ΕΜΠΕΙΡΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΗΣ NASH ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ

ΒΛΑΧΟΠΟΥΛΟΥ ΑΘΑΝΑΣΙΑ
(Α.Μ. 11/08)

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Επιβλέπων καθηγητής: Παπαναστασίου Ιωάννης

Εξεταστές : Νούλας Αθανάσιος
Ζαπράνης Αχιλλέας

Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών στα Πληροφοριακά Συστήματα

Πανεπιστήμιο Μακεδονίας
Θεσσαλονίκη
Ιανουάριος 2010

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

# ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα διπλωματική εργασία πραγματεύεται την ανάλυση της θεωρίας παιγνίων και πιο συγκεκριμένα την ισορροπία Nash. Ξεκινά με μια γενική αναφορά για τη θεωρία παιγνίων και συνεχίζει με την εξέλιξη της, από τις πρώτες ανακαλύψεις μέχρι και σήμερα. Παρουσιάζει διάφορες εφαρμογές σε πολλούς τομείς που υπάρχουν και αναλύονται κάποιοι σημαντικοί ορισμοί για την κατανόηση της.

Στη συνέχεια το ενδιαφέρον εστιάζεται στην ισορροπία Nash. Περιγράφεται η έννοια της ισορροπίας που πήρε το όνομα της από τον John Nash, η ζωή του οποίου αναφέρεται συνοπτικά. Επιπλέον παρουσιάζονται πέντε από τα πιο γνωστά παίγνια τα οποία χρησιμοποιήθηκαν στην έρευνα: το δίλημμα του φυλακισμένου, η μάχη των φύλων, το chicken game, το παίγνιο κυριαρχίας κινδύνου και το matching pennies.

Στην επόμενη ενότητα αναλύονται τα αποτελέσματα της έρευνας που πραγματοποιήθηκε με τη βοήθεια φοιτητών του Πανεπιστημίου Μακεδονίας για όλα τα παραπάνω παίγνια και γίνεται σύγκριση με προηγούμενες έρευνες. Στο τέλος παρουσιάζονται τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την εκπόνησης της συγκεκριμένης εργασίας, και τι θα μπορούσε να γίνει ώστε να επεκταθεί μελλοντικά.

ABSTRACT

This thesis addresses with the analysis of game theory and in particular the Nash equilibrium. It starts with a general reference to game theory and continues with its development, from its first discovery until today. It shows all the applications in different fields and analyzed some important definitions for understanding.

Then the focus shifts to Nash equilibrium. It describes the concept of equilibrium that took its name from John Nash, whose life is summarized. Moreover presented five of its most famous games which were used in research: the prisoner's dilemma, the battle of the sexes, the chicken game, the risk dominance and the matchingpennies.

The next chapter analyzes the results of research conducted with the help of students at the University of Macedonia for all these games and compared with previous experiments. Eventually, the conclusions which resulted from the development of this work are being presented and what could be done to be further development in the future.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Θεωρητική ανάλυση της θεωρίας παιγνίων

1.1 Τι είναι θεωρία παιγνίων

Η θεωρία παιγνίων είναι μια μεθοδολογία ανάλυσης καταστάσεων μεταξύ μιας ομάδας λογικών ατόμων η οποία ανταγωνίζεται με σκοπό ο κάθε ένας να αποκτήσει το μεγαλύτερο όφελος. Σκοπός της είναι να μας βοηθήσει να καταλάβουμε διάφορες καταστάσεις στις οποίες αλληλεπιδρούν δύο ή περισσότερες οντότητες, κάθε μία από τις οποίες συμπεριφέρεται με στρατηγικό τρόπο και προσπαθεί να πάρει κάποιες αποφάσεις. [1] Η μεμονωμένη οντότητα στην συγκεκριμένη περίπτωση ονομάζεται παίκτης, και είναι αυτός που παίρνει αποφάσεις. Σκοπός του κάθε παίκτη είναι να μεγιστοποιήσει το κέρδος του, το οποίο μετράται σε μια κλίμακα ωφέλειας.

Επομένως το παίγνιο που αναφέρεται στην θεωρία παιγνίων αντιπροσωπεύει την κατάσταση κατά την οποία δύο ή περισσότεροι παίκτες επιλέγουν τρόπους ενέργειας, που δημιουργούν καταστάσεις αλληλεξάρτησης.[2]

1.2 Ιστορική αναδρομή

Η πρώτη γνωστή αναφορά στη Θεωρία Παιγνίων έγινε τον 18^{ο} αιώνα (1838) από τον Γάλλο οικονομολόγο Augustin Cournot ο οποίος κατάφερε να αναλύσει ολιγοπωλιακές καταστάσεις με τρόπο παρόμοιο με τις σύγχρονες μεθόδους της θεωρίας παιγνίων. [3]

Ωστόσο η ουσιαστική της ανάπτυξη αποδίδεται στον Ούγγρο φυσικό και μαθηματικό, John von Neumann, ο οποίος το 1928 απέδειξε ότι τα παιχνίδια μηδενικού αθροίσματος έχουν πάντα λύση και ότι η απώλεια ενός παίκτη είναι ίση με το κέρδος του δεύτερου. Καθοριστική στην μετέπειτα ανάπτυξη της θεωρίας παιγνίων ήταν η δημοσίευση του βιβλίου “Theory of Games & Economic Behavior”, το 1944, από τους John von Neumann και Oskar Morgenstern.[4]

Στις αρχές της δεκαετίας του 1950 ο Αμερικανός μαθηματικός και οικονομολόγος John Nash εισήγαγε μια ισορροπία για παιχνίδια μη-μηδενικού αθροίσματος, γνωστή σαν ισορροπία Nash. Πρόκειται για μια κατάσταση, όπως θα δούμε και παρακάτω, από την οποία κανέναν παίκτη δεν τον συμφέρει να απομακρυνθεί, δεδομένων των επιλογών των αντιπάλων τους. Η ζωή του έγινε θέμα της ταινίας "Ένας υπέροχος άνθρωπος" με τον Russel Crow, όχι μόνο για όλα όσα προσέφερε στη θεωρία παιγνίων, αλλά και επειδή έπασχε από σύνδρομο καταδίωξης και σχιζοφρένειας από την ηλικία των 29 ετών.

Από εκείνο το σημείο και μετά η θεωρία παιγνίων είχε αλματώδη ανάπτυξη και άρχισε να εφαρμόζεται σε όλους τους τομείς και τις πολιτικές επιστήμες, ενώ πληθώρα ερευνητικών πειραμάτων ξεκίνησαν προσπαθώντας να βρουν λύση σε όλο και περισσότερα προβλήματα. Το 1965 ο Reinhard Selten μελέτησε τα δυναμικά παίγνια(αυτά που εξελίσσονται στο χρόνο) εισάγοντας την έννοια της ισορροπίας στα υποπαίγνια (subgame perfect equilibrium) και της ισορροπίας τρεμάμενου χεριού(trembling hand perfect equilibrium), ενώ το 1975 ο John Harsanyi γενίκευσε τις ιδέες του John Nash και μελέτησε παίγνια μη-πλήρους πληροφόρησης.

Για τις εργασίες τους, οι τρεις αυτοί άνθρωποι τιμήθηκαν αργότερα, το 1994, με το βραβείο Νόμπελ της Σουηδικής Ακαδημίας Επιστημών.

Τη δεκαετία του 1970 άρχισε να εφαρμόζεται και στον κλάδο της βιολογίας, σαν αποτέλεσμα της εργασίας του John Maynard Smith σχετικά με την έννοια της "εξελικτικά σταθερής στρατηγικής"(evolutionary stable strategy).[5]

Στα τέλη της δεκαετίας του 1990 η θεωρία παιγνίων εφαρμόστηκε στον σχεδιασμό δημοπρασιών. Πάνω σε αυτό ασχολήθηκαν διάφοροι επιστήμονες για την κατανομή δικαιωμάτων χρήσης του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος στη βιομηχανία των κινητών τηλεπικοινωνιών.[6]

Το 2005 ο Αμερικανός επιστήμονας Tomas Schelling και ο Γερμανός θεωρητικός παιγνίων Robert Aumann κέρδισαν το βραβείο Νόμπελ για τις Οικονομικές επιστήμες "επειδή εμπλούτισαν την αντίληψη μας σχετικά με τις έννοιες του ανταγωνισμού και της συνεργασίας μέσω της παιγνιοθεωρητικής ανάλυσης ". Τους ακολούθησαν το 2007 οι Roger Myerson, Leonid Hurwicz και Eric Maskin "για τη θεμελίωση της θεωρίας σχεδιασμού μηχανισμών".[7]

1.3 Εφαρμογές στην καθημερινή ζωή

Όπως είδαμε μέχρι τώρα και θα δούμε και παρακάτω, η θεωρία παιγνίων έχει μεγάλη γκάμα εφαρμογών. Θα λέγαμε πως όλα έχουν κάποια σχέση με την θεωρία παιγνίων αφού έχει εφαρμογές στην οικονομία, στις επιχειρήσεις, στην πληροφορική, στις τηλεπικοινωνίες, στην πολιτική, στην κοινωνιολογία, στη βιολογία και φυσικά στην καθημερινότητα.[8] Μια σύγχρονη μαθηματική θεωρία μπορεί να αναλύσει κάθε είδος αναμέτρησης , από την ντάμα και το σκάκι μέχρι τον τζόγο ή έναν πυρηνικό πόλεμο, και να προβλέψει τον νικητή.[9]

Οι οικονομολόγοι εδώ και πολύ καιρό χρησιμοποιούν τη θεωρία παιγνίων(έχοντας ως υλικά υποστήριξης τα πέντε βραβεία Νόμπελ στα οικονομικά) για να αναλύσουν διάφορους κλάδους όπως για παράδειγμα η βιομηχανική οργάνωση(industrial organization), ο σχεδιασμός μηχανισμών(mechanism design) με υποκλάδο τις δημοπρασίες, τις συμφωνίες, τα ολιγοπώλια, τα μονοπώλια, (ο Γάλλος μαθηματικός Κουρνό το 1838 έγραψε το πρώτο μοντέλο δυοπωλίου) [10] τα συστήματα για να μπορεί κάποιος να ψηφίσει και πολλά άλλα. Οι έρευνες αυτές για να πραγματοποιηθούν εστιάζουν στην ισορροπία που υπάρχει στα παιχνίδια, την οποία θα σχολιάσουμε παρακάτω.

Επιπρόσθετα παίζει σημαντικό ρόλο στην παγκόσμια διπλωματία και στις πολεμικές στρατηγικές, επηρεάζοντας τη μοίρα των διαφόρων χωρών ακόμη και αν δεν είναι άμεσα ορατό. [11]

Χρησιμοποιείται όμως και στην Πολιτική Οικονομία και ειδικά στη θεωρία της συλλογικής δράσης (Collective action), όπου εξηγεί ενδεχόμενα συνεργασίας μεταξύ των παικτών. Αυτό βρίσκεται σε άμεση συσχέτιση με τον ρόλο του κράτους και των θεσμών σε θέματα συνεργασίας. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η παροχή δημόσιων αγαθών και η φορολογία. [12]

Στη βιολογία η θεωρία παιγνίων έχει χρησιμοποιηθεί για να κατανοήσουμε διάφορα φαινόμενα. Πρωτοχρησιμοποιήθηκε για να εξηγήσει την εξέλιξη(και την σταθερότητα) της αναλογίας 1 προς 1 στα φύλα. Ο Ronald Fisher (1930) πρότεινε ότι αυτή η αναλογία είναι αποτέλεσμα εξελικτικών δυνάμεων που δρουν μεμονωμένα, προσπαθώντας να μεγιστοποιήσουν τον αριθμό των εγγονιών! Συμπληρωματικά οι επιστήμονες προσπάθησαν να εξηγήσουν την εμφάνιση της επικοινωνίας στα ζώα, ενώ ανέλυσαν και την επιθετική συμπεριφορά τους.

Είναι ξεκάθαρο ότι μπορούμε να αναφέρουμε άπειρες εφαρμογές της θεωρίας παιγνίων σε διάφορους τομείς ακόμη και στην καθημερινότητα μας, από τα πιο πολύπλοκα έως τα πιο απλά όπως για παράδειγμα πιο αυτοκίνητο να αγοράσουμε, που θα πάμε το βράδυ ή τι θα φορέσουμε. [13]

1.4 Βασικές έννοιες της θεωρίας παιγνίων

Θεμέλιο λίθο στην θεωρία παιγνίων αποτελούν τα βασικά χαρακτηριστικά του παιγνίου. Ως στοιχεία του παιγνίου θεωρούνται το σύνολο των παικτών, το σύνολο των πιθανών ενεργειών που θα πραγματοποιήσουν οι παίκτες(οι στρατηγικές τους), οι πληροφορίες που υπάρχουν κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού, τα αποτελέσματα που μπορεί να αποκομίσει ο παίκτης για κάθε ενέργεια του, καθώς επίσης και οι προτιμήσεις των παικτών με βάσει τα αποτελέσματα.[14] Το αποτέλεσμα που μπορεί να αποκομίσει ο παίκτης(outcome), εξαρτάται από τις στρατηγικές που θα ακολουθήσει και από τις αποδόσεις που μπορεί να λάβει. Η απόδοση (payoff), είναι η αριθμητική αποτίμηση των στόχων του, η χρησιμότητα που θα αποκτήσει όταν το παιχνίδι θα τελειώσει. [15]

Με τον όρο στρατηγική ορίζουμε το σύνολο των κανόνων σχετικά με το ποια επιλογή πρέπει να ακολουθήσει ο παίκτης, ποιες είναι οι επιλογές του στο κάθε παίγνιο ξεχωριστά, έχοντας όμως υπόψη του και όλες τις κινήσεις του αντιπάλου.

Μια διάκριση που μπορεί να γίνει στις στρατηγικές είναι σε αμιγείς“pure”και σε μεικτές “mixed”στρατηγικές. Μια αμιγής(καθαρή) στρατηγική είναι εκείνη στην οποία κάθε μία από τις δυνατές επιλογές που έχει ο παίκτης επιλέγεται στο ακέραιο. Αντίθετα μεικτή είναι η στρατηγική η οποία περιλαμβάνει συνδυασμό επιλογών, από τις οποίες τουλάχιστον μία επιλέγεται με μη ακέραιες τιμές.[16] Οι μεικτές στρατηγικές δηλαδή καθορίζουν ότι η στρατηγική που θα διαλέξει ο παίκτης θα επιλεγεί τυχαία από το σύνολο των καθαρών στρατηγικών που έχει, με κάποια πιθανότητα. Επομένως μια μεικτή στρατηγική είναι μια κατανομή πιθανοτήτων πάνω στις καθαρές στρατηγικές που έχει ο παίκτης. [17]

Ένα παίγνιο στο οποίο οι παίκτες παίζουν ταυτόχρονα, μπορεί να απεικονιστεί ως “κανονική”(normal) ή “στρατηγική”(strategic) μορφή χρησιμοποιώντας έναν πίνακα ο οποίος συσχετίζει τις στρατηγικές των παικτών με τις αποδόσεις που θα έχουν. [18]

Ένα στρατηγικό παιχνίδι είναι ένα μοντέλο όπου έχουμε Ν παίκτες, καθένας από τους οποίους διαλέγει μόνο μία στρατηγική, η οποία δεν αλλάζει. Σε ένα στρατηγικό παιχνίδι υπάρχουν διάφορες συμπεριφορές παικτών:

- Το παιχνίδι παίζεται μόνο μία φορά.

- Κάθε παίκτης "ξέρει" το παιχνίδι(κάθε παίκτης γνωρίζει όλες τις κινήσεις και τις αποδόσεις του παιχνιδιού).
- Οι παίκτες είναι ορθολογικοί. Ένας ορθολογικός παίκτης είναι ένας παίκτης που παίζει εγωιστικά, θέλοντας να μεγιστοποιήσει το κέρδος του στο παιχνίδι, ενώ ταυτόχρονα γνωρίζει πως και οι αντίπαλοι του είναι ορθολογιστές.
- Όλοι οι παίκτες διαλέγουν τις κινήσεις τους ταυτόχρονα χωρίς όμως να γνωρίζουν τις επιλογές των άλλων παικτών. [19]

Για να κατανοήσουμε καλύτερα την κανονική μορφή των παιγνίων, παραθέτουμε το τέταρτο παίγνιο του ερωτηματολογίου το οποίο θα χρησιμοποιήσουμε σαν παράδειγμα για να εξηγήσουμε τα στρατηγικά παίγνια.

Πίνακας 1.1 Παίγνιο κυριαρχίας κινδύνου "Risk Dominance" [20]

A \ B	β1	β2
α1	5, 5	-100, 4
α2	0, 1	0, 0

Το συγκεκριμένο παίγνιο είναι δύο γραμμών επί δύο στηλών και έχουμε δύο παίκτες, τον Α και τον Β. Ο Α παίκτης ονομάζεται "παίκτης γραμμής", ενώ ο Β "παίκτης στήλης". Οι επικεφαλίδες των στηλών και των γραμμών είναι οι στρατηγικές του κάθε παίκτη. Η πρώτη στρατηγική επιλογή του Α παίκτη είναι η πρώτη γραμμή, η οποία ονομάζεται α1, ενώ η δεύτερη στρατηγική του είναι η α2. Ομοίως για τον παίκτη Β η πρώτη στρατηγική επιλογή του είναι η πρώτη στήλη, δηλαδή η β1, ενώ η δεύτερη στρατηγική του είναι η δεύτερη στήλη, η β2.[21] Στα κελιά του κάθε πίνακα υπάρχουν αριθμοί που δείχνουν το κέρδος(όφελος, payoff) κάθε παίκτη για κάθε συνδυασμό στρατηγικών. Το πρώτο νούμερο σε κάθε κελί αντιστοιχεί στον παίκτη γραμμής, ενώ το δεύτερο ανήκει στον παίκτη στήλης.

Το παιχνίδι ξεκινάει και οι παίκτες διαλέγουν ταυτόχρονα μία στρατηγική. Το κελί που αντιστοιχεί στο σημείο τομής των δύο επιλογών δείχνει το κέρδος που έχουν οι δύο παίκτες. Αν για παράδειγμα, ο Α παίκτης διαλέξει την πρώτη στρατηγική επιλογή(α1) και ο Β επίσης την πρώτη(β1) τότε το κέρδος τους θα είναι 5 μονάδες για τον καθένα.

Οι παίκτες πριν πάρουν κάποια απόφαση και διαλέξουν ποια στρατηγική θα ακολουθήσουν, κοιτάνε ποια στρατηγική πραγματικά τους ωφελεί, με ποια θα έχουν το μεγαλύτερο δυνατό κέρδος ότι και να κάνει ο αντίπαλος τους. Σε αυτό το σημείο η επιλογή γίνεται με βάση την κυριαρχία των στρατηγικών.

Μια στρατηγική λέμε ότι είναι κυρίαρχη “dominant” εάν για όλους τους συνδυασμούς στρατηγικών των άλλων παικτών έχει το μεγαλύτερο όφελος σε σχέση με τις υπόλοιπες. Είναι πάντα καλύτερη ότι και να κάνει ο άλλος παίκτης αφού έχει το μεγαλύτερο κέρδος σε σχέση με τις άλλες εναλλακτικές επιλογές του. Αντιθέτως μια στρατηγική χαρακτηρίζεται ως κυριαρχούμενη “dominated” όταν υπάρχει κάποια άλλη στρατηγική που είναι πάντα καλύτερη ότι και να κάνει ο άλλος παίκτης.[22]

Στο παραπάνω παράδειγμα βλέπουμε πως για τον Β παίκτη η στρατηγική β1 κυριαρχεί της στρατηγικής β2, αφού (5>4)και (1>0), δηλαδή αν ο Α παίκτης διαλέξει την α1 στρατηγική, ο Β θα επιλέξει την β1και το ίδιο θα κάνει αν ο Α διαλέξει την α2. Επομένως η καλύτερη κίνηση του είναι να επιλέξει την β1 στρατηγική.

Για τις στρατηγικές του παίκτη Α όμως δεν παρατηρούμε το ίδιο. Αυτό γιατί αν ο Α ξέρει πως ο Β θα επιλέξει την β1 στρατηγική, τον συμφέρει να διαλέξει την α1, αφού (5>0) εάν όμως ο Β διαλέξει την β2, ο Α δεν θα επιλέξει πάλι την α1 αλλά την α2 αφού (-100<0). Επομένως για τον Α παίκτη καμιά στρατηγική δεν κυριαρχεί της άλλης.

Αν κάποιος παίκτης έχει κυρίαρχη στρατηγική την ακολουθεί και τότε το παιχνίδι έχει λύση κυρίαρχης στρατηγικής. Όπως είδαμε όμως είναι πολύ πιθανό να μην υπάρχουν πάντα κυρίαρχες στρατηγικές αλλά να υπάρχουν ασθενείς κυριαρχίες.

Μια στρατηγική κυριαρχεί ασθενώς “weakly dominates” εάν για κάθε μία από τις εναλλακτικές στρατηγικές του παίκτη έχει τουλάχιστον ίση απολαβή για όλους τους συνδυασμούς στρατηγικών των υπολοίπων παικτών και καλύτερη απολαβή για τουλάχιστον έναν συνδυασμό στρατηγικών των άλλων παικτών. Όλες οι άλλες εναλλακτικές στρατηγικές ονομάζονται ασθενώς κυριαρχούμενες “weakly dominated strategy”. Στο παραπάνω παίγνιο η στρατηγική α1 κυριαρχεί ασθενώς της α2 αφού (5>-100) και (0=0).

Ο συνδυασμός των στρατηγικών που επιλέχθηκαν από κάθε παίκτη μας δίνει την έννοια της ισορροπίας “equilibrium”. Η ισορροπία στο παίγνιο δηλαδή προέρχεται από τις καλύτερες στρατηγικές μία για κάθε παίκτη στο παιχνίδι. [23] Στο παράδειγμα μας η ισορροπία βρίσκεται στο κελί (α1, β1) δηλαδή στη λύση (5, 5) αφού η καλύτερη επιλογή για τον Α παίκτη είναι η α1, για τον Β παίκτη η β1 και η τομή τους είναι το κελί (α1, β1).

Για να βρούμε αυτήν την ισορροπία εάν υπάρχει κυρίαρχη στρατηγική για κάποιον παίκτη τότε επιλέγεται, όπως αναφέραμε και παραπάνω. Σε περίπτωση όμως που δεν υπάρχει, ο περιορισμός των κυριαρχούμενων στρατηγικών “dominated” μπορεί να οδηγήσει στη δημιουργία νέων κυριαρχούμενων στρατηγικών, οι οποίες με τη σειρά τους θα απαλειφθούν κι αυτές. Ξεκινώντας το παιχνίδι διαγράφονται μία μια οι ασθενώς κυριαρχούμενες στρατηγικές από τις επιλογές του παίκτη και αυτό συνεχίζεται μέχρι να βρεθεί μόνο μία στρατηγική για κάθε παίκτη.

Η διαδικασία αυτή ονομάζεται απαλοιφή κυριαρχούμενων στρατηγικών “Iterated Elimination of Dominated Strategies, IEDS”. Η διαδικασία αυτή είναι απολύτως λογική αφού και οι παίκτες είναι λογικοί και γνωρίζουν πως και οι αντίπαλοι τους είναι λογικοί γεγονός που δείχνει ότι κανένας από αυτούς δεν θα επιλέξει μια στρατηγική η οποία είναι ασθενώς κυριαρχούμενη. Αν απαλείψουμε μόνο κυριαρχούμενες στρατηγικές, η σειρά της απαλοιφής δεν επηρεάζει το αποτέλεσμα. Ο κίνδυνος υπάρχει μόνο αν απαλείψουμε με λάθος σειρά ασθενώς κυριαρχούμενες στρατηγικές, οδηγώντας μας σε λάθος αποτέλεσμα. Σωστή σειρά θεωρείται η ταυτόχρονη απαλοιφή για όλους τους παίκτες σε κάθε γύρο. [24]

Η σημαντικότερη έννοια ισορροπίας στη θεωρία παιγνίων είναι η ισορροπία Nash που θα αναλύσουμε στην συνέχεια.

1.5 Κατηγορίες παιγνίων

Τα παίγνια μπορούν να ταξινομηθούν σε διάφορες κατηγορίες με βάση διάφορα είδη κριτηρίων. Εδώ θα προσπαθήσουμε να τα χωρίσουμε σε κάποιες κατηγορίες. Έτσι λοιπόν έχουμε τους εξής διαχωρισμούς:

Σύμφωνα με τον αριθμό των παικτών που παίρνουν μέρος. Αν υπάρχουν δύο παίκτες τότε ονομάζονται “παίγνια δύο παικτών”, ενώ αν οι παίκτες είναι περισσότεροι(έστω n), τότε έχουμε “παίγνια n παικτών”, τα οποία βέβαια δεν έχουν μελετηθεί τόσο πολύ όσο τα πρώτα. Υπάρχει φυσικά και η περίπτωση που υπάρχει μόνο ένας παίκτης έχοντας σαν αντίπαλο του “τη φύση”, όπως για παράδειγμα ισχύει στην πασιέντζα. Τα παίγνια αυτά βέβαια θεωρούνται πως ανήκουν στην πρώτη κατηγορία των παιγνίων με δύο παίκτες. [25]

Σύμφωνα με τη δυνατότητα συνεργασίας. Οι παίκτες(δύο ή περισσότεροι) πριν παίξουν το παίγνιο έχουν τη δυνατότητα να συνεργαστούν και να κάνουν συμφωνίες μεταξύ τους για τις στρατηγικές που θα ακολουθήσουν. Αυτά ονομάζονται “συνεργατικά παίγνια”(cooperative games) σε αντίθεση με τα παίγνια όπου ο παίκτης παίρνει τις αποφάσεις χωρίς να συνεννοηθεί με τους άλλους, τα οποία ονομάζονται “μη συνεργατικά ” (non cooperative games). [26]

Σύμφωνα με τα χαρακτηριστικά των αποδοχών τους. Όταν το κέρδος ενός παίκτη είναι ίσο με την απώλεια του αντιπάλου του, το παίγνιο ονομάζεται “παίγνιο μηδενικού αθροίσματος”(zero-sum games). Σε αυτά τα παίγνια το άθροισμα των αμοιβών είναι ίσο με μηδέν με αποτέλεσμα η συνεργασία για τους παίκτες να είναι ανέφικτη. Αντίστοιχα υπάρχουν “παίγνια μη-μηδενικού αθροίσματος”(non zero-sum games) στα οποία το άθροισμα των αμοιβών είναι διάφορο του μηδενός. Το κέρδος κάποιου δεν σημαίνει απαραίτητα τη ζημιά κάποιου ανταγωνιστή, και οι δύο μπορεί να κερδίσουν ή και να χάσουν αντίστοιχα.[27]

Σύμφωνα με τη σειρά που παίρνονται οι αποφάσεις. Αν οι αντίπαλοι κινηθούν ταυτόχρονα επιλέγοντας μια στρατηγική στην αρχή του παιχνιδιού, χωρίς ο ένας να γνωρίζει τι θα πράξει ο άλλος, τότε μιλάμε για “στατικό παίγνιο” ή “στρατηγικό παίγνιο” ή “παίγνιο σε κανονική μορφή”. Στην αντίθεση περίπτωση έχουμε τα “δυναμικά παίγνια” ή “παίγνια σε εκτεταμένη μορφή” όπου οι παίκτες έχουν κάποια γνώση για τις προηγούμενες ενέργειες και έτσι η σειρά με την οποία λαμβάνονται οι αποφάσεις έχει σημασία. Στα παίγνια αυτά η αναπαράσταση γίνεται με τη βοήθεια δέντρου. [28]

Σύμφωνα με τον αριθμό των στρατηγικών. Τα παίγνια σε αυτήν την κατηγορία χωρίζονται σε “πεπερασμένα” και σε “μη πεπερασμένα”. Τα πεπερασμένα παίγνια τελειώνουν σε ένα μετρήσιμο αριθμό κινήσεων, σε αντίθεση με τα άλλα τα οποία διαρκούν για άπειρες κινήσεις και ο νικητής γίνεται γνωστός αφού όλες αυτές οι κινήσεις τελειώσουν.

Τέλος σύμφωνα με την πληροφόρηση που παρέχουν. Λέμε ότι έχουμε “παίγνια πλήρους πληροφόρησης” όταν οι παίκτες είναι πλήρως ενημερωμένοι για τις κινήσεις των αντιπάλων. Έτσι μόνο τα δυναμικά παίγνια μπορεί να είναι παίγνια πλήρους πληροφόρησης, μιας και στα στατικά οι παίκτες δεν είναι ενημερωμένοι. Όταν οι παίκτες είναι μερικώς ενημερωμένοι λέμε ότι έχουμε “παίγνια ατελούς πληροφόρησης”.[29]

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Η ισορροπία Nash

2.1 Η ζωή του John Nash

Στους βασικούς θεμελιωτές της θεωρίας παιγνίων ανήκει ο John Nash ο οποίος εισήγαγε στα παίγνια την ιδέα της ισορροπίας η οποία χρησιμοποιείται πλέον ευρέως σε όλους τους κλάδους της σύγχρονης επιστήμης.

Ο Nash γεννήθηκε στη Δυτική Βιρτζίνια το 1928. Αν και ενδιαφερόταν για τα μαθηματικά, αποφάσισε να γίνει ηλεκτρολόγος μηχανικός όπως και ο πατέρας του. Όταν το 1945 γράφτηκε στο “Carnegie Institute of Technology” στο Pittsburgh αποφάσισε να γίνει χημικός μηχανικός, κάτι που στην πορεία δεν του άρεσε και έτσι επέστρεψε στα μαθηματικά με τα οποία ασχολήθηκε.

Όταν πήγε το 1948 στο “Princeton” ήταν ήδη ένας από τους κορυφαίους στην θεωρία παιγνίων και είχε ήδη ασχοληθεί με “προβλήματα συμφωνιών”, δηλαδή προβλήματα στα οποία οι παίκτες μοιράζονται κάποια κοινά συμφέροντα. Με τη φράση “αυτός ο άντρας είναι ιδιοφυία” περιέγραψε τον John Nash στους υπόλοιπους καθηγητές του Princeton University, ο καθηγητής R. L. Duffin.

Η σημαντικότερη του εργασία όμως ήταν αυτή που ασχολήθηκε με την ισορροπία στη θεωρία παιγνίων και χάρη στην πολύτιμη συμβολή του πήρε το όνομα “Nash ισορροπία”. Ο Nash δημοσίευσε την ιδέα του για την ισορροπία αμέσως σε ηλικία 21 ετών! Μια δισέλιδη αναφορά έγινε το 1950 στο “Proceedings of the National Academy of Sciences”. Με τίτλο “Equilibrium Points in n-Person Games”, το άρθρο δημοσίευσε περιληπτικά την ύπαρξη λύσεων για παίγνια με ν παίκτες. Επέκτεινε την έρευνα του και μια μεγαλύτερη έκδοση δημοσιεύτηκε το 1951 στο “Annals of Mathematics” με τίτλο “Non-cooperative Games”. [30]

Αν και δεν έτυχε ευρείας υποδοχής στην αρχή, η προσέγγιση του Nash για την θεωρία παιγνίων, τον οδήγησε στην απόκτηση του βραβείου Νόμπελ στα οικονομικά το 1994. Δεν υπάρχει όμως καμιά αμφιβολία ότι η ανάπτυξη της θεωρίας παιγνίων σε όλους τους τομείς έγινε εφικτή χάρη στην ανακάλυψη του Nash. [31]

Ο Nash σκαρφίστηκε μια γενική “λύση” για όλα τα (πεπερασμένα) παίγνια και απέδειξε ότι κάθε τέτοιο παίγνιο διαθέτει τουλάχιστον μια τέτοια λύση. Έτσι κατάφερε ένα μεγάλο χτύπημα στην απροσδιοριστία.

2.2 Προσέγγιση της ισορροπίας Nash

Το θεώρημα που διατύπωσε ο Nash και έγινε γνωστό σε όλο τον κόσμο αναφέρει πως κάθε παίγνιο με πεπερασμένο πλήθος παικτών και ενεργειών έχει τουλάχιστον ένα σημείο ισορροπίας, σύμφωνα με το οποίο όλοι οι παίκτες επιλέγουν τις πιο συμφέρουσες για αυτούς ενέργειες, γνωρίζοντας και τις επιλογές των αντιπάλων τους. Οι παίκτες σκέφτονται τι μπορεί να διαλέξει ο αντίπαλος τους, προσπαθούν να καταλάβουν τη συμπεριφορά των άλλων και επιλέγουν την στρατηγική τους σύμφωνα με αυτό. Δηλαδή η στρατηγική ενός παίκτη αποτελεί την καλύτερη αντίδραση(απόκριση) στην στρατηγική του άλλου παίκτη. Αυτός ο συνδυασμός στρατηγικών αποτελεί ισορροπία Nash. [32]

Ο παίκτης επιλέγει εκείνη από τις δικές του στρατηγικές, η οποία είναι η καλύτερη απάντηση στην στρατηγική που νομίζει ότι θα επιλέξει ο άλλος παίκτης. Επομένως κανένας παίκτης δεν έχει κίνητρο να φύγει μονομερώς από αυτήν την ισορροπία που έχει δημιουργηθεί. Οι παίκτες καταλαβαίνουν πως βρίσκονται σε ισορροπία αν μια αλλαγή στις στρατηγικές από οποιονδήποτε από αυτούς, οδηγήσει σε χαμηλότερο κέρδος από αυτό που θα είχαν αν παρέμεναν στη σωστή στρατηγική. [33] Δεδομένου των επιλογών των αντιπάλων, ο παίκτης δεν έχει να κερδίσει κάποιο μεγαλύτερο όφελος και για αυτό δεν αλλάζει στρατηγική.

Όπως είναι φανερό η θεωρία για την ισορροπία Nash, έχει δύο συνιστώσες: πρώτα κάθε παίκτης κάνει την επιλογή του βασιζόμενος στην ορθολογική απόφαση που προέρχεται από τις πεποιθήσεις του για το τι θα πράξει ο αντίπαλος και δεύτερον κάθε πεποίθηση του παίκτη για την επιλογή του αντιπάλου του είναι σωστή. [34]

Για να κατανοήσουμε πλήρως την έννοια της ισορροπίας Nash, θα χρησιμοποιήσουμε πάλι το πιο πάνω παίγνιο το οποίο παραθέτουμε πάλι για ευκολία.

Πίνακας 2.1 Παίγνιο κυριαρχίας κινδύνου “Risk Dominance” [35]

A \ B	β1	β2
α1	5, 5	-100, 4
α2	0, 1	0, 0

Ξεκινώντας με τον Α παίκτη βρίσκουμε ποια στρατηγική θα επιλέξει σε συγκεκριμένη στρατηγική του αντιπάλου. Έστω ότι ο Α πιστεύει ότι ο Β θα επιλέξει την β1 στρατηγική. Τότε προφανώς θα επιλέξει εκείνη από τις δύο δικές του στρατηγικές που θα του δώσει το μεγαλύτερο όφελος. Η α1 θα του δώσει 5 μονάδες ωφέλειας, ενώ η α2 θα του δώσει 0(όπως αναφέραμε και πιο πριν οι πρώτοι αριθμοί σε κάθε κελί αντιστοιχούν στον παίκτη γραμμής, δηλαδή στον Α). Άρα θα επιλέξει την α1 στρατηγική με κέρδος 5. Αυτό το νούμερο το κυκλώνουμε. Αν ο Α πιστεύει πως ο Β θα διαλέξει την β2 στρατηγική αυτός φυσικά θα προτιμήσει την α2 αφού το κέρδος του θα είναι μεγαλύτερο(-100<0), άσχετα αν πρόκειται για 0 μονάδες.

Ύστερα από τις επιλογές του παίκτη Α, ο πίνακας παρουσιάζεται ως εξής:

Πίνακας 2.2 Πρώτο στάδιο του παιγνίου

A \ B	β1	β2
α1	5, 5	-100, 4
α2	0, 1	0, 0

Ομοίως κάνουμε και για τον παίκτη Β. Αν αυτός νομίζει ότι ο Α θα επιλέξει την α1 στρατηγική, θα προτιμήσει την β1 στρατηγική που θα του δώσει κέρδος 5 μονάδες και όχι 4 μονάδες(οι δεύτεροι αριθμοί σε κάθε κελί είπαμε πως αναφέρονται στον παίκτη στήλης, δηλαδή στον Β). Αν ο Β νομίζει για τον Α πως θα ακολουθήσει την α2 στρατηγική, θα προτιμήσει και πάλι την β1 αφού θα έχει κέρδος 1 μονάδα αντί για 0 μονάδες. Αυτά τα νούμερα τα βάζουμε σε ένα μπλε τετράγωνο.

Ύστερα και από τις επιλογές του Β παίκτη ο πίνακας έχει ως εξής:

Πίνακας 2.2 Δεύτερο στάδιο του παιγνίου

A \ B	β1	β2
α1	5, $\boxed{5}$	-100, 4
α2	0, $\boxed{1}$	0, 0

Η ισορροπία Nash υπάρχει όταν η καλύτερη απόκριση του παίκτη Α είναι ίδια με την καλύτερη απόκριση του παίκτη Β, όταν δηλαδή σε ένα κελί υπάρχουν οι επιλογές και των δύο παικτών. Αυτό είναι και το σημείο ισορροπίας. Στο παράδειγμα μας ισορροπία έχουμε στο κελί (α1, β1)=(5, 5).

Υπάρχουν παιχνίδια που έχουν παραπάνω από μία ισορροπίες Nash, ενώ υπάρχουν και παιχνίδια χωρίς κανένα σημείο ισορροπίας Nash.

Έχουμε αναφέρει πως εκτός από τις καθαρές στρατηγικές έχουμε και τις μικτές. Είπαμε πως η επιλογή μικτής στρατηγικής ισοδυναμεί με το να επιλέξει ο παίκτης τυχαία μεταξύ συγκεκριμένων καθαρών στρατηγικών. Για παράδειγμα μπορούμε να πούμε πως ο παίκτης Α θα επιλέξει την α1 στρατηγική με πιθανότητα p ή την α2 με πιθανότητα p-1. Ο παίκτης δηλαδή που διαλέγει μικτή στρατηγική επιλέγει τις πιθανότητες καθεμιάς από τις καθαρές στρατηγικές που εμπεριέχονται στην συγκεκριμένη μικτή στρατηγική, αφήνοντας τα υπόλοιπα στην τύχη. Όσο και αν φαίνεται παράξενο υπάρχουν πολλές περιπτώσεις στην καθημερινή ζωή όπου οι παίκτες προτιμούν να χρησιμοποιήσουν μικτές στρατηγικές.

Ο Nash κατάφερε επίσης να αποδείξει πως όλα τα πεπερασμένα παίγνια εμπεριέχουν τουλάχιστον ένα σύνολο μικτών στρατηγικών (μία ανά παίκτη) που συνιστά ισορροπία Nash σε μικτές στρατηγικές(ΙΝΜΣ) Όταν υπάρχουν πολλές ισορροπίες Nash (σε καθαρές στρατηγικές), τη λύση δίνει η ισορροπία Nash σε μικτές στρατηγικές. [36]

Ακόμη και αν δεν υπάρχει ισορροπία σε καθαρές στρατηγικές, υπάρχει μία μοναδική ισορροπία σε μικτές στρατηγικές. [37]

Η ισορροπία σε καθαρές στρατηγικές φαίνεται πιο ελκυστική πρόταση από την ισορροπία στις μικτές, αφού δεν χρειάζεται οι παίκτες να επιλέγουν στην τύχη. Όμως από τη στιγμή που δεν υπάρχει ισορροπία σε κάθε παιχνίδι, η ισορροπία σε μικτές στρατηγικές αποκτάει μεγαλύτερη αξία αφού πλέον για κάθε παιχνίδι υπάρχει σίγουρα μία ισορροπία. [38]

2.3 Εξέταση διαφόρων παιγνίων

Ένα από τα παράδοξα της ισορροπίας Nash που μπορεί να θεωρηθεί και σαν αδυναμία της είναι ότι σε κάποια παίγνια οι παίκτες έχουν μεγαλύτερο όφελος αν δεν διαλέξουν την ισορροπία Nash και διαλέξουν άλλη στρατηγική. Ενώ η ισορροπία Nash δίνει την ελκυστικότερη λύση για όλους τους παίκτες, οδηγώντας στο σημείο ισορροπίας, εντούτοις υπάρχουν κάποια διάσημα παίγνια που είναι εξαίρεση στον κανόνα. Κάποια από αυτά τα παίγνια χρησιμοποιήθηκαν στην έρευνα και θα αναλυθούν στη συνέχεια.

2.3.1 Το δίλημμα του φυλακισμένου “Prisoner’s dilemma”

Το πιο γνωστό και σημαντικό παίγνιο στην ιστορία της θεωρίας παιγνίων είναι το παίγνιο του διλήμματος του φυλακισμένου(Prisoner’s dilemma).

Τον Ιανουάριο του 1950 οι Melvin Dresher και Merrill Flood επινόησαν το συγκεκριμένο παίγνιο και το χρησιμοποίησαν σαν παράδειγμα στο RAND Corporation. Αργότερα όταν παρουσιάστηκε αυτό το παράδειγμα σε ένα σεμινάριο στο Stanford University, ο Albert W. Tucker σκαρφίστηκε μία ιστορία πάνω στην οποία βάσισε όλη του την διάλεξη. Το παίγνιο αυτό έμεινε από τότε στην ιστορία κάνοντας την θεωρία παιγνίων γνωστή σε όλες τις κοινωνικές επιστήμες, ενώ και πάρα πολλοί μελετητές έχουν ασχοληθεί με αυτό γράφοντας διάφορα βιβλία . [39]

Η ιστορία του Tucker έχει ως εξής:

Δύο ύποπτοι για ένα έγκλημα συλλαμβάνονται από την αστυνομία και κρατούνται σε διαφορετικά κελιά, ώστε να μην έχουν μεταξύ τους επικοινωνία. Οι αστυνομικοί είναι σίγουροι για την ενοχή τους αλλά ελλείψει αποδεικτικών στοιχείων τους προσφέρουν μια συμφωνία: αν και οι δύο ομολογήσουν ότι διέπραξαν το έγκλημα θα καταδικαστούν μόνο σε τρία χρόνια φυλάκισης. Αν μόνο ο ένας ομολογήσει θα αφεθεί ελεύθερος ενώ ο άλλος που θα αρνηθεί θα φυλακιστεί για πέντε χρόνια. Τέλος, αν κανένας δεν ομολογήσει, και οι δύο θα περάσουνε έναν χρόνο στη φυλακή. [40]

Το παραπάνω πρόβλημα μπορεί να παρουσιαστεί στον επόμενο πίνακα

Πίνακας 2.3 Το δίλημμα του φυλακισμένου(αρχική μορφή) [41]

A \ B	B1: confess	B2: not confess
A1: confess	3 χρόνια φυλακή	ελευθερία, 5 χρόνια
A2: not confess	5 χρόνια, ελευθερία	1 χρόνος φυλακή

Το δίλημμα αυτό παίρνει τη μορφή του παρακάτω παιγνίου, όπου τα νούμερα είναι η ωφέλεια που αποκομίζει ο παίκτης .

Πίνακας 2.4 Το δίλημμα του φυλακισμένου(τελική μορφή) [42]

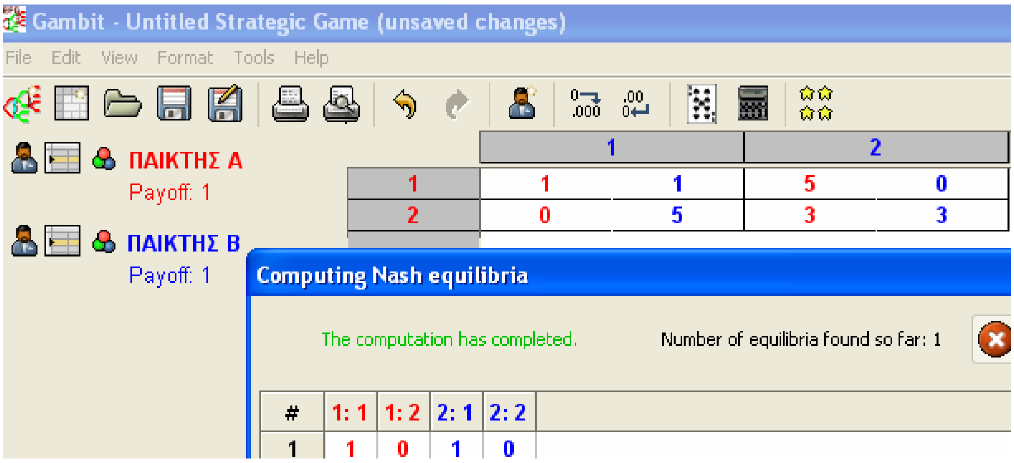
A \ B	B1: confess	B2: not confess
A1: confess	1,1	5,0
A2: not confess	0,5	3,3

Το δίλημμα εμφανίζεται όταν κάποιος υποθέτει ότι και οι δύο φυλακισμένοι νοιάζονται μόνο για να ελαχιστοποιήσουν την ποινή τους. Κάθε παίκτης έχει δύο στρατηγικές επιλογές : είτε να ομολογήσει και να συνεργαστεί με την αστυνομία (confess), είτε να παραμείνει σιωπηλός (not confess). Για παράδειγμα το καλύτερο αποτέλεσμα για τον παίκτη Α είναι να ομολογήσει και ο παίκτης Β να μείνει σιωπηλός. Το επόμενο καλύτερο αποτέλεσμα για τον Α είναι να μη μιλήσει κανένας από τους δύο, ενώ το χειρότερο σενάριο είναι να μιλήσει ο Β ενώ ο Α θα παραμείνει σιωπηλός. Το αντίστοιχο ισχύει και για τον παίκτη Β. Είναι λοιπόν φανερό πως οτιδήποτε και να σκοπεύει να κάνει ο Β, ο παίκτης Α θα πρέπει να επιλέξει την πρώτη στρατηγική(να ομολογήσει δηλαδή), αφού έτσι θα έχει καλύτερα αποτελέσματα. Ομοίως ισχύει και για τον Β παίκτη ο οποίος θα προτιμήσει και αυτός να μη μιλήσει. Σε αυτό το σημείο υπάρχει το δίλημμα αφού από τον πίνακα φαίνεται πως οι παίκτες θα αποκομίσουν μεγαλύτερο όφελος αν και οι δύο επιλέξουν να μη μιλήσουν από το να τα ομολογήσουν όλα. . Έτσι η καλύτερη στρατηγική για τον καθένα ξεχωριστά, παράγει ένα αποτέλεσμα που δεν είναι καλό για την ομάδα, κάνοντας τα ατομικά κίνητρα να υπονομεύουν το κοινό συμφέρον .

Πρόκειται για ένα παιχνίδι όπου τα κέρδη προέρχονται από τη συνεργασία. Το καλύτερο αποτέλεσμα και για τους δύο παίκτες είναι να μη μιλήσουν στους αστυνομικούς . Παρόλα αυτά, κάθε παίκτης έχει ένα μεγάλο κίνητρο να γίνει προδότης. Οτιδήποτε και να κάνει ο ένας παίκτης, ο αντίπαλος προτιμάει να ομολογήσει. Έτσι το παίγνιο αυτό έχει μία μοναδική Nash ισορροπία, μία κυρίαρχη στρατηγική, η οποία είναι η λύση (A1,B1)=(1,1), η από κοινού ομολογία.[43]

Σε κάθε παίγνιο η λύση παρουσιάζεται και με τη βοήθεια του προγράμματος Gambit, το οποίο είναι χρήσιμο εργαλείο στη θεωρία παιγνίων αφού έχει πολλές εφαρμογές και βρίσκει τις ισορροπίες Nash και σε καθαρές και σε μεικτές στρατηγικές.

Στην παρακάτω εικόνα βλέπουμε τη λύση που δίνει το πρόγραμμα για το συγκεκριμένο παίγνιο.



Απεικόνιση στο Gambit του παιγνίου

Τα κόκκινα νούμερα αντιπροσωπεύουν τον Α παίκτη ενώ τα μπλε τον Β. Και εδώ η λύση είναι η επιλογή (A1, B1)=(1, 1) αφού η ανάλυση δείχνει πως ο πρώτος παίκτης(ο Α) επιλέγει την πρώτη του στρατηγική επιλογή(την Α1) και ο δεύτερος παίκτης(ο Β) επιλέγει την πρώτη του κι αυτός στρατηγική επιλογή(την Β1).

Το παράδοξο του αποτελέσματος εξηγείται από το γεγονός ότι οι φυλακισμένοι βρίσκονται σε ξεχωριστά κελιά και δεν μπορούν να επικοινωνήσουν μεταξύ τους για να αποφασίσουν από κοινού τι θα κάνουν. Αν μπορούσαν να το συζητήσουν ίσως να έβλεπαν πως η καλύτερη λύση είναι να μη μιλήσει κανένας τους. Αλλά ακόμη και με μια προφορική συμφωνία οι φυλακισμένοι ίσως προσπαθήσουν να προδώσουν τον υποτιθέμενο αντίπαλο τους, προλαβαίνοντας τον από μια πιθανή προδοσία.[44] Εδώ επέρχεται ο παράγοντας της αξιοπιστίας: υπάρχει μια έφεση προς συνεργασία με εκείνους που πιστεύουμε ότι έχουν αντίστοιχη έφεση να συνεργαστούν. Ανορθόδοξη επίσης είναι η απόφαση να προδώσουν ο ένας τον άλλον, μιας και η σιωπή αποτελεί ύψιστη τιμή σε τέτοιες κοινωνικές ομάδες.

Μια άλλη περίπτωση είναι οι δύο ύποπτοι να μην ομολογήσουν, μόνο αν έχουν ξαναπεράσει όλο αυτό και γνωρίζουν πως δεν πρόκειται να προδοθούν Αυτή η ισορροπία λέγεται “υπό-παιγνιακή τέλεια ισορροπία Nash” όπου οι φυλακισμένοι έχουν μάθει να μην καρφώνουν ο ένας τον άλλον και έτσι ελαχιστοποιούν την συλλογική ποινή τους. [45]

Όταν το δίλημμα του φυλακισμένου αφορά πάνω από δύο πρόσωπα ονομάζεται free rider problem(το πρόβλημα των τζαμπατζήδων). Έχει την ίδια δομή με το δίλημμα του φυλακισμένου αφού και εδώ η κυρίαρχη ατομική στρατηγική υπερέχει της κοινής λογικής. Αφορά όλες τις περιπτώσεις δημοσίων αγαθών(όλοι τα εκμεταλλεύονται άσχετα αν έχουν πληρώσει γι’αυτά, όπως για παράδειγμα η καθαρή ατμόσφαιρα) όπου η πρόσβαση δεν μπορεί να περιοριστεί σε αυτούς που έχουν πληρώσει και στους άλλους, τους τζαμπατζήδες, οι οποίοι δεν συνεισφέρουν αλλά τα χρησιμοποιούν.

Το πιο διάσημο παιχνίδι στην ιστορία της θεωρίας παιγνίων μελετήθηκε εκτενέστατα από πάρα πολλούς ανθρώπους, ανάμεσα τους ο John Nash(που αναφέρθηκε παραπάνω) και ο Robert Axelrod. Στα τέλη της δεκαετίας του 70 ο Axelrod προσπάθησε να προσεγγίσει το πρόβλημα όταν αυτό επαναλαμβάνεται, αφού έτσι γίνεται πιο περίπλοκο και δεν είναι απόλυτα σαφές ποια στρατηγική είναι βέλτιστη. Έτσι λοιπόν οργάνωσε ένα πρωτάθλημα όπου κάλεσε θεωρητικούς των παιγνίων να δημιουργήσουν αλγορίθμους που να περιέχουν από μία στρατηγική και τους έβαλε να διαγωνιστούν για έναν καθορισμένο αριθμό γύρων. Οι “άπληστες” στρατηγικές έτειναν να έχουν άσχημη έκβαση, σε αντίθεση με τις πιο αλτρουιστικές που τα πήγαν καλύτερα. Νικητής αναδείχτηκε ο Anatol Rapoport που δημιούργησε τον πιο απλό αλγόριθμο, τον Tit for Tat, δηλαδή “μία σου και μία μου”.

Πρόκειται για μία στρατηγική δεσμευμένης συνεργασίας όπου ο παίκτης ξεκινάει με συνεργασία, σαν κίνηση καλής θέλησης, και έπειτα αντιγράφει την στρατηγική που επέλεξε ο αντίπαλος στον προηγούμενο γύρο. Το πείραμα επαναλήφθηκε και για την περίπτωση όπου η ακολουθία των αγώνων μεταξύ των δύο παικτών θα τερματιζόταν τυχαία με νικητή πάλι τον ίδιο αλγόριθμο. Η “σοφία” αυτής της στρατηγικής έχει να κάνει με τον συνδυασμό αυστηρότητας απέναντι στους αποστάτες(αφού τους τιμωρείς άμεσα) αλλά και ηπιότητας(αφού μέσα σε έναν γύρο μπορείς να τον συγχωρήσεις).[46] Τελικά φαίνεται πως αυτός που δεν συμπεριφέρεται εγωιστικά, είναι αυτός που κερδίζει.

Το δίλημμα του φυλακισμένου αν και φαίνεται άσχετο με την καθημερινότητα του ανθρώπου, μπορούμε να το διακρίνουμε παντού, σε όλα τα κοινωνικά φαινόμενα. Υπάρχει μια τεράστια βιβλιογραφία που το αναλύει και μάλιστα πολλοί πιστεύουν πως αποτελεί τον κεντρικό πυρήνα της κοινωνικής ζωής. Οι εφαρμογές του λοιπόν στην καθημερινότητα ποικίλλουν από την οικονομία, την πολιτική και την κοινωνιολογία έως την εθνολογία και την εξελικτική βιολογία. [47]

Στην πολιτική για παράδειγμα αυτό το παίγνιο χρησιμοποιείται για να επεξηγήσει το πρόβλημα που έχουν δύο κράτη με την απόκτηση όπλων. Υπάρχουν δύο στρατηγικές επιλογές για τα κράτη: είτε να αυξήσουν την στρατιωτική τους δύναμη και να αγοράσουν καινούριο εξοπλισμό, είτε να κάνουν μια συμφωνία έτσι ώστε να μειώσουν την χρησιμοποίηση όπλων. Κανένα κράτος δεν είναι βέβαιο ότι το άλλο θα κρατήσει την υπόσχεση του και επομένως και τα δύο κλίνουν στο να αγοράσουν τελικά τα όπλα. Παράδειγμα για αυτήν την περίπτωση αποτελεί η διαμάχη Αμερικής –Ρωσίας τη δεκαετία του 50(όταν πρωτομελετήθηκε το συγκεκριμένο παίγνιο) για την απόκτηση πυρηνικού εξοπλισμού. [48]

Επίσης στον αθλητισμό πολλοί παλαιστές καταφεύγουν στο χάσιμο πολλών κιλών με σκοπό να διαγωνιστούν με ελαφρύτερους αντιπάλους , πηγαίνοντας στην μικρότερη κατηγορία. Αυτό μπορεί να το κάνουν πολλοί διαγωνιζόμενοι με αποτέλεσμα να υποβαθμίζεται ο συναγωνισμός. Ακόμη όμως και αν κάποιος διαγωνιζόμενος παραμείνει στο αρχικό του βάρος, είναι πολύ πιθανό να συναγωνιστεί κάποιον που έχει χάσει αρκετό βάρος. [49]

Είναι φανερό πως σε κάθε συναλλαγή ή σύγκρουση ατομικών συμφερόντων που θίγει τους ανθρώπους, υπάρχει κάπου εκεί το δίλημμα του φυλακισμένου. Τα παραδείγματα ποικίλλουν από τα πολιτικά παζάρια και τους πλειστηριασμούς έως την συμπεριφορά των οδηγών στους δρόμους και την επιλογή δύο αντιμαχόμενων μερών για το αν θα χρησιμοποιήσουν δικηγόρους ή/ και θα καταφύγουν στα δικαστήρια για να λύσουν τις διαφορές τους. [50]Το κοινό στοιχείο σε όλα αυτά τα παραδείγματα είναι ότι αν ο καθένας δράσει συνεργατικά θα υπάρξει το καλύτερο αποτέλεσμα. Δυστυχώς σχεδόν όλοι σκέφτονται μόνο το προσωπικό συμφέρον, με αποτέλεσμα να οδηγηθούν σε μη επιθυμητά αποτελέσματα. [51]

2.3.2 Η μάχη των φύλων “Battle of the Sexes”

Το παίγνιο “battle of the sexes” (η μάχη των φύλων) αποτελεί ένα από τα κλασσικά παιχνίδια στη θεωρία παιγνίων. Στην παραδοσιακή ανάλυση του παιχνιδιού, το οποίο χρονολογείται από τη δεκαετία του `50, ένας άντρα και μια γυναίκα προσπαθούν να αποφασίσουν πως θα περάσουν το απόγευμα τους. Ο άντρας προτιμά να μείνουν σπίτι και να δούνε τον αγώνα που έχει στην τηλεόραση, ενώ η γυναίκα προτιμά να πάνε στην όπερα. Και οι δύο όμως θέλουν να κάνουν κάτι μαζί και όχι να μείνουν χώρια.

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι επιλογές τους ως στρατηγικές, οπού οι γραμμές αντιστοιχούν στις επιλογές του άντρα και οι στήλες στις επιλογές της γυναίκας .

Πίνακας 2.5 Η μάχη των φύλων [52]

A \ B	B1: sports	B2: opera
A1: sports	2,1	0,0
A2: opera	0,0	1,2

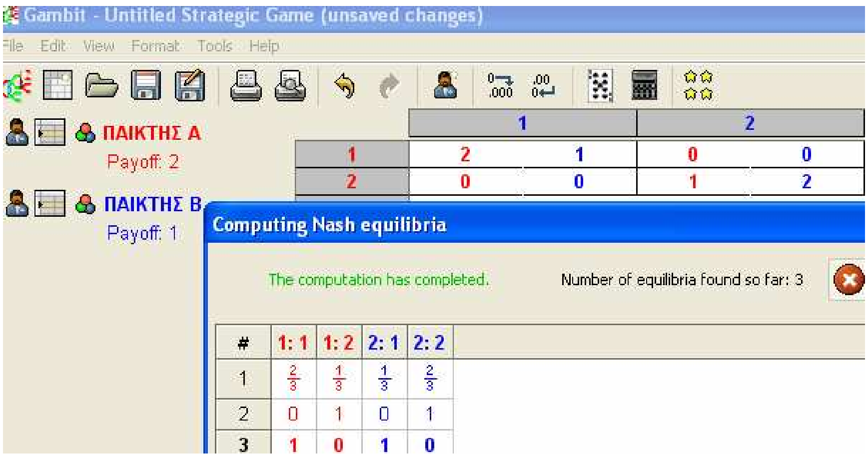
Η μάχη των φύλων παρουσιάζει μια κατάσταση κατά την οποία το ζευγάρι πρέπει να συνεργαστεί, αν και έχουν διαφορετικές προτιμήσεις, αφού σε καμία περίπτωση δεν θέλουν να μείνουν χώρια. Πρόκειται για συνεργατικό και όχι ανταγωνιστικό παίγνιο. Εδώ μας ενδιαφέρει ο αντίπαλος να μάθει τη στρατηγική που πρόκειται να εφαρμόσουμε, γιατί μπορεί να τη χρησιμοποιήσει για κοινό μας όφελος.[53]

Αν και το παιχνίδι ανήκει στην κατηγορία των παιχνιδιών που παίζονται ταυτόχρονα, δεν είναι αναγκαίο για τους παίκτες να δράσουν έτσι. Το μόνο που απαιτείται είναι ο καθένας να δράσει χωρίς γνώση για το πώς θα πράξει ο άλλος. Αυτό επιτυγχάνεται αν οι παίκτες πάρουν την απόφαση τους χωρίς προηγουμένως να έχουν μιλήσει.[54] Είναι μη ρεαλιστικό να υποθέσουμε πως το ζευγάρι δεν θα το συζητήσει και δεν θα παιχτεί το ίδιο «έργο» πολλές φορές . Αν κάθε μέρα έχουν να πάρουν μια τέτοια απόφαση (επαναλαμβανόμενο παίγνιο) τότε σίγουρα ο ένας θα μπορεί να μαντέψει τις κινήσεις του άλλου.

Σημαντικό ρόλο σε αυτό το παιχνίδι έχει το ποιος θα παίξει πρώτος και θα ανακοινώσει την απόφαση του στο ταίρι του. Αν για παράδειγμα η γυναίκα έχει αγοράσει από πριν τα εισιτήρια για την όπερα, είναι πολύ πιθανό ο άντρας να πεισθεί και να επιλέξει από την αρχή να πάνε στην όπερα παρόλο που θα προτιμούσε τον αγώνα. Σε πάρα πολλά παιχνίδια(όχι σε όλα) αυτός που κινείται πρώτος έχει και το μεγαλύτερο πλεονέκτημα.

Εύκολα φαίνεται πως δεν υπάρχει κάποια κυρίαρχη στρατηγική για κανέναν από τους δύο παίκτες. Βρίσκουμε όμως πως υπάρχουν δύο σημεία ισορροπίας Nash στο συγκεκριμένο παίγνιο, η λύση (A1,B1)=(2,1) και η λύση (A2,B2)=(1,2). Αν και οι δύο επιλέξουν να δούνε αγώνα ο άντρας έχει όφελος 2 μονάδες και η γυναίκα 1 μονάδα, ενώ αν πάνε στην όπερα η γυναίκα έχει όφελος 2 μονάδες και ο άντρας 1.Σε αυτές τις δύο στρατηγικές κανένας δεν έχει κίνητρο να αποκλίνει και να επιλέξει κάτι άλλο. [55]

Με τη βοήθεια του προγράμματος Gambit γίνεται φανερό πως εκτός από τις δύο στρατηγικές που είχαν αναφερθεί παραπάνω υπάρχει και άλλη μία σε μεικτές αυτή τη φορά στρατηγικές. Η λύση αυτή τονίζει πως ο παίκτης Α θα προτιμήσει την Α1 επιλογή με πιθανότητα ⅔ και την Α2 με πιθανότητα ⅓, ενώ ο παίκτης Β θα διαλέξει την Β1 με πιθανότητα ⅓ και την Β2 με πιθανότητα ⅔.



Απεικόνιση στο Gambit του παιγνίου

2.3.3 Το παίγνιο “Chicken Game”

Ένα από τα πιο γνωστά παίγνια είναι το Chicken Game. Το παιγνίδι αυτό είναι γνωστό σε όλους τους νεαρούς ,από τη δεκαετία του `50 και μετά στην Αμερική και έχει μείνει στην ιστορία από την ταινία «Επαναστάτης χωρίς αιτία»(Rebel without a cause,1955) με τον James Dean. Σε αυτό το παιχνίδι δύο οδηγοί κατευθύνονται με μεγάλη ταχύτητα προς έναν γκρεμό. Αυτός που θα αλλάξει πρώτος την πορεία του αυτοκινήτου του για να μην πέσει από τον γκρεμό είναι το «κοτόπουλο» (chicken) και χάνει. Αν κανένας παίκτης δεν αλλάξει πορεία, τότε και τα δύο αυτοκίνητα θα πέσουν από τον γκρεμό και οι δύο οδηγοί θα πεθάνουν.

Η παραπάνω κατάσταση μπορεί να περιγραφεί με τον ακόλουθο πίνακα:

Πίνακας 2.6 Chicken Game [56]

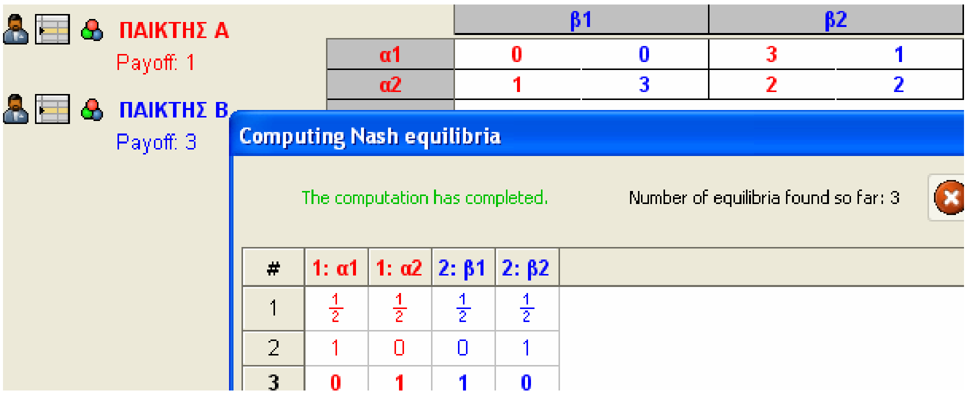
A \ B	B1: driving straight	B2:swerving
A1: driving straight	0,0	3,1
A2:swerving	1,3	2,2

Κάθε παίκτης έχει δύο στρατηγικές επιλογές: είτε να αποκλίνει από την πορεία του(δεύτερη στρατηγική), είτε να συνεχίσει να οδηγεί(πρώτη στρατηγική). Αν και οι δύο αποκλίνουν παραμένουν στη ζωή. Το πώς θα παίξουν εξαρτάται από το τι πιστεύει ο ένας πως θα πράξει ο άλλος. Αν ο παίκτης Α πιστεύει πως ο παίκτης Β είναι πιο γενναίος από αυτόν, τότε θα προτιμήσει να αλλάξει πορεία. Αντίθετα αν νομίζει πως ο ίδιος είναι πιο γενναίος, τότε θα συνεχίσει να οδηγεί. Σε περίπτωση όμως που κάποιος από τους δύο κρίνει λάθος τον αντίπαλο του θα πεθάνουν και οι δύο. [57]

Αυτό το μοντέλο υποθέτει πως ο κάθε παίκτης διαλέγει από πριν την στρατηγική που θα ακολουθήσει και δεν την αλλάζει(πρόκειται για μη ρεαλιστικό σενάριο, αφού αν κάποιος παίκτης δει τον άλλον να στρίβει ότι και να είχε σχεδιάσει, θα συνεχίσει για να κερδίσει) . Επίσης το μοντέλο υποθέτει πως αν και οι δύο οδηγοί στρίψουν, δεν θα είναι προς την ίδια κατεύθυνση. [58]

Αυτό το μοντέλο δεν έχει κυρίαρχη στρατηγική για κανέναν παίκτη. Υπάρχουν δύο ισορροπίες Nash σε αμιγείς στρατηγικές όπως φαίνεται στον πίνακα: η λύση (A1B2)=(3,1) και η λύση (A2B1)=(1,3). Άρα το καλύτερο που έχει να κάνει ο κάθε παίκτης είναι το αντίθετο του αντιπάλου του. Αν ο Α πεισθεί πως ο Β θα συνεχίσει να οδηγεί, η καλύτερη λύση είναι να αλλάξει πορεία και το ανάποδο. Φυσικά αν και οι δύο δεν αλλάξουν πορεία και συνεχίσουν θα πεθάνουν. [59]

Στην παρακάτω εικόνα φαίνεται η λύση του παιγνίου με το πρόγραμμα Gambit. Και εδώ όπως και στο προηγούμενο παίγνιο εκτός από τις δύο βασικές ισορροπίες, υπάρχει και μία μεικτή ισορροπία όπου αναφέρει ότι και οι δύο παίκτες θα διαλέξουν θα διαλέξουν κάθε στρατηγική με ίση πιθανότητα ½.



Απεικόνιση στο Gambit του παιγνίου

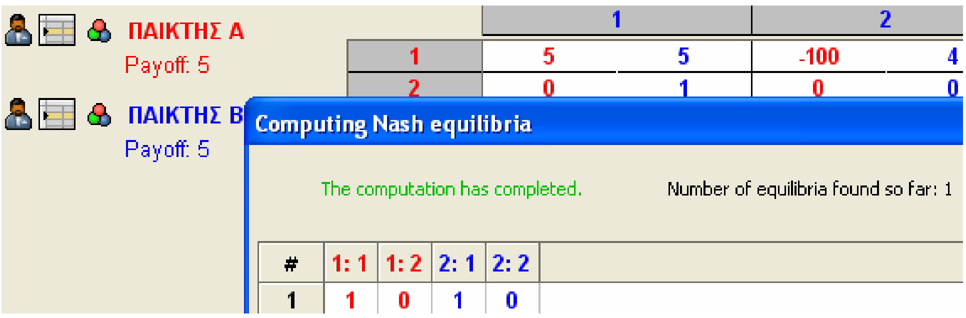
Το πρόβλημα αυτό είναι επίσης γνωστό στον βιολογικό κόσμο σαν πρόβλημα Hawk-Dove(γεράκι-περιστέρι). Πρόκειται για μια βασική ιδέα η οποία έχει πολλές εφαρμογές στην καθημερινότητα Δύο ζώα μάχονται για την ίδια τροφή. Κάθε ένα μπορεί να συμπεριφερθεί είτε σαν γεράκι είτε σαν περιστέρι. Αν και τα δύο επιλέξουν την επιθετική συμπεριφορά(του γερακιού) τότε δεν θα μπορέσει κανένα να πάρει το φαγητό και θα είναι και τα δύο χαμένα(η λύση A1B1=0,0 στον παραπάνω πίνακα). Αν τώρα επιλέξουν την ήρεμη συμπεριφορά(του περιστεριού) θα μοιραστούν το φαγητό χωρίς να έχουν κάποιο πρόβλημα αν και το κέρδος τους είναι χαμηλότερο από το κέρδος που θα είχε το ένα αν ακολουθούσε την επιθετική συμπεριφορά(η λύση A2B2=2,2 στον πίνακα). Κάθε ζώο προτιμά να δράσει σαν γεράκι αν ξέρει πως ο αντίπαλος θα δράσει σαν περιστέρι.[60] Αυτές είναι και οι δύο ισορροπίες Nash σε αμιγείς στρατηγικές, το ένα ζώο να παίξει σαν γεράκι και το άλλο σαν περιστέρι. Είναι φανερό πως και τα δύο θα επωφεληθούν αν κατορθώσουν να αποφύγουν την σύγκρουση(δηλαδή την ταυτόχρονη υιοθέτηση της γερακίσιας συμπεριφοράς). Από την άλλη όμως το κίνητρο να δράσει κανείς επιθετικά και να αποκτήσει όλο το ποσό είναι ισχυρό, γι'αυτό και οδηγούμαστε κάποιες φορές στη σύγκρουση.

Το chicken game μοιάζει λίγο με το battle of the sexes, αν και εδώ υπάρχει το χειρότερο σενάριο, αυτό όπου αν και οι δύο παίκτες συνεχίσουν θα πεθάνουν. Και στα δύο παίγνια που είδαμε ο παίκτης πρέπει να αποφασίσει για μία από δύο σχετικά λογικές στρατηγικές που αποτελούν ισορροπία Nash. Μια διαφορά που μπορούμε να σχολιάσουμε ανάμεσα στα δύο παίγνια είναι ότι οι δύο ισορροπίες Nash βρίσκονται για τη μάχη των φύλων διαγώνια από την κορυφή αριστερά στην άκρη δεξιά, ενώ για το chicken game ανάποδα(από κάτω αριστερά στην κορυφή δεξιά). Παρόλα αυτά όμως φαίνεται πως οι δύο ισορροπίες σε κάθε παιχνίδι ανταποκρίνονται σε ίδιες και όχι σε αντικρουόμενες επιλογές(κάθε παίκτης επιλέγει μία στρατηγική από την δική του οπτική γωνία). [61]

2.3.4 Το κλασσικό παιχνίδι κυριαρχίας κινδύνου "Risk Dominance"

Το παίγνιο που χρησιμοποιήθηκε προηγουμένως στην εργασία για να γίνει καλύτερη η κατανόηση διαφόρων ορισμών της θεωρίας παιγνίων, αποτελεί ένα κλασσικό παιχνίδι κυριαρχίας κινδύνου(risk dominance). Αν και φαίνεται καθαρά πως η λύση (α1, β1)=(5, 5) αποτελεί σημείο ισορροπίας, εντούτοις η ύπαρξη αρνητικής ωφέλειας στο κελί (α1, β2)= (-100, 4) προκαλεί φόβο στον εκάστοτε παίκτη Α ο οποίος προτιμάει να διαλέξει την αντίθετη στρατηγική ώστε να μην υπάρχει καμιά περίπτωση να πέσει πάνω σε αρνητικό κέρδος. Ούτε όμως για τον παίκτη Β συμφέρει να επιλέξει την β2 στρατηγική αφού το κέρδος του είναι μικρότερο όποια στρατηγική και να επιλέξει ο Α παίκτης.

Η ίδια λύση παρουσιάζεται και από το Gambit παρακάτω.



Απεικόνιση στο Gambit του παιγνίου

Το παίγνιο αυτό χρησιμοποιήθηκε για να παρατηρηθεί αν οι παίκτες θα σκεφτούν να ρισκάρουν διαλέγοντας τη σωστή στρατηγική, ή θα φοβηθούν και θα συμβιβαστούν με τα "λίγα".

2.3.5 Το παίγνιο “Matching Pennies”

Το τελευταίο παίγνιο ονομάζεται matching pennies και μελετήθηκε για πρώτη φορά από τον von Neumann(1928). Υπάρχουν δύο παίκτες με ένα κέρμα ο καθένας. Πρέπει ταυτόχρονα και οι δύο να διαλέξουν κορώνα(head) ή γράμμα(tail) γνωρίζοντας ότι αν τα δύο νομίσματα ταιριάζουν(δείχνουν δηλαδή και τα δύο ή κορώνα ή γράμμα), ο παίκτης Α κερδίζει ένα ευρώ από τον παίκτη Β. Αν τα νομίσματα δεν ταιριάζουν, τότε ο Β παίκτης κερδίζει και παίρνει από τον Α ένα ευρώ. Δηλαδή το νόμισμα που κερδίζει ο ένας παίκτης, το χάνει ο άλλος.

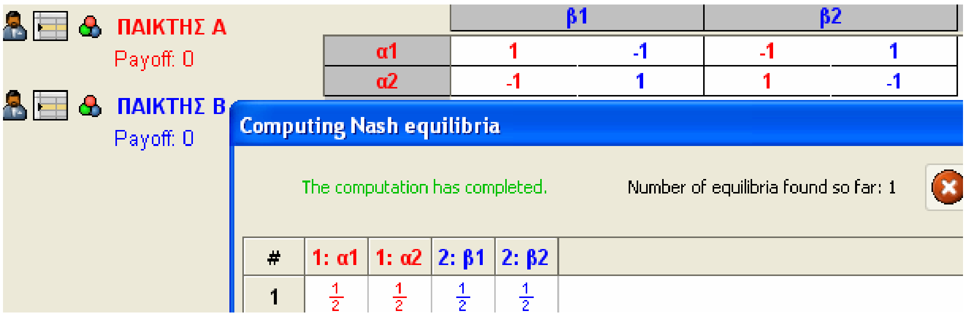
Ο πίνακας παρακάτω μας δίνει τη στρατηγική μορφή του παιχνιδιού.

Πίνακας 2.7 Matching Pennies

A \ B	B1: head	B2:tail
A1:head	1,-1	-1,1
A2:tail	-1,1	1,-1

Πρόκειται για ένα παίγνιο μηδενικού αθροίσματος (zero sum game) αφού το κέρδος του ενός παίκτη είναι ακριβώς ίσο με τη ζημιά του αντιπάλου του. Φαίνεται από τον πίνακα πως δεν υπάρχει κάποια ισορροπία σε αμιγείς στρατηγικές. Ο Α παίκτης θα προτιμήσει να παίξει κορώνα αν ο παίκτης Β παίξει κορώνα, ενώ θα προτιμήσει να παίξει γράμμα αν και ο Β παίξει γράμμα Η μοναδική Nash ισορροπία που υπάρχει σε αυτό το παιχνίδι είναι σε μεικτές στρατηγικές. Κάθε παίκτης δημιουργεί συνθήκες τυχαιότητας ανάμεσα στις δύο στρατηγικές του (κορώνα ή γράμμα), δίνοντας ίση πιθανότητα και στις δύο χωρίς να υπάρχει κάποιο κίνητρο να δοκιμάσει κάποια άλλη στρατηγική. Επομένως η Nash ισορροπία σε μεικτές στρατηγικές είναι (½,½),(½,½). Αν ο παίκτης Β διαλέξει κορώνα ή γράμμα με ίση πιθανότητα ½, τα αποτελέσματα για τον παίκτη Α θα είναι ½*1+½*(-1)=0 όταν θα παίξει κορώνα και ½*(-1) +½*1=0 όταν θα παίξει γράμμα. Ο παίκτης Α επομένως είναι τελείως αδιάφορος στις πιθανές επιλογές του με αποτέλεσμα να παίξει και αυτός τυχαία. [62]

Λύνοντας το και με το Gambit βρίσκουμε το ίδιο αποτέλεσμα που αναλύθηκε παραπάνω.



Απεικόνιση στο Gambit του παιγνίου

Το κύριο γνώρισμα αυτού του παιγνίου είναι ότι κάθε παίκτης προσπαθεί να μαντέψει την κίνηση που θα κάνει ο άλλος. Σε κάθε τέτοιο παιχνίδι, που κάποιος προσπαθεί να μαντέψει την κίνηση του άλλου, δεν υπάρχει Nash ισορροπία αφού η λύση απαραιτήτως προϋποθέτει αβεβαιότητα σχετικά με το τι θα πράξουν οι παίκτες. Αν όμως παιχτεί αρκετές φορές κατ'επανάληψη είναι πολύ πιθανό κάποιος παίκτης να καταφέρει να ψυχολογήσει τον αντίπαλο του, να προβλέψει την κίνηση του και έτσι να δράσει αναλόγως με τον ίδιο που μπορεί κάποιος να παίζει το γνωστό παιχνίδι «Πέτρα, ψαλίδι, χαρτί». Παραλλαγές του μπορούμε να δούμε στο πόκερ , στο baseball, στον πόλεμο και σε πολλά άλλα παραδείγματα.[63] Μια τέτοια παραλλαγή είναι ένα παιχνίδι που παίζουν τα παιδιά και ονομάζεται «μονά ή ζυγά»(odds and evens). Δύο παίκτες φανερώνουν ταυτόχρονα ένα ή δύο δάχτυλα, και ο νικητής βγαίνει από το αν ο αριθμός των δακτύλων ταιριάζει ή όχι.[64]

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Αποτελέσματα έρευνας

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της έρευνας που πραγματοποιήθηκε με σκοπό να βγούνε χρήσιμα συμπεράσματα για την ισορροπία Nash. Θα αναλυθούν στατιστικά τα πέντε παίγνια που παρουσιάστηκαν παραπάνω ως προς τις απαντήσεις που έδωσαν οι φοιτητές του Πανεπιστημίου Μακεδονίας οι οποίοι πήραν μέρος. Στο τέλος του κεφαλαίου θα γίνει σύγκριση με προηγούμενη έρευνα που έχει πραγματοποιηθεί στο εξωτερικό.

3.1 Παρουσίαση ερωτηματολογίου

Στην επόμενη σελίδα δίνεται το ερωτηματολόγιο που χρησιμοποιήθηκε για να γίνει η περαιτέρω έρευνα. Η έρευνα πραγματοποιήθηκε να σκοπό να γίνει γνωστό το κατά πόσο οι φοιτητές είναι σε θέση να επιλέξουν μια στρατηγική επιλογή που οδηγεί σε ισορροπία Nash.

ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ

1. ΦΥΛΟ: Α ☐ Γ ☐

2. ΣΠΟΥΔΕΣ: Προπτυχιακές ☐ Μεταπτυχιακές ☐

"Είστε ο παίκτης Α και επιλέγετε μια γραμμή με κέρδος που παρουσιάζεται από τον πρώτο αριθμό του αντίστοιχου τετραγώνου. Στόχος σας είναι η μεγιστοποίηση του κέρδους σας γνωρίζοντας ότι το ίδιο ισχύει και για τον παίκτη Β."

ΣΗΜΕΙΩΣΤΕ ΜΕ ☒ ΤΗΝ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ ΠΟΥ ΘΑ ΑΚΟΛΟΥΘΗΣΕΤΕ ΣΤΑ ΠΑΡΑΚΑΤΩ ΠΑΙΓΝΙΑ

I.

		B	
A		β_1	β_2
	α_1 ☐	1 , 1	5 , 0
	α_2 ☐	0 , 5	3 , 3

II.

		B	
A		β_1	β_2
	α_1 ☐	2 , 1	0 , 0
	α_2 ☐	0 , 0	1 , 2

III.

		B	
A		β_1	β_2
	α_1 ☐	0 , 0	3 , 1
	α_2 ☐	1 , 3	2 , 2

IV.

		B	
A		β_1	β_2
	α_1 ☐	5 , 5	−100 , 4
	α_2 ☐	0 , 1	0 , 0

V.

		B	
A		β_1	β_2
	α_1 ☐	1 , −1	−1 , 1
	α_2 ☐	−1 , 1	1 , −1

3.2 Ανάλυση Ερωτηματολογίου

Το σύνολο των ερωτηθέντων ήταν 233 φοιτητές του Πανεπιστημίου Μακεδονίας, προπτυχιακοί και μεταπτυχιακοί σε ίση αναλογία(116 προπτυχιακοί φοιτητές και 117 μεταπτυχιακοί). Από αυτούς οι 109 ήταν αγόρια(59 προπτυχιακοί και 50 μεταπτυχιακοί) και 124 κορίτσια(57 προπτυχιακοί και 67 μεταπτυχιακοί).

Όλοι αυτοί κλήθηκαν να απαντήσουν στο παραπάνω ερωτηματολόγιο, το οποίο όπως αναφέρθηκε περιείχε πέντε διαφορετικά παίγνια, είτε γνωρίζοντας για τη θεωρία παιγνίων και την ισορροπία Nash είτε όχι.

Για την επεξεργασία των απαντήσεων του ερωτηματολογίου χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα SPSS όπου όλα τα στοιχεία αναλύθηκαν και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται με τη μορφή πινάκων και γραφημάτων.

Σε κάθε παίγνιο θα γίνει επιπλέον ανάλυση ως προς το φύλο των φοιτητών και τις επιλογές τους και ως προς τις σπουδές τους(τι αποτελέσματα έχουμε όταν πρόκειται για προπτυχιακούς και όταν πρόκειται για μεταπτυχιακούς φοιτητές). Έτσι μετά από κάθε πίνακα στατιστικών δεδομένων θα ακολουθεί και το αντίστοιχο γράφημα για ευκολότερη κατανόηση των αποτελεσμάτων.

3.2.1 Το δίλημμα του φυλακισμένου “Prisoner’s dilemma”

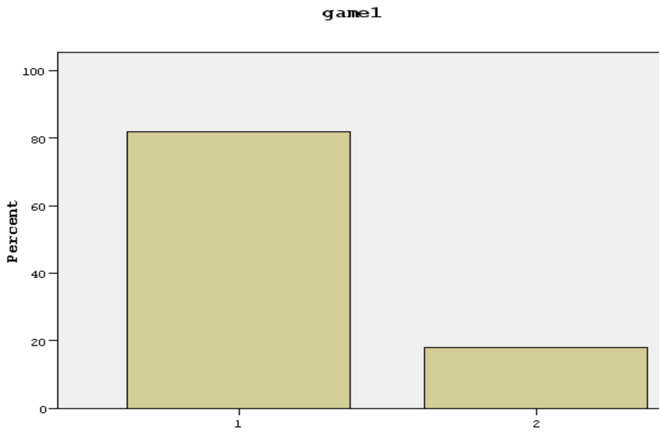
Το πρώτο παίγνιο ήταν το δίλημμα του φυλακισμένου(Prisoner’s dilemma).Τα αποτελέσματα του βρίσκονται στον ακόλουθο πίνακα του προγράμματος SPSS.

Πίνακας 3.1 Συγκεντρωτικά ποσοστά για το δίλημμα του φυλακισμένου

game1

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1	191	82,0	82,0	82,0
	2	42	18,0	18,0	100,0
	Total	233	100,0	100,0	

Εδώ υπολογίζεται το ποσοστό όλων των ατόμων (ανεξαιρέτως φύλου και σπουδών) που επέλεξε την στρατηγική α1ή την στρατηγική α2. Σε ποσοστό 82%(191 από τους 233 φοιτητές) επέλεξαν την α1 στρατηγική επιλογή που αποτελεί και την ισορροπία Nash για το συγκεκριμένο παίγνιο. Η λύση (α1, β1)= (1, 1) ήταν η λύση της ομολογίας των δύο κρατουμένων όπου πρόδωσαν ο ένας τον άλλον.



- **Με βάση το φύλο**

Η επόμενη ανάλυση θα γίνει με βάση το φύλο των φοιτητών όπου θα βρεθεί το ποσοστό κάθε στρατηγικής για κάθε παίγνιο ανάλογα με τις επιλογές που έκαναν τα αγόρια και ξεχωριστά τα κορίτσια, ανεξαρτήτως όμως σπουδών.

Ξεκινώντας με τα αγόρια(τα συμβολίζουμε με τον αριθμό 10)έχουμε τον ακόλουθο πίνακα

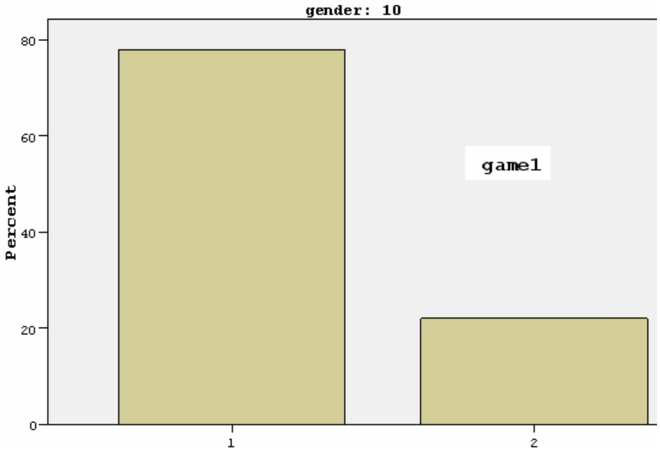
Πίνακας 3.2 Πίνακας με τα ποσοστά των αγοριών

game1(a)

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1	85	78,0	78,0	78,0
	2	24	22,0	22,0	100,0
	Total	109	100,0	100,0	

a gender = 10

Το ποσοστό των αγοριών(ανεξαρτήτως σπουδών) που επέλεξε την α1 στρατηγική είναι 78%(85 αγόρια από τα 109) έναντι 22%(24 αγόρια) που επέλεξαν την α2 στρατηγική.



Από την μεριά των κοριτσιών (συμβολίζονται με τον αριθμό 20) τα ποσοστά είναι τα παρακάτω:

Πίνακας 3.3 Πίνακας με τα ποσοστά των κοριτσιών

game1(a)

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1	106	85,5	85,5	85,5
	2	18	14,5	14,5	100,0
	Total	124	100,0	100,0	

a gender = 20

Σε σύνολο 124 κοριτσιών το 85,5 % (106κορίτσια) επέλεξε την α1 στρατηγική επιλογή.

Αυτό το ποσοστό είναι πιο μεγάλο και από το αντίστοιχο ποσοστό των αγοριών. Τα κορίτσια επομένως βρήκαν την ισορροπία σε μεγαλύτερο ποσοστό από τα αγόρια.

- **Με βάση τις σπουδές των φοιτητών**

Η ανάλυση που ακολουθεί θα δώσει τα ποσοστά σε κάθε παίγνιο με βάση τις σπουδές των φοιτητών. Θα μελετηθεί πόσο διαφορετικά απάντησαν οι προπτυχιακοί από τους μεταπτυχιακούς φοιτητές.

Ξεκινώντας με τους προπτυχιακούς φοιτητές(συμβολίζονται με τον αριθμό 300) έχουμε τον ακόλουθο πίνακα:

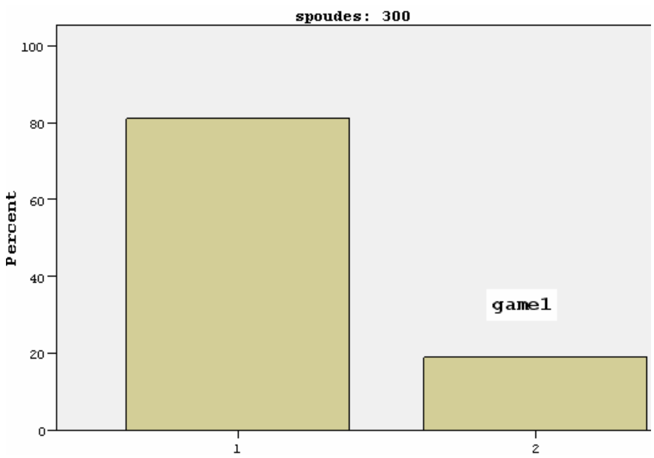
Πίνακας 3.4 Πίνακας με τα ποσοστά των προπτυχιακών φοιτητών

game1(a)

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1	94	81,0	81,0	81,0
	2	22	19,0	19,0	100,0
	Total	116	100,0	100,0	

a spoudes = 300

Βλέπουμε πως σε σύνολο 116 προπτυχιακών φοιτητών ανεξαρτήτως φύλου, ένα ποσοστό της τάξης του 81%(94 άτομα) επέλεξε την α1 στρατηγική πρόκειται για ένα αρκετά μεγάλο ποσοστό.



Τα ποσοστά που αφορούν τους μεταπτυχιακούς φοιτητές(συμβολίζονται με τον αριθμό 400) είναι τα εξής:

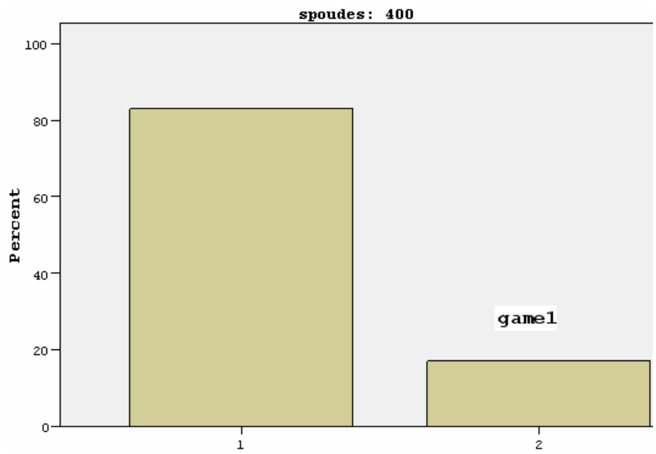
Πίνακας 3.5 Πίνακας με τα ποσοστά των μεταπτυχιακών φοιτητών

game1(a)

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1	97	82,9	82,9	82,9
	2	20	17,1	17,1	100,0
	Total	117	100,0	100,0	

a spoudes = 400

Σε σύνολο 117 μεταπτυχιακών φοιτητών, αγοριών και κοριτσιών, το 82,9%(97 μεταπτυχιακοί) επέλεξαν την α1 στρατηγική. Αυτό το ποσοστό είναι λίγο πιο μεγάλο από το ποσοστό των προπτυχιακών φοιτητών που διάλεξαν την α1 επιλογή στο συγκεκριμένο παιχνίδι.



3.2.2 Η μάχη των φύλων “Battle of the Sexes”

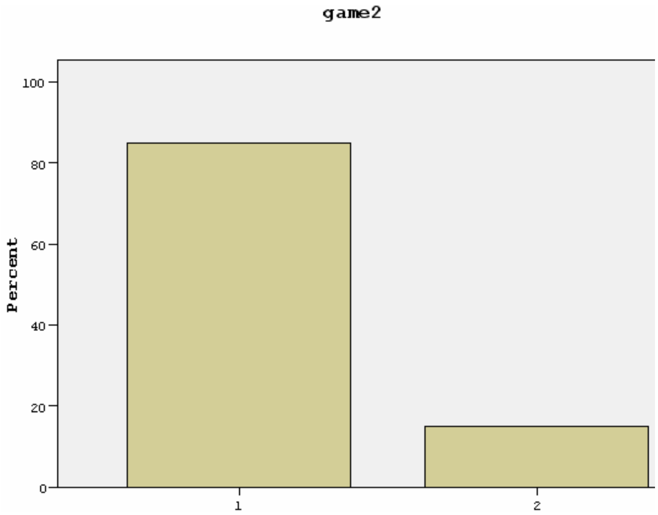
Για το δεύτερο παίγνιο τη μάχη των φύλων(battle of the sexes) ο πίνακας των γενικών αποτελεσμάτων είναι ο ακόλουθος:

Πίνακας 3.6 Συγκεντρωτικά ποσοστά για τη μάχη των φύλων

game2

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1	198	85,0	85,0	85,0
	2	35	15,0	15,0	100,0
	Total	233	100,0	100,0	

Σε ποσοστό 85%(198 φοιτητών) επιλέχθηκε η α1 στρατηγική επιλογή, ποσοστό πολύ μεγαλύτερο από το 15%, ποσοστό που ανήκει στην α2 στρατηγική επιλογή όπως μπορεί να παρατηρηθεί και από το ακόλουθο διάγραμμα.



- **Με βάση το φύλο**

Ο πίνακας που αφορά τα αγόρια είναι ο επόμενος

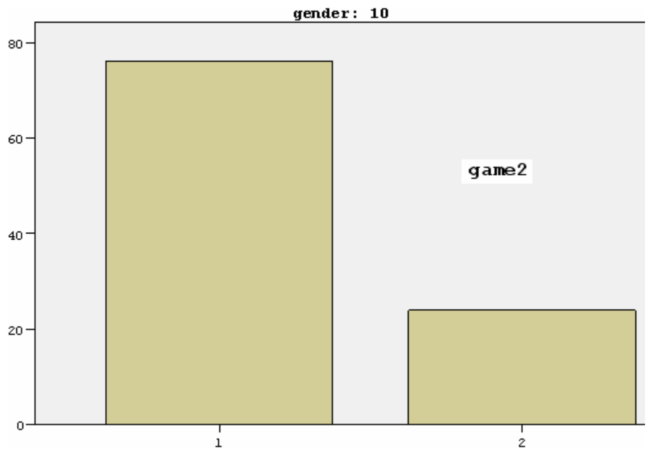
Πίνακας 3.7 Πίνακας με τα ποσοστά των αγοριών

game2(a)

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1	83	76,1	76,1	76,1
	2	26	23,9	23,9	100,0
	Total	109	100,0	100,0	

a gender = 10

Το ποσοστό των αγοριών που επέλεξαν την α1 στρατηγική επιλογή είναι 76,1%(83 αγόρια σε σύνολο 109).



Από τη μεριά των κοριτσιών έχουμε τον πίνακα:

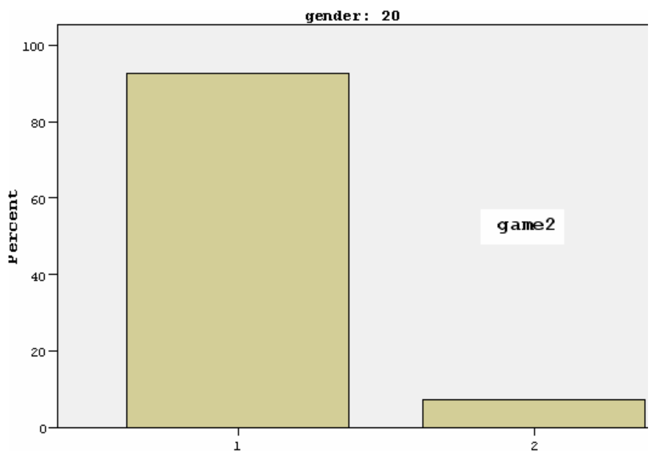
Πίνακας 3.7 Πίνακας με τα ποσοστά των κοριτσιών

game2(a)

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1	115	92,7	92,7	92,7
	2	9	7,3	7,3	100,0
	Total	124	100,0	100,0	

a gender = 20

Η συντριπτική πλειοψηφία των κοριτσιών επέλεξε την επιλογή α1 με ποσοστό 92,7(115 κορίτσια σε σύνολο 124).



Και σε αυτό το παίγνιο τα κορίτσια έχουν το μεγαλύτερο ποσοστό στην στρατηγική επιλογή α1 από τα αγόρια.

- **Με βάση τις σπουδές**

Ο πίνακας για τους προπτυχιακούς φοιτητές παρουσιάζεται παρακάτω

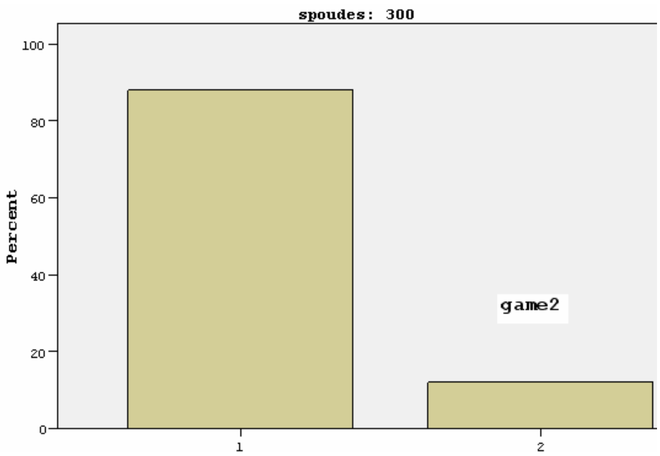
Πίνακας 3.8 Πίνακας με τα ποσοστά των προπτυχιακών

game2(a)

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1	102	87,9	87,9	87,9
	2	14	12,1	12,1	100,0
	Total	116	100,0	100,0	

a spoudes = 300

Σε σύνολο 116 προπτυχιακών φοιτητών(αγοριών και κοριτσιών) το 87,9%(102φοιτητές) επέλεξαν την α1 επιλογή.



Από τη μεριά τους οι μεταπτυχιακοί φοιτητές έχουν τα ακόλουθα ποσοστά

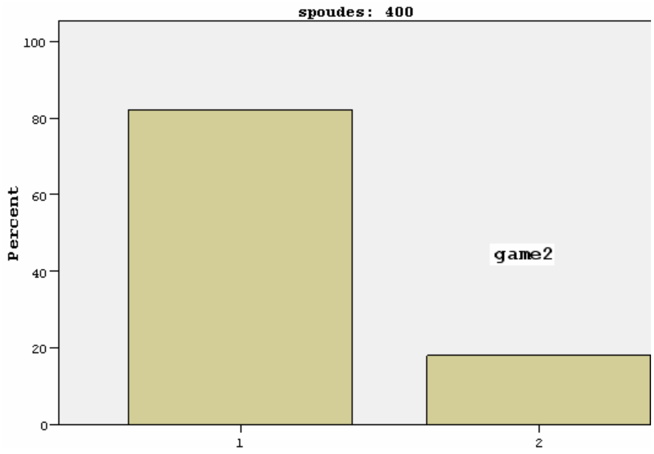
Πίνακας 3.9 Πίνακας με τα ποσοστά των μεταπτυχιακών

game2(a)

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1	96	82,1	82,1	82,1
	2	21	17,9	17,9	100,0
	Total	117	100,0	100,0	

a spoudes = 400

Από τα 117 άτομα τα 96, δηλαδή ποσοστό 82,1 επέλεξε την α1 στρατηγική επιλογή, ποσοστό ικανοποιητικό αλλά όχι τόσο μεγάλο όσο το αντίστοιχο ποσοστό των προπτυχιακών φοιτητών.



3.2.3 Το παίγνιο “Chicken Game”

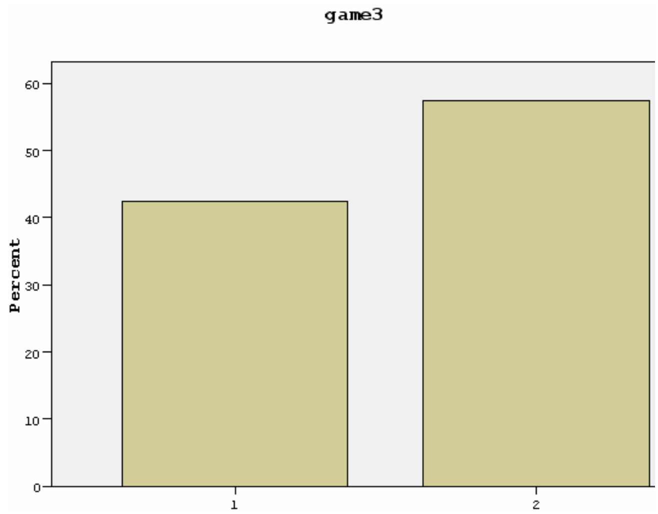
Στο επόμενο παίγνιο, το chicken game, τα ποσοστά του συνόλου των φοιτητών έχουν ως εξής :

Πίνακας 3.10 Συγκεντρωτικά ποσοστά για τochicken game

game3

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1	99	42,5	42,5	42,5
	2	134	57,5	57,5	100,0
	Total	233	100,0	100,0	

Ένα ποσοστό 42,5% (99 άτομα) επέλεξαν την α1 στρατηγική επιλογή, ενώ οι υπόλοιποι 57,5%(134 άτομα) την α2. Εδώ όπως και στο προηγούμενο παίγνιο είχε αναφερθεί πως υπάρχουν δύο σημεία ισορροπίας. Στο συγκεκριμένο οι λύσεις ήταν η (α1, β2)= (3, 1) και η (α2, β1)=(1, 3).



- **Με βάση το φύλο**

Ο επόμενος πίνακας δίνει τα ποσοστά των αγοριών

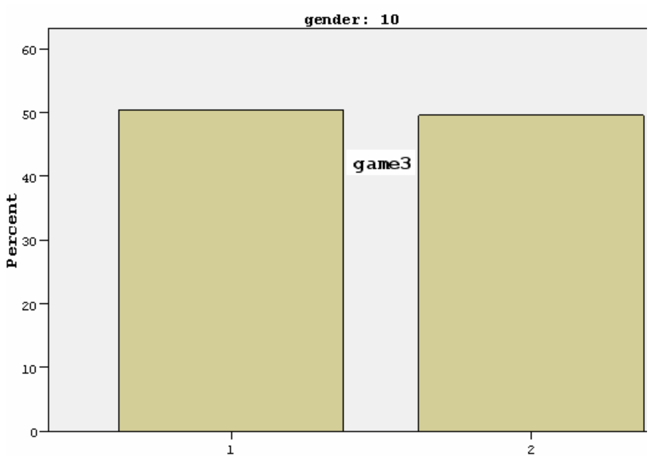
Πίνακας 3.11 Πίνακας με τα ποσοστά των αγοριών

game3(a)

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1	55	50,5	50,5	50,5
	2	54	49,5	49,5	100,0
	Total	109	100,0	100,0	

a gender = 10

Τα αγόρια διάλεξαν την α1 επιλογή με ποσοστό 50,5(55αγόρια από τα 109) με διαφορά μόλις ενός αγοριού από την επιλογή α2 που είχε ποσοστό49,5, δηλαδή 54 αγόρια.



Ο πίνακας των κοριτσιών είναι ο ακόλουθος:

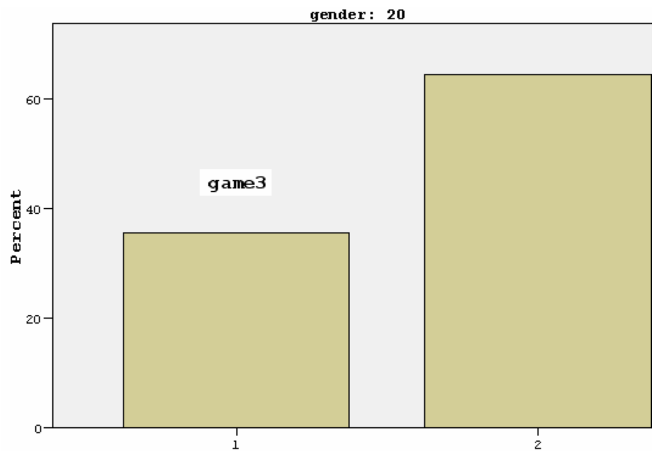
Πίνακας 3.12 Πίνακας με τα ποσοστά των κοριτσιών

game3(a)

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1	44	35,5	35,5	35,5
	2	80	64,5	64,5	100,0
	Total	124	100,0	100,0	

a gender = 20

Το 35,5%(44 από τα 124 κορίτσια) έχει επιλέξει την α1 στρατηγική επιλογή. Το ποσοστό αυτό είναι αρκετά πιο χαμηλό από το αντίστοιχο των αγοριών.



- **Με βάση τις σπουδές των φοιτητών**

Αρχικά έχουμε τον πίνακα για τους προπτυχιακούς φοιτητές(συμβολίζονται με 300).

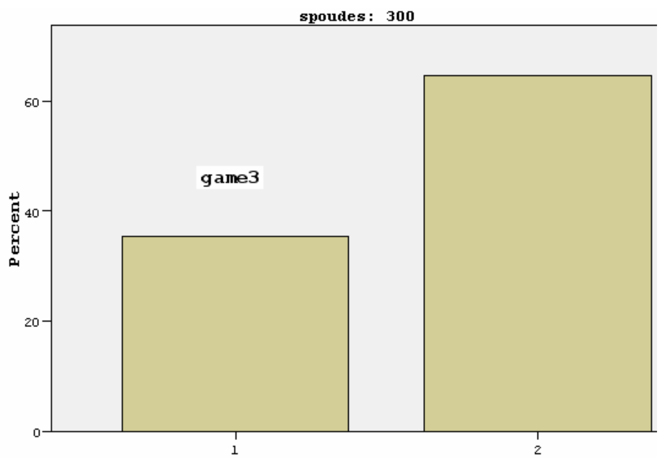
Πίνακας 3.13Πίνακας με τα ποσοστά των προπτυχιακών

game3(a)

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1	41	35,3	35,3	35,3
	2	75	64,7	64,7	100,0
	Total	116	100,0	100,0	

a spoudes = 300

Σε ποσοστό 35,3%(41 άτομα από τα 116) επέλεξαν την α1 στρατηγική επιλογή.



Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα ποσοστά των 117 μεταπτυχιακών φοιτητών

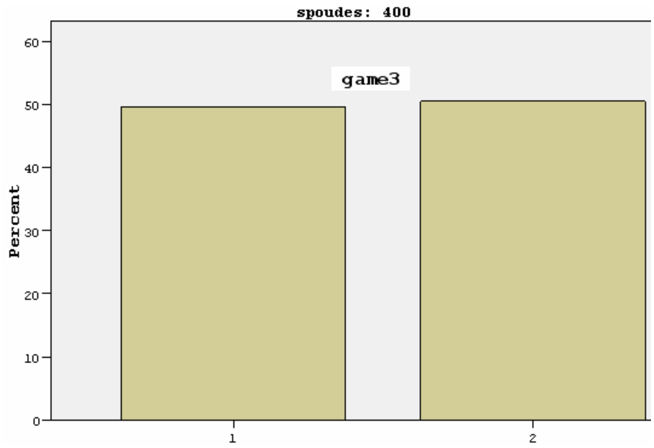
Πίνακας 3.14Πίνακας με τα ποσοστά των προπτυχιακών

game3(a)

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1	58	49,6	49,6	49,6
	2	59	50,4	50,4	100,0
	Total	117	100,0	100,0	

a spoudes = 400

Στην προκειμένη περίπτωση οι δύο στρατηγικές επιλογές προτιμήθηκαν από τους φοιτητές σε ίση περίπου αναλογία. Κατά 49,6%(58 μεταπτυχιακοί) διάλεξαν την α1 επιλογή και κατά 50,4%(59) διάλεξαν την α2. η διαφορά τους ήτανε ένα μόλις άτομο. Η επιλογή α1 προτιμήθηκε σε μεγαλύτερο ποσοστό από τους μεταπτυχιακούς φοιτητές σε σχέση με τους προπτυχιακούς.



3.2.4 Το παίγνιο κυριαρχίας κινδύνου "Risk Dominance"

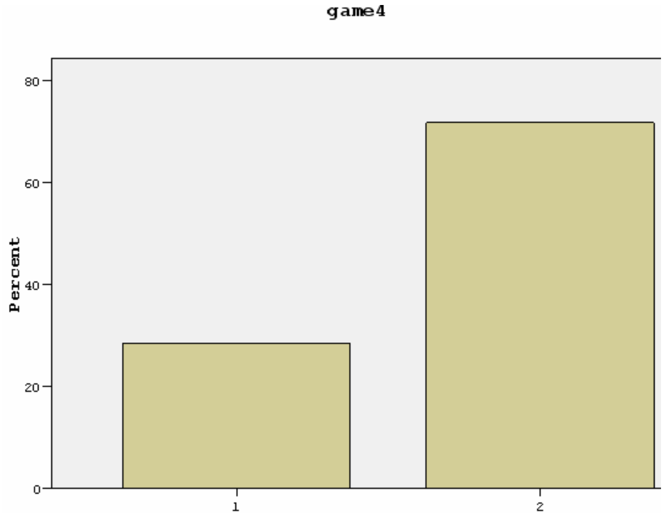
Ο πίνακας των γενικών αποτελεσμάτων για το τέταρτο παίγνιο(αυτό της κυριαρχίας κινδύνου) είναι ο ακόλουθος

Πίνακας 3.15 Συγκεντρωτικά ποσοστά για το παίγνιο κυριαρχίας κινδύνου

game4

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1	66	28,3	28,3	28,3
	2	167	71,7	71,7	100,0
	Total	233	100,0	100,0	

Στον πίνακα των αποτελεσμάτων φαίνεται αυτό ακριβώς το παράδοξο. Οι φοιτητές προτίμησαν κατά 71,7%(167 άτομα) την στρατηγική επιλογή α2 που δεν αποτελεί ισορροπία. Φοβούμενοι το αρνητικό κέρδος αρνήθηκαν να ρισκάρουν όπως φαίνεται καθαρά και στο διάγραμμα.



- **Με βάση το φύλο**

Ο πίνακας μόνο των αγοριών είναι ο εξής:

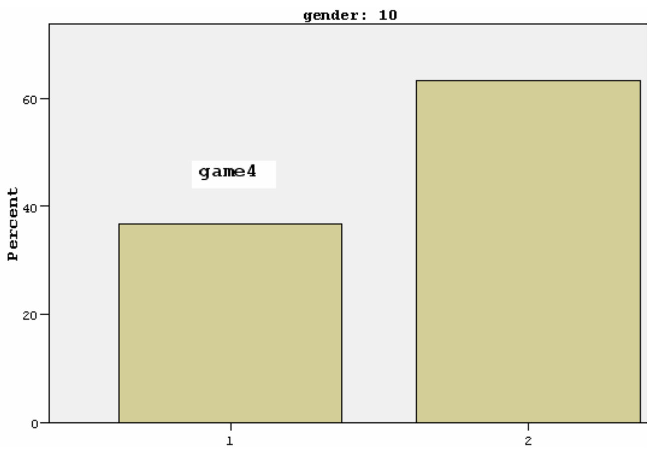
Πίνακας 3.16Πίνακας με τα ποσοστά των αγοριών

game4(a)

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1	40	36,7	36,7	36,7
	2	69	63,3	63,3	100,0
	Total	109	100,0	100,0	

a gender = 10

Εδώ το ποσοστό των αγοριών που επέλεξαν την α1 στρατηγική είναι 36,7(40 αγόρια από τα 109).



Τα ποσοστά των κοριτσιών για το τέταρτο παίγνιο είναι τα ακόλουθα:

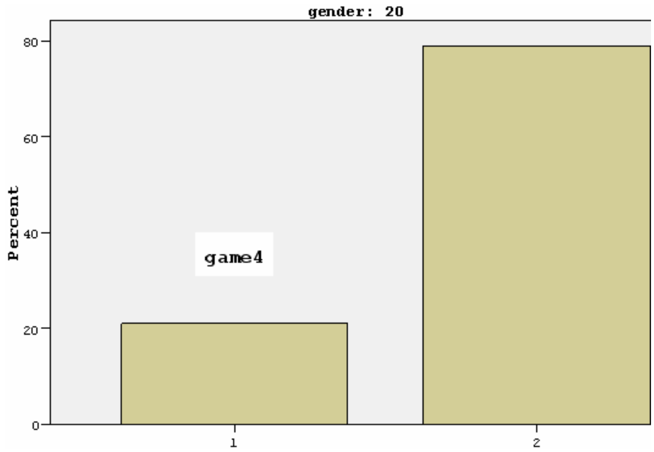
Πίνακας 3.17Πίνακας με τα ποσοστά των κοριτσιών

game4(a)

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1	26	21,0	21,0	21,0
	2	98	79,0	79,0	100,0
	Total	124	100,0	100,0	

a gender = 20

Σε ένα σύνολο 124 κοριτσιών μόνο τα 26, δηλαδή ποσοστό 21% επέλεξαν την α1 στρατηγική επιλογή.



Τα κορίτσια φάνηκαν να φοβήθηκαν πολύ περισσότερο από τα αγόρια, αφού το ποσοστό τους είναι χαμηλότερο και έτσι δεν επέλεξαν την α1στρατηγική που οδηγεί σε ισορροπία Nash. Εδώ διαπιστώνεται η συμπεριφορά αποστροφής του κινδύνου(risk averse behavior), με τα κορίτσια να τον αποστρέφονται περισσότερο από τα αγόρια.

- **Με βάση τις σπουδές**

Αρχίζοντας με τους προπτυχιακούς φοιτητές βρίσκουμε τα ακόλουθα ποσοστά:

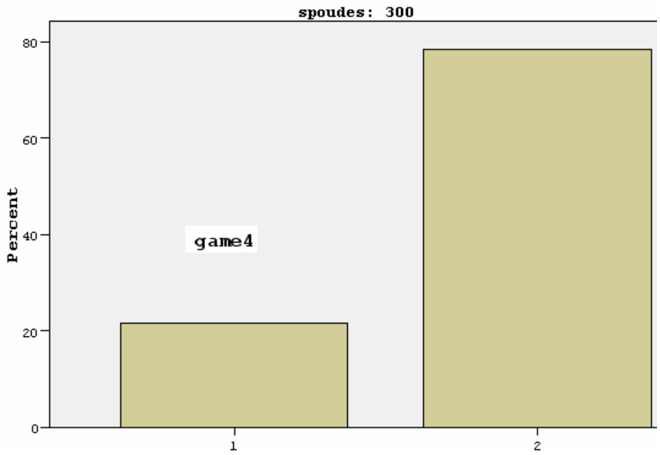
Πίνακας 3.18 Πίνακας με τα ποσοστά των προπτυχιακών

game4(a)

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1	25	21,6	21,6	21,6
	2	91	78,4	78,4	100,0
	Total	116	100,0	100,0	

a spoudes = 300

Πάλι σε αυτό το παίγνιο παρατηρούμε το ποσοστό της α1 στρατηγικής είναι χαμηλότερο από αυτό της α2 και μάλιστα έχουν και αρκετά μεγάλη διαφορά. Την α1 επέλεξαν 25 προπτυχιακοί φοιτητές από τους 116 σε ποσοστό 21,6%.



Συνεχίζοντας με τους μεταπτυχιακούς φοιτητές παρουσιάζεται ο παρακάτω πίνακας των ποσοστών τους:

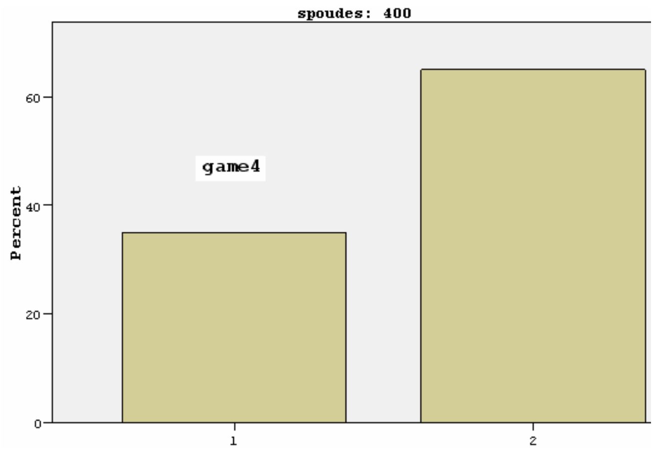
Πίνακας 3.19 Πίνακας με τα ποσοστά των μεταπτυχιακών

game4(a)

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1	41	35,0	35,0	35,0
	2	76	65,0	65,0	100,0
	Total	117	100,0	100,0	

a spoudes = 400

Από τους 117 μεταπτυχιακούς φοιτητές το 35%, δηλαδή οι 41, διάλεξαν την α1 επιλογή. Αν και το ποσοστό είναι πολύ μικρό και δείχνει πως οι περισσότεροι διάλεξαν την επιλογή που δεν αποτελεί ισορροπία Nash, ωστόσο είναι αρκετά μεγαλύτερο από το ποσοστό των προπτυχιακών φοιτητών που απάντησαν σε αυτό το παίγνιο.



3.2.5 Το παίγνιο “Matching Pennies”

Το τελευταίο παίγνιο που μπήκε στο ερωτηματολόγιο είναι το “matching pennies”. Όπως έχει αναφερθεί και παραπάνω στην ανάλυση του, το συγκεκριμένο παίγνιο δεν έχει ισορροπία σε καθαρές στρατηγικές αλλά σε μικτές, δηλαδή οι παίκτες προσπαθούν να μαντέψουν τι θα κάνει ο αντίπαλος και η στρατηγική που θα διαλέξουν επιλέγεται τυχαία με κάποια πιθανότητα.

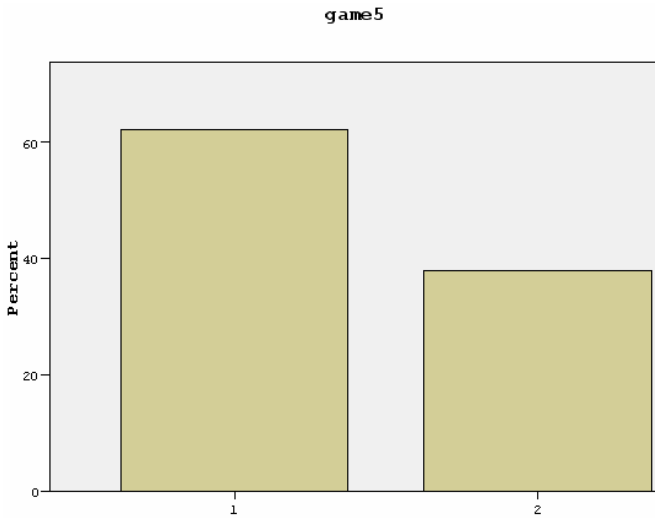
Οι φοιτητές παραξενεύτηκαν βλέποντας το συγκεκριμένο παίγνιο. Προσπάθησαν να καταλάβουν τι τους συμφέρει να πράξουν και αφού διατύπωσαν πως δεν παρατηρούν καμία διαφορά στις δύο στρατηγικές επιλογές, επέλεξαν τελικά στην τύχη μία από τις δύο, κίνηση που στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι σωστή. Αυτός ήταν και ο λόγος που το παίγνιο μπήκε στο ερωτηματολόγιο. Παρακάτω ακολουθούν οι απαντήσεις τους.

Πίνακας 3.20 Συγκεντρωτικά ποσοστά για το matching pennies

game5

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1	144	61,8	62,1	62,1
	2	88	37,8	37,9	100,0
	Total	232	99,6	100,0	
Missing	System	1	,4		
Total		233	100,0		

Τα ποσοστά έχουν μία απόκλιση το ένα από το άλλο, γεγονός που οφείλεται στην τυχαία επιλογή. Εδώ παρατηρήθηκε και η επιλογή από ένα άτομο και των δύο στρατηγικών(μη μπορώντας να διαλέξει μια τελική στρατηγική), κίνηση όπου το ποσοστό της συχνωνεύτηκε στα έγκυρα ποσοστά των δύο στρατηγικών. Έτσι με ποσοστό 62,1% (144 άτομα) επιλέχτηκε η α1 στρατηγική επιλογή και με 37,9% (88 άτομα)επιλέχτηκε η α2 επιλογή, όπως φαίνεται και από το γράφημα του παιγνίου.



- **Με βάση το φύλο**

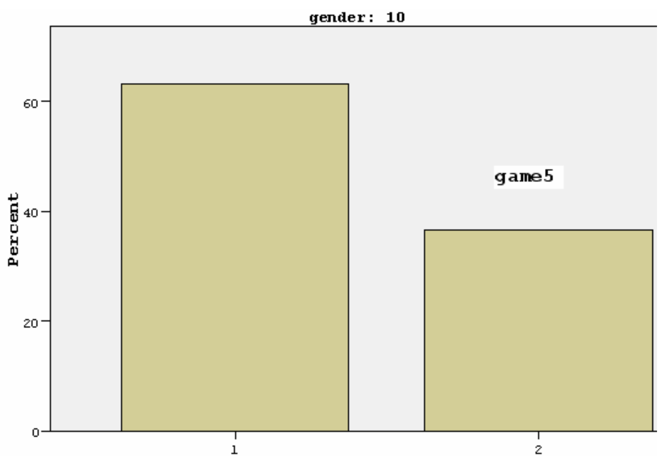
Στο τελευταίο παίγνιο τα αγόρια διάλεξαν την α1 επιλογή με ποσοστό 63,3%(69 αγόρια από τα 109) όπως παρουσιάζεται στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 3.21 Πίνακας με τα ποσοστά των αγοριών

game5(a)

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1	69	63,3	63,3	63,3
	2	40	36,7	36,7	100,0
	Total	109	100,0	100,0	

a gender = 10



Ως προς τα κορίτσια τώρα ο πίνακας των ποσοστών παρουσιάζεται παρακάτω

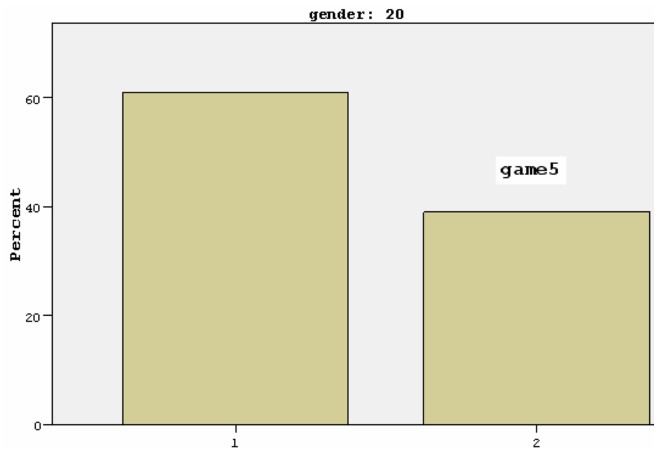
Πίνακας 3.22 Πίνακας με τα ποσοστά των κοριτσιών

game5(a)

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1	75	60,5	61,0	61,0
	2	48	38,7	39,0	100,0
	Total	123	99,2	100,0	
Missing	System	1	,8		
Total		124	100,0		

a gender = 20

Όπως και στα αγόρια έτσι και εδώ το ποσοστό των κοριτσιών που διάλεξαν την α1 στρατηγική επιλογή είναι 61%(75 κορίτσια σε σύνολο 124).Σε σύγκριση με το αντίστοιχο ποσοστό των αγοριών, αυτό το ποσοστό είναι ελαφρώς μικρότερο. Εδώ να σημειωθεί πάλι πως έχουμε και μία άκυρη κίνηση η οποία προσμετράται στο τελικό έγκυρο ποσοστό.



- **Με βάση τις σπουδές των φοιτητών**

Στην τυχαία επιλογή του τελευταίου παιγνίου τα ποσοστά των προπτυχιακών φοιτητών έχουν ως εξής:

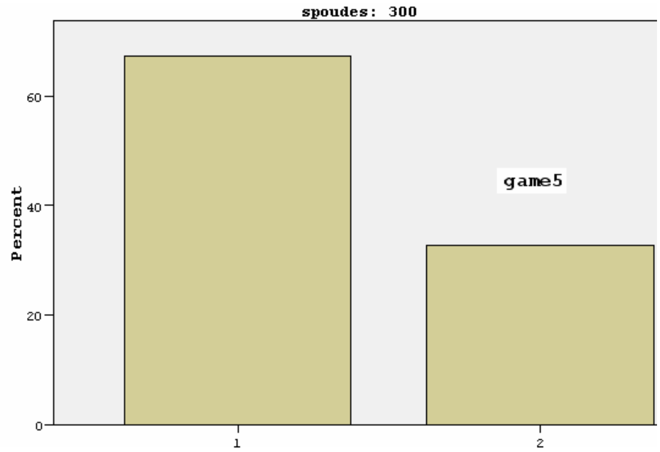
Πίνακας 3.23 Πίνακας με τα ποσοστά των προπτυχιακών

game5(a)

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1	78	67,2	67,2	67,2
	2	38	32,8	32,8	100,0
	Total	116	100,0	100,0	

a spoudes = 300

Ένα αρκετά μεγάλο ποσοστό της τάξης του 67,2% επέλεξε την α1 επιλογή. Από τα 116 άτομα τα 78 διάλεξαν στην τύχη την α1 επιλογή ενώ τα 38 την α2.



Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα ποσοστά των μεταπτυχιακών φοιτητών για το συγκεκριμένο παίγνιο.

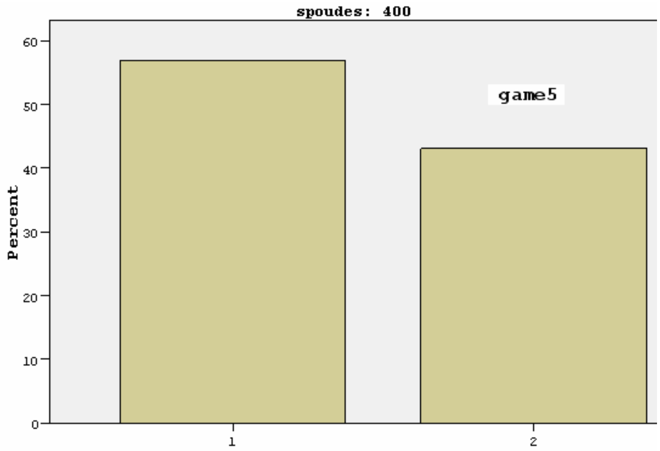
Πίνακας 3.24 Πίνακας με τα ποσοστά των μεταπτυχιακών

game5(a)

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1	66	56,4	56,9	56,9
	2	50	42,7	43,1	100,0
	Total	116	99,1	100,0	
Missing	System	1	,9		
Total		117	100,0		

a spoudes = 400

Ένα 56,9%(66 μεταπτυχιακοί φοιτητές σε σύνολο 117) διάλεξαν την α1 επιλογή. Πρόκειται για ένα χαμηλό ποσοστό αν συγκριθεί με το αντίστοιχο των προπτυχιακών φοιτητών που ήταν σχεδόν κατά 10% μεγαλύτερο. Τονίζεται πάλι ότι εδώ υπάρχει και μία άκυρη κίνηση.



3.2.6 Γενικά συμπεράσματα

Παρακάτω παρουσιάζεται ένας συνοπτικός πίνακας των ποσοστών για την α1 στρατηγική επιλογή, για όλες τις κατηγορίες και για όλα τα παίγνια.

Πίνακας 3.25 Πίνακας με τα συνολικά ποσοστά της α1 στρατηγικής

	ΠΑΙΓΝΙΟ 1(%)	ΠΑΙΓΝΙΟ 2(%)	ΠΑΙΓΝΙΟ 3(%)	ΠΑΙΓΝΙΟ 4(%)	ΠΑΙΓΝΙΟ 5(%)
ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΤΙΚΑ	82	85	42,5	28,3	62,1
ΑΓΟΡΙΑ	78	76,1	50,5	36,7	63,3
ΚΟΡΙΤΣΙΑ	85,5	92,7	35,5	21	61
ΠΡΟΠΤΥΧΙΑΚΟΙ	81	87,9	35,3	21,6	67,2
ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟΙ	82,9	82,1	49,6	35	56,9

Τέλος εξετάζουμε πάλι με τη βοήθεια του προγράμματος SPSS αν υπάρχει σχέση μεταξύ του κάθε παιγνίου ξεχωριστά και του φύλου όπως επίσης και των σπουδών. Πραγματοποιούμε έναν έλεγχο x^2 που εξετάζει την ανεξαρτησία μεταξύ φύλου και απάντησης σε κάθε παίγνιο όπως επίσης και μεταξύ σπουδών και απάντησης σε κάθε παίγνιο. Όταν η τιμή του p-value είναι μικρότερη του 0,05 τότε υπάρχει σχέση ανάμεσα στο κάθε παίγνιο και στο φύλο και στις σπουδές.

Τα αποτελέσματα του ελέγχου ως προς το φύλο έχουν ως εξής:

Πίνακας 3.26 Έλεγχος ως προς το φύλο

	x^2	p-value
ΠΑΙΓΝΙΟ 1	2,210	0,137
ΠΑΙΓΝΙΟ 2	12,515	0,000
ΠΑΙΓΝΙΟ 3	5,323	0,021
ΠΑΙΓΝΙΟ 4	7,069	0,008
ΠΑΙΓΝΙΟ 5	0,133	0,715

Συγκρίνοντας τις τιμές του p-value με το 0,05 βλέπουμε πως στα παίγνια: “μάχη των φύλων”, “chicken game” και στο παιχνίδι κυριαρχίας κινδύνου η τιμή τους είναι χαμηλότερη από την τιμή 0,05. Άρα σε καθένα από αυτά τα παίγνια ξεχωριστά υπάρχει σχέση με το φύλο

Τα αποτελέσματα του ελέγχου ως προς τις σπουδές έχουν ως εξής:

Πίνακας 3.27Ελεγχος ως προς τις σπουδές

	x^2	p-value
ΠΑΙΓΝΙΟ 1	0,138	0,710
ΠΑΙΓΝΙΟ 2	1,578	0,209
ΠΑΙΓΝΙΟ 3	4,825	0,028
ΠΑΙΓΝΙΟ 4	5,222	0,022
ΠΑΙΓΝΙΟ 5	2,636	0,104

Ομοίως και σε αυτήν την περίπτωση παρατηρούμε πως στο τρίτο και στο τέταρτο παίγνιο, δηλαδή στο “chicken game” και στο παιχνίδι κυριαρχίας κινδύνου, οι τιμές του p-value είναι μικρότερες από την τιμή 0,05. υπάρχει δηλαδή σχέση μεταξύ σπουδών και των δύο αυτών παιγνίων ξεχωριστά.

3.2.7 Προηγούμενες έρευνες

Τα αποτελέσματα που βρέθηκαν σε αυτά τα πέντε παίγνια, ανακτήθηκαν από ένα μικρό πλήθος ατόμων, περιορισμένο στα σύνορα του Πανεπιστημίου Μακεδονίας. Σε αυτό το σημείο θα γίνει σύγκριση κάποιων αποτελεσμάτων με προηγούμενη έρευνα που έχει δημοσιευθεί στο εξωτερικό.

• Πιο συγκεκριμένα θα γίνει σύγκριση αποτελεσμάτων με τα πειράματα που έκανε ο καθηγητής των οικονομικών Ariel Rubinstein πάνω σε πολλά παίγνια. Ο Ariel Rubinstein καθηγητής στο Princeton University αλλά και στο Tel Aviv University, δημοσίευσε αποτελέσματα για πάνω από 40 παίγνια στα οποία ερωτήθηκαν διάφοροι φοιτητές. Τα παίγνια που είναι κοινά με την συγκεκριμένη εργασία και θα γίνει σύγκριση είναι δύο: η “μάχη των φύλων” και το παίγνιο “κυριαρχίας κινδύνου”. Στη συνέχεια παραθέτουμε τα αποτελέσματα των δύο παιγνίων.

Στο δεύτερο παίγνιο, την μάχη των φύλων, που πραγματοποιήθηκε μόνο το 1999 τα αποτελέσματα ήταν διαφορετικά για τους άντρες από τις γυναίκες. Κάθε ένας φοιτητής ανάλογα με το φύλο του έπαιζε το παίγνιο από διαφορετική μεριά. Αν ήταν αγόρι ήταν ο παίκτης γραμμής, ενώ ήταν παίκτης στήλης αν ήταν κορίτσι. Το πλήθος των αντρών ήταν 36 και από αυτούς το 75% διάλεξε την πρώτη στρατηγική επιλογή, την α1 με λύση (2, 1), που αποτελεί και σημείο ισορροπίας κατά Nash. Από την άλλη πλευρά οι γυναίκες φάνηκαν τέλεια διχασμένες αφού κατά 50% διάλεξαν την πρώτη στρατηγική επιλογή και κατά 50% την άλλη.

Τα δημοσιευμένα αποτελέσματα φαίνονται στην παρακάτω εικόνα

Results

Results (1999)

SHE (n=14)

		50% T	50% B
HE (n=36)	75% T	2 , 1	0 , 0
	25% B	0 , 0	1 , 2

Σχολιάζοντας τα αποτελέσματα μόνο για τους παίκτες γραμμής(όπως ισχύει στο δικό μας πείραμα) βλέπουμε πως τα ποσοστά των αγοριών που επέλεξαν την α1 στρατηγική είναι σχεδόν ίδια: 75% στο πείραμα του Rubinstein, 76,1 στο δικό μας. Το πλήθος των ατόμων όμως είναι διαφορετικό: 36 αγόρια στο πείραμα του Rubinstein, 109 στο δικό μας.

Προσπαθώντας να συγκρίνουμε το παραπάνω αποτέλεσμα με τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα που είχαν βρεθεί για το δεύτερο παίγνιο, φαίνεται κι εδώ πως η απόκλιση δεν είναι πολύ μεγάλη, αφού σαν συγκεντρωτικό ποσοστό είχε βρεθεί το 85% σε δείγμα 233 ατόμων. Κατά 10% ποιο υψηλό αλλά όχι πολύ διαφορετικό.

Το τέταρτο παίγνιο πραγματοποιήθηκε δύο χρονιές, το 1998 και το 1999. Την πρώτη χρονιά πήραν μέρος 33 άτομα και το ποσοστό που διάλεξε την σωστή στρατηγική, την α1 με λύση (5, 5) ήταν 79%, ενώ την επόμενη χρονιά το πλήθος ήταν 49 άτομα και το ποσοστό που διάλεξε την α1 μειώθηκε στο 76%.

Results

Results

Player 2

	98 (n=33)	99 (n=49)		A	B
Player 1	79%	76%	A	5 , 5	-100 , 4
	21%	24%	B	0 , 1	0 , 0

Αυτά τα αποτελέσματα είναι τελείως αντίθετα με τα αποτελέσματα που αναλύθηκαν παραπάνω στην εργασία. Οι φοιτητές του Πανεπιστημίου Μακεδονίας επέλεξαν την α1 στρατηγική επιλογή με ποσοστό 28,3%, ποσοστό που είναι πάρα πολύ χαμηλό σε σχέση με το αντίστοιχο των φοιτητών του εξωτερικού που έκαναν την σωστή κίνηση και διάλεξαν την α1 στρατηγική επιλογή. Παρατηρείτε μάλιστα αυτό το τόσο χαμηλό ποσοστό να είναι σχεδόν ίσο με το ποσοστό της α2 στρατηγικής επιλογής όπως φαίνεται από την πιο πάνω εικόνα. Επομένως η σύγκριση των δύο διαφορετικών πειραμάτων δίνει αντίθετα αποτελέσματα. Να σημειωθεί ωστόσο πως όπως και στο προηγούμενο παίγνιο, έτσι και εδώ το πλήθος των ατόμων που παίρνουν μέρος, είναι διαφορετικό. Στο πείραμα του Rubinstein παίρνουν μέρος την πρώτη χρονιά 33 άτομα και τη δεύτερη 49, ενώ στο δικό μας πείραμα, το πλήθος των ατόμων είναι 233, αριθμός αρκετά μεγαλύτερος. [65]

- Η προηγούμενη έρευνα δεν ασχολήθηκε καθόλου με το δίλημμα του φυλακισμένου. Ένας τεράστιος αριθμός πειραμάτων έχει κατασκευαστεί για να μελετηθεί πώς οι άνθρωποι συμπεριφέρονται όταν παίζουν το συγκεκριμένο παίγνιο. Ο Coleman (1983) αναφέρει περίπου 1500 πειράματα.

Το πρώτο πείραμα έγινε το 1950 αλλά όχι κάτω από εργαστηριακές συνθήκες. Δύο ερευνητές της RAND Corporation (οι Melvin Dresher και Merrill Flood) προσκάλεσαν δύο φίλους τους, τον οικονομολόγο του UCLA Alchian και τον Williams,συνάδελφο τους στην RAND, να παίξουν το δίλημμα του φυλακισμένου

100 φορές. Το αποτέλεσμα της ισορροπίας Nash (να προδώσουν δηλαδή ο ένας τον άλλον) προέκυψε μόνο 14 φορές ενώ το αποτέλεσμα αμοιβαίας συνεργασίας(να παραμείνουν σιωπηλοί) 60 φορές. Όμως η ομολογία αποτελεί την μοναδική ισορροπία μόνο όταν το παίγνιο είναι στατικό(παιχτεί μια φορά). Στην συγκεκριμένη περίπτωση παίχτηκε πολλές φορές, επομένως το συγκεκριμένο πείραμα ήταν άδικο απέναντι στην θεωρία παιγνίων.

Με το πέρασμα των χρόνων τα πειράματα μεταφέρθηκαν σε πραγματικά εργαστήρια όπου και σε αυτά η αμοιβαία συνεργασία των παικτών παρατηρήθηκε σε πολύ υψηλότερα επίπεδα από αυτά που είχε προβλέψει η θεωρία παιγνίων.

Στο πείραμα των Frank, Gilovich και Regan (1993) συμμετείχαν εθελοντές φοιτητές τους οποίους οι ερευνητές έβαζαν σε ομάδες των τριών, χωρίς όμως ποτέ να συναντήσει ο ένας τον άλλο. Ο κάθε παίκτης έπαιζε το δίλημμα δύο φορές (με τους υπόλοιπους συμπαίκτες του).

Σε μια από τις εκφάνσεις του πειράματος οι παίκτες είχαν τη δυνατότητα να στείλουν κάποιο μήνυμα στους συμπαίκτες τους πριν παιχτεί το παίγνιο(για παράδειγμα μία υπόσχεση ότι θα συνεργαστούν). Στην δεύτερη έκφανση οι παίκτες δεν μπορούσαν να στείλουν κάποιο μήνυμα.

Τα βασικά αποτελέσματα των ερευνητών, τα οποία αποδεικνύονται στατιστικά, έχουν ως εξής:

- Η πιθανότητα να συνεργαστούν άντρες ήταν 24% χαμηλότερη από την αντίστοιχη πιθανότητα για τις γυναίκες.
- Η πιθανότητα να συνεργαστούν οι παίκτες (ανεξαρτήτου φύλου) ήταν 33% μεγαλύτερη όταν είχαν την δυνατότητα πρότερης συνεννόησης.
- Η πιθανότητα να συνεργαστούν μειωνόταν κατά 17% όταν ο παίκτης σπούδαζε οικονομικά.
- Όταν δεν ήταν δυνατή η συνεννόηση οι φοιτητές οικονομικών συνεργάζονταν με συχνότητα 28%, ενώ οι φοιτητές άλλων τμημάτων με 53%.(Φαίνεται πως οι οικονομικές σπουδές έχουν επιπτώσεις στις αποφάσεις των φοιτητών, αφού αυξάνουν σημαντικά την πιθανότητα να γίνει ένας άνθρωπος λιγότερος συνεργάσιμος, περισσότερο επιθετικός και απαισιόδοξος).
- Η πιθανότητα να μην συνεργαστούν έπεφτε ανάλογα με το έτος σπουδών των φοιτητών(ένας τριτοετής φοιτητής συνεργαζόταν με πιθανότητα 13% μεγαλύτερη από τον πρωτοετή).

Και σε αυτό το πείραμα φαίνεται πως οι συνεργασία των φοιτητών κυμαίνεται σε αρκετά μεγάλο ποσοστό όπως επίσης βλέπουμε την θετική επιρροή της επικοινωνίας πριν από το παίγνιο. [67]

Πριν συγκρίνουμε τα αποτελέσματα της παραπάνω έρευνας με τα δικά μας , θα πρέπει να επισημανθούν δύο βασικές διαφορές : κάθε παίκτης έπαιζε το συγκεκριμένο παίγνιο δύο φορές (και όχι μία όπως στη δικιά μας περίπτωση) και υπήρχε κάποιες φορές η δυνατότητα να σταλεί κάποιο μήνυμα(δεν ισχύει στην περίπτωση της δικιάς μας έρευνας).

Η παραπάνω έρευνα αναφέρει πως το ποσοστό των αντρών που συνεργάζονταν ήταν 24% χαμηλότερο από αυτό των γυναικών. Από τη δική μας έρευνα εξάγεται το ακριβώς αντίθετο αποτέλεσμα: τα αγόρια είναι αυτά που συνεργάζονται περισσότερο από τα κορίτσια σε ποσοστό 22% έναντι 14,5% του ποσοστού των κοριτσιών(είναι το ποσοστό που είχε βρεθεί παραπάνω από τα άτομα που διάλεξαν την α2 στρατηγική επιλογή).

Τέλος άλλη μία σύγκριση που μπορεί να γίνει με την παραπάνω έρευνα είναι το θέμα των σπουδών. Ενώ εκεί αναφέρεται πως ένας τριτοετής φοιτητής συνεργάζεται με πιθανότητα 13% μεγαλύτερη από τον πρωτοετή, στο δικό μας πείραμα ισχύει για άλλη μια φορά το αντίθετο: οι προπτυχιακοί φοιτητές είναι αυτοί που συνεργάζονται σε μεγαλύτερο ποσοστό από τους μεταπτυχιακούς. Οι πρώτοι διάλεξαν την α2 στρατηγική επιλογή με ποσοστό 19%, ενώ οι μεταπτυχιακοί μόλις με 17,1%.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Ακόμη και σήμερα η θεωρία παιγνίων έχει πολύ μεγάλο δρόμο μπροστά της για να βελτιωθεί. Πολλά σημαντικά ερωτήματα δεν έχουν βρει τις απαιτούμενες απαντήσεις. Στην πραγματικότητα αν κάποιος μελετήσει τις διάφορες θεωρίες που υπάρχουν στη θεωρία παιγνίων, είναι πολύ πιθανόν να μπερδευτεί και να βρεθεί σε σύγχυση. Αιτία είναι οι επιστήμονες που ασχολούνται με αυτά τα θέματα και οι οποίοι πολλές φορές δεν συμφωνούν για το πώς θα ερμηνευτεί ένα πρόβλημα και πως αυτό θα δημοσιοποιηθεί.

Κάποιες παρουσιάσεις φαίνεται να προτείνουν ότι η θεωρία παιγνίων προβλέπει την ανθρώπινη συμπεριφορά(τι επιλογές θα κάνουν οι άνθρωποι σε διάφορες εφαρμογές της καθημερινής ζωής). Άλλοι επιμένουν ότι η θεωρία παιγνίων δεν προβλέπει αλλά υπαγορεύει(λέει στον παίκτη τι οφείλει να κάνει αν θέλει να κερδίσει το παιχνίδι), ενώ υπάρχουν και άλλοι που λένε ότι η θεωρία παιγνίων προβλέπει τι θα κάνει ένα “ορθολογικό” άτομο, αναγνωρίζοντας βέβαια ότι δεν μπορεί να εκτιμήσει κανείς πόσο παράλογος μπορεί να γίνει οποιοσδήποτε παίκτης.

Γενικά αν το δούμε ρεαλιστικά η θεωρία παιγνίων εισάγει διάφορες απλουστεύσεις, είναι άλλωστε ένα μοντέλο για καθημερινές καταστάσεις που πραγματοποιούνται στη ζωή των ανθρώπων, και δεν είναι η πραγματική ζωή από μόνη της. Είναι όπως όλες οι άλλες επιστήμες που βγάζουν χρήσιμα συμπεράσματα για την καθημερινότητα.

Στις μέρες μας η θεωρία παιγνίων χρησιμοποιείται ευρέως σε επιστημονικές προσπάθειες για να καταλάβουμε ένα σωρό πράγματα. Τα επιτεύγματα της που γίνονται γνωστά από τα διάφορα βραβεία, όπως το Νόμπελ, αποκαλύπτουν μόνο ένα μικρό μέρος της χρησιμότητας της.[67]

Συνεχώς αναπτύσσεται, με τους επιστήμονες να ερευνούν και να προσπαθούν να βρούνε λύσεις ακόμα και σε άλυτα μέχρι στιγμής, προβλήματα Ένα τέτοιο πρόσφατο παράδειγμα δημοσιεύθηκε το καλοκαίρι του 2009 από τον Κωνσταντίνο Δασκαλάκη ο οποίος βραβεύτηκε από τον διεθνή οργανισμό ACM(Association for Computing Machinery), την ένωση δηλαδή όλων όσων ασχολούνται με την πληροφορική, η οποία δίνει κάθε χρόνο ένα βραβείο για την καλύτερη διδακτορική διατριβή. Ο Δασκαλάκης κατάφερε μαζί με τους καθηγητές του, Χρίστο Παπαδημητρίου από το Πανεπιστήμιο του Μπέρκλεϊ και τον Πολ Γκόλντμπεργκ του Πανεπιστημίου του Λίβερπουλ, να δώσουν λύση σε μια απάντηση που βασάνιζε τον επιστημονικό κόσμο για πάνω από 50 χρόνια. Όλα αυτά τα χρόνια μετά την διατύπωση του Nash, ξεκίνησαν πολλοί επιστήμονες να ψάχνουν με ποιο τρόπο μπορεί κάποιος να προβλέψει την ισορροπία Nash(ποιος θα κερδίσει στο σκάκι για παράδειγμα ή ποια στρατηγική είναι καλύτερη στο πόκερ). Η έρευνα αυτή έδειξε ότι η ισορροπία αυτή, σε ορισμένες περιπτώσεις είναι αδύνατον να υπολογιστεί, δεν υπάρχει δηλαδή κάποιος τρόπος για να προβλεφθεί η ισορροπία.[68]

Είναι ξεκάθαρο επομένως πως η θεωρία παιγνίων δεν είναι μια στατική επιστήμη αλλά μια επιστήμη που εξελίσσεται συνεχώς. Με την συγκεκριμένη διπλωματική εργασία έγινε μια προσπάθεια να αναλυθεί η ισορροπία Nash μέσα από διάφορα παραδείγματα με τη βοήθεια ερωτηματολογίου. Παρουσιάστηκαν αρκετά αποτελέσματα από αυτήν την ανάλυση και έγινε σύγκριση με προηγούμενες έρευνες(στο βαθμό που αυτό ήταν εφικτό) για να σχολιάσουμε τις διαφορετικές επιλογές των φοιτητών σε όλο τον κόσμο. Παρατηρήθηκε πως σε αρκετές περιπτώσεις οι απαντήσεις ήταν τελείως διαφορετικές μεταξύ των ερευνών αλλά ακόμη και με την έννοια της ισορροπίας.

Αυτό ήταν ένα πρώτο βήμα για την προσέγγιση της Nash ισορροπίας. Το πλήθος των ερευνών που μπορούν να γίνουν με βάση αυτήν την ιδέα ποικίλλει. Μπορούν να ερωτηθούν άνθρωποι εκτός πανεπιστημιακής κοινότητας, είτε πρόκειται για μαθητές (που φυσικά δεν θα έχουν γνώση της θεωρίας παιγνίων και τα αποτελέσματα τους θα βασίζονται μόνο στη “λογική”), είτε πρόκειται για ανθρώπους μεγαλύτερης ηλικίας γνώστες ή μη της θεωρίας παιγνίων. Επίσης τα παίγνια που χρησιμοποιήθηκαν στην συγκεκριμένη εργασία είναι ενδεικτικά. Έγινε προσπάθεια να παρουσιαστούν τα πιο γνωστά(πάντα κατά προσωπική άποψη).

Επομένως υπάρχει μεγάλη γκάμα ερευνών για μελλοντική έρευνα, η οποία θα οδηγήσει σε ακόμη καλύτερη κατανόηση της θεωρίας παιγνίων γενικά και της ισορροπίας Nash ειδικότερα.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ

[1]http//:eclass.uop.gr/modules/document/file.php/TST125/O1%20ΔΙΑΛΕΞΕΙΣ/ΘΠ%2001%20Εισαγωγή.pdf

[2] Οικονόμου Σ. Γεώργιος (1978),*Θεωρία Παιγνίων,* Ειδικός επιστήμονας ΑΒΣΘ και ΑΠΘ

[3]http//:eclass.uop.gr/modules/document/file.php/TST125/O1%20ΔΙΑΛΕΞΕΙΣ/ΘΠ%2001%20Εισαγωγή.pdf

[4] Παναγοπούλου Ν. Παναγιώτα(2005), *Μελέτη δρομολογήσεων και Συμφόρησης σε Δίκτυα με βάση τη Θεωρία Παιγνίων,* Διπλωματική Εργασία, Πανεπιστήμιο Πατρών

[5] http//:el.wikipedia.org/wiki/θεωρία παιγνίων

[6] Παναγοπούλου Ν. Παναγιώτα(2005), *Μελέτη δρομολογήσεων και Συμφόρησης σε Δίκτυα με βάση τη Θεωρία Παιγνίων,* Διπλωματική Εργασία, Πανεπιστήμιο Πατρών

[7] Παναγοπούλου Ν. Παναγιώτα(2008), *Αλγοριθμική και εξελικτική Θεωρία Παιγνίων,* Διδακτορική Διατριβή, Πανεπιστήμιο Πατρών

[8]http//:eclass.uop.gr/modules/document/file.php/TST125/O1%20ΔΙΑΛΕΞΕΙΣ/ΘΠ%2001%20Εισαγωγή.pdf

[9] http//:focusmag.gr/articles/view-article.rx?oid=392222

[10] http//:www.uni-bonn.de/~sgeorgan/Paihnidia.ppt

[11] http//:giggle.ws

[12] http//:el.wikipedia.org/wiki/θεωρία παιγνίων

[13] en.wikipedia.org/wiki/Game_theory

[14] http//:www.pitt.edu/~jduffy/econ1200/lect1.pdf

[15] Mansour Yishay(2003), *Computational Learning Theory,* Lecture 1:March 2

[16] Οικονόμου Σ. Γεώργιος (1978),*Θεωρία Παιγνίων,* Ειδικός επιστήμονας ΑΒΣΘ και ΑΠΘ

[17] http//:users.auth.gr/~kehagiat/Game theory

[18] http//:www.gametheory.net

[19] Mansour Yishay(2003), *Computational Learning Theory,* Lecture 1:March 2

[20] http://arielrubinstein.tau.ac.il/99/gt100.html#g1

[21] Hargreaves Heap P.Shaun and Varoufakis Yanis(1995), *Game theory: A critical Introduction,* London, Routledge

[22] Hargreaves Heap P.Shaun and Varoufakis Yanis (1995), *Game theory: A critical Introduction,* London, Routledge

[23] Rasmusen Eric(2001), *Games and Information:An introduction to Game Theory,*fourth edition

[24] http://macedonia.uom.gr/~yrefanid/Courses/GameTheory/

[25] Παπαδόπουλος Κων/νος(2008), *Τεχνολογία Grid-Μορφές Αγοράς-Θεωρία Παιγνίων,*Διπλωματική εργασία, Πανεπιστήμιο Μακεδονίας

[26] Παναγοπούλου Ν. Παναγιώτα(2008), *Αλγοριθμική και εξελικτική Θεωρία Παιγνίων,* Διδακτορική Διατριβή, Πανεπιστήμιο Πατρών

[27] Παπαδόπουλος Κων/νος(2008), *Τεχνολογία Grid-Μορφές Αγοράς-Θεωρία Παιγνίων,*Διπλωματική εργασία, Πανεπιστήμιο Μακεδονίας

[28] http//:prlab.ceid.upatras.gr/courses/simeiwseis/DT/Κεφάλαιο_6.pdf

[29] http// :en.wikipedia.org/wiki/Game_theory

[30] Siegfried Tom (2006), *A beautiful Math: John Nash, game theory and the Modern quest for a code of nature,* Washington,D.C.,Joseph Henry Press

[31] Fisher Len Ph.D.(2008), *Rock, Paper, Scissors: Game Theory in every day life,* New York, Basic Books

[32] http//:balla.gr/default.asp?pid=69

[33] http//:www.gametheory.net/dictionary

[34] Osborne J.Martin (2002), *An introduction to game theory,* Oxford University Press

[35] http://arielrubinstein.tau.ac.il/99/gt100.html#g1

[36] Βαρουφάκης Γιάνης, Θεωρία Παιγνίων: Η θεωρία που φιλοδοξεί να ενοποιήσει τις κοινωνικές επιστήμες,Gutenberg

[37] http//:www.pitt.edu/~jduffy/econ1200/lect1.pdf

[38] Daskalakis Constantinos (2008), The Complexity of Nash Equilibria, Electrical Engineering and Computer Sciences University of California at Berkeley

[39] Straffin D. Philip(1993), *Game Theory and Strategy,* The Mathematical Association of America

[40] Osborne J.Martin and Rubinstein Ariel (1998), *A Course in Game Theory,* London, The MIT Press Cambridge

[41] http//:en.wikipedia.org/wiki/Prisoner’s_Dilemma

[42] Osborne J.Martin and Rubinstein Ariel (1998), *A Course in Game Theory,* London, The MIT Press Cambridge

[43] Osborne J.Martin and Rubinstein Ariel(1998), *A Course in Game Theory,* London, The MIT Press Cambridge

[44] http//:www.gametheory.net/lecture_Notes/Levent kockesen

[45] http//:www.ant1news.gr

[46] Βαρουφάκης Γιάνης, Θεωρία Παιγνίων: Η θεωρία που φιλοδοξεί να ενοποιήσει τις κοινωνικές επιστήμες,Gutenberg

[47] http//:en.wikipedia.org/wiki/Prisoner's_Dilemma

[48] Osborne J.Martin(2002), *An introduction to game theory,* Oxford University Press

[49] http//:en.wikipedia.org/wiki/Prisoner's_Dilemma

[50] Rasmusen Eric(2001), *Games and Information:An introduction to Game Theory,*fourth edition

[51] http//:www.gametheory.net/lecture_Notes/Levent kockesen

[52] Gibbons Robert, *Game Theory for Applied Economists,* Princeton, New Jersey, Princeton University Press

[53] http://macedonia.uom.gr/~yrefanid/Courses/GameTheory/

[54] http//:weber.ucsd.edu/~bslantch/courses/gt/02-preferences_expected-utility.pdf

[55] Rasmusen Eric(2001), *Games and Information:An introduction to Game Theory,*fourth edition

[56] http//:www.gametheory.net/lecture_Notes/Levent kockesen

[57]http//:users.iit.demokritos.gr/~a.artikis/teaching/DAI/5-multiagentinteractions.pdf

[58] http//:en.wikipedia.org/wiki/Chicken_Game

[59] http//:www.egwald.ca/operationresearch/cooperative.phd

[60] Osborne J.Martin and Rubinstein Ariel(1998), *A Course in Game Theory,* London, The MIT Press Cambridge

[61] Fisher Len Ph.D.(2008), *Rock, Paper, Scissors: Game Theory in every day life,* New York, Basic Books

[62] Fudenberg Drew, Tirole Jean, *Game Theory,* London, The MIT Press Cambridge

[63] Gibbons Robert, *Game Theory for Applied Economists,* Princeton, New Jersey, Princeton University Press

[64] http//:en.wikipedia.org/wiki/ Matching_pennies

[65] http://arielrubinstein.tau.ac.il/99/gt100.html#g1

[66] Βαρουφάκης Γιάνης, Θεωρία Παιγνίων: Η θεωρία που φιλοδοξεί να ενοποιήσει τις κοινωνικές επιστήμες,Gutenberg

[67] Siegfried Tom(2006), *A beautiful Math: John Nash, game theory and the Modern quest for a code of nature,* Washington,D.C.,Joseph Henry Press
[68] http//:www.kairatos.com.gr/midinea