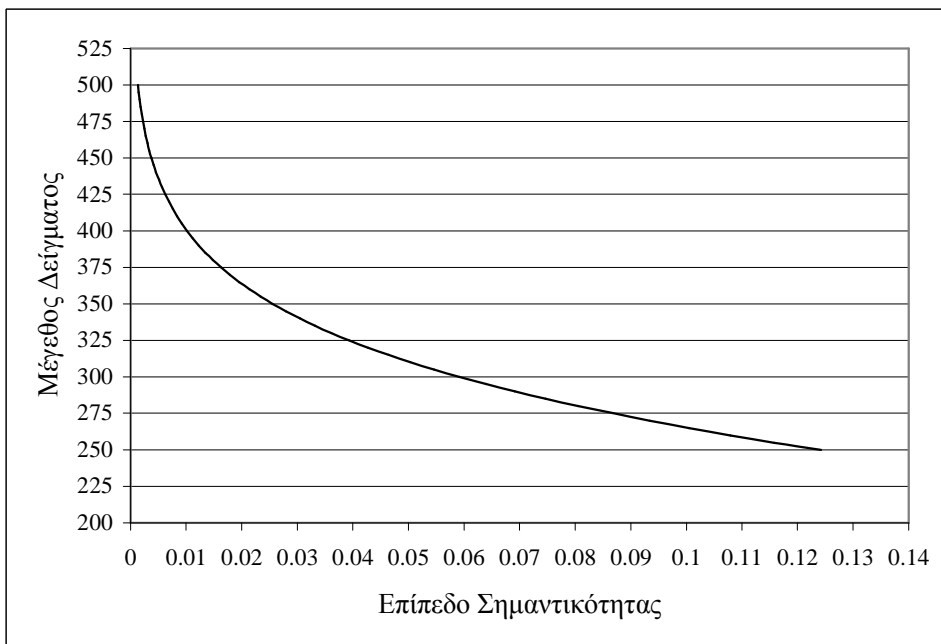
Στο Διάγραμμα E2.4 απεικονίζεται η μεταβολή του μεγέθους του αποτελέσματος (ES), όπως αυτό μετριέται μέσω της αδράνειας του πίνακα συμπτώσεων, ως συνάρτηση της ισχύος του ελέγχου χ^2 με 24 β.ε., σε ε.σ. $\alpha=0,05$ και για μέγεθος δείγματος $N=350$. Στο Διάγραμμα E2.5 παρουσιάζεται η σχέση του ε.σ. α και της ισχύος του ελέγχου χ^2 με 24 β.ε, για $N=350$ και ES : Αράνεια=0,09. Από τα Διαγράμματα E2.1 (5.4) E2.4 (5.7) και E2.5 (5.8) διαπιστώνουμε ότι αύξηση: α) του μεγέθους δείγματος N (για προκαθορισμένο ε.σ. α και ES), β) του μεγέθους αποτελέσματος ES (για προκαθορισμένο ε.σ. α και μέγεθος δείγματος N) και γ) του ε.σ. α (για προκαθορισμένο ES και μέγεθος δείγματος N) έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση της ισχύος του ελέγχου χ^2 για τους δοσμένους βαθμούς ελευθερίας.



Διάγραμμα E2.4: Σχέση Μεγέθους Αποτελέσματος (ES : Αδράνεια) και Ισχύος για τον Έλεγχο χ^2 ($\alpha=0,05$, β.ε.=24, $N=350$)



Διάγραμμα Ε2.5: Σχέση Επίπεδο Σημαντικότητας και Ισχύος για τον Έλεγχο χ^2 (β.ε.=24, N=350, ES: Αδράνεια=0,09)



Διάγραμμα Ε2.6: Σχέση Επίπεδο Σημαντικότητας και Μεγέθους Δείγματος για τον Έλεγχο χ^2 (β.ε.=24, ES: Αδράνεια=0,09, Ισχύς=0,90)

Από το Διάγραμμα E2.6 διαπιστώνουμε ότι για προκαθορισμένο ES (αδράνεια=0,09) και ισχύ (0,90) το παρατηρούμενο επίπεδο σημαντικότητας του στατιστικού ελέγχου χ^2 , για 24 β.ε., μειώνεται καθώς αυξάνεται το μέγεθος του δείγματος. Επομένως, αν θέλουμε το δοσμένο ES να ανιχνευθεί ως στατιστικά σημαντικό σε προκαθορισμένο ε.σ. $\alpha=0,01$ με πιθανότητα 90% θα πρέπει το μέγεθος δείγματος να είναι ίσο με 400. Αν το ε.σ. προκαθοριστεί σε $\alpha=0,10$, τότε το αντίστοιχο μέγεθος δείγματος είναι περίπου 265. Έτσι, αν επιθυμούμε στατιστικά σημαντικό αποτέλεσμα (απόρριψη της Μηδενικής Υπόθεσης) δεν έχουμε παρά να αυξήσουμε κατάλληλα το μέγεθος του δείγματος. Αντίθετα, αν θέλουμε η Μηδενική Υπόθεση να μην απορριφθεί, τότε θα πρέπει να μειώσουμε το μέγεθος δείγματος. Όμως, η παραπάνω προσέγγιση είναι αντιδεοντολογική και δεν την προτείνουμε. Με κατάλληλη στάθμιση των τεσσάρων παραμέτρων (α , γ , N και ES) μπορούμε προσανατολίσουμε τα συμπεράσματα προς ορισμένες “επιθυμητές” κατευθύνσεις. Κάνουμε “κακή” χρήση της Στατιστικής χωρίς “ $\alpha\gamma NES$ ” προθέσεις.

E3. Μεθοδολογικές Παρατηρήσεις

Στην ενότητα αυτή παραθέτουμε ορισμένα πρόσθετα πληροφοριακά στοιχεία για τις μεθοδολογικές προσεγγίσεις σχετικά με τους στατιστικούς ελέγχους, οι οποίες εφαρμόζονται στην πράξη, και αναφέρουμε επιπλέον στοχαστικά σφάλματα που εμπλέκονται στη διαδικασία απόφασης για την απόρριψη ή όχι της Μηδενικής Υπόθεσης.

E3.1. Μεθοδολογικές Προσεγγίσεις στους Ελέγχους Σημαντικότητας

Καταρχήν, θα πρέπει να επισημάνουμε ότι σε ένα στατιστικό έλεγχο υπάρχουν διάφορες μεθοδολογικές προσεγγίσεις σχετικά με τον έλεγχο σημαντικότητας της H_0 (βλέπε Huck, 2000α). Αναφέρουμε συνοπτικά τις σημαντικότερες:

α) Η κλασική μέθοδος των έξι βημάτων

Σύμφωνα με την κλασική μέθοδο σε ένα στατιστικό έλεγχο θα πρέπει να ακολουθούνται αυστηρά τουλάχιστον τα παρακάτω ιεραρχικά ταξινομημένα έξι βήματα:

- 1) Σαφής καθορισμός και διατύπωση της μηδενικής υπόθεσης H_0 .
- 2) Σαφής καθορισμός και διατύπωση της εναλλακτικής υπόθεσης H_1 .
- 3) Προκαθορισμός του επιπέδου σημαντικότητας α .
- 4) Εφαρμογή της κατάλληλης για την περίπτωση μεθόδου συλλογής και σύνοψης των δειγματικών ή πειραματικών δεδομένων. Ο όρος σύνοψη αναφέρεται στον υπολογισμό μέσω όρων, ποσοστών, διασπορών, συντελεστών συσχέτισης, κ.ά.
- 5) Καθορισμός ενός κριτηρίου για την αξιολόγηση της δειγματικής μαρτυρίας (καθορισμός της απορριπτικής περιοχής του ελέγχου).
- 6) Απόφαση για την απόρριψη ή όχι της μηδενικής υπόθεσης.

Είναι σημαντικό να τονιστεί ότι η H_0 και η H_1 θα πρέπει να καθορίζονται εξ αρχής και πριν από τη συλλογή και επεξεργασία των δεδομένων (Zar 1996, Huck 2000α,

Pagano & Gauvreau 2000). Σε αντίθετη περίπτωση ο έλεγχος δεν έχει καμία λογική βάση.

β) Η μέθοδος των επτά βημάτων

Τα βήματα 1 έως 6 είναι ίδια με αυτά της κλασικής μεθόδου.

7^α) Υπολογισμός ενός δείκτη που να εκφράζει την ένταση ή το βαθμό της σχέσης μεταξύ των μεταβλητών (π.χ. r , r^2 , η^2 , ω^2 και φ).

7^β) Εκτίμηση του μεγέθους του αποτελέσματος (*Effect Size-ES*).

7^γ) Υπολογισμό της ισχύος γ του στατιστικού ελέγχου (*Post hoc Ανάλυση Ισχύος*).

γ) Η μέθοδος των εννέα βημάτων

Τα βήματα 1 έως 3 είναι ίδια με αυτά της κλασικής μεθόδου.

4) Καθορισμός του μεγέθους του αποτελέσματος *ES*.

5) Καθορισμός του επίπεδου της ισχύος γ του στατιστικού ελέγχου (*A priori Ανάλυση Ισχύος*).

6) Καθορισμός του απαιτούμενου μεγέθους δείγματος ή δειγμάτων.

Ακολουθούν τα βήματα 7, 8 και 9 τα οποία είναι ίδια με τα βήματα 4, 5 και 6 της κλασικής μεθόδου αντίστοιχα

δ) Η προσέγγιση του ελέγχου της στατιστικής σημαντικότητας

Η διαδικασία περιλαμβάνει:

- 1) Σαφή καθορισμό και διατύπωση της μηδενικής υπόθεσης H_0 .
- 2) Απόφαση σχετικά με το εάν ο έλεγχος θα είναι μονόπλευρος ή δίπλευρος.
- 3) Εφαρμογή της κατάλληλης για την περίπτωση μεθόδου συλλογής και σύνοψης των δεδομένων. Υπολογισμός του στατιστικού του ελέγχου.
- 4) Καθορισμό της πιθανότητας που σχετίζεται με τη δειγματική μαρτυρία κάτω από την ισχύ της μηδενικής υπόθεσης (*p-value*).

5) Απόφαση σχετικά με το εάν η τιμή p της παρατηρούμενης στάθμης σημαντικότητας αποτελεί αρκετή ένδειξη για την απόφαση να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση.

Στην προσέγγιση αυτή η στάθμη σημαντικότητας δεν προκαθορίζεται από τον ερευνητή. Τα ίδια τα δεδομένα μαρτυρούν το κατά πόσο είναι συμβατά με τη μηδενική υπόθεση με δεδομένη την ισχύ (ορθότητα) της μηδενικής υπόθεσης.

ε) Η υβριδική προσέγγιση στον έλεγχο της μηδενικής υπόθεσης

Η υβριδική προσέγγιση αποτελεί συνδυασμό της κλασικής μεθόδου και του ελέγχου της στατιστικής σημαντικότητας. Πιο συγκεκριμένα, εφαρμόζεται η διαδικασία των 6, 7, ή 9 βημάτων και στο τέλος ο ερευνητής παρουσιάζει την τιμή p με σκοπό να δηλώσει τη μαρτυρία για το κατά πόσο τα δεδομένα υποστηρίζουν ή όχι την H_0 . Αποτελεί την πιο συχνά χρησιμοποιούμενη προσέγγιση. Ιδιαίτερα δημοφιλής είναι η υβριδική η οποία προκύπτει από το συνδυασμό της κλασικής μεθόδου των έξι βημάτων και του ελέγχου της στατιστικής σημαντικότητας.

E3.2. Άλλα Σφάλματα στους Ελέγχους Υποθέσεων

Εκτός από τα Σφάλματα Τύπου I και Τύπου II, στα οποία ανεφερθήκαμε στην Ενότητα 5.2, υπάρχουν και άλλα στοχαστικά σφάλματα που εμπλέκονται στους ελέγχους σημαντικότητας της Μηδενικής Υπόθεσης. Αναφέρουμε χαρακτηριστικά τα παρακάτω:

α) Σφάλμα Τύπου III

Σφάλμα Τύπου III διαπράττεται όταν μία όντως ψευδής H_0 απορρίπτεται αλλά στη συνέχεια η κατεύθυνση του επαγωγικού συλλογισμού είναι αντίθετη από αυτήν που ισχύει στην πραγματικότητα (Kimball 1957, Muller *et al.* 1992, Huck, 2000α). Για παράδειγμα, σε δύο διαφορετικά υποστρώματα, Perlite και Zeolite, καλλιεργήθηκαν 100 φυτά ζέρμπερας. Οι διαθέσιμες 100 πειραματικές μονάδες τυχαιοποιήθηκαν στις δύο αγωγές με τον περιορισμό κάθε αγωγή να περιλαμβάνει 50 πειραματικές μονάδες. Στο τέλος της περιόδου ο ερευνητής καταγράφει τη συνολική παραγωγή ανθέων και συγκρίνει τις δύο αγωγές.

Ο στατιστικός έλεγχος που (συνήθως) πραγματοποιείται είναι το δίπλευρο t -test για ανεξάρτητα δείγματα σε σ.σ. (συνήθως) $\alpha = 0,05$.

$$\begin{array}{ccc} H_0: \mu_z - \mu_p = 0 & & H_0: \mu_z = \mu_p \\ \text{vs} & \text{ή ισοδύναμα} & \text{vs} \\ H_1: \mu_z - \mu_p \neq 0 & & H_1: \mu_z \neq \mu_p \end{array}$$

όπου μ_z και μ_p είναι οι μέσοι όροι της συνολικής παραγωγής ανθέων στους δύο πληθυσμούς που αντιστοιχούν στα υποστρώματα Zeolite και Perlite.

Στο παράδειγμα αυτό ας συζητήσουμε τώρα τα Σφάλματα Τύπου I, II και III. Αν στην πραγματικότητα η H_0 είναι αληθής, δηλαδή τα δύο υποστρώματα είναι εξίσου αποτελεσματικά, και με βάση τα διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα η H_0 απορριφθεί και ο ερευνητής υποστηρίξει για παράδειγμα ότι ο Perlite είναι καλύτερος από το Zeolite, τότε έχει διαπραχθεί Σφάλμα Τύπου I. Αντίθετα, αν η H_0 στην πραγματικότητα δεν είναι αληθής, γιατί ο Perlite είναι καλύτερος από το Zeolite, και με βάση τα διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα η H_0 δεν απορριφθεί, τότε έχει διαπραχθεί Σφάλμα Τύπου II.

Έστω, ότι ο Perlite είναι στην πραγματικότητα πιο αποτελεσματικός από τον Zeolite, δηλαδή $\mu_p > \mu_z$. Όμως, είναι δυνατόν λόγω τυχαίων σφαλμάτων ο δειγματικός μέσος όρος που αντιστοιχεί στο Zeolite να είναι μεγαλύτερος από το δειγματικό μέσο όρο που αντιστοιχεί στον Perlite, δηλαδή $\bar{M}_{zeolite} > \bar{M}_{perlite}$. Επίσης, είναι δυνατόν η διαφορά μεταξύ των δύο δειγματικών μέσων όρων, δηλαδή το παρατηρούμενο μέγεθος του αποτελέσματος (ES), να είναι επαρκώς μεγάλη, για το δοσμένο μέγεθος δείγματος, με αποτέλεσμα ο στατιστικός έλεγχος να οδηγήσει στην απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης. Ας αναλύσουμε τη νέα κατάσταση:

- Η H_0 είναι στην πραγματικότητα ψευδής, αφού $\mu_p > \mu_z$.
- Τα πειραματικά δεδομένα δείχνουν ότι $\bar{M}_{zeolite} > \bar{M}_{perlite}$.
- Η διαφορά μεταξύ των δύο δειγματικών μέσων όρων $|\delta| = |\bar{M}_{zeolite} - \bar{M}_{perlite}|$ είναι αρκετά μεγάλη, για το δοσμένο μέγεθος δείγματος, ώστε ο στατιστικός έλεγχος να οδηγήσει στην απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης.

- Ο ερευνητής, με βάση τα πειραματικά δεδομένα, καταλήγει στο συμπέρασμα ότι η μέση παραγωγή ανθέων στα φυτά που καλλιεργήθηκαν σε Zeolite είναι στατιστικά σημαντικά μεγαλύτερη απ' ό,τι στα φυτά που καλλιεργήθηκαν σε Perlite.

Τα ερωτήματα που τίθενται είναι τα παρακάτω:

Έχει διαπραχθεί Σφάλμα Τύπου I; Όχι, αφού η H_0 είναι ψευδής και εξ ορισμού το Σφάλμα Τύπου I γίνεται όταν απορριφθεί μία όντως αληθής H_0 .

Έχει διαπραχθεί Σφάλμα Τύπου II; Όχι, αφού έχει απορριφθεί η H_0 και εξ ορισμού το Σφάλμα Τύπου II γίνεται όταν δεν απορριφθεί μία όντως ψευδής H_0 .

Έχει ληφθεί η σωστή απόφαση σχετικά με το πιο υπόστρωμα είναι καλύτερο; Όχι, αφού στην πραγματικότητα ο Perlite είναι πιο αποτελεσματικός από το Zeolite και ο ερευνητής κατέληξε στο αντίθετο συμπέρασμα.

Τότε τι πήγε στραβά; Στο προηγούμενο παράδειγμα η απόφαση σχετικά με την απόρριψη της H_0 ήταν σωστή. Όμως, η κατεύθυνση του επαγωγικού συλλογισμού ήταν αντίθετη από αυτήν που ισχύει στην πραγματικότητα. Ο Perlite είναι στην πραγματικότητα πιο αποτελεσματικός από το Zeolite, ενώ με βάση τα πειραματικά δεδομένα το συμπέρασμα ήταν ότι ο Zeolite είναι αποτελεσματικότερος του Perlite.

Το Σφάλμα Τύπου III είναι το σημαντικότερο είδος σφάλματος (Langley 1971, Huck 2000β). Με δεδομένο ότι η μη απόρριψη της H_0 δεν σημαίνει την αποδοχή της, είναι τουλάχιστον άστοχο να μην απορριφθεί μία όντως λανθασμένη H_0 . Είναι όμως τραγικό να ισχυριστούμε ότι ένα αποτέλεσμα βαίνει προς μία κατεύθυνση, ενώ στην πραγματικότητα βαίνει προς την αντίθετη.

Η π.σ.σ. p του στατιστικού που αντιστοιχεί σε ένα έλεγχο σημαντικότητας εκφράζει έμεσα ένα άνω όριο για την πιθανότητα να έχουμε διαπράξει σφάλμα Τύπου III. Η πιθανότητα αυτή είναι το πολύ ίση με $p/2$ (Harris, 2001).

β) Αθροιστικό Σφάλμα Τύπου I και Αθροιστικό Σφάλμα Τύπου II

Σε περίπτωση που ελέγχονται πολλές υποθέσεις, δηλαδή πραγματοποιείται μεγάλος αριθμός στατιστικών ελέγχων ταυτόχρονα, υπάρχει περίπτωση να εμφανιστούν στατιστικά σημαντικά αποτελέσματα κάτω από την επίδραση τυχαίων και αστάθμητων παραγόντων. Όσο περισσότερο αναζητούμε την ύπαρξη συσχετίσεων, διαφορών και επιδράσεων τόσο πιθανότερο είναι να βρούμε κάτι που στην πραγματικότητα δεν υπάρχει. Σύμφωνα με τον Hopkins (1997), το φαινόμενο αυτό ονομάζεται «Εξάπλωση του Συνολικού Σφάλματος Τύπου I» ή «Αθροιστικό Σφάλμα Τύπου I». Το Αθροιστικό Σφάλμα Τύπου I εκφράζει την πιθανότητα, σε μία σειρά στατιστικών ελέγχων, να παρατηρηθεί τουλάχιστον ένα στατιστικά σημαντικό αποτέλεσμα που δεν υπάρχει στην πραγματικότητα. Πιο συγκεκριμένα:

Όταν μια μελέτη περιλαμβάνει μόνο έναν έλεγχο, τότε η πιθανότητα να διαπράξουμε Σφάλμα Τύπου I αντιστοιχεί στο επίπεδο σημαντικότητας α . Όταν στη μελέτη εμπλέκονται δύο ή περισσότεροι έλεγχοι, τότε η κατάσταση είναι πιο πολύπλοκη. Έστω ότι θέλουμε να πραγματοποιήσουμε c σε πλήθος ανεξάρτητους ελέγχους, κάθε έναν σε επίπεδο σημαντικότητας α . Η πιθανότητα να διαπράξουμε ένα ή περισσότερα Σφάλματα Τύπου I είναι (Κουνιάς και άλλοι, 1985):

$$P(\text{ένα ή περισσότερα Σφάλματα Τύπου I}) = 1 - (1 - \alpha)^c$$

Η πιθανότητα αυτή προσεγγίζει την ποσότητα $c \times \alpha$ για μικρές τιμές του α (Toothaker, 1993).

Αν ένας έλεγχος πραγματοποιείται σε ε.σ. α , τότε η πιθανότητα να μη διαπράξουμε Σφάλμα Τύπου I είναι $1 - \alpha$. Στην περίπτωση c ανεξάρτητων ελέγχων η πιθανότητα να μη διαπράξουμε σφάλμα τύπου I για την πρώτη, και για τη δεύτερη, ..., και για τη c -ιοστή μηδενική υπόθεση είναι, σύμφωνα με τον πολλαπλασιαστικό νόμο των πιθανοτήτων για ανεξάρτητα ενδεχόμενα, το γινόμενο των αντιστοίχων πιθανοτήτων:

$$(1 - \alpha) (1 - \alpha) \dots (1 - \alpha) = (1 - \alpha)^c$$

Η ποσότητα $(1 - \alpha)^c$ εκφράζει την πιθανότητα να μη διαπράξουμε Σφάλμα Τύπου I στους c ελέγχους. Επομένως, η πιθανότητα να διαπράξουμε τουλάχιστον ένα Σφάλμα Τύπου I είναι:

$$\begin{aligned}
 P(\text{ένα ή περισσότερα Σφάλματα Τύπου I στους } C \text{ ελέγχους}) &= \\
 = 1 - P(\text{να μη διαπράξουμε Σφάλμα Τύπου I στους } C \text{ ελέγχους}) &= \\
 = 1 - (1 - \alpha)^c
 \end{aligned}$$

Συνεπώς, καθώς ο αριθμός των ανεξάρτητων ελέγχων μεγαλώνει, αυξάνεται και η πιθανότητα να πάρουμε ψευδώς στατιστικά σημαντικά αποτελέσματα.

Μπορεί να δειχθεί (Toothaker 1993, Stevens 2002) ότι για c μη ανεξάρτητους ελέγχους η πιθανότητα να διαπράξουμε ένα ή περισσότερα Σφάλματα Τύπου I είναι $\leq 1 - (1 - \alpha)^c$.

Είναι φανερό ότι αν ελέγχεται ένας μεγάλος αριθμός υποθέσεων, κάθε ένας σε ε.σ. α , τότε είναι πιθανό να απορρίψουμε μία ή περισσότερες μηδενικές υποθέσεις, ενώ στην πραγματικότητα είναι σωστές.

Έτσι, αν πρόκειται να εμφανίσουμε στατιστικά σημαντικές συσχετίσεις μεταξύ πολλών μεταβλητών και επιθυμούμε να πείσουμε τον αναγνώστη για τη στατιστική σημαντικότητα των αποτελεσμάτων πρέπει η στάθμη σημαντικότητας α για κάθε έλεγχο να διορθωθεί κατάλληλα προς τα κάτω (Huck 2000α, Harris 2001). Η πιο απλή διόρθωση που μπορεί να γίνει είναι αυτή που ονομάζεται «Διόρθωση κατά *Bonferroni*». Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, το αρχικό ε.σ. α διαιρείται δια του αριθμού των στατιστικών ελέγχων που πρόκειται να πραγματοποιηθούν (Klockars & Sax 1986, Brown & Melamed 1990, Girden 1992, Kirk 1995, Περσίδης 1997, Hopkins 1997, Τσάντας και άλλοι 1999, Coakes & Steed 1999, Bryman & Cramer 1999, Huck 2000α, Harris 2001, Stevens 2002). Ορισμένοι ερευνητές δεν συμφωνούν με τη διόρθωση αυτή (Hopkins, 1997) ή, όπως αναφέρει ο Περσίδης (1997), την αντιμετωπίζουν με σκεπτικισμό γιατί: α) με τη διόρθωση κατά *Bonferroni* οι στατιστικοί έλεγχοι γίνονται πιο συντηρητικοί με αποτέλεσμα να ανιχνεύονται λιγότερα στατιστικά σημαντικά αποτελέσματα (Περσίδης, 1997) και β) με την ελάττωση του ε.σ. α σε κάθε έλεγχο, δηλαδή της πιθανότητας να διαπραχθεί Σφάλμα Τύπου I, αυξάνεται ο κίνδυνος να διαπραχθεί Σφάλμα Τύπου II και συνεπώς ελαττώνεται η ισχύς γ του ελέγχου. Άλλες μεθοδολογικές προσεγγίσεις, λιγότερο αυστηρές σε σχέση με τη *Bonferroni*, συναντάμε στους Klockars και Sax (1986), Westfall και Young (1989), Toothaker (1993) και Huck (2000α).

Αντίστοιχα, μπορεί να οριστεί και το «Αθροιστικό Σφάλμα Τύπου II», το οποίο εκφράζει την πιθανότητα, σε μία σειρά στατιστικών ελέγχων, ένα τουλάχιστον αποτέλεσμα, το οποίο υπάρχει στην πραγματικότητα, να μην ανιχνευθεί ως στατιστικά σημαντικό.

Παράρτημα ΣΤ

Στο παράρτημα αυτό παραθέτουμε συμπληρωματικά πληροφοριακά στοιχεία για τη μέθοδο Δέλτα και τον έλεγχο του *Gabriel*. Επίσης, δίνουμε και επιπλέον αναλυτικά αριθμητικά αποτελέσματα σχετικά με το παράδειγμα της Ενότητας 6.3.5.

ΣΤ1. Σύντομη Περιγραφή της Μεθόδου Δέλτα

Η μέθοδος Δέλτα χρησιμοποιείται για την ασυμπτωτική εκτίμηση παραμέτρων (και των αντίστοιχων τυπικών σφαλμάτων) της κατανομής συναρτήσεων τυχαίων μεταβλητών, που ακολουθούν ή προσεγγίζουν ασυμπτωτικά την Κανονική Κατανομή (Wolter 1985, Bishop, Fienberg & Holland 1991, Rao 2002, Agresti 2002). Η μέθοδος στηρίζεται στο ανάπτυγμα *Taylor* της συνάρτησης σε μια περιοχή κοντά στις προς εκτίμηση παραμέτρους. Η περιοχή αυτή συνήθως καθορίζεται από τις δειγματικές εκτιμήσεις των αντίστοιχων παραμέτρων και το ανάπτυγμα λαμβάνεται συνήθως για τους όρους πρώτης και δεύτερης τάξης. Είναι ιδιαίτερα χρήσιμη όταν οι συναρτήσεις είναι μη γραμμικές και επιτρέπει την προσεγγιστική εκτίμηση της διακύμανσης σύνθετων στατιστικών δεικτών (Κουνιάς & Καλαζίδου 1985, Κουνιάς & Μωυσιάδης 1985, Δερμάνης 1986, Bishop, Fienberg & Holland 1991, Knight 2000).

Στην περίπτωση που τα διαθέσιμα δεδομένα έχουν συγκεντρωθεί με τη μέθοδο της απλής τυχαίας δειγματοληψίας, οι απόλυτες συχνότητες f_i με $(i=1, \dots, k \times l)$ στα κελιά του πίνακα συμπτώσεων \mathbf{F} , ακολουθούν Πολυωνυμική Κατανομή, η οποία, στη συνέχεια, μπορεί να προσεγγιστεί ασυμπτωτικά από την Κανονική (Van der Burg & De Leeuw 1988, Bishop, Fienberg & Holland 1991, Weir 1996, Rao 2002). Αν g είναι συνεχής συνάρτηση των f_i , με φραγμένη τρίτη παράγωγο, τότε από την εφαρμογή της μεθόδου Δέλτα προκύπτει ότι:

$$\text{Var}(g) \cong \sum_i \left(\frac{\partial g}{\partial f_i} \right)^2 \text{Var}(f_i) + \sum_i \sum_{j \neq i} \frac{\partial g}{\partial f_i} \frac{\partial g}{\partial f_j} \text{Cov}(f_i, f_j), \quad [\text{ΣΤ.1}]$$

όπου οι μερικές παράγωγοι υπολογίζονται με αντικατάσταση των f_i με τις αναμενόμενες τιμές τους. Η προσέγγιση στην εκτίμηση της διακύμανσης είναι τάξης $o(N^{-1})$, όπου N είναι το μέγεθος του δείγματος.

Μια άλλη εκτίμηση της $Var(g)$ μπορεί να προκύψει από τη σχέση (Weir, 1996):

$$Var(g) \cong N \sum_i \left(\frac{\partial g}{\partial f_i} \right)^2 p_i - N \left(\frac{\partial g}{\partial N} \right)^2, \quad [\Sigma\Gamma.2]$$

όπου $p_i = f_i/N$.

Στο πλαίσιο της ΠΑΑ, η g είναι χαρακτηριστική τιμή, ιδιοτιμή, χαρακτηριστικό διάνυσμα ή ιδιοδιάνυσμα (SPSS Inc, 2004a). Μπορεί να δειχθεί (Israëls 1987, Gifi 1996) ότι γενικά ισχύει:

$$N \times Cov(g) \cong \sum_i^k \sum_j^l \pi_{ij} \left(\frac{\partial g}{\partial p_{ij}} \right) \left(\frac{\partial g}{\partial p_{ij}} \right)^T - \left(\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l \pi_{ij} \frac{\partial g}{\partial p_{ij}} \right) \left(\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l \pi_{ij} \frac{\partial g}{\partial p_{ij}} \right)^T,$$

όπου η ποσότητα π_{ij} εκφράζει την πιθανότητα της Πολυωνυμικής Κατανομής που αντιστοιχεί στο κελί (i, j) του πίνακα συμπτώσεων και $p_{ij} = f_{ij}/N$ είναι το παρατηρούμενο ποσοστό του κελιού. Μπορεί να δειχθεί (De Leeuw, 1993) ότι η προϋπόθεση της Πολυωνυμικής Κατανομής δεν είναι αυστηρή για την εφαρμογή της μεθόδου *Δέλτα* (βλέπε και Gifi, 1996). Πιο συγκεκριμένα, αν η ΠΑΑ θεωρηθεί ως διαδικασία βέλτιστης κλιμάκωσης, η οποία αποσκοπεί στη μεγιστοποίηση της κανονικοποιημένης συσχέτισης μεταξύ της μεταβλητής γραμμών και της μεταβλητής στηλών του πίνακα που αναλύεται, οι μερικές παράγωγοι των συντεταγμένων ως προς τις σχετικές συχνότητες p_{ij} δεν συμμετέχουν στον υπολογισμό των αντίστοιχων εκτιμητών διασπορών – συνδυασπορών. Έτσι, η μέθοδος μπορεί να χρησιμοποιηθεί και στην περίπτωση πινάκων *Burt* (Markus, 1994a) και γενικότερα σε πίνακες συμπτώσεων της μορφής «αντικείμενα \times ιδιότητες». Υπολογιστικές λεπτομέρειες σχετικά με την εφαρμογή της μεθόδου στην ΠΑΑ παραθέτουν οι Israëls (1987), De Leeuw (1993), Markus (1994a) και Gifi (1996).

Στο παράδειγμα εφαρμογής της Ενότητας 6.3.5 η μέθοδος *Δέλτα* εφαρμόστηκε μέσω του λογισμικού SPSS με εγκατεστημένο το υποσύστημα *Categories* (Meulman &

Heiser, 2004). Με ενεργό το αρχείο δεδομένων, στο οποίο έχουν καταχωρηθεί τα αντίστοιχα δεδομένα του Πίνακα 6.3, εκτελούμε τη διαδικασία *Correspondence Analysis* μέσω του *Syntax Editor* με χρήση του παρακάτω κώδικα (βλέπε Ενότητα Γ1 του Παραρτήματος Γ):

CORRESPONDENCE

```
TABLE = rows(1 5) BY column(1 6)
/DIMENSIONS = 2
/MEASURE = CHISQ
/STANDARDIZE = RCMEAN
/NORMALIZATION = PRINCIPAL
/PRINT = TABLE RPOINTS CPOINTS
/PLOT = NDIM(1,MAX) BILOT(20)
/OUTFILE=SCORE (SCORE.SAV) VARIANCE (VARCOVAR.SAV).
```

Τα τυπικά ονόματα “rows” και “column” αντιστοιχούν στη μεταβλητή γραμμών (με 5 κατηγορίες) και στηλών (με 6 κατηγορίες) του πίνακα συμπτώσεων. Με την οδηγία `NORMALIZATION = PRINCIPAL` καθορίζεται η *RPN* ως μέθοδος κανονικοποίησης (βλέπε Ενότητα 2.2.14.1), αφού στο συγκεκριμένο παράδειγμα το ενδιαφέρον εστιάζεται μόνο στη σύγκριση των προφίλ των γραμμών. Με την τελευταία εντολή, στο αρχείο με το τυπικό όνομα “SCORE.SAV”, αποθηκεύονται οι κύριες συντεταγμένες των γραμμών και οι τυποποιημένες συντεταγμένες των στηλών στους δύο πρώτους παραγοντικούς άξονες. Ο καθορισμός του αριθμού των αξόνων έγινε με την επιλογή `DIMENSIONS = 2`). Στο αρχείο με το τυπικό όνομα “VARCOVAR.SAV” αποθηκεύονται οι εκτιμήσεις των αντίστοιχων διασπορών και συνδυασπορών των συντεταγμένων των σημείων γραμμών και στηλών για τους δύο πρώτους άξονες.

Η μέθοδος *Δέλτα* μπορεί να εφαρμοστεί και στην περίπτωση που ο πίνακας συμπτώσεων είναι πίνακας *Burt* ή της γενικής μορφής «αντικείμενα × ιδιότητες», για παράδειγμα τύπου “φέτας”. Ο πίνακας μπορεί να εισαχθεί στο SPSS, σύμφωνα με τη μέθοδο που προτείναμε στην Ενότητα 3.2, και να αντιμετωπιστεί ως απλός πίνακας συμπτώσεων, ώστε να εφαρμοστεί η διαδικασία *Correspondence Analysis*.

ΣΤ2. Αναλυτικά Αποτελέσματα για το Παράδειγμα της Ενότητας 6.3.5.

Για την Πρώτη Προσέγγιση

Από την εφαρμογή της ΠΑΑ στον πίνακα συμπτώσεων, προέκυψε ότι οι κύριες συντεταγμένες της γραμμής Tr₁ στους δύο πρώτους παραγοντικούς άξονες είναι -0,868 και 0,244. Με τη μέθοδο Δέλτα, εκτιμήθηκε ο αντίστοιχος πίνακας διασπορών – συνδυασπορών:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0,012 & -0,004 \\ -0,004 & 0,024 \end{bmatrix}.$$

Ο \mathbf{S} αποτελεί εκτίμηση του πίνακα:

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_u^2 & \sigma_{uv}^2 \\ \sigma_{uv}^2 & \sigma_v^2 \end{bmatrix}.$$

Μέσω των σχέσεων [6.13] και [6.14] υπολογίζονται οι ιδιοτιμές του πίνακα \mathbf{S} .
Ειδικότερα:

Από την [6.13] έχουμε:

$$\begin{aligned} \sigma_{u^*}^2 &= \frac{\sigma_u^2 + \sigma_v^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_u^2 - \sigma_v^2}{2}\right)^2 + \sigma_{uv}^2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \hat{\sigma}_{u^*}^2 = \frac{(0,012) + (0,024)}{2} + \sqrt{\left(\frac{(0,012 - 0,024)}{2}\right)^2 + (-0,004)^2} = 0,0252. \end{aligned}$$

Από τη σχέση [6.14] προκύπτει:

$$\sigma_{v^*}^2 = \frac{\sigma_u^2 + \sigma_v^2}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_u^2 - \sigma_v^2}{2}\right)^2 + \sigma_{uv}^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \hat{\sigma}_v^2 = \frac{(0,012) + (0,024)}{2} - \sqrt{\left(\frac{(0,012 - 0,024)}{2}\right)^2 + (-0,004)^2} = 0,0108.$$

Η κρίσιμη τιμή της Κατανομής χ^2 με 2 β.ε. σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,05$ είναι ίση με 5,99.

Τα μήκη των δύο ημιαξόνων της έλλειψης υπολογίζονται από τις σχέσεις:

$$m_1 = p_\alpha \hat{\sigma}_u \quad \text{και} \quad m_2 = p_\alpha \hat{\sigma}_v, \quad \text{με} \quad p_\alpha = \sqrt{\chi_{2;\alpha}^2}.$$

Συνεπώς, $p_\alpha = \sqrt{5,99} = 2,447$, $m_1 = 2,447 \times 0,159 = 0,389$ και $m_2 = 2,447 \times 0,104 = 0,254$.

Η γωνία στροφής φ εκτιμάται από τη σχέση [6.15]:

$$\varepsilon\phi 2\varphi = \frac{2\sigma_{uv}}{\sigma_u^2 - \sigma_v^2} \Rightarrow \varepsilon\phi 2\hat{\varphi} = \frac{2(-0,004)}{0,012 - 0,024} = 0,667.$$

Από τη σχέση:

$$\varepsilon\phi 2\varphi = \frac{2\varepsilon\phi\varphi}{1 - \varepsilon\phi^2\varphi},$$

προκύπτει ότι:

$$\varepsilon\phi\hat{\varphi}_1 = 0,303 \quad \text{ή} \quad \varepsilon\phi\hat{\varphi}_2 = -3,303.$$

Ισοδύναμα, η $\varepsilon\phi\hat{\varphi}_1 = 0,303$ αντιστοιχεί σε τόξο εφαπτομένης 0,294 ή σε γωνία $6,845^\circ$ και η $\varepsilon\phi\hat{\varphi}_2 = -3,303$ αντιστοιχεί σε τόξο εφαπτομένης -1,277 ή σε γωνία $-73,155^\circ$.

Λόγω του αρνητικού πρόσημου της συνδυασποράς και του προσανατολισμού του συστήματος συντεταγμένων, ως γωνία στροφής επιλέγεται η $\hat{\varphi} = -73,155^\circ$.

Επομένως, η ζητούμενη 95% έλλειψη εμπιστοσύνης είναι η καμπύλη με εξίσωση (βλέπε σχέση [6.12]):

$$\frac{u^{*2}}{(2,447)^2 (0,0252)} + \frac{v^{*2}}{(2,447)^2 (0,018)} = 1,$$

και θα σχεδιαστεί με κέντρο το σημείο Tr_1(-0,868, 0,244).

Στον Πίνακα ΣΤ2.1 δίνονται τα αναλυτικά αποτελέσματα των υπολογισμών και για τις πέντε γραμμές του πίνακα συμπτώσεων του παραδείγματος.

Για την κατασκευή “συντηρητικών” ελλείψεων εμπιστοσύνης (βλέπε Διάγραμμα ΣΤ2.1) το επίπεδο σημαντικότητας μπορεί να διορθωθεί κατά *Bonferroni* (βλέπε Ενότητα Ε3.2 του Παραρτήματος Ε) και να προκαθοριστεί σε $\alpha = 0,05/5 = 0,01$. Στην περίπτωση αυτή, η κρίσιμη τιμή της Κατανομής χ^2 με 2 β.ε., σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,01$, είναι ίση με 9,21. Τα αντίστοιχα μήκη των ημιαξόνων δίνονται στον Πίνακα ΣΤ2.2.

Πίνακας ΣΤ2.1: Μήκη Ημιαξόνων και Γωνίες Περιστροφής για τις 5 Γραμμές του Πίνακα Συμπτώσεων (Πρώτη Προσέγγιση)

Γραμμές	Κύριες Συντεταγμένες		Μήκη Ημιαξόνων		Γωνία Στροφής	
	F1	F2	m ₁	m ₂	φ rad	φ°
Tr_1	-0,868	0,244	0,389	0,254	-1,277	-73,155
Tr_2	-0,474	0,057	0,671	0,308	-1,381	-79,099
Tr_3	0,080	-0,174	0,338	0,243	1,461	83,736
Tr_4	-0,178	-0,635	0,670	0,444	-1,547	-88,637
Tr_5	0,625	0,160	0,183	0,142	-1,017	-58,283

Πίνακας ΣΤ2.2: Μήκη Ημιαξόνων με Διόρθωση κατά *Bonferroni* του ε.σ. α (Πρώτη Προσέγγιση)

Γραμμές	Μήκη Ημιαξόνων	
	m ₁	m ₂
Tr_1	0,482	0,315
Tr_2	0,832	0,382
Tr_3	0,420	0,302
Tr_4	0,831	0,551
Tr_5	0,227	0,176

Για τη Δεύτερη Προσέγγιση

Στην προσέγγιση αυτή, μέσω της ΠΑΑ υπολογίζονται οι τυποποιημένες συντεταγμένες των στηλών του πίνακα συμπτώσεων (βλέπε Πίνακα ΣΤ2.3). Αυτό εξασφαλίζεται με την κανονικοποίηση *RPN* που επιλέξαμε κατά την εφαρμογή της μεθόδου. Στον αρχικό πίνακα δεδομένων **D**, που είναι διαστάσεων 427×2, εισάγουμε δύο νέες στήλες (μεταβλητές), όπου στην πρώτη αντικαθιστούμε τους κωδικούς των τιμών των κατηγοριών της μεταβλητής στηλών με τις αντίστοιχες τυποποιημένες συντεταγμένες επί του πρώτου άξονα, ενώ στη δεύτερη στήλη τις αντίστοιχες τυποποιημένες συντεταγμένες του δεύτερου άξονα. Στη συνέχεια, από τις δύο νέες στήλες, που εκφράζουν τις εμπειρικές κατανομές των 427 αντικειμένων ως προς τις ποσοτικοποιημένες τιμές των στηλών στους δύο άξονες, υπολογίζουμε για κάθε γραμμή του πίνακα συμπτώσεων τον αντίστοιχο πίνακα διακύμανσης-συνδυακόμενης **S**.

Καταρχήν, από τη σχέση [6.16] εύκολα μπορεί εμπειρικά να επαληθευτεί ότι για την πρώτη γραμμή *Tr_1* του πίνακα συμπτώσεων ισχύει:

$$u = \frac{18 \times (-1,320) + 17 \times (-0,883) + \dots + 16 \times (-1,820)}{74} = -0,868$$

και

$$v = \frac{18 \times (1,729) + 17 \times (-0,161) + \dots + 16 \times (0,271)}{74} = 0,244.$$

Δηλαδή οι κύριες συντεταγμένες της πρώτης γραμμής *Tr_1* στους δύο πρώτους παραγοντικούς άξονες είναι οι μέσοι όροι των αντίστοιχων τυποποιημένων συντεταγμένων των στηλών (βλέπε Πίνακα ΣΤ2.1). Συνεπώς, για τη γραμμή *Tr_1* έχουμε:

$$\mathbf{m} = [u, v]^T = [-0,868, 0,244].$$

Στη συνέχεια, μέσω των σχέσεων

$$s_u = \frac{\sum_{j=1}^6 f_{1j} (c_{j1} - u)^2}{n_1 - 1}, \quad s_v = \frac{\sum_{j=1}^6 f_{1j} (c_{j2} - v)^2}{n_1 - 1} \quad \text{και} \quad s_{uv} = \frac{\sum_{j=1}^6 f_{1j} (c_{j1} - u)(c_{j2} - v)}{n_1 - 1},$$

υπολογίζεται ο πίνακας διασπορών – συνδυασπορών **S**. Στις παραπάνω σχέσεις, οι ποσότητες f_{1j} ($j=1, \dots, 6$) αντιστοιχούν στη δεσμευμένη εμπειρική κατανομή συχνοτήτων των 6 κλάσεων της μεταβλητής Y ως προς την πρώτη γραμμή Tr_1, c_{j1} και c_{j2} είναι οι τυποποιημένες συντεταγμένες των στηλών στον πρώτο και το δεύτερο άξονα αντίστοιχα και n_1 η συχνότητα της πρώτης γραμμής Tr_1 ($n_1=74$). Έτσι, για την πρώτη γραμμή Tr_1 του πίνακα συμπτώσεων έχουμε:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0,659 & -0,382 \\ -0,382 & 1,031 \end{bmatrix}, \quad \hat{\sigma}_u^2 = 1,269, \quad \hat{\sigma}_v^2 = 0,420, \quad \hat{\phi} = -57,981^\circ, \quad \text{για } n = n_1 = 74.$$

Από τη στιγμή που εκτιμηθεί ο πίνακας **S** τα υπόλοιπα μεγέθη ($\hat{\sigma}_u^2$, $\hat{\sigma}_v^2$, m_1 , m_2 και η γωνία ϕ) υπολογίζονται όπως και στην πρώτη προσέγγιση. Η κρίσιμη τιμή της F Κατανομής για 2 και $n_1 - 2 = 72$ β.ε., σε ε.σ. $\alpha = 0,05$, είναι ίση με 3,124. Επομένως:

$$p_\alpha = \sqrt{\frac{2(n_1 - 1)}{n_1(n_1 - 2)}} F(2, n_1 - 2; \alpha) \Rightarrow p_\alpha = 0,292.$$

και τα μήκη των δύο ημιαξόνων υπολογίζονται σε $m_1 = 0,329$ και $m_2 = 0,189$ αντίστοιχα.

Η ζητούμενη 95% έλλειψη εμπιστοσύνης είναι η καμπύλη με εξίσωση:

$$\frac{u^{*2}}{(0,292)^2 (1,269)} + \frac{v^{*2}}{(0,292)^2 (0,420)} = 1,$$

και θα σχεδιαστεί με κέντρο το σημείο Tr_1(-0,868, 0,244).

Πίνακας ΣΤ2.3: Τυποποιημένες Συντεταγμένες των Σηλών του Πίνακα Συμπτώσεων

Στήλες	Συχνότητα f_{1j}	Τυποποιημένες Συντεταγμένες	
		F1 (c_{j1})	F2 (c_{j2})
C1	18	-1,320	1,729
C2	17	-0,883	-0,161
C3	16	-0,107	-0,637
C4	3	0,172	-2,322
C5	4	1,218	0,630
C6	16	-1,820	0,271

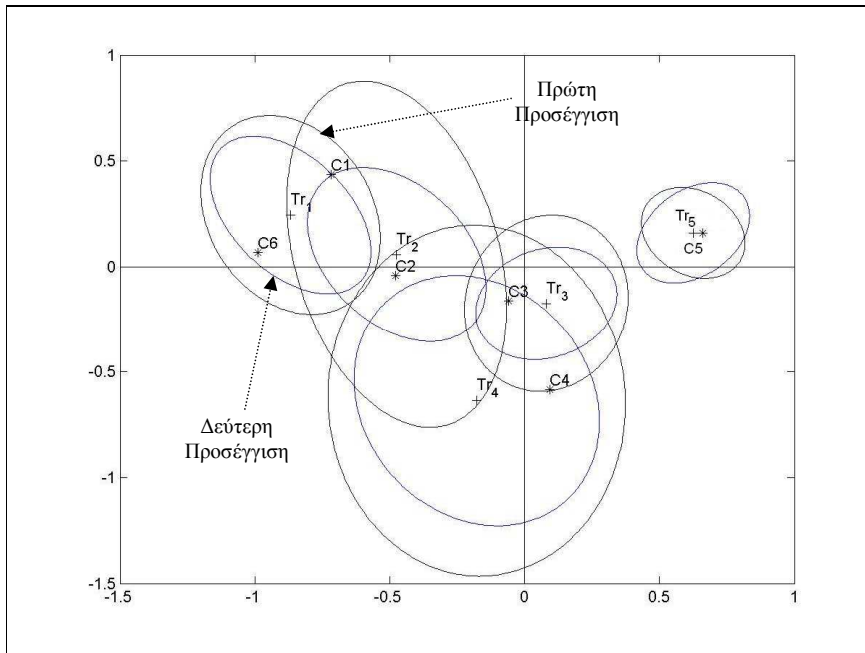
Στον Πίνακα ΣΤ2.4 δίνονται τα αναλυτικά αποτελέσματα των υπολογισμών και για τις πέντε γραμμές του πίνακα συμπτώσεων. Ο Πίνακας ΣΤ2.5 παρουσιάζει τα μήκη των ημιαξόνων μετά τη διόρθωση κατά *Bonferroni* του ε.σ. α , από $\alpha=0,05$ σε $\alpha=0,05/5=0,01$ (βλέπε Διάγραμμα ΣΤ2.1). Η κρίσιμη τιμή της Κατανομής F με 2 και 72 β.ε., σε ε.σ. $\alpha=0,01$, είναι ίση με 4,91.

Πίνακας ΣΤ2.4: Μήκη Ημιαξόνων και Γωνίες Περιστροφής για τις 5 Γραμμές του Πίνακα Συμπτώσεων (Δεύτερη Προσέγγιση)

Γραμμές	Κύριες Συντεταγμένες		Μήκη Ημιαξόνων		Γωνία Στροφής	
	F1	F2	m_1	m_2	φ rad	φ°
Tr_1	-0,868	0,244	0,330	0,190	-1,012	-57,981
Tr_2	-0,474	0,057	0,355	0,225	-1,050	-60,179
Tr_3	0,080	-0,174	0,229	0,193	0,839	48,058
Tr_4	-0,178	-0,635	0,476	0,347	-1,290	-73,924
Tr_5	0,625	0,160	0,209	0,143	0,964	55,241

Πίνακας ΣΤ2.5: Μήκη Ημιαξόνων με Διόρθωση κατά *Bonferroni* του ε.σ. α (Δεύτερη Προσέγγιση)

Γραμμές	Μήκη Ημιαξόνων	
	m_1	m_2
Tr_1	0,413	0,238
Tr_2	0,446	0,283
Tr_3	0,286	0,241
Tr_4	0,604	0,440
Tr_5	0,261	0,179



Διάγραμμα ΣΤ2.1: Ελλείψεις Εμπιστοσύνης, με Διόρθωση *Bonferroni*, Γύρω από τα Σημεία Γραμμών του Πίνακα **F** στο Παραγοντικό Επίπεδο 1×2

ΣΤ3. Η Μέθοδος Πολλαπλών Συγκρίσεων του *Gabriel*

Έστω **F** ο πίνακας συμπτώσεων απολύτων συχνοτήτων δύο κατηγορικών μεταβλητών X και Y με k και l κατηγορίες αντίστοιχα. Για τον ταυτόχρονο έλεγχο ομοιογένειας των προφίλ όλων των δυνατών συνδυασμών υποσυνόλων P των k κλάσεων της μεταβλητής X ως προς όλους τους δυνατούς συνδυασμούς υποσυνόλων V των l κλάσεων της μεταβλητής Y (ή αντίστροφα), ο Gabriel (1966) προτείνει την παρακάτω διαδικασία, η οποία παρέχει και συνολική προστασία ως προς την εξάπλωση του Αθροιστικού Σφάλματος Τύπου I (βλέπε Ενότητα E3.2 του Παραρτήματος E):

Τα προφίλ των κλάσεων της μεταβλητής X , τα οποία ανήκουν στο P , ως προς τις κλάσεις της μεταβλητής Y , οι οποίες ανήκουν στο V , μπορούν να θεωρηθούν ανομοιογενή για οποιονδήποτε συνδυασμό των (P, V) , αν το στατιστικό $2I(P, V)$ είναι μεγαλύτερο από την κρίσιμη τιμή της Κατανομής χ^2 με $(k-1)(l-1)$ β.ε. σε ε.σ. α . Η ποσότητα $2I(P, V)$ είναι η τιμή του λόγου πιθανοφάνειας (*Likelihood Ratio-LR*) που αντιστοιχεί στο συνδυασμό (P, V) . Ο λόγος *LR* υπολογίζεται από τον

αντίστοιχο πίνακα συμπτώσεων κάτω από την υπόθεση της ομοιογένειας των εξεταζόμενων προφίλ. Σύμφωνα με το Gabriel, η διαδικασία αυτή διατηρεί το συνολικό Σφάλμα Τύπου I στο επίπεδο σημαντικότητας α και μπορεί να εφαρμοστεί *post hoc*, δηλαδή μετά την εξέταση των αριθμητικών ή/και διαγραμματικών αποτελεσμάτων, χωρίς *a priori* προκαθορισμένους ελέγχους υποθέσεων σχετικά με τα προφίλ των γραμμών (στηλών) του πίνακα συμπτώσεων. Στη συγκεκριμένη εφαρμογή, για τη σύγκριση των προφίλ, για παράδειγμα, των γραμμών Tr_1 και Tr_2 κατασκευάσαμε τον Πίνακα ΣΤ3.1, ο οποίος αποτελεί υποσύνολο του αρχικού πίνακα συμπτώσεων, και υπολογίσαμε το στατιστικό LR μέσω της σχέσης (Knoke & Burke 1980, Reynolds 1984, Agresti 2002, SPSS Inc. 2004α):

$$LR = -2 \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^6 f_{ij} \ln \left(\frac{f_{i+} f_{+j}}{N f_{ij}} \right), \text{ με } N=136.$$

Πίνακας ΣΤ3.1: Υπό-Πίνακας Συμπτώσεων κατά την Εφαρμογή της Μεθόδου του Gabriel για τη Σύγκριση των Προφίλ των Δύο Πρώτων Γραμμών του Πίνακα F.

Μεταβλητή X	Μεταβλητή Y						Σύνολα
	C1	C2	C3	C4	C5	C6	
Tr_1	18	17	16	3	4	16	74
Tr_2	12	17	20	3	7	3	62
Σύνολα	30	34	36	9	11	19	136

Στην περίπτωση του Πίνακα ΣΤ3.1, το σύνολο P περιλαμβάνει τις γραμμές 1 και 2, ενώ το σύνολο V τις στήλες 1 έως και 6. Το αντίστοιχο στατιστικό LR είναι ίσο με 11,187 και η κρίσιμη τιμή της Κατανομής χ^2 υπολογίζεται για $(5-1)(6-1)=20$ β.ε., σε ε.σ. $\alpha=0,05$. Τα προφίλ των γραμμών θα μπορούσαν να συγκριθούν και με τη μέθοδο που προτείνει ο Hirotsu (1983), η οποία, όμως, απαιτεί την αναφορά σε ειδικούς πίνακες με τις κρίσιμες τιμές της μεγαλύτερης ιδιοτιμής της Κατανομής *Wishart* (Hanumara & Thompson 1968, Pearson & Hartley 1972, Clemm, Krishnaiah & Waikar 1973). Οι διαθέσιμοι πίνακες δεν καλύπτουν όλες τις περιπτώσεις για τις παραμέτρους $(k-1)$ και $(l-1)$. Αντίθετα, οι κρίσιμες τιμές της Κατανομής χ^2 μπορούν εύκολα να υπολογιστούν μέσω ειδικών συναρτήσεων που διαθέτουν αρκετά λογισμικά όπως το SPSS, το SAS και το EXCEL.

Παράρτημα Ζ

Z1. Παράδειγμα Υπολογισμών των Πινάκων P_C και P_{proj}

Έστω ότι έχουμε δύο κατηγορικές μεταβλητές X και Y με 2 και 3 κλάσεις αντίστοιχα. Θεωρούμε τη X ως ανεξάρτητη και την Y ως εξαρτημένη. Στον Πίνακα Z1.1 δίνονται οι τιμές των δύο μεταβλητών για 12 αντικείμενα (πίνακας D). Ο πίνακας δεδομένων D έχει ταξινομηθεί ως προς τις τιμές της X .

Πίνακας Z1.1: Αρχικός Πίνακας Δεδομένων D

Μεταβλητή X	Μεταβλητή Y
$k1$	$l1$
$k1$	$l1$
$k1$	$l2$
$k1$	$l3$
$k1$	$l3$
$k1$	$l2$
$k2$	$l2$
$k2$	$l2$
$k2$	$l2$
$k2$	$l3$
$k2$	$l3$
$k2$	$l3$

Ο πίνακας συμπτώσεων απολύτων συχνοτήτων F των δύο μεταβλητών και ο πίνακας με τα προφίλ των γραμμών παρουσιάζονται στους Πίνακες Z1.2 και Z1.3 αντίστοιχα.

Πίνακας Z1.2: Πίνακας Συμπτώσεων F

X	Y			Σύνολα
	$l1$	$l2$	$l3$	
$k1$	2	2	2	6
$k2$	0	3	3	6
Σύνολα	2	5	5	12

Πίνακας Z1.3: Προφίλ Γραμμών

X	Y			Σύνολα
	$l1$	$l2$	$l3$	
$k1$	33,3%	33,3%	33,3%	100,0%
$k2$	0,0%	50,0%	50,0%	100,0%

$$\mathbf{P}_{\text{proj}} = \mathbf{C}_x (\mathbf{C}_x^T \mathbf{C}_x)^{-1} \mathbf{C}_x^T \mathbf{Z}_y =$$

$$= \begin{bmatrix} 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 & 0,1667 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Η τελική μορφή του πίνακα \mathbf{P}_{proj} είναι η παρακάτω:

$$\mathbf{P}_{\text{proj}} = \mathbf{C}_X (\mathbf{C}_X^T \mathbf{C}_X)^{-1} \mathbf{C}_X^T \mathbf{Z}_Y = \begin{bmatrix} 2/6 & 2/6 & 2/6 \\ 2/6 & 2/6 & 2/6 \\ 2/6 & 2/6 & 2/6 \\ 2/6 & 2/6 & 2/6 \\ 2/6 & 2/6 & 2/6 \\ 2/6 & 2/6 & 2/6 \\ 0/6 & 3/6 & 3/6 \\ 0/6 & 3/6 & 3/6 \\ 0/6 & 3/6 & 3/6 \\ 0/6 & 3/6 & 3/6 \\ 0/6 & 3/6 & 3/6 \\ 0/6 & 3/6 & 3/6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,333 & 0,333 & 0,333 \\ 0,333 & 0,333 & 0,333 \\ 0,333 & 0,333 & 0,333 \\ 0,333 & 0,333 & 0,333 \\ 0,333 & 0,333 & 0,333 \\ 0,333 & 0,333 & 0,333 \\ 0 & 0,5 & 0,5 \\ 0 & 0,5 & 0,5 \\ 0 & 0,5 & 0,5 \\ 0 & 0,5 & 0,5 \\ 0 & 0,5 & 0,5 \\ 0 & 0,5 & 0,5 \end{bmatrix}.$$

Οι τρεις στήλες του πίνακα \mathbf{P}_{proj} αντιστοιχούν στις κλάσεις $I1$, $I2$ και $I3$ της εξαρτημένης μεταβλητής Y , οι έξι πρώτες γραμμές περιγράφουν το προφίλ των 6 αντικειμένων, τα οποία ανήκουν στην κλάση $k1$ της ανεξάρτητης μεταβλητής X , ενώ οι έξι επόμενες το προφίλ των 6 αντικειμένων που ανήκουν στην κλάση $k2$ της X . Εύκολα μπορεί να διαπιστωθεί ότι ο συμπυκνόμενος πίνακας \mathbf{P}_C ταυτίζεται με τον αρχικό πίνακα συμπτώσεων \mathbf{F} (βλέπε Πίνακα Z1.2):

$$\mathbf{P}_C = \begin{bmatrix} 6 \times 0,333 & 6 \times 0,333 & 6 \times 0,333 \\ 6 \times 0 & 6 \times 0,5 & 6 \times 0,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 3 \end{bmatrix} = \mathbf{F}.$$

Z2. Παράδειγμα Εφαρμογής της Προτεινόμενης Μεθοδολογίας Ανάλυσης Κατηγορικών Πειραματικών Δεδομένων

Κατάστρωση του Πειράματος

Για τη μελέτη της επίδρασης τριών καλλιεργητικών υποστρωμάτων (Παράγοντας *A*, με 3 στάθμες) σε συνδυασμό με δύο συστήματα άρδευσης (Παράγοντας *B*, με 2 στάθμες) στην ποιότητα παραγωγής και τη διαβάθμιση του χρώματος των ανθέων του φυτού Ζέρμπερα (βλέπε Εικόνα Z2.1) εγκαταστάθηκε το παρακάτω πείραμα:

Εξακόσια φυτά της ποικιλίας *Ximena* τυχαιοποιήθηκαν στις $3 \times 2 = 6$ πειραματικές αγωγές σε δύο θερμοκήπια. Οι αγωγές συγκροτήθηκαν με βάση τους συνδυασμούς των τριών υποστρωμάτων (*Perlite*, *Polystyrene* και *Soil*) και των δύο συστημάτων άρδευσης (*Upper* και *Lower*). Τα δύο θερμοκήπια είχαν διαφορετικό προσανατολισμό και, μάλιστα, στο ένα από αυτά (Θερμοκήπιο 2) το ανατολικό του τμήμα σκιαζόταν μερικώς από παρακείμενο κτίριο για περίπου 1,5 ώρα ημερησίως. Κρίθηκε σκόπιμο τα δύο θερμοκήπια να θεωρηθούν ως συγκροτήματα, ώστε να απομονωθεί η πιθανή επίδρασή τους στα αποτελέσματα. Η κατάστρωση του πειραματισμού έγινε σύμφωνα με το τυχαιοποιημένο σχέδιο σε δύο πλήρη συγκροτήματα (Θερμοκήπια) με δύο παράγοντες (Υπόστρωμα, Άρδευση) και δύο εξαρτημένες μεταβλητές (Ποιότητα, Χρώμα). Κάθε αγωγή περιλάμβανε, μετά την τυχαιοποίηση, 50 φυτά και σε κάθε θερμοκήπιο καλλιεργήθηκαν συνολικά 300 Ζέρμπερες. Καταγράφηκε η ποιότητα της παραγωγής και η ένταση του χρώματος των ανθέων των φυτών μέχρι την πρώτη ανθοφορία τους. Η ποιότητα των φυτών καθορίστηκε με βάση φυσιολογικά, εμπορικά και οικονομικά κριτήρια σε τρεις κατηγορίες: *ΠΑ*, *ΠΒ* και *ΠΓ*. Στην ποιότητα *ΠΑ* κατατάχθηκαν τα εύρωστα φυτά με μακρύ και παχύ μίσχο και μεγάλη διάμετρο ανθικής κεφαλής. Οι Ζέρμπερες της ποιότητας *ΠΑ* προτιμώνται περισσότερο από τους καταναλωτές αν και πωλούνται σε υψηλότερη τιμή από τα φυτά ποιότητας *ΠΒ* και *ΠΓ*. Τα άνθη της ποικιλίας *Ximena* έχουν κόκκινο χρώμα, η ένταση του οποίου μετρήθηκε σε διαβαθμισμένη κλίμακα τριών σημείων: *Σκούρο*, *Control Κόκκινο* και *Ανοιχτό*. Επειδή η προτίμηση των καταναλωτών σε ό,τι αφορά την ένταση του χρώματος είναι υποκειμενική και

ανεξάρτητη από τις επιλογές τους σχετικά με την ποιότητα ή την τιμή του φυτού, δεν έχει ενδιαφέρον η εξέταση της συνάφειας μεταξύ της ποιότητας παραγωγής και της έντασης του χρώματος των ανθέων.



Εικόνα Z2.1: Το φυτό Ζέρμπερα

Καθορισμός του Πλήθους των Πειραματικών Μονάδων

Το πλήθος των πειραματικών μονάδων καθορίστηκε με την εφαρμογή της *a priori* Ανάλυσης Ισχύος του ελέγχου χ^2 (βλέπε Ενότητα 5.8.2). Από προηγούμενη εμπειρία⁴ είναι γνωστό ότι το ελάχιστο μέγεθος του αποτελέσματος (*effect size*) που έχει κλινική σημαντικότητα, στο πλαίσιο της συγκεκριμένης έρευνας, για τη σύγκριση των αγωγών της αλληλεπίδρασης $A \times B$ και κάθε μιας των εξαρτημένων μεταβλητών, αντιστοιχεί σε αδράνεια $I=0,07$ ή, ισοδύναμα, σε δυναμική αδράνεια $I_D = 0,036$, συντελεστή συνάφειας *Cramer's V*=0,19 και δείκτη *Cohen's w*=0,27⁵. Το επιθυμητό επίπεδο ισχύος προκαθορίστηκε σε 0,80, ενώ το πειραματικό επίπεδο σημαντικότητας σε $\alpha=0,05$. Επειδή είχε προβλεφθεί ότι θα εφαρμοστούν συνολικά τέσσερις βασικοί έλεγχοι ομοιογένειας χ^2 , δύο σε κάθε συγκρότημα, ένας έλεγχος για την ποιότητα και ένας για την ένταση του χρώματος, το επίπεδο σημαντικότητας

⁴ Από αποτελέσματα πιλοτικών πειραμάτων.

⁵ Η τιμή αυτή αντιστοιχεί σε μέτριο μέγεθος του αποτελέσματος σύμφωνα με τις συμβάσεις κατά *Cohen* (βλέπε Ενότητα 5.9, Πίνακας 5.1).

κάθε ελέγχου διορθώθηκε κατά *Bonferroni* σε $\alpha=0,0125=0,05/4$ (βλέπε Ενότητα E3.2 του Παραρτήματος E). Μέσω του module **A priori** του λογισμικού Power Analysis for AFC (βλέπε Ενότητα E2 του Παραρτήματος E), για **Effect Size**, **Inertia**=0,07, $\alpha=0,0125$, **Power**=0,80, **Number of rows**=6 (πλήθος αγωγών) και **Number of columns**=3 (πλήθος κλάσεων εξαρτημένων μεταβλητών), το ελάχιστο απαιτούμενο μέγεθος δείγματος υπολογίστηκε σε 297 μονάδες. Για να καταστεί ο πειραματισμός ισορροπημένος αποφασίστηκε να χρησιμοποιηθούν 300 φυτά σε κάθε θερμοκήπιο.

Πειραματικά Δεδομένα

Τα αποτελέσματα του πειράματος ανά θερμοκήπιο δίνονται στους Πίνακες Z2.1 και Z2.2. Στους Πίνακες Z2.3 και Z2.4 παρουσιάζονται τα αντίστοιχα προφίλ των αγωγών.

Στατιστική Ανάλυση

Προκαταρκτικοί Έλεγχοι Σημαντικότητας

Στο Θερμοκήπιο 1, ανιχνεύθηκε στατιστικά σημαντική διαφοροποίηση, σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,0125$, των προφίλ των αγωγών ως προς την ποιότητα παραγωγής ($\chi^2=157,721$, β.ε.=10, $p=0,000$, παρατηρούμενη ισχύς $\gamma_{obs}=1$, *Cramer's V*=0,513, *Goodman & Kruskal* $\tau=0,272$)⁶. Το ίδιο και ως προς την ένταση του χρώματος ($\chi^2=170,477$ β.ε.=10, $p=0,000$, $\gamma_{obs}=1$, *Cramer's V*=0,533, *Goodman & Kruskal* $\tau=0,282$). Διαπιστώνουμε ότι και στους δύο ελέγχους η παρατηρούμενη ισχύς⁷ είναι ίση με 1. Οι διαφοροποιήσεις των αγωγών φαίνεται να είναι λίγο πιο έντονες ως προς τη διαβάθμιση του χρώματος απ' ότι στην ποιότητα. Αυτό προκύπτει από τις ελαφρά υψηλότερες τιμές των αντίστοιχων συντελεστών *Cramer's V* (0,533 vs 0,513) και τ (0,282 vs 0,272). Οι τιμές του δείκτη τ εκφράζουν ότι η γνώση της αγωγής, στην οποία ανήκουν οι πειραματικές μονάδες, βελτιώνει την πρόβλεψη της έντασης του χρώματός τους κατά 28,2%, ενώ στην περίπτωση της ποιότητας κατά 27,2%.

⁶ Οι αναλύσεις έγιναν με το SPSS, έκδοση 13.

⁷ Υπολογίστηκε με το λογισμικό Power Analysis for AFC.

Τα αναλυτικά αποτελέσματα των συγκρίσεων των προφίλ των αγωγών ως προς την ποιότητα παραγωγής των φυτών και τη διαβάθμιση του χρώματος παρουσιάζονται στους Πίνακες Z2.5 και Z2.6 αντίστοιχα. Οι συγκρίσεις έγιναν με το στατιστικό έλεγχο του *Gabriel* (βλέπε Ενότητα ΣΤ3 του Παραρτήματος ΣΤ).

Πληροφοριακά αναφέρουμε ότι τα τρία υποστρώματα, ανεξάρτητα από το σύστημα άρδευσης, διαφοροποιούνται ως προς την ποιότητα ($\chi^2=90,514$, β.ε.=4, $p=0,000$, $\gamma_{obs;a=0,05}=1$, *Cramer's V*=0,388, *Goodman & Kruskal τ* =0,151) και την ένταση του χρώματος ($\chi^2=43,197$, β.ε.=4, $p=0,000$, $\gamma_{obs;a=0,05}=1$, *Cramer's V*=0,268, *Goodman & Kruskal τ* =0,068). Τα δύο συστήματα άρδευσης, αν δεν ληφθούν υπόψη τα υποστρώματα, εμφανίζουν σημαντική ανομοιογένεια ως προς την ποιότητα ($\chi^2=16,629$, β.ε.=2, $p=0,000$, $\gamma_{obs;a=0,05}=0,963$, *Cramer's V*=0,235, *Goodman & Kruskal τ* =0,031) και την ένταση του χρώματος ($\chi^2=26,843$, β.ε.=2, $p=0,000$, $\gamma_{obs;a=0,05}=0,998$, *Cramer's V*=0,299, *Goodman & Kruskal τ* =0,048). Παρατηρούμε ότι οι δείκτες *Cramer's V* και *Goodman & Kruskal τ* έχουν σημαντικά υψηλότερες τιμές στην περίπτωση ελέγχου των διαφορών των προφίλ, ποιότητας και χρώματος, των έξι πειραματικών αγωγών απ' ό,τι των αντίστοιχων προφίλ των υποστρωμάτων ή των συστημάτων άρδευσης. Δηλαδή, η ανάλυση της αλληλεπίδρασης των δύο ανεξάρτητων μεταβλητών – παραγόντων παράγει περισσότερη πληροφορία απ' ό,τι η μεμονωμένη ανάλυση των αντίστοιχων κύριων επιδράσεών τους.

Στατιστικά σημαντικές διαφορές, σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,0125$, μεταξύ των αγωγών ως προς την ποιότητα ($\chi^2=141,882$, β.ε.=10, $p=0,000$, $\gamma_{obs}=1$, *Cramer's V*=0,486, *Goodman & Kruskal τ* =0,291) και την ένταση του χρώματος ($\chi^2=102,827$, β.ε.=10, $p=0,000$, $\gamma_{obs}=1$, *Cramer's V*=0,414, *Goodman & Kruskal τ* =0,183) διαπιστώθηκαν και στο Θερμοκήπιο 2. Οι αναλυτικές συγκρίσεις των προφίλ των αγωγών ως προς την ποιότητα και το χρώμα δίνονται στους Πίνακες Z2.7 και Z2.8. Σε ό,τι αφορά τα προφίλ των τριών υποστρωμάτων στατιστικά σημαντικές διαφορές φαίνεται να υπάρχουν τόσο ως προς την ποιότητα ($\chi^2=118,330$, β.ε.=4, $p=0,000$, $\gamma_{obs;a=0,05}=1$, *Cramer's V*=0,444, *Goodman & Kruskal τ* =0,260) όσο και ως προς την ένταση του χρώματος ($\chi^2=26,426$, β.ε.=4, $p=0,000$, $\gamma_{obs;a=0,05}=0,993$,

Cramer's V=0,210, *Goodman & Kruskal τ* =0,046). Τα δύο συστήματα άρδευσης μάλλον δεν διαφοροποιούνται ως προς την ποιότητα ($\chi^2=2,166$, β.ε.=2, $p=0,350$, $\gamma_{obs;a=0,05}=0,242$) αλλά παρουσιάζουν διαφορές ως προς το χρώμα ($\chi^2=30,177$, β.ε.=2, $p=0,000$, $\gamma_{obs;a=0,05}=0,999$, *Cramer's V*=0,317, *Goodman & Kruskal τ* =0,054). Από την εξέταση των δεικτών *V* και *τ* διαπιστώνουμε και πάλι ότι η ανάλυση της αλληλεπίδρασης των δύο παραγόντων παρουσιάζει μεγαλύτερο ενδιαφέρον, παράγει εντονότερες συσχετίσεις και χαρακτηρίζεται από υψηλότερη προβλεπτική ικανότητα σε σύγκριση με τις κύριες επιδράσεις.

Όλοι οι παραπάνω έλεγχοι είναι χρήσιμοι αλλά δεν βοηθούν στο να εντοπίσουμε που οφείλονται κυρίως οι διαφοροποιήσεις ή οι ομοιότητες μεταξύ των προφίλ των πειραματικών αγωγών. Απλά, μας πληροφορούν ότι υπάρχουν ή δεν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές, επιδράσεις και συσχετίσεις. Δεν αναδεικνύουν τις δομικές σχέσεις που συνδέουν τη μεταβλητότητα που παρατηρείται μεταξύ των αγωγών και των αντίστοιχων ιδιοτήτων τους, όπως αυτές δηλώνονται από τις κατηγορίες – κλάσεις των εξαρτημένων μεταβλητών (Ποιότητα και Διαβάθμιση Χρώματος). Με άλλα λόγια, δεν έχουμε πληροφορία για να απαντήσουμε στο “πώς” τα υποστρώματα και τα συστήματα άρδευσης επιδρούν και επηρεάζουν την ποιότητα και την ένταση του χρώματος των ανθέων. Βέβαια, η αιτιολόγηση των αποτελεσμάτων, στο πλαίσιο του ερευνητικού πεδίου που διεξάγεται το πείραμα, είναι ευθύνη των εκάστοτε ερευνητών – πειραματιστών.

Εφαρμογή της ΠΑΑ

Οι προκαταρκτικοί έλεγχοι σημαντικότητας έδειξαν ότι οι παρατηρούμενες διαφοροποιήσεις των προφίλ των αγωγών δεν μπορούν να αποδοθούν στην επίδραση τυχαίων και αστάθμητων παραγόντων. Υπάρχουν συστηματικές δράσεις, που επηρεάζουν την ποιότητα και την ένταση του χρώματος των ανθέων, ο μηχανισμός και ο ρόλος των οποίων πρέπει να διερευνηθούν. Καταρχήν, θα εφαρμόσουμε την ΠΑΑ σύμφωνα με τη μεθοδολογία που προτείναμε στην Ενότητα 7.5 για μία εξαρτημένη μεταβλητή, στους τέσσερις πίνακες τύπου “στοίβας” της μορφής

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_{C_{A \times B}} \\ \mathbf{P}_{C_A} \\ \mathbf{P}_{C_B} \end{bmatrix},$$

έναν για κάθε εξαρτημένη μεταβλητή σε κάθε θερμοκήπιο. Να υπενθυμίσουμε ότι οι πίνακες \mathbf{P}_{C_A} και \mathbf{P}_{C_B} , οι οποίοι αφορούν στις κύριες επιδράσεις των παραγόντων A (Υπόστρωμα) και B (Σύστημα Άρδευσης) αντίστοιχα, εισάγονται στην ανάλυση ως συμπληρωματικοί. Πράγματι, οι τέσσερις αναλύσεις αναδεικνύουν και οπτικοποιούν την επίδραση της συνδυασμένης δράσης των υποστρωμάτων και των συστημάτων άρδευσης σε κάθε μία από τις εξαρτημένες μεταβλητές σε κάθε θερμοκήπιο. Τα αντίστοιχα αποτελέσματα παρουσιάζονται στους Πίνακες Z2.9, Z2.10, Z2.11 και Z2.12 καθώς και στα Διαγράμματα Z2.1, Z2.3, Z2.5 και Z2.7. Στα Διαγράμματα Z2.2, Z2.4, Z2.6 και Z2.8 απεικονίζονται οι ελλείψεις εμπιστοσύνης γύρω από τα σημεία που αντιστοιχούν στα προφίλ των αγωγών. Οι ελλείψεις κατασκευάστηκαν σύμφωνα με την πρώτη προσέγγιση που προτείναμε στην Ενότητα 6.3.4.1, η οποία στηρίζεται στην εφαρμογή της μεθόδου *Δέλτα* για την εκτίμηση των πινάκων διασπορών – συνδυασπορών των παραγοντικών συντεταγμένων. Το επίπεδο σημαντικότητας για κάθε έλλειψη διορθώθηκε κατά *Bonferroni* σε $\alpha = 0,05/6 \approx 0,008 \approx 0,01$.

Οι συγκρίσεις των προφίλ των αγωγών μέσω των ελλείψεων εμπιστοσύνης είναι λιγότερο “συντηρητικές” (αυστηρές) σε σχέση με αυτές της μεθόδου του *Gabriel* (βλέπε Πίνακες Z2.5 έως Z2.8). Στους Πίνακες Z2.16 και Z2.17 παρουσιάζονται αναλυτικά τα βασικά αριθμητικά δεδομένα για την κατασκευή των αντίστοιχων ελλείψεων εμπιστοσύνης. Σε κάθε περίπτωση, η στατιστική σημαντικότητα των παραγοντικών αξόνων ελέγχθηκε με τη μέθοδο που προτείνει ο Nishisato (βλέπε Ενότητα 6.2.1.3), σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,05/2=0,025$. Τα σημαντικά κελιά, που συνεισφέρουν στη συνάφεια των αγωγών με τις κλάσεις των εξαρτημένων κελιών, εντοπίστηκαν μέσω των Διορθωμένων Τυποποιημένων Υπόλοιπων των αντίστοιχων πινάκων συμπτώσεων (βλέπε Ενότητα 6.2.1.2).

Στη συνέχεια, για τη μελέτη του γενικού προφίλ των πειραματικών αγωγών ως προς την ποιότητα και το χρώμα, θα εφαρμόσουμε την ΠΑΑ, βάσει της μεθοδολογίας την

οποία παρουσιάσαμε στην Ενότητα 7.5, σε κάθε θερμοκήπιο. Οι αναλύσεις επιτρέπουν τη μελέτη των προφίλ των αγωγών, ως προς την ποιότητα και τη διαβάθμιση του χρώματος των ανθέων ταυτόχρονα, σε κάθε θερμοκήπιο. Τα αποτελέσματα των δύο αναλύσεων δίνονται στους Πίνακες Z2.13 και Z2.14 και στα Διαγράμματα Z2.9 και Z2.11. Στα Διαγράμματα Z2.10 και Z2.12 παρουσιάζονται οι αντίστοιχες 99% ελλείψεις εμπιστοσύνης για τη σύγκριση των προφίλ των αγωγών. Οι ελλείψεις κατασκευάστηκαν με την ίδια μέθοδο που περιγράψαμε στην προηγούμενη παράγραφο. Στον Πίνακα Z2.18 παρουσιάζονται αναλυτικά τα βασικά αριθμητικά δεδομένα για την κατασκευή των αντίστοιχων ελλείψεων. Και στις δύο αναλύσεις η στατιστική σημαντικότητα της ολικής αδράνειας ελέγχθηκε με τη μέθοδο που προτείναμε στην Παρατήρηση Β της Ενότητας 7.4, σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,025$. Η στατιστική σημαντικότητα των υποχώρων προβολής διαπιστώθηκε με τη μεθοδολογία που περιγράψαμε στις Ενότητες 5.12 και 5.13.4.

Τέλος, με την Προκρούστια μέθοδο, που προτείναμε στην Ενότητα 7.6, είναι δυνατή η σύγκριση των ομόλογων προφίλ των πειραματικών αγωγών μεταξύ των δύο θερμοκηπίων. Ως συγκρότημα αναφοράς επιλέχθηκε το Θερμοκήπιο 1. Τα αντίστοιχα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα Z2.15 και στο Διάγραμμα Z2.13. Στον Πίνακα Z2.15, κάθε γραμμή των πινάκων \mathbf{X}_i , \mathbf{X}_w , $\mathbf{X}_w\mathbf{R}$ και $(\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_w\mathbf{R})$ θα έπρεπε να εμφανίζεται 50 φορές. Για λόγους οικονομίας παρουσιάζουμε τις συμπυκνωμένες μορφές των αντίστοιχων πινάκων.

Σε όλες τις αναλύσεις η *post hoc* ισχύς των ελέγχων σημαντικότητας εκτιμήθηκε με βάση τη μέθοδο που προτείναμε στην Ενότητα 5.8.1. Σε κάθε εφαρμογή της ΠΑΑ ως σημαντικά θεωρήθηκαν τα σημεία με $COR>0,20$ και $CTR>1/k$ (για τα σημεία γραμμών) ή $CTR>1/l$ (για τα σημεία στηλών), όπου k και l είναι ο αριθμός των γραμμών και στηλών αντίστοιχα του εκάστοτε πίνακα συμπτώσεων που αναλύεται (βλέπε Ενότητα 2.2.14.7).

Για την εκτέλεση όλων των απαραίτητων υπολογισμών και στατιστικών αναλύσεων χρησιμοποιήθηκαν τα λογισμικά SPSS, CHIC Analysis, Matlab, Power Analysis for AFC και Excel.

Σχολιασμός των Αποτελεσμάτων της ΠΑΑ

Θερμοκήπιο 1: Εξαρτημένη Μεταβλητή η Ποιότητα Παραγωγής

Ανάλυση της Αλληλεπίδρασης των Ανεξάρτητων Μεταβλητών – Παραγόντων στην Ποιότητα Παραγωγής

Σημαντικοί Άξονες

Από τον Πίνακα Ζ2.9 διαπιστώνουμε ότι και οι δύο παραγοντικοί άξονες είναι στατιστικά σημαντικοί ($p=0,000$). Ο πρώτος παραγοντικός άξονας ερμηνεύει το 65,915% της ολικής αδράνειας του αντίστοιχου πίνακα συμπτώσεων και ο δεύτερος το υπόλοιπο 34,085%.

Ερμηνεία των Αξόνων ως προς τα Σημεία Γραμμών (Αγωγές)

Επί του πρώτου άξονα αναδεικνύεται κυρίως⁸ η αντιπαράθεση της αγωγής *Soil + Lower* ($CTR=0,592$, $COR=0,973$), η οποία χαρακτηρίζεται από φυτά ποιότητας *ΠΓ* (30 στα 50 φυτά ή 80%), με την αγωγή *Polystyrene + Lower* ($CTR=0,262$, $COR=1$), που έδωσε παραγωγή ποιότητας *ΠΒ* (38 στα 50 φυτά ή 76%). Σε ένα δεύτερο επίπεδο, ο πρώτος άξονας εκφράζει την αντίθεση της αγωγής *Perlite + Lower* ($CTR=0,054$, $COR=0,709$), τα φυτά της οποίας κατατάσσονται στις ποιότητες *ΠΓ* (20 στα 50 φυτά ή 40%) και *ΠΒ* (18 στα 50 φυτά ή 36%), με την *Polystyrene + Upper* ($CTR=0,059$, $COR=0,729$), που η παραγωγή της είναι κυρίως φυτά ποιότητας *ΠΒ* (32 στα 50 φυτά ή 64%). Ο δεύτερος άξονας αντιπαραθέτει την αγωγή *Perlite + Upper* ($CTR=0,567$, $COR=0,977$), η οποία χαρακτηρίζεται κυρίως από φυτά ποιότητας *ΠΑ* (30 στα 50 φυτά ή 60%), με την *Soil + Upper* ($CTR=0,317$, $COR=0,858$), τα φυτά της οποίας είναι κατά πλειοψηφία ποιότητας *ΠΒ* (34 στα 50 φυτά ή 68%). Οι αντιπαραθέσεις των αγωγών απεικονίζονται στο Διάγραμμα Ζ2.1.

Ερμηνεία των Αξόνων ως προς τα Σημεία Στηλών (Ποιότητα Παραγωγής)

Σε ό,τι αφορά την ποιότητα παραγωγής, ο πρώτος άξονας εκφράζει, από τα αριστερά προς τα δεξιά, τη διαβάθμιση της ποιότητας, από την κλάση *ΠΒ* ($CTR=0,430$,

⁸ Σε κάθε άξονα, ως σημαντικά θεωρήθηκαν τα σημεία με $COR>0,20$ και $CTR>1/6$ για τις πειραματικές αγωγές ή $CTR>1/3$ για τις κλάσεις της ποιότητας (βλέπε Ενότητα 2.2.14.3).

$COR=0,862$) προς την $ΠΓ$ ($CTR=0,568$, $COR=0,896$). Ο δεύτερος άξονας χαρακτηρίζεται σχεδόν αποκλειστικά από την ποιότητα $ΠΑ$ ($CTR=0,739$, $COR=0,997$). Η *a priori* διάταξη των τριών κλάσεων της ποιότητας ($ΠΑ$, $ΠΒ$ και $ΠΓ$) εμφανίζεται στο δεύτερο άξονα, από πάνω προς τα κάτω, με τις ποιότητες $ΠΒ$ και $ΠΓ$ να προβάλλονται σε πολύ κοντινές θέσεις.

Ανάλυση των Κύριων Επιδράσεων των Ανεξάρτητων Μεταβλητών – Παραγόντων στην Ποιότητα Παραγωγής

Για τις συμπληρωματικές γραμμές, που αντιστοιχούν στις κύριες επιδράσεις των ανεξάρτητων μεταβλητών, διαπιστώνουμε τα εξής (βλέπε Πίνακα Z2.9 και Διάγραμμα Z2.1):

Κύρια Επίδραση του Παράγοντα “Υπόστρωμα”

Ο πρώτος άξονας συνδέεται με τα υποστρώματα *Polystyrene* ($COR=0,958$) και *Soil* ($COR=0,564$), τα οποία αντιπαράθενται επί αυτού. Ο δεύτερος έχει υψηλή συσχέτιση κυρίως με το υπόστρωμα *Perlite* ($COR=0,955$). Σε μικρότερο βαθμό συνδέεται με το υπόστρωμα *Soil* ($COR=0,436$), το οποίο βρίσκεται σε θέση αντίθεσης με το υπόστρωμα *Perlite*. Οι ζέρμπερες του υποστρώματος *Polystyrene* είναι στην πλειοψηφία ποιότητας $ΠΒ$ (70%), ενώ στο υπόστρωμα *Soil* σε ποσοστό 56% κατατάσσονται στην ποιότητα $ΠΓ$. Τα φυτά του *Perlite* είναι σε ποσοστό 48% ποιότητας $ΠΑ$.

Κύρια Επίδραση του Παράγοντα “Σύστημα Άρδευσης”

Τα δύο συστήματα άρδευσης αντιπαράθενται επί του πρώτου άξονα και δεν συσχετίζονται με το δεύτερο. Το σύστημα άρδευσης *Upper* ($COR=0,999$) έδωσε φυτά που τα περισσότερα ανήκουν στην ποιότητα $ΠΒ$ (54%), ενώ το *Lower* ($COR=0,999$) φυτά ποιότητας $ΠΓ$ (40%) και $ΠΒ$ (33,3%).

Συγκρίσεις των Προφίλ των Αγωγών

Στο Διάγραμμα Z2.2 απεικονίζονται οι 99% ελλείψεις εμπιστοσύνης για τη σύγκριση των προφίλ των πειραματικών αγωγών ως προς την ποιότητα παραγωγής. Στο

διάγραμμα αυτό παρατηρούμε ότι οι μόνες αγωγές που δεν διαφέρουν στατιστικά σημαντικά, σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,01$, ως προς την ποιότητα παραγωγής, είναι οι *Polystyrene + Upper* και *Soil + Upper*. Οι αντίστοιχες ελλείψεις εμπιστοσύνης είναι οι μόνες που τέμνονται. Οριακά φαίνεται να διαφοροποιούνται οι δύο προηγούμενες αγωγές από την *Polystyrene + Lower*.

Ανάλυση των Διορθωμένων Τυποποιημένων Υπόλοιπων

Από τα Διορθωμένα Τυποποιημένα Υπόλοιπα (βλέπε Πίνακα Ζ2.9), που αντιστοιχούν στον πίνακα συμπτώσεων των έξι αγωγών με τις τρεις διαβαθμίσεις της ποιότητας παραγωγής, διαπιστώνουμε ότι ως προς την ποιότητα ΠΑ η αγωγή *Perlite + Upper* έδωσε συγκριτικά την υψηλότερη παραγωγή (60%, $z=6,004$), ενώ η *Soil + Upper* τη χαμηλότερη (0%, $z=-4,591$). Τη μεγαλύτερη παραγωγή σε φυτά ποιότητας ΠΒ είχε η αγωγή *Polystyrene + Lower* (76%, $z=5,050$) και τη μικρότερη η *Soil + Lower* (0%, $z=-6,820$). Την υψηλότερη παραγωγή σε φυτά ποιότητας ΠΓ έδωσε η αγωγή *Soil + Upper* (80%, $z=8,369$) και τη χαμηλότερη η *Polystyrene + Lower* (0%, $z=-5,111$). Οι παραπάνω διαφοροποιήσεις είναι και στατιστικά σημαντικές ακόμη και σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,001$ (δίπλευρος έλεγχος). Η αντίστοιχη κρίσιμη τιμή της Τυποποιημένης Κανονικής Κατανομής είναι σε απόλυτη τιμή ίση με 3,29.

Παρατήρηση

Η αλληλεπίδραση των δύο παραγόντων (Υπόστρωμα και Σύστημα Άρδευσης) “εισάγει” δύο άξονες μεταβλητότητας στην ποιότητα παραγωγής. Ο πρώτος ερμηνεύει τα 2/3 της συνολικής διακύμανσης και σχετίζεται με τις ποιότητες ΠΒ (43,7% της παραγωγής) και ΠΓ (30,3% της παραγωγής). Ο δεύτερος ερμηνεύει το υπόλοιπο 1/3 της ολικής διακύμανσης και συνδέεται με την ποιότητα παραγωγής ΠΑ (26% της παραγωγής). Το μεγαλύτερο μέρος της παραγωγής (74%) είναι ποιότητας ΠΒ (43,7%) και ΠΓ (30,3%). Επομένως, αν εξαιρέσουμε την αγωγή *Perlite + Upper* οι υπόλοιπες δεν αποδίδουν ικανοποιητική ποιότητα και οι ερευνητές θα πρέπει να πειραματιστούν και με άλλα υλικά.

Θερμοκήπιο 1: Εξαρτημένη Μεταβλητή η Διαβάθμιση του Χρώματος των Ανθέων

Ανάλυση της Αλληλεπίδρασης των Ανεξάρτητων Μεταβλητών – Παραγόντων στη Διαβάθμιση του Χρώματος των Ανθέων

Σημαντικοί Άξονες

Βάσει των στοιχείων του Πίνακα Z2.10 προκύπτει ότι και οι δύο παραγοντικοί άξονες είναι στατιστικά σημαντικοί ($p=0,000$). Παρατηρούμε ότι τα αντίστοιχα ποσοστά ερμηνείας της ολικής αδράνειας δεν έχουν μεγάλη διαφορά (53,868% ο πρώτος και 46,132% ο δεύτερος). Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τα προβαλλόμενα σημεία να παρουσιάζουν μεγάλη αστάθεια ως προς τις θέσεις τους επί του παραγοντικού επιπέδου (βλέπε Διάγραμμα Z2.4). Η παραβολοειδής διάταξη των σημείων (βλέπε Διάγραμμα Z2.3) παραπέμπει στο φαινόμενο *Guttman* (βλέπε Ενότητα 2.4.3), το οποίο αιτιολογεί και την αστάθεια των σημείων. Οι δύο άξονες δεν είναι ανεξάρτητοι και συνδέονται με σχέση δευτέρου βαθμού. Συνεπώς, το φαινόμενο μάλλον θα πρέπει να θεωρηθεί μονοδιάστατο. Η διαπίστωση αυτή χρήζει περαιτέρω μελέτης και δεν θα μας απασχολήσει στα επόμενα.

Ερμηνεία των Αξόνων ως προς τα Σημεία Στηλών (Διαβάθμιση Χρώματος)

Καταρχήν, παρατηρούμε ότι επί του πρώτου άξονα επιτυγχάνεται η *a priori* διάταξη των τριών διαβαθμίσεων του χρώματος (*Σκούρο*, *Control* και *Ανοιχτό*). Ο πρώτος άξονας εκφράζει, από τα αριστερά προς τα δεξιά, την κλίμακα έντασης του χρώματος των ανθέων. Πιο συγκεκριμένα, από το *Σκούρο* ($CTR=0,336$, $COR=0,552$) προς το *Ανοιχτό* κόκκινο ($CTR=0,644$, $COR=0,912$). Το *Control* κόκκινο ($CTR=0,020$, $COR=0,037$) προβάλλεται κοντά στην αρχή του άξονα και σε ενδιάμεση θέση από τις άλλες δύο διαβαθμίσεις. Χαρακτηρίζει όμως σημαντικά το δεύτερο άξονα ($CTR=0,610$, $COR=0,963$) και αντιπαράτίθεται επί αυτού με τις άλλες δύο διαβαθμίσεις.

Ερμηνεία των Αξόνων ως προς τα Σημεία Γραμμών (Αγωγές)

Στον πρώτο παραγοντικό άξονα κυριαρχεί η αντιπαράθεση της αγωγής *Perlite* + *Lower* ($CTR=0,623$, $COR=0,868$), που έδωσε φυτά με άνθη *Ανοιχτού* κόκκινου

χρώματος (40 στα 50 φυτά ή 80%), με την αγωγή *Soil + Lower* ($CTR=0,237$, $COR=0,479$), στην οποία τα άνθη των φυτών είχαν Έντονο κόκκινο χρώμα (40 στα 50 φυτά ή 80%). Στο δεύτερο άξονα αναδεικνύεται η έντονη διαφοροποίηση των προφίλ των αγωγών *Soil + Lower* ($CTR=0,301$, $COR=0,521$) και *Soil + Upper* ($CTR=0,514$, $COR=0,999$). Η πρώτη αγωγή χαρακτηρίζεται από φυτά με άνθη Έντονου κόκκινου χρώματος (40 στα 50 φυτά ή 80%), ενώ η δεύτερη από φυτά με άνθη *Control* κόκκινου (40 στα 50 φυτά ή 80%). Στο Διάγραμμα Z2.3 απεικονίζονται οι αντιπαραθέσεις των αγωγών.

Ανάλυση των Κύριων Επιδράσεων των Ανεξάρτητων Μεταβλητών – Παραγόντων στη Διαβάθμιση του Χρώματος των Ανθέων

Για τις συμπληρωματικές γραμμές, οι οποίες αντιστοιχούν στις κύριες επιδράσεις των ανεξάρτητων μεταβλητών, διαπιστώνουμε τα εξής (βλέπε Πίνακα Z2.10 και Διάγραμμα Z2.3):

Κύρια Επίδραση του Παράγοντα “Υπόστρωμα”

Το υπόστρωμα *Soil* εμφανίζει έντονη συσχέτιση με τον πρώτο άξονα ($COR=0,915$) και αντιπαρατίθεται με το υπόστρωμα *Perlite* ($COR=0,637$). Το 50% των φυτών στο υπόστρωμα *Perlite* είχαν άνθη με Ανοιχτό κόκκινο χρώμα, ενώ στο *Soil* το 88% (43%+45%) από *Σκούρο* έως *Control* κόκκινο. Ο δεύτερος άξονας συνδέεται ισχυρά με το υπόστρωμα *Polystyrene* ($COR=0,923$), η παραγωγή του οποίου χαρακτηρίζεται σε ποσοστό 47% από άνθη με *Control* κόκκινο και σε ποσοστό 30% από Έντονο κόκκινο χρώμα.

Κύρια Επίδραση του Παράγοντα “Σύστημα Άρδευσης”

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει το γεγονός ότι τα δύο συστήματα άρδευσης δεν συσχετίζονται με τον πρώτο άξονα ($COR \approx 0$) αλλά μόνο με το δεύτερο. Οι αντίστοιχοι δείκτες COR είναι ίσοι με 0,997 και για τα δύο συστήματα. Επί του δεύτερου άξονα το σύστημα *Upper* με άνθη κυρίως *Control* κόκκινου χρώματος (51,3%) αντιπαρατίθεται με το σύστημα *Lower*, που έδωσε φυτά με Έντονο (44%) και Ανοιχτό κόκκινο (33,3%).

Συγκρίσεις των Προφίλ των Αγωγών

Στο Διάγραμμα Z2.4 απεικονίζονται οι 99% ελλείψεις εμπιστοσύνης για τη σύγκριση των προφίλ των πειραματικών αγωγών ως προς την διαβάθμιση του χρώματος των ανθέων. Παρατηρούμε ότι η αγωγή *Perlite + Lower* διαφέρει στατιστικά σημαντικά, σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,01$, με τις *Polystyrene + Lower* και *Perlite + Upper*. Τα προφίλ των δύο τελευταίων αγωγών δεν διαφέρουν στατιστικά σημαντικά μεταξύ τους. Σημαντική διαφορά υπάρχει και μεταξύ των αγωγών *Soil + Upper* και *Perlite + Upper*.

Ανάλυση των Διορθωμένων Τυποποιημένων Υπολοίπων

Από τα Διορθωμένα Τυποποιημένα Υπόλοιπα (βλέπε Πίνακα Z2.10), τα οποία αντιστοιχούν στον πίνακα συμπτώσεων των έξι αγωγών με τις τρεις διαβαθμίσεις της έντασης του χρώματος των ανθέων, διαπιστώνουμε ότι η αγωγή *Soil + Lower* έδωσε συγκριτικά τα περισσότερα άνθη με Έντονο κόκκινο χρώμα (80%, $z=7,379$), ενώ τη μικρότερη παραγωγή, με το ίδιο χρώμα, είχε η αγωγή *Soil + Upper* (6%, $z=-4,666$). Ως προς το *Control* κόκκινο χρώμα, τη μεγαλύτερη παραγωγή είχε η αγωγή *Soil + Upper* (80%, $z=6,899$) και τη μικρότερη η *Perlite + Lower* (8%, $z=-4,653$). Τέλος, την υψηλότερη παραγωγή με φυτά *Ανοιχτού* κόκκινου χρώματος έδωσε η αγωγή *Perlite + Lower* (80%, $z=8,881$), ενώ τις χαμηλότερες οι *Polystyrene + Lower* (10%, $z=-3,151$) και *Soil + Lower* (10%, $z=-3,151$). Οι διαφοροποιήσεις των αγωγών είναι στατιστικά σημαντικές σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,001$ (δίπλευρος έλεγχος).

Θερμοκήπιο 2: Εξαρτημένη Μεταβλητή η Ποιότητα ΠαραγωγήςΑνάλυση της Αλληλεπίδρασης των Ανεξάρτητων Μεταβλητών – Παραγόντων στην Ποιότητα ΠαραγωγήςΣημαντικοί Άξονες

Από τον Πίνακα Z2.11 διαπιστώνουμε ότι και οι δύο παραγοντικοί άξονες είναι στατιστικά σημαντικοί ($p=0,000$). Ο πρώτος άξονας ερμηνεύει το 86,010% της ολικής αδράνειας του αντίστοιχου πίνακα συμπτώσεων και ο δεύτερος το υπόλοιπο 13,990%.

Ερμηνεία των Αξόνων ως προς τα Σημεία Σηλών (Ποιότητα Παραγωγής)

Καταρχήν, παρατηρούμε ότι επί του πρώτου άξονα επιτυγχάνεται η *a priori* διάταξη των τριών διαβαθμίσεων της ποιότητας παραγωγής. Ο πρώτος άξονας εκφράζει, από τα αριστερά προς τα δεξιά, την κλίμακα διαβάθμισης της ποιότητας, από την ΠΑ ($CTR=0,384$, $COR=0,892$) προς την ΠΓ ($CTR=0,482$, $COR=1$). Η ποιότητα ΠΒ ($CTR=0,133$, $COR=0,535$) προβάλλεται πολύ κοντά στην ΠΑ. Οι δύο αυτές κλάσεις αντιπαράτιθενται με την ΠΓ. Η ποιότητα ΠΓ χαρακτηρίζει σημαντικά κυρίως το δεύτερο άξονα ($CTR=0,713$, $COR=0,465$) και διαφοροποιείται επί αυτού με τις άλλες δύο διαβαθμίσεις.

Ερμηνεία των Αξόνων ως προς τα Σημεία Γραμμών (Αγωγές)

Επί του πρώτου άξονα αναδεικνύεται κυρίως η αντιπαράθεση της αγωγής *Polystyrene + Uppper* ($CTR=0,168$, $COR=0,957$), η οποία χαρακτηρίζεται από φυτά ποιότητας ΠΑ (24 στα 50 φυτά ή 48%) και ΠΒ (20 στα 50 φυτά ή 40%), με τις αγωγές *Soil + Lower* ($CTR=0,382$, $COR=0,966$), που έδωσε παραγωγή αποκλειστικά ποιότητας ΠΓ (50 στα 50 φυτά ή 100%), και *Soil + Uppper* ($CTR=0,247$, $COR=0,952$), η παραγωγή της οποίας κατατάσσεται, επίσης, στην ποιότητα ΠΓ (45 στα 50 φυτά ή 90%). Ο δεύτερος άξονας εκφράζει την αντίθεση της αγωγής *Perlite + Uppper* ($CTR=0,181$, $COR=0,542$), η οποία χαρακτηρίζεται από φυτά κυρίως ποιότητας ΠΑ (25 στα 50 φυτά ή 50%), με την *Perlite + Lower* ($CTR=0,584$, $COR=0,383$), τα φυτά της οποίας είναι ποιότητας ΠΑ (20 στα 50 φυτά ή 40%) και ΠΒ (20 στα 50 φυτά ή 40%). Τα γραφικά αποτελέσματα της ΠΑΑ παρουσιάζονται στο Διάγραμμα Ζ2.5.

Ανάλυση των Κύριων Επιδράσεων των Ανεξάρτητων Μεταβλητών – Παραγόντων στη Διαβάθμιση του Χρώματος των Ανθέων

Για τις συμπληρωματικές γραμμές, που αντιστοιχούν στις κύριες επιδράσεις των ανεξάρτητων μεταβλητών, διαπιστώνουμε τα εξής (βλέπε Πίνακα Ζ2.11 και Διάγραμμα Ζ2.5):

Κύρια Επίδραση του Παράγοντα “Υπόστρωμα”

Τα τρία υποστρώματα συνδέονται ισχυρά μόνο με τον πρώτο άξονα και δεν συσχετίζονται με το δεύτερο. Το υπόστρωμα *Soil* ($COR=0,995$) διαφοροποιείται με

το *Perlite* ($COR=0,942$) και το *Polystyrene* ($COR=0,870$). Οι ζέρμπερες του υποστρώματος *Soil* είναι ποιότητας *ΠΓ* (95%). Στο υπόστρωμα *Perlite* τα φυτά κατατάσσονται στις ποιότητες *ΠΑ* (45%) και *ΠΒ* (25%). Τα φυτά του *Polystyrene* είναι σε ποσοστό 54% ποιότητας *ΠΑ*.

Κύρια Επίδραση του Παράγοντα “Σύστημα Άρδευσης”

Τα δύο συστήματα άρδευσης αντιπαρατίθενται μόνο επί του δεύτερου άξονα και δεν συσχετίζονται σημαντικά με τον πρώτο. Το σύστημα άρδευσης *Upper* ($COR=0,810$) έδωσε φυτά που ανήκουν στις ποιότητες *ΠΓ* (50%) και *ΠΑ* (36,7%), ενώ το *Lower* ($COR=0,810$) φυτά ποιότητας κυρίως *ΠΓ* (53,3%).

Συγκρίσεις των Προφίλ των Αγωγών

Στο Διάγραμμα Z2.6 απεικονίζονται οι 99% ελλείψεις εμπιστοσύνης για τη σύγκριση των προφίλ των πειραματικών αγωγών ως προς την ποιότητα παραγωγής. Παρατηρούμε ότι αναδεικνύονται δύο διακεκριμένες ομάδες αγωγών που διαφέρουν στατιστικά σημαντικά μεταξύ τους, σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,01$. Η πρώτη ομάδα αποτελείται από τις αγωγές *Soil + Upper* και *Soil + Lower* και η δεύτερη από τις *Polystyrene + Upper*, *Polystyrene + Lower* και *Perlite + Upper*. Και οι δύο ομάδες διαφοροποιούνται στατιστικά σημαντικά από την αγωγή *Perlite + Lower*.

Ανάλυση των Διορθωμένων Τυποποιημένων Υπολοίπων

Από τα Διορθωμένα Τυποποιημένα Υπόλοιπα (βλέπε Πίνακα Z2.11), που αντιστοιχούν στον πίνακα συμπτώσεων των έξι αγωγών με τις τρεις διαβαθμίσεις της ποιότητας παραγωγής, διαπιστώνουμε ότι ως προς την ποιότητα *ΠΑ* η αγωγή *Polystyrene + Upper* έδωσε συγκριτικά την υψηλότερη παραγωγή (60%, $z=4,448$), ενώ οι αγωγές *Soil + Upper* (0%, $z=-5,436$) και *Soil + Lower* (0%, $z=-5,436$) είχαν μηδενική παραγωγή φυτών ποιότητας *ΠΑ*. Τη μεγαλύτερη παραγωγή σε φυτά ποιότητας *ΠΒ* είχε η αγωγή *Perlite + Lower* (40%, $z=5,303$), ενώ η *Soil + Lower* (0%, $z=-6,820$) είχε και αυτή μηδενική παραγωγή. Την υψηλότερη παραγωγή σε φυτά ποιότητας *ΠΓ* έδωσε η αγωγή *Soil + Lower* (100%, $z=7,492$), ενώ τις χαμηλότερες οι αγωγές *Perlite + Lower* (20%, $z=-4,909$) και *Polystyrene + Upper* (20%, $z=-4,909$).

Οι παραπάνω διαφοροποιήσεις είναι στατιστικά σημαντικές σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,001$ (δίπλευρος έλεγχος).

Παρατήρηση

Συμπερασματικά, η αλληλεπίδραση των δύο παραγόντων (Υπόστρωμα και Σύστημα Άρδευσης) διαμορφώνει ένα σημαντικό άξονα μεταβλητότητας που δρα στην ποιότητα παραγωγής. Ο άξονας αυτός αντιπαραθέτει κυρίως την ποιότητα *ΠΑ* με την *ΠΓ*. Η μισή σχεδόν παραγωγή (51,7%) είναι ποιότητας *ΠΓ*, ενώ το 1/3 (33%) ποιότητας *ΠΑ*. Διαπιστώνουμε, ότι σε σύγκριση με το Θερμοκήπιο 1 έχουμε μικρή αύξηση στην παραγωγή ποιότητας *ΠΑ* (33% vs 26%) και μεγάλη στην ποιότητα *ΠΓ* (51,7% vs 30,3%). Αντίθετα, στο Θερμοκήπιο 2 σημειώθηκε σημαντική μείωση της ποιότητας *ΠΒ* (15,3% vs 43,7%).

Θερμοκήπιο 2: Εξαρτημένη Μεταβλητή η Διαβάθμιση του Χρώματος των Ανθέων

Ανάλυση της Αλληλεπίδρασης των Ανεξάρτητων Μεταβλητών – Παραγόντων στη Διαβάθμιση του Χρώματος των Ανθέων

Σημαντικοί Άξονες

Από τα στοιχεία του Πίνακα Z2.12 διαπιστώνουμε ότι και οι δύο παραγοντικοί άξονες είναι στατιστικά σημαντικοί, σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,05$. Ο πρώτος άξονας ερμηνεύει το 87,969% της ολικής αδράνειας του αντίστοιχου πίνακα συμπτώσεων και ο δεύτερος το υπόλοιπο 12,031%.

Ερμηνεία των Αξόνων ως προς τα Σημεία Γραμμών (Αγωγές)

Επί του πρώτου άξονα αναδεικνύεται η αντίθεση της ομάδας που αποτελείται από τις αγωγές *Soil + Lower* ($CTR=0,384$, $COR=0,995$) και *Perlite + Lower* ($CTR=0,228$, $COR=0,992$) με την ομάδα αγωγών που περιλαμβάνει τις *Polystyrene + Lower* ($CTR=0,177$, $COR=0,806$) και *Soil + Upper* ($CTR=0,178$, $COR=0,786$). Οι δύο αγωγές της πρώτης ομάδας εμφανίζουν υψηλή παραγωγή φυτών με άνθη *Ανοιχτού κόκκινου χρώματος* (40 στα 50 φυτά ή 80% για τη *Soil + Lower* και 35 στα 50 ή 70%

για τη *Perlite + Lower*). Τα φυτά της αγωγής *Polystyrene + Lower* χαρακτηρίζονται από *Έντονο* (25 στα 50 φυτά ή 50%) και *Control* κόκκινο χρώμα (20 στα 50 ή 40%), ενώ οι ζέρμπερες της *Soil + Upper* κυρίως από *Control* κόκκινο χρώμα (30 στα 50 φυτά ή 60%). Ο δεύτερος άξονας εκφράζει την αντιπαράθεση της αγωγής *Perlite + Upper* ($CTR=0,168$, $COR=0,610$), η οποία έδωσε φυτά με *Έντονο* (20 στα 50 φυτά ή 40%) και *Control* κόκκινο χρώμα (15 στα 50 φυτά ή 30%), με την αγωγή *Polystyrene + Upper* ($CTR=0,138$, $COR=0,516$), της οποίας η παραγωγή περιλαμβάνει άνθη με *Control* (22 στα 50 φυτά ή 44%) και *Ανοιχτό* κόκκινο χρώμα (16 στα 50 φυτά ή 32%). Στο Διάγραμμα Z2.7 προβάλλονται οι αντιπαράθεσεις των αγωγών.

Ερμηνεία των Αξόνων ως προς τα Σημεία Στηλών (Ποιότητα Παραγωγής)

Σε κανέναν από τους δύο άξονες δεν επαληθεύθηκε η *a priori* διάταξη των διαβαθμίσεων του χρώματος. Ο πρώτος άξονας διακρίνει κυρίως το *Ανοιχτό* ($CTR=0,594$, $COR=0,997$) από το *Control* κόκκινο χρώμα ($CTR=0,304$, $COR=0,855$), ενώ ο δεύτερος χαρακτηρίζεται κυρίως από το *Έντονο* κόκκινο ($CTR=0,611$, $COR=0,449$).

Ανάλυση των Κύριων Επιδράσεων των Ανεξάρτητων Μεταβλητών – Παραγόντων στη Διαβάθμιση του Χρώματος των Ανθέων

Για τις συμπληρωματικές γραμμές, οι οποίες αντιστοιχούν στις κύριες επιδράσεις των ανεξάρτητων μεταβλητών, διαπιστώνουμε τα εξής (βλέπε Πίνακα Z2.12 και Διάγραμμα Z2.7):

Κύρια Επίδραση του Παράγοντα “Υπόστρωμα”

Ο πρώτος άξονας συσχετίζεται ισχυρά με τα υποστρώματα *Polystyrene* ($COR=0,985$) και *Perlite* ($COR=0,772$) και εκφράζει την αντίθεσή τους ως προς την ένταση του χρώματος των ανθέων. Ειδικότερα, στο υπόστρωμα *Polystyrene* το 42% της παραγωγής έδωσε άνθη με χρώμα *Control* κόκκινο και το 37% με χρώμα *Σκούρο*. Στο *Perlite* το 50% των φυτών είχε *Ανοιχτό* κόκκινο και το 30% *Σκούρο*. Ο δεύτερος άξονας χαρακτηρίζεται κυρίως από το υπόστρωμα *Soil* ($COR=0,640$), στο οποίο τα άνθη των φυτών έχουν *Ανοιχτό* κόκκινο χρώμα σε ποσοστό 47%. Το *Soil* έχει το

χαμηλότερο ποσοστό φυτών με χρώμα *Σκούρο* κόκκινο (19%) και το *Perlite* το χαμηλότερο με άνθη χρώματος *Control* κόκκινο (20%).

Κύρια Επίδραση του Παράγοντα “Σύστημα Άρδευσης”

Τα δύο συστήματα άρδευσης συνδέονται μόνο με τον πρώτο άξονα. Το *Upper* ($COR=0,915$) με άνθη *Control* (44,7%) και *Σκούρου* (30%) κόκκινου χρώματος αντιπαρατίθεται με το *Lower* ($COR=0,915$), το οποίο έδωσε παραγωγή ανθέων κυρίως *Ανοιχτού* κόκκινου.

Συγκρίσεις των Προφίλ των Αγωγών

Από το Διάγραμμα Z2.8 διαπιστώνουμε ότι υπάρχουν τρεις ομάδες αγωγών, των οποίων τα αντίστοιχα προφίλ ως προς τη διαβάθμιση του χρώματος των ανθέων διαφέρουν στατιστικά σημαντικά μεταξύ τους, σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,01$. Η πρώτη ομάδα περιλαμβάνει τις αγωγές *Polystyrene + Lower* και *Perlite + Upper*, η δεύτερη τις *Soil + Upper* και *Polystyrene + Upper* και η τρίτη τις *Perlite + Lower* και *Soil + Lower*. Οι αγωγές μέσα σε κάθε ομάδα δεν διαφοροποιούνται στατιστικά σημαντικά.

Ανάλυση των Διορθωμένων Τυποποιημένων Υπολοίπων

Με βάση τα Διορθωμένα Τυποποιημένα Υπόλοιπα (βλέπε Πίνακα Z2.12), τα οποία αντιστοιχούν στον πίνακα συμπτώσεων των έξι αγωγών με τις τρεις διαβαθμίσεις του χρώματος των ανθέων, διαπιστώνουμε ότι τη μεγαλύτερη παραγωγή με άνθη χρώματος *Σκούρου* κόκκινου είχε η αγωγή *Polystyrene + Lower* (50%, $z=3,654$), ενώ τη μικρότερη η *Soil + Lower* (12%, $z=-2,855$). Η αγωγή *Soil + Upper* έδωσε το υψηλότερο ποσοστό ανθέων με χρώμα *Control* κόκκινο (60%, $z=4,649$) και η αγωγή *Soil + Lower* (8%, $z=-3,985$) το χαμηλότερο. Τέλος, ως προς το *Ανοιχτό* κόκκινο χρώμα η αγωγή *Soil + Lower* εμφάνισε το μεγαλύτερο ποσοστό (80%, $z=4,863$), ενώ η *Polystyrene + Lower* το μικρότερο (10%, $z=-4,651$). Οι παραπάνω διαφοροποιήσεις είναι στατιστικά σημαντικές σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,01$ (δίπλευρος έλεγχος).

Θερμοκήπιο 1: Εξαρτημένες Μεταβλητές η Ποιότητα Παραγωγής και η Διαβάθμιση του Χρώματος των Ανθέων

Ανάλυση της Αλληλεπίδρασης των Ανεξάρτητων Μεταβλητών – Παραγόντων στην Ποιότητα Παραγωγής και στη Διαβάθμιση του Χρώματος των Ανθέων

Σημαντικοί Άξονες

Από τον Πίνακα Ζ2.13 διαπιστώνουμε ότι οι δύο πρώτοι άξονες εξηγούν συνολικά το 78,373% της ολικής αδράνειας του αντίστοιχου πίνακα “φέτα”, ποσοστό που κρίνεται ικανοποιητικό. Ο πρώτος άξονας αιτιολογεί το 49,668% της ολικής αδράνειας και ο δεύτερος το 28,705%. Ο τρίτος άξονας ερμηνεύει επίσης σημαντικό ποσοστό (19,164%) αλλά, όπως θα φανεί στη συνέχεια, εκφράζει μια τοπική επίδραση του παράγοντα “Σύστημα Άρδευσης” στις εξαρτημένες μεταβλητές. Οι τρεις πρώτοι άξονες ερμηνεύουν σχεδόν το σύνολο της πληροφορίας, που ενθυλακώνει ο αρχικός πίνακας συμπτώσεων (97,537%). Η ολική αδράνεια του πίνακα που αναλύεται είναι στατιστικά σημαντική ($\chi^2(20) = 328,189$, $p=0,000$) και ο έλεγχος καλής προσαρμογής χ^2 έδειξε ότι οι τρεις πρώτοι άξονες είναι σημαντικοί για την ανασύσταση της αρχικής πληροφορίας ($\chi^2(4) = 7,8$, $p=0,100$). Όμως, πρακτικά οι δύο πρώτοι άξονες είναι αρκετοί για την ερμηνεία των αποτελεσμάτων.

Ερμηνεία των Αξόνων ως προς τα Σημεία Στηλών (Ποιότητα Παραγωγής και Διαβάθμιση Χρώματος Ανθέων)

Ο πρώτος άξονας αντιπαραθέτει την ποιότητα *ΠΒ* ($CTR=0,305$, $COR=0,958$) με την *ΠΓ* ($CTR=0,230$, $COR=0,568$) και το *Control* ($CTR=0,249$, $COR=0,813$) με το *Σκούρο* κόκκινο χρώμα ($CTR=0,162$, $COR=0,473$). Ο δεύτερος άξονας διακρίνει το *Ανοιχτό* ($CTR=0,641$, $COR=0,931$) από το *Σκούρο* κόκκινο χρώμα ($CTR=0,232$, $COR=0,391$), ενώ ο τρίτος την ποιότητα *ΠΑ* ($CTR=0,437$, $COR=0,690$) από την ποιότητα *ΠΓ* ($CTR=0,409$, $COR=0,390$). Η *a priori* διάταξη των κλάσεων των δύο εξαρτημένων μεταβλητών επιτυγχάνεται επί του δεύτερου παραγοντικού άξονα. Ειδικότερα, από πάνω προς τα κάτω προβάλλονται τα σημεία ποιότητας *ΠΑ*, *ΠΒ* και *ΠΓ*, ενώ από κάτω προς τα πάνω τα σημεία του χρώματος *Σκούρο*, *Control* και *Ανοιχτό*.

Ερμηνεία των Αξόνων ως προς τα Σημεία Γραμμών (Αγωγές)

Στον πρώτο άξονα αναδεικνύεται η αντιπαράθεση της αγωγής *Soil + Lower* ($CTR=0,489$, $COR=0,734$) με τις αγωγές *Soil + Upper* ($CTR=0,233$, $COR=0,630$), *Polystyrene + Lower* ($CTR=0,132$, $COR=0,598$) και *Polystyrene + Upper* ($CTR=0,059$, $COR=0,727$). Η πρώτη αγωγή χαρακτηρίζεται κυρίως από φυτά ποιότητας *ΠΓ* (80%) και Έντονο κόκκινο χρώμα ανθέων (80%). Οι άλλες τρεις αγωγές έδωσαν παραγωγή κυρίως ποιότητας *ΠΒ* (68% η *Soil + Upper*, 76% η *Polystyrene + Lower* και 64% η *Polystyrene + Upper*) και *Control* κόκκινο χρώμα ανθέων (80% η *Soil + Upper*, 50% η *Polystyrene + Lower* και 44% η *Polystyrene + Upper*). Ο δεύτερος άξονας εκφράζει την αντίθεση των αγωγών *Soil + Lower* ($CTR=0,259$, $COR=0,224$) και *Perlite + Lower* ($CTR=0,636$, $COR=0,812$). Η αγωγή *Perlite + Lower* έδωσε το υψηλότερο ποσοστό ανθέων με *Ανοιχτό* κόκκινο χρώμα (80%), ενώ η *Soil + Lower* (μαζί με την *Polystyrene + Lower*) το χαμηλότερο (10%). Ως προς την ποιότητα παραγωγής, η *Perlite + Lower* έδωσε υψηλότερο ποσοστό φυτών ποιότητας *ΠΑ* (36%) απ' ό,τι η *Soil + Lower* (20%). Τα φυτά που καλλιεργήθηκαν στην αγωγή *Soil + Lower* κατατάσσονται στην ποιότητα *ΠΓ* (80%), ενώ το αντίστοιχο ποσοστό για την *Perlite + Lower* είναι (40%). Ο τρίτος άξονας αντιπαραθέτει τις αγωγές *Perlite + Upper* ($CTR=0,507$, $COR=0,875$) και *Soil + Upper* ($CTR=0,262$, $COR=0,273$). Η αγωγή *Perlite + Upper* χαρακτηρίζεται από φυτά ποιότητας *ΠΑ* (60%) και Έντονο κόκκινο χρώμα (50%). Αντίθετα, η παραγωγή της *Soil + Upper* περιλαμβάνει φυτά κυρίως ποιότητας *ΠΒ* (68%) και άνθη με *Control* κόκκινο χρώμα (80%). Ο τρίτος άξονας, λόγω του χαμηλού ποσοστού ερμηνείας στην ολική αδράνεια, εκφράζει μια τοπική επίδραση του συστήματος άρδευσης *Upper* στην ποιότητα και το χρώμα των φυτών. Οι αντιθέσεις των αγωγών όπως αυτές προβάλλονται επί του παραγοντικού επιπέδου 1×2 απεικονίζονται στο Διάγραμμα Ζ2.9.

Ανάλυση των Κύριων Επιδράσεων των Ανεξάρτητων Μεταβλητών – Παραγόντων στην Ποιότητα Παραγωγής και στη Διαβάθμιση του Χρώματος των Ανθέων

Για τις συμπληρωματικές γραμμές, που αντιστοιχούν στις κύριες επιδράσεις των ανεξάρτητων μεταβλητών, διαπιστώνουμε τα εξής (βλέπε Πίνακα Ζ2.13 και Διάγραμμα Ζ2.9):

Κύρια Επίδραση του Παράγοντα “Υπόστρωμα”

Ο πρώτος άξονας συνδέεται κυρίως με το υπόστρωμα *Polystyrene* ($COR=0,848$), η συνολική παραγωγή του οποίου έδωσε φυτά ποιότητας *ΠΒ* (70%) και άνθη με *Control* (47%) και *Έντονο* (30%) κόκκινο χρώμα. Ο δεύτερος άξονας συσχετίζεται με τα υποστρώματα *Perlite* ($COR=0,562$) και *Soil* ($COR=0,499$), τα οποία βρίσκονται σε θέση αντίθεσης επί αυτού. Η παραγωγή του υποστρώματος *Perlite* κατατάσσεται κυρίως στην ποιότητα *ΠΑ* (48%) και τα άνθη των φυτών χαρακτηρίζονται από *Ανοιχτό* κόκκινο χρώμα (50%). Αντίθετα, το *Soil* έδωσε παραγωγή ποιότητας *ΠΓ* (56%) και άνθη με *Control* (45%) και *Έντονο* (43%) κόκκινο χρώμα.

Κύρια Επίδραση του Παράγοντα “Σύστημα Άρδευσης”

Τα δύο συστήματα άρδευσης αντιπαράτιθενται επί του πρώτου άξονα και εμφανίζουν πολύ ισχυρή συσχέτιση μόνο με αυτόν. Το σύστημα *Upper* ($COR=0,925$) διακρίνεται για την υψηλή παραγωγή φυτών ποιότητας *ΠΒ* (54%) και ανθέων με *Control* κόκκινο χρώμα (51,3%). Αντίθετα, το *Lower* έδωσε παραγωγή κυρίως ποιότητας *ΠΓ* (40%) και άνθη με *Σκούρο* κόκκινο χρώμα (44%).

Συγκρίσεις των Προφίλ των Αγωγών

Από το Διάγραμμα Ζ2.10 διαπιστώνουμε ότι τα προφίλ των αγωγών *Soil + Lower* και *Perlite + Lower* διαφέρουν στατιστικά σημαντικά, σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,01$, τόσο μεταξύ τους όσο και με την ομάδα που αποτελείται από τις αγωγές *Polystyrene + Upper*, *Polystyrene + Lower* και *Soil + Upper*. Τα προφίλ των τριών αυτών αγωγών, ως προς την ποιότητα παραγωγής και τη διαβάθμιση του χρώματος των ανθέων, δεν διαφέρουν στατιστικά σημαντικά. Η έλλειψη εμπιστοσύνης που αντιστοιχεί στην αγωγή *Perlite + Upper* δεν θα πρέπει να ληφθεί υπόψη διότι το αντίστοιχο προφίλ δεν έχει ικανοποιητική ποιότητα απεικόνισης στο παραγοντικό επίπεδο 1×2 ($QLT=COR1+COR2=0,062+0,000=0,062$).

Θερμοκήπιο 2: Εξαρτημένες Μεταβλητές η Ποιότητα Παραγωγής και η Διαβάθμιση του Χρώματος των Ανθέων

Ανάλυση της Αλληλεπίδρασης των Ανεξάρτητων Μεταβλητών – Παραγόντων στην Ποιότητα Παραγωγής και στη Διαβάθμιση του Χρώματος των Ανθέων

Σημαντικοί Άξονες

Από τα στοιχεία του Πίνακα Z2.13 προκύπτει ότι οι δύο πρώτοι άξονες εξηγούν συνολικά το 89,522% της ολικής αδράνειας του αντίστοιχου πίνακα “φέτα”, ποσοστό που κρίνεται πολύ ικανοποιητικό. Ο πρώτος άξονας αιτιολογεί το 52,780% της ολικής αδράνειας και ο δεύτερος το 36,741%. Ο τρίτος άξονας δεν ερμηνεύει ιδιαίτερα μεγάλο ποσοστό (7,809%) και, όπως θα φανεί στη συνέχεια, εκφράζει μια τοπική επίδραση της αγωγής *Perlite* + *Upper* στις εξαρτημένες μεταβλητές. Οι τρεις πρώτοι άξονες ερμηνεύουν σχεδόν το σύνολο της πληροφορίας, που ενθυλακώνει ο αρχικός πίνακας συμπτώσεων (97,331%). Η ολική αδράνεια του πίνακα που αναλύεται είναι στατιστικά σημαντική ($\chi^2(20) = 244,708$, $p=0,000$) και ο έλεγχος καλής προσαρμογής χ^2 έδειξε ότι βέλτιστος χώρος προβολής ορίζεται από τους τρεις πρώτους άξονες ($\chi^2(4) = 6,6$, $p=0,159$). Από πρακτική πλευρά οι δύο πρώτοι άξονες είναι αρκετοί για την ερμηνεία των αποτελεσμάτων.

Ερμηνεία των Αξόνων ως προς τα Σημεία Στηλών (Ποιότητα Παραγωγής και Διαβάθμιση Χρώματος Ανθέων)

Επί του πρώτου παραγοντικού άξονα αναδεικνύεται η *a priori* διάταξη των κλάσεων των εξαρτημένων μεταβλητών. Πιο συγκεκριμένα, από τα αριστερά προς τα δεξιά, διατάσσονται οι διαβαθμίσεις της ποιότητας παραγωγής (*ΠΑ*, *ΠΒ* και *ΠΓ*) και του χρώματος των ανθέων (*Σκούρο*, *Control* και *Ανοιχτό κόκκινο*). Ο πρώτος άξονας αντιπαραθέτει τις ποιότητες *ΠΑ* και *ΠΒ* με την *ΠΓ* και τα χρώματα *Σκούρο* και *Control* με το *Ανοιχτό κόκκινο*. Δομείται από τη διαφοροποίηση της ποιότητας *ΠΑ* ($CTR=0,370$, $COR=0,910$) με την *ΠΓ* ($CTR=0,412$, $COR=0,905$). Ο δεύτερος άξονας χαρακτηρίζεται κυρίως από την αντίθεση του *Control* ($CTR=0,286$, $COR=0,800$) με το *Ανοιχτό* ($CTR=0,482$, $COR=0,804$) κόκκινο χρώμα. Ο τρίτος άξονας διαμορφώνεται από την ποιότητα *ΠΒ* ($CTR=0,513$, $COR=0,322$).

Ερμηνεία των Αξόνων ως προς τα Σημεία Γραμμών (Αγωγές)

Σε θέση αντίθεσης στον πρώτο άξονα βρίσκονται οι αγωγές *Soil + Lower* ($CTR=0,546$, $COR=0,864$) και *Polystyryne + Upper* ($CTR=0,159$, $COR=0,829$). Η αγωγή *Soil + Lower* έδωσε παραγωγή αποκλειστικά ποιότητας *ΠΓ* (100%) και άνθη με χρώμα *Ανοιχτό κόκκινο* (80%). Η αγωγή *Polystyryne + Upper* χαρακτηρίζεται από φυτά κυρίως ποιότητας *ΠΑ* (60%) και άνθη με *Control* κόκκινο χρώμα (44%). Σε ένα δεύτερο επίπεδο, επί του πρώτου άξονα αντιπαράτιθενται η αγωγή *Soil + Lower* με τις *Perlite + Upper* ($CTR=0,042$, $COR=0,536$) και *Polystyrene + Lower* ($CTR=0,085$, $COR=0,442$). Η παραγωγή των δύο τελευταίων αγωγών κατατάσσεται κυρίως στην ποιότητα *ΠΑ* (50% για την *Perlite + Upper* και 48% για την *Polystyrene + Lower*) και χαρακτηρίζεται από *Έντονο* κόκκινο χρώμα ανθέων (40% για την *Perlite + Upper* και 50% για την *Polystyrene + Lower*). Ο δεύτερος άξονας εκφράζει την αντίθεση της αγωγής *Perlite + Lower* ($CTR=0,459$, $COR=0,807$) με τη *Soil + Upper* ($CTR=0,322$, $COR=0,555$). Η παραγωγή της *Perlite + Lower* περιλαμβάνει σε ποσοστό 80% ζέρμπερες ποιότητας *ΠΑ* (40%) και *ΠΒ* (40%), ενώ το χρώμα ανθέων είναι *Ανοιχτό κόκκινο* (70%). Η αγωγή διακρίνεται για την παραγωγή φυτών ποιότητας *ΠΓ* (90%) και *Control* κόκκινο χρώμα ανθέων (60%). Ο τρίτος άξονας συνδέεται με την αγωγή *Perlite + Upper* ($CTR=0,209$, $COR=0,398$) και εκφράζει μια τοπική επίδραση στις εξαρτημένες μεταβλητές. Η αγωγή *Perlite + Upper* χαρακτηρίζεται από παραγωγή κυρίως ποιότητας *ΠΑ* (50%) και χρώμα ανθέων *Σκούρο* κόκκινο (40%).

Ανάλυση των Κύριων Επιδράσεων των Ανεξάρτητων Μεταβλητών – Παραγόντων στην Ποιότητα Παραγωγής και στη Διαβάθμιση του Χρώματος των Ανθέων

Για τις συμπληρωματικές γραμμές, που αντιστοιχούν στις κύριες επιδράσεις των ανεξάρτητων μεταβλητών, διαπιστώνουμε τα εξής (βλέπε Πίνακα Z2.14 και Διάγραμμα Z2.11):

Κύρια Επίδραση του Παράγοντα “Υπόστρωμα”

Ο πρώτος άξονας συνδέεται με τα υποστρώματα *Soil* ($COR=0,955$) και *Polystyrene* ($COR=0,843$), τα οποία αντιπαράτιθενται επί αυτού. Το 95% της παραγωγής του *Soil* είναι ποιότητας *ΠΓ* και το χρώμα ανθέων, σε ποσοστό 47%, *Ανοιχτό κόκκινο*. Στην

αγωγή *Polystyrene* το 54% της παραγωγής χαρακτηρίζεται ως *ΠΑ* και το χρώμα ανθέων είναι *Control* (42%) και *Σκούρο κόκκινο* (37%). Ο δεύτερος άξονας σχετίζεται με το υπόστρωμα *Perlite* ($COR=0,586$), το οποίο διακρίνεται για την ποιότητα *ΠΑ* (45%) των φυτών, τα οποία καλλιεργήθηκαν σε αυτό, και το *Ανοιχτό κόκκινο χρώμα των ανθέων τους* (50%).

Κύρια Επίδραση του Παράγοντα “Σύστημα Άρδευσης”

Τα δύο συστήματα άρδευσης αντιπαρατίθενται στο δεύτερο παραγοντικό άξονα και συσχετίζονται μόνο με αυτόν. Τα συστήματα *Lower* ($COR=0,756$) και *Upper* ($COR=0,756$) έχουν παρόμοια προφίλ ως προς την ποιότητα παραγωγής, η οποία χαρακτηρίζεται από υψηλά ποσοστά ποιότητας *ΠΓ* (53,3% και 50% αντίστοιχα), αλλά διαφοροποιούνται ως προς το χρώμα των ανθέων. Ειδικότερα, στο *Lower* το 53,3% των φυτών έχουν άνθη με *Ανοιχτό κόκκινο*, ενώ στο *Upper* το 44,7% των ανθέων έχουν *Control* κόκκινο χρώμα.

Συγκρίσεις των Προφίλ των Αγωγών

Από το Διάγραμμα Z2.12 διαπιστώνουμε ότι τα προφίλ των αγωγών *Polystyrene + Upper*, *Polystyrene + Lower* και *Perlite + Upper* δεν διαφέρουν στατιστικά σημαντικά μεταξύ τους, σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,01$, και αποτελούν μια ομοιογενή ομάδα, η οποία διαφοροποιείται στατιστικά σημαντικά με την αγωγή *Soil + Lower*. Η τελευταία δεν διαφέρει στατιστικά σημαντικά από τις *Perlite + Lower* και *Soil + Lower*. Το προφίλ της αγωγής *Perlite + Lower* δεν διαφέρει από το προφίλ της *Polystyrene + Upper*. Το ίδιο ισχύει για τα προφίλ των αγωγών *Soil + Upper* και *Polystyrene + Lower*.

Σύγκριση των Προφίλ των Αγωγών στα Δύο Θερμοκήπια: Εφαρμογή της Προκρούστιας Προβολής

Το ενδιαφέρον εστιάζεται τώρα στη σύγκριση των προφίλ των αγωγών, ως προς την ποιότητα και την ένταση του χρώματος των ανθέων, αφού αφαιρεθεί η επίδραση της ομαδοποίησης των πειραματικών μονάδων στα δύο θερμοκήπια – συγκροτήματα. Από το Διάγραμμα Z2.14 διαπιστώνουμε ότι τα προφίλ των αγωγών *Perlite + Lower*, *Soil + Lower* και *Soil + Upper* στο Θερμοκήπιο 2 είναι, μετά την περιστροφή, σχεδόν

ίδια με τα αντίστοιχα του Θερμοκηπίου 1. Παρατηρούμε σημαντικές αποκλίσεις στα ομόλογα προφίλ των αγωγών *Perlite + Upper* και *Polystyrene + Lower*. Μικρότερη διαφορά στα αντίστοιχα προφίλ παρουσιάζει η αγωγή *Polystyrene + Upper*. Στα ίδια συμπεράσματα καταλήγουμε και από την εξέταση των αποκλίσεων προσαρμογής που περιέχονται στις γραμμές του πίνακα $(\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_w \mathbf{R})$ (βλέπε Πίνακα Z2.15). Επίσης, από τον ίδιο πίνακα προκύπτει ότι οι διαφορές των ομόλογων προφίλ των αγωγών *Perlite + Upper* και *Polystyrene + Lower* είναι μεγαλύτερες στο δεύτερο παραγοντικό άξονα απ' ό,τι στον πρώτο και μάλιστα κλιμακώνονται στους δύο τελευταίους άξονες.

Από τους πίνακες συσχετίσεων μεταξύ των παραγοντικών αξόνων (βλέπε Πίνακα Z2.15), οι οποίοι αντιστοιχούν στο συγκρότημα αναφοράς (Θερμοκήπιο 1), και των αξόνων, που αντιστοιχούν στο Θερμοκήπιο 2 μετά την Προκρούστια προβολή, διαπιστώνουμε ισχυρές γραμμικές συσχετίσεις – συμπτώσεις ($\min r > 0,91$) για τους τρεις πρώτους άξονες. Για τους τέταρτους άξονες η βέλτιστη περιστροφή και προβολή δεν οδήγησε σε υψηλή γραμμική συσχέτιση μεταξύ τους ($r=0,333$). Οι τιμές των συντελεστών συσχέτισης μεταξύ των ομόλογων αγωγών του Θερμοκηπίου 1 και του Θερμοκηπίου 2 μετά την περιστροφή επιβεβαιώνουν την αρχική διαπίστωση ότι οι αγωγές *Perlite + Upper* ($r=0,588$, $\rho=0,200$) και *Polystyrene + Lower* ($r=0,540$, $\rho=0,600$) διαφοροποιούνται σημαντικά στα δύο θερμοκήπια. Οι συντελεστές συσχέτισης, που αντιστοιχούν στις δύο αυτές αγωγές, είναι σημαντικά χαμηλότεροι απ' ό,τι των υπόλοιπων αγωγών, για τις οποίες ισχύει $\min r=0,850$ και $\rho=1$ (βλέπε Πίνακα Z2.15). Οι χαμηλές τιμές ή/και το αρνητικό πρόσημο των συντελεστών συσχέτισης μεταξύ των ομόλογων αξόνων στο Θερμοκήπιο 2, πριν και μετά την περιστροφή, δηλώνουν τη μεταβολή της δομής τους, την οποία επέφερε η Προκρούστια περιστροφή και προβολή.

Αν θεωρήσουμε ότι στο Θερμοκήπιο 1 οι συνθήκες πειραματισμού είναι ιδανικές, τότε οι διαφοροποιήσεις των ομόλογων προφίλ των αγωγών *Perlite + Upper* και *Polystyrene + Lower* μπορούν να αποδοθούν στην επίδραση του Θερμοκηπίου 2. Ειδικότερα, στο Θερμοκήπιο 2 σε σύγκριση με το Θερμοκήπιο 1 (βλέπε Πίνακες Z2.3 και Z2.4) για την αγωγή *Perlite + Upper* παρατηρήθηκε μικρότερη παραγωγή ποιότητας *IIA* (50% έναντι 60%), μικρότερη παραγωγή ποιότητας *IIIB* (10% έναντι

30%) και μεγαλύτερη παραγωγή ποιότητας *III* (40% έναντι 10%). Το χρώμα των ανθέων δεν φαίνεται να επηρεάστηκε. Τα αντίστοιχα προφίλ των αγωγών δεν διαφέρουν σημαντικά. Στο Θερμοκήπιο 2 σε σχέση με το Θερμοκήπιο 1 για την αγωγή *Polystyrene + Upper* έχουμε μεγαλύτερη παραγωγή ποιότητας *IIA* (60% έναντι 16%) και μικρότερη παραγωγή ποιότητας *PB* (20% έναντι 64%). Η ποιότητα *III* παρέμεινε σταθερή (20%). Και στην περίπτωση αυτή το χρώμα των ανθέων δεν επηρεάστηκε ιδιαίτερα από την επίδραση του συγκροτήματος. Στο Θερμοκήπιο 2 σε σύγκριση με το Θερμοκήπιο 1 η αγωγή *Polystyrene + Lower* έδωσε μεγαλύτερη παραγωγή ποιότητας *IIA* (48% έναντι 24%), μικρότερη παραγωγή ποιότητας *PB* (12% έναντι 76%) και μεγαλύτερη παραγωγή ποιότητας *III* (40% έναντι 0%). Το προφίλ της αγωγής ως προς το χρώμα των ανθέων δεν διαφοροποιήθηκε σημαντικά από το Θερμοκήπιο 1 στο Θερμοκήπιο 2.

Η απόσταση D είναι ίση με 479,62, ενώ οι τιμές των τυποποιημένων δεικτών D^* και D^{**} είναι ίσες με 1,6 και 0,40 αντίστοιχα ($trace(\mathbf{X}_i\mathbf{X}_i^T)=1200$). Ο δείκτης D^{**} δηλώνει ότι η διακύμανση των αποκλίσεων $\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_w\mathbf{R}$ αντιστοιχεί στο 40% της διακύμανσης των στοιχείων του πίνακα \mathbf{X}_i . Η σχετικά υψηλή τιμή (Μ.Σ. $r=0,85$) της μέσης συσχέτισης των ομόλογων αγωγών του Θερμοκηπίου 1 και του Θερμοκηπίου 2 μετά την περιστροφή εκφράζει ικανοποιητική συμφωνία ως προς τις σχετικές θέσεις των προφίλ των αγωγών στα δύο θερμοκήπια.

Συμπερασματικά, οι αγωγές που διαφοροποιούνται ως προς την ποιότητα παραγωγής, στα δύο θερμοκήπια είναι οι *Perlite + Upper* και *Polystyrene + Lower*. Παρόλο που απομονώθηκε και απομακρύνθηκε η επίδραση της ομαδοποίησης των πειραματικών μονάδων σε συγκροτήματα (θερμοκήπια), οι δύο αγωγές εξακολουθούν να έχουν διαφορετικό προφίλ, κυρίως ως προς την ποιότητα παραγωγής. Οι συνθήκες πειραματισμού στο Θερμοκήπιο 2 επέδρασαν μόνο στις δύο αυτές αγωγές. Η διαπίστωση αυτή θα πρέπει να προβληματίσει τους γεωπόνους – πειραματιστές, οι οποίοι θα πρέπει δώσουν σχετική ερμηνεία και αιτιολόγηση. Επομένως, η ενιαία αντιμετώπιση των δεδομένων του πειραματισμού, χωρίς να ληφθεί υπόψη η ομαδοποίηση σε συγκροτήματα, θα οδηγούσε σε ανακριβή συμπεράσματα για δύο από τις έξι πειραματικές αγωγές.

Πίνακας Ζ2.1: Αποτελέσματα Πειραματισμού στο Θερμοκήπιο - Συγκρότημα 1

Υπόστρωμα	Άρδευση	Αγωγές	Ποιότητα			Ένταση Χρώματος				
			ΠΑ	ΠΒ	ΠΓ	Σύνολο 1	Σκούρο	Control	Ανοιχτό	Σύνολο 2
<i>Perlite</i>	<i>Upper</i>	1: <i>Perlite</i> + <i>Upper</i>	30	15	5	50	25	15	10	50
<i>Perlite</i>	<i>Lower</i>	2: <i>Perlite</i> + <i>Lower</i>	18	12	20	50	6	4	40	50
<i>Polystyrene</i>	<i>Upper</i>	3: <i>Polystyrene</i> + <i>Upper</i>	8	32	10	50	10	22	18	50
<i>Polystyrene</i>	<i>Lower</i>	4: <i>Polystyrene</i> + <i>Lower</i>	12	38	0	50	20	25	5	50
<i>Soil</i>	<i>Upper</i>	5: <i>Soil</i> + <i>Upper</i>	0	34	16	50	3	40	7	50
<i>Soil</i>	<i>Lower</i>	6: <i>Soil</i> + <i>Lower</i>	10	0	40	50	40	5	5	50
		Σύνολο	78	131	91	300	104	111	85	300
	Υπόστρωμα	<i>Perlite</i>	48	27	25	100	31	19	50	100
		<i>Polystyrene</i>	20	70	10	100	30	47	23	100
		<i>Soil</i>	10	34	56	100	43	45	12	100
		Σύνολο	78	131	91	300	104	111	85	300
	Άρδευση	<i>Upper</i>	38	81	31	150	38	77	35	150
		<i>Lower</i>	40	50	60	150	66	34	50	150
		Σύνολο	78	131	91	300	104	111	85	300

Πίνακας Ζ2.2: Αποτελέσματα Πειραματισμού στο Θερμοκήπιο - Συγκρότημα 2

Υπόστρωμα	Άρδευση	Αγωγές	Ποιότητα			Ένταση Χρώματος				
			IIA	IIΒ	IIIΓ	Σύνολο 1	Σκούρο	Control	Ανοιχτό	Σύνολο 2
<i>Perlite</i>	<i>Upper</i>	1: <i>Perlite</i> + <i>Upper</i>	25	5	20	50	20	15	15	50
<i>Perlite</i>	<i>Lower</i>	2: <i>Perlite</i> + <i>Lower</i>	20	20	10	50	10	5	35	50
<i>Polystyrene</i>	<i>Upper</i>	3: <i>Polystyrene</i> + <i>Upper</i>	30	10	10	50	12	22	16	50
<i>Polystyrene</i>	<i>Lower</i>	4: <i>Polystyrene</i> + <i>Lower</i>	24	6	20	50	25	20	5	50
<i>Soil</i>	<i>Upper</i>	5: <i>Soil</i> + <i>Upper</i>	0	5	45	50	13	30	7	50
<i>Soil</i>	<i>Lower</i>	6: <i>Soil</i> + <i>Lower</i>	0	0	50	50	6	4	40	50
		Σύνολο	99	46	155	300	86	96	118	300
	Υπόστρωμα	<i>Perlite</i>	45	25	30	100	30	20	50	100
		<i>Polystyrene</i>	54	16	30	100	37	42	21	100
		<i>Soil</i>	0	5	95	100	19	34	47	100
		Σύνολο	99	46	155	300	86	96	118	300
	Άρδευση	<i>Upper</i>	55	20	75	150	45	67	38	150
		<i>Lower</i>	44	26	80	150	41	29	80	150
		Σύνολο	99	46	155	300	86	96	118	300

Πίνακας Ζ2.3: Προφίλ (%) Αγωγών στο Θερμοκήπιο - Συγκρότημα 1

Υπόστρωμα	Άρδευση	Αγωγές	Ποιότητα			Ένταση Χρώματος				
			IIA	PIB	PIΓ	Σύνολο 1	Σκούρο	Control	Ανοιχτό	Σύνολο 2
<i>Perlite</i>	<i>Upper</i>	1: <i>Perlite</i> + <i>Upper</i>	60,0	30,0	10,0	100,0	50,0	30,0	20,0	100,0
<i>Perlite</i>	<i>Lower</i>	2: <i>Perlite</i> + <i>Lower</i>	36,0	24,0	40,0	100,0	12,0	8,0	80,0	100,0
<i>Polystyrene</i>	<i>Upper</i>	3: <i>Polystyrene</i> + <i>Upper</i>	16,0	64,0	20,0	100,0	20,0	44,0	36,0	100,0
<i>Polystyrene</i>	<i>Lower</i>	4: <i>Polystyrene</i> + <i>Lower</i>	24,0	76,0	0,0	100,0	40,0	50,0	10,0	100,0
<i>Soil</i>	<i>Upper</i>	5: <i>Soil</i> + <i>Upper</i>	0,0	68,0	32,0	100,0	6,0	80,0	14,0	100,0
<i>Soil</i>	<i>Lower</i>	6: <i>Soil</i> + <i>Lower</i>	20,0	0,0	80,0	100,0	80,0	10,0	10,0	100,0
		Σύνολο	26,0	43,7	30,3	100,0	34,7	37,0	28,3	100,0
Υπόστρωμα		<i>Perlite</i>	48,0	27,0	25,0	100,0	31,0	19,0	50,0	100,0
		<i>Polystyrene</i>	20,0	70,0	10,0	100,0	30,0	47,0	23,0	100,0
		<i>Soil</i>	10,0	34,0	56,0	100,0	43,0	45,0	12,0	100,0
		Σύνολο	26,0	43,7	30,3	100,0	34,7	37,0	28,3	100,0
Άρδευση	<i>Upper</i>		25,3	54,0	20,7	100,0	25,3	51,3	23,3	100,0
	<i>Lower</i>		26,7	33,3	40,0	100,0	44,0	22,7	33,3	100,0
	Σύνολο		26,0	43,7	30,3	100,0	34,7	37,0	28,3	100,0

Πίνακας Ζ2.4: Προφίλ (%) Αγωγών στο Θερμοκήπιο - Συγκρότημα 2

Υπόστρωμα	Άρδευση	Αγωγές	Ποιότητα			Ένταση Χρώματος				
			IIA	IIB	IIΓ	Σύνολο 1	Σκούρο	Control	Ανοιχτό	Σύνολο 2
<i>Perlite</i>	<i>Upper</i>	1: <i>Perlite</i> + <i>Upper</i>	50,0	10,0	40,0	100,0	40,0	30,0	30,0	100,0
<i>Perlite</i>	<i>Lower</i>	2: <i>Perlite</i> + <i>Lower</i>	40,0	40,0	20,0	100,0	20,0	10,0	70,0	100,0
<i>Polystyrene</i>	<i>Upper</i>	3: <i>Polystyrene</i> + <i>Upper</i>	60,0	20,0	20,0	100,0	24,0	44,0	32,0	100,0
<i>Polystyrene</i>	<i>Lower</i>	4: <i>Polystyrene</i> + <i>Lower</i>	48,0	12,0	40,0	100,0	50,0	40,0	10,0	100,0
<i>Soil</i>	<i>Upper</i>	5: <i>Soil</i> + <i>Upper</i>	0,0	10,0	90,0	100,0	26,0	60,0	14,0	100,0
<i>Soil</i>	<i>Lower</i>	6: <i>Soil</i> + <i>Lower</i>	0,0	0,0	100,0	100,0	12,0	8,0	80,0	100,0
		Σύνολο	33,0	15,3	51,7	100,0	28,7	32,0	39,3	100,0
	Υπόστρωμα	<i>Perlite</i>	45,0	25,0	30,0	100,0	30,0	20,0	50,0	100,0
		<i>Polystyrene</i>	54,0	16,0	30,0	100,0	37,0	42,0	21,0	100,0
		<i>Soil</i>	0,0	5,0	95,0	100,0	19,0	34,0	47,0	100,0
		Σύνολο	33,0	15,3	51,7	100,0	28,7	32,0	39,3	100,0
	Άρδευση	<i>Upper</i>	36,7	13,3	50,0	100,0	30,0	44,7	25,3	100,0
		<i>Lower</i>	29,3	17,3	53,3	100,0	27,3	19,3	53,3	100,0
		Σύνολο	33,0	15,3	51,7	100,0	28,7	32,0	39,3	100,0

Πίνακας Ζ2.5: Συγκρίσεις Προφίλ Αγωγών ως προς την Ποιότητα στο Θερμοκήπιο 1 (Μέθοδος του *Gabriel*)

Συγκρίσεις Αγωγών	Likelihood Ratio (*)	Ισχύς ⁹ για $\alpha=0,05$	Αποτελέσματα Συγκρίσεων (**)
1 vs 2	13,003	0,683	1: <i>Perlite</i> + <i>Upper a</i>
1 vs 3	21,555*	0,916	2: <i>Perlite</i> + <i>Lower ab</i>
1 vs 4	25,222*	0,957	3: <i>Polystyrene</i> + <i>Upper bcd</i>
1 vs 5	55,212*	1	4: <i>Polystyrene</i> + <i>Lower c</i>
1 vs 6	62,248*	1	5: <i>Soil</i> + <i>Upper d</i>
2 vs 3	16,778	0,816	6: <i>Soil</i> + <i>Lower e</i>
2 vs 4	43,141*	0,999	
2 vs 5	36,363*	0,996	
2 vs 6	25,749*	0,961	
3 vs 4	15,183	0,766	
3 vs 5	12,548	0,664	
3 vs 6	63,859*	1	
4 vs 5	39,039*	0,998	
4 vs 6	108,313*	1	
5 vs 6	71,623*	1	

(*) Στατιστικά σημαντική διαφορά σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,05$. Η κρίσιμη τιμή της $\chi^2_{10;0,05}=18,31$. (**) Προφίλ αγωγών που ακολουθούνται από κοινό γράμμα δεν διαφέρουν στατιστικά σημαντικά.

Πίνακας Ζ2.6: Συγκρίσεις Προφίλ Αγωγών ως προς την Ένταση του Χρώματος στο Θερμοκήπιο 1 (Μέθοδος του *Gabriel*)

Συγκρίσεις Αγωγών	Likelihood Ratio (*)	Ισχύς για $\alpha=0,05$	Αποτελέσματα Συγκρίσεων (**)
1 vs 2	38,570*	0,997	1: <i>Perlite</i> + <i>Upper ad</i>
1 vs 3	10,292	0,557	2: <i>Perlite</i> + <i>Lower c</i>
1 vs 4	4,782	0,256	3: <i>Polystyrene</i> + <i>Upper ab</i>
1 vs 5	32,072*	0,989	4: <i>Polystyrene</i> + <i>Lower ab</i>
1 vs 6	10,424	0,564	5: <i>Soil</i> + <i>Upper b</i>
2 vs 3	23,287*	0,939	6: <i>Soil</i> + <i>Lower d</i>
2 vs 4	55,875*	1	
2 vs 5	60,803*	1	
2 vs 6	59,246*	1	
3 vs 4	11,389	0,611	
3 vs 5	14,288	0,734	
3 vs 6	38,629*	0,998	
4 vs 5	17,901	0,845	
4 vs 6	21,351*	0,913	
5 vs 6	69,173*	1	

(*) Στατιστικά σημαντική διαφορά σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,05$. Η κρίσιμη τιμή της $\chi^2_{10;0,05}=18,31$. (**) Προφίλ αγωγών που δεν ακολουθούνται από κοινό γράμμα διαφέρουν στατιστικά σημαντικά.

⁹ Η παρατηρούμενη ισχύς του ελέγχου εκτιμήθηκε με το λογισμικό Power Analysis for AFC. Δεν απαιτείται διόρθωση του επιπέδου σημαντικότητας διότι ο έλεγχος του *Gabriel* είναι συντηρητικός και παρέχει προστασία για το Αθροιστικό Σφάλμα Τύπου I.

Πίνακας Z2.7: Συγκρίσεις Προφίλ Αγωγών ως προς την Ποιότητα στο Θερμοκήπιο 2 (Μέθοδος του *Gabriel*)

Συγκρίσεις Αγωγών	Likelihood Ratio (*)	Ισχύς για $\alpha=0,05$	Αποτελέσματα Συγκρίσεων (**)
1 vs 2	13,592	0,708	1: <i>Perlite</i> + <i>Upper a</i>
1 vs 3	5,552	0,298	2: <i>Perlite</i> + <i>Lower a</i>
1 vs 4	0,111	0,053	3: <i>Polystyrene</i> + <i>Upper a</i>
1 vs 5	44,525*	0,999	4: <i>Polystyrene</i> + <i>Lower a</i>
1 vs 6	54,872*	1	5: <i>Soil</i> + <i>Upper b</i>
2 vs 3	5,412	0,290	6: <i>Soil</i> + <i>Lower b</i>
2 vs 4	11,715	0,627	
2 vs 5	61,454*	1	
2 vs 6	84,562*	1	
3 vs 4	5,077	0,272	
3 vs 5	67,379*	1	
3 vs 6	84,562*	1	
4 vs 5	43,230*	0,999	
4 vs 6	54,872*	1	
5 vs 6	3,368	0,183	

(*) Στατιστικά σημαντική διαφορά σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,05$. Η κρίσιμη τιμή της $\chi^2_{10;0,05}=18,31$. (**) Προφίλ αγωγών που δεν ακολουθούνται από κοινό γράμμα διαφέρουν στατιστικά σημαντικά.

Πίνακας Z2.8: Συγκρίσεις Προφίλ Αγωγών ως προς την Ένταση του Χρώματος στο Θερμοκήπιο 2 (Μέθοδος του *Gabriel*)

Συγκρίσεις Αγωγών	Likelihood Ratio (*)	Ισχύς για $\alpha=0,05$	Αποτελέσματα Συγκρίσεων (**)
1 vs 2	16,859	0,818	1: <i>Perlite</i> + <i>Upper bc</i>
1 vs 3	3,386	0,184	2: <i>Perlite</i> + <i>Lower ab</i>
1 vs 4	6,506	0,351	3: <i>Polystyrene</i> + <i>Upper c</i>
1 vs 5	9,570	0,520	4: <i>Polystyrene</i> + <i>Lower c</i>
1 vs 6	26,527*	0,967	5: <i>Soil</i> + <i>Upper c</i>
2 vs 3	18,989*	0,870	6: <i>Soil</i> + <i>Lower a</i>
2 vs 4	41,589*	0,999	
2 vs 5	40,582*	0,998	
2 vs 6	1,456	0,099	
3 vs 4	10,821	0,584	
3 vs 5	4,893	0,262	
3 vs 6	26,384*	0,966	
4 vs 5	6,204	0,334	
4 vs 6	55,145*	1	
5 vs 6	50,739*	1	

(*) Στατιστικά σημαντική διαφορά σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,05$. Η κρίσιμη τιμή της $\chi^2_{10;0,05}=18,31$. (**) Προφίλ αγωγών που ακολουθούνται από κοινό γράμμα δεν διαφέρουν στατιστικά σημαντικά.

Πίνακας Ζ2.9: Αποτελέσματα ΠΑΑ στο Θερμοκήπιο 1. Εξαρτημένη Μεταβλητή η Ποιότητα

ΑΞΟΝΑΣ	χ^2	χ^2 Nishisato	β.ε.	p	Ισχύς ($\alpha=0,025$)	ΑΔΡΑΝΕΙΑ	% ΕΡΜΗΝΕΙΑΣ	ΑΘΡ. %	
F1	103,961	125,514	6	0,000	1,000	0,347	65,915	65,915	
F2	53,760	58,255	4	0,000	1,000	0,179	34,085	100,000	
Σύνολο	157,721		10	0,000		0,526	100,000		
Αγωγές	Ποιότητα	Βάρος	Αδράνεια	F1	COR1	CTR1	F2	COR2	CTR2
<i>Perlite + Upper</i>	1,000	0,167	0,104	-0,119	0,023	0,007	0,781	0,977	0,567
<i>Perlite + Lower</i>	1,000	0,167	0,026	0,335	0,709	0,054	0,214	0,291	0,043
<i>Polystyrene + Upper</i>	1,000	0,167	0,028	-0,350	0,729	0,059	-0,214	0,271	0,042
<i>Polystyrene + Lower</i>	1,000	0,167	0,091	-0,738	1,000	0,262	-0,015	0,000	0,000
<i>Soil + Upper</i>	1,000	0,167	0,066	-0,237	0,142	0,027	-0,583	0,858	0,317
<i>Soil + Lower</i>	1,000	0,167	0,211	1,109	0,973	0,592	-0,183	0,027	0,031
<i>Perlite (Σ)</i>	1,000	0,333	0,086	0,108	0,045	-	0,498	0,955	-
<i>Polystyrene (Σ)</i>	1,000	0,333	0,103	-0,544	0,958	-	-0,114	0,042	-
<i>Soil (Σ)</i>	1,000	0,333	0,112	0,436	0,564	-	-0,383	0,436	-
<i>Upper (Σ)</i>	1,000	0,500	0,028	-0,235	0,999	-	-0,005	0,001	-
<i>Lower (Σ)</i>	1,000	0,500	0,028	0,235	0,999	-	0,005	0,001	-
Ποιότητα Παραγωγής	Ποιότητα	Βάρος	Αδράνεια	G1	COR1	CTR1	G2	COR2	CTR2
<i>ΠΑ</i>	1,000	0,260	0,133	0,041	0,003	0,001	0,714	0,997	0,739
<i>ΠΒ</i>	1,000	0,437	0,173	-0,584	0,862	0,430	-0,234	0,138	0,133
<i>ΠΓ</i>	1,000	0,303	0,220	0,806	0,896	0,568	-0,275	0,104	0,128
Διορθωμένα Τυποποιημένα Υπόλοιπα									
	<i>ΠΑ</i>	<i>ΠΒ</i>	<i>ΠΓ</i>						
<i>Perlite + Upper</i>	6,004	-2,134	-3,426						
<i>Perlite + Lower</i>	1,766	-3,071	1,629						
<i>Polystyrene + Upper</i>	-1,766	3,176	-1,741						
<i>Polystyrene + Lower</i>	-0,353	5,050	-5,111						
<i>Soil + Upper</i>	-4,591	3,800	0,281						
<i>Soil + Lower</i>	-1,060	-6,820	8,369						

Πίνακας Ζ2.10: Αποτελέσματα ΠΑΑ στο Θερμοκήπιο 1. Εξαρτημένη Μεταβλητή η Ένταση Χρώματος

ΑΞΟΝΑΣ	χ^2	χ^2 Nishisato	β.ε.	p	Ισχύς ($\alpha=0,025$)	ΑΔΡΑΝΕΙΑ	% ΕΡΜΗΝΕΙΑΣ	ΑΘΡ. %	
F1	91,832	107,804	6	0,000	1,000	0,306	53,868	53,868	
F2	78,645	89,684	4	0,000	1,000	0,262	46,132	100,000	
Σύνολο	170,477		10	0,000		0,568	100,000		
Αγωγές	Ποιότητα	Βάρος	Αδράνεια	F1	COR1	CTR1	F2	COR2	CTR2
<i>Perlite + Upper</i>	1,000	0,167	0,018	-0,260	0,642	0,037	0,195	0,358	0,024
<i>Perlite + Lower</i>	1,000	0,167	0,220	1,070	0,868	0,623	0,416	0,132	0,110
<i>Polystyrene + Upper</i>	1,000	0,167	0,016	0,244	0,618	0,032	-0,192	0,382	0,023
<i>Polystyrene + Lower</i>	1,000	0,167	0,029	-0,359	0,748	0,070	-0,209	0,252	0,028
<i>Soil + Upper</i>	1,000	0,167	0,135	-0,034	0,001	0,001	-0,899	0,999	0,514
<i>Soil + Lower</i>	1,000	0,167	0,151	-0,660	0,479	0,237	0,688	0,521	0,301
<i>Perlite (Σ)</i>	1,000	0,333	0,086	0,405	0,637	-	0,306	0,363	-
<i>Polystyrene (Σ)</i>	1,000	0,333	0,014	-0,058	0,077	-	-0,200	0,923	-
<i>Soil (Σ)</i>	1,000	0,333	0,044	-0,347	0,915	-	-0,105	0,085	-
<i>Upper (Σ)</i>	1,000	0,500	0,045	-0,017	0,003	-	-0,299	0,997	-
<i>Lower (Σ)</i>	1,000	0,500	0,045	0,017	0,003	-	0,299	0,997	-
Ένταση Χρώματος	Ποιότητα	Βάρος	Αδράνεια	G1	COR1	CTR1	G2	COR2	CTR2
<i>Σκούρο</i>	1,000	0,347	0,186	-0,544	0,552	0,336	0,490	0,448	0,318
<i>Control</i>	1,000	0,370	0,166	-0,129	0,037	0,020	-0,657	0,963	0,610
<i>Ανοιχτό</i>	1,000	0,283	0,216	0,834	0,912	0,644	0,259	0,088	0,072
Διορθωμένα Τυποποιημένα Υπόλοιπα									
	Σκούρο	Control	Ανοιχτό						
<i>Perlite + Upper</i>	2,496	-1,123	-1,432						
<i>Perlite + Lower</i>	-3,689	-4,653	8,881						
<i>Polystyrene + Upper</i>	-2,387	1,123	1,318						
<i>Polystyrene + Lower</i>	0,868	2,086	-3,151						
<i>Soil + Upper</i>	-4,666	6,899	-2,464						
<i>Soil + Lower</i>	7,379	-4,332	-3,151						

Πίνακας Ζ2.11: Αποτελέσματα ΠΑΑ στο Θερμοκήπιο 2. Εξαρτημένη Μεταβλητή η Ποιότητα

ΑΞΟΝΑΣ	χ^2	χ^2 Nishisato	β.ε.	p	Ισχύς ($\alpha=0,025$)	ΑΔΡΑΝΕΙΑ	% ΕΡΜΗΝΕΙΑΣ	ΑΘΡ. %	
F1	122,032	154,043	6	0,000	1,000	0,407	86,010	86,010	
F2	19,850	20,195	4	0,000	0,940	0,066	13,990	100,000	
Σύνολο	141,882		10	0,000		0,473	100,000		
Αγωγές	Ποιότητα	Βάρος	Αδράνεια	F1	COR1	CTR1	F2	COR2	CTR2
<i>Perlite + Upper</i>	1,000	0,167	0,022	-0,246	0,458	0,025	-0,268	0,542	0,181
<i>Perlite + Lower</i>	1,000	0,167	0,101	-0,612	0,617	0,153	0,481	0,383	0,584
<i>Polystyrene + Upper</i>	1,000	0,167	0,072	-0,641	0,957	0,168	-0,136	0,043	0,047
<i>Polystyrene + Lower</i>	1,000	0,167	0,017	-0,244	0,583	0,024	-0,206	0,417	0,107
<i>Soil + Upper</i>	1,000	0,167	0,105	0,776	0,952	0,247	0,174	0,048	0,077
<i>Soil + Lower</i>	1,000	0,167	0,156	0,966	0,998	0,382	-0,046	0,002	0,005
<i>Perlite (Σ)</i>	1,000	0,333	0,065	-0,429	0,942	-	0,107	0,058	-
<i>Polystyrene (Σ)</i>	1,000	0,333	0,075	-0,442	0,870	-	-0,171	0,130	-
<i>Soil (Σ)</i>	1,000	0,333	0,254	0,871	0,995	-	0,064	0,005	-
<i>Upper (Σ)</i>	1,000	0,500	0,004	-0,037	0,190	-	-0,076	0,810	-
<i>Lower (Σ)</i>	1,000	0,500	0,004	0,037	0,190	-	0,076	0,810	-
Ποιότητα Παραγωγής	Ποιότητα	Βάρος	Αδράνεια	G1	COR1	CTR1	G2	COR2	CTR2
<i>ΠΑ</i>	1,000	0,330	0,175	-0,688	0,892	0,384	-0,239	0,108	0,286
<i>ΠΒ</i>	1,000	0,153	0,101	-0,595	0,535	0,133	0,555	0,465	0,713
<i>ΠΓ</i>	1,000	0,517	0,196	0,616	1,000	0,482	-0,012	0,000	0,001
Διορθωμένα Τυποποιημένα Υπόλοιπα									
	<i>ΠΑ</i>	<i>ΠΒ</i>	<i>ΠΓ</i>						
<i>Perlite + Upper</i>	2,800	-1,147	-1,808						
<i>Perlite + Lower</i>	1,153	5,303	-4,909						
<i>Polystyrene + Upper</i>	4,448	1,003	-4,909						
<i>Polystyrene + Lower</i>	2,471	-0,717	-1,808						
<i>Soil + Upper</i>	-5,436	-1,147	5,942						
<i>Soil + Lower</i>	-5,436	-3,296	7,492						

Πίνακας Ζ2.12: Αποτελέσματα ΠΑΑ στο Θερμοκήπιο 2. Εξαρτημένη Μεταβλητή η Ένταση Χρώματος

ΑΞΟΝΑΣ	χ^2	χ^2 Nishisato	β.ε.	p	Ισχύς ($\alpha=0,025$)	ΑΔΡΑΝΕΙΑ	% ΕΡΜΗΝΕΙΑΣ	ΑΘΡ. %	
F1	90,456	105,860	6	0,000	1,000	0,302	87,969	87,969	
F2	12,371	12,423	4	0,014	0,740	0,041	12,031	100,000	
Σύνολο	102,827		10	0,000		0,343	100,000		
Αγωγές	Ποιότητα	Βάρος	Αδράνεια	F1	COR1	CTR1	F2	COR2	CTR2
<i>Perlite + Upper</i>	1,000	0,167	0,011	-0,163	0,390	0,015	0,204	0,610	0,168
<i>Perlite + Lower</i>	1,000	0,167	0,069	0,643	0,992	0,228	0,056	0,008	0,013
<i>Polystyrene + Upper</i>	1,000	0,167	0,011	-0,179	0,484	0,018	-0,185	0,516	0,138
<i>Polystyrene + Lower</i>	1,000	0,167	0,066	-0,566	0,806	0,177	0,278	0,194	0,312
<i>Soil + Upper</i>	1,000	0,167	0,068	-0,568	0,786	0,178	-0,297	0,214	0,356
<i>Soil + Lower</i>	1,000	0,167	0,116	0,833	0,995	0,384	-0,057	0,005	0,013
<i>Perlite (Σ)</i>	1,000	0,333	0,025	0,240	0,772	-	0,130	0,228	-
<i>Polystyrene (Σ)</i>	1,000	0,333	0,047	-0,373	0,985	-	0,046	0,015	-
<i>Soil (Σ)</i>	1,000	0,333	0,016	0,133	0,360	-	-0,177	0,640	-
<i>Upper (Σ)</i>	1,000	0,500	0,050	-0,303	0,915	-	-0,092	0,085	-
<i>Lower (Σ)</i>	1,000	0,500	0,050	0,303	0,915	-	0,092	0,085	-
Ένταση Χρώματος	Ποιότητα	Βάρος	Αδράνεια	G1	COR1	CTR1	G2	COR2	CTR2
<i>Σκούρο</i>	1,000	0,287	0,056	-0,329	0,551	0,103	0,296	0,449	0,611
<i>Control</i>	1,000	0,320	0,107	-0,535	0,855	0,304	-0,220	0,145	0,376
<i>Ανοιχτό</i>	1,000	0,393	0,180	0,675	0,997	0,594	-0,037	0,003	0,013
Διορθωμένα Τυποποιημένα Υπόλοιπα									
	Σκούρο	Control	Ανοιχτό						
<i>Perlite + Upper</i>	1,941	-0,332	-1,480						
<i>Perlite + Lower</i>	-1,485	-3,653	4,863						
<i>Polystyrene + Upper</i>	-0,799	1,993	-1,163						
<i>Polystyrene + Lower</i>	3,654	1,328	-4,651						
<i>Soil + Upper</i>	-0,457	4,649	-4,017						
<i>Soil + Lower</i>	-2,855	-3,985	6,449						

Πίνακας Ζ2.13: Αποτελέσματα ΠΑΑ στο Θερμοκήπιο 1. Εξαρτημένες Μεταβλητές η Ποιότητα και η Ένταση Χρώματος

ΑΞΟΝΑΣ	χ^2	β.ε.	<i>p</i>	Ισχύς ($\alpha=0,025$)	ΑΔΡΑΝΕΙΑ	% ΕΡΜΗΝΕΙΑΣ	ΑΘΡ. %	Έλεγχος Σημαντικότητας του Υποχώρου Προβολής				
F1	163,008				0,272	49,668	49,668	Αρ. Διαστάσεων	χ^2	β.ε.	<i>p</i>	Ισχύς ($\alpha=0,10$)
F2	94,210				0,157	28,705	78,373	1	165	16	0,000	1
F3	62,895				0,105	19,164	97,537	2	70,8	9	0,000	1
F4	8,084				0,013	2,463	100,000	3	7,8	4	0,100	0,71
F5	0,000				0,000	0,000	100,000					
Σύνολο	328,189	20	0,000	1,000	0,547	100,000						
Αγωγές	Ποιότητα	Βάρος	Αδράνεα	F1	COR1	CTR1	F2	COR2	CTR2	F3	COR3	CTR3
<i>Perlite + Upper</i>	0,937	0,167	0,061	-0,150	0,062	0,014	-0,012	0,000	0,000	0,565	0,875	0,507
<i>Perlite + Lower</i>	1,000	0,167	0,123	-0,347	0,163	0,074	0,774	0,812	0,636	-0,135	0,025	0,029
<i>Polystyrene + Upper</i>	0,921	0,167	0,022	0,310	0,727	0,059	0,134	0,136	0,019	-0,087	0,058	0,012
<i>Polystyrene + Lower</i>	0,933	0,167	0,060	0,463	0,598	0,132	-0,212	0,125	0,048	0,274	0,209	0,119
<i>Soil + Upper</i>	0,963	0,167	0,100	0,616	0,630	0,233	-0,190	0,060	0,038	-0,406	0,273	0,262
<i>Soil + Lower</i>	0,999	0,167	0,181	-0,893	0,734	0,489	-0,494	0,224	0,259	-0,211	0,041	0,071
<i>Perlite (Σ)</i>	0,980	0,333	0,086	-0,248	0,239	-	0,381	0,562	-	0,215	0,179	-
<i>Polystyrene (Σ)</i>	0,906	0,333	0,059	0,387	0,848	-	-0,039	0,009	-	0,093	0,049	-
<i>Soil (Σ)</i>	0,986	0,333	0,078	-0,138	0,081	-	-0,342	0,499	-	-0,308	0,405	-
<i>Upper (Σ)</i>	0,940	0,500	0,036	0,259	0,925	-	-0,023	0,007	-	0,024	0,008	-
<i>Lower (Σ)</i>	0,940	0,500	0,036	-0,259	0,925	-	0,023	0,007	-	-0,024	0,008	-
Ποιότητα - Χρώμα	Ποιότητα	Βάρος	Αδράνεα	G1	COR1	CTR1	G2	COR2	CTR2	G3	COR3	CTR3
<i>ΠΑ</i>	0,956	0,130	0,066	-0,286	0,160	0,039	0,232	0,105	0,044	0,594	0,690	0,437
<i>ΠΒ</i>	0,960	0,218	0,086	0,616	0,958	0,305	-0,022	0,001	0,001	0,016	0,001	0,001
<i>ΠΓ</i>	0,996	0,152	0,110	-0,642	0,568	0,230	-0,167	0,039	0,027	-0,532	0,390	0,409
<i>Σκούρο</i>	0,977	0,173	0,093	-0,504	0,473	0,162	-0,458	0,391	0,232	0,246	0,113	0,100
<i>Control</i>	0,951	0,185	0,083	0,604	0,813	0,249	-0,216	0,104	0,055	-0,123	0,034	0,027
<i>Ανοιχτό</i>	0,996	0,142	0,108	-0,172	0,039	0,015	0,843	0,931	0,641	-0,140	0,026	0,027

Πίνακας Ζ2.14: Αποτελέσματα ΠΑΑ στο Θερμοκήπιο 2. Εξαρτημένες Μεταβλητές η Ποιότητα και η Ένταση Χρώματος

ΑΞΟΝΑΣ	χ^2	β.ε.	p	Ισχύς ($\alpha=0,025$)	ΑΔΡΑΝΕΙΑ	% ΕΡΜΗΝΕΙΑΣ	ΑΘΡ. %	Έλεγχος Σημαντικότητας του Υποχώρου Προβολής				
F1	129,158				0,215	52,780	52,780	Αρ. Διαστάσεων	χ^2	β.ε	p	Ισχύς ($\alpha=0,10$)
F2	89,909				0,150	36,741	89,522	1	115,8	16	0,000	1
F3	19,109				0,032	7,809	97,331	2	25,8	9	0,002	0,98
F4	6,532				0,011	2,669	100,000	3	6,6	4	0,159	0,64
F5	0,000				0,000	0,000	100,000					
Σύνολο	244,708	20	0,000	1,000	0,408	100,000						
Αγωγές	Ποιότητα	Βάρος	Αδράνεα	F1	COR1	CTR1	F2	COR2	CTR2	F3	COR3	CTR3
<i>Perlite + Upper</i>	0,998	0,167	0,017	-0,232	0,536	0,042	-0,080	0,063	0,007	-0,200	0,398	0,209
<i>Perlite + Lower</i>	0,983	0,167	0,085	-0,228	0,102	0,040	0,642	0,807	0,459	0,195	0,074	0,199
<i>Polystyrene + Upper</i>	0,836	0,167	0,041	-0,453	0,829	0,159	0,012	0,001	0,000	0,041	0,007	0,009
<i>Polystyrene + Lower</i>	0,943	0,167	0,042	-0,332	0,442	0,085	-0,327	0,427	0,119	-0,136	0,074	0,097
<i>Soil + Upper</i>	1,000	0,167	0,087	0,406	0,315	0,127	-0,538	0,555	0,322	0,260	0,129	0,353
<i>Soil + Lower</i>	0,998	0,167	0,136	0,840	0,864	0,546	0,290	0,103	0,093	-0,160	0,031	0,133
<i>Perlite (Σ)</i>	0,978	0,333	0,045	-0,230	0,392	-	0,281	0,586	-	-0,002	0,000	-
<i>Polystyrene (Σ)</i>	0,991	0,333	0,061	-0,393	0,843	-	-0,157	0,135	-	-0,048	0,012	-
<i>Soil (Σ)</i>	1,000	0,333	0,135	0,623	0,955	-	-0,124	0,038	-	0,050	0,006	-
<i>Upper (Σ)</i>	0,937	0,500	0,027	-0,093	0,161	-	-0,202	0,756	-	0,034	0,021	-
<i>Lower (Σ)</i>	0,937	0,500	0,027	0,093	0,161	-	0,202	0,756	-	-0,034	0,021	-
Ποιότητα - Χρώμα	Ποιότητα	Βάρος	Αδράνεα	G1	COR1	CTR1	G2	COR2	CTR2	G3	COR3	CTR3
<i>ΠΑ</i>	0,984	0,165	0,088	-0,695	0,910	0,370	0,088	0,015	0,009	-0,178	0,060	0,164
<i>ΠΒ</i>	0,968	0,077	0,051	-0,479	0,347	0,082	0,445	0,299	0,101	0,462	0,322	0,513
<i>ΠΓ</i>	0,999	0,258	0,098	0,586	0,905	0,412	-0,188	0,093	0,061	-0,023	0,001	0,004
<i>Σκούρο</i>	0,812	0,143	0,028	-0,259	0,344	0,045	-0,254	0,329	0,062	-0,166	0,140	0,123
<i>Control</i>	0,960	0,160	0,054	-0,128	0,049	0,012	-0,517	0,800	0,286	0,193	0,111	0,187
<i>Ανοιχτό</i>	0,995	0,197	0,090	0,293	0,188	0,079	0,606	0,804	0,482	-0,036	0,003	0,008

Πίνακας Ζ2.15: Αποτελέσματα της Προκρούστιας Προβολής- Περιστροφής

Τυποποιημένες Συντ. Θερμοκήπιο 1						Τυποποιημένες Συντ. Θερμοκήπιο 2							
Πίνακας \mathbf{X}_t						Πίνακας \mathbf{X}_w				Πίνακας $\mathbf{X}_w^T \mathbf{X}_t$			
Αγωγές	F1	F2	F3	F4	Αγωγές	F1	F2	F3	F4				
1: Perlite + Upper	-0,287	-0,030	1,745	1,303	1	-0,500	-0,206	-1,120	-0,146	-140,627	-178,484	-164,111	88,582
2: Perlite + Lower	-0,666	1,953	-0,418	-0,070	2	-0,492	1,659	1,093	-0,895	-235,136	172,170	-26,034	-64,993
3: Polystyrene + Upper	0,595	0,339	-0,270	-0,880	3	-0,977	0,032	0,228	1,932	115,319	153,339	-217,993	71,019
4: Polystyrene + Lower	0,888	-0,535	0,846	-1,334	4	-0,716	-0,843	-0,762	-1,139	0,825	-43,874	-72,938	-28,314
5: Soil + Upper	1,183	-0,481	-1,253	1,284	5	0,874	-1,390	1,456	-0,115				
6: Soil + Lower	-1,713	-1,246	-0,651	-0,303	6	1,810	0,749	-0,894	0,364				
Πίνακας \mathbf{U}				Πίνακας \mathbf{D}				Πίνακας \mathbf{V}					
	0,3453	-0,5275	-0,7489	-0,2041	300,066	0	0	0		-0,9809	0,0730	0,1145	0,1392
	0,8456	-0,1768	0,5014	0,0476	0	300,028	0	0		0,0725	-0,1775	0,9632	-0,1884
	-0,4071	-0,8126	0,4082	-0,0862	0	0	300,004	0		0,0348	0,9365	0,1049	-0,3327
	-0,0050	-0,1738	-0,1453	0,9740	0	0	0	60,076		-0,1771	-0,2934	-0,2194	-0,9135
Πίνακας $\mathbf{R} = \mathbf{U}\mathbf{V}^T$				Πίνακας $\mathbf{X}_w \mathbf{R}$				Αγωγές	Πίνακας $(\mathbf{X}_t - \mathbf{X}_w \mathbf{R})$				
	-0,4914	-0,5642	-0,4927	0,4444	-0,0299	-0,3789	1,1282	-0,3884	1	-0,2571	0,3489	0,6168	1,6914
	-0,7783	0,5667	-0,0994	-0,2514	-0,7394	2,0528	-0,2421	0,4131	2	0,0734	-0,0998	-0,1759	-0,4831
	0,3747	0,5241	-0,7036	0,2997	0,7554	0,1228	-0,6527	-1,9309	3	-0,1604	0,2162	0,3827	1,0509
	0,1112	-0,2930	-0,5023	-0,8059	0,5958	-0,1394	1,5449	0,5834	4	0,2922	-0,3956	-0,6989	-1,9174
					1,1852	-0,4840	-1,2591	1,2669	5	-0,0022	0,003	0,0061	0,0171
					-1,7669	-1,1719	-0,5200	0,0548	6	0,0539	-0,0741	-0,1310	-0,3578
Πίνακας Συσχετίσεων Αξόνων					Συσχετίσεις Αγωγών			Συσχετίσεις Αξόνων Πριν και Μετά την Περιστροφή στο Θερμοκήπιο 2					
Αξονες Θερμοκηπίου 1					Ζεύγη	r	rho	Αξονες					
Αξονες Θερμοκηπίου 2 μετά την Περιστροφή					(1,1)	0,588	0,200	F1	-0,491	-0,429			
F1 (t)	F1 (r)	F2 (r)	F3 (r)	F4 (r)	(2,2)	0,982	1	F2	0,567	0,371			
F2 (t)	0,985	0,021	0,037	0,102	(3,3)	0,994	1	F3	-0,704	-0,600			
F3 (t)	0,021	0,972	-0,050	-0,138	(4,4)	0,540	0,600	F4	-0,806	-0,543			
F4 (t)	0,037	-0,050	0,911	-0,243	(5,5)	1	1						
	0,012	-0,138	-0,243	0,333	(6,6)	0,997	1						
					Μ.Σ.	0,850	0,800						

Πίνακας Ζ2.16: Αριθμητικά Δεδομένα για την Κατασκευή Ελλείψεων Εμπιστοσύνης στο Θερμοκήπιο 1

Αγωγές	F1	F2	m1	m2	φ°	φ rad	Αγωγές	F1	F2	m1	m2	φ°	φ rad
1: <i>Perlite + Upper</i>	-0,119	0,781	0,743	0,290	6,506	0,114	1	-0,260	0,195	0,715	0,101	-49,893	-0,871
2: <i>Perlite + Lower</i>	0,335	0,214	0,278	0,128	-34,932	-0,610	2	1,070	0,416	2,432	0,292	65,082	1,136
3: <i>Polystyrene + Upper</i>	-0,350	-0,214	0,286	0,106	-39,116	-0,683	3	0,244	-0,192	0,717	0,129	-45,386	-0,792
4: <i>Polystyrene + Lower</i>	-0,738	-0,015	0,366	0,153	-86,005	-1,501	4	-0,359	-0,209	0,923	0,138	53,665	0,937
5: <i>Soil + Upper</i>	-0,237	-0,583	0,569	0,206	12,933	-0,226	5	-0,034	-0,899	2,250	0,251	1,417	0,025
6: <i>Soil + Lower</i>	1,109	-0,183	0,559	0,216	71,090	1,241	6	-0,660	0,688	2,173	0,203	-39,490	-0,689

Ποιότητα	G1	G2	Χρώμα	G1	G2
<i>ΠΑ</i>	0,041	0,714	<i>Σκούρο</i>	-0,544	0,490
<i>ΠΒ</i>	-0,584	-0,234	<i>Control</i>	0,037	-0,657
<i>ΠΓ</i>	0,806	-0,275	<i>Ανοιχτό</i>	0,912	0,259

Αγωγές	Var F1	Var F2	Covar(F1, F2)	Αγωγές	Var F1	Var F2	Covar(F1, F2)
1: <i>Perlite + Upper</i>	0,0570	0,0094	0,0055	1	0,0228	0,0317	-0,0258
2: <i>Perlite + Lower</i>	0,0060	0,0038	-0,0030	2	0,1170	0,5098	0,2327
3: <i>Polystyrene + Upper</i>	0,0056	0,0041	-0,0036	3	0,0274	0,0281	-0,0260
4: <i>Polystyrene + Lower</i>	0,0025	0,0139	-0,0008	4	0,0325	0,0584	0,0415
5: <i>Soil + Upper</i>	0,0323	0,0059	-0,0064	5	0,5282	0,0069	0,0129
6: <i>Soil + Lower</i>	0,0078	0,0297	0,0085	6	0,2953	0,2019	-0,2398

Πίνακας Z2.17: Αριθμητικά Δεδομένα για την Κατασκευή Ελλείψεων Εμπιστοσύνης στο Θερμοκήπιο 2

Αγωγές	F1	F2	m1	m2	φ°	φ rad	Αγωγές	F1	F2	m1	m2	φ°	φ rad
1: <i>Perlite + Upper</i>	-0,246	-0,268	0,271	0,220	-24,818	-0,433	1	-0,163	0,204	0,237	0,189	34,009	0,595
2: <i>Perlite + Lower</i>	-0,612	0,481	0,427	0,380	42,855	0,748	2	0,643	0,056	0,203	0,092	-3,355	-0,059
3: <i>Polystyrene + Upper</i>	-0,641	-0,136	0,203	0,135	-20,817	-0,363	3	-0,179	-0,185	0,208	0,180	-9,992	-0,174
4: <i>Polystyrene + Lower</i>	-0,244	-0,206	0,226	0,174	-19,736	-0,344	4	-0,566	0,278	0,342	0,257	34,597	0,604
5: <i>Soil + Upper</i>	0,776	0,174	0,214	0,161	-37,982	-0,663	5	-0,568	-0,297	0,339	0,284	-16,845	-0,294
6: <i>Soil + Lower</i>	0,966	-0,046	0,200	0,116	10,519	0,184	6	0,833	-0,057	0,244	0,119	4,830	0,084

Ποιότητα	G1	G2	Χρώμα	G1	G2
<i>ΠΑ</i>	-0,688	-0,239	<i>Σκούρο</i>	-0,329	0,296
<i>ΠΒ</i>	-0,595	0,555	<i>Control</i>	-0,535	-0,220
<i>ΠΓ</i>	0,616	-0,012	<i>Ανοιχτό</i>	0,675	-0,037

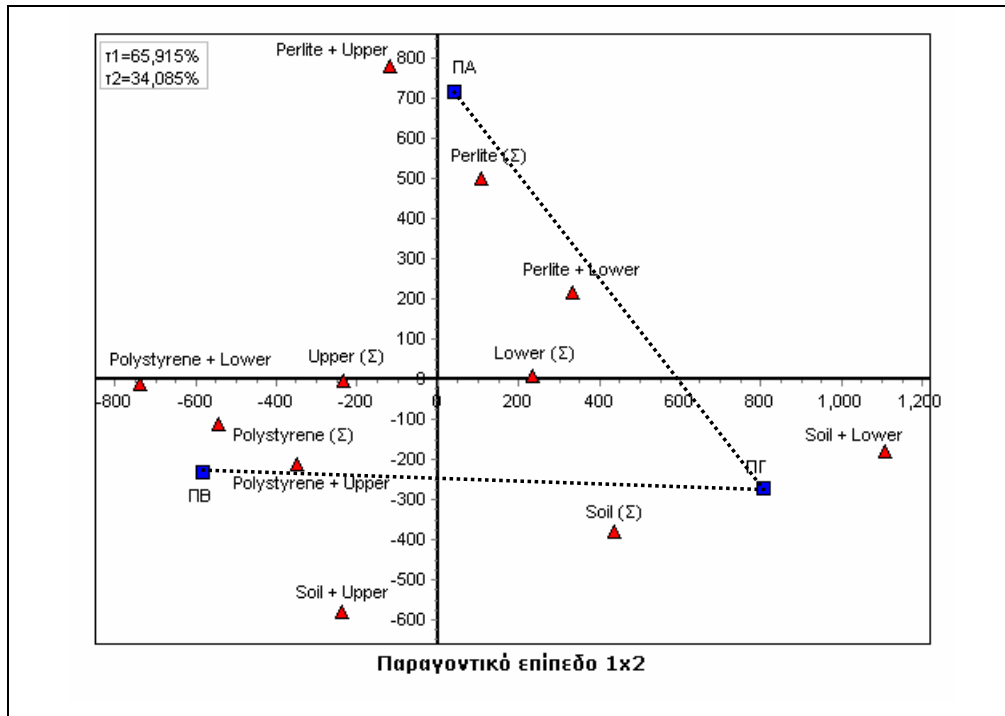
Αγωγές	Var F1	Var F2	Covar(F1, F2)	Αγωγές	Var F1	Var F2	Covar(F1, F2)
1: <i>Perlite + Upper</i>	0,0072	0,0055	-0,0010	1	0,0052	0,0044	0,0010
2: <i>Perlite + Lower</i>	0,0172	0,0169	0,0020	2	0,0043	0,0009	-0,0002
3: <i>Polystyrene + Upper</i>	0,0040	0,0022	-0,0008	3	0,0045	0,0034	-0,0002
4: <i>Polystyrene + Lower</i>	0,0051	0,0034	-0,0007	4	0,0105	0,0086	0,0025
5: <i>Soil + Upper</i>	0,0040	0,0035	-0,0010	5	0,0117	0,0087	-0,0010
6: <i>Soil + Lower</i>	0,0041	0,0015	0,0005	6	0,0062	0,0015	0,0004

Πίνακας Ζ2.18: Αριθμητικά Δεδομένα για την Κατασκευή Ελλείψεων Εμπιστοσύνης στα Θερμοκήπια 1 και 2 (Πίνακες “Φέτες”)

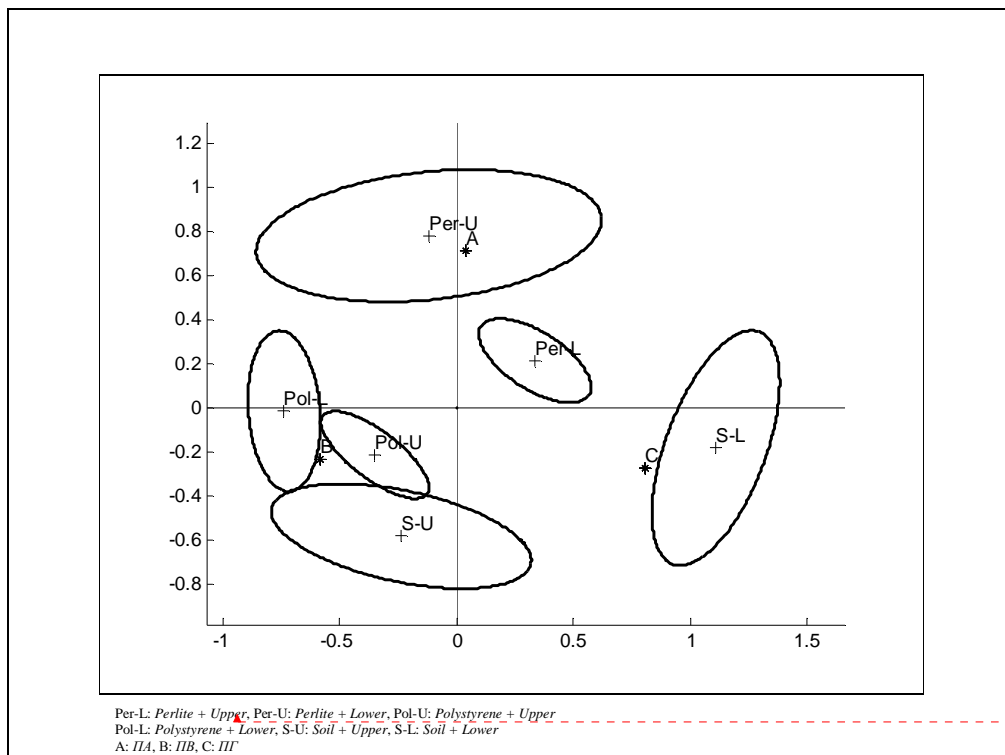
Θερμοκήπιο 1							Θερμοκήπιο 2						
Αγωγές	F1	F2	m1	m2	φ°	φ rad	Αγωγές	F1	F2	m1	m2	φ°	φ rad
1: <i>Perlite + Upper</i>	-0,150	-0,012	0,878	0,423	86,001	1,501	1	-0,232	-0,080	0,323	0,175	-65,663	-1,146
2: <i>Perlite + Lower</i>	-0,347	0,774	0,658	0,306	13,789	0,241	2	-0,228	0,642	0,844	0,298	14,544	0,254
3: <i>Polystyrene + Upper</i>	0,310	0,134	0,254	0,165	-62,254	-1,087	3	-0,453	0,012	0,452	0,280	88,253	1,540
4: <i>Polystyrene + Lower</i>	0,463	-0,212	0,418	0,314	77,361	1,350	4	-0,332	-0,327	0,546	0,214	-35,817	-0,625
5: <i>Soil + Upper</i>	0,616	-0,190	0,679	0,364	79,223	1,383	5	0,406	-0,538	0,791	0,262	30,439	0,531
6: <i>Soil + Lower</i>	-0,893	-0,494	0,562	0,302	-50,775	-0,886	6	0,840	0,290	0,778	0,181	-63,799	-1,114

Ποιότητα και Χρώμα	G1	G2	Ποιότητα και Χρώμα	G1	G2
<i>ΠΑ</i>	-0,286	0,232	<i>ΠΑ</i>	-0,695	0,088
<i>ΠΒ</i>	0,616	-0,022	<i>ΠΒ</i>	-0,479	0,445
<i>ΠΓ</i>	-0,642	-0,167	<i>ΠΓ</i>	0,586	-0,188
<i>Σκούρο</i>	-0,504	-0,458	<i>Σκούρο</i>	-0,259	-0,254
<i>Control</i>	0,604	-0,216	<i>Control</i>	-0,128	-0,517
<i>Ανοιχτό</i>	-0,172	0,843	<i>Ανοιχτό</i>	0,293	0,606

Αγωγές	Var F1	Var F2	Covar(F1, F2)	Αγωγές	Var F1	Var F2	Covar(F1, F2)
1: <i>Perlite + Upper</i>	0,0190	0,0802	0,0043	1	0,0045	0,0096	-0,0029
2: <i>Perlite + Lower</i>	0,0432	0,0118	0,0082	2	0,0702	0,0134	0,0158
3: <i>Polystyrene + Upper</i>	0,0037	0,0059	-0,0016	3	0,0082	0,0213	0,0004
4: <i>Polystyrene + Lower</i>	0,0107	0,0179	0,0017	4	0,0221	0,0138	-0,0125
5: <i>Soil + Upper</i>	0,0150	0,0469	0,0063	5	0,0504	0,0221	0,0254
6: <i>Soil + Lower</i>	0,0189	0,0236	-0,0115	6	0,0151	0,0516	-0,0237

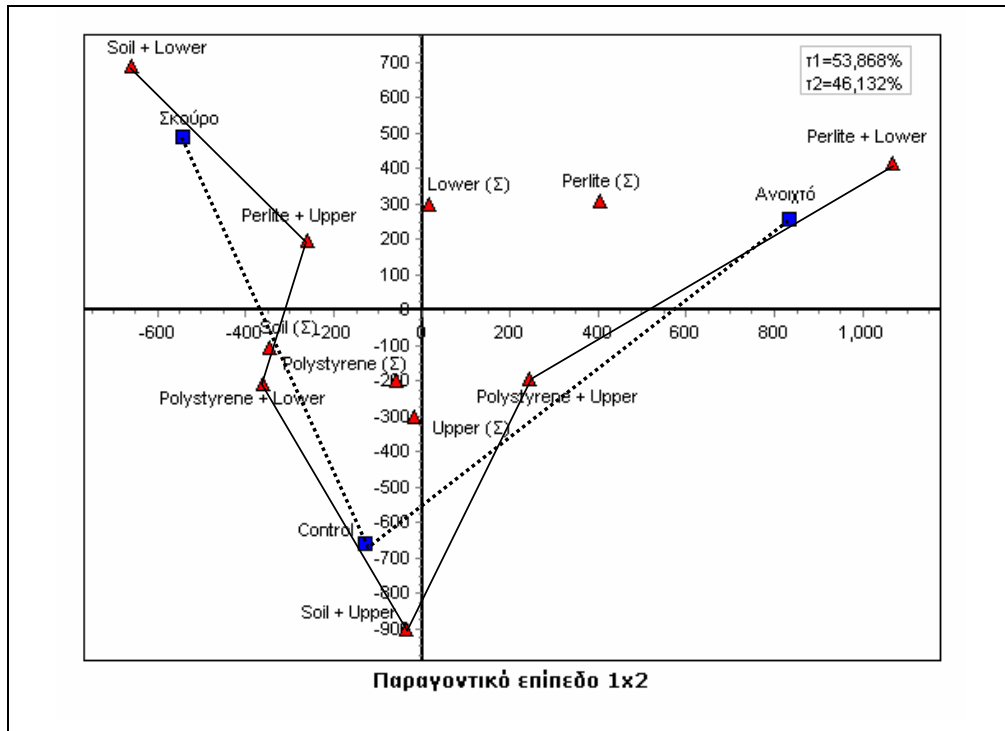


Διάγραμμα Z2.1: Παραγοντικό Επίπεδο 1x2 για το Θερμοκήπιο 1. Εξαρτημένη Μεταβλητή η Ποιότητα

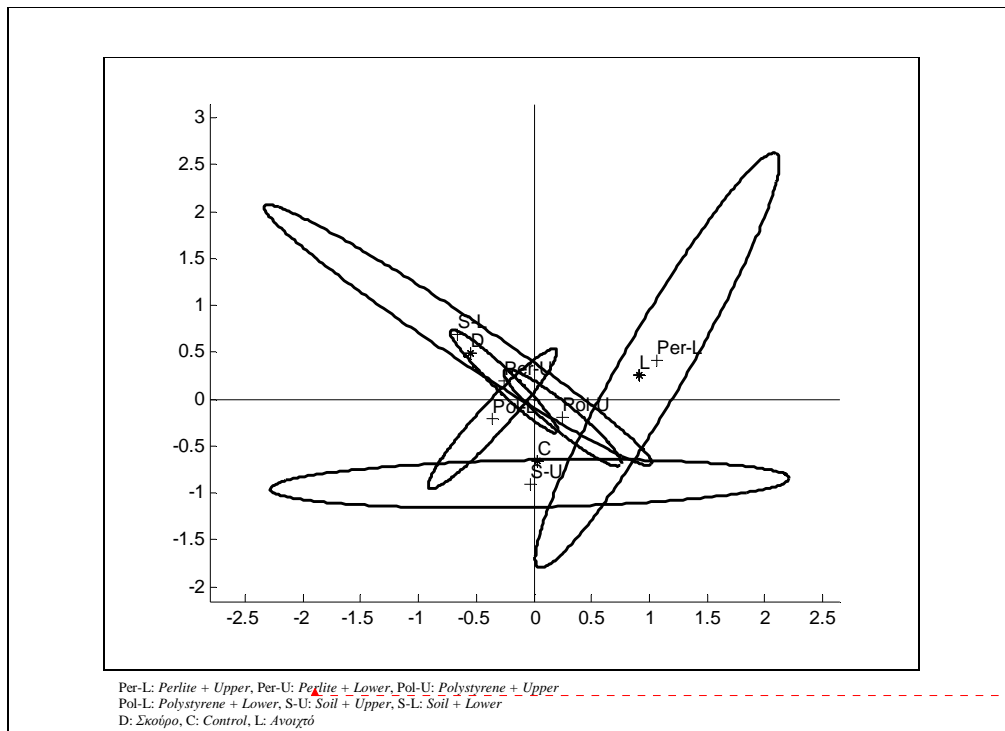


Διάγραμμα Z2.2: Συγκρίσεις Προφίλ Αγωγών στο Θερμοκήπιο 1. Εξαρτημένη Μεταβλητή η Ποιότητα

Μορφοποιήθηκε:
 Γραμματοσειρά: 6 pt

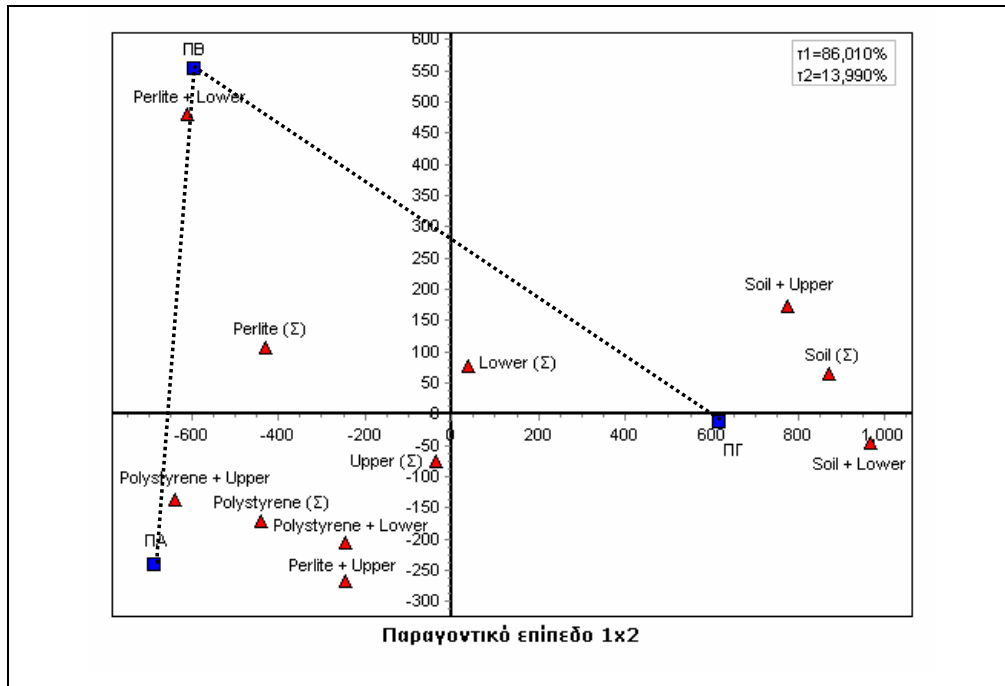


Διάγραμμα Z2.3: Παραγοντικό Επίπεδο 1x2 για το Θερμοκήπιο 1. Εξαρτημένη Μεταβλητή η Ένταση του Χρώματος

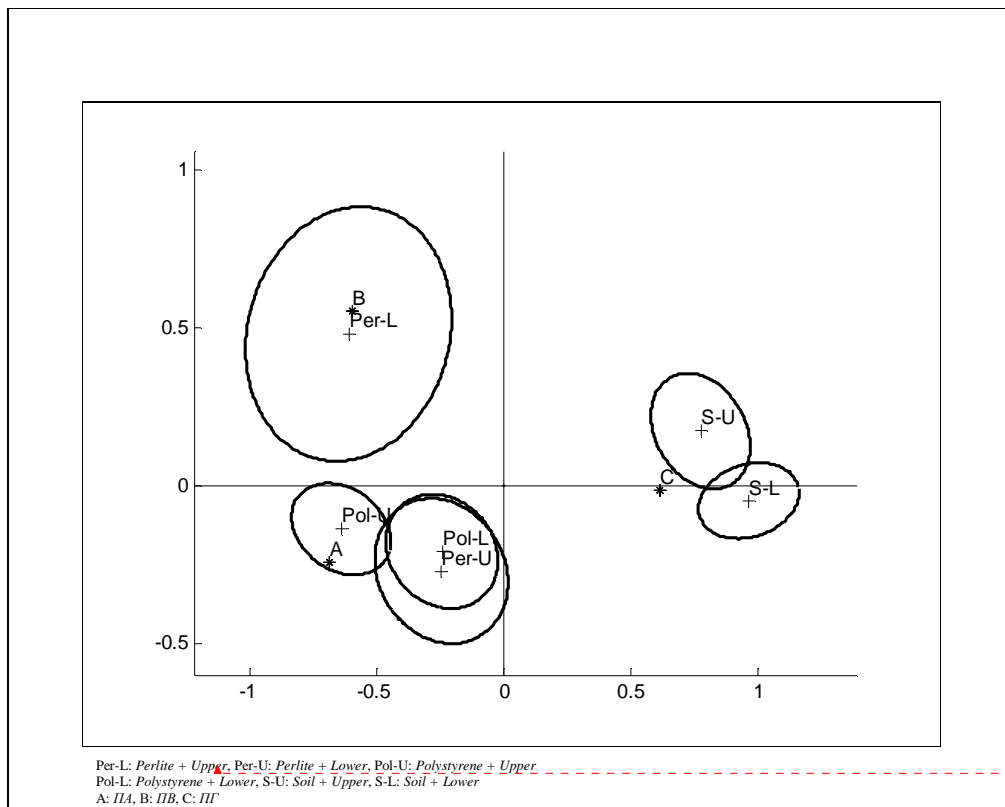


Διάγραμμα Z2.4: Συγκρίσεις Προφίλ Αγωγών στο Θερμοκήπιο 1. Εξαρτημένη Μεταβλητή η Ένταση του Χρώματος

Μορφοποιήθηκε:
 Γραμματοσειρά: 6 pt

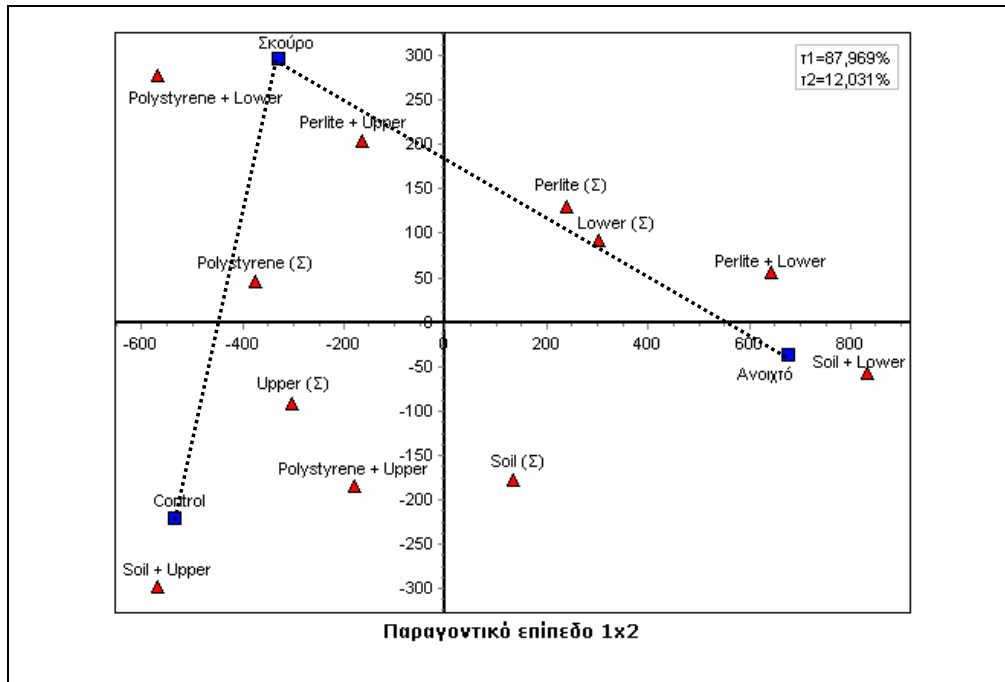


Διάγραμμα Z2.5: Παραγοντικό Επίπεδο 1x2 για το Θερμοκήπιο 2. Εξαρτημένη Μεταβλητή η Ποιότητα

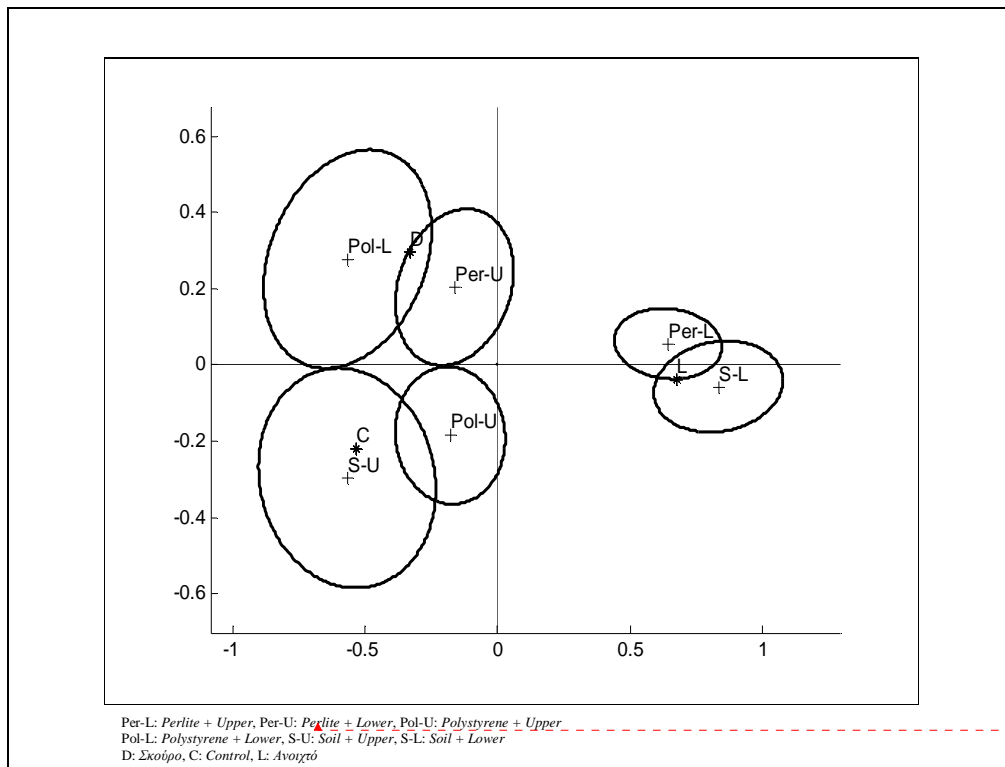


Διάγραμμα Z2.6: Συγκρίσεις Προφίλ Αγωγών στο Θερμοκήπιο 2. Εξαρτημένη Μεταβλητή η Ποιότητα

Μορφοποιήθηκε:
 Γραμματοσειρά: 6 pt

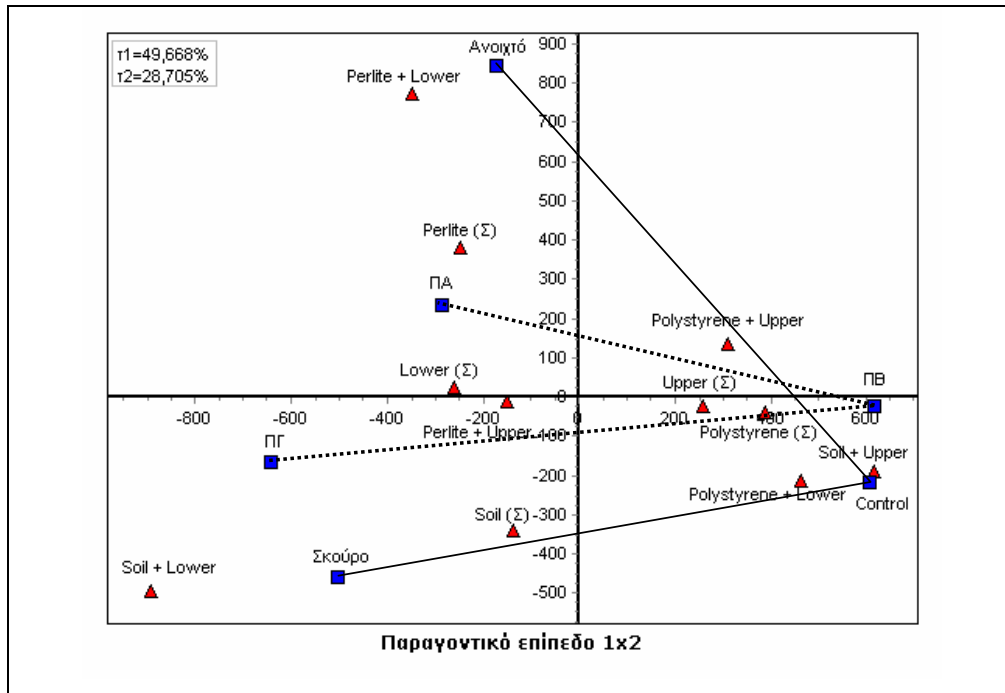


Διάγραμμα Z2.7: Παραγοντικό Επίπεδο 1x2 για το Θερμοκήπιο 2. Εξαρτημένη Μεταβλητή η Ένταση του Χρώματος

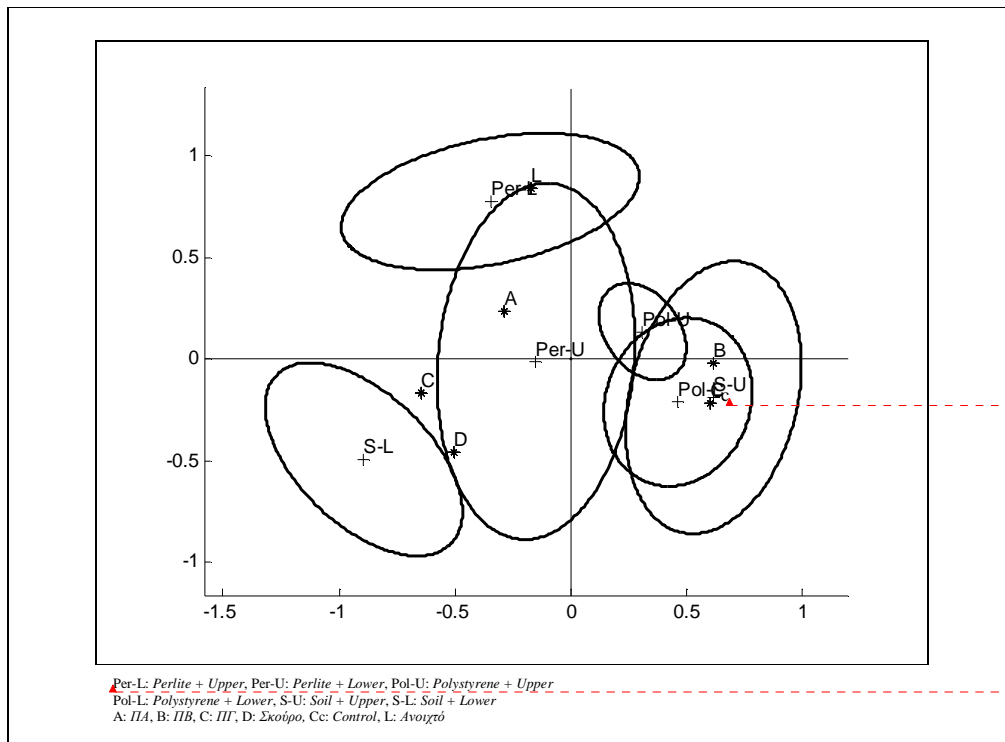


Διάγραμμα Z2.8: Συγκρίσεις Προφίλ Αγωγών στο Θερμοκήπιο 2. Εξαρτημένη Μεταβλητή η Ένταση του Χρώματος

Μορφοποιήθηκε:
Γραμματοσειρά: 6 pt



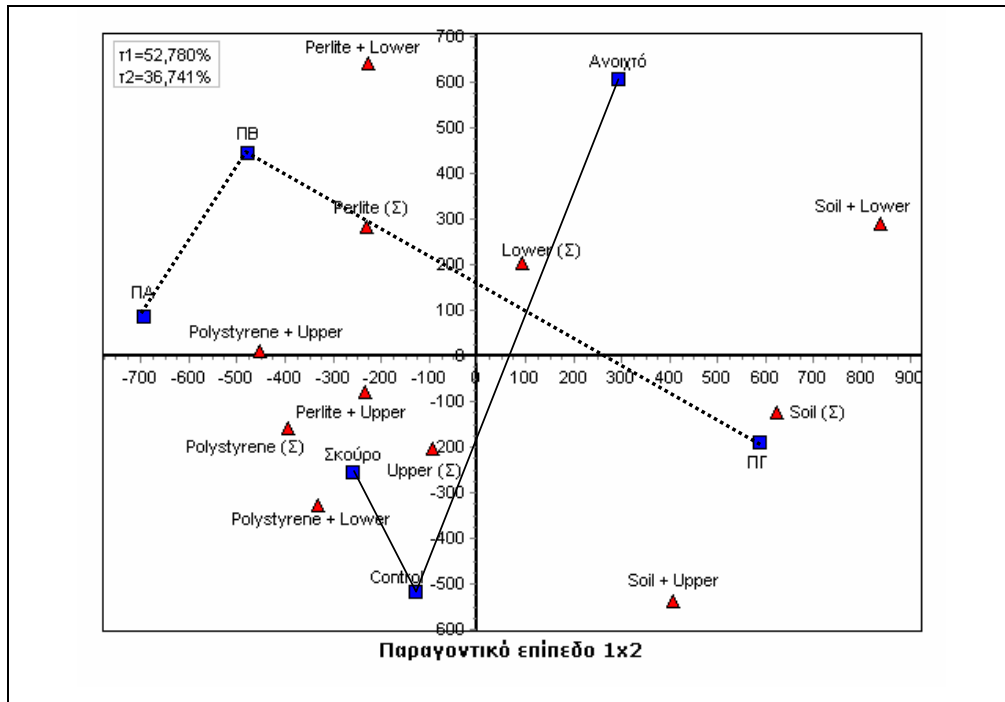
Διάγραμμα Z2.9: Παραγοντικό Επίπεδο 1x2 για το Θερμοκήπιο 1. Εξαρτημένες Μεταβλητές η Ποιότητα και η Ένταση του Χρώματος



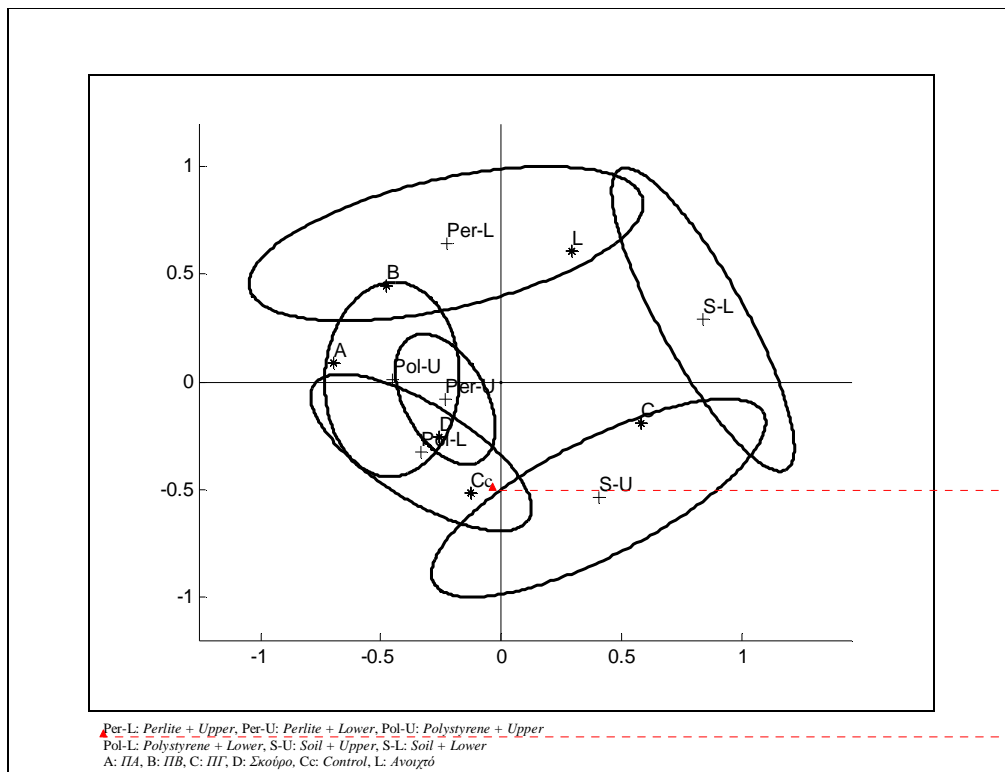
Μορφοποιήθηκε:
 Γραμματοσειρά: 8 pt, Αγγλικά
 (H.P.A.)

Μορφοποιήθηκε:
 Γραμματοσειρά: 6 pt, Αγγλικά
 (H.B.)

Διάγραμμα Z2.10: Συγκρίσεις Προφίλ Αγωγών στο Θερμοκήπιο 1. Εξαρτημένες Μεταβλητές η Ποιότητα και η Ένταση του Χρώματος



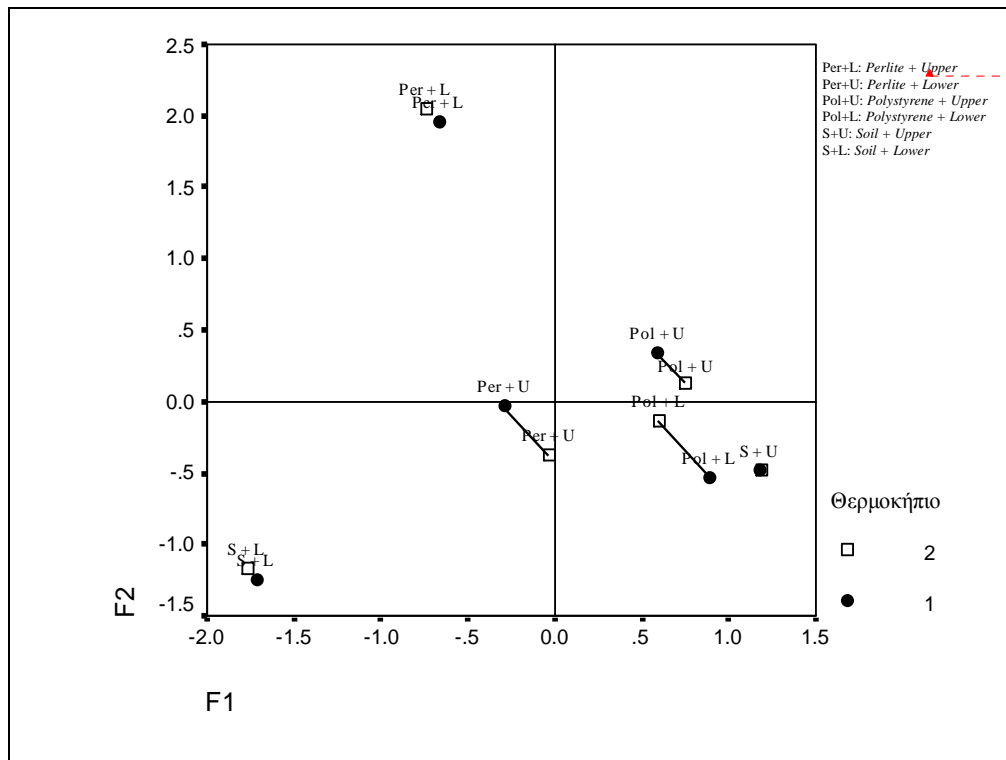
Διάγραμμα Z2.11: Παραγοντικό Επίπεδο 1x2 για το Θερμοκήπιο 2. Εξαρτημένες Μεταβλητές η Ποιότητα και η Ένταση του Χρώματος



Μορφοποιήθηκε:
Γραμματοσειρά: 8 pt, Αγγλικά (Η.Π.Α.)

Μορφοποιήθηκε:
Γραμματοσειρά: 6 pt, Αγγλικά (Η.Β.)

Διάγραμμα Z2.12: Συγκρίσεις Προφίλ Αγωγών στο Θερμοκήπιο 2. Εξαρτημένες Μεταβλητές η Ποιότητα και η Ένταση του Χρώματος



Μορφοποιήθηκε:
 Γραμματοσειρά: 8 pt

Διάγραμμα Z2.13: Προκρούστια Προβολή των Αγωγών του Θερμοκηπίου 2 στον Υποχώρο των Αγωγών του Θερμοκηπίου 1

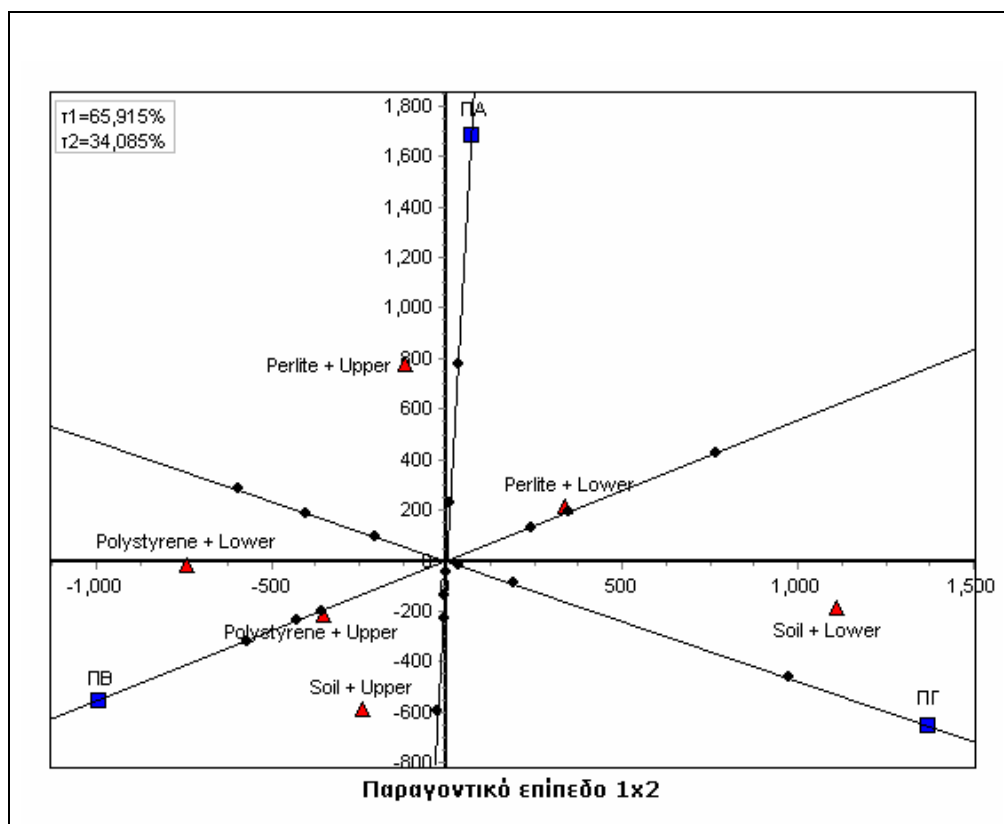
Παρατηρήσεις

Στην Ενότητα αυτή θίγουμε δύο ειδικά θέματα που σχετίζονται με την ερμηνεία των αποτελεσμάτων της ΠΑΑ.

Biplot Ερμηνεία των Αποτελεσμάτων της ΠΑΑ

Η ερμηνεία των αποτελεσμάτων της ΠΑΑ μπορεί να στηριχθεί και στην εξέταση των αντίστοιχων *biplot* διαγραμμάτων (βλέπε Ενότητες 2.2.13 και 2.2.14.2). Για παράδειγμα, στο Διάγραμμα Z2.14 απεικονίζεται το *biplot* παραγοντικό επίπεδο 1×2 που αντιστοιχεί στον απλό πίνακα συμπτώσεων, ο οποίος διασταυρώνει τις έξι αγωγές με την ποιότητα παραγωγής στο Θερμοκήπιο 1. Στον Πίνακα Z2.19 παρουσιάζονται: α) η διάταξη των αγωγών επί των *biplot* αξόνων και β) τα τετράγωνα των συνημίτονων των γωνιών που σχηματίζουν τα διανύσματα θέσης των αγωγών με τους αντίστοιχους *biplot* άξονες. Στην προσέγγιση αυτή, η ΠΑΑ εφαρμόστηκε με Κύρια Κανονικοποίηση κατά γραμμές (RPN), ώστε να αναδειχθούν όχι μόνο οι

δομικές σχέσεις μεταξύ της αλληλεπίδρασης των δύο ανεξάρτητων μεταβλητών - παραγόντων και της εξαρτημένης μεταβλητής αλλά και η διάταξη – κατάταξη των αγωγών ως προς κάθε κλάση της ποιότητας παραγωγής.



Διάγραμμα Z2.14: *Biplot* Παραγοντικό Επίπεδο. Σχέση Αγωγών και Ποιότητας στο Θερμοκήπιο 1

Πίνακας Z2.19: Διάταξη των Αγωγών και Συσχέτιση με τους *biplot* Άξονες

Διάταξη επί του <i>biplot</i> άξονα	Αγωγές					
	<i>Per + U</i>	<i>Per + L</i>	<i>Pol + L</i>	<i>S + L</i>	<i>Pol + U</i>	<i>S + U</i>
Απόσταση της προβολής του σημείου αγωγής από το σημείο ΠΑ <i>συν</i> ²	0,912	1,460	1,733	1,824	1,916	2,280
Διάταξη επί του <i>biplot</i> άξονα ΠΒ	<i>S + U</i>	<i>Pol + U</i>	<i>S + L</i>	<i>Pol + L</i>	<i>Per + L</i>	<i>Per + U</i>
Απόσταση της προβολής του σημείου αγωγής από το σημείο ΠΒ <i>συν</i> ²	0,969	1,035	1,071	1,113	1,270	1,667
Διάταξη επί του <i>biplot</i> άξονα ΠΓ	<i>S + U</i>	<i>Pol + U</i>	<i>S + L</i>	<i>Pol + L</i>	<i>Per + L</i>	<i>Per + U</i>
Απόσταση της προβολής του σημείου αγωγής από το σημείο ΠΓ <i>συν</i> ²	1,395	1,442	1,467	1,498	1,618	1,954
	0,003	0,299	0,924	0,8	0,281	0,314

Από τον Πίνακα Z2.19 και το Διάγραμμα Z2.14 διαπιστώνουμε τα παρακάτω:

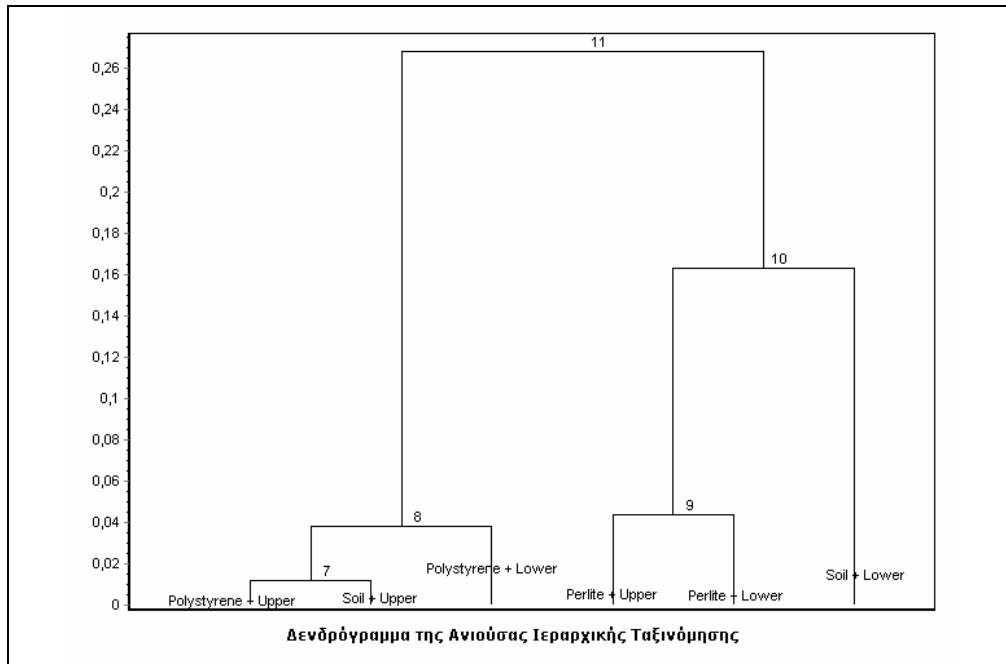
Οι αγωγές *Perlite + Upper* και *Soil + Upper* έχουν τη μεγαλύτερη σύνδεση με τον *biplot* άξονα, που αντιστοιχεί στην ποιότητα παραγωγής ΠΑ ($\text{συν}^2=0,963$ και $\text{συν}^2=0,886$ αντίστοιχα). Οι προβολές των δύο αγωγών πάνω στον άξονα απέχουν από το σημείο ΠΑ 0,912 και 2,280 μονάδες αντίστοιχα και αντιπαρατίθενται επί αυτού ως προς την αρχή του συστήματος συντεταγμένων. Η προβολή της αγωγής *Perlite + Upper* έχει τη μικρότερη απόσταση από το σημείο ΠΑ και κείται στην ίδια κατεύθυνση με αυτό. Αντίθετα, η προβολή της αγωγής έχει τη μεγαλύτερη απόσταση και βρίσκεται σε αντίθετη κατεύθυνση προς το διάνυσμα που ενώνει την αρχή των αξόνων με το σημείο ΠΑ. Συνεπώς, η αγωγή *Perlite + Upper* έδωσε τη μεγαλύτερη παραγωγή φυτών ποιότητας ΠΑ, ενώ η *Soil + Upper* τη μικρότερη. Οι υπόλοιπες αγωγές διατάσσονται ανάμεσα στις δύο ακραίες, με τις αγωγές *Polystyrene + Lower* και *Soil + Lower* να προβάλλονται αρκετά κοντά στην αρχή των αξόνων, γεγονός που δηλώνει ότι η παραγωγή τους σε ζερμπερες ποιότητας ΠΑ είναι κοντά στο μέσο όρο (26%). Με ανάλογο τρόπο ερμηνεύονται και οι άλλοι δύο *biplot* άξονες που αντιστοιχούν στις ποιότητες ΠΒ και ΠΓ.

Έλεγχος Ομοιογένειας των Ομάδων που Προκύπτουν από την Ιεραρχική Ταξινόμηση

Στην Ενότητα 6.5 αναφέρθηκε ότι οι ελλείψεις εμπιστοσύνης και η μέθοδος πολλαπλών συγκρίσεων του *Gabriel* μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον έλεγχο ομοιογένειας των ομάδων, οι οποίες προκύπτουν από την εφαρμογή μεθόδων Ταξινόμησης στις γραμμές (στήλες) του πίνακα συμπτώσεων που αναλύεται μέσω της ΠΑΑ. Για παράδειγμα, στο Διάγραμμα Z2.15 απεικονίζεται το δενδρόγραμμα της Ταξινόμησης σε Αύξουσα Ιεραρχία των έξι πειραματικών αγωγών ως προς την ποιότητα παραγωγής στο Θερμοκήπιο 1.

Από το δενδρόγραμμα διαπιστώνουμε ότι στον κόμβο 8 συνενώνονται οι αγωγές *Polystyrene + Upper*, *Soil + Upper* και *Polystyrene + Lower*. Τα προφίλ των τριών αγωγών δεν διαφοροποιούνται στατιστικά σημαντικά, σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,05$, σύμφωνα με τον έλεγχο του *Gabriel* (βλέπε Πίνακα Z2.5). Επομένως, η ομάδα των τριών αγωγών μπορεί να θεωρηθεί ομοιογενής. Στον κόμβο 9

συνενώνονται οι αγωγές *Perlite + Upper* και *Perlite + Lower*. Αν συγκρίνουμε τις δύο αγωγές μέσω των αντίστοιχων ελλείψεων εμπιστοσύνης διαπιστώνουμε ότι διαφέρουν στατιστικά σημαντικά ως προς την κατανομή της ποιότητας παραγωγής (βλέπε Διάγραμμα Z2.2). Συνεπώς, η αντίστοιχη ομάδα δεν μπορεί να θεωρηθεί ομοιογενής. Η αγωγή *Soil + Upper* διαφοροποιείται σημαντικά από όλες τις υπόλοιπες. Η διαφοροποίηση αναδεικνύεται όχι μόνο από το δενδρόγραμμα αλλά και από τις συγκρίσεις των αγωγών είτε με τη μέθοδο του *Gabriel* είτε με τη μέθοδο των ελλείψεων εμπιστοσύνης.



Διάγραμμα Z2.15: Δενδρόγραμμα Ιεραρχικής Ταξινόμησης των Αγωγών ως προς την Ποιότητα Παραγωγής στο Θερμοκήπιο 1