

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ  
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΚΑΙ ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
Δ.Π.Μ.Σ ΣΤΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ  
MBA EXECUTIVE  
Δ' ΕΞΑΜΗΝΟ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ:

ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΑΝΑΘΕΣΗΣ ΕΡΓΑΣΙΩΝ ΣΤΟΝ  
ΚΛΑΔΟ ΤΟΥ ΕΤΟΙΜΟΥ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΟΣ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ : ΓΕΩΡΓΙΟΥ ΑΝΔΡΕΑΣ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ΤΟΣΗΣ ΑΝΔΡΕΑΣ  
Α.Μ: ΜΣ 26/09

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ  
ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ 2011

## Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τον καθηγητή μου, κ. Ανδρέα Γεωργίου. Το συγκεκριμένο θέμα της διπλωματικής εργασίας, έχει κάποια κομμάτια τα οποία απαιτούν μεγάλη εξειδίκευση, όσον αφορά την ορθή προσέγγιση του προβλήματος, ώστε στην συνέχεια να γίνει η κατάστρωση του μοντέλου βελτιστοποίησης. Η καθοδήγηση του υπήρξε ιδιαίτερος χρήσιμη, στην κατανόηση και στην εμβάθυνση στις γνωστικές βάσεις, στις οποίες στηρίζεται το θέμα.

## Πίνακας περιεχομένων

Πρόλογος.....	4
1 Θεωρητικό υπόβαθρο του VRP προβλήματος.....	5
1.1 Παρουσίαση Μοντελοποίησης του VRPTW Προβλήματος.....	5
1.2 Αλγόριθμοι επίλυσης των προβλημάτων VRPTW .....	5
2 Παρουσίαση του προβλήματος .....	9
2.1 Τι είναι το έτοιμο σκυροδέμα; .....	9
2.2 Παραγωγή και διάθεση του ετοιμού σκυροδέματος .....	10
2.3 Ειδικά χαρακτηριστικά της μεταφοράς και διάθεσης ετοιμού σκυροδέματος.....	12
2.4 Βελτιστοποίηση χρήσης πόρων επιχειρήσεων παραγωγής ετοιμού σκυροδέματος .....	14
3 Μοντελοποίηση του προγραμματισμού της χρήσης των αντλιών σκυροδέματος.....	16
3.1 Κατάστρωση του προβλήματος της βελτιστοποίησης .....	16
3.2 Περιγραφή του προβλήματος της εκχώρησης εργασιών.....	17
3.3 Το μοντέλο εκχώρησης εξοπλισμού στα έργα .....	23
3.3.1 Η πρώτη προσέγγιση του μοντέλου. Ελαχιστοποίηση του κόστους.....	24
3.3.2 Η δεύτερη προσέγγιση του μοντέλου. Μεγιστοποίηση του βαθμού εξυπηρέτησης.....	26
3.3.3 Η τρίτη προσέγγιση του μοντέλου. Ελαχιστοποίηση της συνολικής καθυστέρησης εξυπηρέτησης των πελατών. ....	29
4 Παρουσίαση του προβλήματος .....	32
4.1 Εφαρμογή 1 .....	32
4.2 Εφαρμογή 2.....	36
4.3 Εφαρμογή 3.....	42
5 Συμπεράσματα - Παρατηρήσεις.....	48
6 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	51
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ: Παρουσίαση του δικτύου εκχώρησης έργων ανά αντλία.....	53

## Πρόλογος

Η ιδέα για το θέμα της παρούσης μελέτης, γεννήθηκε μέσα από την καθημερινή εργασία στις μονάδες ετοιμού σκυροδέματος. Η επαγγελματική σχέση στο περιβάλλον των συγκεκριμένων μονάδων κάποιο σημαντικό χρονικό διάστημα, ανέδειξε σημεία σχετικά με το κύκλωμα μεταφοράς και διάθεσης, τα οποία κυρίως λόγω της πολυπλοκότητας που εσωκλείουν, δεν έχουν αποτελέσει πεδίο εκτενούς μελέτης και ανάλυσης, ώστε να ακολουθηθούν τυποποιημένες διαδικασίες και να βελτιστοποιηθούν.

Στη συγκεκριμένη παραγωγική διαδικασία, παρά τον μεγάλο βαθμό εισχώρησης της αυτοματοποίησης τα τελευταία χρόνια, η εύρυθμη λειτουργία του μεγαλύτερου κομματιού σχετικά με την παραγωγή, τη μεταφορά και διάθεση των προϊόντων, βασίζεται ως επί τον πλείστον στην ανά περίπτωση, ορθή απόφαση του κατάλληλα εκπαιδευμένου προσωπικού.

Ο σκληρός ανταγωνισμός στον κλάδο του ετοιμού σκυροδέματος, δεν δίνει την δυνατότητα στις επιχειρήσεις να έχουν εργαζομένους οι οποίοι να εξειδικεύονται αποκλειστικά σε ένα κομμάτι της παραγωγής. Έτσι συχνό είναι το φαινόμενο να υπάρχει επικάλυψη των καθηκόντων των εργαζομένων του προσωπικού. Αυτό σε συνδυασμό την ύπαρξη πολλών αστάθμητων παραγόντων που υπάρχουν κατά τη διάρκεια της παραγωγικής διαδικασίας, είναι γενεσιουργός αιτία προβλημάτων.

Αποτέλεσμα των ανωτέρω, είναι η σπατάλη πολύτιμων πόρων των επιχειρήσεων, είτε αυτοί είναι χρηματικοί, είτε ανθρώπινοι, είτε διαθέσιμου εξοπλισμού. Έτσι τα περιοδικά αποτελέσματα των επιχειρήσεων είναι χαμηλά σε σχέση με αυτά που θα μπορούσαν να επιτευχθούν μέσω της καλύτερης οργάνωσης.

Η βελτιστοποίηση των κομματιών της μεταφοράς και διάθεσης των προϊόντων στο συγκεκριμένο παραγωγικό κλάδο, αποτελεί μια διέξοδο για τις επιχειρήσεις που δραστηριοποιούνται σε αυτόν, καθώς χωρίς την επιβάρυνση με σημαντικό κόστος, μπορούν να αυξήσουν σημαντικά την αποτελεσματικότητά τους, την παραγωγικότητά τους, ενώ ταυτόχρονα να καταφέρουν να μειώσουν τα συνολικά κόστη του τελικού προϊόντος, δημιουργώντας υψηλά οφέλη για αυτές. Παρακάτω ακολουθεί το θεωρητικό υπόβαθρο επάνω στο οποίο θα πρέπει να αναζητήσουν οι επιχειρήσεις αυτές, τον τρόπο για την βελτιστοποίηση των συγκεκριμένων τομέων τους.

## 1. Θεωρητικό υπόβαθρο του VRP προβλήματος.

Τα προβλήματα δρομολόγησης και προγραμματισμού, είναι σημαντικά κομμάτια πολλών συστημάτων εφοδιαστικής και ένα μεγάλο μέρος ερευνών έχει προσπαθήσει να βρει βελτιωμένες λύσεις σε αυτά τα σύνθετα προβλήματα βελτιστοποίησης. Ένα από τα μεγαλύτερα πεδία το οποίο εμπίπτει σε αυτή την κατηγορία και έχει αναλυθεί εκτενώς σε διεθνές επίπεδο, είναι και το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων το οποίο αναφέρεται στη διεθνή βιβλιογραφία ως Vehicle Routing Problem (VRP). Το συγκεκριμένο πρόβλημα πραγματεύεται την εύρεση του πλήθους των μοναδικών διαδρομών των οχημάτων διανομής διακριτών προϊόντων, τα οποία ξεκινούν και καταλήγουν σε ένα σταθερό σημείο (Depot), εξυπηρετώντας στην πορεία ένα πλήθος από πελάτες. Κάθε πελάτης έχει εκ των προτέρων κάνει γνωστή, την ακριβή ποσότητα των προϊόντων που επιθυμεί, ενώ κανένα από τα οχήματα δεν μπορεί να εξυπηρετήσει περισσότερους πελάτες από την μέγιστη χωρητικότητα την οποία έχει. Ο στόχος του προβλήματος είναι να ελαχιστοποιηθούν τα χιλιόμετρα τα οποία διανύουν τα οχήματα ή ο αριθμός των οχημάτων ή συνδυασμός των δυο αυτών στόχων.

Το πρόβλημα αυτό μπορεί να πάρει και την μορφή του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα ή Vehicle Routing Problem with Time Windows (VRPTW), το οποίο αποτελεί την γενίκευση του προβλήματος που αναφέρθηκε ανωτέρω. Μια λύση στο VRPTW, είναι ένα σύνολο από διαδρομές για ένα υποσύνολο των οχημάτων, έτσι ώστε όλοι οι πελάτες να εξυπηρετούνται ακριβώς μία φορά, κάνοντας σεβαστό, το χρονικό παράθυρο, καθώς και τους υπόλοιπους περιορισμούς. Σε αυτό το πρόβλημα είναι γνωστοί οι χρόνοι μετάβασης μεταξύ των πελατών, καθώς και τα κόστη της μετάβασης μεταξύ κάθε ζεύγους των πελατών ή του κάθε πελάτη ξεχωριστά με την κεντρική αποθήκη (Depot). Ο στόχος είναι η εύρεση μιας λύσης, η οποία μπορεί να εξυπηρετήσει κάθε πελάτη, στοχεύοντας στην ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους μετάβασης των οχημάτων [2].

### 1.1 Παρουσίαση Μοντελοποίησης του VRPTW Προβλήματος

Το πρόβλημα της δρομολόγησης με χρονικά παράθυρα, μπορεί να διατυπωθεί με την μορφή ενός γραφήματος  $G(V,A)$ , έχοντας ένα σύνολο κόμβων  $V$  και ένα σύνολο τόξων  $A$  [2]. Οι πελάτες, οι οποίοι στο σύνολό τους παρουσιάζονται ως  $C$ , δείχνονται από τους αριθμούς των κόμβων 1 έως  $n$ , ενώ η Αποθήκη (Depot), παρουσιάζεται με δυο ξεχωριστούς κόμβους, τον 0 και τον  $n+1$ . Τα τόξα  $A$  αντιπροσωπεύουν το δυναμικό τμήμα των διαδρομών μεταξύ των πελατών και την αποθήκη. Κάθε τόξο  $ij \in A$  έχει είναι συναφές του κόστος

ταξιδιού καθώς και του χρόνου ταξιδιού  $t_{ij}$ . Ο κόμβος 0 συμπεριλαμβάνεται μόνο στα εξερχόμενα τόξα, ενώ ο κόμβος  $n + 1$  συμπεριλαμβάνεται μόνο στα εισερχόμενα τόξα. Η διαδρομή που αντιστοιχεί σε κάθε όχημα είναι ένα μονοπάτι δεδομένης κατεύθυνσης στο διάγραμμα  $G$  που έχει ως έναρξη τον κόμβο 0 και ως κόμβο λήξης τον κόμβο  $n + 1$ , εξυπηρετώντας ένα συγκεκριμένο υποσύνολο των πελατών, το οποίο επισκέπτεται κατά μήκος της διαδρομής. Κάθε όχημα έχει ικανότητα φόρτωσης  $q$  και υπάρχει μια προκαθορισμένη ζήτηση κάθε πελάτη  $d_i \in C$ . Το άθροισμα των ποσοτήτων προϊόντος των πελατών που εξυπηρετούνται από ένα συγκεκριμένη γραμμή δεν μπορεί να υπερβαίνει την συνολική χωρητικότητα  $q$  του συγκεκριμένου οχήματος, το οποίο καλείται να εξυπηρετήσει την συγκεκριμένη γραμμή. Η εξυπηρέτηση του κάθε πελάτη  $i$  πρέπει να αρχίσει εντός του χρονικού παραθύρου  $[a_i, b_i]$ , όπου η  $a_i$  είναι το ενωρίτερο χρονικό σημείο, ενώ  $b_i$  το αργότερο χρονικό σημείο, κατά το οποίο, η εξυπηρέτηση μπορεί να ξεκινήσει. Ένα όχημα επιτρέπεται να φτάσει στο σημείο εξυπηρέτησης του  $i$  πελάτη πριν από τον χρόνο  $a$  του χρονικού παράθυρου, αλλά τότε πρέπει να περιμένει μέχρις ότου φτάσει ο χρόνος υπηρεσίας  $a_i$ . Χρονικό παράθυρο υπάρχει και για την Αποθήκη (DEPOT) το οποίο ορίζει ότι, όλα τα οχήματα πρέπει να εγκαταλείψουν τον κόμβο αυτό κατά το χρονικό διάστημα  $[a_0, b_0]$ , ενώ πρέπει να επιστρέψουν εντός του χρονικού παράθυρο  $[a_{n+1}, b_{n+1}]$ . Δοθέντος ενός στόλου οχημάτων  $T$ , ο αντικειμενικός στόχος, είναι η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους ταξιδιού ενός συνόλου από  $T$  διαδρομές που ικανοποιούν τις απαιτήσεις της εξυπηρέτησης του κάθε πελάτη, ο οποίος ανήκει στο  $C$ . Δεδομένου ότι το μοντέλο, δεν θέτει όρια στα δρομολόγια με βάση το συνολικό χρόνο, μπορούμε να υποθέσουμε χωρίς απώλειες της γενικότητας ότι  $a_0=b_0=a_{n+1}=b_{n+1}=0$  [2]. Επίσης υποθέτουμε ότι όλα τα δεδομένα, δηλαδή,  $q$ ,  $d_i$ ,  $c_{ij}$ ,  $t_{ij}$ ,  $a_i$  και  $b_i$ , είναι θετικοί ακέραιοι αριθμοί. Για τεχνικούς επίσης λόγους, όλα τα  $t_{ij}$  πρέπει να έχουν θετική τιμή [8].

Η τριγωνική ανισότητα, δηλαδή  $c_{ij} \leq c_{ih} + c_{hj}$  και  $t_{ij} \leq t_{ih} + t_{hj}$ , για κάθε  $h, i, j \in N$ , δεν απαιτείται να ικανοποιείται. Υπάρχει επίσης η δυνατότητα, να προστεθούν βαθμίδες σε όλα τα κόστη  $c_{ij}$  που είναι συναφή των τόξων, χωρίς να αλλάξει η βέλτιστη λύση, έτσι ώστε κάθε περίπτωση VRPTW μπορεί να μετατραπεί σε ένα παράδειγμα που πληροί την τριγωνική ανισότητα του κόστους. Αυτό δεν ισχύει για την τριγωνική ανισότητα του χρόνου, αλλά φαίνεται πως οι περισσότερες εφαρμογές θα ικανοποιήσουν αυτή την ιδιότητα. Αυτό ισχύει ιδιαίτερα εάν ο χρόνος  $t_{ij}$ , περιλαμβάνει ένα σημαντικό χρόνο εξυπηρέτησης στο  $i$  [8].

Το μοντέλο περιλαμβάνει δύο τύπους μεταβλητών απόφασης. Η μεταβλητή απόφασης  $x_{ijk}$  (ορίζεται για κάθε  $i, j \in N, k \in V, i \neq j, i \neq n+1$  και  $j \neq 0$ ) ισούται με 1 εάν το όχημα  $k, k \in V$ , εξυπηρετεί τον πελάτη  $i$ , μετά από τον πελάτη  $j$ , ενώ ισούται με 0 σε άλλη περίπτωση. Η

μεταβλητή απόφασης  $s_{ik}$  (η οποία ορίζεται για κάθε  $i \in N$  και για κάθε  $k \in V$ ) δηλώνει τον χρόνο που το όχημα  $k$ ,  $k \in V$ , ξεκινάει την εξυπηρέτηση στον πελάτη  $i$ ,  $i \in C$ . Αν το όχημα  $k$  δεν εξυπηρετεί τον πελάτη  $i$ , το  $s_{ik}$ , δεν σημαίνει τίποτα. Μπορούμε επίσης να υποθέσουμε ότι  $s_{0k} = 0$ , για κάθε  $k$ , ενώ το  $s_{n+1,k}$ , δηλώνει την ώρα άφιξης του  $k$  οχήματος στην αποθήκη (DEPOT). Ο στόχος είναι να σχεδιαστεί ένα σύνολο διαδρομών ελάχιστου κόστους, μία για κάθε όχημα, έτσι ώστε όλοι οι πελάτες να εξυπηρετούνται. Τα δρομολόγια πρέπει να είναι εφικτά σε σχέση με την ικανότητα μεταφοράς των προϊόντων των οχημάτων, καθώς και τα παράθυρα του χρόνου των πελατών εξυπηρετούνται [8].

Η VRPTW μπορεί να δηλωθεί μαθηματικά ως [8]:

$$\text{Minimize } z = \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in V} c_{ij} * X_{ijk}, \text{ s.t}$$

$$\sum_{j \in N} \sum_{k \in V} X_{ijk} = 1, \forall i \in C \quad (1)$$

$$\sum_{i \in C} d_i \sum_{j \in N} X_{ijk} \leq 1, \forall k \in V \quad (2)$$

$$\sum_{j \in N} X_{0jk} = 1, \forall k \in V \quad (3)$$

$$\sum_{i \in N} X_{ihk} - \sum_{j \in N} X_{hjk} = 0, \forall h \in C, \forall k \in V \quad (4)$$

$$\sum_{i \in N} X_{i,n+1,k} = 1, \forall k \in V \quad (5)$$

$$S_{ik} + t_{ij} - K * (1 - X_{ijk}) \leq S_{jk} \quad (6)$$

$$a_i \leq S_{ik} \leq b_i, \forall i \in N, \forall k \in V \quad (7)$$

$$X_{ijk} \in \{0, 1\}, \forall i \in N, \forall j \in N, \forall k \in V \quad (8)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση, δηλώνει ότι το κόστος λειτουργίας θα πρέπει να ελαχιστοποιηθεί. Για τη συγκριτική αξιολόγηση των προβλημάτων που χρησιμοποιείται, το κόστος εκφράζει την απόσταση που διανύθηκε, αλλά και άλλοι στόχοι είναι εύκολο να προσομοιωθούν. Η ομάδα περιορισμών (1) ορίζει ότι κάθε πελάτης πρέπει να ανατεθεί σε ακριβώς ένα όχημα. Η συγκεκριμένη ομάδα περιορισμών θα υποδηλώνεται ως οι περιορισμοί ανάθεσης. Οι περιορισμοί της ομάδας (2) ορίζουν ότι κανένα όχημα δεν εξυπηρετεί περισσότερους πελάτες από αυτήν που επιτρέπει η ικανότητά του. Οι ομάδες περιορισμών (3), (4), και (5) είναι οι περιορισμοί ροής απαιτώντας ότι κάθε όχημα  $k$ , αναχωρεί από τον κόμβο 0 μια φορά, αναχωρεί από τον κόμβο  $i$ ,  $i \in C$  αν και μόνο αν εισχωρήσει σε αυτόν, καθώς και ότι το όχημα επανέρχεται προς τον κόμβο  $n + 1$ . Σημειώστε ότι η ομάδα

περιορισμών (5) είναι περιττή, αλλά διατηρείται στο μοντέλο για να τονίσει την δικτυακή δομή του μοντέλου. Δεδομένου ότι το τόξο  $(0, n + 1)$  περιλαμβάνεται στο δίκτυο, η διαδρομή χωρίς να εξυπηρετηθεί κάποιος πελάτης, είναι επιτρεπτή. Το σύνολο των περιορισμών (6), υποδηλώνει ότι το όχημα  $k$  δεν μπορεί να προσεγγίσει τον κόμβο  $j$  πριν τον χρονικό σημείο  $S_{ik} + t_{ij}$ , εάν του έχει εκχωρηθεί η διαδρομή από το  $i$  στο  $j$ . Ο βαθμωτός αριθμός  $K$  μπορεί να είναι οποιοσδήποτε μεγάλος αριθμός. Το σύνολο των περιορισμών (7), εξασφαλίζουν ότι τηρούνται όλα τα χρονικά παράθυρα, ενώ (8) είναι οι περιορισμοί που διασφαλίζουν την δυαδικότητα των μεταβλητών απόφασης. Οι Desrosiers et al. (1995) [6] εισάγουν την μη γραμμική διαμόρφωση  $X_{ijk} (S_{jk} - S_{ik} - t_{ij}) \leq 0$ , του περιορισμού (6). Στο μοντέλο τους το σύνολο περιορισμών (8) δεν είναι αναγκαίο, διότι θα υπάρχει πάντα μια βέλτιστη λύση στις χαλαρές μεταβλητές του προβλήματος, η οποία είναι ακέραιος αριθμός, αλλά επειδή η εφικτή περιοχή είναι μη κυρτή, η διατύπωση αυτή δεν είναι χρήσιμη για την χρήση της σε πρακτικούς υπολογισμούς.

Το μοντέλο επιτρέπει ένα συγκεκριμένο αριθμό οχημάτων ή ένα ανώτατο όριο στον αριθμό των οχημάτων δίνεται από το  $V$ . Εάν αυτή η ανώτερη αυτή τιμή είναι αρκετά υψηλή, αυτό σημαίνει ότι ο αριθμός των οχημάτων είναι ελεύθερη μεταβλητή. Ένα κατώτατο όριο σχετικά με τον επιτρεπόμενο αριθμό των οχημάτων είναι επίσης εύκολα να προστεθεί στο μοντέλο. Ένας ελεύθερος αριθμός των οχημάτων που διαμορφώνεται από τη  $c_{0,n+1} = 0$ . Εάν ο αριθμός των οχημάτων είναι προκαθορισμένος σε  $V$ , μπορεί να οριστεί  $c_{0,n+1}$  ή  $t_{0,n+1}$ , σε μια μεγάλη τιμή, διασφαλίζοντας ότι το τόξο αυτό δεν πρόκειται να χρησιμοποιηθεί από το μοντέλο σε οποιοδήποτε βέλτιστη λύση [8]. Μια άλλη επιλογή της μοντελοποίησης, είναι να επιτραπεί η χρήση ελεύθερου αριθμού οχημάτων, αλλά να τεθεί ένα κόστος  $c_u$ , σε κάθε όχημα που χρησιμοποιείται. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί, θέτοντας  $c_{0,n+1} = -c_u$ . Αν  $c_u$  είναι αρκετά μεγάλος, το μοντέλο θα έχει ως κύριο σκοπό την ελαχιστοποίηση του αριθμού των οχημάτων και δευτερευόντως την ελαχιστοποίηση του κόστους των διαδρομών.

Το πρόβλημα δρομολόγησης των οχημάτων, μπορεί να θεωρηθεί και ως μια γενίκευση του προβλήματος του περιπλανώμενου πωλητή [3], το οποίο στην πιο απλή του μορφή αναζητεί τον καθορισμό της συντομότερης διαδρομής η οποία περνά από  $n$  δεδομένα σημεία. Υποθέτοντας ότι κάθε ζεύγος σημείων ενώνονται με ένα σύνδεσμο, ο συνολικός αριθμός των διαφορετικών διαδρομών διαμέσου των  $n$  σημείων είναι  $\frac{1}{2} n !$ . Γίνεται κατανοητό ότι ακόμα και για μικρές τιμές του  $n$ , ο συνολικός αριθμός των διαδρομών είναι υπερβολικά μεγάλος. Για παράδειγμα για  $n = 15$ , υπάρχουν 653.837.814.000 διαφορετικές διαδρομές [3]. Επίσης



άλλα προβλήματα που εμπεριέχονται στο VRPTW είναι το VRP πρόβλημα, καθώς και το Bin Packing Problem [8].

## 1.2 Αλγόριθμοι επίλυσης των προβλημάτων VRPTW

Δεδομένου ότι το VRP είναι πρόβλημα NP-hard [5, 10, 16], η πλειοψηφία των μεθόδων επίλυσης ήταν εμπειρικές (heuristics) [7, 11, 12, 13, 19]. Οι ακριβείς μέθοδοι επίλυσης δεν είχαν εφαρμοστεί, παρά μόνο κατά τη δεκαετία του '80. Το σύνολο σχεδόν των εν λόγω μεθόδων επίλυσης θεωρούν το VRP στην έκδοση ενοποιημένων κριτηρίων της, ενώ τα περισσότερα από τα προβλήματα βιομηχανικών εφαρμογών, απαιτούν την ταυτόχρονη βελτιστοποίηση πολλαπλών κριτηρίων, συχνά αντιφατικές μεταξύ τους [18]. Ο Solomon [20] και ο Savelsbergh [15] δείχνει ότι το πρόβλημα με τα χρονικά παράθυρα είναι ουσιαστικά πιο δύσκολο από το απλό VRP ακόμη και για ένα σταθερό στόλο οχημάτων. Ο Savelsbergh [15] έδειξε ότι η εξεύρεση εφικτής λύση για ένα VRPTW χρησιμοποιώντας ένα σταθερό μέγεθος του στόλου είναι NP-hard. Λόγω των εγγενών δυσκολιών του προβλήματος, οι μέθοδοι επίλυσης που βασίζονται σε ευρετικούς αλγόριθμους, είναι πιο ελπιδοφόροι για την επίλυση πρακτικά προβλημάτων μεγέθους [1, 4, 9, 14, 15, 17]. Οι ευρετικές μέθοδοι συχνά παράγουν βέλτιστη ή σχεδόν βέλτιστες λύσεις για τα μεγάλα προβλήματα σε ένα εύλογο χρονικό διάστημα με την βοήθεια των υπολογιστικών συστημάτων.

## 2. Παρουσίαση του προβλήματος

### 2.1 Τι είναι το έτοιμο σκυρόδεμα;

Το έτοιμο σκυρόδεμα είναι δομικό υλικό που παράγεται με την ανάμειξη αδρανών υλικών, τσιμέντου, νερού και πρόσθετων (για βελτίωση των ιδιοτήτων του κατά τη παραγωγή και χύτευση αλλά και όταν σκληρυνθεί). Με τη σημερινή του μορφή χρησιμοποιήθηκε πρώτη φορά στις αρχές του 20ου αιώνα, ενώ μετά το 1950 η χρήση του γενικεύτηκε, καθιστώντας το σήμερα το κυριότερο, παγκοσμίως, υλικό κατασκευών μαζί με το χάλυβα, ως οπλισμένο σκυρόδεμα.

Το σκυρόδεμα είναι μίγμα «πάστας» και αδρανών υλικών. Η πάστα αποτελείται από τσιμέντο και νερό και καλύπτει την επιφάνεια των λεπτόκοκκων και χονδρόκοκκων αδρανών. Μια χημική αντίδραση η «ενυδάτωση» προκαλεί τη στερεοποίηση της πάστας που αποκτά έτσι υψηλές αντοχές, δημιουργώντας μια συμπαγή μάζα - το σκυρόδεμα. Αυτή η διαδικασία αποτελεί και το μεγάλο πλεονέκτημα του σκυροδέματος: είναι εύπλαστο όταν αναμιγνύεται

και ανθεκτικό όταν σκληραίνει. Αυτό το χαρακτηριστικό εξηγεί γιατί ένα απλό υλικό μπορεί να είναι ιδανικό για το κτίσιμο τόσο διαφορετικών κατασκευών (κτιρίων, γεφυρών κτλ).

Θεωρείται το οικονομικότερο και ασφαλέστερο οικοδομικό υλικό, με εξαιρετική σχέση κόστους - παρεχόμενων ιδιοτήτων και για το λόγο αυτό είναι αναντικατάστατο. Είναι εύπλαστο υλικό, αφού μπορεί, όταν είναι νωπό, να λάβει οποιαδήποτε μορφή, χαρακτηρίζεται δε από ιδιαίτερες ιδιότητες που προσφέρουν ανθεκτικότητα και προστασία από διάφορα επιθετικά περιβάλλοντα έκθεσης. Χάρη στη μεγάλη ευελιξία του είναι το πιο εύχρηστο δομικό υλικό, αλλά ταυτόχρονα με τη μικρότερη διάρκεια ζωής καθώς πρέπει να χρησιμοποιηθεί το αργότερο εντός μίας ώρας και τριάντα λεπτών από τη παραγωγή του.

Οι διαφορετικές ιδιότητες των πρώτων υλών που αναμιγνύονται στη παραγωγή του σκυροδέματος (μάζα, όγκος, φυσικοχημικά χαρακτηριστικά) ανάγουν την παραγωγή σκυροδέματος σε μια εξαιρετικά πολύπλοκη και σύνθετη διαδικασία. Οι αυστηρές διατάξεις του Κανονισμού Τεχνολογίας Σκυροδέματος του 1997 (Κ.Τ.Σ. 97) προβλέπουν τις ελάχιστες δοσολογίες των πρώτων υλών ανάλογα με τις ιδιαιτερότητες της προβλεπόμενης εφαρμογής του σκυροδέματος, όπως η εργασιμότητα, η αντοχή, η πλαστικότητα, το περιβάλλον στο οποίο εκτίθεται, η απόδοση και διάρκεια ζωής της κατασκευής. Εξαιτίας της έντονης σεισμικής δραστηριότητας που σημειώνεται στη χώρα μας, τόσο η διαδικασία παραγωγής όσο και η τελική ενσωμάτωση του σκυροδέματος στις κατασκευές διέπονται από τον εξαιρετικά απαιτητικό Κανονισμό Τεχνολογίας Σκυροδέματος (Κ.Τ.Σ. 97), ο οποίος ισχύει σήμερα καλύπτοντας τις απαιτήσεις για σύγχρονες ασφαλείς και αντισεισμικές κατασκευές.

## **2.2 Παραγωγή και διάθεση του ετοιμού σκυροδέματος**

Όπως προαναφέρθηκε, το έτοιμο σκυρόδεμα είναι το προϊόν με τη μικρότερη διάρκεια ζωής (πρέπει να διαστρωθεί εντός 1 ώρας και 30 λεπτών από την παραγωγή του), η βιομηχανία του έτοιμου σκυροδέματος *απαρτίζεται* από πολλές μικρές παραγωγικές μονάδες, εγκατεστημένες στα περίχωρα των αστικών κέντρων ώστε η πρόσβαση στα οικοδομικά έργα να είναι εύκολη και γρήγορη.

Ένας λόγος ο οποίος συμβάλει στην συγκεκριμένη δομή των επιχειρήσεων που δραστηριοποιούνται στον κλάδο είναι και το κόστος μεταφοράς του τελικού προϊόντος. Το μέγεθος με το οποίο παραδοσιακά γίνεται η αγοραπωλησία του ετοιμού σκυροδέματος, είναι το κυβικό μέτρο, ενώ κάθε ποσότητα του αυτού όγκου, έχει ειδικό βάρος περίπου 2350 κιλών. Η μέγιστη ποσότητα η οποία μπορεί να μεταφερθεί από έναν αναμικτήρα ετοιμού σκυροδέματος (μπετονιέρα), είναι τα 8 κυβικά, ενώ σπανιότερα συναντούνται μεγαλύτερες, καθώς ο Κώδικας Οδικής Κυκλοφορίας καθιστά *απαγορευτική* τη χρήση τους βάσει του

μεικτού βάρους το οποίο μπορεί να μεταφερθεί, από τα φορτηγά οχήματα. Το κόστος μεταφοράς ανά κυβικό, αυξάνει υπερβολικά στην περίπτωση που πρέπει να διανυθεί εξαιρετικά μεγάλη απόσταση μέχρι το σημείο της τελικής διάθεσης.

Οι επιχειρήσεις που δραστηριοποιούνται στον συγκεκριμένο κλάδο, είθισται να έχουν στην κατοχή τους αναμικτήρες ετοιμού σκυροδέματος, με τους οποίους αναλαμβάνουν να μεταφέρουν το έτοιμο σκυρόδεμα στα σημεία τελικής διάθεσης, δηλαδή στα εργοτάξια των πελατών τους (τεχνικές εταιρίες, εργολάβοι και σπανιότερα ιδιώτες). Η συγκεκριμένη απαίτηση γεννάται από το γεγονός ότι οι μπετονιέρες μπορούν να χρησιμοποιηθούν αποκλειστικά για την μεταφορά σκυροδέματος, ενώ το κόστος αγοράς και διατήρησης τους είναι υψηλό. Έτσι, είναι πρακτικά δύσκολο για τις τεχνικές εταιρίες μικρού μεγέθους, ενώ παράλληλα ελάχιστες τεχνικές εταιρίες μεσαίου μεγέθους έχουν στην κατοχή τους τέτοιο εξοπλισμό.

Εκτός όμως από την μεταφορά του σκυροδέματος, η ίδια απαίτηση υπάρχει και όσον αφορά την τελική διάθεση αυτού στο ακριβές σημείο που απαιτεί το εκάστοτε τεχνικό έργο. Η συχνή χρήση υψηλών ξηλοτύπων για το καλούπωμα των πολυώροφων κτιρίων, η ύπαρξη σκαμμάτων μεγάλου βάθους καθώς και το πάσης φύσης φυσικό εμπόδιο, κάνει αδύνατη τη ρήψη του σκυροδέματος στο τελικό σημείο, από τον αναμικτήρα μεταφοράς του. Το συγκεκριμένο πρόβλημα μπορεί να λυθεί με την χρήση των αντλιών ετοιμού σκυροδέματος. Οι αντλίες ετοιμού σκυροδέματος έχουν ποικιλομορφία, όσον αφορά τη δυναμικότητα της άντλησης ετοιμού σκυροδέματος (αντλήσιμα κυβικά/ώρα). Το κύριο όμως χαρακτηριστικό που τις διαχωρίζει, είναι το μήκος του ιστού (μπούμα αντλίας), το οποίο ταυτίζεται με την μέγιστη απόσταση (σε μέτρα) που μπορεί να προσεγγίσει αυτή, ώστε να κάνει ρήψη ετοιμού σκυροδέματος. Οι κύριες κατηγορίες από τα ύψη των ιστών είναι οι 24μ, 28 μ, 32 μ, 36μ, 42μ, 44μ και 52μ. Υπάρχουν και μεγαλύτερου μήκους ιστού αντλίες σκυροδέματος, 64μ και 72μ, οι οποίες επειδή είναι υπερβολικά ακριβές, ελάχιστες οι επιχειρήσεις ανά τον κόσμο που τις έχουν στην ιδιοκτησία τους, ενώ καμία δεν δραστηριοποιείται στην Ελληνική επικράτεια.

Οι αντλίες σκυροδέματος είναι τόσο ακριβές, που χωρίς δόση υπερβολής, θα μπορούσαμε να ισχυριστούμε ότι η αγοραία τιμή μιας καινούργιας αντλίας, είναι περίπου ίδια με το κόστος ανέγερσης μιας νεόδμητης μονάδας παραγωγής. Είναι δηλαδή φανερό, ότι το συγκεκριμένο εξοπλισμό τον έχουν στην κατοχή τους μονάχα πολύ μεγάλες κατασκευαστικές εταιρίες, οι οποίες αναλαμβάνουν έργα υποδομής εθνικής εμβελείας. Έτσι γίνεται κατανοητό, ότι το σύνολο των πελατών καταφεύγουν στην λύση της χρήσης των αντλιών σκυροδέματος της επιχείρησης.

Αξίζει να σημειωθεί στο σημείο αυτό, ότι οι συγκεκριμένες υπηρεσίες μεταφοράς και διάθεσης του σκυροδέματος, είναι νευραλγικής σημασίας για τους πελάτες των επιχειρήσεων, καθώς χωρίς αυτές θα ήταν εξαιρετικά δαπανηρό και δύσκολο να εξυπηρετηθούν.

Έτσι από όλα τα παραπάνω, διαφαίνεται ότι το κομμάτι της σωστής και αποδοτικής διαχείρισης των συγκεκριμένων πόρων, εναπόκειται αποκλειστικά στις επιχειρήσεις που δραστηριοποιούνται στον κλάδο.

### **2.3 Ειδικά χαρακτηριστικά της μεταφοράς και διάθεσης ετοιμού σκυροδέματος**

Εδώ και πολλά χρόνια, σε μια προσπάθεια αύξησης της παραγωγικότητας, το προσωπικό το οποίο χρησιμοποιούσε το συγκεκριμένο εξοπλισμό, κατά βάσει άλλαξε εργασιακή σχέση με τις επιχειρήσεις. Στις ιδιόκτητες αντλίες σκυροδέματος των επιχειρήσεων, οι χειριστές αυτών από εργαζόμενοι έγιναν όλοι εργολάβοι, οι οποίοι συνάπτουν συμβάσεις συνεργασίας με τις επιχειρήσεις. Συχνές είναι και οι περιπτώσεις της σύναψης σύμβασης των επιχειρήσεων με αντλίες σκυροδέματος ΔΧ, οι οποίες είναι υποχρεωμένες κατά προτεραιότητα να εξυπηρετήσουν τους πελάτες των πρώτων. Αντίστοιχα στις μετοnieres, χρησιμοποιούνται οδηγοί ιδιοκτήτες ΔΧ οχημάτων, επάνω στα οποία τοποθετούνται οι βαρέλες που είναι ιδιοκτησίας των επιχειρήσεων. Στις ανωτέρω περιπτώσεις, οι χειριστές και οι οδηγοί, έχουν συμβάσεις ορισμένου χρόνου με τις επιχειρήσεις, οι δε αμοιβές τους, είναι συναρτήσεως του προσφερόμενου τους έργου. Στις αντλίες σκυροδέματος η αμοιβή του εργολάβου είναι ανά αντληθέν κυβικό σκυροδέματος, με κάποια πάγια ελάχιστη χρέωση, ενώ η αμοιβή των οδηγών των αναμικτήρων, γίνεται με το δρομολόγιο, συναρτήσεως της χιλιομετρικής απόστασης της μονάδας από το έργο.

Ο προγραμματισμός των βαρελών ρυθμίζεται αποκλειστικά από τη μονάδα η οποία αναλαμβάνει να εξυπηρετήσει ένα έργο. Ο αριθμός των κωλυόμενων βαρελιών σε ένα συγκεκριμένο έργο πρέπει να είναι τέτοιος, ώστε να επιτυγχάνεται ένας σωστός ρυθμός τροφοδοσίας του και να μην μένει αχρησιμοποίητη η δυναμικότητα την οποία μπορεί να εξυπηρετήσει η αντλία, προσέχοντας όμως να μην είναι υπερβολικός, ώστε να αδυνατεί η μονάδα να εξυπηρετήσει κάποιο άλλο έργο που βρίσκεται σε εξέλιξη. Έτσι, μέριμνα των μονάδων είναι ανά πάσα στιγμή, να έχουν κάποια αυτοκίνητα του στόλου μεταφοράς διαθέσιμα, ώστε να εξυπηρετήσουν κάποιες έκτακτες ανάγκες. Στην περίπτωση που λόγω φόρτου εργασίας αυτό δεν είναι εφικτό να επιτευχθεί, η προσπάθεια επικεντρώνεται στο να παραμείνει η μονάδα χωρίς κάποιο διαθέσιμο όχημα, τον ελάχιστο δυνατό χρόνο. Δεύτερο σκέλος του προγραμματισμού, είναι η επιλογή της ιδανικής μονάδας για την εξυπηρέτηση κάποιου συγκεκριμένου έργου. Έτσι επιλέγεται η πιο κοντινή μονάδα, η οποία όμως να είναι

σε θέση να εξυπηρετήσει την δυναμικότητα την οποία απαιτεί το συγκεκριμένο έργο. Ο λόγος φυσικά είναι προφανής, ώστε να πληρώνεται στους οδηγούς των ΔΧ οχημάτων το ελάχιστο δυνατό κόμιστρο.

Σε παρόμοια τροχιά, κινείται και ο προγραμματισμός των αντλιών σκυροδέματος. Το πρόγραμμα της μονάδας κάνει την τοποθέτηση τους στα διάφορα έργα. Η τοποθέτηση, πρέπει να καλύπτει τις ελάχιστες απαιτήσεις, οι οποίες σχετίζονται κατά βάση με το μήκος του ιστού του μηχανήματος έργου, το ρυθμό τροφοδοσίας τον οποίο πρέπει να υποστηρίξει το συγκεκριμένο μηχάνημα, καθώς και λοιπά τεχνικά χαρακτηριστικά του μηχανήματος, τα οποία μπορούν να επηρεάσουν τη δυνατότητα ή μη της υλοποίησης του έργου. Έτσι θα πρέπει πάντα σε έργο με ελάχιστη απαίτηση σχετική με το μήκος του ιστού, να επιλέγεται μηχάνημα το οποίο να έχει τουλάχιστον το αυτό μήκος μπούμας. Έτσι για έργο, το οποίο απαιτεί να σκυροδετηθεί σημείο που βρίσκεται σε απόσταση 32 μέτρα, θα πρέπει κατ' ελάχιστο να χρησιμοποιηθεί αντλία μήκους ιστού 32 μέτρων. Επίσης όσον αφορά την δυνατότητα του ρυθμού άντλησης του μηχανήματος, υπάρχει ένα τεχνικό χαρακτηριστικό, το οποίο ονοματίζει την ελάχιστη δυνατή ποσότητα την οποία μπορεί να αντλήσει το αντλητικό σύστημα του μηχανήματος. Θα πρέπει δηλαδή για έργο που απαιτείται τουλάχιστον μια τροφοδοσία 140 κυβικά μέτρα ανά ώρα, να προτιμηθούν μηχανήματα με δυναμικότητα τροφοδοσίας τουλάχιστον στα 160 κυβικά ανά ώρα. Ακόμα δεν πρέπει να επιλέγονται μηχανήματα τα οποία στο έργο δεν μπορούν να λειτουργήσουν στις προβλεπόμενες και προδιαγεγραμμένες συνθήκες που ξεκάθαρα προδιαγράφει ο κατασκευαστής. Έτσι δεν θα πρέπει ένα μηχάνημα με πλήρες ανάπτυγμα ποδαρικών 8 μέτρων, να προσπαθεί να εργαστεί σε δρόμο ο οποίος του επιτρέπει μικρότερη από την πλήρη ανάπτυξη. Ο λόγος είναι απλά, ότι χωρίς την πλήρη ανάπτυξη τον ποδαρικών υπάρχει κίνδυνος αναφορικά με την ανατροπή του μηχανήματος και την πρόκληση ατυχήματος. Τέλος, μέλημα του προσωπικού το οποίο αναλαμβάνει την τοποθέτηση των αντλιών στα έργα, είναι και η ποσότητα του αντληθέντος σκυροδέματος, την οποία στο τέλος του μήνα έχουν σκυροδετήσει οι αντλίες, ώστε οι αντλίες να έχουν σκυροδετήσει ποσότητα κοντά στην ποσότητα που τους αναλογεί από τα συνολικά κυβικά του μηνός. Δηλαδή οι αμοιβές των χειριστών να είναι ανάλογες με την προσφορά τους στην ομαλή εξυπηρέτηση αυτό το χρονικό διάστημα. Πάντως, αποφεύγονται οι μεγάλες αποκλίσεις μεταξύ των κυβικών που άντλησαν οι αντλίες κατά την διάρκεια του μηνός, ώστε να μην υπάρχουν περιπτώσεις παραπόνων σχετικά με την ευνοϊκότερη αντιμετώπιση ορισμένων χειριστών, σε σχέση με του υπολοίπους.

## 2.4 Βελτιστοποίηση χρήσης πόρων επιχειρήσεων παραγωγής ετοιμού σκυροδέματος

Οι σκέψεις, οι οποίες οδήγησαν στην συγκεκριμένη μελέτη, επικεντρώθηκαν στο κομμάτι που αναλύθηκε παραπάνω, δηλαδή στη μεταφορά και διάθεση του έτοιμου σκυροδέματος. Έγινε ανάλυση των πρακτικών που ακολουθούνται και για τα δυο πεδία, ώστε να μπορεί να εντοπιστεί κάποια μέθοδος βελτιστοποίησης της χρήσης των διαθέσιμων πόρων. Μετά από επαρκή ανάλυση καταλήξαμε στα εξής πολύ ενδιαφέροντα συμπεράσματα.

Αρχικά όσον αφορά το κομμάτι της χρήσης των μπετονιέρων στα έργα, θα πρέπει να αναφερθούν κάποια συγκεκριμένα χαρακτηριστικά αυτών, ώστε να εξαχθούν κάποια ασφαλή συμπεράσματα, όσον αφορά την δυνατότητα βελτιστοποίησης της χρήσης τους. Πιο συγκεκριμένα, οι μπετονιέρες γεμίζονται ακριβώς με την ποσότητα του σκυροδέματος την οποία επιθυμεί την εκάστοτε χρονική στιγμή ο πελάτης. Έτσι εάν η παραγγελία την δεδομένη στιγμή είναι δυο κυβικά μέτρα σκυροδέματος, ολόκληρη η ποσότητα φορτώνεται, μεταφέρεται από την μπετονιέρα και γίνεται η παράδοση αυτής στο έργο. Βασικός λόγος αυτού, είναι το γεγονός ότι είναι αδύνατο να εκτιμηθεί ή να μετρηθεί η ποσότητα η οποία την δεδομένη χρονική στιγμή έχει εκφορτωθεί από την βαρέλα, λόγω της μορφής του σκυροδέματος, η οποία θα απαιτούσε την εφαρμογή πολυδάπανου εξοπλισμού για την στιγμιαία μέτρηση του βάρους. Έτσι για την αποφυγή των αμφισβητήσεων των ποσοτήτων που παραδίδονται στους πελάτες, ολόκληρη η ποσότητα (όπως αυτή με ακρίβεια φορτώθηκε στη μονάδα) εκφορτώνεται στο έργο. Αυτό συνεπάγεται την ανά εκφόρτωση, απαίτηση για την επαναφορά της μπετονιέρας στη μονάδα, ώστε να φορτωθεί εκ νέου με την ποσότητα που θα πρέπει να παραδοθεί στον επόμενο πελάτη. Έτσι δεν υπάρχει η δυνατότητα της βελτιστοποίησης της χρήσης αυτών, μέσω της εξυπηρέτησης πολλών έργων με μια φόρτωση, ακόμα και εάν τα δυο έργα είναι διπλανά. Οπότε, η βελτιστοποίηση της χρήσης αυτών ανάγεται στο πρόβλημα της εύρεσης της πλησιέστερης μονάδας, καθώς και της ελάχιστης διαδρομής από αυτήν προς το έργο. Κομμάτι χωρίς ιδιαίτερο πρακτικό ενδιαφέρον για ενασχόληση του, στα πλαίσια της μελέτης της παρούσης εργασίας.

Αντίθετα, όσον αφορά τις αντλίες ετοιμού σκυροδέματος, υπάρχει ενδιαφέρον σχετικά με την εκπόνηση μελέτης και μοντελοποίησης για την βελτιστοποίηση της χρήσης των πόρων. Αυτό το συμπέρασμα μπορεί να εξαχθεί από τα παρακάτω δεδομένα. Η χρήση των αντλιών για την εξυπηρέτηση των πελατών έχει δυο τύπους κόστους, τα αναλογικά και τα σταθερά κόστη.

Ως αναλογικά, μπορούν να χαρακτηριστούν τα κόστη που επιβαρύνουν την επιχείρηση για την άντληση κάθε ενός κυβικού από ένα μηχάνημα. Σε αυτό το τύπο κόστους ανάγεται η

αμοιβή του εργολάβου και το σωρευτικό κόστος συντήρησης ανά κυβικό. Είναι δηλαδή δυο κόστη, τα οποία είναι ευθέως ανάλογα με την ποσότητα του σκυροδέματος που αντλείται. Να τονιστεί στο σημείο αυτό ότι το μεγάλο έξοδο, που είναι τα καύσιμα του οχήματος της αντλίας, είναι υποχρέωση του εργολάβου και ενσωματώνεται στην προαναφερόμενη αμοιβή του. Τα αναλογικά κόστη έχουν μια συγκεκριμένη τιμή η οποία είναι ανεξάρτητη από την ποσότητα των κυβικών τα οποία αντλούνται.

Στον αντίποδα, υπάρχουν και τα σταθερά κόστη των αντλιών σκυροδέματος. Αυτά τα κόστη είναι κατά βάσει εφάπαξ και δεν έχουν σχέση με την ποσότητα του σκυροδέματος που θα αντληθεί από το εκάστοτε μηχάνημα. Στα σταθερά κόστη μπορούν να συμπεριληφθούν το αρχικό κόστος κτήσης της αντλίας σκυροδέματος (στην περίπτωση της χρήσης leasing ή χρηματοδότησης δεν μιλάμε για εφάπαξ κόστος αλλά για περιοδικό κόστος το οποίο ανήκει στην ίδια κατηγορία), καθώς και διάφορα άλλα περιοδικά κόστη, όπως τα τέλη χρήσης του μηχανήματος έργου, το κόστος της ασφάλισης (ως όχημα αλλά και ως μηχανήματος έργου) καθώς και το κόστος για την περιοδική έκδοση του πιστοποιητικού καταλληλότητας του μηχανήματος. Το χαρακτηριστικό από τα σταθερά κόστη, είναι ότι είναι εντελώς ξεκομμένα από την ποσότητα των κυβικών που θα αντλήσει το μηχάνημα. Ο επιμερισμός των σταθερών κοστών απολογιστικά στα κυβικά τα οποία περιοδικά αντλεί το μηχάνημα, μας δίνει μια τάξη κόστους σε αναγωγή ανά κυβικό μέτρο αντληθέντος σκυροδέματος την ίδια χρονική περίοδο. Το συνολικό κόστος ανά κυβικό της επιχείρησης ετοιμού σκυροδέματος είναι το άθροισμα του ανά κυβικού αναλογικού και σταθερού κόστους. Λόγω, ιδιαίτερων χαρακτηριστικών που έχουν οι αντλίες σκυροδέματος που χρησιμοποιεί η επιχείρηση για την εξυπηρέτηση των πελατών της, είτε είναι ΙΧ (Ιδιωτικής χρήσης) είτε είναι ΔΧ (Δημοσίας Χρήσης), δηλαδή το διαφορετικό σταθερό κόστος κάθε μιας καθώς και τα διαφορετικά αναλογικά κόστη, προκύπτει ένα διαφορετικό συνολικό κόστος χρήσης του μηχανήματος ανά κυβικό. Η διαφορά αυτή είναι που μπορεί να οδηγήσει στην βελτιστοποίηση χρήσης του εξοπλισμού, προσπαθώντας οι επιχειρήσεις να κάνουν χρήση των αντλιών με το μικρότερο συνολικό κόστος χρήσης στα έργα, εξοικονομώντας χρηματικούς πόρους. Δηλαδή να χρησιμοποιούνται αρχικά από την επιχείρηση οι αντλίες (κατάλληλων κατά τα λοιπά χαρακτηριστικών) χαμηλού κόστους ανά κυβικό για τα έργα με πολλά αντλούμενα κυβικά, ενώ στη συνέχεια να προβαίνει στη χρήση των αντλιών με τα υψηλότερα κόστη, όταν οι πρώτες είναι κωλύομενες σε έργα.

### **3. Μοντελοποίηση του προγραμματισμού της χρήσης των αντλιών σκυροδέματος**

#### **3.1 Κατάστρωση του προβλήματος της βελτιστοποίησης**

Το γενικό πρόβλημα του προγραμματισμού των αντλιών σκυροδέματος ταυτίζεται με το πρόβλημα εκχώρησης του προσωπικού (εργολάβων), καθώς ο χειριστής κάθε αντλίας χρησιμοποιεί επί μόνιμης βάσης το συγκεκριμένο εξοπλισμό. Οπότε το πρόβλημα αυτό μπορεί εύκολα να διατυπωθεί ως ακολούθως. Υπάρχει ένα σύνολο από έργα πελατών (Tasks), τα οποία πρέπει να εξυπηρετηθούν στη χρονική περίοδο προγραμματισμού, ενώ η εξυπηρέτηση αυτή πρέπει να γίνει εντός του προκαθορισμένου χρονικού παραθύρου (Time Window) το οποίο έχει θέσει ο πελάτης. Ταυτόχρονα, είναι διαθέσιμο ένα σύνολο αντλιών σκυροδέματος (Concrete pumps) της επιχείρησης διανομής, το οποίο αναλαμβάνει να εξυπηρετήσει τα έργα αυτά. Το ερώτημα είναι με ποιο τρόπο πρέπει να εκχωρούνται τα έργα στα μηχανήματα, ώστε να ελαχιστοποιείται το «κόστος». Έτσι μπορεί να γίνει προσέγγιση του προβλήματος, είτε ελαχιστοποιώντας το κόστος της επιχείρησης για την εξυπηρέτηση των πελατών, είτε μεγιστοποιώντας μια συνάρτηση εξυπηρέτησης των έργων από τα διαθέσιμα μηχανήματα (ανάλογα με τον βαθμό σημαντικότητας του έργου), είτε τέλος ελαχιστοποιώντας το συνολικό χρόνο της υπέρβασης των χρονικών παραθύρων των έργων. Πάντα θα πρέπει να δίνεται έμφαση και στη διαφοροποίηση που έχουν τα έργα σε σχέση με το εργασιακό βάρος το οποίο φέρουν, ώστε να γίνεται προσπάθεια της ομοιόμορφης κατανομής του σε όλα τα πληρώματα, ενώ παράλληλα θα πρέπει να ελέγχεται ο βαθμός ελάχιστης εκχώρησης εργασιών, ώστε στο τέλος της χρονικής περιόδου να υπάρχει μια ελάχιστη αποδεκτή ικανοποίηση των πληρωμάτων σχετικά με τις αμοιβές που τους αναλογούν.

Στο συγκεκριμένο πρόβλημα δεν υπάρχει κάποιος περιορισμός σχετικά με τη χρονική περίοδο για την κατάρτιση ενός προγράμματος τοποθέτησης. Το μικρότερο χρονικό διάστημα για το οποίο μπορεί να προκύψει προγραμματισμός, ο οποίος να έχει νόημα, είναι η ημέρα. Ο λόγος για τον οποίο συμβαίνει αυτό, είναι το γεγονός ότι πρέπει να υπάρχει μια κρίσιμη μάζα έργων, ώστε να έχει ουσιαστικό σκοπό, η χρήση του προβλήματος βελτιστοποίησης. Αυτή ουσιαστικά αναφέρεται και ως η βασική μονάδα προγραμματισμού.

Όρια σχετικά με το μέγιστο χρονικό διάστημα για το οποίο μπορεί να γίνει προγραμματισμός δεν υπάρχουν. Όμως, είναι εξαιρετικά δύσκολο να προβλεφθεί με ακρίβεια το χρονικό παράθυρο που επιθυμεί να εξυπηρετηθεί ένας πελάτης μετά από κάποιες ημέρες. Σε αυτό συντελεί αρχικά, η μη ευαισθητοποίηση μερίδας πελατών, καθώς δεν θέλουν να



δεσμευτούν προς τις εταιρίες σκυροδέματος, σε κάποια πρόβλεψη τόσο συγκεκριμένη. Από την άλλη, ευαισθητοποιημένοι πελάτες οι οποίοι έχουν την διάθεση να δεσμευτούν, συναντούν κωλύματα στην πορεία των τεχνικών έργων που υλοποιούν, τα οποία τους καθυστερούν και τα οποία τους καταστούν μη φερέγγυους σε σχέση με την αρχική τους πρόβλεψη. Επειδή παράλληλα οι επιχειρήσεις δραστηριοποιούνται σε ένα ανταγωνιστικό περιβάλλον, είναι δύσκολο να επιβάλλουν στους πελάτες τους, χρονικά παράθυρα υλοποίησης των εργασιών, τα οποία θα εξυπηρετούσαν τα συμφέροντα τους. Έτσι γίνεται αντιληπτό ότι ενέχει μεγάλη δυσκολία ο προγραμματισμός για μακρύ χρονικό ορίζοντα.

Τα μέγιστα δυνατά οφέλη για τις επιχειρήσεις θα προέκυπταν από την επέκταση του προγράμματος σε ευρύτερο χρονικό ορίζοντα, τα οποία θα μεταβάλλονταν συναρτήσει της βασικής μονάδας έτσι ώστε, όλα τα πληρώματα, μετά τη συμπλήρωση ενός χρονικού διαστήματος (π.χ μιας εβδομάδας ή μήνα), να ολοκληρώνουν εργασίες ομοίμορφου συνολικού βαθμού δυσκολίας, ενώ παράλληλα θα έχουν όλοι καλύψει την ελάχιστη απαίτηση που θα είχε θέσει η επιχείρηση σχετικά με την ικανοποίηση των οικονομικών τους προσδοκιών σε αυτή.

Στην ανάλυση που γίνεται στη συγκεκριμένη μελέτη, χρησιμοποιείται η ελάχιστη αποδεκτή χρονική περίοδος, η ημέρα, κυρίως για την αποφυγή κατάστρωσης ογκώδους προβλήματος. Η επιλογή αυτή δεν οδηγεί στην κατάστρωση προβλήματος μικρότερης αξίας, καθώς ο ίδιος ακριβώς τρόπος προσέγγισης μπορεί να ακολουθηθεί και για μεγαλύτερες χρονικές περιόδους.

### **3.2 Περιγραφή του προβλήματος της εκχώρησης εργασιών**

Στο συγκεκριμένο κομμάτι θα προσπαθήσουμε να δώσουμε τα απαραίτητα επιπρόσθετα στοιχεία τα οποία είναι απαραίτητα για την διατύπωση του θέματος, με στόχο την διαμόρφωση του αντίστοιχου μοντέλου βελτιστοποίησης. Θεωρούμε ως βασική μονάδα μέτρησης, την ημερολογιακή ημέρα. Καθημερινά υπάρχουν  $N$  εργασίες (tasks) που πρέπει να ολοκληρωθούν. Εν προκειμένω, οι εργασίες αυτές, είναι τα διάφορα τεχνικά έργα των πελατών που αναζητούν την ολοκλήρωσή τους. Από την άλλη πλευρά, υπάρχει ένα πλήθος από αντλίες σκυροδέματος (Concrete Pumps), έστω  $V$ , στις οποίες ανατίθεται το καθήκον της εξυπηρέτησης των έργων. Κάθε ξεχωριστός στόχος (task), έχει κάποια χρονική διάρκεια (η οποία καθορίζεται από την χρονική στιγμή έναρξης αλλά και λήξης του κάθε ενός από αυτούς). Έτσι το πρόβλημα της κατάρτισης του προγράμματος της χρονικής περιόδου, πρέπει να λαμβάνει υπόψη το χρονικό παράθυρο μέσα στην ημέρα κατά το οποίο θα πρέπει να ξεκινήσει και να ολοκληρωθεί μια συγκεκριμένη εργασία, ώστε να καθορίσει το πλήρωμα

που θα την υλοποιήσει, ενώ παράλληλα θα προγραμματίσει να μην εκχωρηθεί το ίδιο πλήρωμα σε έργο το χρονικό παράθυρο του οποίου, είναι επικαλυπτόμενο σε σχέση με το πρώτο. Ταυτόχρονα θα προγραμματίσει για το πλήρωμα και το επόμενο έργο που θα κληθεί να ικανοποιήσει στην ίδια χρονική περίοδο.

Η βασική απαίτηση των έργων, είναι να επιλεγθεί για να το εξυπηρετήσει, κατάλληλων τεχνικών χαρακτηριστικών αντλία σκυροδέματος. Δηλαδή όπως αναφέραμε, να είναι κατάλληλου μήκους ιστού (BOOM), της επιθυμητής δυναμικότητας για την υποστήριξη του έργου, και να μην υπάρχει πρόβλημα στην προσέγγιση και υλοποίηση του έργου (π.χ μεγαλύτερο πλάτος από το άνοιγμα εισόδου, ανάπτυγμα ποδαρικών μεγαλύτερο του ελεύθερου χώρου κτλ). Από την άλλη, είναι τα τεχνικά χαρακτηριστικά των αντλιών, τα οποία θα κρίνουν ποιες από αυτές είναι σε θέση να εξυπηρετήσουν συγκεκριμένα έργα. Τα τεχνικά χαρακτηριστικά και των δυο περιπτώσεων, θα ποσοτικοποιηθούν, ώστε να είναι δυνατή από το μοντέλο, η ανάλυση σχετικά με την δυνατότητα του μηχανήματος να εξυπηρετήσει το έργο.

Συνοψίζοντας τα ανωτέρω, έχουμε ένα συγκεκριμένο πλήθος εργασιών το οποίο αναλαμβάνεται με αντιστοιχία ένα προς ένα από κάθε αντλία σκυροδέματος, κατάλληλων τεχνικών χαρακτηριστικών. Υπάρχει η περίπτωση στο βάθος του χρονικού έργου να υπάρχουν πληρώματα τα οποία κατά την βασική χρονική μονάδα (ημέρα), να μην αναλαμβάνουν κάποιο έργο, οπότε θα λέγαμε ότι το συγκεκριμένο πλήρωμα έχει εκείνη την ημέρα ρεπό. Αυτό σημαίνει ότι κάθε ημέρα έχουμε ένα τυπικό πρόβλημα εκχώρησης  $N$  εργασιών σε  $V$  μηχανήματα έργου. Θα θέλαμε να τονίσουμε στο σημείο αυτό, ότι το γεγονός της δυνατότητας χρήσης ενός μηχανήματος περισσότερες από μια φορές μέσα στην ημέρα, δεν μας δημιουργεί κάποιο αρχικό περιορισμό, σχετικά με την σχέση του πλήθους των έργων σε σχέση με το πλήθος των μηχανημάτων. Πιθανώς να υπάρχει περιορισμός ανά εφαρμογή, εάν είναι αδύνατο από το μοντέλο να εξυπηρετήσει με τους περιορισμούς που προβλέπονται, το πλήθος των έργων που ζητούν υλοποίηση.

Σημειώνουμε ότι υπονοείται μια σημαντική υπόθεση, ότι δηλαδή όλα τα πληρώματα των αντλιών σκυροδέματος είναι ομοιόμορφα ως προς τις ικανότητες τους και κατ' επέκταση ως προς την παραγωγικότητα τους. Αν σε κάποια εφαρμογή δεν ισχύει αυτό, θα πρέπει στην ανάπτυξη του μοντέλου να ληφθεί υπόψη, αποκλείοντας την ανάθεση κάποιων έργων σε συγκεκριμένα πληρώματα.

Μια επίσης σημαντική υπόθεση η οποία γίνεται, είναι ότι τα μηχανήματα έργου (διαχωρίζοντας το πλήρωμα), θεωρούμε ότι καταπονούνται περίπου το ίδιο (από το βαθμό δυσκολίας των έργων) σε μακροπρόθεσμο ορίζοντα, ο οποίος είναι κατά πολύ μεγαλύτερος

από τον χρόνο της κατάρτισης του προγράμματος. Σε αυτό συντελεί ο ίδιος ο τρόπος μοντελοποίησης του προβλήματος, καθώς ένα μηχάνημα το οποίο μια χρονική περίοδο θα επιβαρυνθεί πολύ από τις εκχωρημένες εργασίες, το οποίο σημαίνει ότι είναι «οικονομικό» (άρα προτιμάται σε σχέση με άλλα από το μοντέλο), θα οδηγήσει σε μηχανικές φθορές χρήσης, η αποκατάσταση των οποίων θα προκαλέσει την απολογιστική αύξηση του αναλογικού κόστους συντήρησης αυτού, κάνοντας το λιγότερο ελκυστικό από το ίδιο το πρόγραμμα για μελλοντική περίοδο. Έτσι δεν υπάρχει κάποια μέριμνα για να συμπεριληφθεί στο μοντέλο και η καταπόνηση του οχήματος. Πάντως ο υπολογισμός της βαρύτητας μπορεί εύκολα να συμπεριληφθεί στο μοντέλο, στην περίπτωση που το απαιτούν οι συνθήκες. Αυτόματα, βάσει της λογικής που αναπτύχθηκε παραπάνω, η έννοια του πληρώματος και της αντλίας σκυροδέματος είναι αναπόσπαστη, δοθέντος του γεγονότος, ότι κάθε πλήρωμα έχει την αποκλειστικότητα στη χρήση του μηχανήματος έργου.

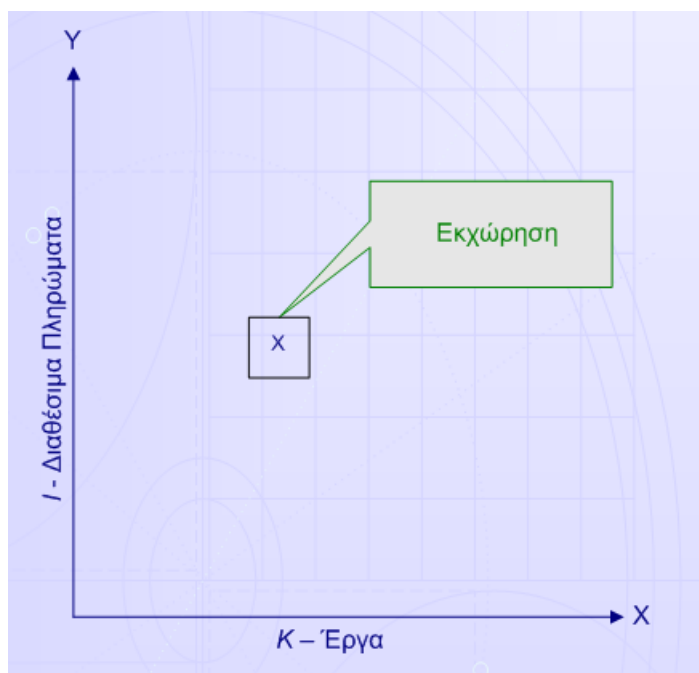
Συνεχίζοντας την ανάλυση, διαπιστώνουμε ότι έχουμε  $N$  εργασίες κάθε ημέρα τις οποίες θα μπορούσαμε να διαχωρίσουμε σε διάφορες κατηγορίες. Ο διαχωρισμός αυτός μπορεί να πραγματοποιηθεί λαμβάνοντας υπόψη τα χαρακτηριστικά κάθε έργου. Αυτά μπορούν να διαχωριστούν στα σημαντικότερα τα οποία είναι τα ακόλουθα:

- i. Η ποσότητα του ετοιμού σκυροδέματος το οποίο πρέπει να αντληθεί στο έργο. Αυτό λαμβάνεται υπόψη, καθώς γενικά για τα πληρώματα είναι πιο εύκολο και συμφέρον να σκυροδετούν σε έργα τα οποία απαιτούν μεγάλες ποσότητες, μιας και εισπράττουν περισσότερα χρήματα, αποφεύγοντας παράλληλα τα υψηλά έξοδα των μετακινήσεων.
- ii. Ο βαθμός δυσκολίας της προσέγγισης του έργου από την αντλία σκυροδέματος. Ο συγκεκριμένος βαθμός πρέπει να ληφθεί υπόψη, καθώς υπάρχουν έργα τα οποία είναι εξαιρετικά δύσκολο να τα προσεγγίσουν τα μηχανήματα, καθώς οι δρόμοι προσέγγισης μπορεί να είναι χωμάτινοι, λασπώδεις και με εξαιρετικά μεγάλες κλίσεις. Η προσέγγιση σε αυτά τα έργα είναι εύκολα κατανοητό ότι καταπονεί επιπρόσθετα τα πληρώματα και τις αντλίες.
- iii. Το πλήθος των διαφορετικών «στησιμάτων» που θα κληθεί να κάνει το μηχάνημα στο έργο. Ως στησίματα θεωρούνται οι διαφορετικές τοποθεσίες μέσα στο έργο που θα πρέπει να ανοίξει πλήρως τον ιστό της η αντλία, ώστε να ολοκληρώσει το έργο. Αυτό συμβαίνει επειδή πολλές φορές η χωροταξία και η πολυπλοκότητα στη μορφή των έργων δεν δίνουν την δυνατότητα στις αντλίες να προσεγγίσουν όλα τα σημεία που χρειάζονται σκυρόδεμα από το ίδιο σημείο. Η διαδικασία του δεύτερου στησίματος μέσα στο έργο είναι μια επίπονη και χρονοβόρα διαδικασία, η οποία φορτίζει τους χειριστές των αντλιών.

iv. Η ποιότητα του έτοιμου σκυροδέματος η οποία θα πρέπει να αντληθεί. Στην αναγκαιότητα σχετικά με τον διαχωρισμό αυτού του τύπου των έργων, συντελεί το γεγονός ότι υπάρχουν ποιότητες είναι πολύ δυσκολότερα αντλήσιμες (π.χ υπέρρευστες ή με μεγάλη περιεκτικότητα σε τσιμέντο), σε σχέση με τις κοινές, καθώς απαιτεί την κατανάλωση υψηλότερης ποσότητας καυσίμου ανά μονάδα για την άντληση του. Έτσι το ανά κυβικό κόστος του εργολάβου, αυξάνεται με την ποιότητα αυτού.

Καθένα από τα παραπάνω κριτήρια αποτελεί από μόνο του ένα στόχο ισοστάθμισης του φόρτου εργασίας ανάμεσα στα πληρώματα των αντλιών σκυροδέματος. Μπορούμε σε κάθε έργο να προσαρτήσουμε ένα βαθμό δυσκολίας ο οποίος το χαρακτηρίζει. Ο βαθμός αυτός μπορεί να υπολογιστεί από τα επί μέρους κριτήρια που αναφέρθηκαν, εφόσον αυτά βαθμολογηθούν και στη συνέχεια σταθμιστούν με τη χρήση βαρών (weights), τα οποία να αθροίζουν στη μονάδα (για λόγους κανονικοποίησης). Με βάσει λοιπόν τα παραπάνω, είναι λογικό η επιχείρηση να επιζητεί κάθε πλήρωμα να έχει ένα συνολικό δείκτη στο τέλος του χρονικού ορίζοντα προγραμματισμού, ο οποίος να βρίσκεται κάτω από μια αποδεκτή τιμή. Ο συνολικός δείκτης μιας αντλίας σκυροδέματος, προκύπτει από το άθροισμα των δεικτών που πιστώνεται από τα έργα που εξυπηρετεί μέσα στη μέρα.

Λαμβάνοντας υπόψη τη προηγούμενη υπόθεση, και υιοθετώντας την έννοια του βαθμού δυσκολίας του έργου, έχουμε στην ουσία ένα πρόβλημα μεταφοράς (δηλαδή εκχώρησης εργασίας με προσφορά μεγαλύτερη από τη μονάδα και ζήτηση μονάδα για κάθε έργο ανά ημέρα) για κάθε εργασία. Το πρόβλημα που αντιμετωπίζουμε, είναι ένα διδιάστατο πρόβλημα, υπό την έννοια ότι υπάρχει ο παράγοντας πλήρωμα-μηχάνημα, καθώς και ο παράγοντας έργο. Έστω ότι θέλουμε να καταρτίσουμε ένα πρόγραμμα για μια προκαθορισμένη χρονική περίοδο, έστω μιας ημέρας. Έστω ακόμα ότι το πλήθος των εργασιών αυτή τη χρονική περίοδο είναι  $V$ , οπότε  $k = 1, 2, \dots, V$  και ότι τα διαθέσιμα πληρώματα-αντλίες σκυροδέματος είναι συνολικά  $I$ , με δείκτη  $i = 1, \dots, I$ . Οι εργασίες αυτές δεν δύναται να επαναληφθούν μέσα στην χρονική περίοδο περισσότερες από μια φορές και ολοκληρώνονται μια φορά. Σχηματικά το πρόβλημα μπορεί να παρασταθεί με το Διάγραμμα 1, όπου σε κάθε κελί αντιστοίχισης της εργασίας με το πλήρωμα, τοποθετείται σήμανση εάν γίνεται η εκχώρηση, αλλιώς δεν τοποθετείται.



Διάγραμμα 1. Διδιάστατη απεικόνιση της εκχώρησης εργασίας σε πλήρωμα

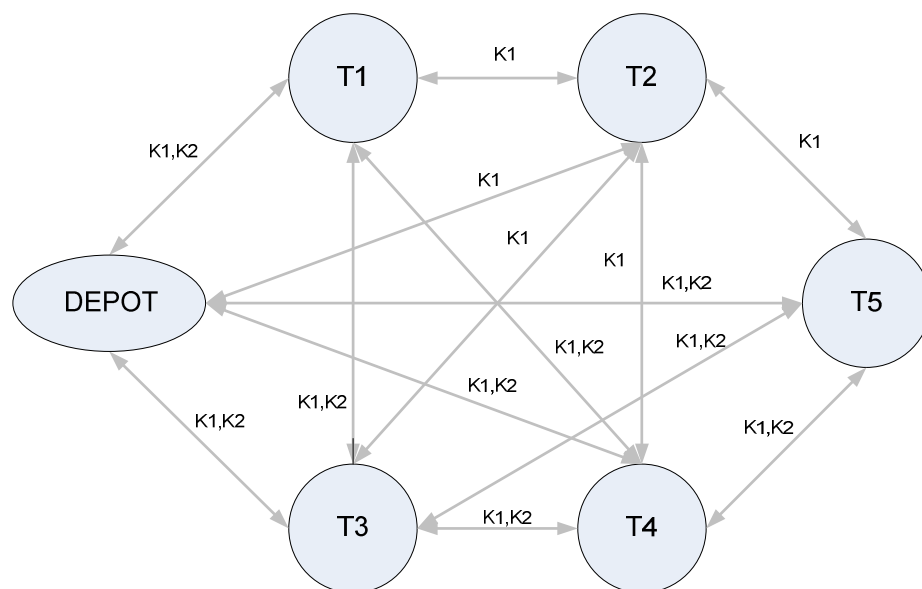
Εάν αντίστοιχα επιθυμούσαμε να δείξουμε το ίδιο πρόβλημα με τη μορφή ενός πίνακα δυο διαστάσεων, τότε θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε τον Πίνακα 1.

		K - Έργα (Tasks)						
		Task 1	Task 2	Task 3	Task 4	.....	Task k-1	Task k
I - Διαθέσιμα πλήρώματα	Crew 1							
	Crew 2							
	Crew 3							
	Crew 4							
	.....							
	Crew I-1							
	Crew I							

Πίνακας 1. Πίνακας του προβλήματος εκχώρησης εργασιών στα πληρώματα

Το ίδιο πρόβλημα θα μπορούσε να παρασταθεί εύκολα με τη μορφή ενός δικτύου. Κάθε κόμβος του δικτύου καθορίζεται από το έργο που πρέπει να υλοποιηθεί. Στο δίκτυο αυτό έχουμε συνολικά  $K$  κόμβους, όσους δηλαδή και τα έργα τα οποία θα πρέπει να εξυπηρετηθούν. Το πρόβλημα ανάγεται στον εντοπισμό  $I$ , ξένων μεταξύ τους, μονοπατιών,

(το καθένα από αυτά είναι το πρόγραμμα εργασίας του πληρώματος) με τέτοιο τρόπο ώστε είτε να ελαχιστοποιείται το συνολικό κόστος, είτε να μεγιστοποιείται το επίπεδο εξυπηρέτησης, ενώ παράλληλα πληρούνται οι υπόλοιποι περιορισμοί του προβλήματος. Τα μονοπάτια έχουν ως κόμβο έναρξης (αφετηρία), το σημείο που σταθμεύουν κατά τις ώρες ξεκούρασης, το οποίο θεωρείται ότι είναι κοινό για όλα τα πληρώματα και εφεξής θα καλείται ως αποθήκη (DEPOT), λόγω του ότι αυτή η ονομασία χρησιμοποιείται στη διεθνή βιβλιογραφία για τα προβλήματα δρομολόγησης (VRP). Ως κόμβος λήξης χρησιμοποιείται πάλι ο ίδιος για το σύνολο των πληρωμάτων. Τα έργα τα οποία μεσολαβούν, είναι αυτά που εκχωρήθηκαν από το μοντέλο ανά μηχανήμα. Στο Διάγραμμα 2 βλέπουμε πως θα μπορούσε να παρασταθεί το πρόβλημα με τη μορφή ενός δικτύου. Θεωρητικά, όλα τα πληρώματα είναι σε θέση να αναλάβουν κάθε έργο, εάν πληρούν τις τεχνικές απαιτήσεις αυτού. Εάν όμως το μηχανήμα δεν πληροί τις απαιτήσεις αυτού, τότε το τόξο που συνδέει αυτό το έργο, δεν δείχνει τον κωδικό της συγκεκριμένης αντλίας. Επίσης, όταν ένα έργο έχει χρονικό παράθυρο το οποίο είναι καλυπτόμενο από κάποιο άλλο έργο, τότε η σύνδεση μεταξύ αυτών των δυο έργων δεν είναι δυνατή και οπότε δεν απεικονίζεται η ένωση τους. Σε όλα τα υπόλοιπα δείχνεται η μεταξύ τους ένωση.



Διάγραμμα 2. Δίκτυο εκχώρησης 5 έργων σε 2 πληρώματα

Το ερώτημα που τίθεται λοιπόν εδώ είναι το ποια κελιά του Πίνακα 1 πρέπει να ενεργοποιηθούν, ώστε να πληρούνται οι περιορισμοί του προβλήματος, εκπληρώνοντας φυσικά τους στόχους αυτού. Με άλλα λόγια ποιο μονοπάτι θα ακολουθήσει κάθε πλήρωμα στο δίκτυο του Διαγράμματος 2 ώστε να καλύπτονται οι περιορισμοί του προβλήματος.

### 3.3 Το μοντέλο εκχώρησης εξοπλισμού στα έργα

Έχοντας υπόψη τον Πίνακα 1 θα προσπαθήσουμε, να αναπτύξουμε ένα μοντέλο ακέραιου προγραμματισμού (ακριβέστερα 0-1 προγραμματισμού) με τη βοήθεια του οποίου θα μπορούσε να υπάρξει μια αρχική προσέγγιση στο πρόβλημα της εκχώρησης των αντλιών σκυροδέματος στα διάφορα έργα. Για το σκοπό αυτό και χρησιμοποιώντας τον συμβολισμό των προηγούμενων ενοτήτων, ορίζουμε τις δυαδικές μεταβλητές  $X_{ijk} \in \{0,1\}$ . Η μεταβλητή  $X_{ijk}$ , για δεδομένες τιμές των δεικτών  $i, j, k$  παίρνει την τιμή 1, εφόσον το έργο  $j$  ακολουθεί το έργο  $i$  και εκχωρείται στο πλήρωμα  $k$ . Για παράδειγμα εάν η μεταβλητή  $X_{123}$  πάρει την τιμή 1, τότε η αντλία με δείκτη αναγνώρισης «3», θα αναλάβει να διεκπεραιώσει το έργο με αναγνωριστική τιμή «2» (εκχωρείται στην εργασία αυτή), ακριβώς μετά την ολοκλήρωση του έργου με αναγνωριστική τιμή «1». Ταυτόχρονα, για κάθε πιθανό έργο, υπάρχει ως δεδομένη η ώρα εκκίνησης της σκυροδέτησης αυτού, καθώς και η ώρα λήξης της. Αυτό το «χρονικό περιθώριο» για την αντλία να εκχωρηθεί στο έργο και να το ολοκληρώσει, εν συντομία το ονομάζουμε χρονικό παράθυρο του έργου. Το χρονικό παράθυρο του έργου  $i$  συμβολίζεται ως  $[a_i, b_i]$ , δηλαδή ο χρόνος εκκίνησης του έργου  $i$ , είναι ο  $a$ , καθώς και ο χρόνος λήξης αυτού είναι ο  $b$ . Για παράδειγμα το χρονικό παράθυρο  $[11, 12]$ , σημαίνει ότι το έργο με δείκτη αναγνώρισης «1», πρέπει να ξεκινήσει στις 11 και να έχει ολοκληρωθεί μέχρι τις 12 η ώρα. Επίσης για κάθε έργο, υπάρχει ο δείκτης δυσκολίας, τον οποίο τον συμβολίζουμε με  $c_{ijk}$ . Έτσι για δεδομένες τιμές των δεικτών  $i, j, k$  ο συντελεστής  $c_{ijk}$  παριστάνει τον δείκτη δυσκολίας της εργασίας που πιστώνεται η αντλία σκυροδέματος  $k$  η οποία ανέλαβε να φέρει σε πέρας την εργασία  $j$  μετά ακριβώς από την εργασία  $i$ . Άρα όταν η  $X_{123}$  είναι ίση με τη μονάδα, ο συντελεστής  $c_{123}$  παριστάνει το συντελεστή δυσκολίας που θα πιστωθεί η αντλία σκυροδέματος με δείκτη «3», επειδή έφερε σε πέρας το έργο με το δείκτη αναγνώρισης «2», το οποίο έργο εκχωρήθηκε σε αυτή την αντλία ακριβώς μετά από το έργο με δείκτη αναγνώρισης «1». Περαιτέρω ας συμβολίσουμε με  $W_{max}$  το άνω όριο του συντελεστή δυσκολίας για κάθε πλήρωμα όσον αφορά τα έργα. Ακόμα έχουμε και τον συντελεστή  $m_j$ , ο οποίος δείχνει την ποσότητα ετοιμού σκυροδέματος που απαιτεί το έργο  $j$ , ώστε να ολοκληρωθεί. Για παράδειγμα το  $m_2=30$  δείχνει ότι το έργο με δείκτη αναγνώρισης «2», απαιτεί να αντληθούν στο έργο από εξοπλισμό της επιχείρησης, 30 κυβικά μέτρα έτοιμου σκυροδέματος, για την ολοκλήρωσή του. Τέλος έχουμε το συντελεστή  $t_{ij}$ , ο οποίος υποδηλώνει τον χρόνο κατά τον οποίο θα είναι κωλυόμενη η αντλία σκυροδέματος, ώστε να μεταβεί από το έργο  $i$  στο  $j$  καθώς και να ολοκληρώσει την σκυροδέτηση του έργου  $j$ . Για

παράδειγμα, ο συντελεστής  $t_{23} = 2$ , σημαίνει ότι η αντλία σκυροδέματος χρειάζεται 2 ώρες, για να μεταβεί από το έργο με δείκτη αναγνώρισης «2», στο έργο με δείκτη αναγνώρισης «3» και να ολοκληρώσει την σκυροδέτηση στο δεύτερο.

### 3.3.1 Η πρώτη προσέγγιση του μοντέλου. Ελαχιστοποίηση του κόστους.

Το πρόβλημα της πρώτης προσέγγισης του προβλήματος είναι ουσιαστικά να βρεθεί η βέλτιστη εκχώρηση έργων στις αντλίες, ώστε οι κατάλληλες αντλίες (κατάλληλων τεχνικών χαρακτηριστικών), να είναι σε θέση να ξεκινήσουν και να ολοκληρώσουν την σκυροδέτηση μέσα στο χρονικό παράθυρο που έχει ορίσει ο πελάτης. Κάθε αντλία θα πρέπει να επιβαρυνθεί με έναν συνολικό βαθμό δυσκολίας από τα έργα της περιόδου, ο οποίος να είναι μικρότερος από τον μέγιστο συνολικό δείκτη δυσκολίας, ενώ όλες οι αντλίες θα πρέπει να αντλήσουν ένα ελάχιστο ποσοστό επί του συνόλου των προς άντληση κυβικών. Ο στόχος, είναι η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους της επιχείρησης. Στη συνέχεια θα προχωρήσουμε στη κατάρτιση των περιορισμών του μοντέλου οι οποίοι διασφαλίζουν την εφαρμογή των κανόνων που έχουμε θέσει.

Η ομάδα περιορισμών (1) υποδεικνύει ότι κάθε εργασία θα πρέπει να εκχωρηθεί αυστηρά με την χρήση μιας αντλίας σκυροδέματος. Αυτοί οι περιορισμοί θα αναφέρονται ως οι περιορισμοί εκχώρησης εργασιών. Σε αυτόν τον περιορισμό ο δείκτης  $keS$  υποδηλώνει ότι ξεχωρίζεται ένα υποσύνολο των  $V$  αντλιών σκυροδέματος, το οποίο ονομάζεται  $S$  και είναι ουσιαστικά το υποσύνολο από τις αντλίες οι οποίες ικανοποιούν τις τεχνικές απαιτήσεις του έργου.

$$\sum_{j \in N} \sum_{k \in S} X_{ijk} = 1, \forall i \in N \quad (1)$$

Η ομάδα περιορισμών (2) υποδεικνύει ότι η αντλία σκυροδέματος θα φύγει ακριβώς μια φορά από το αρχικό σημείο βάσης της (DEPOT), κατά την διάρκεια της χρονικής περιόδου που κρατάει ο προγραμματισμός της εκχώρησης των εργασιών.

$$\sum_{j \in N} X_{0jk} = 1, \forall k \in V \quad (2)$$

Η ομάδα περιορισμών (3) υποδεικνύει ότι η αντλία σκυροδέματος  $k$  θα αποχωρήσει από το έργο  $i$ , αν και μόνο αν, εκχωρηθεί η εργασία  $i$  στη συγκεκριμένη αντλία.

$$\sum_{i \in N} X_{ihk} - \sum_{j \in N} X_{hjk} = 0, \forall h \in N, \forall k \in V \quad (3)$$



Συνεχίζοντας, η ομάδα περιορισμών (4) υποδεικνύει ότι η αντλία σκυροδέματος  $k$  θα εισέλθει στο κόμβο του δικτύου με δείκτη αναγνώρισης  $n+1$ , ο οποίος αποτελεί το σημείο ανάπαυσης του μηχανήματος και πληρώματος (DEPOT), μετά από την ολοκλήρωση των εργασιών της χρονικής περιόδου. Αξίζει να σημειωθεί στο σημείο αυτό, ότι η ομάδα περιορισμών (4) είναι περιττή, αλλά εμπεριέχεται στο μοντέλο, για να υπογραμμίσει την άρτια δομή αυτού.

$$\sum_{i \in N} X_{i,n+1,k} = 1, \forall k \in V \quad (4)$$

Η ομάδα περιορισμών (5), δηλώνει ότι η αντλία σκυροδέματος  $k$  δεν είναι δυνατόν να φτάσει στον κόμβο  $j$ , πριν από τη χρονική στιγμή  $S_{ik} + t_{ij}$ , εάν εκχωρηθεί η εργασία  $j$  μετά από την εργασία  $i$ . Ο συντελεστής  $K$  είναι ένας οποιοσδήποτε μεγάλος αριθμός. Αντίστοιχα η ομάδα (6), δηλώνει ότι τα χρονικά παράθυρα εξυπηρέτησης του έργου ακολουθούνται.

$$S_{ik} + t_{ij} - K * (1 - X_{ijk}) \leq S_{jk} \quad (5)$$

$$a_i \leq S_{ik} \leq b_i, \forall i \in N, \forall k \in V \quad (6)$$

Στη συνέχεια παραθέτουμε την ομάδα περιορισμών (7), η οποία διασφαλίζει ότι η επιβάρυνση του πληρώματος της αντλίας σκυροδέματος  $k$  δεν θα είναι μεγαλύτερη από την μέγιστη επιτρεπτή τιμή  $W_{max}$ .

$$\sum_{j \in N} c_{ijk} * X_{ijk} \leq W_{max}, \forall i \in N, \forall k \in V \quad (7)$$

Τέλος υπάρχει η ομάδα περιορισμών (8), η οποία εξασφαλίζει ότι η μεταβλητή απόφασης  $X$  δέχεται μονάχα τις τιμές 0 και 1.

$$X_{ijk} \in \{0, 1\}, \forall i \in N, \forall j \in N, \forall k \in V \quad (8)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση στηρίζεται στην κατάρτιση του προγράμματος, βάσει του συνολικού κόστους που προκύπτει για την επιχείρηση. Η βασική επιδίωξη είναι η κατάρτιση του προγράμματος με τρόπο τέτοιο ώστε να ικανοποιούνται οι περιορισμοί οι οποίοι αναφέρθηκαν παραπάνω, το οποίο σημαίνει ότι εφόσον ικανοποιηθούν αυτοί, τότε θα έχουμε ένα εφικτό πρόγραμμα εργασίας. Η αντικειμενική συνάρτηση η οποία χρησιμοποιείται εδώ, ελαχιστοποιεί την άμεση ταμειακή εκροή της επιχείρησης. Έτσι, έχουμε την ακόλουθη συνάρτηση:

$$\text{Minimize } z = \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in S} m_j * X_{ijk} \quad (9)$$

Ανακεφαλαιώνοντας, η πρώτη περίπτωση του μοντέλου κατάρτισης του προγράμματος χρήσης των αντλιών σκυροδέματος σε έναν χρονικό ορίζοντα για  $N$  έργα και  $V$  αντλίες είναι το μοντέλο με αριθμό (10).

$$\text{Minimize } z = \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in S} m_j * X_{ijk} \quad (10)$$

St

$$1) \quad \sum_{j \in N} \sum_{k \in S} X_{ijk} = 1, \forall i \in N$$

$$2) \quad \sum_{j \in N} X_{0,jk} = 1, \forall k \in V$$

$$3) \quad \sum_{i \in N} X_{ihk} - \sum_{j \in N} X_{hjk} = 0, \forall h \in N, \forall k \in V$$

$$4) \quad \sum_{i \in N} X_{ihk} - \sum_{j \in N} X_{hjk} = 0, \forall h \in N, \forall k \in V$$

$$5) \quad \sum_{i \in N} X_{i,n+1,k} = 1, \forall k \in V$$

$$6) \quad S_{ik} + t_{ij} - K * (1 - X_{ijk}) \leq S_{jk}$$

$$7) \quad a_i \leq S_{ik} \leq b_i, \forall i \in N, \forall k \in V$$

$$8) \quad \sum_{j \in N} c_{ijk} * X_{ijk} \leq W_{\max}, \forall i \in N, \forall k \in V$$

$$9) \quad X_{ijk} \in \{0,1\}, \forall i \in N, \forall j \in N, \forall k \in V$$

### 3.3.2 Η δεύτερη προσέγγιση του μοντέλου. Μεγιστοποίηση του βαθμού εξυπηρέτησης.

Το πρόβλημα της δεύτερης προσέγγισης του προβλήματος είναι ουσιαστικά να βρεθεί η βέλτιστη εκχώρηση αντλιών στα έργα, ώστε οι κατάλληλες αντλίες (κατάλληλων τεχνικών χαρακτηριστικών), να είναι σε θέση να ξεκινήσουν και να ολοκληρώσουν την σκυροδέτηση μέσα στο χρονικό παράθυρο που έχει ορίσει ο πελάτης, κάθε αντλία να επιβαρυνθεί με έναν συνολικό βαθμό δυσκολίας από τα έργα της περιόδου, ο οποίος να είναι μικρότερος από τον μέγιστο συνολικό δείκτη δυσκολίας, ενώ να πληρείται και ο περιορισμός του ελάχιστου ποσοστού αντληθέντων κυβικών σκυροδέματος, ανά αντλία. Το κριτήριο είναι η μεγιστοποίηση του βαθμού εξυπηρέτησης των πελατών, θέτοντας όμως ένα σαφή περιορισμό σχετικά με το συνολικό κόστος της επιχείρησης. Στη συνέχεια θα αναφέρουμε απλώς τους

περιορισμούς οι οποίοι είναι οι ίδιοι με τη προηγούμενη προσέγγιση, ενώ θα αναλυθούν οι νέοι περιορισμοί που θα εμπεριέχονται σε αυτή.

Οι περιορισμοί οι οποίοι είναι ίδιοι με το μοντέλο της προηγούμενης ενότητας είναι οι παρακάτω.

$$\sum_{j \in N} \sum_{k \in S} X_{ijk} = 1, \forall i \in N \quad (1)$$

$$\sum_{j \in N} X_{0jk} = 1, \forall k \in V \quad (2)$$

$$\sum_{i \in N} X_{ihk} - \sum_{j \in N} X_{hjk} = 0, \forall h \in N, \forall k \in V \quad (3)$$

$$\sum_{i \in N} X_{ihk} - \sum_{j \in N} X_{hjk} = 0, \forall h \in N, \forall k \in V \quad (4)$$

$$\sum_{i \in N} X_{i,n+1,k} = 1, \forall k \in V \quad (5)$$

$$S_{ik} + t_{ij} - K * (1 - X_{ijk}) \leq S_{jk}, \forall i \in N, \forall j \in N, \forall k \in V \quad (6)$$

$$a_i \leq S_{ik} \leq b_i, \forall i \in N, \forall k \in V \quad (7)$$

$$\sum_{j \in N} c_{ijk} * X_{ijk} \leq W_{max}, \forall i \in N, \forall k \in V \quad (8)$$

$$X_{ijk} \in \{0, 1\}, \forall i \in N, \forall j \in N, \forall k \in V \quad (9)$$

Η νέα ομάδα περιορισμών η οποία συμπεριλαμβάνεται στο συγκεκριμένο μοντέλο είναι η ομάδα περιορισμών (11), η οποία δηλώνει ότι το συνολικό κόστος της χρήσης των αντλιών σκυροδέματος στα έργα, δεν δύναται να υπερβεί μια καθορισμένη τιμή. Το συγκεκριμένο ποσό, το οποίο είναι διατεθειμένη να ξοδέψει η επιχείρηση, αλλάζει από περίοδο σε περίοδο και τροποποιείται ανάλογα με τις ανάγκες της επιχείρησης. Το συγκεκριμένο κόστος στην ομάδα περιορισμών, παριστάνεται με το  $P_{COST}$ , το οποίο είναι το κόστος της χρονικής περιόδου. Φυσικά θα θέλαμε να τονίσουμε ότι είναι μικρά τα περιθώρια μείωσης του επιθυμητού κόστους της επιχείρησης, καθώς μεγάλη μείωση αυτού θα οδηγήσει στο μεγάλο ποσοστό μη εξυπηρέτησης των πελατών, το οποίο δεν εξυπηρετεί την επιχείρηση.

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in S} m_j * X_{ijk} \leq P_{COST} \quad (11)$$

Επίσης, μια σημαντική ομάδα δεδομένων, αφορά τον βαθμό βαρύτητας των πελατών. Δηλαδή οι πελάτες χωρίζονται σε βαθμούς βαρύτητας, ανάλογα με τον βαθμό

σημαντικότητας του πελάτη. Ο βαθμός αυτός συμβολίζεται με το συντελεστή  $G_j$ , δηλαδή ο πελάτης του έργου  $j$  έχει συντελεστή βαρύτητας  $G_j$ . Για παράδειγμα, ο συντελεστής  $G_2 = 2$ , σημαίνει ότι ο πελάτης, ο οποίος είναι ανάδοχος του έργου με δείκτη αναγνώρισης «2», έχει συντελεστή βαρύτητας 2. Το εύρος τιμών που μπορεί να πάρει ο συντελεστής αυτός ορίζεται από το 0 έως το 5. Το 0 θα χαρακτηρίζει τους πελάτες χαμηλής σημασίας, ενώ με 5 θα βαθμολογούνται οι πελάτες υψηλής κρισιμότητας.

Η αντικειμενική συνάρτηση στηρίζεται στην κατάρτιση του προγράμματος, βάσει της ενός συντελεστή εξυπηρέτησης, ο οποίος έχει οριστεί. Η βασική επιδίωξη είναι η κατάρτιση του προγράμματος με τρόπο τέτοιο ώστε να ικανοποιούνται οι περιορισμοί οι οποίοι αναφέρθηκαν παραπάνω, το οποίο σημαίνει ότι εφόσον ικανοποιηθούν αυτοί, τότε θα έχουμε ένα εφικτό πρόγραμμα εργασίας. Η αντικειμενική συνάρτηση η οποία χρησιμοποιείται εδώ, μεγιστοποιεί το συνολικό άθροισμα των γινομένων των συντελεστών βαρύτητας των έργων με την συνολική αντλήσιμη ποσότητα αυτών. Το συγκεκριμένο μέγεθος δεν έχει κάποια φυσική σημασία, αλλά είναι ένα μέγεθος το οποίο εξυπηρετεί σε μεγάλο βαθμό τα ζητούμενα που έχουν τεθεί. Αποτελεί στην ουσία μια προσέγγιση της συνολικής σημαντικότητας ανά έργο. Αυτό συμβαίνει γιατί εάν για παράδειγμα έχουμε έναν πελάτη με μεγάλο συντελεστή βαρύτητας αλλά το έργο του έχει μικρή ποσότητα αντλήσιμων κυβικών, θα έχει την ίδια συνολική βαρύτητα με έναν πελάτη με μικρότερο συντελεστή βαρύτητας, αλλά με μεγαλύτερη ποσότητα ετοιμού σκυροδέματος προς άντληση. Δεν θα ήταν ορθό να υπολογίσουμε την μεγιστοποίηση μονάχα του αθροίσματος των συντελεστών βαρύτητας, καθώς δεν πρέπει ποτέ να ξεχνάμε ότι μια επιχείρηση αμείβεται αναλογικά για την ποσότητα σκυροδέματος που πουλάει και τις υπηρεσίες άντλησης που παρέχει (ανά κυβικό). Έτσι, έχουμε την ακόλουθη αντικειμενική συνάρτηση:

$$\text{Maximize } z = \sum_{j \in N} X_{ijk} G_j m_j \quad (12)$$

Ανακεφαλαιώνοντας, η δεύτερη περίπτωση του μοντέλου κατάρτισης του προγράμματος χρήσης των αντλιών σκυροδέματος σε έναν χρονικό ορίζοντα για  $N$  έργα και  $V$  αντλίες είναι το μοντέλο με αριθμό (13).

$$\text{Maximize } z = \sum_{j \in N} X_{ijk} G_j m_j \quad (13)$$

St

$$1) \quad \sum_{j \in N} \sum_{k \in S} X_{ijk} = 1, \forall i \in N$$

- 2) 
$$\sum_{j \in N} X_{0,jk} = 1, \forall k \in V$$
- 3) 
$$\sum_{i \in N} X_{ihk} - \sum_{j \in N} X_{hjk} = 0, \forall h \in N, \forall k \in V$$
- 4) 
$$\sum_{i \in N} X_{ihk} - \sum_{j \in N} X_{hjk} = 0, \forall h \in N, \forall k \in V$$
- 5) 
$$\sum_{i \in N} X_{i,n+1,k} = 1, \forall k \in V$$
- 6) 
$$S_{ik} + t_{ij} - K * (1 - X_{ijk}) \leq S_{jk}, \forall i \in N, \forall j \in N, \forall k \in V$$
- 7) 
$$a_i \leq S_{ik} \leq b_i, \forall i \in N, \forall k \in V$$
- 8) 
$$\sum_{j \in N} C_{ijk} * X_{ijk} \leq W_{max}, \forall i \in N, \forall k \in V$$
- 9) 
$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in S} m_j * X_{ijk} \leq P_{COST}$$
- 10) 
$$X_{ijk} \in \{0, 1\}, \forall i \in N, \forall j \in N, \forall k \in V$$

### 3.3.3 Η τρίτη προσέγγιση του μοντέλου. Ελαχιστοποίηση της συνολικής καθυστέρησης εξυπηρέτησης των πελατών.

Το πρόβλημα της τρίτης προσέγγισης του προβλήματος είναι ουσιαστικά να βρεθεί η βέλτιστη εκχώρηση αντλιών στα έργα, ώστε οι κατάλληλες αντλίες (κατάλληλων τεχνικών χαρακτηριστικών), να είναι σε θέση να ξεκινήσουν και να ολοκληρώσουν την σκυροδέτηση, κάθε αντλία να επιβαρυνθεί με έναν μέγιστο συνολικό βαθμό δυσκολίας από τα έργα της περιόδου, ενώ κάθε αντλία να αντλήσει μια ελάχιστη ποσότητα κυβικών. Το κριτήριο σε αυτή τη προσέγγιση, είναι η ελαχιστοποίηση της συνολικής καθυστέρησης άφιξης των αντλιών στα έργα. Δηλαδή, του αθροίσματος των διαφορών μεταξύ του χρόνου άφιξης της αντλίας σκυροδέματος σε κάθε έργο (Χρόνος ολοκλήρωσης προηγούμενου) σε σχέση με τον προβλεπόμενο χρόνο έναρξης του. Φυσικά πάλι υπάρχει περιορισμός σχετικά με το συνολικό κόστος της επιχείρησης. Στη συνέχεια θα αναφέρουμε απλώς τους περιορισμούς οι οποίοι είναι οι ίδιοι με των προηγούμενων ενοτήτων, ενώ θα αναλυθούν οι νέοι περιορισμοί που θα εμπεριέχονται στο νέο μοντέλο.

Οι περιορισμοί οι οποίοι είναι ίδιοι με το μοντέλο της προηγούμενης ενότητας είναι οι παρακάτω.

$$\sum_{j \in N} \sum_{k \in S} X_{ijk} = 1, \forall i \in N \quad (1)$$

$$\sum_{j \in N} X_{0jk} = 1, \forall k \in V \quad (2)$$

$$\sum_{i \in N} X_{ihk} - \sum_{j \in N} X_{hjk} = 0, \forall h \in N, \forall k \in V \quad (3)$$

$$\sum_{i \in N} X_{ihk} - \sum_{j \in N} X_{hjk} = 0, \forall h \in N, \forall k \in V \quad (4)$$

$$\sum_{i \in N} X_{i,n+1,k} = 1, \forall k \in V \quad (5)$$

$$S_{ik} + t_{ij} - K * (1 - X_{ijk}) \leq S_{jk}, \forall i \in N, \forall j \in N, \forall k \in V \quad (6)$$

$$a_i \leq S_{ik} \leq b_i, \forall i \in N, \forall k \in V \quad (7)$$

$$\sum_{j \in N} c_{ijk} * X_{ijk} \leq W_{max}, \forall i \in N, \forall k \in V \quad (8)$$

$$X_{ijk} \in \{0, 1\}, \forall i \in N, \forall j \in N, \forall k \in V \quad (9)$$

Η ομάδα περιορισμών η οποία συμπεριλαμβάνεται στο συγκεκριμένο μοντέλο είναι η ομάδα περιορισμών (11) που υπάρχει και στο δεύτερο μοντέλο της προηγούμενης ενότητας, η οποία δηλώνει ότι το συνολικό κόστος της χρήσης των αντλιών σκυροδέματος στα έργα, δεν δύναται να υπερβεί μια καθορισμένη τιμή.

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in S} m_j * X_{ijk} \leq P_{COST} \quad (11)$$

Στη συγκεκριμένη προσέγγιση του προβλήματος θα έχουμε ως βασική επιδίωξη, την κατάρτιση του προγράμματος με τρόπο τέτοιο ώστε να ικανοποιούνται οι περιορισμοί οι οποίοι αναφέρθηκαν παραπάνω, το οποίο σημαίνει ότι εφόσον ικανοποιηθούν αυτοί, τότε θα έχουμε ένα εφικτό πρόγραμμα εργασίας. Η αντικειμενική συνάρτηση η οποία χρησιμοποιείται εδώ, ελαχιστοποιεί την συνολική καθυστέρησης άφιξης των αντλιών στα έργα. Πιο συγκεκριμένα έχουμε:

$$\text{Maximize } z = \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in N} X_{ijk} * (S_{ik} + t_{ij} - S_{jk}) \quad (14)$$

Η τρίτη περίπτωση του μοντέλου κατάρτισης του προγράμματος χρήσης των αντλιών σκυροδέματος σε έναν χρονικό ορίζοντα για  $N$  έργα και  $V$  αντλίες είναι το μοντέλο με αριθμό (15).

$$\text{Maximize } z = \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in N} X_{ijk} * (S_{ik} + t_{ij} - S_{jk}) \quad (15)$$

St

$$1) \quad \sum_{j \in N} \sum_{k \in S} X_{ijk} = 1, \forall i \in N$$

$$2) \quad \sum_{j \in N} X_{0jk} = 1, \forall k \in V$$

$$3) \quad \sum_{i \in N} X_{ihk} - \sum_{j \in N} X_{hjk} = 0, \forall h \in N, \forall k \in V$$

$$4) \quad \sum_{i \in N} X_{ihk} - \sum_{j \in N} X_{hjk} = 0, \forall h \in N, \forall k \in V$$

$$5) \quad \sum_{i \in N} X_{i,n+1,k} = 1, \forall k \in V$$

$$6) \quad S_{ik} + t_{ij} - K * (1 - X_{ijk}) \leq S_{jk}, \forall i \in N, \forall j \in N, \forall k \in V$$

$$7) \quad a_i \leq S_{ik} \leq b_i, \forall i \in N, \forall k \in V$$

$$8) \quad \sum_{j \in N} C_{ijk} * X_{ijk} \leq W_{\max}, \forall i \in N, \forall k \in V$$

$$9) \quad \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in S} m_j * X_{ijk} \leq P_{\text{COST}}$$

$$10) \quad X_{ijk} \in \{0,1\}, \forall i \in N, \forall j \in N, \forall k \in V$$

## 4. Παρουσίαση του προβλήματος

### 4.1 Εφαρμογή 1

Στη πρώτη εφαρμογή χρησιμοποιήθηκαν στοιχεία που δόθηκαν από μια επιχείρηση του κλάδου του ετοιμού σκυροδέματος. Ουσιαστικά παρουσιάζονται 39 έργα (Tasks), τα οποία προγραμματίστηκαν να σκυροδετηθούν μια τυχαία ημέρα. Τα στοιχεία, όσον αφορά την ποσότητα σκυροδέματος που απαιτούσαν τα έργα και το χρονικό παράθυρο της υλοποίησης τους, πάρθηκαν από τα αρχεία της επιχείρησης (πλάνο προγραμματισμού) εκείνης της ημέρας. Επίσης, οι τεχνικές απαιτήσεις (όσον αφορά στον εξοπλισμό) και η επιβάρυνση του κάθε έργου, καταγράφηκαν μετά από ερώτηση του προσωπικού που ασχολείται με τον προγραμματισμό των έργων.

Μέσα στον κώδικα είναι προσαρμοσμένος ένας περιορισμός ο οποίος ουσιαστικά απορρίπτει τις αντλίες, των οποίων το μήκος ιστού είναι μικρότερο από το ελάχιστο αποδεκτό, όπως αυτό δόθηκε πριν τον προγραμματισμό. Όταν δηλαδή το έργο  $i$  έχει ελάχιστη απαίτηση για αντλία μήκους ιστού 42μ, το συγκεκριμένο μοντέλο θέτει με τιμή μηδέν, όλες τις μεταβλητές απόφασης με σημείο προορισμού το έργο  $i$  για αντλίες σκυροδέματος μικρότερου μήκους ιστού. Στην συγκεκριμένη εφαρμογή δεν εμπεριέχεται περιορισμός βάσει των υπόλοιπων τεχνικών χαρακτηριστικών των αντλιών σκυροδέματος, το οποίο επιλέχθηκε για την μεγαλύτερη δυνατή απλοποίηση του συγκεκριμένου μοντέλου. Ο διαθέσιμος εξοπλισμός αντλιών σκυροδέματος (Concrete pumps) ο οποίος συμπεριλαμβάνεται στη συγκεκριμένη εφαρμογή, είναι ουσιαστικά το σύνολο των αντλιών, οι οποίες συνεργάζονται με την επιχείρηση (IX και ΔX). Ο αριθμός αυτών των αντλιών είναι ίσος με 20. Όσες από αυτές αδυνατούσαν να εξυπηρετήσουν, είτε επειδή υπήρχε κώλυμα από μεριάς του πληρώματος, είτε επειδή αντιμετώπιζαν τεχνική βλάβη, έχουν συμπεριληφθεί στο πρόγραμμα, στις οποίες όμως έχει τεθεί το μήκος του ιστού πολύ μικρό (π.χ. ίσο με 5), ώστε να μην επιλεγούν από τον κώδικα στην πορεία επίλυσης.

Το συγκεκριμένο μοντέλο βασίζεται στην πρώτη προσέγγιση του προβλήματος, όπως αυτή αναλύθηκε ανωτέρω. Δηλαδή, σε αυτή την εφαρμογή, το ζητούμενο είναι η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους της επιχείρησης για την ολοκλήρωση των συγκεκριμένων εργασιών. Θα θέλαμε να αναφέρουμε στο σημείο αυτό, ότι στην αντικειμενική συνάρτηση εμπεριέχεται και η ελάχιστη αμοιβή που λαμβάνει το πλήρωμα ανά εκχώρηση εργασίας. Η αμοιβή αυτή ισούται, με αυτή που θα του αναλογούσε για την άντληση 30 κυβικών μέτρων σκυροδέματος, την οποία την λαμβάνει, άσχετα με την ποσότητα που άντλησε στο έργο.



Το μοντέλο δίνεται στον Πίνακα 2 και περιέχει 31.200 δυαδικές, 40 συνεχείς μεταβλητές απόφασης και 904 λειτουργικούς περιορισμούς. Ακολουθεί ο κώδικας ο οποίος συντάχθηκε και επιλύθηκε στο πρόγραμμα LINGO 6.0 της LINDO SYSTEMS INC.

**MODEL: PROSEGGISH PROVLIMATOS 1**

```

SETS:
CONCRETE_PUMP:BOOMC,CPC,TDIFFACT_K,VOLUME_K;
! BOOMC = The length of the boom of the concrete pump.;
! CPC = Cost per m3 concrete that is pumped.;
!TDIFFACT_K = Total difficulty of concrete pump in the period;
!VOLUME_K = Total volume a concrete pump, pumps through period;

TASK:VOLUME,STIME,TDURATION,BOOME,DIFFACT1,DIFFACT2,DIFFACT3;
!VOLUME = The quantity of the concrete (cubic meters) for a task to be pumped in order
to be finished;
! STIME = The time that a concrete pump can start working on a task.;
! TDURATION = The time a task needs in order to be finished.;
! BOOME = The boom length the concrete pump must have in order to be suitable for the task.;
! DIFFACT1 = The difficulty factor a concrete pump credits for reaching the task.;
! The 0 shows small difficulty and 25 shows the greatest difficulty.;
! DIFFACT2 = The difficulty factor a concrete pump credits for the different setups on the
task. The 0 shows the smallest difficulty (1 setup) and 25 shows the biggest difficulty.(above
5 setups);
! DIFFACT3 = The difficulty factor a concrete pump credits for pumping the type of concrete.
The 0 shows the smallest difficulty (Easily pumped concrete)and 25 shows the biggest
difficulty.(Difficult pumped concrete);

TXC(TASK,CONCRETE_PUMP)::;
TXT(TASK,TASK)::;
TXTXC(TASK,TASK,CONCRETE_PUMP):X;

ENDSETS

DATA:

CONCRETE_PUMP = A8 A10 AK AT AL BK BS A3 C4 D5 G7 ML PL GF BV ER LR TR DF A9;

!A concrete pump is written with boom length 5 when it cannot work during the period;
BOOMC = 36 32 36 36 36 42 42 25 44 36 36 36 24 36 44 36 5 5 5 5;

CPC = 3.73 2.65 2.77 2.77 3.73 3.01 3.01 2.65 3.01 2.77 2.77 3.73 3.73 5.43 5.85 3.73 3.01
2.77 2.77 2.77;
TASK = DEPOT T1 T2 T3 T4 T5 T6 T7 T8 T9 T10 T11 T12 T13 T14 T15 T16 T17 T18 T19 T20 T21 T22
T23 T24 T25 T26 T27 T28 T29 T30 T31 T32 T33 T34 T35 T36 T37 T38 T39;
!DEPOT = The place from where the concrete pumps start at the beginning of the period;
!T1-T39 = The tasks of the clients;
STIME = 0 9 11 14 17 8 13 14 11 12.5 15 9 12 14.5 17 7 15 7 13.5 15.5 7 9 11 14 9 12.5 15 9.5
8.5 10.5 15.5 10 12 15.5 9 9 12 11 13.5 15.5;
TDURATION = 0 1 2 1 2 2 3 1 2.5 3 2 2 1.5 1 7 4 6 2.5 2.5 5 1 2.5 1.5 3 2.5 2 2.5 1.5 4.5
1.5 1 3 2 2 4 3 2.5 1.5 0.5;
VOLUME = 0 24 18 24 26 63 41 34 30 24 20 12 32 23 16 55 44 88 8 10 46 5 16 7 32 25.5 18 16 5
60 14 24 34.5 40 30 64 30 30 24 20;
BOOME = 0 36 36 36 36 32 32 36 36 36 36 36 36 36 36 36 36 36 36 36 36 42 42 42 42 25 25 25 44 44 44 36 36
36 36 36 36 24 36 44 36 36 36;
DIFFACT1 = 0 5 10 15 20 15 10 5 10 15 20 25 15 10 15 25 15 10 20 5 10 15 20 15 10 5 15 20 25
20 15 20 15 10 5 15 20 25 20 15;
DIFFACT2 = 0 10 15 20 25 5 15 15 15 20 5 10 15 20 10 15 20 25 10 5 15 15 20 10 10 10 15 10
20 10 15 20 10 10 10 15 10 20 15;
DIFFACT3 = 0 10 10 10 5 10 15 20 20 15 10 5 10 15 20 25 15 15 10 20 25 10 5 10 15 15 15 20 10
15 10 5 10 15 15 15 20 10 15 10;

ENDDATA
!-----;

!Minimize the cost of concrete pumping, that is volume * Cost Per Cubic. There is a minimum
cost for 30 cubic meter per task;
MIN=@SUM(TXTXC(I,J,K)|J#GT#1 #AND# VOLUME(J)#LT#30:30*CPC(K)*X(I,J,K))+
@SUM(TXTXC(I,J,K)|J#GT#1 #AND# VOLUME(J)#GE#30:VOLUME(J)*CPC(K)*X(I,J,K));

!Make X binary;
@FOR(TXTXC:@BIN(X));

```

```

!A concrete pump when finishes a task can't go to the same task.;
@FOR( TASK( I):
    @FOR( CONCRETE_PUMP( K):
        X( I, I, K) = 0;
    );
);

! A suitable concrete pump must enter a task (except depot) inside the time window.;
@FOR(TASK( J)|J#GT#1:
    @SUM(TXC( I, K)| I #NE# J #AND# BOOMC(K)#GE# BOOME(J)#AND# STIME(I)+TDURATION(I)
        #LE#STIME(J): X( I, J, K))= 1;
);

! A concrete pump must leave the task (except depot) after service.;
@FOR(TXC( H, K)|H #GT# 1:
    @SUM(TASK( I)|I#NE#H:X( I, H, K))=@SUM(TASK(J)|J#NE#H:X( H, J, K));
);

! A concrete pump must enter only once the depot.;
@FOR(CONCRETE_PUMP(K):
    @SUM(TXT( I, J)|J#EQ#1 #AND# I #GT# 1 #AND# I #NE# J:X( I, J, K)) <= 1;
);

! The total volume of concrete pump of all tasks (except depot);
TVOLUME=@SUM(TASK(J)|J#GT#1:VOLUME(J));

! The total difficulty (DIFFACT1) of all tasks (except depot).;
TDIFFACTTOT1=@SUM(TASK(J)|J#GT#1:DIFFACT1(J));

! The total difficulty (DIFFACT2) of all tasks (except depot).;
TDIFFACTTOT2=@SUM(TASK(J)|J#GT#1:DIFFACT2(J));

! The total difficulty (DIFFACT3) of all tasks (except depot).;
TDIFFACTTOT3=@SUM(TASK(J)|J#GT#1:DIFFACT3(J));

! The weighted total difficulty of all tasks.;
TDIFFACTTOT=0.3*TDIFFACTTOT1+0.4*TDIFFACTTOT2+0.3*TDIFFACTTOT3;

!For each concrete pump with boom length bigger than or equal 24;
@FOR(CONCRETE_PUMP(K)|BOOMC(K)#GE#24:

!The total volume a concrete pump, pumps during the period;
VOLUME_K(K)=@SUM(TXTXC(I,J,K)|J#GT#1 #AND# I#NE#J:X(I,J,K)*VOLUME(J));

!The total difficulty for a concrete pump during the period;
TDIFFACT_K(K)=@SUM(TXTXC(I,J,K)|J#GT#1 #AND# I#NE#J:X(I,J,K)*
(0.3*DIFFACT1(J)+0.4*DIFFACT2(J)+0.3*DIFFACT3(J)));

! Each concrete pump must pump at least the 1/50 of the whole volume of concrete of the
period.;
VOLUME_K(K)>=0.02*TVOLUME;

! The total factor of difficulty for each concrete pump must be at most 30% the total
difficulty of all tasks.;
TDIFFACT_K(K) <= 30/100*TDIFFACTTOT;

);
END

```

*Πίνακας 2. Πίνακας παρουσίασης του μοντέλου εκχωρηθέντων έργων στις αντλίες (Εφαρμογή 1)*

Στον Πίνακα 3, παρουσιάζονται συνοπτικά τα αποτελέσματα του συγκεκριμένου μοντέλου.

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης	4366,835
Συνολική ποσότητα αντληθέντων κυβικών (m <sup>3</sup> )	1133
Συνολική ποσότητα κυβικών προς άντληση περιόδου (m <sup>3</sup> )	1133

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	
Αριθμός εξυπηρετηθέντων έργων	39
Συνολικός βαθμός δυσκολίας όλων των έργων	551,5
Μέγιστος συνολικός βαθμός δυσκολίας αντλίας (Αντλία ER)	81,5

Πίνακας 3. Πίνακας αποτελεσμάτων (Εφαρμογή 1)

Στον Πίνακα 4, παρουσιάζονται αναλυτικά τα έργα που εκχωρήθηκαν σε κάθε αντλία ετοιμού σκυροδέματος, ώστε να ελαχιστοποιηθεί η αντικειμενική συνάρτηση.

Αντλία Σκυροδέματος	Έργο <sup>1</sup>						Αντληθέντα Κυβικά
A8	T15						55
A10	T5	T6					104
AK	T35	T38	T39	T14			124
AT	T1	T29	T16				128
AL	T13						23
BK	T17	T18					96
BS	T20	T32	T19				90.5
A3	T21	T22	T23				28
C4	T24	T36	T26				80
D5	T11	T37	T7	T4			102
G7	T28	T31	T8	T12	T3	T33	155
ML	T2	T30					32
PL	T34						30
GF	T9						24
BV	T25						25.5
ER	T27	T10					36
LR							0
TR							0
DF							0
A9							0

Πίνακας 4. Πίνακας παρουσίασης των εκχωρηθέντων έργων στις αντλίες (Εφαρμογή 1)

Από τα αποτελέσματα της προσέγγισης που αναλύθηκε ανωτέρω στην εφαρμογή 1, βλέπουμε την βέλτιστη δυνατή εκχώρηση των έργων στις αντλίες (Πίνακας 4), ώστε να τηρούνται οι περιορισμοί οι οποίοι έχουν τεθεί. Η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης προέκυψε  $Z=4366,835$ . Αυτή είναι η ελάχιστη άμεση ταμειακή εκροή που μπορεί να έχει η επιχείρηση, από την εξυπηρέτηση των έργων που εμπεριέχονται στο συγκεκριμένο πρόγραμμα, ώστε αυτή να γίνει βάσει των περιορισμών που τέθηκαν. Αναλύοντας τα

<sup>1</sup> Τα έργα παρουσιάζονται με την ακολουθία εκχώρησης τους στις αντλίες. Επίσης εννοείται ότι οι αντλίες ξεκινούν από το DEPOT πριν το πρώτο έργο, ενώ καταλήγουν πάλι εκεί μετά το τελευταίο έργο.

αποτελέσματα βλέπουμε ότι τηρείται ο περιορισμός του μέγιστου συντελεστή επιβάρυνσης προς τις αντλίες σκυροδέματος, αφού ο μέγιστος συντελεστής επιβάρυνσης είναι στην αντλία με δείκτη αναγνώρισης G7 και ισούται προς 81,5, το οποίο είναι κατά πολύ μικρότερο από τον περιορισμό που θέσαμε  $0.3 \cdot 551,5 = 165,45$ . Επίσης βλέπουμε ότι όλες οι αντλίες σκυροδέματος έχουν ρίξει την ελάχιστη ποσότητα σκυροδέματος που έχουμε θέσει, η οποία είναι η  $0.02 \cdot 1133 = 22,66$ . Η αντλία σκυροδέματος με την μικρότερη αντληθείσα ποσότητα είναι η AL με 23κ.μ., η οποία είναι οριακά μεγαλύτερη από την τιμή του περιορισμού μας. Δεν πρέπει να παραλείψουμε ότι οι αντλίες οι οποίες δεν έχουν εκχωρημένο κάποιο έργο, είναι αυτές που για ανωτέρα βία δεν μπορούσαν να εργαστούν την συγκεκριμένη περίοδο που εξετάζει το μοντέλο. Σε επίλυση μοντέλου άλλης περιόδου, οι συγκεκριμένες αντλίες θα ενταχθούν κανονικά στο πρόγραμμα και θα εμπλακούν και αυτές στους περιορισμούς που θέτει το μοντέλο.

Από τα αρχεία της επιχείρησης, προέκυψε ότι το κόστος που επιβαρύνθηκε η επιχείρηση για την υποβέλτιστη εκχώρηση των εργασιών στα μηχανήματα, όπως αυτή έγινε χωρίς την χρήση του συγκεκριμένου μοντέλου από το προσωπικό που ασχολείται με τον προγραμματισμό, είναι περίπου 4830€. Συγκρίνοντας με την επιβάρυνση που προκύπτει από το μοντέλο της προσέγγισης 1, υπάρχει διαφορά ύψους περίπου 464€, ήτοι 9,6%. Δηλαδή, η εξοικονόμηση πόρων που θα είχε η επιχείρηση, εάν είχε χρησιμοποιήσει αυτό το μοντέλο βελτιστοποίησης, θα ήταν αυτού του ύψους.

## 4.2 Εφαρμογή 2

Στη δεύτερη εφαρμογή χρησιμοποιήθηκαν τα ίδια στοιχεία που χρησιμοποιήθηκαν και στην πρώτη εφαρμογή. Δηλαδή ο αριθμός των έργων (Tasks) είναι ξανά 39. Οι τεχνικοί περιορισμοί είναι ίδιοι με αυτούς που υπάρχουν στην Εφαρμογή 1, εκτός από τον πρόσθετο περιορισμό σχετικά με το μέγιστη επιτρεπτό κόστος.

Η διαφοροποίηση στη συγκεκριμένη εφαρμογή έρχεται μέσα από την αντικειμενική συνάρτηση, η οποία είναι σύμφωνα με την δεύτερη προσέγγιση του προβλήματος βελτιστοποίησης. Έτσι θα αναζητηθεί η βέλτιστη εκχώρηση των έργων στις αντλίες σκυροδέματος, ώστε να μεγιστοποιηθεί το συνολικό άθροισμα των γινομένων των συντελεστών βαρύτητας των έργων με την συνολική αντλήσιμη ποσότητα αυτών. Το συγκεκριμένο μέγεθος δεν έχει κάποια φυσική σημασία, αλλά είναι ένα μέγεθος το οποίο εξυπηρετεί σε μεγάλο βαθμό τα ζητούμενα που έχουν τεθεί, σε προγενέστερη παράγραφο (Προσέγγιση 2). Αποτελεί στην ουσία μια προσέγγιση της συνολικής σημαντικότητας ανά έργο. Το συγκεκριμένο μοντέλο μπορεί να χρησιμεύσει στην επιχείρηση για την εκχώρηση

των έργων στις αντλίες, όταν ο αριθμός του εξοπλισμού είναι μικρότερος του αναγκαίου, ώστε να πάρουμε εφικτή λύση από το μοντέλο της εφαρμογής 1. Αυτό συμβαίνει, μιας και δεν είναι δυνατό, βάσει του συγκεκριμένου μοντέλου, να εξυπηρετηθεί ένα έργο παραβιάζοντας το χρονικό παράθυρο αυτού. Για να γίνει καλύτερα κατανοητό, θα παρουσιαστούν δυο ξεχωριστές λύσεις του ίδιου μοντέλου, η πρώτη (Προσέγγιση Προβλήματος 2α) έχοντας στην διάθεση της η επιχείρηση 20 αντλίες σκυροδέματος, ενώ η δεύτερη (Προσέγγιση Προβλήματος 2β) έχοντας στη διάθεση της 10 αντλίες σκυροδέματος. Η ουσιαστική διαφοροποίηση θα φανεί μέσα από την αδυναμία εξυπηρέτησης του συνόλου των έργων, μέσω του μειωμένου διαθέσιμου εξοπλισμού. Ο περιορισμός της άμεσης ταμειακής εκροής, έχει τεθεί στις 5000€ και στις δυο περιπτώσεις, καθώς θέλουμε να υπάρχει κάποιο περιθώριο από το πρόγραμμα, ώστε να βρει την βέλτιστη λύση γρήγορα.

Το πρώτο μοντέλο της συγκεκριμένης εφαρμογής, για 20 αντλίες σκυροδέματος, δίνεται στον Πίνακα 5 και περιέχει 8.322 δυαδικές, 42 γραμμικές μεταβλητές απόφασης καθώς και 5.551 λειτουργικούς περιορισμούς.

#### **MODEL: PROSEGGISH PROVLIMATOS 2a**

```
SETS:

CONCRETE_PUMP:BOOMC,CPC,TDIFFACT_K,VOLUME_K;
!BOOMC = The length of the boom of the concrete pump.;
!CPC = Cost per m3 concrete that is pumped.;
!TDIFFACT_K = Total difficulty of concrete pump in the period;
!VOLUME_K = Total volume a concrete pump, pumps through period;

TASK:VOLUME,STIME,TDURATION,BOOME,DIFFACT1,DIFFACT2,DIFFACT3,TSIGNF;
!VOLUME = The quantity of the concrete (cubic meters) for a task to be pumped in order
to be finished;
!STIME = The time that a concrete pump can start working on a task.;
!TDURATION = The time a task needs in order to be finished.;
!BOOME = The boom length the concrete pump must have in order to be suitable for the
task.;
!DIFFACT1 = The difficulty factor a concrete pump credits for reaching the task.;
!The 0 shows small difficulty and 25 shows the greatest difficulty.;
!DIFFACT2 = The difficulty factor a concrete pump credits for the different setups on the
task. The 0 shows the smallest difficulty (1 setup) and 25 shows the biggest difficulty.(above
5 setups);
!DIFFACT3 = The difficulty factor a concrete pump credits for pumping the type of concrete.
The 0 shows the smallest difficulty (Easily pumped concrete)and 25 shows the biggest
difficulty.(Difficult pumped concrete);
!TSIGNF = The significance factor of a task. The 0 shows small significance while 5 shows big
significance;

TXC(TASK,CONCRETE_PUMP);;
TXT(TASK,TASK);;
TXTXC(TASK,TASK,CONCRETE_PUMP):X;
ENDSETS

DATA:

CONCRETE_PUMP = A8 A10 AK AT AL BK BS A3 C4 D5 G7 ML PL GF BV ER LR TR DF A9;

!A concrete pump is written with boom length 5 when it cannot work during the period;
BOOMC = 36 32 36 36 36 42 42 25 44 36 36 36 24 36 44 36 5 5 5 5;

CPC = 3.73 2.65 2.77 2.77 3.73 3.01 3.01 2.65 3.01 2.77 2.77 3.73 3.73 5.43 5.85 3.73 3.01
2.77 2.77 2.77;

TASK = DEPOT T1 T2 T3 T4 T5 T6 T7 T8 T9 T10 T11 T12 T13 T14 T15 T16 T17 T18 T19 T20 T21 T22
```

```

T23 T24 T25 T26 T27 T28 T29 T30 T31 T32 T33 T34 T35 T36 T37 T38 T39;
!DEPOT = The place from where the concrete pumps start at the beginning of the period;
!T1-T39 = The tasks of the clients;
STIME = 0 9 11 14 17 8 13 14 11 12.5 15 9 12 14.5 17 7 15 7 13.5 15.5 7 9 11 14 9 12.5 15 9.5
8.5 10.5 15.5 10 12 15.5 9 9 12 11 13.5 15.5;
TDURATION = 0 1 2 1 2 2 2 3 1 2.5 3 2 2 1.5 1 7 4 6 2.5 2.5 5 1 2.5 1.5 3 2.5 2 2.5 1.5 4.5
1.5 1 3 2 2 4 3 2.5 1.5 0.5;
VOLUME = 0 24 18 24 26 63 41 34 30 24 20 12 32 23 16 55 44 88 8 10 46 5 16 7 32 25.5 18 16 5
60 14 24 34.5 40 30 64 30 30 24 20;
BOOME = 0 36 36 36 36 32 32 36 36 36 36 36 36 36 36 36 36 42 42 42 42 25 25 25 44 44 44 36 36
36 36 36 36 36 24 36 44 36 36 36;
DIFFACT1 = 0 5 10 15 20 15 10 5 10 15 20 25 15 10 15 25 15 10 20 5 10 15 20 15 10 5 15 20 25
20 15 20 15 10 5 15 20 25 20 15;
DIFFACT2 = 0 10 15 20 25 5 15 15 15 15 20 5 10 15 20 10 15 20 25 10 5 15 15 20 10 10 10 15 10
20 10 15 20 10 10 15 10 20 15;
DIFFACT3 = 0 10 10 10 5 10 15 20 20 15 10 5 10 15 20 25 15 15 10 20 25 10 5 10 15 15 15 20 10
15 10 5 10 15 15 15 20 10 15 10;

! TSIGNF = The task significance factor.;
TSIGNF = 0 1 2 3 4 3 2 1 2 3 4 5 3 2 3 5 3 2 4 1 2 3 4 5 2 1 3 4 5 4 3 4 5 2 1 3 4 5 4 3;

ENDDATA

!-----;

! Maximize the total significance of the assigned tasks.;
MAX=@SUM(TXTXC(I,J,K)|J#NE#1 #AND# I#NE#J:X(I,J,K)*TSIGNF(J)*VOLUME(J));

! The number of the assigned tasks.;
TASSIGNNO=@SUM(TXTXC(I,J,K)|J#NE#1 #AND# I#NE#J:X(I,J,K));

! The upper bound of the cost the business is disposed to pay.;
@SUM(TXTXC(I,J,K)|J#GT#1 #AND# VOLUME(J)#LE#30:30*CPC(K)*X(I,J,K))+@SUM(TXTXC(I,J,K)|J#GT#1
#AND# VOLUME(J)#GT#30:VOLUME(J)*CPC(K)*X(I,J,K))<=5000;

L=@SUM(TXTXC(I,J,K)|J#GT#1 #AND# VOLUME(J)#LE#30:30*CPC(K)*X(I,J,K))+@SUM(TXTXC(I,J,K)|J#GT#1
#AND# VOLUME(J)#GT#30:VOLUME(J)*CPC(K)*X(I,J,K));

! Make X binary;
@FOR(TXTXC:@BIN(X));

! A concrete pump when finishes a task can't go to the same task.;
@FOR(TASK(I):
  @FOR( CONCRETE_PUMP(K):
    X(I, I, K) = 0;
  );
);

! A concrete pump cant enter a task before the end of the previous task.For i < j;
@FOR(TASK(I):
  @FOR(TXC(J,K)|J#GT#1 #AND# I#LT#J #AND# STIME(J)#LT#STIME(I)+TDURATION(I):
    X(I, J, K) = 0;
  );
);

! A concrete pump cant enter a task before the end of the previous task.For i < j;
@FOR(TASK(I):
  @FOR(TXC(J,K)|I#GT#1 #AND# I#LT#J #AND# STIME(I)#LT#STIME(J)+TDURATION(J):
    X(J, I, K) = 0;
  );
);

! For all tasks a suitable concrete pump must be assigned.;
@FOR(TXT(I,J)|J#GT#1 #AND# J#GT#I:
  @FOR(CONCRETE_PUMP(K)|(BOOMC(K)#LT#BOOME(J)):
    X(I,J,K)=0;
  );
);

! A concrete pump must leave the task (except depot) after service.;
@FOR(TXC(H,K)|H #GT# 1:
  @SUM(TASK(I)|I#NE#H:X(I, H, K))=@SUM(TASK(J)|J#NE#H:X(H, J, K));
);

!In each task (except depot) only once at most can a concrete pump be assigned;
@FOR(TASK(J)|J#GT#1:

```

```

@SUM(TXTXC(I, J, K) | I#NE#J:X(I, J, K)) <= 1;
);
! A concrete pump must enter only once the depot.;
@FOR(CONCRETE_PUMP(K):
@SUM(TXT(I, J) | J#EQ#1 #AND# I #GT# 1 #AND# I #NE# J:X(I, J, K)) <= 1;
);
! The total volume of concrete pump of all tasks(except depot);
TVOLUME=@SUM(TASK(J) | J#GT#1:VOLUME(J));
! The total volume of the pumped concrete;
TVOLUMEPUMP=@SUM(TXTXC(I, J, K) | J#GT#1:X(I, J, K) *VOLUME(J));
! The total difficulty (DIFFACT1) of all tasks(except depot).;
TDIFFACTTOT1=@SUM(TXTXC(I, J, K) | J#GT#1:X(I, J, K) *DIFFACT1(J));
! The total difficulty (DIFFACT2) of all tasks(except depot).;
TDIFFACTTOT2=@SUM(TXTXC(I, J, K) | J#GT#1:X(I, J, K) *DIFFACT2(J));
! The total difficulty (DIFFACT3) of all tasks(except depot).;
TDIFFACTTOT3=@SUM(TXTXC(I, J, K) | J#GT#1:X(I, J, K) *DIFFACT3(J));
! The weighted total difficulty of all tasks(except depot).;
TDIFFACTTOT=0.3*TDIFFACTTOT1+0.4*TDIFFACTTOT2+0.3*TDIFFACTTOT3;
!For each concrete pump with boom length bigger than or equal 24;
@FOR(CONCRETE_PUMP(K) | BOOMC(K) #GE#24:
!The total volume a concrete pump, pumps during the period;
VOLUME_K(K)=@SUM(TXTXC(I, J, K) | J#GT#1 #AND# I#NE#J:X(I, J, K) *VOLUME(J));
!The total difficulty for a concrete pump during the period;
TDIFFACT_K(K)=@SUM(TXTXC(I, J, K) | J#GT#1 #AND# I#NE#J:X(I, J, K) *
(0.3*DIFFACT1(J)+0.4*DIFFACT2(J)+0.3*DIFFACT3(J)));
!Each concrete pump must pump at least the 1/50 of the whole volume of concrete of the
period.;
VOLUME_K(K)>=0.02*TVOLUME;
!The total factor of difficulty for each concrete pump must be at most 30% the total
difficulty of all tasks.;
TDIFFACT_K(K) <= 30/100*TDIFFACTTOT;
);
END

```

*Πίνακας 5. Πίνακας παρουσίασης του μοντέλου εκχωρηθέντων έργων στις αντλίες (Εφαρμογή 2), για 20 αντλίες σκυροδέματος.*

Στον Πίνακα 6 παρουσιάζονται συνοπτικά τα αποτελέσματα του συγκεκριμένου μοντέλου για διαθέσιμο εξοπλισμό 20 αντλιών σκυροδέματος.

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης	3345
Κόστος εξυπηρέτησης των υλοποιημένων έργων (€)	4997.715
Συνολική ποσότητα αντληθέντων κυβικών (m <sup>3</sup> )	1133
Συνολική ποσότητα κυβικών προς άντληση περιόδου (m <sup>3</sup> )	1133
Αριθμός εξυπηρετηθέντων έργων	39
Συνολικός βαθμός δυσκολίας όλων των έργων	551,5
Μέγιστος συνολικός βαθμός δυσκολίας αντλίας (Αντλία ER)	56

*Πίνακας 6. Πίνακας αποτελεσμάτων (Εφαρμογή 2) για 20 αντλίες σκυροδέματος.*

Ακολουθεί ο Πίνακας 7, στον οποίο παρουσιάζονται αναλυτικά τα έργα που εκχωρήθηκαν σε κάθε αντλία ετοιμού σκυροδέματος, ώστε να μεγιστοποιηθεί η αντικειμενική συνάρτηση.

Αντλία Σκυροδέματος	Έργο <sup>2</sup>				Αντληθέντα Κυβικά
A8	T28	T29	T10		85
A10	T22	T23	T14		39
AK	T11	T9			36
AT	T6	T16			85
AL	T15	T7			89
BK	T17	T3	T33		152
BS	T31	T8	T32		88.5
A3	T21	T2			23
C4	T24	T25	T30	T4	97.5
D5	T13				23
G7	T1	T12			56
ML	T27	T19			26
PL	T34				30
GF	T35	T18			72
BV	T20	T36	T26		94
ER	T5	T37	T38	T39	137
LR					0
TR					0
DF					0
A9					0

Πίνακας 7. Πίνακας παρουσίασης των εκχωρηθέντων έργων στις αντλίες (Εφαρμογή 2) για 20 αντλίες σκυροδέματος.

Το δεύτερο μοντέλο της συγκεκριμένης εφαρμογής, για 10 αντλίες σκυροδέματος, δίνεται στον Πίνακα 8 και περιέχει 4.522 δυαδικές, 27 γραμμικές μεταβλητές απόφασης καθώς και 2.116 λειτουργικούς περιορισμούς.

Να σημειωθεί ότι τα σημεία τα οποία δείχνονται με συνεχόμενες παύλες στον Πίνακα 8, σχετικά με τα sets, data και τους περιορισμούς, είναι τα σημεία που ταυτίζονται με αυτά του Πίνακα 5 και παραλείπονται για οικονομία χώρου.

#### **MODEL: PROSEGGISH PROVLIMATOS 2b**

SETS:

```
-----
-----
TXC (TASK, CONCRETE_PUMP) ;;
TXT (TASK, TASK) ;;
TXTXC (TASK, TASK, CONCRETE_PUMP) :X;
ENDSETS
```

<sup>2</sup> Τα έργα παρουσιάζονται με την ακολουθία εκχώρησης τους στις αντλίες. Επίσης εννοείται ότι οι αντλίες ξεκινούν από το DEPOT πριν το πρώτο και καταλήγουν σε αυτό μετά το τελευταίο έργο.



```

DATA:
CONCRETE_PUMP = A8 A10 AK AT AL BK BS A3 C4 D5;

!A concrete pump is written with boom length 5 when it cannot work during the period;
BOOMC = 36 32 36 36 36 42 42 25 44 36;

CPC = 3.73 2.65 2.77 2.77 3.73 3.01 3.01 2.65 3.01 2.77;

-----
ENDDATA

!-----;

-----
END

```

Πίνακας 8. Πίνακας παρουσίασης του μοντέλου εκχωρηθέντων έργων στις αντλίες (Εφαρμογή 2), για 10 αντλίες σκυροδέματος.

Στον Πίνακα 9 παρουσιάζονται συνοπτικά τα αποτελέσματα του συγκεκριμένου μοντέλου για διαθέσιμο εξοπλισμό 10 αντλιών σκυροδέματος.

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης	3172.5
Κόστος εξυπηρέτησης των υλοποιημένων έργων (€)	3794.915
Συνολική ποσότητα αντληθέντων κυβικών (m <sup>3</sup> )	1060.5
Συνολική ποσότητα κυβικών προς άντληση περιόδου (m <sup>3</sup> )	1133
Αριθμός εξυπηρετηθέντων έργων	34
Συνολικός βαθμός δυσκολίας όλων των έργων	479
Μέγιστος συνολικός βαθμός δυσκολίας αντλίας (Αντλία ΑΚ)	71.5

Πίνακας 9. Πίνακας αποτελεσμάτων (Εφαρμογή 2) για 10 αντλίες σκυροδέματος.

Ενώ, στον Πίνακα 10 παρουσιάζονται αναλυτικά τα έργα που εκχωρήθηκαν σε κάθε αντλία ετοιμού σκυροδέματος, ώστε να μεγιστοποιηθεί η αντικειμενική συνάρτηση.

Αντλία Σκυροδέματος	Έργο <sup>3</sup>					Αντληθέντα Κυβικά
A8	T15	T3	T33			119
A10	T5	T22	T7			113
AK	T28	T31	T37	T23	T39	86
AT	T11	T8	T12	T13		97
AL	T1	T29	T19			94
BK	T20	T9	T14			86

<sup>3</sup> Τα έργα παρουσιάζονται με την ακολουθία εκχώρησης τους στις αντλίες. Επίσης εννοείται ότι οι αντλίες ξεκινούν από το DEPOT πριν το πρώτο και καταλήγουν σε αυτό μετά το τελευταίο έργο.

Αντλία Σκυροδέματος	Έργο <sup>3</sup>					Αντληθέντα Κυβικά
BS	T17	T38	T16			156
A3	T34	T32	T26			82,5
C4	T24	T36	T10			82
D5	T35	T6	T30	T4		145

Πίνακας 10. Πίνακας παρουσίασης των εκχωρηθέντων έργων στις αντλίες (Εφαρμογή 2), για 10 αντλίες σκυροδέματος.

Όπως μπορούμε να δούμε από τους πίνακες των συνοπτικών αποτελεσμάτων των δυο ξεχωριστών παραδειγμάτων της εφαρμογής 2, στην πρώτη περίπτωση (20 αντλίες) έχουμε τιμή αντικειμενικής συνάρτησης ίση προς 3345, ενώ για την δεύτερη (10 αντλίες) 3172.5. Από το συγκεκριμένο μέγεθος δεν μπορούμε να βγάλουμε κάποιο συμπέρασμα, καθώς αυτό δεν έχει κάποιο φυσικό νόημα.

Βλέποντας όμως τον αριθμό των έργων που υλοποιήθηκαν και στις δυο περιπτώσεις, δηλαδή 39 στην πρώτη και 34 στη δεύτερη, καταλαβαίνουμε ότι δεν εξυπηρετήθηκαν 5 έργα στη δεύτερη περίπτωση. Αυτό ήταν αναμενόμενο, καθώς είναι αδύνατο να εξυπηρετηθούν έργα των οποίων τα χρονικά παράθυρα, επικαλύπτονται από χρονικά παράθυρα άλλων έργων, όταν δεν υπάρχουν διαθέσιμες αντλίες σκυροδέματος. Έτσι αναγκαστικά θα πρέπει κάποια από αυτά να μην υλοποιηθούν. Η επιλογή φυσικά των έργων που δεν θα υλοποιηθούν, γίνεται από το μοντέλο βάσει της αντικειμενικής συνάρτησης που έχουμε θέσει.

Μπορούμε επίσης να παρατηρήσουμε ότι ενώ στην πρώτη περίπτωση η άμεση ταμειακή εκροή της επιχείρησης είναι 4997.715, στην δεύτερη είναι 3794.915. Η διαφοροποίηση προκύπτει από την «εξοικονόμηση» που κάνει η επιχείρηση καθώς δεν εξυπηρετεί τα πέντε απορριπτά έργα. Λόγω ακριβώς αυτού του γεγονότος, έχουμε και μικρότερο συνολικό συντελεστή επιβάρυνσης ο οποίος είναι 479 στη δεύτερη, ενώ είναι 551.5 στην πρώτη.

### 4.3 Εφαρμογή 3

Ομοίως με την προηγούμενη εφαρμογή, και στην τρίτη εφαρμογή χρησιμοποιήθηκαν τα ίδια στοιχεία που χρησιμοποιήθηκαν και στην πρώτη. Δηλαδή ο αριθμός των έργων (Tasks) είναι πάλι 39. Οι περιορισμοί στην εφαρμογή αυτή, όσον αφορά την αντληθείσα ποσότητα σκυροδέματος ανά αντλία είναι ακριβώς ίδιοι με τις προγενέστερες εφαρμογές. Ίδιος περιορισμός ισχύει αντίστοιχα και για την περίπτωση της μέγιστης επιβάρυνσης που είναι αποδεκτή σε κάποιο πλήρωμα. Επίσης, το μέγιστο αποδεκτό κόστος που συμπεριλήφθηκε να επιβαρυνθεί η επιχείρηση, είναι και αυτό το ίδιο. Υπήρξαν φυσικά κάποιες αλλαγές στη

μορφή του μοντέλου, ώστε να είναι δυνατή η τροποποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης. Η κύρια όμως διαφοροποίηση στη συγκεκριμένη εφαρμογή έρχεται μέσα από την αντικειμενική συνάρτηση, η οποία είναι σύμφωνα με την τρίτη προσέγγιση του προβλήματος βελτιστοποίησης. Έτσι θα αναζητηθεί η βέλτιστη εκχώρηση των αντλιών σκυροδέματος στα έργα, ώστε να ελαχιστοποιηθεί η συνολική καθυστέρηση των αντλιών σε αυτά. Φυσικά στην περίπτωση που χρησιμοποιηθεί το ίδιο πλήθος αντλιών για την εξυπηρέτηση των ίδιων έργων με την εφαρμογή 1, αναμενόμενο είναι να προκύψει μηδενική καθυστέρηση (αφού η εφαρμογή 1 είχε εφικτή λύση). Η συγκεκριμένη προσέγγιση του προβλήματος έχει εξαιρετικό ενδιαφέρον σε περιπτώσεις που δεν υπάρχει πολύς διαθέσιμος εξοπλισμός για την εξυπηρέτηση των έργων, ή στην περίπτωση που συμπέσουν πολλά μαζί χρονικά παράθυρα εξυπηρέτησης έργων. Μοιραία η επιχείρηση θα αναγκαστεί να αναβάλει για κάποια ώρα την έναρξη της εργασίας σε κάποια από αυτά. Σε αυτή την περίπτωση η χρήση του παρόντος εξυπηρετεί την επιχείρηση, προκαλώντας την ελάχιστη δυσαρέσκεια των πελατών της. Για την ορθότερη παρουσίαση των αποτελεσμάτων, θα δοθούν δυο ξεχωριστές λύσεις για το μοντέλο αυτό, στο οποίο θα βρεθεί αρχικά η βέλτιστη λύση για την περίπτωση διαθέσιμου εξοπλισμού 20 αντλιών σκυροδέματος, ενώ στη δεύτερη λύση για 9 αντλίες σκυροδέματος. Το μοντέλο της πρώτης περίπτωσης της συγκεκριμένης εφαρμογής, δίνεται στον Πίνακα 11 και περιέχει 9850 δυαδικές, 14644 συνεχείς μεταβλητές απόφασης και 11397 λειτουργικούς περιορισμούς.

#### **MODEL: PROSEGGISH PROVLIMATOS 3a**

```
SETS:

CONCRETE_PUMP:BOOMC,CPC,TDIFFACT_K,VOLUME_K;
!BOOMC = The length of the boom of the concrete pump.;
!CPC = Cost per m3 concrete that is pumped.;
!TDIFFACT_K = Total difficulty of concrete pump in the period;
!VOLUME_K = Total volume a concrete pump, pumps through period;

TASK:VOLUME,STIME,TDURATION,BOOME,DIFFACT1,DIFFACT2,DIFFACT3;
!VOLUME = The quantity of the concrete (cubic meters) for a task to be pumped in order
to be finished;
!STIME = The time that a concrete pump can start working on a task.;
!TDURATION = The time a task needs in order to be finished.;
!BOOME = The boom length the concrete pump must have in order to be suitable for the
task.;
!DIFFACT1 = The difficulty factor a concrete pump credits for reaching the task.;
!The 0 shows small difficulty and 25 shows the greatest difficulty.;
!DIFFACT2 = The difficulty factor a concrete pump credits for the different setups on the
task. The 0 shows the smallest difficulty (1 setup) and 25 shows the biggest difficulty.(above
5 setups);
!DIFFACT3 = The difficulty factor a concrete pump credits for pumping the type of concrete.
The 0 shows the smallest difficulty (Easily pumped concrete)and 25 shows the biggest
difficulty.(Difficult pumped concrete);

TXC (TASK, CONCRETE_PUMP) :;
TXT (TASK, TASK) :;
TXTXC (TASK, TASK, CONCRETE_PUMP) :X, R;
ENDSETS

DATA:
```

```

CONCRETE_PUMP = A8 A10 AK AT AL BK BS A3 C4 D5 G7 ML PL GF BV ER LR TR DF A9;

!A concrete pump is written with boom length 5 when it cannot work during the period;
BOOMC = 36 32 36 36 36 42 42 25 44 36 36 36 24 36 44 36 5 5 5 5;
CPC = 3.73 2.65 2.77 2.77 3.73 3.01 3.01 2.65 3.01 2.77 2.77 3.73 3.73 5.43 5.85 3.73 3.01
2.77 2.77 2.77;
TASK = DEPOT T1 T2 T3 T4 T5 T6 T7 T8 T9 T10 T11 T12 T13 T14 T15 T16 T17 T18 T19 T20 T21 T22
T23 T24 T25 T26 T27 T28 T29 T30 T31 T32 T33 T34 T35 T36 T37 T38 T39;
!DEPOT = The place from where the concrete pumps start at the beginning of the period;
!T1-T39 = The tasks of the clients;
STIME = 0 9 11 14 17 8 13 14 11 12.5 15 9 12 14.5 17 7 15 7 13.5 15.5 7 9 11 14 9 12.5 15 9.5
8.5 10.5 15.5 10 12 15.5 9 9 12 11 13.5 15.5;
TDURATION = 0 1 2 1 2 2 2 3 1 2.5 3 2 2 1.5 1 7 4 6 2.5 2.5 5 1 2.5 1.5 3 2.5 2 2.5 1.5 4.5
1.5 1 3 2 2 4 3 2.5 1.5 0.5;
VOLUME = 0 24 18 24 26 63 41 34 30 24 20 12 32 23 16 55 44 88 8 10 46 5 16 7 32 25.5 18 16 5
60 14 24 34.5 40 30 64 30 30 24 20;
BOOME = 0 36 36 36 36 32 32 36 36 36 36 36 36 36 36 36 42 42 42 42 25 25 25 44 44 44 36 36
36 36 36 36 24 36 44 36 36 36;
DIFFACT1 = 0 5 10 15 20 15 10 5 10 15 20 25 15 10 15 25 15 10 20 5 10 15 20 15 10 5 15 20 25
20 15 20 15 10 5 15 20 25 20 15;
DIFFACT2 = 0 10 15 20 25 5 15 15 15 20 5 10 15 20 10 15 20 25 10 5 15 15 20 10 10 10 15 10
20 10 15 20 10 10 15 10 20 15;
DIFFACT3 = 0 10 10 10 5 10 15 20 20 15 10 5 10 15 20 25 15 15 10 20 25 10 5 10 15 15 15 20 10
15 10 5 10 15 15 20 10 15 10;
ENDDATA

!-----;

@FOR(TXTXC(I,J,K)|I#NE#1 #AND# J#NE#1 #AND# I#NE#J #AND# STIME(J)#LE#STIME(I)+TDURATION(I):
R(I,J,K)= X(I,J,K)*(STIME(I)+TDURATION(I)-STIME(J));
);

MIN=@SUM(TXTXC(I,J,K):R(I,J,K));

@SUM(TXTXC(I,J,K)|J#GT#1 #AND# VOLUME(J)#LE#30:30*CPC(K)*X(I,J,K))+@SUM(TXTXC
(I,J,K)|J#GT#1 #AND# VOLUME(J)#GT#30:VOLUME(J)*CPC(K)*X(I,J,K))<=5000;

L=@SUM(TXTXC(I,J,K)|J#GT#1 #AND# VOLUME(J)#LE#30:30*CPC(K)*X(I,J,K))+@SUM(TXTXC(I,J,K)|J#GT#1
#AND# VOLUME(J)#GT#30:VOLUME(J)*CPC(K)*X(I,J,K));

@FOR(TXTXC:@BIN(X));

@FOR( TASK( I):
@FOR( CONCRETE_PUMP( K):
X( I, I, K) = 0;
);
);

@FOR(TXT(I,J)|J#GT#1 #AND# J#NE#I:
@FOR(CONCRETE_PUMP(K)|BOOMC(K)#LT#BOOME(J):
X(I,J,K)=0;
);
);

@FOR(TXT(I,J)|J#GT#1 #AND# J#NE#I #AND# STIME(I)#GT#STIME(J):
@FOR(CONCRETE_PUMP(K):
X(I,J,K)=0;
);
);

!A concrete pump must leave the task after service.;
@FOR(TXC( H, K)|H #GT# 1:
@SUM(TASK( I)|I#NE#H:X( I, H, K))=@SUM(TASK(J)|J#NE#H:X( H, J, K));
);

@FOR(TASK(J)|J#GT#1:
@SUM(TXTXC(I,J,K)|I#NE#J:X(I,J,K))=1;
);

!A concrete pump must enter only once the depot.;
@FOR(CONCRETE_PUMP(K):
@SUM(TXT( I, J)|J#EQ#1 #AND# I #GT# 1 #AND# I #NE# J:X( I, J, K)) <= 1;
);

!The total volume of concrete pump of all tasks;

```

```

TVOLUME=@SUM(TASK(J)|J#GT#1:VOLUME(J));

!The total difficulty (DIFFACT1) of all tasks.;
TDIFFACTTOT1=@SUM(TASK(J)|J#GT#1:DIFFACT1(J));

!The total difficulty (DIFFACT2) of all tasks.;
TDIFFACTTOT2=@SUM(TASK(J)|J#GT#1:DIFFACT2(J));

!The total difficulty (DIFFACT3) of all tasks.;
TDIFFACTTOT3=@SUM(TASK(J)|J#GT#1:DIFFACT3(J));

!The weighted total difficulty of all tasks.;
TDIFFACTTOT=0.3*TDIFFACTTOT1+0.4*TDIFFACTTOT2+0.3*TDIFFACTTOT3;

!For each concrete pump with boom length bigger than or equal 24;
@FOR(CONCRETE_PUMP(K)|BOOMC(K)#GE#24:

!The total volume a concrete pump, pumps during the period;
VOLUME_K(K)=@SUM(TXTXC(I,J,K)|J#GT#1 #AND# I#NE#J:X(I,J,K)*
VOLUME(J));

!The total difficulty for a concrete pump during the period;
TDIFFACT_K(K)=@SUM(TXTXC(I,J,K)|J#GT#1 #AND#
I#NE#J:X(I,J,K)*(0.3*DIFFACT1(J)+0.4*DIFFACT2(J)+0.3*DIFFACT3(J)));

!Each concrete pump must pump at least the 1/50 of the whole volume of concrete of the day.;
VOLUME_K(K)>=0.02*TVOLUME;

!The total factor of difficulty for each concrete pump must be at most 30% the total
difficulty of all tasks.;
TDIFFACT_K(K) <= 30/100*TDIFFACTTOT;

);
END

```

*Πίνακας 11. Πίνακας παρουσίασης του μοντέλου εκχωρηθέντων έργων στις αντλίες (Εφαρμογή 3) για 20 αντλίες σκυροδέματος.*

Στον Πίνακα 12, δείχνονται συνοπτικά τα αποτελέσματα για την επίλυση του μοντέλου της εφαρμογής 3 για 20 αντλίες σκυροδέματος.

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης	0.0000000E+00
Κόστος εξυπηρέτησης των υλοποιημένων έργων (€)	4951.315
Συνολική ποσότητα αντληθέντων κυβικών (m <sup>3</sup> )	1133
Συνολική ποσότητα κυβικών προς άντληση περιόδου (m <sup>3</sup> )	1133
Αριθμός εξυπηρετηθέντων έργων	39
Συνολικός βαθμός δυσκολίας όλων των έργων	551.5
Μέγιστος συνολικός βαθμός δυσκολίας αντλίας (Αντλία ER)	60.5

*Πίνακας 12. Πίνακας αποτελεσμάτων (Εφαρμογή 3) για 20 αντλίες σκυροδέματος.*

Επίσης, στον Πίνακα 13, δείχνονται τα έργα με την σειρά που αυτά εκχωρούνται, σε κάθε αντλία σκυροδέματος.

Αντλία Σκυροδέματος	Έργο <sup>4</sup>				Αντληθέντα Κυβικά
A8	T11	T8	T32	T10	96.5
A10	T6				41
AK	T5	T37	T30		107
AT	T7				34
AL	T28	T29	T16		109
BK	T1	T31	T19		58
BS	T17	T18			96
A3	T21	T22	T23		28
C4	T20	T25			71.5
D5	T9	T33			64
G7	T2	T38			42
ML	T15	T13	T4		104
PL	T34				30
GF	T27	T12			48
BV	T24	T36	T26		80
ER	T35	T3	T39	T14	124
LR					0
TR					0
DF					0
A9					0

Πίνακας 13. Πίνακας παρουσίασης των εκχωρηθέντων έργων στις αντλίες (Εφαρμογή 3) για 20 αντλίες σκυροδέματος

Το δεύτερο μοντέλο της συγκεκριμένης εφαρμογής, για 9 αντλίες σκυροδέματος, δίνεται στον Πίνακα 14, περιέχει 5.447 δυαδικές, 7051 γραμμικές μεταβλητές απόφασης καθώς και 4.844 λειτουργικούς περιορισμούς.

Να σημειωθεί ότι τα σημεία τα οποία παρουσιάζονται με παύλες στον Πίνακα 14, σχετικά με τα SETS, DATA και περιορισμούς, είναι ίδια με τα αντίστοιχα κομμάτια του παραδείγματος για 20 αντλίες.

**MODEL: PROSEGGISH PROVLIMATOS 3b**

SETS:

-----  
-----

```
TXC (TASK, CONCRETE_PUMP) ; ;
TXT (TASK, TASK) ; ;
TXTXC (TASK, TASK, CONCRETE_PUMP) : X, R;
ENDSETS
```

DATA:

```
CONCRETE_PUMP = A8 A10 AK AT AL BK BS A3 C4;
!A concrete pump is written with boom length 5 when it cannot work during the period;
```

<sup>4</sup> Τα έργα παρουσιάζονται με την ακολουθία εκχώρησης τους στις αντλίες. Επίσης εννοείται ότι οι αντλίες ξεκινούν από το DEPOT πριν το πρώτο και καταλήγουν σε αυτό μετά το τελευταίο έργο.

BOOMC = 36 32 36 36 36 42 42 25 44;

CPC = 3.73 2.65 2.77 2.77 3.73 3.01 3.01 2.65 3.01;

ENDDATA

!-----;

END

Πίνακας 14. Πίνακας παρουσίασης του μοντέλου εκχωρηθέντων έργων στις αντλίες (Εφαρμογή 3), για 9 αντλίες σκυροδέματος.

Στον Πίνακα 15, δείχνονται συνοπτικά τα αποτελέσματα για την επίλυση του μοντέλου της εφαρμογής 3 για 9 αντλίες σκυροδέματος.

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	
Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης	15.5
Κόστος εξυπηρέτησης των υλοποιημένων έργων (€)	4313.195
Συνολική ποσότητα αντληθέντων κυβικών (m <sup>3</sup> )	1133
Συνολική ποσότητα κυβικών προς άντληση περιόδου (m <sup>3</sup> )	1133
Αριθμός εξυπηρετηθέντων έργων	39
Συνολικός βαθμός δυσκολίας όλων των έργων	551.5
Μέγιστος συνολικός βαθμός δυσκολίας αντλίας (Αντλία C4)	154.5

Πίνακας 15. Πίνακας αποτελεσμάτων (Εφαρμογή 3) για 9 αντλίες σκυροδέματος.

Τέλος στον Πίνακα 16, δείχνονται τα έργα με την σειρά που αυτά εκχωρούνται, σε κάθε αντλία σκυροδέματος.

Αντλία Σκυροδέματος	Έργο <sup>5</sup>											Αντληθέντα Κυβικά
	T35	T32	T10									
A8	T35	T32	T10									118.5
A10	T34	T6										71
AK	T5	T31	T37	T38	T30							155
AT	T15	T7	T4									115
AL	T11	T29	T16									116
BK	T17	T9	T13	T19								145
BS	T20	T12	T18	T39	T33							146
A3	T21	T22	T23									28
C4	T28	T1	T24	T27	T8	T2	T36	T25	T3	T26	T14	238.5

Πίνακας 16. Πίνακας παρουσίασης των εκχωρηθέντων έργων στις αντλίες (Εφαρμογή 3), για 9 αντλίες σκυροδέματος.

<sup>5</sup> Τα έργα παρουσιάζονται με την ακολουθία εκχώρησής τους στις αντλίες. Επίσης εννοείται ότι οι αντλίες ξεκινούν από το DEPOT πριν το πρώτο και καταλήγουν σε αυτό μετά το τελευταίο έργο.

Αναλύοντας τα αποτελέσματα της αντικειμενικής συνάρτησης, για τα δυο παραδείγματα της εφαρμογής 3, μπορούμε να κάνουμε κάποιες πολύ ενδιαφέρουσες παρατηρήσεις. Αρχικά στο παράδειγμα 3α, βλέπουμε ότι η αντικειμενική συνάρτηση προέκυψε ίση με 0.00. Αυτό σημαίνει ότι η συνολική καθυστέρηση (σε ώρες) της έναρξης των έργων είναι μηδενική. Αντίθετα στο παράδειγμα 3β, προέκυψε συνολική καθυστέρηση ίση με 15.5 ώρες. Δηλαδή σε κάποια έργα οι αντλίες έφθασαν με καθυστέρηση σε σχέση με το χρόνο έναρξης του έργου, όπως αυτός προβλεπόταν από το χρονικό παράθυρο του. Αυτό όπως προείπαμε και στην προηγούμενη εφαρμογή, είναι αναμενόμενο, καθώς δεν υπάρχει ο ελάχιστος αριθμός διαθέσιμων αντλιών για την εξυπηρέτηση των έργων. Έτσι ο κώδικας προσπαθεί να εξυπηρετήσει τα έργα, μέσα από την καθυστέρηση έλευσης του εξοπλισμού σε αυτά.

Επίσης παρατηρούμε ότι ενώ στη πρώτη περίπτωση θα υπάρξει μια επιβάρυνση της επιχείρησης περίπου κατά 4951€, στη δεύτερη περίπτωση θα υπάρξει επιβάρυνση κατά 4313€, παρά το ότι και στις δυο περιπτώσεις παρατηρούμε ότι υλοποιήθηκε το σύνολο των έργων της χρονικής περιόδου. Αυτό όμως συμβαίνει λόγω του ότι στη δεύτερη περίπτωση το λογισμικό επίλυσης έχει την δυνατότητα να επιβαρύνει περισσότερο (εκχωρηθέντα έργα) τις αντλίες με χαμηλό κόστος, οπότε προκύπτει και μεγαλύτερη μείωση της τελικής άμεσης ταμειακής εκροής της επιχείρησης. Αυτό άλλωστε μπορούμε να το παρατηρήσουμε και από την μέγιστη επιβάρυνση που προκύπτει σε αντλία, που ενώ στην πρώτη περίπτωση, είναι της τάξης των 60.5 μονάδων, ήτοι περίπου 11%, στη δεύτερη περίπτωση είναι της τάξης των 154.5 μονάδων, δηλαδή περίπου 28%. Δηλαδή η βέλτιστη λύση στην δεύτερη περίπτωση «φορτώνει» με πολύ περισσότερο έργο τις αντλίες, προκύπτοντας κατά μέσο όρο πάνω από τα 4 εκχωρημένα έργα ανά αντλία, σε αντίθεση με τα λιγότερο από 3 εκχωρημένα έργα ανά αντλία της πρώτης περίπτωσης. Το γεγονός αυτό, οδηγεί σε μείωση του συνολικού άμεσου κόστους το οποίο θα πρέπει να δαπανηθεί από την επιχείρηση.

## **5. Συμπεράσματα - Παρατηρήσεις**

Σε όλη την προηγούμενη ανάλυση, έγινε ο εντοπισμός του θεωρητικού υπόβαθρου, η προσέγγιση, ενώ έγινε μοντελοποίηση και επίλυση, τριών ξεχωριστών εφαρμογών του προβλήματος της βέλτιστης εκχώρησης εργασιών στις αντλίες σκυροδέματος.

Συμπερασματικά, μπορούμε να αναφέρουμε ότι η επιχείρηση μπορεί να χρησιμοποιήσει το μοντέλο της κάθε εφαρμογής, κρίνοντας ανά περίπτωση πιο από τα τρία αυτά μοντέλα θα εξυπηρετήσουν τα τρέχοντα συμφέροντα της. Έτσι, εάν η επιχείρηση σκυροδέματος έχει



αρκετό εξοπλισμό μπορεί να μειώσει το κόστος της εξυπηρέτησης των πελατών, χρησιμοποιώντας το μοντέλο της εφαρμογής 1. Κάθε χρονική περίοδο προγραμματισμού, ακολουθώντας την βέλτιστη λύση του προβλήματος, θα εξοικονομεί πολύτιμους πόρους. Το συγκεκριμένο όμως μοντέλο έχει αδυναμία, η οποία είναι συνάρτηση του αριθμού των διαθέσιμων αντλιών σκυροδέματος. Εάν ο αριθμός των αντλιών δεν είναι ο απαραίτητος για την εξυπηρέτηση όλων των έργων εντός των χρονικών παραθύρων, το συγκεκριμένο μοντέλο αδυνατεί να δώσει εφικτή λύση. Φυσικά είναι εξαιρετικά δύσκολο εκ των προτέρων, να εξακριβωθεί εάν ο αριθμός των διαθέσιμων αντλιών είναι ο κρίσιμος, ώστε το πρόβλημα να δώσει τουλάχιστον μια εφικτή (άρα και βέλτιστη) λύση. Ο λόγος είναι ότι αριθμός των απαραίτητων αντλιών, είναι άμεσα συνυφασμένος με τα έργα τα οποία πρέπει να εξυπηρετηθούν την περίοδο ελέγχου. Δηλαδή, εάν τυχαίνει μια χρονική περίοδο πολλοί μαζί πελάτες επιθυμούν να κάνουν σκυροδέτηση και έχουν επικαλυπτόμενα χρονικά παράθυρα, ο αριθμός των αντλιών που απαιτείται, είναι μεγαλύτερος σε σχέση με την περίπτωση μικρής επικάλυψης των χρονικών παραθύρων.

Στην περίπτωση που ο αριθμός των αντλιών δεν είναι ο απαραίτητος, ώστε να μπορεί να δώσει τουλάχιστον μια εφικτή λύση το μοντέλο, η επιχείρηση θα πρέπει να επιλέξει να κινηθεί προς την προσπάθεια βελτιστοποίησης μέσω των άλλων δυο μοντέλων που αναπτύχθηκαν.

Έτσι μπορεί να επιλέξει το μοντέλο της εφαρμογής 2 στην περίπτωση που η επιχείρηση θεωρεί ότι δεν θα προκαλέσει μεγάλη δυσαρέσκεια στους πελάτες, οι οποίοι δεν θα συμπεριληφθούν στο πρόγραμμα της χρονικής περιόδου που εξετάζεται. Σε αυτή την περίπτωση το λογισμικό θα δώσει λύση, η οποία έμμεσα προκαλεί την εξυπηρέτηση των έργων με τα περισσότερα αντλήσιμα κυβικά και άρα τα μεγαλύτερα δυνατά έσοδα της επιχείρησης, συνυπολογίζοντας και την κρισιμότητα του πελάτη για την επιχείρηση.

Εάν όμως η επιχείρηση κρίνει ότι δεν είναι αποδεκτή η οποιαδήποτε απόρριψη έργου πελάτη (κίνδυνος απώλειας πελάτη από ανταγωνιστή), έχει την δυνατότητα να χρησιμοποιήσει το μοντέλο της εφαρμογής 3. Σε αυτήν την περίπτωση θα εξαχθεί μια βέλτιστη λύση, η οποία θα ελαχιστοποιήσει το σύνολο της καθυστέρησης στα έργα. Έτσι θα πρέπει απλώς να «διαπραγματευτεί» με τον πελάτη την αλλαγή των χρόνων εξυπηρέτησης του, βάσει του χρόνου ο οποίος την εξυπηρετεί στον προγραμματισμό. Είναι πάντως δεδομένο ότι προκαλείται μικρότερη δυσαρέσκεια στους πελάτες, όταν εκ των προτέρων η επιχείρηση εκφράσει την αδυναμία εξυπηρέτησης τους βάσει του αρχικού χρονικού παραθύρου. Μέσω αυτής της «διαπραγματεύσεως», μπορεί να βρεθεί μια δεύτερη εναλλακτική χρονικού παραθύρου, η οποία θα ικανοποιεί και τον πελάτη.

Επίσης, θα μπορεί μια επιχείρηση, να κάνει επίλυση των εκάστοτε προβλημάτων και στα τρία μοντέλα, συγκρίνοντας τα αποτελέσματα, επιλέγοντας την ιδανική κάθε φορά λύση. Όταν δηλαδή υπάρχει  $V$  αριθμός διαθέσιμων αντλιών σκυροδέματος για την εξυπηρέτηση των  $N$  πελατών, και υπάρχει μια βέλτιστη λύση, μπορεί να γίνει επανάληψη της επίλυσης του προβλήματος, αφαιρώντας τον υψηλότερου κόστους εξοπλισμό. Η λύση που θα εξαχθεί (εάν υπάρχει), θα είναι καλύτερη σε σχέση με την πρώτη. Με την αφαίρεση κάθε φορά της πιο ακριβής αντλίας και επανάληψη της επίλυσης, θα προκύπτουν πιο οικονομικές λύσεις του προβλήματος (αυξάνοντας την επιβάρυνση των οικονομικών αντλιών). Αυτό φυσικά είναι δυνατό να συνεχιστεί μέχρι ενός σημείου, όσο δηλαδή το πρόβλημα έχει εφικτές λύσεις. Με αυτό τον τρόπο η επιχείρηση σκυροδέματος, μπορεί κάθε χρονική περίοδο να βρει την βέλτιστη της περιόδου, για την εξυπηρέτηση όλων των πελατών.

Οι συγκεκριμένες δοκιμές μπορούν να συνεχίσουν από το σημείο εκείνο χρησιμοποιώντας κάποια από τις εφαρμογές 2 ή 3, μειώνοντας ακόμα περισσότερο τον αριθμό των αντλιών, και ελέγχοντας κάθε φορά την λύση του κώδικα. Υπάρχει περίπτωση τα αποτελέσματα αυτά, να προκαλούν ακόμα μικρότερο κόστος για την επιχείρηση, με τίμημα φυσικά, είτε την απόρριψη κάποιων πελατών, είτε την καθυστέρηση έναρξης των έργων τους, ανάλογα πιο μοντέλο έχει επιλεγεί για την επίλυση. Ο έλεγχος τέτοιων σεναρίων χρήσης των αντλιών στα έργα, μπορεί να οδηγήσει σε ακόμα καλύτερες βέλτιστες λύσεις, μειώνοντας ακόμα περισσότερο το κόστος της επιχείρησης. Πάντα όμως θα πρέπει να ζυγίζεται από τις επιχειρήσεις και το έμμεσο κόστος που μπορεί να υπάρξει για την ίδια μέσω της δυσαρέστησης ή απώλειας ενός πελάτη.

Εν κατακλείδι σε όλα που αναφέρθηκαν παραπάνω, μπορούμε να πούμε, ότι το συγκεκριμένο μοντέλο μπορεί να αποδειχθεί εξαιρετικά χρήσιμο στις επιχειρήσεις έτοιμου σκυροδέματος. Μέσω αυτού μπορούν να αυτοματοποιηθούν διαδικασίες, να εξοικονομηθούν σημαντικοί διαθέσιμοι πόροι και κατ' επέκταση να προκληθεί και βελτίωση της απόδοσης και της παραγωγικότητας των επιχειρήσεων. Ο προσανατολισμός σε προγράμματα βελτιστοποίησης για την διανομή και διάθεση των προϊόντων τους, είναι μια μεγάλη ευκαιρία για τις επιχειρήσεις, ώστε να βελτιώσουν την θέση τους στη σκακιέρα του ανταγωνισμού του κλάδου.

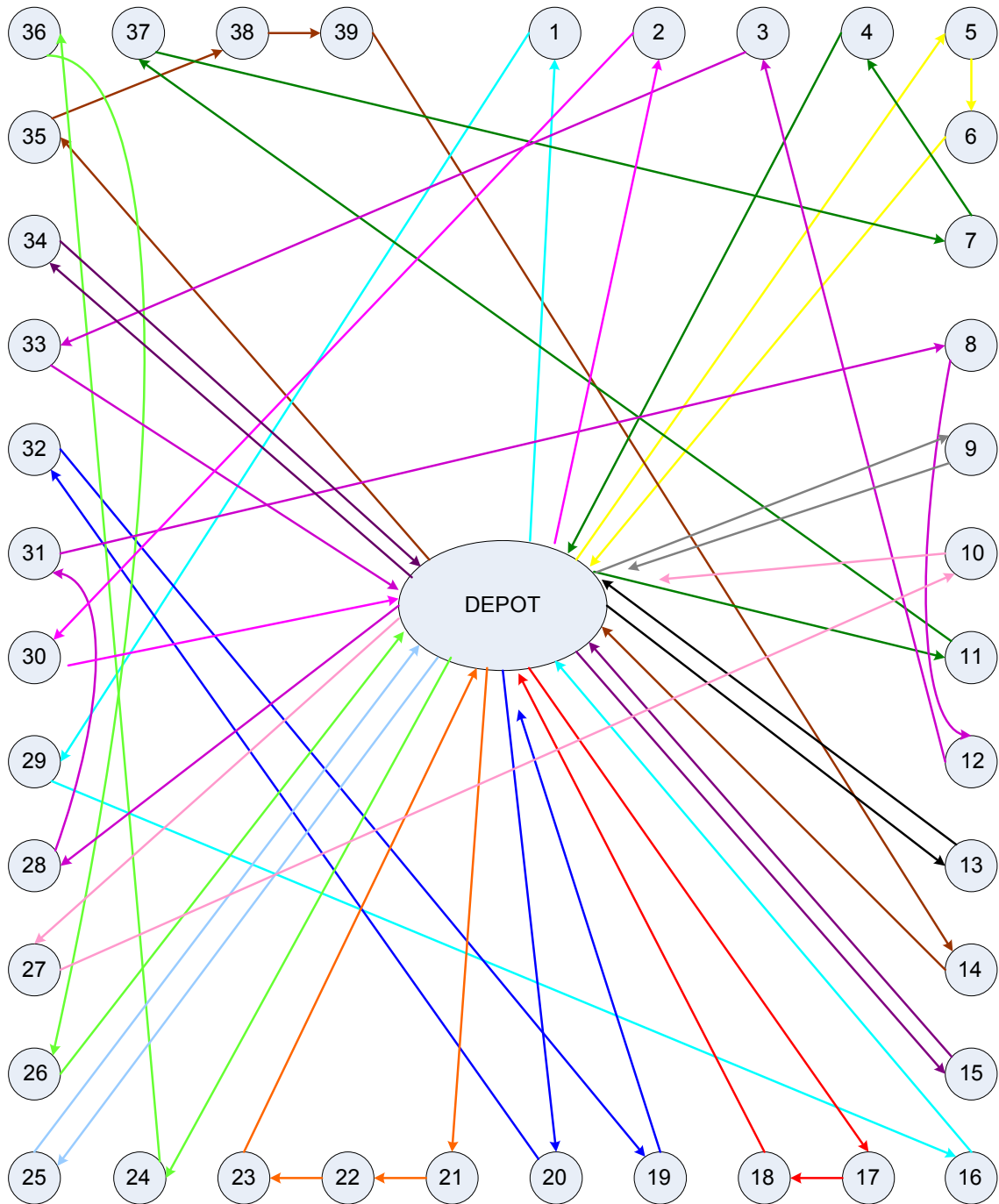
## 6. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Baker, Edward K. and Joanne R. Schaffer, Solution Improvement Heuristics for the vehicle Routing Problem with Time Window Constraints. *American Journal of Mathematical and Management Sciences* (Special Issue) 6, 261-300, 1986.
- [2] Cook, W and J.L. Rich, *A parallel cutting-plane algorithm for the vehicle routing problem with time windows*, Houston, Texas, 1999.
- [3] Dantzig, G.B. and J.H. Ramser, *The Truck Dispatching Problem*. *Management Science* 6 (1): 80–91, 1959, Retrieved 2008-04-17.
- [4] Desrochers, M. et al., Vehicle Routing with Time Windows: Optimization and Approximation. *Vehicle Routing: Methods and Studies*, B. Golden and A. Assad (eds.), North Holland, 1988.
- [5]. Desrochers, M., J.K. Lenstra and M.W.P. Savelsberg, *A Classification Scheme for Vehicle Routing and Scheduling Problems*, *European journal of Operational Research*, 322-332, 1988.
- [6] Desrosiers, J., Y. Dumas, M. Solomon and F. Soumi, Time Constrained Routing and Scheduling. In *Handbooks in Operations Research and Management Science, Vol8: Network Routing*. Ball, M. O., T. L. Magnanti, and G. L. Nemhauser (eds). North-Holland, Amsterdam, The Netherlands, 1995.
- [7] Furnon, V. and B. De Backer, *Local search in constraint programming experiments with tabu search on the vehicle routing problem*, *Meta-heuristics advances and trends*, chap 5, 63-75, 1998.
- [8] Kohl, N. and Oli B.G. Madsen, *An Optimization Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Time Windows Based on Lagrangian Relaxation*, *Operations Research*, 45(3), 395-406, 1997.
- [9] Koskosidis, Yiannis, Warren B. Powell and Marius M. Solomon, An Optimization Based Heuristic for Vehicle Routing and Scheduling with Time Window Constraints. *Transportation Science*, 26 (2), 69-85, 1992.
- [10] Lenstra, J. and A. Rinnooy Kan, *Complexity of Routing Vehicle and Scheduling Problems*, *Networks* 11, 1981, 221-228.
- [11] Malandraki, C. and M.S. Daskin, *Time dependent vehicle routing problems: formulations, properties and heuristic algorithms*, *Transportation science*, 26 (3), 185-200,1992.

- [12] Nygard, *Neural network and genetic algorithms in routing and scheduling*, ORSA/TIMS National Meeting, Philadelphia, PA, 1990.
- [13] Potvin, J.Y., Bengio, S., *A genetic approach to the vehicle routing problem with time windows*, Technical report CRT 953, Centre de recherche sur les transports, Université de Montreal, 1993.
- [14] Savelsbergh M. W. P., *Local Search for Constrained Routing Problems*. Report OS-R8711, Department of Operations Research and System Theory, Center for Mathematics and Computer Science, Amsterdam, Holland, 1987.
- [15] Savelsbergh M. W. P., *Local Search for Routing Problems with Time Windows*. *Annals of Operations Research* 4, 285-305, 1985.
- [16] Solomon, M. and J. Desrosiers, *Survey paper: time window constrained routing and scheduling problems*, *Transportation Science*, 22(1), 1-13, 1988.
- [17] Solomon, Marius M., Edward K. Baker, and Joanne R. Schaffer, *Vehicle Routing and Scheduling Problems with Time Window Constraints: Efficient Implementations of Solution Improvement Procedures*. In *Vehicle Routing: Methods and Studies*, B. L. Golden and A. Assad (Eds.), Elsevier Science Publishers B. V. (North-Holland), 85-90, 1988.
- [18] Talbi, E.G *Méta-heuristiques pour l'optimisation combinatoire multi-objectif : Etat de l'art*, 2000.
- [19] Thangiah, Sam R., *Vehicle routing with time windows using genetic algorithms*, Technical Report SRU-SpSc-TR-93-23, Slippery Rock University, submitted to the book on *Applications Handbook of genetic algorithms: New frontiers*, 1993.
- [20] Thangiah, Sam R., Ibrahim Osman, Rajini Vinayagamoorthy and Tong Sun, *Algorithms for Genetic Algorithm for Vehicle Routing with Time Deadlines*. Forthcoming in the *American Journal of Mathematical and Management Sciences*, 1994.

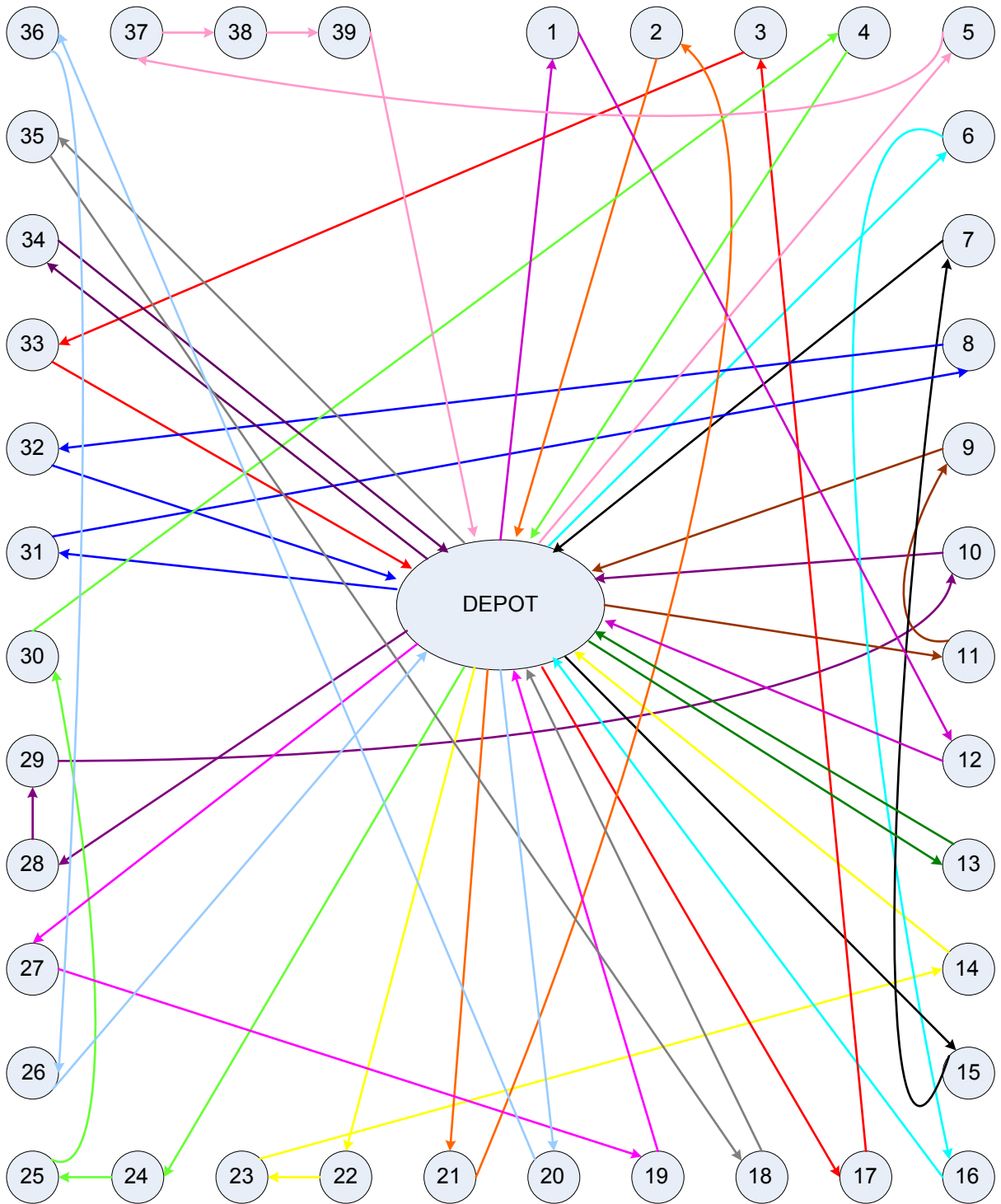
**ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ: Παρουσίαση του δικτύου εκχώρησης έργων ανά αντλία σε κάθε παράδειγμα.**

**ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ 1**



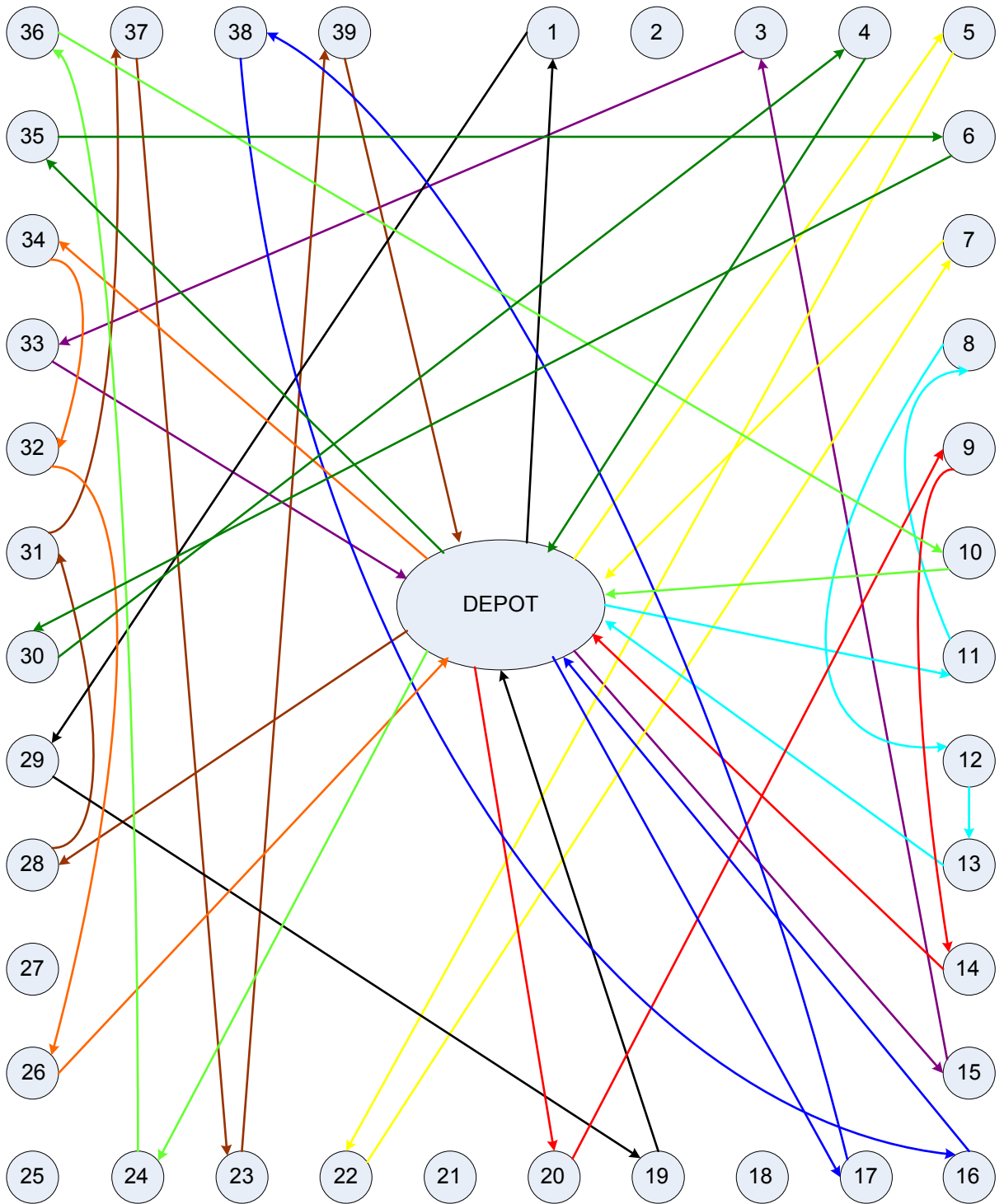
A8	→	BS	→	PL	→
A10	→	A3	→	GF	→
AK	→	C4	→	BV	→
AT	→	D5	→	ER	→
AL	→	G7	→		
BK	→	ML	→		

**ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ 2Α**



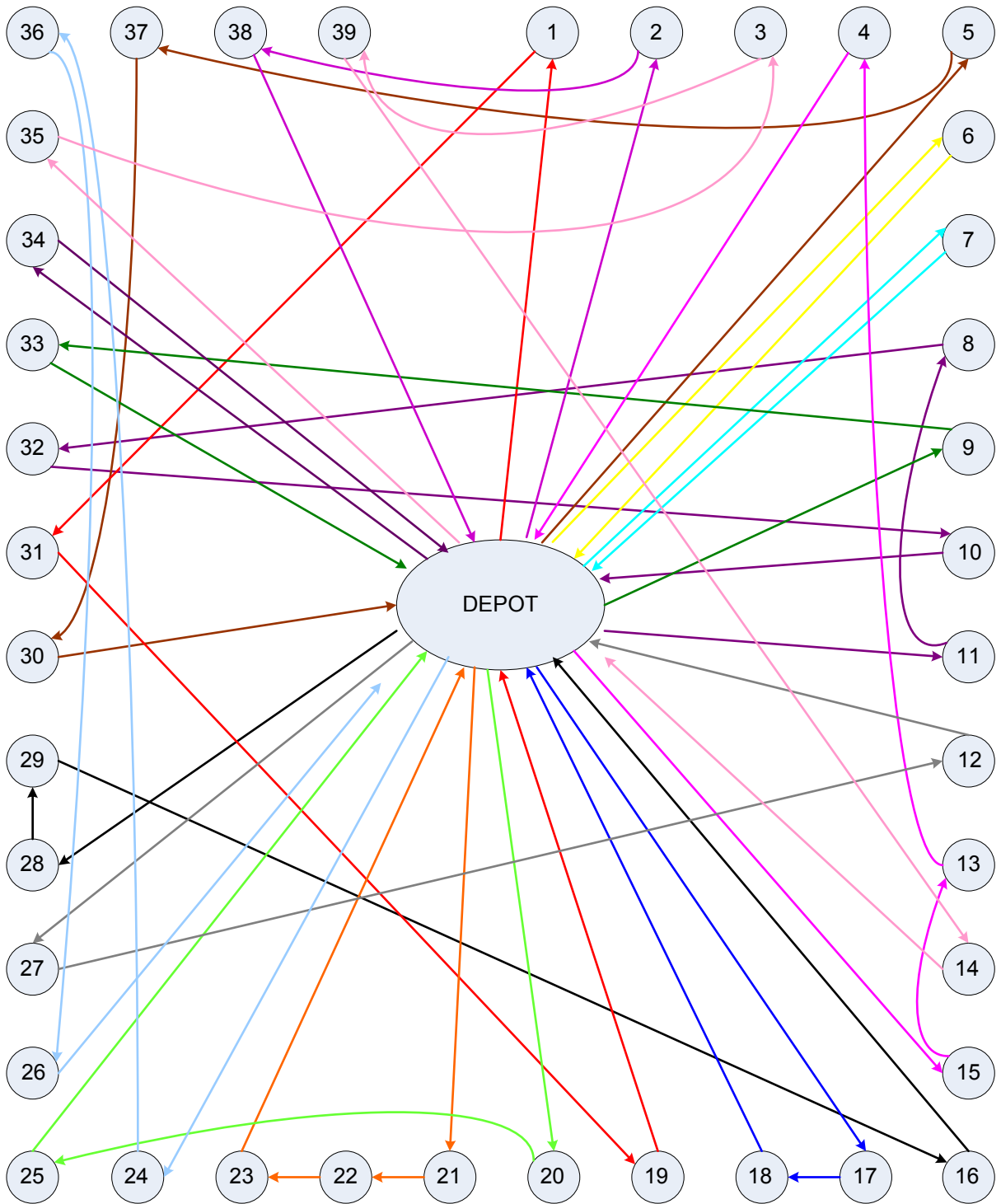
- |     |   |    |   |    |   |
|-----|---|----|---|----|---|
| A8  | → | BS | → | PL | → |
| A10 | → | A3 | → | GF | → |
| AK  | → | C4 | → | BV | → |
| AT  | → | D5 | → | ER | → |
| AL  | → | G7 | → |    |   |
| BK  | → | ML | → |    |   |

**ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ 2B**



- |     |   |    |   |
|-----|---|----|---|
| A8  | → | BS | → |
| A10 | → | A3 | → |
| AK  | → | C4 | → |
| AT  | → | D5 | → |
| AL  | → |    |   |
| BK  | → |    |   |

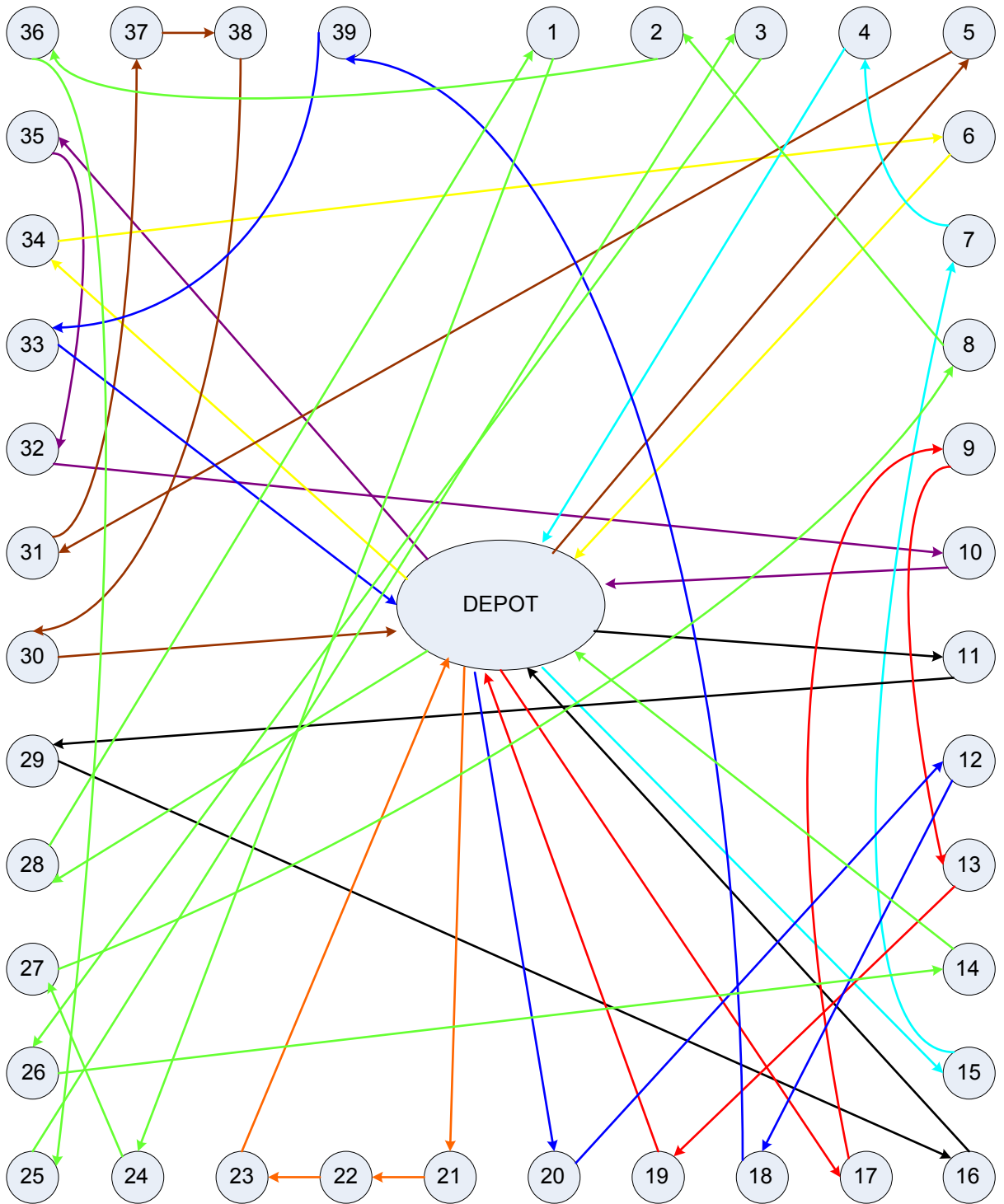
**ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ 3Α**



- |     |   |    |   |    |   |
|-----|---|----|---|----|---|
| A8  | → | BS | → | PL | → |
| A10 | → | A3 | → | GF | → |
| AK  | → | C4 | → | BV | → |
| AT  | → | D5 | → | ER | → |
| AL  | → | G7 | → |    |   |
| BK  | → | ML | → |    |   |



**ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ 3B**



- |     |   |    |   |
|-----|---|----|---|
| A8  | → | BS | → |
| A10 | → | A3 | → |
| AK  | → | C4 | → |
| AT  | → |    |   |
| AL  | → |    |   |
| BK  | → |    |   |