ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ
ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ
ΣΠΟΥΔΩΝ ΣΤΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ

ΤΙΤΛΟΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

''ΑΠΟΤΙΜΗΣΗ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΩΝ ΑΓΟΡΑΣ ΚΑΙ ΠΩΛΗΣΗΣ ΕΥΡΩΠΑΙΚΟΥ ΚΑΙ ΑΜΕΡΙΚΑΝΙΚΟΥ ΤΥΠΟΥ ΒΑΣΕΙ ΤΟΥ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΟΣ BLACK - SCHOLES''

Αδαμίχος Παναγιώτης

ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 1998

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ
ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ
ΣΠΟΥΔΩΝ ΣΤΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ

ΤΙΤΛΟΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

''ΑΠΟΤΙΜΗΣΗ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΩΝ ΑΓΟΡΑΣ ΚΑΙ ΠΩΛΗΣΗΣ ΕΥΡΩΠΑΙΚΟΥ ΚΑΙ ΑΜΕΡΙΚΑΝΙΚΟΥ ΤΥΠΟΥ ΒΑΣΕΙ ΤΟΥ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΟΣ BLACK - SCHOLES''

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ :
Δρ. ΑΙΚΑΤΕΡΙΝΗ ΛΥΡΟΥΔΗ
Λέκτορας Τμήματος Λογιστικής - Χρηματοοικονομικής Πανεπιστημίου Μακεδονίας.

ΕΞΕΤΑΣΤΗΣ :
Δρ. ΑΧΙΛΛΕΑΣ ΖΑΠΡΑΝΗΣ
Λέκτορας Τμήματος Λογιστικής - Χρηματοοικονομικής Πανεπιστημίου Μακεδονίας.

ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 1998

Στην μητέρα μου,

Βούλα

και στην αδελφή μου,

Μαρία

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 : ΕΙΣΑΓΩΓΗ 1

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 : ΠΑΡΑΓΩΓΑ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΠΡΟΙΟΝΤΑ 8

2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ 8

2.2 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΩΝ 8

2.3 ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΤΕΚΜΗΡΙΩΣΗ ΚΑΙ ΣΗΜΑΣΙΑ ΤΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΩΝ 10

2.4 Η ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΚΑΙΝΟΤΟΜΙΑ ΤΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΩΝ 11

2.5 ΕΠΕΝΔΥΤΙΚΟΙ ΚΙΝΔΥΝΟΙ ΣΧΕΤΙΚΟΙ ΜΕ ΤΑ ΠΑΡΑΓΩΓΑ ΠΡΟΙΟΝΤΑ 13

2.5.1 Ο πιστωτικός κίνδυνος 13

2.5.2 Οι κίνδυνοι της αγοράς 14

2.5.3 Ο κίνδυνος ρευστότητας 15

2.5.4 Ο λειτουργικός κίνδυνος 16

2.5.5 Ο κίνδυνος αποτίμησης 16

2.6 ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΑ 16

2.6.1 Εισαγωγή - Ιστορική αναδρομή των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων 16

2.6.2 Γενικά χαρακτηριστικά των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων 18

2.6.3 Βασικές σχέσεις αποτίμησης - Μεταβλητές 19

2.6.4 Δικαιώματα Αμερικανικού τύπου (American Options) 21

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 : Η ΑΓΟΡΑ ΠΑΡΑΓΩΓΩΝ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ 28

3.1 ΘΕΣΜΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ 28

3.2 ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΚΑΙ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΤΟΥ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΥ ΠΑΡΑΓΩΓΩΝ 30

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 : ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ ΣΕ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗΣ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΩΝ 33

4.1 ΜΕΛΕΤΕΣ ΜΕ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ 33

4.1.1 Black και Scholes (1973) 33

4.1.2 Merton (1973) 37

4.1.3 Roll (1977) 38

4.1.4 Brennan και Schwartz (1978) 39

4.1.5 Cox, Ross και Rubinstein (1979) 42

4.1.6 Geske (1979) 49

4.1.7 Whaley (1981) 51

4.1.8 Johnson (1983) 52

4.1.9 Geske και Johnson (1984) 54
4.1.10 Barone - Adesi και Whaley (1987) 55
4.1.11 Hull και White (1990) 57
4.1.12 Ho, Stapleton και Subrahmanyam (1994) 57
4.2 ΕΜΠΕΙΡΙΚΕΣ ΜΕΛΕΤΕΣ 61
4.2.1 Black (1975) 61
4.2.2 Whaley (1982) 62
4.2.3 Sterk (1983) 65
4.2.4 Geske και Roll (1984) 66
4.2.5 Rindell και Sandas (1991) 68
4.2.6 Bates (1991) 69
4.2.7 Nisbet (1992) 71
4.2.8 Rubinstein (1994) 73
4.2.9 Rindell (1995) 76
4.2.10 Finucane (1997) 78
4.2.11 Bakshi, Cao και Chen (1997) 79
4.2.12 Nandi (1998) 84

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 : ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗΣ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΩΝ ΑΓΟΡΑΣ ΚΑΙ ΠΩΛΗΣΗΣ ΕΥΡΩΠΑΙΚΟΥ ΚΑΙ ΑΜΕΡΙΚΑΝΙΚΟΥ ΤΥΠΟΥ 88
5.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ 88
5.2 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ΣΤΗ C^{++} 90
5.2.1 Έλεγχος των προγραμμάτων 90
5.2.2 Περιγραφή και ανάλυση των προγραμμάτων στη C^{++} 95
5.3 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ 97
5.3.1 Τιμή μετοχής και τιμή εκτέλεσης 97
5.3.2 Χρονική περίοδος και επιτόκια 98
5.3.3 Μεταβλητότητα της τιμής της μετοχής 99
5.3.4 Μερισματική απόδοση 101
5.4 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ 103
5.5 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΩΝ 110
5.5.1 Συμπεράσματα 117
5.6 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΩΝ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗΣ 123

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 : ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ 128

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1 **131**

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 2 **132**

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 3 **133**

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 4 **134**

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ **136**

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1
ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Γεγονότα που χαρακτήρισαν τη δεκαετία του 1970, όπως η άνοδος των επιτοκίων και του πληθωρισμού, η κατάρρευση του διεθνούς νομισματικού συστήματος σταθερών ισοτιμιών Bretton Woods, καθώς και οι έντονες διαταραχές στις αγορές συναλλάγματος, χρήματος και ομολόγων, αποτέλεσαν το έναυσμα για τη δημιουργία σύγχρονων χρηματοοικονομικών εργαλείων με στόχο την αποτελεσματικότερη διαχείριση και τον περιορισμό των χρηματοοικονομικών κινδύνων. Συγκεκριμένα κατά την περίοδο αυτή, σημειώθηκε ραγδαία ανάπτυξη των παραγώγων χρηματοοικονομικών προϊόντων (derivatives)[1], η τιμή και η αξία των οποίων εξαρτώνται δευτερογενώς από ένα υποκείμενο χρηματοοικονομικό μέσο (underlying asset).[2]

Η σπουδαιότητα της χρήσης των παραγώγων χρηματοοικονομικών προϊόντων, έγκειται στο ότι τα παράγωγα αποτελούν εναλλακτικούς τρόπους συμμετοχής στις αγορές συναλλάγματος, επιτοκίων, και πρώτων υλών, επιτρέποντας στους επενδυτές την αντιστάθμιση των κινδύνων που προέρχονται από τις απότομες διακυμάνσεις των τιμών.

Με την παγκοσμιοποίηση της οικονομίας, την απελευθέρωση στις κινήσεις των κεφαλαίων και την τεχνολογική ανάπτυξη στις διατραπεζικές συναλλαγές, το θέμα των παραγώγων χρηματοοικονομικών προϊόντων αποκτά ιδιαίτερο ενδιαφέρον. Επιπρόσθετα, η ίδρυση του Χρηματιστηρίου Παραγώγων Αθηνών (ΧΠΑ) και η επικείμενη λειτουργία του τον Απρίλιο του 1999, καθιστούν αναγκαία την κατανόηση τόσο των χαρακτηριστικών των παραγώγων χρηματοοικονομικών προϊόντων, όσο και του μηχανισμού λειτουργίας της αγοράς τους. Το Χρηματιστηρίου Παραγώγων Αθηνών (ΧΠΑ), θα ξεκινήσει τον Απρίλιο του 1999 με ένα πιλοτικό πρόγραμμα λειτουργίας σύμφωνα με το οποίο, αρχικά προβλέπεται η διαπραγμάτευση μελλοντικών συμβολαίων (futures) σε ομόλογα, προθεσμιακών

---

[1] Ονομάζονται έτσι επειδή δεν αποτελούν ουσιαστικά ξεχωριστή κατηγορία χρηματοοικονομικών προϊόντων, αλλά "παράγονται" από κάποια άλλα.

[2] Το υποκείμενο χρηματοοικονομικό μέσο στο οποίο αφορά η συναλλαγή, μπορεί να είναι οποιοδήποτε τραπεζικό ή χρηματιστηριακό προϊόν (π.χ τραπεζικό δάνειο, ομόλογο, μετοχή, συνάλλαγμα), ή δείκτης, που αφορούν το προϊόν (π.χ δείκτης τιμών μετοχών χρηματιστηρίου).

συμβολαίων (forwards) στο τρίμηνο επιτόκιο Athibor, και δικαιωμάτων (options) αρχικά στο δείκτη FTSE / ASE 20 και λίγο αργότερα σε μετοχές υψηλής κεφαλαιοποίησης του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών (ΧΑΑ).

Η παρούσα διπλωματική εργασία παρουσιάζει εν συντομία τους διάφορους τύπους των χρηματοοικονομικών παραγώγων και εστιάζεται στην παρουσίαση, μελέτη και ανάλυση των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων, δεδομένου ότι αυτά θα αποτελέσουν μία από τις κυριότερες κατηγορίες παραγώγων που θα διαπραγματεύονται στο Χρηματιστήριο Παραγώγων Αθηνών (ΧΠΑ). Τα χρηματοοικονομικά δικαιώματα αποτελούν ευέλικτα εργαλεία διαχείρισης του επενδυτικού κινδύνου, διότι παρέχουν στον κάτοχό τους τη δυνατότητα αντιστάθμισης των κινδύνων που απορρέουν από τη διακύμανση των τιμών. Η ανάπτυξη των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων τις τελευταίες δύο δεκαετίες υπήρξε ραγδαία, με αποτέλεσμα σήμερα να αποτελούν την κατηγορία των παραγώγων με την μεγαλύτερη εμπορευσιμότητα παγκοσμίως. Επίσης, το γεγονός ότι τα δικαιώματα θα αποτελέσουν ένα νέο χρηματοοικονομικό εργαλείο για τους Έλληνες επενδυτές, καθιστά αναγκαία τόσο τη γνώση του μηχανισμού λειτουργίας τους, όσο και την εξέταση των μεθόδων αποτίμησής τους.

Χρηματοοικονομικό δικαίωμα (option) είναι ένα συμβόλαιο που δίνει στον κάτοχο του το δικαίωμα, αλλά όχι την υποχρέωση, να αγοράσει (call option) ή να πουλήσει (put option), ένα συγκεκριμένο υποκείμενο μέσο (underlying asset) σε μία προκαθορισμένη σταθερή τιμή εκτέλεσης (strike price or exercise price). Το συμβόλαιο προσδιορίζει τόσο τη χρονική διάρκεια ισχύος του δικαιώματος, όσο και τη συγκεκριμένη ημερομηνία λήξης του (maturity or expiration date). Ο αγοραστής του δικαιώματος, πληρώνει αντίτιμο (premium) στον πωλητή του δικαιώματος. Τα δικαιώματα, είναι είτε Ευρωπαϊκού τύπου (European options), είτε Αμερικανικού τύπου (American options). Το δικαίωμα Ευρωπαϊκού τύπου επιτρέπει την εκτέλεσή του μόνο κατά τη συγκεκριμένη ημερομηνία λήξης του. Αντίθετα, το δικαίωμα Αμερικανικού τύπου, επιτρέπει την εκτέλεσή του, σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή μέχρι τη λήξη του.

Τα χρηματοοικονομικά δικαιώματα παρέχουν στον κάτοχό τους, τη δυνατότητα να τα εκτελέσουν μόνο σε περίπτωση που η μελλοντική τιμή του υποκείμενου μέσου κρίνεται συμφέρουσα. Σε αντίθετη περίπτωση, ο κάτοχος του δικαιώματος επιλέγει να μην εκτελέσει το δικαίωμά του. Συνεπώς, η μοναδική

περίπτωση στην οποία εκτελείται ένα δικαίωμα αγοράς, είναι όταν διαπραγματεύεται πάνω από το χρηματικό του ισοδύναμο (in-the-money), δηλαδή όταν η τρέχουσα τιμή του υποκείμενου μέσου (spot price) είναι μεγαλύτερη από την τιμή εκτέλεσης (strike price). Αντίθετα, η μοναδική περίπτωση στην οποία εκτελείται ένα δικαίωμα πώλησης, είναι όταν διαπραγματεύεται κάτω από το χρηματικό του ισοδύναμο (in-the-money), δηλαδή όταν η τρέχουσα τιμή του υποκείμενου μέσου (spot price) είναι μικρότερη από την τιμή εκτέλεσης (strike price).

Με άλλα λόγια, τα δικαιώματα αγοράς παρέχουν στους κατόχους τους τη δυνατότητα να αγοράσουν ένα υποκείμενο μέσο σε τιμή μικρότερη της τρέχουσας, ενώ τα δικαιώματα πώλησης παρέχουν στους κατόχους τους τη δυνατότητα, να πουλήσουν ένα υποκείμενο μέσο σε τιμή μεγαλύτερη της τρέχουσας. Συνεπώς, όταν αναμένεται άνοδος των τιμών οι επενδυτές αγοράζουν δικαιώματα αγοράς, ενώ όταν αναμένεται πτώση των τιμών οι επενδυτές αγοράζουν δικαιώματα πώλησης.

Ωστόσο λόγω του υψηλού βαθμού χρηματοοικονομικής μόχλευσης (financial leverage) των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων, η χρήση τους εγκυμονεί και μεγάλους κινδύνους. Συγκεκριμένα, υπάρχει ο λειτουργικός κίνδυνος που αφορά την πιθανότητα πραγματοποίησης ζημιών για τον κάτοχο ενός δικαιώματος, και οφείλεται στην άγνοια του επενδυτικού κοινού για τον τρόπο λειτουργίας και αποτίμησης των δικαιωμάτων.

Επίσης, η χρήση των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων από χρηματοοικονομικούς οργανισμούς για καθαρά κερδοσκοπικούς λόγους (π.χ τα κερδοσκοπικά αμοιβαία κεφάλαια hedge funds), αυξάνει σημαντικά τον συνολικό κίνδυνο του χρηματοπιστωτικού συστήματος και σε πολλές περιπτώσεις επιδρά αποσταθεροποιητικά στις χρηματιστηριακές αγορές. Χαρακτηριστικά αναφέρεται η περίπτωση της μεγάλης επενδυτικής τράπεζας Barings, η οποία το 1995 κατέρρευσε λόγω συσσωρευμένων ζημιών που προκλήθηκαν από την ανεξέλεγκτη δραστηριότητα σε χρηματοοικονομικά δικαιώματα ενός και μόνο στελέχους της. Για την αποφυγή των παραπάνω κινδύνων, τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα απαιτείται να διαχειρίζονται με μεγάλη προσοχή τους κινδύνους που αναλαμβάνουν μέσω της χρήσης των δικαιωμάτων.

Πρωταρχική σημασία, για την ομαλή λειτουργία και την αποτελεσματικότητα της αγοράς δικαιωμάτων έχει η ακριβής αποτίμησή τους. Τα χρηματοοικονομικά δικαιώματα αποτιμούνται βάσει μαθηματικών υποδειγμάτων, των οποίων η ισχύς

εξαρτάται από μια σειρά υποθέσεων. Ωστόσο, σε πολλές περιπτώσεις οι υποθέσεις των υποδειγμάτων δεν ισχύουν, με αποτέλεσμα οι υπολογιζόμενες τιμές των δικαιωμάτων βάσει των υποδειγμάτων (model prices), να είναι λανθασμένες και οι κάτοχοί τους να υποστούν ζημίες.

Σε περίπτωση που οι τιμές που εξάγουν τα υποδείγματα αποτίμησης (model prices), διαφέρουν σημαντικά από τις διαπραγματεύσιμες τιμές της αγοράς (market prices), υπάρχουν κερδοφόρες ευκαιρίες συναλλαγών με μηδενικό κίνδυνο από την ταυτόχρονη αγορά και πώληση δικαιωμάτων (arbitrage). Σε αυτήν την περίπτωση, η υπόθεση περί αποτελεσματικής λειτουργίας των αγορών δικαιωμάτων (efficient market hypothesis) δεν ισχύει.

Οι επενδυτικές στρατηγικές μέσω της χρήσης των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων περιλαμβάνουν, είτε τις ''ακάλυπτες θέσεις'' (naked positions) σε δικαιώματα, είτε τις ''καλυμμένες θέσεις'' (covered positions) που περιλαμβάνουν έναν συνδυασμό μεταξύ των δικαιωμάτων και του υποκείμενου χρηματοοικονομικού μέσου (underlying instrument). Για παράδειγμα, σε περίπτωση αύξησης της τιμής του υποκειμένου μέσου τα κέρδη για τον αγοραστή του δικαιώματος αγοράς (call buyer) είναι απεριόριστα. Από την άλλη πλευρά, απεριόριστες είναι και οι ζημίες για τον πωλητή του αντίστοιχου δικαιώματος αγοράς (call seller). Για την αντιστάθμιση αυτών των κινδύνων, ο πωλητής των δικαιωμάτων αγοράς προβαίνει σε καλυμμένες πωλήσεις (covered calls writing), δηλαδή σε πωλήσεις δικαιωμάτων για μετοχές που ήδη κατέχει. Αντίθετα με το δικαίωμα αγοράς, τόσο ο αγοραστής όσο και ο πωλητής ενός δικαιώματος πώλησης έχουν περιορισμένη πιθανότητα ζημίας, δεδομένου ότι η τιμή του υποκείμενου μέσου είναι αδύνατον να πέσει κάτω του μηδενός.

Μία άλλη επενδυτική επιλογή για έναν κάτοχο ενός χαρτοφυλακίου μετοχών, περιλαμβάνει καλυμμένες πωλήσεις δικαιωμάτων αγοράς επί του δείκτη μετοχών (covered index calls writing). Συγκεκριμένα, σε περίπτωση που ο κάτοχος του χαρτοφυλακίου μετοχών προβλέπει πτώση των τιμών τους και επιθυμεί να αντισταθμίσει αυτόν τον κίνδυνο, λαμβάνει θέση πωλητή σε δικαιώματα αγοράς επί του δείκτη μετοχών. Με αυτόν τον τρόπο, η απώλεια της αξίας του χαρτοφυλακίου των μετοχών αντισταθμίζεται από το αντίτιμο που θα εισπραχθεί από την πώληση των δικαιωμάτων αγοράς. Αντίθετα σε περίπτωση που οι τιμές των μετοχών αυξηθούν, τα περιθώρια επίτευξης κεφαλαιακών κερδών στο χαρτοφυλάκιο μετοχών περιορίζονται από τις απώλειες που θα προκύψουν μετά την εκτέλεση του

δικαιώματος αγοράς επί του δείκτη μετοχών (call index option) από τον αγοραστή του. Δηλαδή, ο κίνδυνος αυτής της στρατηγικής είναι η παραχώρηση μέρους των κεφαλαιακών κερδών στη περίπτωση που σημειωθεί μεγάλη άνοδος των τιμών των μετοχών.

Μία άλλη επενδυτική στρατηγική, η οποία αντισταθμίζει τον επενδυτικό κίνδυνο μείωσης της αξίας ενός χαρτοφυλακίου μετοχών σε περίπτωση πτώσης των τιμών, περιλαμβάνει την αγορά ''προστατευτικών'' δικαιωμάτων πώλησης επί του δείκτη μετοχών (protective put index options buying). Η αγορά ''προστατευτικών'' δικαιωμάτων πώλησης ενδείκνυται όταν προβλέπεται σημαντική πτώση στις τιμές των μετοχών και ισοδυναμεί με την αγορά αντιστάθμισης έναντι αυτού του ενδεχομένου. Δηλαδή, η απώλεια της αξίας του χαρτοφυλακίου των μετοχών από πτώση των τιμών τους, αντισταθμίζεται από την υπεραξία που θα δημιουργηθεί στο αντίτιμο των συμβολαίων που αγόρασε ο επενδυτής. Σε περίπτωση όπου ο δείκτης των μετοχών δεν σημειώσει πτώση, ο επενδυτής κερδίζει από την άνοδο των τιμών των μετοχών που έχει στο χαρτοφυλάκιο του και χάνει μόνο το αντίτιμο που κατέβαλλε για την αγορά των δικαιωμάτων πώλησης. Δηλαδή, ο επενδυτής δεν παραιτείται των κεφαλαιακών κερδών στο χαρτοφυλάκιο του από ενδεχόμενη άνοδο των τιμών των μετοχών.

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι, ο επενδυτής που χρησιμοποιεί πωλήσεις καλυμμένων δικαιωμάτων αγοράς (covered index calls writing) και αγορές προστατευτικών δικαιωμάτων πώλησης (protective put index options buying), επιτυγχάνει να προστατεύσει αποτελεσματικά την αξία του χαρτοφυλακίου του ακόμη και σε πτώση των τιμών των μετοχών. Ανάλογα με την τελική διαμόρφωση της εσωτερικής αξίας των δικαιωμάτων επί του δείκτη μετοχών σε σχέση με την τιμή εκτέλεσης, τα συμβόλαια δικαιωμάτων εξασφαλίζουν σημαντικές υπεραξίες που αντισταθμίζουν μερικώς ή ολικώς ή ακόμα και υπερβαίνουν τις μεταβολές στην αξία του χαρτοφυλακίου μετοχών.

Από τα παραπάνω διαπιστώνεται ότι, ο επενδυτής μέσω των καλυμμένων θέσεων μεταξύ των δικαιωμάτων και του υποκείμενου χρηματοοικονομικού μέσου, έχει τη δυνατότητα να διαμορφώσει πολλούς διαφορετικούς συνδυασμούς προσδοκώμενης απόδοσης και αναλαμβανόμενου κινδύνου. Για παράδειγμα, μπορεί να επιλέξει μικρότερη ποσότητα συμβολαίων δικαιωμάτων για να αποκτήσει μερική μόνο κάλυψη της αξίας του χαρτοφυλακίου του σε μετοχές. Με αυτόν τον τρόπο,

αυξάνει τα περιθώρια κέρδους του σε ανοδική πορεία των τιμών των μετοχών, με αντάλλαγμα τη μικρότερη αντιστάθμιση της αξίας του χαρτοφυλακίου σε ενδεχόμενη πτώση του δείκτη των μετοχών.

Επομένως, ο σκοπός της μελέτης αυτής είναι η ανάλυση και η κατανόηση, τόσο του μηχανισμού λειτουργίας των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων, όσο και των μεθόδων αποτίμησής τους. Ειδικότερα, η μελέτη προχωρά στην εφαρμογή ορισμένων αλγορίθμων με στόχο την εφαρμογή υποδειγμάτων για την αποτίμηση των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης Ευρωπαϊκού και Αμερικάνικου τύπου, με υποκείμενο τίτλο μετοχές με ή χωρίς καταβολή μερίσματος.

Για την εφαρμογή των αλγορίθμων κατασκευάστηκαν τέσσερα προγράμματα στη C^{++}, των οποίων ο τρόπος σύνταξης αναλύεται στο πέμπτο κεφάλαιο. Συγκεκριμένα, η αποτίμηση πραγματοποιήθηκε μέσω της εφαρμογής τεσσάρων διαφορετικών υποδειγμάτων τα οποία είναι τα εξής : i) το υπόδειγμα των **Black-Scholes (BS)**, για την αποτίμηση δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης Ευρωπαϊκού τύπου για μετοχές χωρίς μέρισμα, ii) το υπόδειγμα των **Black-Scholes (BS)**, για την αποτίμηση δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης Ευρωπαϊκού τύπου για μετοχές που διανέμουν μέρισμα σε μετρητά (cash dividends), iii) το υπόδειγμα των **Black-Scholes (BS)**, για την αποτίμηση δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης Αμερικανικού τύπου με συνεχή μερισματική απόδοση δ (continuous dividend yield), η οποία υποτίθεται ότι ισχύει καθ' όλη τη χρονική διάρκεια των δικαιωμάτων και iv) το ψευδο-Αμερικανικό υπόδειγμα, για την αποτίμηση δικαιωμάτων αγοράς Αμερικανικού τύπου για μετοχές που διανέμουν μέρισμα σε μετρητά (cash dividends).

Επίσης, αναλύεται ο τρόπος με τον οποίο έγινε η επιλογή των εισερχόμενων εξαρτημένων μεταβλητών, προκειμένου να πραγματοποιηθεί η εφαρμογή των τεσσάρων διαφορετικών υποδειγμάτων αποτίμησης. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται αναλυτικά οι εξαγόμενες τιμές των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης Ευρωπαϊκού και Αμερικάνικου τύπου που αντιστοιχούν σε μία σειρά διαφορετικών μεταβλητών, ώστε να είναι δυνατή η εξαγωγή αξιόπιστων συμπερασμάτων.

Η παρούσα διπλωματική εργασία αποτελείται από έξι κεφάλαια. Το πρώτο κεφάλαιο αποτελεί την εισαγωγή της διπλωματικής εργασίας. Το δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζει εν συντομία, τα παράγωγα προϊόντα που διαπραγματεύονται στην αγορά, τη χρησιμότητά τους ως συγχρόνων χρηματοοικονομικών εργαλείων, τη

σημασία και σπουδαιότητά τους, καθώς και τους κινδύνους που προκύπτουν από τη χρήση τους. Επίσης, στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα χρηματοοικονομικά δικαιώματα Ευρωπαϊκού και Αμερικάνικου τύπου, αναφέροντας τις κυριότερες διαφορές μεταξύ τους, με σκοπό την κατανόηση των πλεονεκτημάτων που παρέχει η χρήση κάθε συγκεκριμένης κατηγορίας. Το τρίτο κεφάλαιο, αναφέρεται στο υπάρχον θεσμικό πλαίσιο για την αγορά παραγώγων στην Ελλάδα, καθώς και στην οργάνωση και λειτουργία του Χρηματιστηρίου Παραγώγων Αθηνών (ΧΠΑ).

Το τέταρτο κεφάλαιο, παρουσιάζει και αναλύει τα κυριότερα άρθρα της υπάρχουσας βιβλιογραφίας, σχετικά με την αποτίμηση των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης Ευρωπαϊκού και Αμερικανικού τύπου. Η βιβλιογραφία αφορά τη χρονική περίοδο από το 1973 μέχρι και το 1998. Οι μελέτες που αναλύονται διακρίνονται σε δύο βασικές κατηγορίες. Στη πρώτη κατηγορία, εντάσσονται οι μελέτες που διεξήχθησαν βάσει μαθηματικών υποδειγμάτων, με σκοπό την εξέταση της αποτελεσματικότητας των υποδειγμάτων. Στη δεύτερη κατηγορία, εντάσσονται οι εμπειρικές μελέτες που διεξήχθησαν βάσει πραγματικών δεδομένων της αγοράς, με σκοπό την εξέταση της υπόθεσης περί αποτελεσματικής λειτουργίας των αγορών δικαιωμάτων (efficient market hypothesis). Το πέμπτο κεφάλαιο, παρουσιάζει τα αποτελέσματα της αποτίμησης των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης Ευρωπαϊκού και Αμερικάνικου τύπου, βάσει διαφόρων εφαρμογών που έγιναν από τον συγγραφέα, του υποδείγματος των Black και Scholes (1973). Τέλος, το έκτο κεφάλαιο αναφέρει περιληπτικά το αντικείμενο της παρούσας μελέτης και παρουσιάζει μια κριτική αξιολόγηση των διαφόρων υποδειγμάτων αποτίμησης που εφαρμόστηκαν, καταλήγοντας σε ορισμένα συμπεράσματα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΠΑΡΑΓΩΓΑ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΠΡΟΙΟΝΤΑ

2 . 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το παρόν κεφάλαιο, ασχολείται με την παρουσίαση των χρηματοοικονομικών παραγώγων και αποτελείται από πέντε ενότητες. Η πρώτη ενότητα, αποτελεί την εισαγωγή στο θέμα των παραγώγων. Η δεύτερη ενότητα, περιγράφει τη λειτουργία της αγοράς παραγώγων και παρουσιάζει τις σημαντικότερες κατηγορίες των παραγώγων προϊόντων. Η τρίτη ενότητα, αναφέρεται στα πλεονεκτήματα που παρέχουν τα παράγωγα στους επενδυτές καθώς και στη σημασία τους ως χρηματοοικονομικά εργαλεία. Η τέταρτη ενότητα, αναλύει την ευελιξία που παρέχει η χρήση των παραγώγων στους επενδυτές, για την αντιστάθμιση και μείωση του κινδύνου των επενδύσεών τους. Τέλος, η πέμπτη ενότητα, παρουσιάζει τους κινδύνους που σχετίζονται με τη χρήση των παραγώγων.

2. 2. ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΩΝ

Η ύπαρξη της αγοράς παραγώγων, πηγάζει από την ανάγκη αντιστάθμισης του χρηματοοικονομικού κινδύνου. Ως αντιστάθμιση (hedging), ορίζεται η μερική ή ολική εξασφάλιση από τον χρηματοοικονομικό κίνδυνο, ο οποίος προέρχεται από πιθανή μεταβολή της τιμής του υποκειμένου μέσου. Οι αντισταθμιστές[3], που εμφανίζονται ως αγοραστές / πωλητές παραγώγων, δεν είναι δυνατόν να οδηγήσουν από μόνοι τους την αγορά παραγώγων σε πλήρη ισορροπία. Η ύπαρξη ανισορροπίας στην προσφορά και ζήτηση παραγώγων, οδηγεί σε διαρκείς διακυμάνσεις των τιμών τους. Το κενό αυτό στην εξισορρόπηση της προσφοράς και της ζήτησης, καλύπτεται από τους κερδοσκόπους[4], που βάσει των προσδοκιών τους αναφορικά με την εξέλιξη

---

[3] Αντισταθμιστής (investor) αγοραστής (πωλητής), είναι ο επενδυτής που ενώ έχει στο χαρτοφυλάκιο του τη μετοχή Α (μετοχή Β), επιθυμεί να επενδύσει στη μετοχή Β (μετοχή Α).

[4] Κερδοσκόπος (speculator) αγοραστής (πωλητής), είναι αυτός που ενώ δεν έχει στην κατοχή του διαθέσιμες μετοχές Α (μετοχές Β), αναγκάζεται να πάρει θέση στην αγορά και να τις (τις) αγοράσει, αναμένοντας την επαλήθευση των προσδοκιών του, με μοναδικό σκοπό την αποκόμιση γρήγορων κερδών.

των τιμών των υποκειμένων μέσων, εισέρχονται στην αγορά ως αγοραστές / πωλητές με σκοπό την αποκόμιση γρήγορων κερδών. Η ύπαρξη των κερδοσκόπων οι οποίοι αναλαμβάνουν τους κινδύνους των αντισταθμιστών, είναι απαραίτητη για την εύρυθμη λειτουργία της αγοράς παραγώγων και τη διατήρηση της ρευστότητας των συναλλαγών σε αποδεκτά επίπεδα. Δηλαδή, η ύπαρξη των κερδοσκόπων επιτρέπει τη διασπορά του χρηματοοικονομικού κινδύνου και συνεπικουρεί στην καλύτερη διαχείρισή του, μέσω της μείωσης του κόστους συναλλαγών.[5]

Τα παράγωγα χρηματοοικονομικά προϊόντα διακρίνονται ανάλογα με τον τόπο διαπραγμάτευσής τους, σε αυτά που προσφέρονται από τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα (over-the-counter derivatives), και σε αυτά που αποτελούν αντικείμενο διαπραγμάτευσης στα χρηματιστήρια (exchange traded derivatives). Τα παράγωγα εκτός χρηματιστηρίου, αποτελούν συμβόλαια έναντι συγκεκριμένου αντισυμβαλλόμενου, δίνοντας τη δυνατότητα στους συναλλασσόμενους να ενσωματώνουν στο προϊόν τις ιδιαίτερες ανάγκες τους. Δεδομένου ότι ο κάτοχός τους αντιμετωπίζει πιστωτικό κίνδυνο, η αρχική θέση σε παράγωγα εκτός χρηματιστηρίου δεν μπορεί να κλείσει πριν από τη λήξη τους. Τέτοιου είδους παράγωγα είναι οι προθεσμιακές πράξεις (forwards), και οι συναλλαγές ανταλλαγής (swaps).

Οι προθεσμιακές πράξεις (forwards), αποτελούν συμφωνίες για αγορά ή πώληση εμπορευμάτων, συναλλάγματος, εντόκων γραμματίων του Δημοσίου κ.τ.λ., σε μία τιμή που καθορίζεται σήμερα, ενώ η συναλλαγή πραγματοποιείται σε μελλοντική ημερομηνία. Οι συναλλαγές ανταλλαγής (swaps), αποτελούν συμφωνίες μεταξύ δύο συμβαλλομένων για ανταλλαγή πληρωμών σε συνάλλαγμα (currency swap) ή σε επιτόκια (interest rate swap).

Αντίθετα, τα μελλοντικά συμβόλαια (futures) και τα χρηματοοικονομικά δικαιώματα (options), είναι τυποποιημένα παράγωγα μη προσαρμοσμένα στις ιδιαίτερες ανάγκες των επενδυτών, και αποτελούν αντικείμενο διαπραγμάτευσης στα χρηματιστήρια παραγώγων. Δεδομένου ότι, αντισυμβαλλόμενος είναι το χρηματιστήριο παραγώγων τα παραπάνω παράγωγα δεν έχουν πιστωτικό κίνδυνο.

---

[5] Βέβαια, στο βαθμό που η αγορά παραγώγων στερείται ικανού αριθμού αντισταθμιστών, η είσοδος των κερδοσκόπων μπορεί να έχει αρνητικές επιπτώσεις και να οδηγήσει την αγορά σε αβεβαιότητα, αστάθεια και παρατεταμένη κρίση.

Τα μελλοντικά συμβόλαια (futures), αποτελούν συμφωνίες για αγορά ή πώληση τίτλων σε προσυμφωνημένη τιμή σε μελλοντικό χρόνο, και ανταποκρίνονται στην ανάγκη των επενδυτών για αντιστάθμιση του κινδύνου που σχετίζεται με το χρόνο. Από την άλλη πλευρά, τα χρηματοοικονομικά δικαιώματα (options), αποτελούν συμφωνίες για αγορά ή πώληση τίτλων σε προσυμφωνημένη τιμή σε μελλοντικό χρόνο, υπό την αίρεση του κατόχου, να μην εκτελέσει το δικαίωμά του στη λήξη του συμβολαίου. Τα χρηματοοικονομικά δικαιώματα, ανταποκρίνονται στην ανάγκη των επενδυτών για αντιστάθμιση του κινδύνου που προέρχεται από τις απότομες διακυμάνσεις των τιμών των υποκειμένων μέσων. Συγκεκριμένα μέσω της χρήσης των δικαιωμάτων, ο επενδυτής από τη μία πλευρά αντισταθμίζει τον κίνδυνο περιορίζοντας το ποσό που ενδέχεται να χάσει σε περίπτωση πτώσης της τιμής του υποκειμένου μέσου, ενώ από την άλλη πλευρά σε περίπτωση ανόδου της τιμής το ποσό που ενδέχεται να κερδίσει είναι απεριόριστο.[6]

2 . 3. ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΤΕΚΜΗΡΙΩΣΗ ΚΑΙ ΣΗΜΑΣΙΑ ΤΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΩΝ

Σκοπός της ενότητας αυτής, είναι να παρουσιάσει την οικονομική τεκμηρίωση των παραγώγων ως χρηματοοικονομικών εργαλείων, μέσω της παρουσίασης των πλεονεκτημάτων που παρέχει ο κάθε τύπος παραγώγων στους επενδυτές. Οι θεμελιώδεις παράμετροι βάσει των οποίων λαμβάνονται οι επενδυτικές αποφάσεις, είναι ο χρονικός ορίζοντας της επένδυσης και ο επενδυτικός κίνδυνος που είναι διατεθειμένος να αναλάβει ο επενδυτής. Όσο μεγαλύτερος είναι ο αναλαμβανόμενος κίνδυνος τόσο μεγαλύτερη είναι η προσδοκία για υψηλότερη απόδοση.

Το σημαντικότερο πλεονέκτημα των παραγώγων χρηματοοικονομικών προϊόντων είναι η ευελιξία που παρέχουν στους κατόχους τους. Κάθε επενδυτής έχει τη δυνατότητα να επιλέξει μεταξύ πολλών διαφορετικών παραγώγων χρηματοοικονομικών προϊόντων, προκειμένου να διαμορφώσει τον επιθυμητό

[6] Σε περίπτωση πτώσης των τιμών, ο μόνος τρόπος περιορισμού των ζημιών για τον επενδυτή (εάν δεν είναι κάτοχος δικαιώματος) είναι η πώληση των υποκειμένων μέσων, με τον επιπρόσθετο κίνδυνο να μην προλάβει να το πράξει εάν η πτώση των τιμών είναι απότομη.

συνδυασμό χρονικού ορίζοντα, ανάληψης κινδύνου και αναμενόμενης απόδοσης[7], ανάλογα με την επενδυτική του στρατηγική.

Για παράδειγμα, μία εξαγωγική επιχείρηση που θέλει να εξαλείψει ή να μειώσει το συναλλαγματικό της κίνδυνο, μπορεί να το επιτύχει με τη χρήση διαφόρων παραγώγων χρηματοοικονομικών προϊόντων : i) προθεσμιακές πράξεις συναλλάγματος (forwards), ii) μελλοντικά συμβόλαια αγοράς / πώλησης συναλλάγματος (futures), iii) χρηματοοικονομικά δικαιώματα αγοράς / πώλησης συναλλάγματος (options), και iv) συμβόλαια ανταλλαγής ίσων ποσών συναλλάγματος με διαφορετική λήξη ή με διαφορετικά επιτόκια (swaps).

Ένα ακόμα πλεονέκτημα των παραγώγων χρηματοοικονομικών προϊόντων, αποτελεί η ταχύτατη διάδοση των πληροφοριών από τις αγορές προς τους επενδυτές. Για παράδειγμα, τα δικαιώματα επί του δείκτη των τιμών των μετοχών του χρηματιστηρίου (index options), αντανακλούν τις τρέχουσες πληροφορίες για τα μακροοικονομικά θεμελιώδη μεγέθη πολύ γρηγορότερα από ότι οι επιμέρους μετοχές. Μάλιστα σε πολλές περιπτώσεις, τα παράγωγα χρηματοοικονομικά προϊόντα όχι μόνο αντανακλούν τις τρέχουσες πληροφορίες, αλλά προεξοφλούν και τις μελλοντικές εξελίξεις.

2 . 4. Η ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΚΑΙΝΟΤΟΜΙΑ ΤΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΩΝ

Σκοπός της ενότητας αυτής είναι, η παρουσίαση της ευελιξίας που παρέχει στους επενδυτές η χρήση των παραγώγων στην αντιστάθμιση του κινδύνου. Ο αγοραστής ενός παραγώγου, αντισταθμίζει τον κίνδυνο από ενδεχόμενες αρνητικές διακυμάνσεις των τιμών, περιορίζοντας τη χρονική διάρκεια του συμβολαίου που συνάπτει. Σημειώνεται ότι, η μείωση του κινδύνου που εξασφαλίζει ο αγοραστής παραγώγων, αντισταθμίζεται με την ανάληψη αυτού του κινδύνου από τον αντισυμβαλλόμενο πωλητή τους. Δηλαδή, η μείωση του κινδύνου που παρέχουν τα παράγωγα στους αγοραστές τους, αντισταθμίζεται από την αύξηση του κινδύνου που αναλαμβάνουν οι πωλητές παραγώγων. Βέβαια, βάση του χρηματοοικονομικού

[7] Βασικό εργαλείο της αποτίμησης των παραγώγων, αποτελεί η σχέση μεταξύ της αναμενόμενης απόδοσης και της ανάληψης του κινδύνου. Όσο μεγαλύτερη είναι η ανάληψη του κινδύνου τόσο μεγαλύτερη είναι η αναμενόμενη απόδοση.

κινδύνου που αναλαμβάνουν, οι πωλητές εισπράττουν και το ανάλογο επιπλέον αντίτιμο (premium). Η αντιστάθμιση του κινδύνου που επιτυγχάνεται μέσω της χρήσης των παραγώγων χρηματοοικονομικών προϊόντων, γίνεται κατανοητή με την παράθεση τριών παραδειγμάτων.

Παράδειγμα 1ο: Είναι γνωστό ότι ο κάτοχος μετοχών, διατρέχει τον κίνδυνο μείωσης των τιμών τους καθ' όλη τη χρονική διάρκεια διακράτησής τους. Έστω ότι, ένας επενδυτής θέλει να διακρατήσει τις μετοχές του για ένα έτος. Ταυτόχρονα, επιθυμεί να αντισταθμίσει τον κίνδυνο από μία αρνητική διακύμανση των τιμών των μετοχών, έτσι ώστε να μην εκτεθεί καθόλου σε κίνδυνο για τους τρείς πρώτους μήνες αλλά να αναλάβει τον κίνδυνο από τον τέταρτο έως τον δωδέκατο μήνα. Υποθέτοντας, ότι η είσοδος του επενδυτή στην αγορά δικαιωμάτων είναι αδύνατη, ο μοναδικός τρόπος για να αντισταθμίσει τον κίνδυνο είναι να προβεί σε άμεση πώληση των μετοχών και σε επαναγορά τους μετά από τρείς μήνες. Με τον τρόπο όμως αυτό, εκτίθεται αφενός, σε διπλό κόστος συναλλαγών και αφετέρου, σε επιπρόσθετο κίνδυνο να χάσει από την ενδεχόμενη πτώση των τιμών των μετοχών κατά το πρώτο τρίμηνο.

Παράδειγμα 2ο: Τα παράγωγα παρέχουν τη δυνατότητα αντιστάθμισης του συνολικού κινδύνου που προέρχεται από τις χρηματιστηριακές διακυμάνσεις, εφόσον θα ορίζονται επί του δείκτη των τιμών των μετοχών του χρηματιστηρίου, δηλαδή επί των διακυμάνσεων ενός χαρτοφυλακίου εισηγμένων μετοχών. Με τον τρόπο αυτό, αποσοβούνται οι τεχνητές επιδράσεις των κερδοσκόπων, δεδομένου ότι δεν είναι εύκολο να επηρεαστεί τεχνητά η τιμή μεγάλου αριθμού μετοχών.

Παράδειγμα 3ο: Έστω μία επιχείρηση που έχει συνάψει δάνειο σε συνάλλαγμα (π.χ. ecu). Σε αυτήν την περίπτωση, το δικαίωμα αγοράς συναλλάγματος αποτελεί ένα χρήσιμο εργαλείο αντιστάθμισης του συναλλαγματικού κινδύνου. Ειδικότερα, το δικαίωμα αγοράς συναλλάγματος (currency call option) για αγορά ecu στην τιμή των 354 δρχ, αποτελεί επικερδή επένδυση σε περίπτωση που η ισοτιμία ecu / δραχμής στη λήξη του δικαιώματος, διαμορφωθεί πάνω από τις 356 δρχ. Αντίθετα, το δικαίωμα αγοράς συναλλάγματος δεν έχει καμιά αξία σε ισοτιμία χαμηλότερη των 354 δρχ, οπότε ο κάτοχος του υφίσταται ζημία, ίση με το κόστος αγοράς του δικαιώματος (2δρχ).

Με τον τρόπο αυτό, σε περίπτωση υποτίμησης της δραχμής κατά το χρονικό διάστημα που καλύπτει το δικαίωμα, η πιθανή ζημία αντισταθμίζεται πλήρως από τα κέρδη που επιφέρει η εκτέλεση του δικαιώματος αγοράς ecu στη σταθερή ισοτιμία των 354 δρχ / ecu. Συνεπώς, η επιχείρηση αναλαμβάνοντας ένα κόστος που ισοδυναμεί με το αντίτιμο αγοράς του δικαιώματος (premium), είναι σε θέση να εκμεταλλευτεί ευκαιρίες δανειοδότησής της σε ξένο συνάλλαγμα, με σχετικά χαμηλά επιτόκια, μειώνοντας το συνολικό κόστος χρηματοδότησής της. Συμπερασματικά, βάσει των παραπάνω παραδειγμάτων διαπιστώνεται ότι, η χρήση των παραγώγων προϊόντων στις περισσότερες περιπτώσεις παρέχει στους επενδυτές ευελιξία, αναφορικά με τη διαχείριση του χρηματοοικονομικού κινδύνου που αναλαμβάνουν.

2. 5. ΕΠΕΝΔΥΤΙΚΟΙ ΚΙΝΔΥΝΟΙ ΣΧΕΤΙΚΟΙ ΜΕ ΤΑ ΠΑΡΑΓΩΓΑ ΠΡΟΙΟΝΤΑ

Η χρήση των παραγώγων χρηματοοικονομικών προϊόντων εγκυμονεί και ορισμένους κινδύνους. Οι κυριότεροι κίνδυνοι που προκύπτουν από τη χρήση των παραγώγων είναι οι εξής[8] :

1. Ο πιστωτικός κίνδυνος
2. Οι κίνδυνοι της αγοράς
3. Ο κίνδυνος ρευστότητας
4. Ο λειτουργικός κίνδυνος
5. Ο κίνδυνος αποτίμησης.

2. 5. 1. Ο πιστωτικός κίνδυνος

Ο πιστωτικός κίνδυνος των παραγώγων, αναφέρεται στη ζημία που δύναται να προέλθει από την αδυναμία του αντισυμβαλλομένου να εκπληρώσει τις υποχρεώσεις του συμβολαίου. Λόγω του υψηλού βαθμού χρηματοοικονομικής μόχλευσης (financial leverage) των παραγώγων, ο πιστωτικός τους κίνδυνος είναι ιδιαίτερα αυξημένος και δεν συνδέεται με την ονομαστική αξία του υποκειμένου μέσου, αλλά με τις χρηματικές ροές που συνδέονται με αυτό.[9]

---

[8] Κ., Γαλιάτσος, ''Πόσο επικίνδυνα είναι τα Τραπεζικά Παράγωγα Χρηματοοικονομικά Προϊόντα'', **Ένωση Ελληνικών Τραπεζών**, 1995, σελ 90-98.

[9] Δεδομένου ότι οι χρηματικές ροές είναι διαφορετικές για κάθε υποκείμενο μέσο, το μέγεθος του πιστωτικού κινδύνου σε κάθε συγκεκριμένη περίπτωση διαφέρει.

Σημαντική διαφορά μεταξύ των παραγώγων και των κλασσικών χρηματοοικονομικών προϊόντων, αποτελεί ο τρόπος με τον οποίο ο χρόνος επηρεάζει την αξία τους. Για παράδειγμα, στην περίπτωση ενός τραπεζικού δανείου, το ανώτατο άνοιγμα της τράπεζας που το χορηγεί, ισούται με την αξία του δανείου. Αντίθετα, το παράγωγο δεν έχει καθαρή αξία κατά τη δημιουργία του, με αποτέλεσμα ο πιστωτικός κίνδυνος σε αυτήν τη χρονική στιγμή να είναι μηδενικός. Σε περίπτωση που η αξία του παράγωγου αυξηθεί, αυξάνεται αντίστοιχα και ο πιστωτικός του κίνδυνος, δηλαδή ο κίνδυνος που προέρχεται από τη μη εκπλήρωση των υποχρεώσεων του αντισυμβαλλομένου.

2. 5. 2. Οι κίνδυνοι της αγοράς

Οι κίνδυνοι της αγοράς των παραγώγων οφείλονται, όπως και στην περίπτωση των υπόλοιπων χρηματοοικονομικών προϊόντων, σε ενδεχόμενες μεταβολές της τιμής του υποκειμένου μέσου (μετοχής, συναλλάγματος, ομολόγου). Συγκεκριμένα, οι κίνδυνοι της αγοράς αναλύονται στους εξής επί μέρους κινδύνους :

1. Κίνδυνος απόλυτης τιμής (absolute price or delta risk). Ο κίνδυνος απόλυτης τιμής αναφέρεται στην ενδεχόμενη μεταβολή της τιμής του παραγώγου, η οποία προέρχεται από μια μεταβολή της τιμής του υποκειμένου μέσου.
2. Κίνδυνος κυρτότητας (convexity or gamma risk). Ο κίνδυνος κυρτότητας αναφέρεται στην περίπτωση, όπου η μεταβολή της τιμής του παραγώγου δε συνδέεται με γραμμική σχέση προς τις μεταβολές της τιμής των υποκειμένων μέσων, αλλά με μία σχέση που παρουσιάζει κυρτότητα.
3. Κίνδυνος μεταβλητότητας (volatility or vega risk). Ο κίνδυνος αυτός συνδέεται κυρίως με τη μη αναμενόμενη αύξηση της μεταβλητότητας της τιμής του υποκειμένου μέσου.
4. Κίνδυνος χρόνου (time decay or theta risk). Ο κίνδυνος χρόνου αναφέρεται στα χρηματοοικονομικά δικαιώματα αγοράς και πώλησης (call and put options) και σχετίζεται με το πέρασμα του χρόνου. Δηλαδή, όσο μικρότερη είναι η χρονική διάρκεια του δικαιώματος τόσο η αξία του δικαιώματος μειώνεται, δεδομένου ότι υπάρχει μικρότερη πιθανότητα μεταβολής της τιμής του υποκειμένου μέσου.

5. Κίνδυνος βάσης ή συσχέτισης (basis or correlation risk). Ο κίνδυνος αυτός αναφέρεται στη μεταβολή της τιμής ενός παραγώγου σε διαφορετική αναλογία από τη μεταβολή της τιμής του υποκειμένου μέσου. Για παράδειγμα, ενώ η τιμή της μετοχής αυξάνεται κατά ένα ορισμένο ποσοστό η τιμή του παραγώγου αυξάνεται σε μικρότερο ποσοστό.
6. Κίνδυνος προεξοφλητικού επιτοκίου (discount rate or rho risk). Ο κίνδυνος αυτός προέρχεται από τη μεταβολή του προεξοφλητικού επιτοκίου, το οποίο χρησιμοποιείται για την προεξόφληση των μελλοντικών χρηματικών ροών ενός παραγώγου. Για παράδειγμα, σε περίπτωση που το προεξοφλητικό επιτόκιο μειωθεί η αξία ενός χρηματοοικονομικού δικαιώματος μειώνεται, δεδομένου ότι με χαμηλότερο επιτόκιο αυξάνεται η παρούσα αξία της τιμής εκτέλεσης.
7. Κίνδυνος επένδυσης και χρηματοδότησης (investing and funding risk). Ο κίνδυνος αυτός προέρχεται από τις χρονικές αναντιστοιχίες (mismatches) στις χρηματικές ροές που συνδέονται με ένα συγκεκριμένο παράγωγο. Για παράδειγμα, ο επενδυτής που κατέχει ταυτόχρονα ένα δικαίωμα αγοράς τρίμηνης χρονικής διάρκειας και ένα δικαίωμα πώλησης εξάμηνης χρονικής διάρκειας, αντιμετωπίζει τον κίνδυνο της χρηματοδότησης διότι οι χρηματικές ροές που σχετίζονται με το κάθε δικαίωμα δεν συμπίπτουν μεταξύ τους χρονικά, με αποτέλεσμα σε πολλές περιπτώσεις ο κάτοχός τους να μην έχει τη δυνατότητα κάλυψης των υποχρεώσεων του.

2. 5. 3. Ο κίνδυνος ρευστότητας

Ο κίνδυνος ρευστότητας των παραγώγων, εμφανίζεται είτε με τη μορφή του κινδύνου ρευστότητας της αγοράς (market liquidity risk), είτε με τη μορφή του κινδύνου έλλειψης ρευστότητας χρηματοδότησης (funding liquidity risk). Ο κίνδυνος ρευστότητας της αγοράς, αναφέρεται στην πιθανότητα μεταβολής της τιμής ενός υποκειμένου μέσου, λόγω μιας μεγάλης συναλλαγής, η οποία αυξάνει απότομα τη ζήτηση (ή την προσφορά) για το συγκεκριμένο μέσο. Ο κίνδυνος έλλειψης ρευστότητας χρηματοδότησης, αναφέρεται στις ανάγκες χρηματοδότησης των παραγώγων κατά τις ημερομηνίες διακανονισμού. Δηλαδή, η ημερομηνία λήξης ενός παραγώγου δεν συμπίπτει χρονικά με την ημερομηνία λήξης ενός άλλου παραγώγου,

με αποτέλεσμα ο κάτοχος των δύο παραγώγων να μην έχει τη δυνατότητα να καλύψει τις υποχρεώσεις του.

2. 5. 4. Ο λειτουργικός κίνδυνος

Ο λειτουργικός κίνδυνος, αναφέρεται στην πιθανότητα πραγματοποίησης ζημιών για τον κάτοχο ενός παραγώγου, που οφείλονται, είτε σε μη επαρκή συστήματα ελέγχου, είτε σε ανθρώπινα λάθη. Χαρακτηριστικό παράδειγμα, η περίπτωση της μεγάλης επενδυτικής τράπεζας Barings, η οποία το 1995 κατέρρευσε λόγω συσσωρευμένων ζημιών που προκλήθηκαν από την ανεξέλεγκτη δραστηριότητα σε παράγωγα ενός και μόνο στελέχους της. Συνεπώς, το Χρηματιστήριο Παραγώγων πρέπει να εξασφαλίζει αποτελεσματικά συστήματα παρακολούθησης, ελέγχου και λογιστικής αποτίμησης των συναλλαγών με παράγωγα.

2. 5. 5. Ο κίνδυνος αποτίμησης

Τα παράγωγα αποτιμούνται βάσει μαθηματικών υποδειγμάτων, των οποίων η ισχύς εξαρτάται από μια σειρά υποθέσεων. Σε περιόδους υψηλής μεταβλητότητας των τιμών της αγοράς, οι υποθέσεις των υποδειγμάτων δεν ισχύουν σε κάθε περίπτωση. Συνεπώς, οι υπολογιζόμενες τιμές των παραγώγων βάση των υποδειγμάτων, μπορεί να είναι λανθασμένες και οι κάτοχοί τους να υποστούν ζημίες.

2. 6. ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΑ

2 . 6. 1. Εισαγωγή - Ιστορική αναδρομή των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων

Η παρούσα διπλωματική εργασία εστιάζεται στην μελέτη και ανάλυση των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων με σκοπό τη βαθύτερη κατανόηση των προαναφερθέντων πλεονεκτημάτων των παραγώγων καθώς και των διαφόρων τύπων κινδύνου. Επιπρόσθετα δεδομένου ότι, επίκειται η λειτουργία του Χρηματιστηρίου Παραγώγων Αθηνών (ΧΠΑ) τον Απρίλιο του 1999 και η εξέταση των μεθόδων αποτίμησης των παραγώγων προϊόντων αποκτά ιδιαίτερο ενδιαφέρον, η μελέτη προχωρά και στην εξέταση και εφαρμογή διαφόρων υποδειγμάτων αποτίμησης για τα χρηματοοικονομικά δικαιώματα αγοράς και πώλησης Ευρωπαϊκού και Αμερικάνικου τύπου.

Η ενότητα αυτή ασχολείται με την παρουσίαση των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων και διακρίνεται σε τέσσερις υποενότητες. Η πρώτη υποενότητα, παρουσιάζει μία ιστορική αναδρομή σχετικά με την εισαγωγή των δικαιωμάτων στις διεθνείς αγορές. Η δεύτερη υποενότητα, παρουσιάζει τα γενικά χαρακτηριστικά των δικαιωμάτων. Η τρίτη υποενότητα, αναλύει τις βασικές σχέσεις αποτίμησης καθώς και τις μεταβλητές των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης. Τέλος, στην τέταρτη υποενότητα παρουσιάζονται και αναλύονται, οι παράγοντες που επηρεάζουν την πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης, τόσο για τα δικαιώματα αγοράς, όσο και για τα δικαιώματα πώλησης Αμερικανικού τύπου.

Από τις αρχές της δεκαετίας του 1970, οι αγορές δικαιωμάτων γνώρισαν μεγάλη ανάπτυξη. Η τεράστια αρχική επιτυχία των δικαιωμάτων με υποκείμενο τίτλο μετοχές, έδωσε το έναυσμα σε πολλά χρηματιστήρια να εισάγουν είδη δικαιωμάτων όπου ο υποκείμενος τίτλος είναι οι ισοτιμίες ξένων νομισμάτων (currency options), τα προθεσμιακά συμβόλαια επιτοκίου (interest rate futures), οι χρηματιστηριακοί δείκτες (index options), και τα εμπορεύματα (commodities).

Τον Απρίλιο του 1973, το Chicago Board Options Exchange (CBOE) προσέφερε προς διαπραγμάτευση τα νέα τυποποιημένα δικαιώματα (standardized options) αγοράς και πώλησης μετοχών.[10] Η μεγάλη επιτυχία του CBOE ώθησε και άλλα χρηματιστήρια να εισάγουν τα συμβόλαια δικαιωμάτων, όπως το American Stock Exchange (ASE), το New York Stock Exchange (NYSE), το Pacific Stock Exchange, και το Philadelphia Stock Exchange (PSE). Τα δικαιώματα επί χρηματιστηριακών δεικτών, έγιναν αντικείμενο διαπραγμάτευσης στο CBOE το 1983 με την εισαγωγή του δείκτη Standard and Poor's (S&P) 100 Index.

Στην Ελλάδα, αρχικά προβλέπεται μόνο η διαπραγμάτευση των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων σε επιλεγμένες μετοχές του δείκτη FTSE / ASE 20 του ΧΑΑ[11] στα μέσα του 1999.

---

[10] Τα δικαιώματα που διαπραγματεύονταν πριν από το 1973, παρουσίαζαν σοβαρά προβλήματα ρευστότητας στις συναλλαγές καθώς και τον κίνδυνο αφερεγγυότητας των αντισυμβαλλόμενων.

[11] Οι μετοχές αφορούν μεγάλες πολυμετοχικές εταιρείες, έτσι ώστε να είναι δύσκολο να επηρεαστούν από τη συμπεριφορά ενός μικρού αριθμού μετοχών, γεγονός που θα μειώσει την πιθανότητα κερδοσκοπίας.

2 . 6. 2. Γενικά χαρακτηριστικά των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων

Χρηματοοικονομικό δικαίωμα (option) είναι ένα συμβόλαιο που δίνει στον κάτοχο του το δικαίωμα, αλλά όχι την υποχρέωση, να αγοράσει (call option) ή να πουλήσει (put option), έναν καθορισμένο αριθμό μονάδων ενός συγκεκριμένου υποκειμένου μέσου,[12] σε μία προκαθορισμένη σταθερή τιμή εκτέλεσης (strike price or exercise price). Το συμβόλαιο προσδιορίζει τόσο τη χρονική διάρκεια ισχύος του δικαιώματος, όσο και τη συγκεκριμένη ημερομηνία λήξης του (maturity or expiration date).[13] Ο αγοραστής του δικαιώματος, πληρώνει αντίτιμο (premium) στον πωλητή του δικαιώματος τη στιγμή της αγοράς, ενώ ο πωλητής υποχρεώνεται να καταβάλλει ασφάλεια (initial margin) στο χρηματιστή του. Όταν αναμένεται άνοδος των τιμών των μετοχών, οι επενδυτές αγοράζουν δικαιώματα αγοράς, ενώ όταν αναμένεται πτώση των τιμών των μετοχών, οι επενδυτές αγοράζουν δικαιώματα πώλησης.

Τα δικαιώματα, είναι είτε Ευρωπαϊκού τύπου (European options), είτε Αμερικανικού τύπου (American options). Το δικαίωμα Ευρωπαϊκού τύπου επιτρέπει την εκτέλεσή του μόνο κατά τη συγκεκριμένη ημερομηνία λήξης του. Αντίθετα, το δικαίωμα Αμερικανικού τύπου, επιτρέπει την εκτέλεσή του, σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή μέχρι τη λήξη του. Γι' αυτόν το λόγο, οι τιμές των δικαιωμάτων Αμερικανικού τύπου είναι πάντοτε υψηλότερες από τις τιμές των αντίστοιχων δικαιωμάτων Ευρωπαϊκού τύπου.

Ο κάτοχος του δικαιώματος επιλέγει να αγοράσει (call option) ή να πουλήσει (put option) το υποκείμενο μέσο, είτε στην προκαθορισμένη μελλοντική τιμή (strike price), είτε μέχρι τη μελλοντική ημερομηνία (American option), είτε τέλος στην προκαθορισμένη μελλοντική ημερομηνία λήξης του (European option) αλλά δεν είναι υποχρεωμένος να το εκτελέσει. Ο αγοραστής του δικαιώματος αγοράς (πώλησης), θα ασκήσει το δικαίωμα του μόνον όταν η τρέχουσα τιμή της μετοχής, διαμορφωθεί σε επίπεδο υψηλότερο (χαμηλότερο) της προκαθορισμένης τιμής. Το τελικό κέρδος του αγοραστή του δικαιώματος, είναι η παρούσα αξία της διαφοράς μεταξύ της μελλοντικής τρέχουσας τιμής της μετοχής και της προκαθορισμένης τιμής εκτέλεσης, μείον το αρχικό αντίτιμο που καταβάλει για την αγορά του δικαιώματος.

---

[12] Για την καλύτερη παρουσίαση και κατανόηση του θέματος, η ανάλυση αφορά μετοχικά δικαιώματα. Ωστόσο, τα συμπεράσματα που εξάγονται από τη μελέτη αφορούν εξίσου τα δικαιώματα όλων των υποκειμένων τίτλων.

Τα χρηματοοικονομικά δικαιώματα, αποτελούν ευέλικτα χρηματοοικονομικά εργαλεία, διότι παρέχουν στον κάτοχο τους τη διακριτική ευχέρεια να τα εκτελέσει μόνο σε περίπτωση που η μελλοντική τιμή της μετοχής κρίνεται συμφέρουσα. Στην αντίθετη περίπτωση, ο κάτοχος επιλέγει να λήξει το δικαίωμα του ανεκτέλεστο. Συνεπώς, η μοναδική περίπτωση στην οποία εκτελείται ένα δικαίωμα αγοράς, είναι όταν διαπραγματεύεται πάνω από το χρηματικό του ισοδύναμο (in-the-money), δηλαδή όταν η τρέχουσα τιμή της μετοχής (spot price) είναι μεγαλύτερη από την τιμή εκτέλεσης (strike price). Αντίθετα, η μοναδική περίπτωση στην οποία εκτελείται ένα δικαίωμα πώλησης είναι όταν διαπραγματεύεται κάτω από το χρηματικό του ισοδύναμο (in-the-money), δηλαδή όταν η τρέχουσα τιμή της μετοχής (spot price) είναι μικρότερη από την τιμή εκτέλεσης (strike price). Με άλλα λόγια, τα δικαιώματα αγοράς παρέχουν στους κατόχους τους τη δυνατότητα, να αγοράσουν μία μετοχή σε τιμή μικρότερη της τρέχουσας (call option). Από την άλλη πλευρά, τα δικαιώματα πώλησης παρέχουν στους κατόχους τους τη δυνατότητα, να πουλήσουν μία μετοχή σε τιμή μεγαλύτερη της τρέχουσας (put option).

Αξίζει να επισημανθεί, ότι σε περίπτωση αύξησης της τιμής της μετοχής, τα κέρδη για τον αγοραστή του δικαιώματος αγοράς (call buyer), είναι απεριόριστα. Από την άλλη πλευρά, απεριόριστες είναι και οι ζημίες για τον πωλητή του αντίστοιχου δικαιώματος αγοράς (call seller). Λόγω αυτής της πιθανότητας, ο πωλητής δικαιωμάτων αγοράς προβαίνει σε καλυμμένες πωλήσεις (covered calls), δηλαδή σε πωλήσεις δικαιωμάτων για μετοχές που ήδη κατέχει. Αντίθετα με το δικαίωμα αγοράς, τόσο ο αγοραστής όσο και ο πωλητής του δικαιώματος πώλησης, έχουν περιορισμένη πιθανότητα ζημίας, δεδομένου ότι η τιμή της μετοχής είναι αδύνατον να πέσει κάτω του μηδενός.

2. 6. 3. Βασικές σχέσεις αποτίμησης - Μεταβλητές

Η παρουσίαση και ανάλυση των μεταβλητών των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης, καθώς και των βασικών σχέσεων αποτίμησης τους κρίνεται απαραίτητη, προκειμένου να γίνει ευκολότερα κατανοητός ο αλγόριθμος αποτίμησης των δικαιωμάτων που αναλύεται στο τέταρτο Κεφάλαιο.

---

[13] Από τη στιγμή της λήξης του, το δικαίωμα παύει να ισχύει και δεν έχει καμία αξία.

Οι σχέσεις αποτίμησης κατά την ημερομηνία λήξης, προσδιορίζονται από την τρέχουσα τιμή της μετοχής (S_T), την προκαθορισμένη τιμή εκτέλεσης (X) και την τιμή του δικαιώματος αγοράς (C_T) ή πώλησης (P_T). Ειδικότερα, η τιμή του δικαιώματος αγοράς την ημερομηνία λήξης T ισούται με :

$$C_T = S_T - X \qquad \text{εάν} \quad S_T > X$$
$$C_T = 0 \qquad \text{εάν} \quad S_T \leq X$$

$$\text{ή} \quad C_T = \max [\, 0, S_T - X \,]^{14} \qquad (1)$$

Κατά παρόμοιο τρόπο, η τιμή του δικαιώματος πώλησης στη χρονική στιγμή T είναι ίση με :

$$P_T = X - S_T \qquad \text{εάν } X > S_T$$
$$P_T = 0 \qquad \text{εάν } X \leq S_T$$

$$\text{ή} \quad P_T = \max [\, 0, X - S_T \,] \qquad (2)$$

Οι τιμές των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης πριν από την ημερομηνία λήξης τους, διαμορφώνονται ανάλογα με τις προσδοκώμενες αποδόσεις των εξισώσεων (1) και (2). Οι αποδόσεις αυτές, επηρεάζονται από έναν αριθμό μεταβλητών που σχετίζονται, πρώτον με τη συμπεριφορά που ακολουθεί η τιμή της μετοχής (τιμή, διακύμανση, μερίσματα), δεύτερον, με τα χαρακτηριστικά του συμβολαίου (προκαθορισμένη τιμή εκτέλεσης, ημερομηνία λήξης) και τρίτον, με τα επιτόκια. Η ανεξάρτητη επίδραση κάθε μιας μεταβλητής στην τιμή του δικαιώματος, αναλύεται στις επιμέρους υποενότητες 2. 6. 3. 1 και 2. 6. 3. 2 ceteris paribus.

2. 6. 3. 1. Μεταβλητές που σχετίζονται με τον υποκείμενο τίτλο

• Τιμή του Υποκείμενου Τίτλου : Όσο πιο πολύ αυξάνεται η τιμή της μετοχής τόσο περισσότερο αυξάνεται η αξία του δικαιώματος αγοράς και μειώνεται η αξία

[14] Τα χρηματοοικονομικά δικαιώματα (αγοράς ή πώλησης), δεν λαμβάνουν ποτέ αρνητικές τιμές. Σε περίπτωση μη εκτέλεσης του δικαιώματος στη λήξη του, ο κάτοχος του δεν επιβαρύνεται με πρόσθετο κόστος.

του δικαιώματος πώλησης. Αντίστοιχα, όσο πιο πολύ μειώνεται η τιμή της μετοχής τόσο περισσότερο μειώνεται η αξία του δικαιώματος αγοράς και αυξάνεται η αξία του δικαιώματος πώλησης.

- Διακύμανση του Υποκείμενου Τίτλου : Η διακύμανση της τιμής της μετοχής, μετρά το βαθμό μεταβλητότητας (volatility) της τιμής της μετοχής. Όσο μεγαλύτερη είναι η μεταβλητότητα, τόσο μεγαλύτερη είναι η πιθανότητα διακύμανσης της τιμής της μετοχής σε υψηλά ή χαμηλά επίπεδα, και επομένως τόσο μεγαλύτερη είναι η αξία των δικαιωμάτων.

2. 6. 3. 2. Μεταβλητές που σχετίζονται με τα χαρακτηριστικά του συμβολαίου

- Τιμή εκτέλεσης (strike price) : Δεδομένου ότι η εσωτερική αξία ενός δικαιώματος, είναι ίση με τη διαφορά μεταξύ της τρέχουσας τιμής της μετοχής (spot price) και της τιμής εκτέλεσης (strike price), όσο χαμηλότερη (υψηλότερη) είναι η τιμή εκτέλεσης, τόσο υψηλότερη (χαμηλότερη) είναι η αξία ενός δικαιώματος αγοράς (πώλησης).

- Ημερομηνία λήξης (maturity date) : Όσο μεγαλύτερη είναι η χρονική διάρκεια του δικαιώματος τόσο η αξία του αυξάνεται, δεδομένου ότι υπάρχει μεγαλύτερη πιθανότητα αύξησης ή μείωσης της τιμής της μετοχής μέχρι την ημερομηνία λήξης.

- Επιτόκια : Τα επιτόκια επηρεάζουν την αξία των δικαιωμάτων, λόγω του ότι προσδιορίζουν την παρούσα αξία της τιμής εκτέλεσής τους. Συνεπώς, όσο υψηλότερα είναι τα επιτόκια, τόσο χαμηλότερη είναι η παρούσα αξία της τιμής εκτέλεσης, με αποτέλεσμα η αξία του δικαιώματος αγοράς (πώλησης) να αυξάνεται (μειώνεται) μετά από κάθε αύξηση των επιτοκίων.

2. 6. 4. Δικαιώματα Αμερικανικού τύπου (American Options)

Οι επιμέρους υποενότητες 2. 6. 4. 1. και 2. 6. 4. 2. παρουσιάζουν αναλυτικά τα χαρακτηριστικά των δικαιωμάτων Αμερικάνικου τύπου, προκειμένου να γίνουν κατανοητές οι διαφορές που υπάρχουν στην αποτίμησή τους συγκριτικά με τα δικαιώματα Ευρωπαϊκού τύπου. Σημειώνεται ότι, λόγω του χαρακτηριστικού της πρόωρης εκτέλεσης (early exercise) των δικαιωμάτων Αμερικανικού τύπου, η αποτίμησή τους είναι δυσκολότερη από αυτή των δικαιωμάτων Ευρωπαϊκού τύπου.

2. 6. 4. 1. Δικαιώματα αγοράς Αμερικανικού τύπου

Δύο από τους κυριότερους παράγοντες που επηρεάζουν την πρόωρη εκτέλεση ενός δικαιώματος αγοράς, είναι η χρονική υπερτίμηση της τιμής εκτέλεσης και η απώλεια της προστασίας που εμπεριέχει κάθε δικαίωμα αγοράς. Το ποσό του τόκου που χάνεται καταβάλλοντας την τιμή εκτέλεσης πριν από τη λήξη του δικαιώματος, σε περίπτωση πρόωρης εκτέλεσης, αποτελεί τη χρονική υπερτίμηση της τιμής εκτέλεσης. Η απώλεια προστασίας αφορά στο ότι ο κάτοχος του δικαιώματος αγοράς μετά την πρόωρη εκτέλεση, δεν αντισταθμίζει πλέον τον κίνδυνο απότομης πτώσης της τιμής της μετοχής, για το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ της πρόωρης εκτέλεσης και της κανονικής λήξης του δικαιώματος.

Συνεπώς, ένα δικαίωμα αγοράς Αμερικανικού τύπου, σε μετοχή που δε διανέμει μέρισμα, έχει την ίδια αξία με το αντίστοιχο δικαίωμα αγοράς Ευρωπαϊκού τύπου, δεδομένου ότι η πρόωρη εκτέλεση του δεν είναι ποτέ ορθολογική. Με άλλα λόγια, η αξία ενός δικαιώματος αγοράς Αμερικανικού τύπου σε μετοχή που δε διανέμει μέρισμα, εφόσον εκτελεσθεί πριν από την ημερομηνία λήξης του, είναι πάντοτε μικρότερη από την αξία που θα είχε εάν παρέμενε ανεκτέλεστο.

Σε περίπτωση που η υποκείμενη μετοχή διανέμει μέρισμα, κατά την ημερομηνία αποκοπής του δικαιώματος επί του μερίσματος (ex-dividend date)[15], η τιμή της μετοχής μειώνεται κατά το ποσό του μερίσματος. Συνεπώς, στους δύο παράγοντες που προαναφέρθηκαν προστίθεται και τρίτος που αφορά το ποσό του καταβαλλόμενου μερίσματος. Σε περίπτωση που το δικαίωμα αγοράς Αμερικανικού τύπου ''προστατεύεται'', ταυτόχρονα με την τιμή της μετοχής μειώνεται ισόποσα (κατά το ποσό του μερίσματος) και η τιμή εκτέλεσης, με αποτέλεσμα η πληρωμή του μερίσματος να μην επηρεάζει την απόφαση περί πρόωρης εκτέλεσης. Στην

[15] Πρόκειται για την ημερομηνία που το δικαίωμα είσπραξης του μερίσματος παύει να συνοδεύει την μετοχή. Έτσι, η μετοχή διαπραγματεύεται χωρίς το δικαίωμα είσπραξης του προσεχούς μερίσματος, οπότε η τιμή της μετοχής μειώνεται κατά το ποσό του μερίσματος. Δηλαδή, όταν η μετοχή πωλείται πριν από την ημερομηνία αποκοπής του δικαιώματος επί του μερίσματος, το δικαίωμα για την είσπραξη του μερίσματος μεταφέρεται στον αγοραστή. Αντίθετα, όταν η μετοχή πωλείται στην ημερομηνία αποκοπής, ή μετά από αυτήν, το δικαίωμα είσπραξης του μερίσματος παραμένει στον κάτοχο της πριν από την ημερομηνία αποκοπής του δικαιώματος επί του μερίσματος.

περίπτωση του ''απροστάτευτου''[16] δικαιώματος αγοράς Αμερικανικού τύπου, είναι αναγκαίο να συνεκτιμηθεί (μαζί με τους άλλους δύο παράγοντες) και η παρούσα αξία των μερισμάτων. Η πρόωρη εκτέλεση αποτελεί ορθολογική απόφαση, σε περίπτωση που η παρούσα αξία των μερισμάτων που θα διανεμηθούν μέχρι τη λήξη του δικαιώματος, είναι μεγαλύτερη από το άθροισμα του τόκου που θα εισπραχθεί από ένα επενδυμένο ποσό ίσο με την τιμή εκτέλεσης και την αξία της προστασίας του δικαιώματος. Συνεπώς, η πρόωρη εκτέλεση ενός δικαιώματος αγοράς Αμερικανικού τύπου αποτελεί ορθολογική απόφαση, μόνον όταν πραγματοποιείται στην ημερομηνία αποκοπής του δικαιώματος επί του μερίσματος, ή λίγο πριν από αυτήν.

Οι παράγοντες που επηρεάζουν την πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης ενός δικαιώματος αγοράς Αμερικανικού τύπου είναι οι εξής :

1. **Η αναλογία S/X** προσδιορίζει το κέρδος από την πρόωρη εκτέλεση. Σε περίπτωση, που το δικαίωμα διαπραγματεύεται πάνω από το χρηματικό του ισοδύναμο (in-the-money), τότε η πρόωρη εκτέλεση αποφέρει κέρδη. Συνεπώς, όσο μεγαλύτερη είναι η αναλογία S / X, τόσο μεγαλύτερη είναι και η πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης.
2. Σε περίπτωση πρόωρης εκτέλεσης, το ποσό του τόκου που χάνεται καταβάλλοντας την τιμή εκτέλεσης πριν από τη λήξη του δικαιώματος, επηρεάζεται από το **επιτόκιο χωρίς κίνδυνο r (risk-fee rate).** Συνεπώς, όσο μεγαλύτερο είναι το επιτόκιο τόσο μικρότερο είναι το καθαρό κέρδος από την πρόωρη εκτέλεση.
3. Όσο μεγαλύτερη είναι η **μεταβλητότητα σ (volatility)** της τιμής της μετοχής, τόσο μεγαλύτερη είναι και η αντιστάθμιση του κινδύνου που απολαμβάνει ο κάτοχος του δικαιώματος, λόγω ενδεχόμενης πτώσης της τιμής της μετοχής. Συνεπώς, όσο μεγαλύτερη είναι η μεταβλητότητα της μετοχής, τόσο μικρότερη είναι η πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης.
4. Η χρονική διάρκεια του δικαιώματος συσχετίζεται τόσο με το επιτόκιο όσο και με την μεταβλητότητα. Όσο μεγαλύτερη είναι η **χρονική διάρκεια**, τόσο το ποσό του χαμένου τόκου (επίδραση επιτοκίου), όσο και η

[16] Ένα δικαίωμα αγοράς ή πώλησης, διαπραγματεύεται ''απροστάτευτο'' σε περίπτωση που η τιμή εκτέλεσης δε μειώνεται κατά το ποσό του μερίσματος, την ημερομηνία αποκοπής του δικαιώματος επί του μερίσματος.

αντιστάθμιση του κινδύνου (επίδραση μεταβλητότητας) αυξάνονται. Συνεπώς, όσο μεγαλύτερη είναι η χρονική διάρκεια, τόσο μικρότερο είναι το κέρδος από την πρόωρη εκτέλεση.

5. Όσο μεγαλύτερο είναι το **μέρισμα** που διανέμει η μετοχή, τόσο μεγαλύτερο είναι το κέρδος από την πρόωρη εκτέλεση.

Συμπερασματικά, η πρόωρη εκτέλεση ενός δικαιώματος αγοράς Αμερικανικού τύπου, είναι αποτελεσματική μόνον εάν πραγματοποιηθεί αμέσως πριν από την ημερομηνία αποκοπής του δικαιώματος επί του μερίσματος (ex-dividend date).

2. 6. 4. 2. Δικαιώματα πώλησης Αμερικανικού τύπου

Στην περίπτωση του δικαιώματος πώλησης Αμερικανικού τύπου, σε μετοχή που δε διανέμει μέρισμα, η πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης αυξάνεται. Ειδικότερα, οι πιθανές καταστάσεις που απορρέουν από την πρόωρη εκτέλεση ενός δικαιώματος πώλησης Αμερικανικού τύπου είναι δύο και κινούνται προς την αντίθετη κατεύθυνση. Η πρώτη, αφορά τη χρονική αξία του ποσού (time value of money) που αντιστοιχεί στην τιμή εκτέλεσης και θα εισπράξει ο κάτοχος του δικαιώματος πώλησης[17], σε περίπτωση που το δικαίωμα πώλησης εκτελεσθεί πριν από τη λήξη του. Η δεύτερη, αφορά το γεγονός ότι σε περίπτωση πρόωρης εκτέλεσης παύει να υφίσταται η δυνατότητα επίτευξης κέρδους από πιθανή αύξηση της τιμής της μετοχής, μέχρι την ημερομηνία λήξης του δικαιώματος. Δηλαδή, εάν η τιμή της μετοχής κατά τη λήξη του δικαιώματος ήταν μεγαλύτερη από την τιμή εκτέλεσης, ο κάτοχος του δικαιώματος θα το άφηνε να λήξει ανεκτέλεστο, δεδομένου ότι, ως κάτοχος της μετοχής αποκομίζει κέρδη από την υπεραξία της μετοχής.

Όταν η πρώτη επίδραση υπερτερεί της δεύτερης, η πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης αυξάνεται σημαντικά. Τέτοια περίπτωση υπάρχει, όταν τα επιτόκια είναι υψηλά και η μεταβλητότητα χαμηλή, που σημαίνει ότι η τιμή της μετοχής δε διακυμαίνεται απότομα μέχρι τη λήξη του δικαιώματος, με αποτέλεσμα η προστασία που παρέχει το δικαίωμα πώλησης στον κάτοχό του να μην είναι πολύ μεγάλη.

---

[17] Υπενθυμίζεται, ότι ο κάτοχος του δικαιώματος αγοράς επιβαρύνεται με την χρονική υπερτίμηση της τιμής εκτέλεσης.

Η πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης ενός δικαιώματος πώλησης Αμερικανικού τύπου εξαρτάται από τους εξής παράγοντες :

1. Όσο μεγαλύτερη είναι **η τιμή της μετοχής S**, τόσο μικρότερη είναι η πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή εκτέλεσης X, τόσο μεγαλύτερη είναι η πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης. Συνεπώς, η πρόωρη εκτέλεση του δικαιώματος πώλησης Αμερικανικού τύπου είναι αντιστρόφως ανάλογη της αναλογίας **S/X**, και ευθέως ανάλογη της αναλογίας **X/S**.
2. Όσο μεγαλύτερο είναι το **επιτόκιο χωρίς κίνδυνο r (risk-fee rate),** τόσο μεγαλύτερος είναι ο τόκος που θα εισπράξει ο κάτοχος του δικαιώματος πώλησης, σε επενδυμένο ποσό ίσο με την τιμή εκτέλεσης (χρονική αξία του χρήματος), γεγονός που συνεπάγεται μεγαλύτερη πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης.
3. Όσο μεγαλύτερη είναι η **μεταβλητότητα σ (volatility)** της τιμής της μετοχής, τόσο μικρότερη είναι η προστασία του κατόχου του δικαιώματος πώλησης και συνεπώς τόσο μικρότερη είναι η πιθανότητα της πρόωρης εκτέλεσής του.
4. Η **χρονική διάρκεια** του δικαιώματος πώλησης επιδρά με δύο τρόπους στην απόφαση περί πρόωρης εκτέλεσης του : το επιτόκιο χωρίς κίνδυνο και τη μεταβλητότητα της τιμής της μετοχής. Αντίθετα με ότι συμβαίνει στα δικαιώματα αγοράς, στα δικαιώματα πώλησης οι δύο αυτοί παράγοντες επηρεάζουν με διαφορετικό τρόπο την απόφαση πρόωρης εκτέλεσης. Συγκεκριμένα, όσο μεγαλύτερη είναι η χρονική διάρκεια του δικαιώματος πώλησης, τόσο αυξάνεται ο τόκος που εισπράττει ο κάτοχός του. Συνεπώς, η επίδραση του επιτοκίου αυξάνει την πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης. Αντίθετα, όσο μεγαλύτερη είναι η μεταβλητότητα της τιμής της μετοχής, τόσο μειώνεται η αντιστάθμιση του κινδύνου για τον κάτοχο του δικαιώματος. Συνεπώς, η επίδραση της μεταβλητότητας μειώνει την πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης.
5. Όσο μεγαλύτερο είναι το **μέρισμα** που διανέμει η μετοχή, τόσο μικρότερη είναι η πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης.

Τα συμπεράσματα αναφορικά με την πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης, που ισχύουν για τα δικαιώματα αγοράς και πώλησης Αμερικανικού τύπου συνοψίζονται στον Πίνακα 2.1. Συγκεκριμένα, όταν η μετοχή δε διανέμει μέρισμα, η πρόωρη εκτέλεση δεν αποτελεί ποτέ ορθολογική απόφαση για τα δικαιώματα αγοράς Αμερικανικού τύπου. Αντίθετα, για τα δικαιώματα πώλησης Αμερικανικού τύπου, η πρόωρη εκτέλεση μπορεί να πραγματοποιηθεί σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή. Συνεπώς, σε περίπτωση που η μετοχή δε διανέμει μέρισμα, τα δικαιώματα αγοράς Ευρωπαϊκού και Αμερικανικού τύπου έχουν πάντοτε την ίδια αξία, ενώ τα δικαιώματα πώλησης Αμερικανικού τύπου αξίζουν πάντοτε περισσότερο από τα αντίστοιχα δικαιώματα Ευρωπαϊκού τύπου.

Στην περίπτωση καταβολής μερισμάτων, η πρόωρη εκτέλεση είναι δυνατόν (υπό ορισμένες συνθήκες) να αποτελεί ορθολογική απόφαση, τόσο για τα δικαιώματα αγοράς όσο και για τα δικαιώματα πώλησης Αμερικανικού τύπου. Όπως προαναφέρθηκε, τα δικαιώματα πώλησης δύναται να εκτελεστούν σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή, ενώ τα δικαιώματα αγοράς μόνο πριν από την ημερομηνία αποκοπής του δικαιώματος επί του μερίσματος. Συνεπώς, σε μετοχές που διανέμουν μέρισμα, τα δικαιώματα αγοράς και πώλησης Αμερικανικού τύπου αξίζουν τουλάχιστον το ίδιο ή και περισσότερο από τα αντίστοιχα δικαιώματα Ευρωπαϊκού τύπου.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2. 1.

Πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης για τα δικαιώματα αγοράς και πώλησης Αμερικανικού τύπου.

	Δικαιώματα αγοράς	**Δικαιώματα πώλησης**
Μετοχές χωρίς μέρισμα	• Καμία πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης • $C_A=C_E$	• Πιθανή πρόωρη εκτέλεση • Εκτέλεση σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή • $P_A \geq P_E$
Μετοχές που διανέμουν μέρισμα	• Πιθανή πρόωρη εκτέλεση • Πρόωρη εκτέλεση μόνο πριν την ημερομηνία αποκοπής. • $C_A \geq C_E$ • Τα μερίσματα ευνοούν την πρόωρη εκτέλεση.	• Πιθανή πρόωρη εκτέλεση • Εκτέλεση σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή • $P_A \geq P_e$ • Τα μερίσματα δεν ευνοούν την πρόωρη εκτέλεση.

A = Δικαιώματα Αμερικανικού τύπου, E = Δικαιώματα Ευρωπαϊκού τύπου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Η ΑΓΟΡΑ ΠΑΡΑΓΩΓΩΝ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

Το παρόν κεφάλαιο παρουσιάζει το υπάρχον θεσμικό πλαίσιο σχετικά με την αγορά παραγώγων στην Ελλάδα, καθώς και τον σχεδιασμό για τη δημιουργία του Χρηματιστηρίου Παραγώγων στην Ελλάδα.

3. 1. ΘΕΣΜΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

Οι αγορές χρήματος και κεφαλαίου στην Ελλάδα, για αρκετές δεκαετίες λειτουργούσαν υπό καθεστώς αυξημένων ποιοτικών και ποσοτικών ελέγχων στις πιστώσεις, και διοικητικής ρύθμισης των επιτοκίων. Τα τελευταία χρόνια, συντελείται η απελευθέρωση των αγορών χρήματος και κεφαλαίου, με εμφανή αποτελέσματα στον τραπεζικό τομέα (είσοδος πολλών νέων τραπεζών καθώς και συγχωνεύσεις μεταξύ των τραπεζών), την ελεύθερη διαμόρφωση των επιτοκίων, καθώς και με τη λειτουργία και συνεχή ανάπτυξη της διατραπεζικής αγοράς.

Ανάλογα αποτελέσματα σημειώθηκαν και στο χώρο του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών (Χ.Α.Α). Ο εκσυγχρονισμός του θεσμικού πλαισίου του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών (Χ.Α.Α), καθώς και η οργάνωση και λειτουργία ανωνύμων χρηματιστηριακών εταιρειών (ΑΧΕ), συνέβαλλαν σημαντικά στην ανάπτυξη των χρηματιστηριακών συναλλαγών. Η μεγάλη αύξηση του όγκου των συναλλαγών (π.χ. το 1990 ο ημερήσιος όγκος συναλλαγών δε ξεπερνούσε το 1 δισ. δρχ, ενώ το 1998 ξεπερνά κατά μέσο όρο τα 50 δισ. δρχ), η σημαντική αύξηση του αριθμού των εισηγμένων εταιρειών[18], καθώς και η εισροή κεφαλαίων από το εξωτερικό στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών (Χ.Α.Α), αποτελούν δείγματα της επιτυχίας της απελευθέρωσης των αγορών χρήματος και κεφαλαίου που συντελέσθηκαν τα τελευταία χρόνια.

Η απελευθέρωση των αγορών χρήματος και κεφαλαίου επέφερε σημαντικές αλλαγές και στην ποικιλία των επενδυτικών προϊόντων που προσφέρονται στους αποταμιευτές. Τα διάφορα είδη τίτλων του δημοσίου, όπως τα έντοκα γραμμάτια του

[18] Οι εισηγμένες εταιρείες, σύμφωνα με στοιχεία του ΧΑΑ, σήμερα φθάνουν τις 256, ενώ το 1990 δε ξεπερνούσαν τις 120.

Δημοσίου (Ε.Γ.Ε.Δ) και τα μακροχρόνια ομόλογα, οι διαφοροποιημένοι λογαριασμοί καταθέσεων που προσφέρουν οι τράπεζες, όπως οι συμφωνίες επαναγοράς (repos), τα διάφορα αμοιβαία κεφάλαια (όπως διαθεσίμων, ομολογιακά, διεθνή, μετοχικά) συνιστούν μια μεγάλη ποικιλία αποταμιευτικών και επενδυτικών προϊόντων. Με αυτά τα δεδομένα, η δημιουργία Χρηματιστηρίου Παραγώγων στην Ελλάδα, αποτελεί βασικό βήμα ολοκλήρωσης της παροχής χρηματοοικονομικών υπηρεσιών, δεδομένου ότι θα παρέχει νέες δυνατότητες σε ατομικούς και θεσμικούς επενδυτές.

Στην Ελλάδα, με κύριο φορέα τις τράπεζες, αναπτύσσονται βαθμιαία οι συναλλαγές παραγώγων, ιδίως στον τομέα του συναλλάγματος και των επιτοκίων. Συγκεκριμένα, τα παράγωγα αναπτύχθηκαν μετά τη συναλλαγματική απελευθέρωση που ξεκίνησε το Μάρτιο του 1993 (Π.Δ 96 / 23.3.92) και ολοκληρώθηκε το Μάιο του 1994 (Π.Δ 104 / 14.5.94).[19] Το υπάρχον θεσμικό πλαίσιο που διέπει την αγορά των παραγώγων, παρουσιάζει σειρά προβλημάτων, τα οποία δεν επιτρέπουν τη διεύρυνση της αγοράς. Τα κύρια προβλήματα αφορούν στην [20] :

- Έλλειψη νομικών συμβάσεων, ανάλογων εκείνων που ισχύουν στο εξωτερικό (π.χ International Swaps and Derivatives Association I.S.D.A. agreement).
- Αποσπασματική φορολογική αντιμετώπιση των εσόδων και εξόδων που προκύπτουν από τις διάφορες συναλλαγές σε παράγωγα.
- Απουσία λογιστικών κανόνων για τη λογιστική απεικόνιση των συναλλαγών.
- Έλλειψη θεσμικού πλαισίου συμψηφισμού των απαιτήσεων μεταξύ πιστωτικών ιδρυμάτων (netting agreements), σε συμβάσεις που αφορούν τη χρήση των παραγώγων.

Τα κενά αυτά τα κάλυψε το νέο νομοθετικό πλαίσιο, για τη δημιουργία Χρηματιστηρίου Παραγώγων. Συγκεκριμένα, ο Νόμος 2396/30.4.96 αναφέρεται στις

---

[19] Τα Προεδρικά Διατάγματα δεν έλυσαν όλα τα σχετικά με τα παράγωγα ζητήματα, και ασφαλώς δεν αρκούν για την ανάπτυξη της αγοράς παραγώγων στη χώρα μας.

[20] Α., Φώσκολος, ''Χρηματοοικονομικά Παράγωγα Προϊόντα στο Ελληνικό Τραπεζικό Σύστημα'', Δεκέμβριος 1995, **Ένωση Ελληνικών Τραπεζών**, σελ 86-90.

επενδυτικές υπηρεσίες στον τομέα των κινητών αξιών, στην επάρκεια των ιδίων κεφαλαίων των επιχειρήσεων παροχής επενδυτικών υπηρεσιών και των πιστωτικών ιδρυμάτων καθώς και στις άυλες μετοχές. Επίσης, ο Νόμος 2533/11.11.97 καθορίζει τη χρηματιστηριακή αγορά παραγώγων και άλλες διατάξεις. Σημειώνεται ότι, το Χρηματιστήριο της Βιέννης ανέλαβε την οργάνωση του Χρηματιστηρίου Παραγώγων μέχρι το Μάρτιο του 1999.

Το Χρηματιστήριο Παραγώγων στην Ελλάδα, σχεδιάζει να εισάγει δικαιώματα (options) μετοχών, μελλοντικά συμβόλαια (futures) ομολόγων καθώς και προθεσμιακά συμβόλαια (forwards) επί του τρίμηνου επιτοκίου Athibor. Αναλυτικότερα, η διαπραγμάτευση των δικαιωμάτων και των προθεσμιακών συμβολαίων, βασισμένα σε επιλεγμένες μετοχές του δείκτη FTSE / ASE 20 του ΧΑΑ[21] προβλέπεται να ξεκινήσει στα μέσα του 1999. Τα συμβόλαια αυτά θα δώσουν τη δυνατότητα αντιστάθμισης της διακύμανσης των τιμών των μετοχών καθώς και του μη διαφοροποιησίμου ή αλλιώς συστηματικού κινδύνου που μετριέται με τον συντελεστή βήτα (beta)[22]. Ο σχεδιασμός στα πλαίσια ενός πιλοτικού προγράμματος προβλέπει ότι, το Χρηματιστήριο Παραγώγων Αθηνών (ΧΠΑ), θα έχει αρχικό όγκο συναλλαγών τουλάχιστον στα 3 δις. δρχ., ενώ το Αποθετήριο θα έχει αρχικό κεφάλαιο περίπου 10 δις. δραχμές.

3. 2. ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΚΑΙ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΤΟΥ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΥ ΠΑΡΑΓΩΓΩΝ[23]

Ένα σημαντικό θέμα που σχετίζεται με την οργάνωση του Χρηματιστηρίου Παραγώγων, είναι η δυνατότητα μεταπώλησης των παραγώγων προϊόντων, δηλαδή η εμπορευσιμότητά τους. Η εμπορευσιμότητα των παραγώγων, εξαρτάται πρώτιστα από το βαθμό τυποποίησής τους. Για παράδειγμα, ένα προθεσμιακό συμβόλαιο ή ένα

---

[21] Οι μετοχές αφορούν μεγάλες πολυμετοχικές εταιρείες, έτσι ώστε να είναι δύσκολο να επηρεαστούν από τη συμπεριφορά ενός μικρού αριθμού μετοχών, γεγονός που θα μειώσει την πιθανότητα κερδοσκοπίας.

[22] Ο συστηματικός, μη διαφοροποιήσιμος κίνδυνος (systematic risk) αφορά στον κίνδυνο που σχετίζεται με τις δυνάμεις της αγοράς και δεν είναι εφικτό να εξουδετερωθεί με διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου.

[23] Σ., Θωμαδάκη, ''Το Χρηματιστήριο Παραγώγων Αξιών στην Ελλάδα'', **Ένωση Ελληνικών Τραπεζών**, Δεκέμβριος 1995, σελ 38-44.

χρηματοοικονομικό δικαίωμα που διαπραγματεύεται στην αγορά παραγώγων, αποτελεί ένα πλήρως τυποποιημένο παράγωγο προϊόν του οποίου οι ιδιότητες δεν μεταβάλλονται ανάλογα με την βούληση των δύο συμβαλλομένων πλευρών. Συνεπώς, η πρώτη διάσταση της τυποποίησης των παραγώγων προϊόντων είναι η ευκολία με την οποία μπορούν να μεταβιβαστούν.

Μία δεύτερη διάσταση της τυποποίησης των παραγώγων προϊόντων είναι οι ημερομηνίες λήξης τους. Οι ημερομηνίες έκδοσης και λήξης των παραγώγων μπορούν να προσδιοριστούν με άπειρους συνδυασμούς. Όμως, η μεγάλη ποικιλία ημερομηνιών έκδοσης και λήξης ελαττώνει το βαθμό τυποποίησης, θέτοντας σε κυκλοφορία πολλά, ατελώς υποκατάστατα, παράγωγα. Με αυτόν τον τρόπο, μειώνεται τόσο η ζήτηση όσο και η εμπορευσιμότητά τους. Συνεπώς, η κατάλληλη ομαδοποίηση των ημερομηνιών έκδοσης και λήξης των παραγώγων, αποτελεί μέτρο ενίσχυσης της εμπορευσιμότητάς τους. Για παράδειγμα, νέες σειρές παραγώγων μπορούν να εκδίδονται τέσσερις φορές το χρόνο και για τέσσερις διαφορετικές ημερομηνίες λήξεως κάθε φορά. Η διεθνής πρακτική που ακολουθείται, ορίζει καταληκτικές προθεσμίες τριών, έξι, εννέα και δώδεκα μηνών.

Το Χρηματιστήριο Παραγώγων αποτελείται από δύο φορείς διεκπεραίωσης διαφορετικών λειτουργιών. Ο πρώτος φορέας αναφέρεται στο σύστημα συναλλαγών, που περιλαμβάνει τους κανονισμούς των συναλλαγών, τον προσδιορισμό των μελών του Χρηματιστηρίου Παραγώγων, καθώς και τη διαδικασία πραγματοποίησης των συναλλαγών μεταξύ των μελών. Ο δεύτερος φορέας αναφέρεται στη λειτουργία μιας εταιρείας εκκαθάρισης συναλλαγών επί παραγώγων (ΕΤΕΣΕΠ), η οποία ασκεί το ρόλο του εγγυητή για την καλή εκτέλεση των συναλλαγών.

Συγκεκριμένα, η ΕΤΕΣΕΠ ελέγχει τα περιθώρια και τους περιορισμούς στον αριθμό των δικαιωμάτων που μπορούν να εκτελεστούν από έναν επενδυτή (position margins, position limits), παρεμβαίνει σε κάθε συναλλαγή μεταξύ των μελών, προσδιορίζει και εισπράττει προμήθεια και ασφάλεια από τους συναλλασσομένους και επικυρώνει τελικά τις συναλλαγές. Επίσης, παρακολουθεί τις θέσεις των συναλλασσομένων και προσαρμόζει τις απαιτούμενες ασφάλειες. Αναλαμβάνει δηλαδή, να εκτελέσει συμβόλαια σε περίπτωση που κάποιος συναλλασσόμενος βρεθεί σε αδυναμία εκπλήρωσης των υποχρεώσεών του. Οι αρμοδιότητες αυτές καθιστούν την ΕΤΕΣΕΠ ένα ισχυρό σύστημα ελέγχου και διαχείρισης των κινδύνων.

Αναφορικά με τις εξωχρηματιστηριακές συναλλαγές παραγώγων (over-the-counter contracts), που στην Ελλάδα είναι οι προθεσμιακές πράξεις (forwards) και οι συναλλαγές ανταλλαγής (swaps), αξίζει να σημειωθεί ότι μέχρι σήμερα αναπτύσσονται χωρίς την εγγυητική μεσολάβηση ενός φορέα όπως η ΕΤΕΣΕΠ. Συνεπώς, η εγγύηση της καλής εκτέλεσης των συμβάσεων που περιέχονται στα εξωχρηματιστηριακά παράγωγα, επαφίεται στη καλή πίστη των αντισυμβαλλομένων. Τέλος επισημαίνεται ότι, η δημιουργία του Χρηματιστηρίου Παραγώγων δεν αποβλέπει στην υποκατάσταση των εξωχρηματιστηριακών συναλλαγών αλλά στην παροχή νέων εργαλείων διαχείρισης των χρηματοοικονομικών κινδύνων.

Συμπερασματικά, το υπάρχον θεσμικό πλαίσιο καθορίζει τις απαραίτητες προϋποθέσεις για την εύρυθμη οργάνωση και λειτουργία του Χρηματιστηρίου Παραγώγων. Ωστόσο, εκτός του θεσμικού πλαισίου, απαιτείται η τεχνογνωσία των παραγόντων της αγοράς καθώς και η γνώση του επενδυτικού κοινού σχετικά με τον μηχανισμό λειτουργίας των παραγώγων προϊόντων. Για αυτούς τους λόγους το Χρηματιστήριο Παραγώγων Αθηνών (Χ.Π.Α), θα ξεκινήσει με ένα πιλοτικό πρόγραμμα λειτουργίας σύμφωνα με το οποίο θα εισαχθούν μερικά μόνο παράγωγα προϊόντα, έτσι ώστε να είναι δυνατή η πρακτική εξάσκηση τόσο των εποπτικών αρχών της αγοράς όσο και των επενδυτών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ ΣΕ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗΣ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΩΝ.

Σκοπός του κεφαλαίου αυτού, είναι η παρουσίαση της υπάρχουσας βιβλιογραφίας αναφορικά με την αποτίμηση των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης Ευρωπαϊκού και Αμερικανικού τύπου. Συγκεκριμένα, το κεφάλαιο αυτό παρουσιάζει την αναφορά, ανάλυση και σύγκριση των κυριοτέρων άρθρων στη βιβλιογραφία, σχετικά με τα προβλήματα και τις εν γένει ιδιαιτερότητες της αποτίμησης των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης Ευρωπαϊκού και Αμερικανικού τύπου. Η χρονική περίοδος που καλύπτεται είναι από το 1973 μέχρι και το 1998. Κάθε μελέτη που έχει επιλεχθεί παρουσιάζεται σε ξεχωριστή ενότητα. Οι μελέτες διακρίνονται σε δύο βασικές κατηγορίες. Στη πρώτη κατηγορία, εντάσσονται οι μελέτες που διεξήχθησαν βάση μαθηματικών υποδειγμάτων, με σκοπό την εξέταση της αποτελεσματικότητας των μοντέλων. Στη δεύτερη κατηγορία, εντάσσονται οι εμπειρικές μελέτες που διεξήχθησαν βάση πραγματικών δεδομένων. Οι μελέτες με μαθηματικά υποδείγματα, που παρουσιάζονται στην Ενότητα 4.1, κατά χρονολογική σειρά είναι οι εξής : Black και Scholes (1973), Merton (1973), Roll (1977), Brennan και Schwartz (1978), Cox, Ross και Rubinstein (1979), Geske (1979), Whaley (1981), Johnson (1983), Geske και Johnson (1984), Barone-Adesi και Whaley (1987), Hull και White (1990), και Ho, Stapleton και Subrahmanyam (1994). Οι εμπειρικές μελέτες, που παρουσιάζονται στην Ενότητα 4.2, κατά χρονολογική σειρά είναι οι εξής : Black (1975), Whaley (1982), Sterk (1983), Geske και Roll (1984), Rindell και Sandas (1991), Bates (1991), Nisbet (1992), Rubinstein (1994), Rindell (1995), Finucane (1997), Bakshi,, Cao και Chen (1997), και Nandi (1998).

4. 1. ΜΕΛΕΤΕΣ ΜΕ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ

4. 1. 1. Υπόδειγμα Black και Scholes (1973)

Το 1973 οι F.Black και M. Scholes[24], κατασκεύασαν τον αλγόριθμο αποτίμησης των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων που αποτέλεσε επανάσταση στη χρηματοοικονομική θεωρία. Το υπόδειγμα των B-S βασίζεται στις εξής υποθέσεις :

[24] Black F., and Scholes M., " The Pricing of Options and Corporate Liabilities " **Journal of Political Economy**, 81, (May/June 1973) 637-659.

1. Το βραχυχρόνιο επιτόκιο είναι γνωστό και σταθερό.

2. Ισχύει η υπόθεση της αποτελεσματικής αγοράς (efficient market hypothesis), δηλαδή μηδενικά κόστη συναλλαγών και πλήρης πληροφόρηση.

3. Ο επενδυτής δανείζει ή δανείζεται χωρίς κίνδυνο σε σταθερό επιτόκιο (risk-free rate). Το επιτόκιο υπολογίζεται σε συνεχή βάση $R = e^r$

4. Η τιμή της μετοχής ακολουθεί τη στοχαστική κατανομή ($dS/S = \mu dt + \sigma dz$). Η τιμή της μετοχής ακολουθεί τη λογαριθμική κατανομή, όπου οι συνεχώς ανατοκιζόμενες αποδόσεις της μετοχής, κατανέμονται κανονικά με σταθερό μέσο μ και σταθερή διακύμανση σ ανά μονάδα χρόνου.

5. Η μετοχή δε διανέμει μέρισμα (dividend) σε όλη τη χρονική διάρκεια του δικαιώματος.

6. Το δικαίωμα είναι Ευρωπαϊκού τύπου.

7. Δεν υπάρχει κανένας περιορισμός στις προπωλήσεις (short sales).

Με βάση τις παραπάνω υποθέσεις, οι Black και Scholes κατασκεύασαν ένα πλήρως αντισταθμισμένο χαρτοφυλάκιο (perfectly hedged portfolio), το οποίο εξασφαλίζει σταθερή και ακίνδυνη απόδοση (risk-free rate of interest) ανεξάρτητα από τη διακύμανση της τιμής της μετοχής.[25] Το χαρτοφυλάκιο αποτελείται από την αγορά x αριθμού μετοχών για κάθε ένα δικαίωμα αγοράς που πωλείται και το αντίστροφο. Η διατήρηση της σταθερής απόδοσης του χαρτοφυλακίου, απαιτεί τη συνεχή αναπροσαρμογή των μετοχών και των δικαιωμάτων που περιλαμβάνονται στο χαρτοφυλάκιο.

Οι Black και Scholes χρησιμοποιώντας το θεώρημα του Ito, παρήγαγαν μια μερικώς διαφορική εξίσωση (partial differential equation) για την τιμή του δικαιώματος αγοράς (call option) :

$$dC = \frac{\partial C}{\partial S} + dS + \frac{\partial C}{\partial t} dt + \frac{1}{2} S^2 \sigma^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} dt \qquad (1)$$

[25] Το κέρδος από την κατοχή του δικαιώματος, αντισταθμίζεται από τη ζημία που προκαλεί η διακύμανση της τιμής της μετοχής και το αντίστροφο. Με αυτόν τον τρόπο, η απόδοση του χαρτοφυλακίου παραμένει σταθερή και ανεξάρτητη από τη διακύμανση της τιμής της μετοχής.

Βάσει της παραπάνω εξίσωσης, κατασκευάστηκε ο ακόλουθος αλγόριθμος αποτίμησης για το δικαίωμα αγοράς ευρωπαϊκού τύπου (European call option) :

$$C = SN(d_1) - Xe^{-rt}N(d_2) \qquad (2)$$

όπου :

$$d_1 = \frac{\ln(\frac{S}{X}) + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)t}{\sigma\sqrt{t}} \qquad (3)$$

$$d_2 = \frac{\ln(\frac{S}{X}) + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)t}{\sigma\sqrt{t}} \qquad (4)$$

όπου :

S = τιμή της υποκείμενης μετοχής

X = τιμή εκτέλεσης

C = τιμή του δικαιώματος αγοράς

r = επιτόκιο χωρίς κίνδυνο

t = χρονική διάρκεια μέχρι την ημερομηνία λήξης

σ = μεταβλητότητα, δηλαδή η τυπική απόκλιση της απόδοσης της μετοχής.

N[.] = συνάρτηση της σωρευτικής κανονικής κατανομής (cumulative normal distribution function).

$N(d_1)$ = τιμή της σωρευτικής κανονικής κατανομής στο d_1

$N(d_2)$ = τιμή της σωρευτικής κανονικής κατανομής στο d_2

Ο αλγόριθμος υπολογίζει την τιμή του δικαιώματος αγοράς, ως τη διαφορά μεταξύ της τρέχουσας τιμής της μετοχής και της παρούσας αξίας της τιμής εκτέλεσης. Οι τιμές αυτές, σταθμίζονται με πιθανότητες που αντικατοπτρίζουν την αβεβαιότητα των υπόλοιπων μεταβλητών.

Επισημαίνεται ότι η τιμή του δικαιώματος αγοράς, είναι συνάρτηση πέντε μόνο μεταβλητών (S, X, T, r, σ). Αξιοσημείωτο είναι, ότι η αναμενόμενη απόδοση της μετοχής (expected return), δεν είναι απαραίτητη για τον υπολογισμό της τιμής του δικαιώματος αγοράς. Συνεπώς, ο αλγόριθμος αποτίμησης δεν περιλαμβάνει

μεταβλητές που επηρεάζονται από τις προτιμήσεις των επενδυτών, σχετικά με το ρίσκο που είναι διατεθειμένοι να αναλάβουν.[26]

Στο σημείο αυτό κρίνεται απαραίτητο, να αναφέρουμε την ισότητα που ισχύει μεταξύ των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης Ευρωπαϊκού τύπου. Η σχέση αυτή της ισότητας (put-call parity), δείχνει ότι η τιμή ενός δικαιώματος αγοράς Ευρωπαϊκού τύπου με συγκεκριμένη τιμή εκτέλεσης και ημερομηνία λήξης, μπορεί να εξαχθεί από την τιμή ενός δικαιώματος πώλησης Ευρωπαϊκού τύπου με παρόμοια χαρακτηριστικά, και το αντίστροφο.

Συγκεκριμένα, όταν ο αλγόριθμος του δικαιώματος αγοράς αντικατασταθεί στην ισότητα των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης, τότε προκύπτει ένας ανάλογος αλγόριθμος αποτίμησης της τιμής του δικαιώματος πώλησης :

$$P = Xe^{-rt}N(-d_2)-SN(-d_1) \quad [27] \qquad (5)$$

όπου :

$$d_1 = \frac{\ln(\frac{S}{X})+(r+\frac{1}{2}\sigma^2)t}{\sigma\sqrt{t}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(\frac{S}{X}) + (r-\frac{1}{2}\sigma^2)t}{\sigma\sqrt{t}}$$

$N(-d_1) = 1 - N(d_1)$ $\qquad$ $N(-d_2) = 1 - N(d_2)$.

Ο Merton[28] το 1973, τροποποίησε το υπόδειγμα των B-S ώστε να είναι εφικτή η εισαγωγή μερισμάτων, υπό μορφή σταθερής μερισματικής απόδοσης δ[29] (dividend

---

[26] Συνεπώς μπορεί να υποτεθεί, ότι οι επενδυτές επιδεικνύουν ουδέτερη συμπεριφορά ως προς τον κίνδυνο που αναλαμβάνουν (risk-neutral).

[27] Η αξία του δικαιώματος πώλησης, ενσωματώνει την αξία της χρονικής υπερτίμησης που εμπεριέχεται στο δικαίωμα. Η εσωτερική του αξία είναι μηδέν.

[28] R., Merton, ''Theory of Rational Option Pricing'', **Bell Journal of Economics and Management Science**, 1973, pp. 141-183.

[29] Αναγκαία προϋπόθεση είναι, ότι τα μερίσματα είναι άγνωστα, αλλά πληρώνονται επί συνεχούς βάσης στη διάρκεια ισχύος του δικαιώματος. Ειδικότερα, τα μερίσματα πληρώνονται σε κάθε μονάδα του χρόνου t, ως σταθερό ποσοστό επί της τιμής της μετοχής. Η μερισματική απόδοση (dividend yield) ορίζεται ως $D(S_t,t) = \delta$.

yield). Δεδομένου, ότι το υπόδειγμα υποθέτει συνεχή χρόνο, η ενσωμάτωση μερισμάτων υπό μορφή μετρητών δεν είναι εφικτή. Ο αλγόριθμος αποτίμησης για το δικαίωμα αγοράς Ευρωπαϊκού τύπου με σταθερή μερισματική απόδοση δ ισούται με :

$$C = Se^{-\delta t} N(d_1) - Xe^{-rt} N(d_2) \qquad (6)$$

όπου :

$$d_1 = \frac{\ln(\frac{S}{X}) + (r - \delta)t}{\sigma\sqrt{t}} + \frac{1}{2}\sigma\sqrt{t}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

Κατά τον ίδιο τρόπο, ο αλγόριθμος αποτίμησης για το δικαίωμα πώλησης Ευρωπαϊκού τύπου με σταθερή μερισματική απόδοση δ ισούται με :

$$P = Xe^{-rt} N(-d_2) - Se^{-\delta t} N(-d_1) \qquad (7)$$

4. 1. 2. Merton (1973) [30]

Ο Merton, μετατρέποντας το υπόδειγμα των Black και Scholes (1973), απέδειξε με μαθηματικό τρόπο ότι σε περίπτωση μη πληρωμής μερίσματος, τα δικαιώματα αγοράς Ευρωπαϊκού και Αμερικανικού τύπου έχουν την ίδια αξία, δεδομένου ότι τα δικαιώματα Αμερικανικού τύπου δεν είναι ορθολογικό να εκτελούνται πριν απο την ημερομηνία λήξης τους. Υποστήριξε ότι, σε περίπτωση διανομής μερίσματος, η καλύτερη χρονική στιγμή για πρόωρη εκτέλεση του δικαιώματος αγοράς Αμερικανικού τύπου, είναι αμέσως πριν απο την ημέρα αποκοπής του δικαιώματος επί του μερίσματος (ex-dividend date). Επίσης, κατέληξε στο αξίωμα, ότι η αξία ενός δικαιώματος αγοράς Αμερικανικού τύπου εφόσον αυτό εκτελεσθεί πριν από την ημερομηνία λήξης του, είναι πάντα μικρότερη από την αξία που θα είχε εάν παρέμενε ανεκτέλεστο. Όπως χαρακτηριστικά αναφέρεται, ''ένα δικαίωμα αγοράς Αμερικανικού τύπου αξίζει περισσότερο ζωντανό (ανεκτέλεστο) παρά νεκρό (εκτελεσμένο)''.

---

[30] Merton, R.C., 1973, ''Theory of Rational Option Pricing'', **Bell Journal of Economics and Management Science**, 1973, pp.141-183.

Αντίθετα με το δικαίωμα αγοράς Αμερικανικού τύπου, ο Merton υποστηρίζει ότι, το δικαίωμα πώλησης Αμερικανικού τύπου, αξίζει πάντα πιο πολύ από το αντίστοιχο δικαίωμα Ευρωπαϊκού τύπου, δεδομένου ότι σε πολλές περιπτώσεις η πρόωρη εκτέλεση του αποτελεί ορθολογική απόφαση. Για παράδειγμα, η μείωση της τιμής της μετοχής σε πολύ χαμηλά επίπεδα και η μικρή πιθανότητα αύξησής της, καθιστούν για τον κάτοχο του δικαιώματος πώλησης επικερδή την πρόωρη εκτέλεση του δικαιώματος. Με αυτόν τον τρόπο, ο κάτοχος του δικαιώματος κερδίζει τον τόκο της τιμής εκτέλεσης, για το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ της πρόωρης εκτέλεσης και της κανονικής λήξης του δικαιώματος ($Xe^{r(T-t)}$). Ο Merton συμπέρανε, ότι η εφαρμογή του υποδείγματος των Black και Scholes για την αποτίμηση δικαιωμάτων πώλησης Αμερικανικού τύπου δεν είναι αποτελεσματική, δεδομένου ότι υπάρχει σημαντική πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης.

4. 1. 3. Roll (1977) [31]

Ο Roll εξέτασε την αποτίμηση των δικαιωμάτων αγοράς Αμερικανικού, τύπου σε μετοχές που διένειμαν γνωστό ποσό μερίσματος. Ο Roll έθεσε ως t, το χρόνο μέχρι την ημέρα αποκοπής του μερίσματος, D, το γνωστό ποσό του μερίσματος, a, τη γνωστή μείωση της τιμής της μετοχής την ημέρα αποκοπής του μερίσματος, και S_t^*, την τιμή της μετοχής μετά την αποκοπή του μερίσματος. Τέλος, υπέθεσε ότι δεν καταβάλλονται άλλα μερίσματα ως τη λήξη του δικαιώματος.

Ο Roll αρχικά, εξέτασε την περίπτωση της μη πρόωρης εκτέλεσης του δικαιώματος αγοράς Αμερικανικού τύπου. Διαπίστωσε, ότι την ημέρα αποκοπής του μερίσματος, το ανεκτέλεστο δικαίωμα αγοράς Αμερικανικού τύπου, έχει την ίδια αξία με το αντίστοιχο δικαίωμα Ευρωπαϊκού τύπου, δεδομένου ότι μέχρι τη λήξη του δεν υπάρχει άλλη πληρωμή μερίσματος. Συνεπώς, η αποτίμηση του είναι εφικτή μέσω του υποδείγματος των Black και Scholes. Σε περίπτωση πρόωρης εκτέλεσης, ακριβώς πριν από την ημέρα αποκοπής του μερίσματος, η αξία του δικαιώματος αγοράς Αμερικανικού τύπου ισούται με : $S_t + aD - X$.

Ο Roll (σελ 254), κατέληξε στο συμπέρασμα, ότι ένα ''απροστάτευτο'' (unprotected)[32] δικαίωμα αγοράς Αμερικανικού τύπου, σε μετοχή που διανέμει μόνο

[31] Roll, R., 1977, ''An Analytic Valuation Formula for Unprotected American Call Options on Stocks with Known Dividends'', **Journal of Financial Economics** (1977), pp. 251-258.

ένα μέρισμα μέχρι τη λήξη του δικαιώματος, ισούται με ένα χαρτοφυλάκιο που αποτελείται από τρία δικαιώματα Ευρωπαϊκού τύπου. Αναλυτικότερα, ένα απροστάτευτο δικαίωμα αγοράς Αμερικανικού τύπου, ισούται με :

1. C_a, ένα δικαίωμα αγοράς Ευρωπαϊκού τύπου με τιμή εκτέλεσης X και χρονική διάρκεια T, **συν**

2. C_b, ένα δικαίωμα αγοράς Ευρωπαϊκού τύπου με τιμή εκτέλεσης S_t^*+aD και χρονική διάρκεια t - e, **μείον**

3. C_c, ένα δικαίωμα αγοράς Ευρωπαϊκού τύπου επί του δικαιώματος C_a, με χρονική διάρκεια t - e και τιμή εκτέλεσης S_t^*+aD - X.

Μετά την ημέρα αποκοπής του μερίσματος, οι χρηματοροές και η καθαρή θέση για τον κάτοχο του δικαιώματος αγοράς Αμερικανικού τύπου, παρουσιάζεται στον Πίνακα 4.1. Σε περίπτωση που η τιμή της μετοχής μετά την ημέρα αποκοπής του μερίσματος είναι μεγαλύτερη από S_t^*, τα δικαιώματα C_b και C_c εκτελούνται, με αποτέλεσμα ο κάτοχος τους, να έχει χρηματοροή σε μετρητά και καμία ανοικτή θέση σε δικαιώματα. Αντίθετα, εάν η τιμή της μετοχής μετά την ημέρα αποκοπής του μερίσματος είναι μικρότερη από S_t^*, τα δικαιώματα C_b και C_c λήγουν ανεκτέλεστα ενώ το δικαίωμα C_a παραμένει ανοικτό. Σε αυτήν την περίπτωση, δεν υπάρχει χρηματοροή σε μετρητά, αλλά κατοχή ενός δικαιώματος Ευρωπαϊκού τύπου $C_t(S_t, X, T-t)$. Το συμπέρασμα στο οποίο κατέληξε ο Roll είναι, ότι ένα δικαίωμα αγοράς Αμερικανικού τύπου δύναται να αποτιμηθεί ως ένα χαρτοφυλάκιο τριών δικαιωμάτων Ευρωπαϊκού τύπου.

4. 1. 4. Brennan και Schwartz (1978) [33]

Μία αρκετά διαδεδομένη μέθοδος αποτίμησης των δικαιωμάτων, είναι η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών (finite difference method). Οι Brennan και Schwartz, ήταν οι πρώτοι που εισήγαν τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών, στην

---

[32] Ένα δικαίωμα ονομάζεται ''απροστάτευτο'' όταν δεν προστατεύει τον κάτοχο του, από πιθανή καταβολή μερισμάτων, δηλαδή μείωση της τιμής εκτέλεσης κατά αναλογία και ως συνέπεια της μερισματικής διανομής.

[33] Brennan, M.J. and E.S. Schwartz, 1978, ''Finite Difference Methods and Jump Processes Arising in the Pricing of Contingent Claims: A Synthesis'', **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, September 1978, pp. 461-474.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4. 1.

ΧΡΗΜΑΤΟΡΟΕΣ ΚΑΙ ΚΑΘΑΡΗ ΘΕΣΗ ΤΟΥ ΚΑΤΟΧΟΥ ΕΝΟΣ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΟΣ ΑΓΟΡΑΣ ΑΜΕΡΙΚΑΝΙΚΟΥ ΤΥΠΟΥ

όταν $S_t > S_t^*$		όταν $S_t \leq S_t^*$	
οι χρηματοροές είναι		διάρθρωση του χαρτοφυλακίου	
από	1) 0	από	1) Δικαίωμα σε ισχύ
	2) $S_t + aD - S_t^* - aD$		2) το δικαίωμα έληξε
	3) $S_t^* + aD - X$		3) το δικαίωμα έληξε
Σύνολο	$S_t + aD - X$ σε μετρητά		$C_t(S_t, X, T-t)$ Ευρωπαϊκού τύπου

αποτίμηση των δικαιωμάτων. Μετατρέποντας τη διαφορική εξίσωση των Black και Scholes στη λογαριθμική της μορφή, παρήγαν μία διαφορική εξίσωση με σταθερούς συντελεστές, απλοποιώντας σε μεγάλο βαθμό τους μαθηματικούς υπολογισμούς. Στη συνέχεια, αντικατέστησαν τις μερικές παραγώγους της διαφορικής συνάρτησης σε πεπερασμένες διαφορές. Η αντικατάσταση αυτή επιτεύχθηκε, ορίζοντας τις μεταβλητές της τιμής της μετοχής (S) και του χρόνου (t) ως εξής :

$$S = j\Delta S \quad \text{και} \quad t = i\Delta t$$

$$i = 1, 2, \ldots\ldots, n \quad \text{και} \; j = 1, 2, 3, \ldots\ldots, m.$$

όπου ΔS και Δt αποτελούν απειροελάχιστες μεταβολές της τιμής της μετοχής και του χρόνου αντίστοιχα. Με άλλα λόγια, οι μερικές παράγωγοι της διαφορικής εξίσωσης των Black και Scholes, προσεγγίζονται από τις διακριτές εκτιμήσεις των μεταβολών στην αξία του δικαιώματος, που προκαλούνται από μεταβολές στις μεταβλητές του χρόνου και της τιμής της μετοχής. Με αυτόν τον τρόπο, οι Brennan και Schwartz κατασκεύασαν μία εξίσωση διαφορών που αποτελείται από τρεις επί μέρους εξισώσεις, οι οποίες επιλύονται επαναληπτικά.

Υποθέτοντας, ότι ο λογάριθμος της τιμής της μετοχής[34] ακολουθεί κατανομή με ''άλματα'' (jump process), διαπίστωσαν, ότι η αναμενόμενη τιμή του δικαιώματος σε κάθε χρονική στιγμή t+Δt, μπορεί να λάβει τρεις διαφορετικές τιμές (trinomial tree approach)[35]. Αναγνωρίζοντας, ότι οι συντελεστές της διαφορικής εξίσωσης αντιστοιχούν στις πιθανότητες της κατανομής με ''άλματα'', οι Brennan και Schwartz κατέληξαν στο σημαντικό συμπέρασμα, ότι η προσέγγιση της διαφορικής

---

[34] Η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών, απαιτεί τη χρήση του λογάριθμου της τιμής της μετοχής (LnS), διότι όταν η μεταβλητότητα είναι σταθερή, η στιγμιαία τυπική απόκλιση του λογάριθμου είναι επίσης σταθερή. Δηλαδή, η τυπική απόκλιση των μεταβολών του λογάριθμου σε κάθε χρονικό διάστημα Δt, είναι ανεξάρτητη από τις μεταβολές του χρόνου και της τιμής της μετοχής.

[35] Οι Brennan και Schwartz, εφάρμοσαν τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών και με δεύτερο πολυπλοκότερο τρόπο (impicit finite difference). Υποθέτοντας, ότι η αναμενόμενη τιμή του δικαιώματος σε κάθε χρονική στιγμή t+Δt, μπορεί να λάβει άπειρες διαφορετικές τιμές (multinomial tree approach), κατέληξαν σε παρόμοια συμπεράσματα με αυτά του πρώτου τρόπου εφαρμογής της μεθόδου.

εξίσωσης των Black και Scholes από την εξίσωση των πεπερασμένων διαφορών ισοδυναμεί με την προσέγγιση της στοχαστικής κατανομής από την κατανομή με ''άλματα''.

4. 1. 5. Cox, Ross and Rubinstein (1979) [36].

Το διώνυμο υπόδειγμα αποτίμησης δικαιωμάτων (binomial option pricing formula) των Cox, Ross και Rubinstein, βασίζεται στην υπόθεση περί αποτελεσματικότητας της αγοράς (efficient market hypothesis), δηλαδή υποθέτει ότι οι τιμές των δικαιωμάτων αποτιμούνται έτσι, ώστε δεν υπάρχει καμία πιθανότητα αποκόμισης κερδών χωρίς ανάληψη κινδύνου (riskless arbitrage profits). Οι βασικές υποθέσεις του διώνυμου υποδείγματος είναι οι εξής :

1. Το επιτόκιο R είναι σταθερό, όπου R = 1+r, u > R > d.
2. Δεν υπάρχουν φόροι ή προμήθειες.
3. Επιτρέπεται η προπώληση αξιογράφων (short selling).
4. Η διάρκεια του δικαιώματος αφορά μόνο μία χρονική περίοδο.
5. Η τιμή της μετοχής συμπεριφέρεται ως τυχαία μεταβλητή υπό συνθήκες αβεβαιότητας. Η τιμή της μετοχής ακολουθεί πολλαπλασιαστική διώνυμη κατανομή (multiplicative binomial process) κατά διακριτά χρονικά διαστήματα, με τα εξής χαρακτηριστικά :

S = η τρέχουσα τιμή της μετοχής (χρονική περίοδος 0).

q = η πιθανότητα ανατίμησης της τιμής της μετοχής τη χρονική περίοδο 1.

rf = το επιτόκιο ακίνδυνου δανεισμού (risk-free rate).

u = 1 συν το ποσοστό ανατίμησης της τιμής της μετοχής, τη χρονική περίοδο 1, u > 1.

d = 1 μείον το ποσοστό υποτίμησης της τιμής της μετοχής, τη χρονική περίοδο 1, 0 < d < 1.

Δεδομένου ότι το διώνυμο υπόδειγμα υποθέτει διακριτό χρόνο (discrete time), η τιμή της μετοχής ακολουθεί τη στοχαστική κατανομή Markov, σύμφωνα με την οποία η τιμή της μετοχής τη χρονική στιγμή t+1, εξαρτάται μόνο από την τιμή

---

[36] John Cox, Stephen Ross, and Mark Rubinstein, '' Option Pricing : A Simplified Approach '', **Journal of Financial Economics**, 7 (September 1979), pp. 229-263.

της τη χρονική στιγμή t. Αναλυτικότερα, βάση της διώνυμης κατανομής (που συγκλίνει σε λογαριθμική), η τιμή της μετοχής τη χρονική στιγμή t+1 είναι : uS ή dS με αντίστοιχη πιθανότητα q και (1-q) κατά την περίοδο 1, όπως απεικονίζεται στο Διάγραμμα 4. 1.

Έστω ότι, C είναι η τρέχουσα τιμή του δικαιώματος αγοράς (περίοδος 0), C_u είναι η τιμή του δικαιώματος την περίοδο 1, όταν η τιμή της μετοχής ισούται με uS, και C_d είναι η τιμή του δικαιώματος την περίοδο 1, όταν η τιμή της μετοχής ισούται με dS. Η τιμή του δικαιώματος αγοράς τη χρονική περίοδο 1, παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 4.2. Το ζητούμενο είναι, ο προσδιορισμός της τιμής του δικαιώματος C στη χρονική περίοδο 0.

Στο άρθρο τους οι Cox, Ross και Rubinstein (1979)[37], υπολόγισαν την τιμή ισορροπίας του δικαιώματος αγοράς, κατασκευάζοντας ένα χαρτοφυλάκιο με πλήρη αντιστάθμιση κινδύνου (perfectly hedged portfolio). Το αντισταθμισμένο χαρτοφυλάκιο περιλαμβάνει Δ αριθμό μετοχών και χρηματικό ποσό ίσο με B το οποίο επενδύεται σε ακίνδυνα ομόλογα (riskless bonds). Για τη διατήρηση του ακίνδυνου χαρτοφυλακίου, ο αριθμός των δικαιωμάτων αγοράς πρέπει να διατηρείται σταθερός, ενώ οι αναγκαίες προσαρμογές πρέπει να γίνονται μέσω αγορών και πωλήσεων μετοχών και ομολόγων. Συνεπώς, το κόστος του χαρτοφυλακίου τη χρονική περίοδο 0 ισούται με ΔS + B. Στη χρονική περίοδο 1, η αξία του χαρτοφυλακίου απεικονίζεται στο Διάγραμμα 4. 3.

Υποθέτοντας ότι η τιμή του δικαιώματος αγοράς τη χρονική περίοδο 1 ισούται με την αξία του χαρτοφυλακίου, οι C.R.R δημιούργησαν τις παρακάτω εξισώσεις τις οποίες έλυσαν ως προς Δ και B :

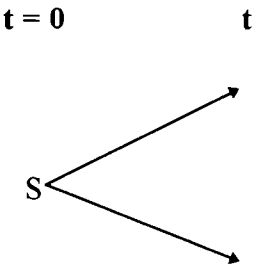
$$\Delta uS + rB = C_u$$
$$\Delta dS + rB = C_d$$

$$\Delta = \frac{Cu - Cd}{(u-d)S}, \qquad B = \frac{uCd - dCu}{(u-d)r} \qquad (8)$$

[37] John Cox, Stephen Ross, and Mark Rubinstein, " Option Pricing : A Simplified Approach ", **Journal of Financial Economics**, 7 (September 1979), page 233.

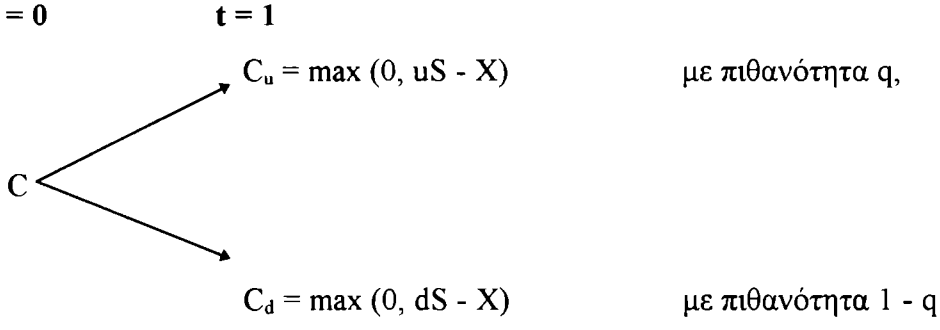
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4. 1.

ΤΙΜΗ ΤΗΣ ΜΕΤΟΧΗΣ ΒΑΣΕΙ ΤΗΣ ΔΙΩΝΥΜΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ.



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4. 2.

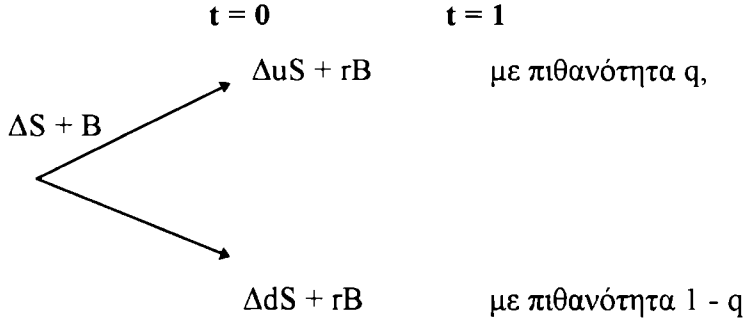
ΤΙΜΗ ΤΟΥ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΟΣ ΑΓΟΡΑΣ ΒΑΣΕΙ ΤΗΣ ΔΙΩΝΥΜΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4. 3.

ΑΞΙΑ ΤΟΥ ΑΚΙΝΔΥΝΟΥ ΧΑΡΟΦΥΛΑΚΙΟΥ ΒΑΣΕΙ

ΤΗΣ ΔΙΩΝΥΜΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ



Προκειμένου να μην υπάρχει δυνατότητα αποκόμισης κερδών χωρίς κίνδυνο (no riskless arbitrage opportunity), η τιμή του δικαιώματος αγοράς τη χρονική περίοδο 0 πρέπει να ισούται με την αξία του χαρτοφυλακίου, δηλαδή :

$$C=\Delta S+B$$

όπου αντικαθιστώντας τις τιμές των Δ και B από τη (8) λαμβάνουμε :

$$=\frac{Cu-Cd}{u-d}+\frac{uCd-dCu}{(u-d)r}$$

$$=\left[\left(\frac{r-d}{u-d}\right)Cu+\left(\frac{u-r}{u-d}\right)Cd\right]/r \qquad (9)$$

εάν αυτή η τιμή είναι μεγαλύτερη από S - X, αλλιώς C = S - X.

Η εξίσωση (10) απλοποιείται ορίζοντας : $p = \frac{r-d}{u-d}$, $1-p = \frac{u-r}{u-d}$,

και η τιμή του δικαιώματος αγοράς ισούται με :

$$C = [p\ Cu + (1-p)\ Cd] / r \qquad (10)$$

Αντίστοιχα, η τιμή του δικαιώματος πώλησης βάσει του διώνυμου υποδείγματος αποτίμησης ισούται με :

$$P = [\ p^*P_u + (1-p)^*P_d] / r\ ,\ \text{εάν } P > X - S \qquad (11)$$

ή

$$P = X - S \quad \text{σε κάθε άλλη περίπτωση.}$$

Βάσει των εξισώσεων (10) και (11), διαπιστώνεται ότι τόσο η τιμή του δικαιώματος αγοράς, όσο και η τιμή του δικαιώματος πώλησης, ισούται με το

σταθμικό μέσο όρο (weighted average) όλων των πιθανών τιμών της μετοχής στο τέλος του δικαιώματος. Με άλλα λόγια, το διώνυμο υπόδειγμα αποτίμησης υπολογίζει την τιμή του δικαιώματος, χρησιμοποιώντας συντελεστές στάθμισης οι οποίοι βασίζονται σε κριτήρια ισορροπίας (non-arbitrage criteria).

Επεκτείνοντας το υπόδειγμα σε περισσότερες από μια χρονικές περιόδους, διαμορφώνεται ένα διώνυμο δέντρο (binomial tree) το οποίο περιλαμβάνει όλες τις πιθανές τιμές της μετοχής για κάθε χρονική περίοδο. Με n χρονικές περιόδους, το διώνυμο δέντρο περιλαμβάνει n+1 πιθανές τιμές της μετοχής και ισάριθμες τιμές του δικαιώματος. Αρχικά, υπολογίζονται n+1 τιμές της μετοχής στη λήξη του δικαιώματος και βάση αυτών, υπολογίζονται ισάριθμες τιμές του δικαιώματος. Στη συνέχεια, ξεκινώντας από την τελευταία χρονική περίοδο και δουλεύοντας προς τα πίσω (backwards), υπολογίζονται οι τιμές της μετοχής και οι τιμές του δικαιώματος για κάθε μία χρονική περίοδο ξεχωριστά. Επαναλαμβάνοντας αυτήν τη διαδικασία, υπολογίζεται η τρέχουσα τιμή του δικαιώματος (περίοδος 0).

Έστω, n ο αριθμός των χρονικών περιόδων και j ο αριθμός των ανοδικών διακυμάνσεων της τιμής της μετοχής (j = 0,1,2,....n), τότε ο αλγόριθμος αποτίμησης του δικαιώματος αγοράς είναι :

$$C = \left[\sum_{j=0}^{n} \left(\frac{n!}{j!(n-j)!} \right) p^j (1-p)^{n-j} \max[0, u^j d^{n-j} S - X] \right] / r^n$$

4. 1. 5. 1. Επέκταση του διώνυμου υποδείγματος σε συνεχή χρόνο.

Δεδομένου, ότι το διώνυμο υπόδειγμα υποθέτει χρονική περίοδο διακριτού χρόνου (discrete time), η επέκτασή του σε συνεχή χρόνο (continuous time) είναι εφικτή. Δηλαδή, η χρονική περίοδος που χρησιμοποιείται στο υπόδειγμα, μπορεί να προσαρμοστεί σε οποιαδήποτε χρονική διάρκεια (έτος, μήνα, εβδομάδα, μέρα, ώρα, λεπτό, ακόμα και στιγμή). Μέσω αυτής της επέκτασης, το υπόδειγμα ικανοποιεί τόσο τη συνεχή λειτουργία της αγοράς παραγώγων, όσο και την πιθανότητα η τιμή της μετοχής να μεταβληθεί άπειρες φορές μέσα σε μια μέρα.

Ωστόσο, η επέκταση του υποδείγματος σε συνεχή χρόνο απαιτεί την προσαρμογή ορισμένων μεταβλητών, ώστε να είναι πολύ μικρή η πιθανότητα υψηλού εύρους διακύμανσης της τιμής της μετοχής, σε μικρό χρονικό διάστημα. Για

παράδειγμα, τα ποσοστά ανατίμησης και υποτίμησης της μετοχής (u και d αντίστοιχα) που ισχύουν για χρονική περίοδο μίας ημέρας, πρέπει να διαφέρουν από τα αντίστοιχα ποσοστά που ισχύουν για χρονική περίοδο ενός λεπτού.

Έστω, t η χρονική διάρκεια του δικαιώματος, h ο χρόνος που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών διακυμάνσεων της τιμής της μετοχής και n ο αριθμός των περιόδων διάρκειας h πριν από τη λήξη του δικαιώματος. Δηλαδή :

$$h = t / n$$

και δεδομένου ότι η διαπραγμάτευση στις αγορές δικαιωμάτων είναι συνεχής, $h \to 0$ ή $n \to \infty$. Συνεπώς, η επιλογή των ποσοστών u και d πρέπει να είναι τέτοια, ώστε καθώς $n \to \infty$, η τιμή της μετοχής να ακολουθεί τη συνεχή στοχαστική κατανομή[38].

Οι Cox, Ross και Rubinstein (1979), προκειμένου να εκφράσουν το ανατοκιζόμενο ποσοστό απόδοσης της μετοχής σε συνεχή χρόνο, χρησιμοποίησαν τους φυσικούς λογάριθμους των ποσοστών u και d. Δηλαδή, σε κάθε χρονική περίοδο το πιθανό ποσοστό ανατίμησης της τιμής της μετοχής είναι logu με πιθανότητα q, και το πιθανό ποσοστό υποτίμησης της τιμής της μετοχής είναι logd με πιθανότητα 1-q. Αναγκαίες συνθήκες για την αξιοπιστία του διώνυμου υποδείγματος, με την υπόθεση του συνεχούς χρόνου, είναι οι εξής :

$$[q \log (u/d) + \log d]\, n \to \mu t$$
$$q(1-q)\, [\log (u/d)]^2 n \to \sigma^2 t \qquad \text{όταν} \quad n \to \infty$$

δηλαδή ο μέσος και η διακύμανση του ανατοκιζόμενου ποσοστού απόδοσης της μετοχής, πρέπει να ισούται με το μέσο και τη διακύμανση της πραγματικής τιμής, καθώς το n τείνει στο άπειρο (μt και $\sigma^2 t$ οι πραγματικές τιμές του μέσου και της διακύμανσης αντίστοιχα). Βάση του παραπάνω συλλογισμού, οι Cox, Ross και Rubinstein επέλεξαν τις μεταβλητές u, d, R και p ως ακολούθως :

$$u = e^{\sigma\sqrt{t/n}}, \qquad d = e^{-\sigma\sqrt{t/n}} = 1/u, \qquad R = e^{r\Delta t}, \qquad p = \frac{R-d}{u-d}$$

[38] Ακολουθώντας τη συνεχή στοχαστική κατανομή, η τιμή της μετοχής διακυμαίνεται συνεχώς αλλά σε μικρό χρονικό διάστημα αντιστοιχεί και μικρό ποσοστό διακύμανσης.

ώστε να ικανοποιείται η υπόθεση περί συνεχούς χρόνου.

Χρησιμοποιώντας το κεντρικό οριακό θεώρημα (central limit theorem), οι Cox, Ross και Rubinstein απέδειξαν ότι η μεταβλητή $\log(S_1/S_0)$ ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέσο μt και διακύμανση $\sigma^2 t$. Δεδομένου, ότι η τυχαία μεταβλητή $\log(S_1/S_0)$ ακολουθεί την κανονική κατανομή, εξ΄ ορισμού, η μεταβλητή S_1/S_0 ακολουθεί τη λογαριθμική κατανομή. Συνεπώς, η διακύμανση της τιμής της μετοχής σε μία από τις δύο πιθανές τιμές της (uS, dS) κατά τη χρονική στιγμή t_1, δεν επηρεάζεται από την αντίστοιχη τιμή της κατά τη χρονική στιγμή t_0. Επιπρόσθετα, η μεταβλητή $\log(S_1/S_0)$ παρουσιάζει συμμετρία, ενώ η μεταβλητή S_1/S_0, παρουσιάζει κλίση προς τα δεξιά, με αποτέλεσμα η πιθανότητα να λαμβάνει αρνητικές τιμές να είναι μηδενική, $(S_1/S_0 \leq 0)$.

Το συμπέρασμα της μελέτης τους είναι ότι, το διώνυμο υπόδειγμα συγκλίνει στο υπόδειγμα των B-S, αφού προηγουμένως απέδειξαν ότι το διώνυμο υπόδειγμα περιλαμβάνει τη λογαριθμική κατανομή ως οριακή περίπτωση και ικανοποιεί τη συνθήκη της συνεχούς λειτουργίας της αγοράς.

Το συμπέρασμα αυτό επιβεβαιώθηκε με εμπειρικές έρευνες, σύμφωνα με τις οποίες τα δύο υποδείγματα συγκλίνουν. Επιπρόσθετα, οι εμπειρικές έρευνες κατέδειξαν ότι το διώνυμο υπόδειγμα εξάγει πιο ακριβή αποτελέσματα συγκριτικά με το υπόδειγμα των B-S, δεδομένου ότι αφενός, δεν υποθέτει αμετάβλητο προεξοφλητικό επιτόκιο και αφετέρου, δε θέτει περιορισμούς στην επιλογή της χρονικής περιόδου καθώς εφαρμόζεται τόσο σε διακριτό όσο και σε συνεχή χρόνο.

4. 1. 5. 2. Εισαγωγή μερισμάτων στο διώνυμο υπόδειγμα

Σε περίπτωση που η μετοχή διανέμει μέρισμα, η τιμή της μετοχής μειώνεται κατά το ποσό του μερίσματος. Έστω, ότι υπάρχει μόνο μία χρονική περίοδος μέχρι τη λήξη του δικαιώματος, η οποία συμπίπτει με την ημερομηνία αποκοπής του μερίσματος. Σε αυτή την περίπτωση, ο κάτοχος της μετοχής κατά τη διάρκεια του δικαιώματος, εισπράττει μέρισμα ίσο με δuS ή δdS. Η τιμή της μετοχής στο τέλος της περιόδου, ισούται με $u(1-\delta)^{\nu}S$ ή $d(1-\delta)^{\nu}S$, όπου $\nu = 1$, όταν η χρονική διάρκεια του δικαιώματος συμπίπτει με την ημερομηνία αποκοπής του μερίσματος, και $\nu = 0$ σε κάθε άλλη περίπτωση. Αναγκαία υπόθεση είναι ότι δ και ν είναι γνωστές μεταβλητές. Συνεπώς, υπάρχουν δύο πιθανές τιμές για το δικαίωμα αγοράς και

πώλησης αντίστοιχα, την ημέρα αποκοπής του μερίσματος όπως απεικονίζεται και στο Διάγραμμα 4.4.

Η πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης ενός δικαιώματος πώλησης Αμερικανικού τύπου αυξάνεται, όσο μειώνεται το ποσό του μερίσματος και όσο αυξάνεται το επιτόκιο και η τιμή εκτέλεσης. Η πρόωρη εκτέλεση αποτελεί ορθολογική απόφαση, σε περίπτωση που το δικαίωμα πώλησης διαπραγματεύεται αρκετά πάνω από το χρηματικό του ισοδύναμο (deep in-the-money) και τα επιτόκια είναι υψηλά. Αντίθετα με το δικαίωμα αγοράς Αμερικανικού τύπου, η πληρωμή μερισμάτων, μειώνει την πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης του δικαιώματος πώλησης Αμερικανικού τύπου. Αυτό συμβαίνει διότι ο κάτοχος του δικαιώματος πώλησης, έχει συμφέρον να μην εκτελέσει το δικαίωμα του, δεδομένου ότι η τιμή της μετοχής μειώνεται την ημέρα αποκοπής του μερίσματος.

4. 1. 6. Geske (1979) [39]

Ο Geske χρησιμοποιώντας παρόμοιους ορισμούς και υποθέσεις με του Roll, απλοποίησε τον αλγόριθμο του Roll και δημιούργησε μια μέθοδο αποτίμησης, που είναι εφαρμόσιμη και στην περίπτωση που καταβάλλονται περισσότερα από ένα μερίσματα.

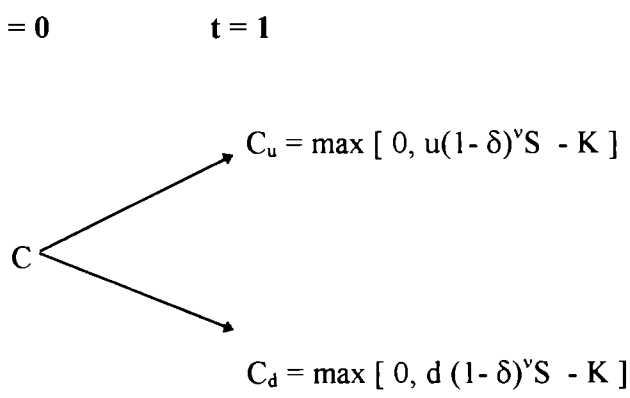
Ο Geske υποστηρίζει το θεώρημα που διατύπωσε ο Roll, σύμφωνα με το οποίο την ημέρα αποκοπής του μερίσματος, ένα ανεκτέλεστο δικαίωμα αγοράς Αμερικανικού τύπου σε μετοχή με μια γνωστή πληρωμή μερίσματος πριν από τη λήξη του, έχει την ίδια αξία με το αντίστοιχο δικαίωμα Ευρωπαϊκού τύπου, δεδομένου ότι δεν υπολείπεται προς πληρωμή κανένα άλλο μέρισμα. Σε περίπτωση πρόωρης εκτέλεσης, η αξία του δικαιώματος ισούται με $S_t + aD - X$. Συνεπώς, την ημέρα αποκοπής του μερίσματος σύμφωνα με τον Geske, τα όρια της τιμής του δικαιώματος αγοράς καθορίζονται από τις εξής συνθήκες :

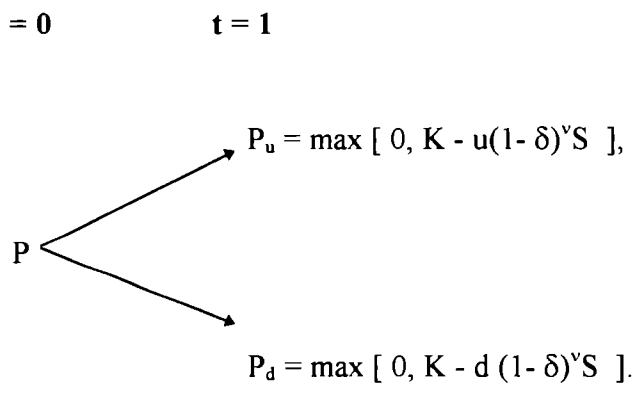
όταν $S_t > S_t^*$	το δικαίωμα αγοράς εκτελείται	$S_t + aD - X$
όταν $S_t \leq S_t^*$	το δικαίωμα αγοράς παραμένει ανεκτέλεστο	C_t

[39] Geske, R., 1979, ''A Note on an Analytical Valuation Formula for Unprotected American Call Options on Stock with Known Dividends'', **Journal of Financial Economics**, 1979, pp. 375-380.

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4. 4.

ΤΙΜΕΣ ΤΩΝ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΩΝ ΑΓΟΡΑΣ ΚΑΙ ΠΩΛΗΣΗΣ ΒΑΣΕΙ ΤΗΣ ΔΙΩΝΥΜΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΣΕ ΜΕΤΟΧΗ ΠΟΥ ΔΙΑΝΕΜΕΙ ΜΕΡΙΣΜΑ





Τέλος, ο Geske ανακάλυψε, ότι το δικαίωμα αγοράς Αμερικανικού τύπου αποτελεί δικαίωμα επί δικαιώματος (option on an option ή compound option). Χρησιμοποιώντας αποτελέσματα προηγούμενης μελέτης του[40], κατασκεύασε έναν αλγόριθμο ικανό να αποτιμά δικαιώματα και στην περίπτωση διανομής περισσοτέρων του ενός μερισμάτων.

4. 1. 7. Whaley (1981) [41]

Ο Whaley, διαπίστωσε λάθη στους αλγόριθμους αποτίμησης τόσο του Roll όσο και του Geske. Κατά τον Whaley, η τιμή εκτέλεσης του δεύτερου δικαιώματος στο χαρτοφυλάκιο του Roll, ισούται με S_t^* (και όχι με $S_t^* + aD$). Προκειμένου, να διορθώσει το λάθος του Roll, αντικατέστησε το άθροισμα $S_t + aD$ με την τιμή P_t, όπου P είναι η αθροιστική τιμή της μετοχής μετά την πληρωμή των μερισμάτων (cumulative dividend stock price). Σημειώνεται ότι $S_t = P_t - aDe^{r(t-\tau)}$, $\forall\ \tau < t$ και $S_t = P_t$, $\forall\ t \leq \tau \leq T$, όπου t η ημέρα αποκοπής του μερίσματος.

Στην περίπτωση αυτή, την ημέρα αποκοπής του μερίσματος ο κάτοχος του δικαιώματος εισπράττει :

$$\begin{aligned} P_t - S_t^* - aD \quad & \text{όταν } P_t > S_t^* + aD, \\ 0 \quad & \text{όταν } P_t \leq S_t^* + aD \end{aligned}$$

και θέτοντας όπου $S_t = P_t - aD$ ισχύει :

$$\begin{aligned} S_t - S_t^* \quad & \text{όταν } S_t > S_t^* \\ 0 \quad & \text{όταν } S_t \leq S_t^* \end{aligned}$$

Με αυτόν τον τρόπο, ο Whaley διόρθωσε το λάθος του Roll και παρήγε έναν απλούστερο αλγόριθμο αποτίμησης.

---

[40] Geske, R., 1979, ''The Valuation of Compound Options'', **Journal of Financial Economics** (1979), pp. 63-81.

[41] Whaley, R.E., 1981, ''On the Valuation of American Call Options on Stocks with Known Dividends'', **Journal of Financial Economics**, 1981, pp. 207-211.

Αναφορικά με την πρόωρη εκτέλεση του δικαιώματος αγοράς Αμερικανικού τύπου, και οι τρεις μελέτες (Roll, Geske, Whaley) καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι, η πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης αυξάνεται :

1. όσο μεγαλύτερο είναι το μέρισμα που διανέμεται,
2. όσο μεγαλύτερη είναι η αναλογία της τιμής της μετοχής προς την τιμή εκτέλεσης S/X, δηλαδή όταν το δικαίωμα αγοράς διαπραγματεύεται πολύ πάνω από το χρηματικό του ισοδύναμο (depth in-the-money),
3. όσο μικρότερο είναι το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ της ημέρας αποκοπής του μερίσματος και της λήξης του δικαιώματος.

4. 1. 8. Johnson (1983) [42]

Ο Johnson, εξέτασε την αποτίμηση των δικαιωμάτων πώλησης Αμερικανικού τύπου σε μετοχές που δε διανέμουν μέρισμα. Η μεθοδολογία του Johnson, συνίσταται στον καθορισμό ανώτατης και κατώτατης τιμής στην αξία του δικαιώματος πώλησης. Συγκεκριμένα παρατήρησε, ότι ενώ το δικαίωμα πώλησης Αμερικανικού τύπου αξίζει περισσότερο από το αντίστοιχο δικαίωμα Ευρωπαϊκού τύπου, το δικαίωμα πώλησης Αμερικανικού τύπου αξίζει λιγότερο από ένα δικαίωμα πώλησης Ευρωπαϊκού τύπου, η τιμή εκτέλεσης του οποίου, όταν εκφράζεται σε παρούσα αξία, παραμένει σταθερή, δηλαδή :

$$p(X) \leq P(X) \leq p(Xe^{rt})$$

Ο Johnson, χρησιμοποιώντας την παραπάνω ανισότητα, κατασκεύασε τον εξής αλγόριθμο αποτίμησης της τιμής του δικαιώματος πώλησης :

$$P(X) = ap(Xe^{rt}) + (1-a)p(X), \quad \text{όπου } 0 \leq \alpha \leq 1,$$

που μπορεί να εκφραστεί και με τον εξής τρόπο :

---

[42] Johnson, H.E., 1983, ''An Analytic Approximation for the American Put Price'', **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, 1983, pp. 141-148.

$$P = a\left[XN\left(-d_{02}\right) - SN\left(-d_{01}\right)\right] + (1-a)\left[Xe^{-rt}N(-d2) - SN(-d_1)\right]$$

$$d_1 = \frac{\log\frac{S}{N} + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

$$d_{01} = \frac{\log\frac{S}{N} + \frac{1}{2}\sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_{02} = d_{01} - \sigma\sqrt{T}$$

Ο παραπάνω αλγόριθμος, υπολογίζει το δικαίωμα πώλησης Αμερικανικού τύπου ως το σταθμισμένο μέσο (weighted average) δύο δικαιωμάτων πώλησης Ευρωπαϊκού τύπου.

Μειονέκτημα της μεθόδου του Johnson αποτελεί το γεγονός ότι η μεταβλητή a δεν είναι σταθερή, αλλά εξαρτάται από τις μεταβλητές S/X, rT, και σ^2. Ο Johnson αξιολόγησε το υπόδειγμά του, συγκρίνοντας τα αποτελέσματά του με αυτά του Parkinson[43]. Διαπίστωσε δε, ότι το υπόδειγμα εξάγει αξιόπιστα αποτελέσματα μόνο για μικρές τιμές της μεταβλητής rT ($rT \leq 0.125$). Αξίζει να σημειωθεί, ότι όσο η μεταβλητή rT αυξάνεται, τόσο η διαφορά μεταξύ του ανώτατου και κατώτατου ορίου της σχέσης [$p(X) \leq P(X) \leq p(Xe^{rt})$] αυξάνεται, και το υπόδειγμα παρουσιάζει σημαντικά λάθη (υπερτίμηση της αξίας του δικαιώματος πώλησης).

Ο Blomeyer[44], τροποποίησε τον αλγόριθμο του Johnson, έτσι ώστε να είναι δυνατή η αποτίμηση του δικαιώματος πώλησης και για μετοχές που διανέμουν μέρισμα, όχι όμως για περισσότερες από μία πληρωμές.

---

[43] Parkinson, M., 1977, ''Option Pricing : The American Put'', **Journal of Business**, January, pp. 21-36.

[44] Blomeyer, E.C.,1986, ''An Analytic Approximation for the American Put Price for Options on Stocks with Dividends'', **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, June 1986, pp.229-233.

4. 1. 9. Geske και Johnson (1984) [45]

Οι Geske και Johnson κατασκεύασαν μία εξίσωση αποτίμησης δικαιωμάτων πώλησης Αμερικανικού τύπου, που ικανοποιεί τόσο τη διαφορική εξίσωση των Black και Scholes, όσο και το όριο της τιμής του δικαιώματος πώλησης :

$$P(S, T) \geq \max [0, X - S]$$

Δεδομένου, ότι σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή υφίσταται πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης, οι Geske και Johnson θεώρησαν ότι το δικαίωμα πώλησης Αμερικανικού τύπου ισοδυναμεί με μία σειρά σύνθετων δικαιωμάτων (compound options). Βασική υπόθεση της μεθόδου των Geske και Johnson είναι, ότι η πρόωρη εκτέλεση πραγματοποιείται σε διακριτό χρόνο.

Αναλυτικότερα, το δικαίωμα πώλησης εκτελείται σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή, που η αποπληρωμή από την άσκηση του είναι μεγαλύτερη από την αξία του, δηλαδή $X - S > P(S, T)$. Με τον τρόπο αυτό, προσδιορίζεται η τιμή ισορροπίας της μετοχής. Τη χρονική στιγμή που η τρέχουσα τιμή της μετοχής, είναι μικρότερη από την τιμή ισορροπίας της, το δικαίωμα πώλησης είναι βέβαιο ότι θα εκτελεσθεί.

Ορίζοντας μόνο τρεις πιθανές ημερομηνίες πρόωρης εκτέλεσης T/2, T/3, και 2T/3, οι Geske και Johnson υπολόγισαν τις αντίστοιχες τιμές ισορροπίας $S_{T/2}$, $S_{T/3}$, και $S_{2T/3}$ και βάση αυτών υπολόγισαν τρεις τιμές δικαιωμάτων πώλησης :

P_1 = τιμή ενός δικαιώματος πώλησης Ευρωπαϊκού τύπου με χρονική διάρκεια T,

P_2 = τιμή ενός δικαιώματος πώλησης που η εκτέλεση του είναι εφικτή μόνο τις χρονικές στιγμές T/2 ή T,

P_3 = τιμή ενός δικαιώματος πώλησης που η εκτέλεση του είναι εφικτή μόνο τις χρονικές στιγμές T/3, 2T/3 ή T.

Με τον τρόπο αυτό, οι Geske και Johnson κατασκεύασαν την ακόλουθη εξίσωση αποτίμησης δικαιωμάτων πώλησης Αμερικανικού τύπου :

$$P = P_3 + 7/2 (P_3 - P_2) - 1/2 (P_2 - P_1)$$

---

[45] Geske, R. and H.E Johnson, 1984, ''The American Put Option Valued Analytically'', **The Journal of Finance**, December 1984, pp. 1511-1524.

Δεδομένου, ότι η πληρωμή μερίσματος προκαλεί μείωση της τιμής της μετοχής, η πρόωρη εκτέλεση του δικαιώματος πώλησης, πριν την ημέρα αποκοπής του μερίσματος, αποκλείεται. Οι Geske και Johnson προσάρμοσαν την εξίσωση τους, ώστε να ενσωματώνει και την περίπτωση πληρωμής μερίσματος.

Συγκρίνοντας το υπόδειγμά τους με το διώνυμο υπόδειγμα των Cox, Ross και Rubinstein, οι Geske και Johnson διαπίστωσαν ότι το υπόδειγμά τους εξάγει ακριβή αποτελέσματα. Το υπόδειγμα των Geske και Johnson υπερτερεί έναντι του διωνύμου υποδείγματος, στο χρόνο υπολογισμού των αποτελεσμάτων, δεδομένου ότι απαιτείται 10 φορές λιγότερος χρόνος για την εξαγωγή τους.

4. 1. 10. Barone - Adesi και Whaley (1987) [46]

Το υπόδειγμα των Barone - Adesi και Whaley, αποτελεί αναλυτική προσέγγιση (analytical approximation) της τιμής των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης Αμερικανικού τύπου, και βασίζεται στη μεθοδολογία της δευτεροβάθμιας προσέγγισης (quadratic approximation).

Δεδομένου, ότι η διαφορική εξίσωση των Black και Scholes εφαρμόζεται στην αποτίμηση των δικαιωμάτων (Ευρωπαϊκού και Αμερικανικού τύπου), οι συγγραφείς διαπίστωσαν ότι η εφαρμογή της διαφορικής εξίσωσης των Black και Scholes, είναι εφικτή και στην αποτίμηση του αντιτίμου που συνεπάγεται η πρόωρη εκτέλεση των δικαιωμάτων Αμερικανικού τύπου. Το αντίτιμο πρόωρης εκτέλεσης για το δικαίωμα αγοράς Αμερικανικού τύπου ισούται με :

$$\varepsilon_c(S, T) = C(S, T) - c(S, T)$$

όπου $\varepsilon_c(S, T)$ το αντίτιμο πρόωρης εκτέλεσης, $C(S, T)$ η αξία του Αμερικανικού δικαιώματος αγοράς και $c(S, T)$ η αξία του Ευρωπαϊκού δικαιώματος αγοράς. Αντίστοιχα, το αντίτιμο πρόωρης εκτέλεσης για το δικαίωμα πώλησης Αμερικανικού τύπου ισούται με :

$$\varepsilon_p(S, T) = P(S, T) - p(S, T).$$

---

[46] Barone-Adesi, G. and R.E. Whaley, 1987, "Efficient Analytic Approximation of American Option Values", **The Journal of Finance**, 1987, pp. 301-320.

Εφαρμόζοντας πολύπλοκους μαθηματικούς μετασχηματισμούς, οι Barone - Adesi και Whaley κατασκεύασαν την εξής αναλυτική προσέγγιση της τιμής του δικαιώματος αγοράς Αμερικανικού τύπου :

$$C(S, T) = c(S, T) + A_2 (S/S^*)^{q2}, \qquad \text{όταν } S < S^*, \text{ και}$$

$$C(S, T) = S - X, \qquad \text{όταν } S \geq S^*.$$

όπου $A_2 = (S^*/q_2) \{1-e^{(b-r)T}N[d_1(S^*)]\}$ και S^* η τιμή ισορροπίας της μετοχής που προσδιορίζεται από την εξίσωση :

$$S^* - X = c(S^*, T) + \{1-e^{(b-r)}N[d_1(S^*)]\} S^*/q_2,$$

Αντίστοιχα, η αναλυτική προσέγγιση της αξίας του δικαιώματος πώλησης Αμερικανικού τύπου ισούται με:

$$P(S, T) = p(S, T) + A_1 (S/S^{**})^{q1}, \qquad \text{όταν } S > S^{**}, \text{ και}$$

$$P(S, T) = X - S, \qquad \text{όταν } S \leq S^{**}.$$

όπου $A_1 = -(S^{**}/q_1) \{1-e^{(b-r)T}N[-d_1(S^{**})]\}$. Η τιμή ισορροπίας της μετοχής S^{**} προσδιορίζεται από την εξίσωση :

$$X - S^{**} = p(S^{**}, T) - \{1-e^{(b-r)T}N[-d_1(s^{**})]\} S^{**}/q_1,$$

Οι Barone - Adesi και Whaley εφάρμοσαν τη μέθοδό τους, εξάγοντας τιμές δικαιωμάτων πώλησης Αμερικανικού τύπου σε μετοχές χωρίς μέρισμα. Συγκρίνοντας τα αποτελέσματά τους, με τα αντίστοιχα αποτελέσματα τριών διαφορετικών μεθόδων, (των πεπερασμένων διαφορών των Brennan και Schwartz, της μεθόδου του Johnson, και της μεθόδου του Geske των ''σύνθετων'' δικαιωμάτων), διαπίστωσαν ότι η μέθοδός τους εξάγει ακριβή αποτελέσματα. Το σημαντικότερο πλεονέκτημα της μεθόδου των Barone - Adesi και Whaley, είναι η ευκολία στην εφαρμογή της και η ταχύτητα των υπολογισμών.

4. 1. 11. Hull και White (1990)[47]

Οι Hull και White, προέκτειναν τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών (explicit method) που εισήγαν οι Brennan και Schwartz, προκειμένου να επιτευχθεί η ακριβέστερη προσέγγιση στη πραγματική τιμή των δικαιωμάτων. Η προέκταση των Hull και White αφορά, στη διαδικασία που απαιτείται να ακολουθεί το δέντρο των τιμών της μετοχής (branching procedure).

Συγκεκριμένα, στη μοναδική διάρθρωση του δέντρου που προτάθηκε από τους Brennan και Schwartz (1978) (Διάγραμμα 4.5 (i)), οι Hull και White προσέθεσαν ακόμη τέσσερις εναλλακτικές, ώστε οι πιθανότητες σε κάθε μία από τις τρεις τιμές του δέντρου να παραμένουν θετικές. Συγκεκριμένα, όταν η μεταβολή της τιμής της μετοχής είναι μεγάλη και θετική προτείνονται οι (ii) ή (v), ενώ όταν η μεταβολή της τιμής της μετοχής είναι μεγάλη και αρνητική προτείνονται οι (iii) ή (iv).

Οι Hull και White (1990), συνέκριναν τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών με το διώνυμο υπόδειγμα αποτίμησης των Cox, Ross και Rubinstein (1979). Η εμπειρική τους έρευνα απέδειξε, ότι το διώνυμο υπόδειγμα αποτίμησης είναι περισσότερο αποτελεσματικό, πρώτον, όταν δεν υπάρχει πληρωμή μερίσματος κατά το χρονικό διάστημα που διαρκεί το δικαίωμα και δεύτερον, όταν αποτιμάται μικρός αριθμός δικαιωμάτων. Αντίθετα, όταν καταβάλλεται μέρισμα ή απαιτείται υπολογισμός μεγάλου αριθμού δικαιωμάτων, η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών εξάγει περισσότερο ακριβή αποτελέσματα.

4. 1. 12. Ho, Stapleton, και Subrahmanyam (1994)[48]

Οι Ho, Stapleton, και Subrahmanyam, επινόησαν μία απλή μέθοδο αποτίμησης δικαιωμάτων Αμερικανικού τύπου, η οποία απαιτεί τον υπολογισμό μόνο δύο τιμών δικαιωμάτων : ενός δικαιώματος Ευρωπαϊκού τύπου και ενός δικαιώματος με δυνατότητα διπλής εκτέλεσης (twice-exercisable option)[49].

---

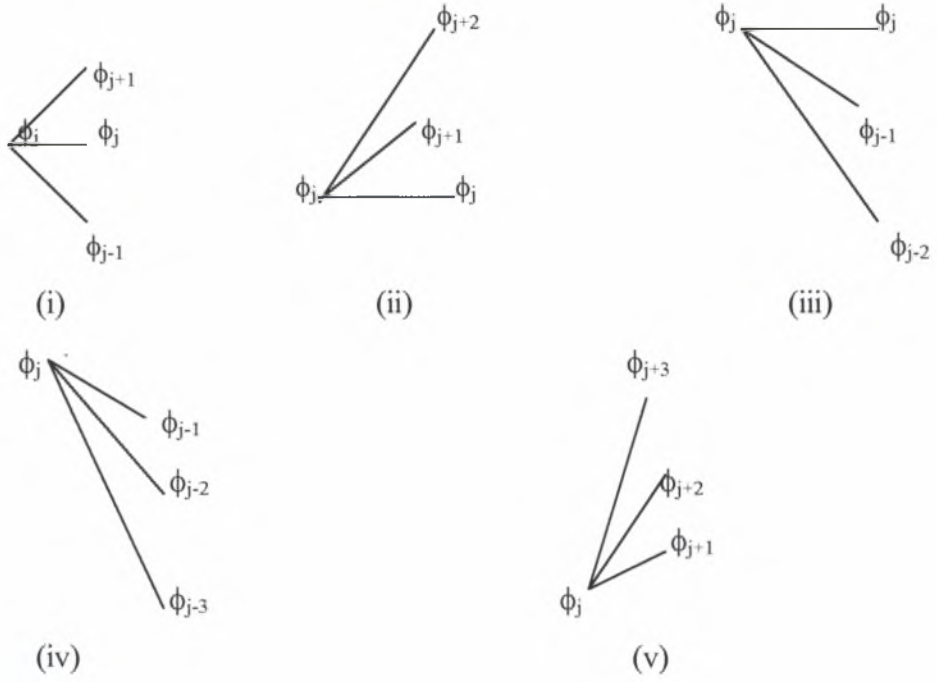
[47] Hull, J.and White, A., ''Valuing Derivative Securities Using the Explicit Finite Difference Method'', **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, March 1990, p.p 87-100.

[48] Ho, T.S., R.C. Stapleton and M.G. Subrahmanyam, 1994, ''A Simple Technique for the Valuation and Hedging of American Options'', **Journal of Derivatives**, Fall 1994, pp. 52-66.

[49] Δικαίωμα διπλής εκτέλεσης, ονομάζεται το δικαίωμα που δύναται να εκτελεστεί, είτε στη λήξη του είτε στο μισό της χρονικής του διάρκειας. Δηλαδή, ανήκει στην κατηγορία των ''σύνθετων'' δικαιωμάτων (compound options).

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4. 5.

ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΕΣ ΔΙΑΡΘΡΩΣΕΙΣ ΤΡΙΩΝΥΜΟΥ ΔΕΝΤΡΟΥ ΤΙΜΩΝ ΜΕΤΟΧΗΣ



- **ϕ = LnS και Sj = jΔS όπου j = 1,2,3,.....m.**

Η μέθοδος των Ho, Stapleton, και Subrahmanyam βασίζεται, στην κατά προσέγγιση εκθετική σχέση που υπάρχει ανάμεσα στην τιμή ενός δικαιώματος Αμερικανικού τύπου, και στον αριθμό των ημερομηνιών εκτέλεσης που επιτρέπονται μέχρι τη λήξη του. Αξίζει να σημειωθεί, ότι η μέθοδος των Ho, Stapleton, και Subrahmanyam αποτελεί παραλλαγή της μεθόδου των Geske και Johnson (1984), η οποία χρησιμοποιεί γραμμική σχέση.

Συγκεκριμένα, οι Ho, Stapleton, και Subrahmanyam διαπίστωσαν ότι μεταξύ της τιμής ενός δικαιώματος Αμερικανικού τύπου P, και της τιμής ενός δικαιώματος με n ημερομηνίες εκτέλεσης P_n υφίσταται εκθετική σχέση που ενσωματώνεται στην εξίσωση :

$$P = P_n \exp\left(\frac{a}{n}\right)$$

Μετά από μαθηματικούς μετασχηματισμούς, οι Ho, Stapleton, και Subrahmanyam κατασκεύασαν την παρακάτω εξίσωση :

$$\hat{P} = \frac{P_2{}^2}{P_1} \qquad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log \hat{P} = \log P_2 + (\log P_2 - \log P_1)$$

όπου η κατά προσέγγιση τιμή του Αμερικανικού δικαιώματος $\hat{P}$ ισούται με την τιμή του δικαιώματος διπλής εκτέλεσης P_2 **συν** τη διαφορά μεταξύ της τιμής του δικαιώματος διπλής εκτέλεσης P_2 μείον του Ευρωπαϊκού δικαιώματος P_1.

Προκειμένου να αποδείξουν την αξιοπιστία του υποδείγματός τους, οι Ho, Stapleton, και Subrahmanyam το συνέκριναν με τρία διαφορετικά υποδείγματα : i) το διώνυμο υπόδειγμα των Cox, Ross και Rubinstein (1979), ii) το υπόδειγμα των Geske και Johnson (1984) και iii) το υπόδειγμα των Barone-Adesi και Whaley (1987). Σημειώνεται ότι σε όλες τις συγκρίσεις εξετάστηκαν δικαιώματα πώλησης Αμερικανικού τύπου.

Συγκρίνοντας τα υποδείγματα των Ho, Stapleton, και Subrahmanyam και των Cox, Ross και Rubinstein, για την περίπτωση της μη πληρωμής μερίσματος, οι

συγγραφείς δε διαπίστωσαν αξιοσημείωτες αποκλίσεις στα αποτελέσματα. Ωστόσο παρατηρήθηκε, ότι το υπόδειγμα των Ho, Stapleton, και Subrahmanyam υπερτιμά τα δικαιώματα που διαπραγματεύονται πάνω από το χρηματικό τους ισοδύναμο, ενώ υποτιμά τα δικαιώματα που διαπραγματεύονται κάτω από το χρηματικό τους ισοδύναμο, χωρίς ωστόσο να παρατηρούνται σημαντικές αποκλίσεις.

Στη συνέχεια, η σύγκριση ανάμεσα στα υποδείγματα των Ho, Stapleton, και Subrahmanyam και αυτό των Barone-Adesi και Whaley για την αποτίμηση δικαιωμάτων μικρής χρονικής διάρκειας σε μετοχές χωρίς μέρισμα, έδειξε ότι και τα δύο υποδείγματα εξάγουν ακριβή αποτελέσματα, εκτός από την περίπτωση των δικαιωμάτων που διαπραγματεύονταν πολύ πάνω από το χρηματικό τους ισοδύναμο.

Στην περίπτωση που υποτίθεται συνεχής μερισματική απόδοση (continuous dividend yield), το υπόδειγμα των Ho, Stapleton, και Subrahmanyam εξάγει περίπου παρόμοια αποτελέσματα με το υπόδειγμα των Barone-Adesi και Whaley. Για χρονική διάρκεια τριών ετών, το υπόδειγμα των Ho, Stapleton, και Subrahmanyam παραμένει αποτελεσματικό, ενώ το υπόδειγμα των Barone-Adesi και Whaley εξάγει μεροληπτικά αποτελέσματα, τόσο για τα δικαιώματα αγοράς, όσο και για τα δικαιώματα πώλησης. Ωστόσο, για χρονική διάρκεια πέντε ετών το υπόδειγμα των Ho, Stapleton, και Subrahmanyam παρουσιάζει αδυναμίες και ειδικότερα για τα δικαιώματα που διαπραγματεύονται πάνω από το χρηματικό τους ισοδύναμο δεν πρέπει να χρησιμοποιείται.

Τέλος, η σύγκριση του υποδείγματος των Ho, Stapleton, και Subrahmanyam με αυτό των Geske και Johnson για τα δικαιώματα πώλησης σε μετοχές χωρίς μέρισμα, αποδεικνύει ότι και τα δύο υποδείγματα εξάγουν παρόμοια αποτελέσματα. Το μεγάλο πλεονέκτημα της μεθόδου των Ho, Stapleton, και Subrahmanyam είναι ότι ο απαιτούμενος χρόνος υπολογισμού μειώνεται σημαντικά με τη χρήση της εκθετικής αντί της γραμμικής προσέγγισης των Geske και Johnson. Εξαιρούμενης της μεθόδου των Barone-Adesi και Whaley, η μέθοδος των Ho, Stapleton, και Subrahmanyam απαιτεί το λιγότερο χρόνο από όλες τις υπόλοιπες (διώνυμο υπόδειγμα, μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών, και υπόδειγμα των Geske και Johnson). Χαρακτηριστικά αναφέρεται, ότι τα υποδείγματα των Ho, Stapleton, και Subrahmanyam και των Barone-Adesi και Whaley, απαιτούν το 1/100 του χρόνου που απαιτεί το υπόδειγμα των Geske και Johnson, που σημειωτέον θεωρείται ταχύτερη και από το διώνυμο υπόδειγμα και από τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών.

4. 2. ΕΜΠΕΙΡΙΚΕΣ ΜΕΛΕΤΕΣ

Πολλές εμπειρικές έρευνες διεξήχθησαν, προκειμένου να εξεταστεί κατά πόσο οι τιμές που υπολογίζουν τα υποδείγματα αποτίμησης, διαφέρουν σημαντικά από τις διαπραγματεύσιμες τιμές της αγοράς. Εξετάσθηκε δηλαδή, η υπόθεση περί αποτελεσματικής λειτουργίας των αγορών δικαιωμάτων (efficient market hypothesis) και αποδείχθηκε ότι στις περισσότερες περιπτώσεις δεν υπάρχουν κερδοφόρες ευκαιρίες συναλλαγών, δηλαδή ισχύει η υπόθεση των αποτελεσματικών αγορών.

4. 2. 1. Black (1975)[50]

Οι Black και Scholes (1972), πραγματοποίησαν την πρώτη εμπειρική έρευνα στο υπόδειγμά τους, χρησιμοποιώντας τιμές δικαιωμάτων αγοράς από την Παράλληλη Αγορά[51]. Διαπίστωσαν, ότι το υπόδειγμα τους υποτιμά (underprice) τις τιμές των δικαιωμάτων σε μετοχές με χαμηλή μεταβλητότητα και υπερτιμά (overprice), τις τιμές των δικαιωμάτων σε μετοχές με υψηλή μεταβλητότητα.

Ο Black (1975), χρησιμοποιώντας τιμές δικαιωμάτων της αγοράς του Chicago Board Options Exchange (CBOE) της περιόδου 1973-1975, διαπίστωσε ότι το υπόδειγμα των Black και Scholes (1973), υπερτιμά τα δικαιώματα που διαπραγματεύονται αρκετά πάνω από το χρηματικό τους ισοδύναμο (deep in-the-money), ενώ υποτιμά τα δικαιώματα που διαπραγματεύονται αρκετά κάτω από το χρηματικό τους ισοδύναμο (deep out-of-the money). Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας τις τιμές του υποδείγματος, εφάρμοσε διάφορες στρατηγικές συναλλαγών αγοράζοντας υποτιμημένα και πουλώντας υπερτιμημένα συμβόλαια δικαιωμάτων. Τα αποτελέσματα της έρευνάς του έδειξαν, ότι οι συναλλαγές δεν απέδωσαν αξιοσημείωτα κέρδη.

Ο Black, προκειμένου να ενσωματώσει το ενδεχόμενο πρόωρης εκτέλεσης που υφίσταται στα δικαιώματα αγοράς Αμερικανικού τύπου, τροποποίησε το υπόδειγμα των Black και Scholes (1973) για τα δικαιώματα αγοράς Ευρωπαϊκού τύπου, και επινόησε το ''ψευδο-αμερικάνικο'' (pseudo-American) υπόδειγμα

---

[50] Black, F,. 1975, ''Fact and Fantasy in the Use of Options'', **Financial Analysts Journal**, July-August 1975, pp. 36-72.

[51] Το δείγμα της έρευνας, αποτελείτο από 545 συμβόλαια μετοχικών δικαιωμάτων, για τη χρονική περίοδο 1966-1969.

αποτίμησης δικαιώματος αγοράς[52]. Απαραίτητη υπόθεση του υποδείγματος είναι, ότι το δικαίωμα είτε εκτελείται σε κάθε ημερομηνία πληρωμής του μερίσματος (certain early exercise), είτε παραμένει ανεκτέλεστο μέχρι τη λήξη του (certain no exercise).

Συνεπώς, υποθέτοντας πρόωρη εκτέλεση σε κάθε προκαθορισμένη ημέρα αποκοπής του μερίσματος, υπολογίζονται διαφορετικές τιμές δικαιωμάτων για κάθε μία από αυτές τις ημέρες. Απαραίτητη προϋπόθεση, για τον υπολογισμό των τιμών των δικαιωμάτων σε κάθε ενδεχόμενη πρόωρη εκτέλεση (ημέρα αποκοπής του μερίσματος), είναι η ύπαρξη δύο προσαρμογών. Πρώτον, η ημερομηνία λήξης του δικαιώματος μειώνεται στην ημερομηνία αποκοπής του μερίσματος και δεύτερον, η τρέχουσα τιμή της μετοχής μειώνεται μόνο κατά την παρούσα αξία όσων μερισμάτων πληρώθηκαν, πριν από τη συγκεκριμένη ημέρα αποκοπής του μερίσματος.

Ταυτόχρονα υπολογίζεται και μία τιμή, υποθέτοντας ότι το δικαίωμα δε θα εκτελεσθεί πρόωρα. Σε αυτήν την περίπτωση, η τρέχουσα τιμή της μετοχής μειώνεται κατά την παρούσα αξία όλων των μερισμάτων[53] που πληρώθηκαν καθ'όλη τη διάρκεια του δικαιώματος και η ημερομηνία λήξης του δικαιώματος παραμένει ίδια. Εάν η εκτέλεση του δικαιώματος αγοράς Αμερικανικού τύπου πραγματοποιηθεί μόνο κατά την ημερομηνία λήξης του, αποτιμάται όπως ένα αντίστοιχο δικαίωμα Ευρωπαϊκού τύπου και χρησιμοποιείται το υπόδειγμα των Black και Scholes. Η μεγαλύτερη από όλες τις υπολογιζόμενες τιμές, επιλέγεται ως η πλησιέστερη στην πραγματική τιμή του δικαιώματος αγοράς Αμερικανικού τύπου και ονομάζεται ''ψευδο-Αμερικανική'' τιμή του δικαιώματος αγοράς.

4. 2. 2. Whaley (1982)[54]

Ο Whaley χρησιμοποιώντας τιμές από την αγορά του Chicago Board Options

---

[52] Αξίζει να σημειωθεί, ότι το ''ψευδο-αμερικάνικο'' υπόδειγμα αποτίμησης δεν εφαρμόζεται στην περίπτωση των δικαιωμάτων πώλησης, δεδομένου ότι τα δικαιώματα σε μετοχές που διανέμουν μέρισμα δεν είναι ορθολογικό να εκτελεσθούν πρίν από τη λήξη τους.

[53] Δεδομένου, ότι οι πληρωμές των μερισμάτων είναι γνωστές και προκαθορισμένες, η προεξόφληση τους γίνεται με το ακίνδυνο επιτόκιο (risk-free rate).

[54] Whaley, R.E., 1982, ''Valuation of American Call Option on Dividend-Paying Stocks, Empirical Tests'', **Journal of Financial Economics** 10 (1982), pp. 29-58.

Exchange (CBOE)[55], εξέτασε τρία εναλλακτικά υποδείγματα αποτίμησης δικαιωμάτων αγοράς Αμερικανικού τύπου, το υπόδειγμα του Whaley (1981), το υπόδειγμα των Black και Scholes (1973), (με μοναδική προσαρμογή τη μείωση της τιμής της μετοχής κατά την παρούσα αξία του μερίσματος) και το ''ψευδο-Αμερικανικό'' υπόδειγμα του Black (1975).

Το υπόδειγμα του Whaley παρουσιάζει τα πιο ακριβή αποτελέσματα (μέσος $4.1291 σελ. 43), συγκριτικά με τις τιμές της αγοράς ($4.1388), με δεύτερο καλύτερο το ''ψευδο-Αμερικανικό'' υπόδειγμα ($4.1198). Επιπρόσθετα, ο Whaley υπολόγισε το μέσο και την τυπική απόκλιση του σφάλματος πρόβλεψης για κάθε υπόδειγμα. Σημειώνεται ότι και σε αυτή την περίπτωση το υπόδειγμα του Whaley υπερέχει έναντι όλων των υπολοίπων όπως φαίνεται και στον Πίνακα 4.2.

Ο Whaley διαπίστωσε ότι υφίσταται θετική συσχέτιση μεταξύ του σφάλματος πρόβλεψης και της μεταβλητότητας και για τα τρία υποδείγματα. Δηλαδή, και τα τρία υποδείγματα υπερτιμούν τα δικαιώματα σε μετοχές υψηλής μεταβλητότητας και υποτιμούν τα δικαιώματα σε μετοχές χαμηλής μεταβλητότητας.

Τέλος, ο Whaley εξέτασε τόσο τη συσχέτιση μεταξύ του σφάλματος πρόβλεψης και της πρόωρης εκτέλεσης, όσο και τη συσχέτιση μεταξύ του σφάλματος πρόβλεψης και της καταβολής μερίσματος. Και στους δύο ελέγχους ανακάλυψε, ότι για το υπόδειγμα των Black και Sholes υπάρχει στατιστικώς σημαντική θετική συσχέτιση, για το ''ψευδο-Αμερικανικό'' υπόδειγμα η συσχέτιση μειώνεται σημαντικά, αλλά δεν εξαλείφεται πλήρως, ενώ για το υπόδειγμα του Whaley η συσχέτιση παύει να υφίσταται. Συμπερασματικά, αναφορικά με την αποτίμηση δικαιωμάτων αγοράς Αμερικανικού τύπου, ο Whaley θεωρεί ως ακριβέστερο το δικό του υπόδειγμα, ενώ ως την καταλληλότερη μέθοδο αναλυτικής προσέγγισης συνιστά το ''ψευδο-Αμερικανικό'' υπόδειγμα.

[55] Τα δεδομένα της έρευνας, αφορούσαν εβδομαδιαίες τιμές δικαιωμάτων αγοράς Αμερικάνικου τύπου σε 91 μετοχές και κάλυπταν χρονική διάρκεια 160 εβδομάδων (1975-1978).

ΠΙΝΑΚΑΣ 4. 2.

ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

ΜΕΤΑΞΥ ΤΡΙΩΝ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΩΝ

Υπόδειγμα	Μέσος	Τυπική απόκλιση
Whaley	0.0108	0.2382
"Ψευδο-Αμερικάνικο"	0.0148	0.2396
Black-Scholes	0.0215	0.2524

4. 2. 3. Sterk (1983) [56]

Ο Sterk χρησιμοποιώντας τιμές από την αγορά του CBOE[57], πραγματοποίησε μια συγκριτική μελέτη μεταξύ των αποτελεσμάτων του ''ψευδο-Αμερικανικού'' υποδείγματος και του υποδείγματος των Roll, Geske και Whaley, αναφορικά με την αποτίμηση των δικαιωμάτων αγοράς Αμερικανικού τύπου. Προκειμένου τα αποτελέσματα του να είναι συγκρίσιμα, ο Sterk υπολόγισε, τις ποσοστιαίες αποκλίσεις μεταξύ των πραγματικών τιμών της αγοράς και των τιμών που υπολογίστηκαν από τα δύο υποδείγματα ως εξής :

$$PD = \frac{C_{Market} - C_{Model}}{C_{Model}}$$

Το υπόδειγμα των Roll, Geske και Whaley, ενσωματώνει πληρέστερα την πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης, δεδομένου ότι δε θέτει περιορισμούς ως προς την πραγματοποίηση της. Αντίθετα, το ''ψευδο-Αμερικάνικο'' υπόδειγμα, υποθέτει είτε μη πρόωρη εκτέλεση, είτε εκτέλεση ακριβώς πριν από την ημέρα αποκοπής του μερίσματος (binary model). Συνεπώς, το ''ψευδο-Αμερικάνικο'' υπόδειγμα, αναμένεται να είναι περισσότερο αξιόπιστο όταν υπάρχει μικρή ή μεγάλη πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης.

Τα αποτελέσματα της έρευνας επιβεβαιώνουν τους ανωτέρω ισχυρισμούς. Το υπόδειγμα των Roll, Geske και Whaley εξάγει ακριβέστερα αποτελέσματα μόνο σε τρεις ειδικές περιπτώσεις : i) όταν διανέμεται υψηλό μέρισμα, ii) όταν η χρονική διάρκεια μεταξύ της ημέρας αποκοπής του μερίσματος και της ημερομηνίας λήξης του δικαιώματος είναι μικρή, και iii) όταν εξετάζονται δικαιώματα που διαπραγματεύονται πάνω από το χρηματικό τους ισοδύναμο. Στην προσπάθεια του να εξηγήσει τα παραπάνω ευρήματα, ο Sterk κατέληξε στο συμπέρασμα ότι η

---

[56] Sterk, W.E., 1983, ''Comparative Performance of the Black-Scholes and Roll-Geske-Whaley Option Pricing Models'', **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, September 1983, pp. 345-354.

[57] Τα δεδομένα της έρευνας αφορούν ημερήσιες τιμές 181 δικαιωμάτων αγοράς Αμερικανικού τύπου από 63 επιχειρήσεις και κάλυπταν χρονική διάρκεια 1 μηνός (October 1979).

αύξηση (μείωση) των μεταβλητών που αφορούν τις τρεις προαναφερθείσες ειδικές περιπτώσεις, προκαλεί αύξηση (μείωση) της πιθανότητας πρόωρης εκτέλεσης.

Ο Sterk ποσοτικοποιώντας τις παραπάνω μεταβλητές, υπολόγισε την πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης για τα υπό εξέταση δικαιώματα και διαπίστωσε, ότι όταν οι συνθήκες που επηρεάζουν την πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης είναι λιγότερο βέβαιες (0.3 < πιθανότητα < 0.68), το υπόδειγμα των Roll, Geske και Whaley υπερτερεί. Αντίθετα, όταν η πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης πλησιάζει το μηδέν ή το ένα (0.68 < πιθανότητα < 0.3), οι τιμές του ''ψευδο-Αμερικανικού'' υποδείγματος συγκλίνουν στις τιμές του υποδείγματος των Roll, Geske και Whaley.

4. 2. 4. Geske και Roll (1984) [58]

Οι Geske και Roll εξέτασαν την αποτελεσματικότητα του ''ψευδο-Αμερικανικού'' υποδείγματος, αναφορικά με την αποτίμηση των δικαιωμάτων αγοράς Αμερικανικού τύπου. Η έρευνα τους απέδειξε, ότι το ''ψευδο-Αμερικάνικο'' υπόδειγμα, εξάγει συστηματικά μεροληπτικά αποτελέσματα (systematic biases) στην αποτίμηση δικαιωμάτων αγοράς Αμερικανικού τύπου. Τα σφάλματα αφορούν στην τιμή εκτέλεσης, τη χρονική διάρκεια και τη μεταβλητότητα της μετοχής.

Οι Geske και Roll, αναλύοντας την επίδραση των μερισμάτων στην πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης, προσπάθησαν να εξηγήσουν το φαινόμενο εξαγωγής μεροληπτικών αποτελεσμάτων από το ''ψευδο-Αμερικάνικο'' υπόδειγμα. Υποστήριξαν, ότι η πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης εξαρτάται αντιστρόφως ανάλογα με το επιτόκιο και ευθέως ανάλογα με τα μερίσματα. Συνεπώς, η επιλογή από το ''ψευδο-Αμερικάνικο'' υπόδειγμα πρόωρης εκτέλεσης ή καθόλου εκτέλεσης, εξαρτάται από το ποια από τις δύο μεταβλητές (επιτόκια και μέρισμα) ασκεί τη μεγαλύτερη επίδραση.

Ο προσδιορισμός της μεταβλητής που ασκεί τη μεγαλύτερη επίδραση είναι δύσκολος, δεδομένου ότι απαιτείται πρώτα ο προσδιορισμός του βαθμού συσχέτισης μεταξύ επιτοκίων και μερισμάτων. Εάν παρουσιάζουν θετική συσχέτιση, σε περιβάλλον χαμηλού μερίσματος και / ή χαμηλού επιτοκίου η πιθανότητα μη

---

[58] Geske, R. and R. Roll, 1984, ''On Valuing American Call Options with the Black-Scholes European Formula'', **The Journal of Finance**, June 1984, pp. 443-455.

πρόωρης εκτέλεσης αυξάνεται. Αντίθετα, σε περιβάλλον υψηλού μερίσματος και / ή υψηλού επιτοκίου αυξάνεται η πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης.

Κατόπιν εξετάστηκε, η περίπτωση μετοχών που διανέμουν μέρισμα, χωρίς να αποκλείεται η πρόωρη εκτέλεση των δικαιωμάτων αγοράς Αμερικανικού τύπου, με τη χρήση του ''ψευδο-Αμερικανικού'' υποδείγματος. Οι Geske και Roll κατέληξαν στο αξίωμα, ότι η ''ψευδο-Αμερικανική'' τιμή του δικαιώματος αγοράς, είναι πάντα μικρότερη από την πραγματική, δεδομένου ότι δεν ενσωματώνει την πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης σε οποιαδήποτε από τις ημερομηνίες αποκοπής του μερίσματος. Αντίθετα, υποθέτει δεδομένη πρόωρη εκτέλεση ή καθόλου εκτέλεση του δικαιώματος.

Περαιτέρω, οι Geske και Roll εξέτασαν το ''ψευδο-Αμερικάνικο'' υπόδειγμα για την ύπαρξη μεροληπτικών τιμών εκτέλεσης (striking price biases). Διενήργησαν δε, έναν έλεγχο υποθέτοντας πρόωρη εκτέλεση, και έναν έλεγχο υποθέτοντας καθόλου πρόωρη εκτέλεση. Στην περίπτωση μη πρόωρης εκτέλεσης, τα αποτελέσματα αποκάλυψαν αντίστροφες μεροληπτικές τιμές εκτέλεσης (reverse striking price bias). Δηλαδή παρατηρήθηκε ότι, το υπόδειγμα υποτιμά τα δικαιώματα που διαπραγματεύονται πάνω από το χρηματικό τους ισοδύναμο, και υπερτιμά τα δικαιώματα που διαπραγματεύονται κάτω από το χρηματικό τους ισοδύναμο. Αντίθετα, στην περίπτωση πρόωρης εκτέλεσης, το υπόδειγμα υπερτιμά τα δικαιώματα που διαπραγματεύονται πάνω από το χρηματικό τους ισοδύναμο, και αντίθετα υποτιμά τα δικαιώματα που διαπραγματεύονται τα κάτω από το χρηματικό τους ισοδύναμο. Τέλος, ανακάλυψαν ότι το ''ψευδο-Αμερικάνικο'' υπόδειγμα υποτιμά τα δικαιώματα μετοχών χαμηλής μεταβλητότητας και υπερτιμά τα δικαιώματα μετοχών υψηλής μεταβλητότητας, γεγονός που απέδωσαν στη μη στατικότητα (nonstationary) της μεταβλητότητας.

Συμπερασματικά, παρατηρείται ότι οι περισσότερες εμπειρικές έρευνες απέδειξαν ότι ισχύει η υπόθεση των αποτελεσματικών αγορών παραγώγων. Ωστόσο, αξίζει να σημειωθεί ότι πολλά από τα υποδείγματα που χρησιμοποιούν οι εμπειρικές μελέτες διαφέρουν ως προς τις υποθέσεις που θεωρούν δεδομένες, με αποτέλεσμα τα συμπεράσματα που εξάγονται να επιδέχονται περαιτέρω έρευνας στο μέλλον. Στο επόμενο κεφάλαιο, παρουσιάζονται ορισμένες εφαρμογές αποτίμησης δικαιωμάτων προκειμένου να είναι εφικτή τόσο μία πρακτική προσέγγιση των δικαιωμάτων, όσο και η εξαγωγή ορισμένων συμπερασμάτων.

4. 2. 5. Rindell και Sandas (1991)[59]

Οι Rindell και Sandas χρησιμοποιώντας τιμές δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης με υποκείμενο μέσο τα ομόλογα από την αγορά παραγώγων της Στοκχόλμης (Stockholm Options Market)[60], εξέτασαν και συνέκριναν δύο εναλλακτικά υποδείγματα αποτίμησης δικαιωμάτων Ευρωπαϊκού τύπου : το υπόδειγμα των Black και Scholes (1973) και το υπόδειγμα των Health, Jarrow και Morton (1987)

Σκοπός της εμπειρικής έρευνας των Rindell και Sandas, ήταν η ανακάλυψη ενός υποδείγματος που ενώ βασίζεται στις ίδιες δεσμευτικές υποθέσεις με το υπόδειγμα των Black και Scholes (1973), εξάγει ακριβέστερα αποτελέσματα από αυτό. Συγκεκριμένα, οι Rindell και Sandas επέλεξαν το υπόδειγμα των Health, Jarrow και Morton (1987) για δύο λόγους. Πρώτον, γιατί οι βασικές υποθέσεις του υποδείγματος είναι παρόμοιες με αυτές του υποδείγματος των Black και Scholes (1973), και δεύτερον διότι το υπόδειγμα αποτιμά τα δικαιώματα βάσει ενός αλγορίθμου που ισχύει σε συνεχή χρόνο.

Ωστόσο υπάρχει και μία σημαντική διαφορά μεταξύ των δύο υποδειγμάτων, η οποία αφορά τις ειδικές ιδιότητες που χαρακτηρίζουν τα ομόλογα. Συγκεκριμένα, το υπόδειγμα των Health, Jarrow και Morton (1987), λαμβάνει υπ΄ όψιν του τόσο την σταθερή ονομαστική αξία των ομολόγων (fixed face value), όσο και τη μείωση της τιμής της μεταβλητότητας του ομολόγου με το πέρασμα του χρόνου. Αντίθετα, το υπόδειγμα των Black και Scholes (1973), υποθέτει ότι το υποκείμενο μέσο (ομόλογο) ακολουθεί στοχαστική κατανομή, με αποτέλεσμα να υπάρχει η πιθανότητα η τιμή του ομολόγου στην ημερομηνία λήξης του δικαιώματος να μην ισούται με την ονομαστική του αξία.

Οι Rindell και Sandas εξέτασαν ειδικότερα το ενδεχόμενο ύπαρξης μεροληπτικών αποτελεσμάτων αναφορικά με την τιμή εκτέλεσης του δικαιώματος (exercise price bias), το προεξοφλητικό επιτόκιο (interest rate bias), τη χρονική διάρκεια του δικαιώματος (time to maturity option bias) καθώς και τη χρονική διάρκεια του ομολόγου (time to maturity bond bias).

---

[59] Rindell, K. and Sandas P., 1991, "An empirical examination of the pricing of European bond options", **Journal of Banking and Finance**, pp. 521 - 533.

Οι Rindell και Sandas διενεργώντας τον στατιστικό έλεγχο x^2 (chi-squared), διαπίστωσαν ότι και τα δύο υποδείγματα εξάγουν αξιόπιστα αποτελέσματα. Η μοναδική περίπτωση κατά την οποία το υπόδειγμα των Health, Jarrow και Morton (1987), εξάγει ακριβέστερα αποτελέσματα συγκριτικά με το υπόδειγμα των Black και Scholes (1973), είναι όταν εξετάζεται το ενδεχόμενο ύπαρξης μεροληπτικών αποτελεσμάτων αναφορικά με τη χρονική διάρκεια του ομολόγου (time to maturity bond bias). Σύμφωνα με τους Rindell και Sandas αυτό συμβαίνει διότι, η τιμή της μεταβλητότητας του ομολόγου μεταβάλλεται ανάλογα με τη χρονική διάρκειά του, με αποτέλεσμα το υπόδειγμα των Black και Scholes (1973), που υποθέτει σταθερή τιμή μεταβλητότητας, να υπερτιμά την τιμή της μεταβλητότητας του ομολόγου και να εξάγει υπερτιμημένες τιμές δικαιωμάτων.

Τέλος, οι Rindell και Sandas διαπίστωσαν ότι το υπόδειγμα των Black και Scholes (1973) εξάγει αξιόπιστα αποτελέσματα για δικαιώματα μικρής χρονικής διάρκειας σε ομόλογα μεγάλης χρονικής διάρκειας (short options on long bonds). Όπως προαναφέρθηκε, σύμφωνα με το υπόδειγμα των Black και Scholes (1973) η τιμή του ομολόγου κατά τη λήξη του δικαιώματος μπορεί να μην ισούται με την ονομαστική του αξία. Συνεπώς, η εξήγηση που έδωσαν οι Rindell και Sandas στο γεγονός ότι το υπόδειγμα των Black και Scholes (1973) είναι αξιόπιστο, είναι ότι η τιμή του ομολόγου δεν προσεγγίζει αρκετά την ονομαστική του αξία, όταν για τη λήξη του ομολόγου απαιτείται μεγάλο χρονικό διάστημα.

4. 2. 6. Bates (1991)[61]

Πολλοί οικονομικοί αναλυτές, απέδωσαν την κατακόρυφη πτώση των τιμών των μετοχών στο Χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης (New York Stock Exchange), τον Οκτώβριο του 1987 (crash of 1987), στην πιθανότητα αλλαγής της νομισματικής πολιτικής των Ηνωμένων Πολιτειών, στους φόβους των επενδυτών για υποτίμηση του δολλαρίου, καθώς και στην αβεβαιότητα που επικρατούσε την συγκεκριμένη χρονική στιγμή στην παγκόσμια οικονομία. Οι υπόλοιποι αναλυτές υποστήριξαν ότι, η πτώση των τιμών των μετοχών ήταν αναμενόμενη δεδομένου ότι, οι τιμές των

[60] Τα δεδομένα της έρευνας, αφορούσαν τις τιμές των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης σε Σουηδικά πενταετή ομόλογα και κάλυπταν χρονική διάρκεια έξι μηνών (Ιανουάριος - Ιούνιος 1987).

μετοχών είχαν φτάσει σε πολύ υψηλά επίπεδα που δεν συμβάδιζαν με τα θεμελιώδη στοιχεία των εισηγμένων εταιρειών και οι επενδυτές εκτιμούσαν ότι έπρεπε να υπάρξει ''διόρθωση'' των τιμών των μετοχών. Είναι χαρακτηριστικό ότι, την απότομη άνοδο των τιμών των μετοχών κατά 42% από τις αρχές του 1987, ακολούθησε η δραματική τους πτώση κατά 23% μέσα σε δύο μόνο ημέρες (19 και 20 Οκτωβρίου 1987).

Ο Bates χρησιμοποιώντας τιμές δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης από το Chicago Mercantile Exchange με υποκείμενο μέσο τα μελλοντικά συμβόλαια (S&P 500 Futures Options), εξέτασε την ισχύ της υπόθεσης ότι η πτώση των τιμών των μετοχών στο Χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης (New York Stock Exchange) τον Οκτώβριο του 1987, ήταν αναμενόμενη και μπορούσε να προβλεφθεί μέσω της εξέτασης της αγοράς των δικαιωμάτων.

Ο Bates υποστήριξε ότι, οι τιμές των δικαιωμάτων προεξοφλούν τις προσδοκίες των επενδυτών αναφορικά με την πορεία των αγορών. Συγκεκριμένα, υποστήριξε ότι, τα δικαιώματα αγοράς εκτελούνται μόνο όταν η τιμή του υποκειμένου μέσου είναι μεγαλύτερη από την τιμή εκτέλεσης του δικαιώματος, ενώ αντίθετα τα δικαιώματα πώλησης εκτελούνται μόνο όταν η τιμή του υποκειμένου μέσου είναι μικρότερη από την τιμή εκτέλεσης του δικαιώματος. Βάσει των ανωτέρω ο Bates εξέτασε κατά πόσο, οι τιμές των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης όπως αυτές διαπραγματεύονται στις αγορές δικαιωμάτων (market prices), φανερώνουν την τάση των αγορών σχετικά με τις αναμενόμενες μελλοντικές τιμές των μετοχών.

Σύμφωνα με τον Bates, σε περίπτωση που οι τιμές των δικαιωμάτων πώλησης που διαπραγματεύονταν κάτω από το χρηματικό τους ισοδύναμο (out-of-the-money puts), είναι υψηλότερες από τις τιμές των δικαιωμάτων αγοράς που διαπραγματεύονταν κάτω από το χρηματικό τους ισοδύναμο (out-of-the-money calls), υπάρχει αυξημένη πιθανότητα απότομης πτώσης των τιμών των μετοχών. Με άλλα λόγια κατά τον Bates, οι τιμές των δικαιωμάτων πώλησης που διαπραγματεύονταν κάτω από το χρηματικό τους ισοδύναμο (out-of-the-money puts), είναι υψηλότερες από τις τιμές των αντίστοιχων δικαιωμάτων αγοράς, γιατί υπάρχει

---

[61] Bates, D., 1991 ''The crash of'87:Was It Expected? The Evidence from Options Markets'', **The Journal of Finance**, July 1991, pp.1009 - 1044.

μεγαλύτερη πιθανότητα εκτέλεσης των δικαιωμάτων πώλησης δεδομένου ότι, η τιμή εκτέλεσής τους θα υπερβαίνει την τιμή της μετοχής στη λήξη τους.

Ο Bates χρησιμοποίησε τιμές δικαιωμάτων με υποκείμενο μέσο τα μελλοντικά συμβόλαια (S&P 500 Futures Options) για χρονική περίοδο δύο ετών (2.1.1985 - 31.12.1987). Η χρονική διάρκεια των δικαιωμάτων που εξετάστηκαν κυμαινόταν μεταξύ ενός και τεσσάρων μηνών (28 - 118 ημέρες), δεδομένου ότι τα δικαιώματα μεγαλύτερης χρονικής διάρκειας παρουσίαζαν πολύ χαμηλή εμπορευσιμότητα.

Ο Bates ανακάλυψε, ότι οι τιμές των δικαιωμάτων πώλησης που διαπραγματεύονταν κάτω από το χρηματικό τους ισοδύναμο σε ποσοστό 4% (out-of-the-money puts), ήταν ασυνήθιστα υψηλότερες από τις τιμές των δικαιωμάτων αγοράς που διαπραγματεύονταν κάτω από το χρηματικό τους ισοδύναμο σε ποσοστό 4% (out-of-the-money calls). Η τάση αυτή επικρατούσε για ολόκληρο το έτος πριν από τη μεγάλη πτώση του Οκτωβρίου του 1997, και ειδικότερα για τις περιόδους μεταξύ Οκτωβρίου 1986 και Φεβρουαρίου 1987 και Ιουνίου - Αυγούστου 1987.

Το αξιοσημείωτο εύρημα της έρευνας του Bates είναι ότι, δύο μήνες πριν από την πτώση του Οκτωβρίου η παραπάνω τάση σταμάτησε, δηλαδή οι τιμές των δικαιωμάτων πώλησης που διαπραγματεύονταν κάτω από το χρηματικό τους ισοδύναμο ήταν ίσες με τις τιμές των αντίστοιχων δικαιωμάτων αγοράς. Ακόμη και στην τελευταία συνεδρίαση του Χρηματιστηρίου πριν από τη μεγάλη κρίση (Παρασκευή 16 Οκτωβρίου 1987), ο Bates ανακάλυψε ότι η αγορά δικαιωμάτων δεν προεξοφλούσε τη κρίση. Ο Bates κατέληξε στο συμπέρασμα ότι, στις τιμές των δικαιωμάτων εμπεριέχονται πληροφορίες σχετικά με τις προσδοκίες για την πορεία των τιμών των μετοχών, ωστόσο η πρόβλεψη της χρονικής περιόδου κατά την οποία θα εκδηλωθεί η κρίση είναι αδύνατη.

4. 2. 7. Nisbet (1992)[62]

Η Nisbet χρησιμοποιώντας τιμές από την αγορά δικαιωμάτων του Λονδίνου (London Traded Options Market)[63], εξέτασε την ισχύ της υπόθεσης της

[62] Nisbet, M., 1992, "Put-call parity theory and an empirical test of the efficiency of the London Traded Options Market", **Journal of Banking and Finance**, pp. 381 - 403.

αποτελεσματικής αγοράς στην αγορά δικαιωμάτων του Λονδίνου. Όλα τα διαπραγματεύσιμα δικαιώματα στην αγορά του Λονδίνου είναι Αμερικάνικου τύπου χρονικής διάρκειας τριών, έξι και εννέα μηνών. Επίσης, τα δικαιώματα στην αγορά του Λονδίνου δεν ''προστατεύονται'' από την πληρωμή μερισμάτων. Η καινοτομία στην έρευνα της Nisbet, είναι η χρήση της ισότητας μεταξύ των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης (put-call parity) για τον έλεγχο της υπόθεσης της αποτελεσματικής αγοράς, αντίθετα με τις προηγούμενες έρευνες οι οποίες χρησιμοποιούσαν το υπόδειγμα των Black και Scholes (1973).

Δεδομένου ότι, οι προηγούμενες έρευνες στην αγορά δικαιωμάτων του Λονδίνου, διεξήχθησαν σε χρονικές περιόδους που υπήρχε μικρός όγκος συναλλαγών (thin trading), η Nisbet χρησιμοποίησε δεδομένα που αφορούν τιμές δικαιωμάτων αποκλειστικά μετά τη ραγδαία ανάπτυξη της αγοράς δικαιωμάτων του Λονδίνου (Big Bang in 1986). Επίσης, η Nisbet προέκτεινε την ισότητα μεταξύ των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης (put-call parity), έτσι ώστε να ενσωματώνονται τόσο η καταβολή μερισμάτων, όσο και τα κόστη συναλλαγών (transactions costs).

Αναλυτικότερα, η Nisbet διενήργησε ελέγχους σε αντισταθμισμένα χαρτοφυλάκια, τα οποία κατασκευάζονται μέσω της χρήσης της ισότητας μεταξύ των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης. Εξετάστηκαν τέσσερα διαφορετικά αντισταθμισμένα χαρτοφυλάκια, όπου κάθε ένα από αυτά αντιστοιχούσε σε διαφορετικές υποθέσεις σχετικά με το κόστος συναλλαγών και τα διανεμηθέντα μερίσματα. Αναλυτικότερα, οι υποθέσεις των τεσσάρων χαρτοφυλακίων αφορούσαν : i) χαρτοφυλάκιο χωρίς κόστος συναλλαγών και με αναμενόμενα μερίσματα βάσει προηγούμενων μερισμάτων (dividends expectations), ii) χαρτοφυλάκιο με κόστος συναλλαγών και αναμενόμενα μερίσματα βάσει προηγούμενων μερισμάτων (dividends expectations), iii) χαρτοφυλάκιο χωρίς κόστος συναλλαγών και με πραγματικά μερίσματα (actual dividends), και iv) χαρτοφυλάκιο με κόστος συναλλαγών και πραγματικά μερίσματα (actual dividends).

Τα αποτελέσματα του πρώτου χαρτοφυλακίου (χωρίς κόστος συναλλαγών και με αναμενόμενα μερίσματα), υποδεικνύουν ότι, η αγορά δικαιωμάτων του Λονδίνου δε λειτουργεί αποτελεσματικά. Δηλαδή, οι τιμές των δικαιωμάτων που εξάγει το

---

[63] Τα δεδομένα της έρευνας, αφορούσαν τις ημερήσιες τιμές των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης σε μετοχές 55 εταιριών, για τη χρονική περίοδο από 27 Ιουνίου εως 22 Δεκεμβρίου 1988.

αντισταθμισμένο χαρτοφυλάκιο (model prices), διαφέρουν σημαντικά από τις διαπραγματεύσιμες τιμές της αγοράς δικαιωμάτων (market prices). Από την άλλη πλευρά, τα αποτελέσματα των υπολοίπων τριών χαρτοφυλακίων αποδεικνύουν ότι, ισχύει η υπόθεση της αποτελεσματικής αγοράς των δικαιωμάτων.

Συμπερασματικά, η εμπειρική έρευνα της Nisbet κατέστησε σαφές ότι, τα αποτελέσματα του ελέγχου για την ισχύ της υπόθεσης της αποτελεσματικότητας της αγοράς, βάσει ενός υποδείγματος αποτίμησης χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων το οποίο ισχύει μόνο μέσω συνεχούς αναδιάρθρωσης του χαρτοφυλακίου, εξαρτώνται σε μεγάλο βαθμό από τις υποθέσεις που αφορούν το κόστος συναλλαγών .

4. 2. 8. Rubinstein (1994)[64]

Ο Rubinstein χρησιμοποιώντας τιμές δικαιωμάτων αγοράς Ευρωπαϊκού τύπου από το Chicago Mercantile Exchange με υποκείμενο μέσο το δείκτη S&P 500, εξέτασε την αποτελεσματικότητα του υποδείγματος των Black και Scholes. Τα δεδομένα της έρευνας αφορούσαν χρονική περίοδο έξι ετών, από 4.2.1986 εως 31.8.1992. Η χρονική διάρκεια των δικαιωμάτων που εξετάστηκαν κυμαινόταν μεταξύ τεσσάρων και επτά μηνών (125 εως 215 ημέρες).

Σκοπός της έρευνας του Rubinstein ήταν να εξετάσει, κατά πόσο το υπόδειγμα των Black και Scholes αποτιμά αποτελεσματικά τις τιμές των δικαιωμάτων αγοράς επί του δείκτη S&P 500. 100. Σύμφωνα με τον Rubinstein, για να είναι το υπόδειγμα των Black και Scholes αξιόπιστο, πρέπει οι τιμές της μεταβλητότητας που εξάγονται μέσω της χρήσης του (impied volatilities), να είναι ίσες για δικαιώματα που έχουν ίδια χρονική διάρκεια και διαφορετικές τιμές εκτέλεσης.

Για την εξέταση της παραπάνω υπόθεσης, ο Rubinstein χρησιμοποίησε καταρχήν ζεύγη τιμών δικαιωμάτων αγοράς με παρόμοιες χρονικές διάρκειες αλλά με διαφορετικές τιμές εκτέλεσης. Στη συνέχεια, για μία δεδομένη τιμή μεταβλητότητας, ο Rubinstein υπολόγισε τη μεγαλύτερη απόλυτη διαφορά μεταξύ της τιμής του δικαιώματος όπως αυτή διαπραγματεύεται στην αγορά δικαιωμάτων (market price) και της τιμής που εξάγει το υπόδειγμα των Black και Scholes (model price). Τη διαφορά αυτή την ονόμασε δολλαριακό σφάλμα αποτίμησης (dollar pricing error).

---

[64] Rubinstein, M., 1994, ''Implied Binomial Trees'', **The Journal of Finance**, July 1994, pp. 771 - 818.

Στη συνέχεια, επανέλαβε τον παραπάνω υπολογισμό για πολλές διαφορετικές τιμές μεταβλητότητας, προκειμένου να υπολογίσει το ανώτερο και κατώτερο σφάλμα αποτίμησης. Ο Rubinstein χρησιμοποίησε μόνο το κατώτερο σφάλμα αποτίμησης, το οποίο και ονόμασε ελάχιστο δολλαριακό σφάλμα αποτίμησης (minimax dollar pricing error). Τέλος, υπολόγισε τα ελάχιστα ποσοστιαία σφάλματα αποτίμησης (minimax percentage pricing error) για εκείνη την τιμή της μεταβλητότητας, η οποία εξισώνει το κλάσμα μεταξύ του ελάχιστου δολλαριακού σφάλματος αποτίμησης και της τιμής του δικαιώματος όπως αυτή διαπραγματεύεται στην αγορά δικαιωμάτων (market price).

Στους Πίνακες 4.3 και 4.4, παρουσιάζονται τα ελάχιστα δολλαριακά και ποσοστιαία σφάλματα αποτίμησης αντίστοιχα, για τη χρονική περίοδο μεταξύ 1986 και 1992. Τα αποτελέσματα αποδεικνύουν ότι, το υπόδειγμα των Black και Scholes για το έτος 1986 εξάγει ακριβή αποτελέσματα. Συγκρίνοντας τα δικαιώματα αγοράς που διαπραγματεύονται πάνω από το χρηματικό τους ισοδύναμο σε ποσοστό 9% με τα δικαιώματα αγοράς που διαπραγματεύονται κάτω από το χρηματικό τους ισοδύναμο σε ποσοστό 9%, στη χειρότερη περίπτωση, το ποσοστιαίο σφάλμα αποτίμησης δε ξεπερνά το 1%, ενώ το δολλαριακό σφάλμα αποτίμησης ισούται με 4 σεντς για κάθε αγορά επί του δείκτη ποσού 100 δολλαρίων.

Ωστόσο, το 1987 τα ποσοστιαία σφάλματα αποτίμησης σχεδόν διπλασιάζονται, ενώ από το 1988 και μετά παρατηρείται συνεχής αύξησή τους. Ο Rubinstein υποστήριξε ότι, η αύξηση αυτή οφείλεται στην απότομη πτώση των τιμών των μετοχών τον Οκτώβριο του 1987, γεγονός που έκανε τους επενδυτές να έχουν αρνητική ψυχολογία αναφορικά με την πορεία των τιμών των μετοχών. Έτσι μετά το 1988, τα δικαιώματα αγοράς που διαπραγματεύονται πάνω από το χρηματικό τους ισοδύναμο αποτιμούνται πολύ ακριβότερα, με αποτέλεσμα τα δικαιώματα αγοράς με χαμηλές τιμές εκτέλεσης να εξάγουν μεγαλύτερες τιμές μεταβλητότητας (implied volatilities) εν συγκρίσει με τα δικαιώματα αγοράς που έχουν υψηλότερες τιμές εκτέλεσης. Συνεπώς, ένας επενδυτής που κατείχε πριν από την κρίση του Οκτωβρίου δικαιώματα αγοράς που διαπραγματεύονται πάνω από το χρηματικό τους ισοδύναμο, θα έχανε σημαντικά ποσά δεδομένου ότι οι τιμές των δικαιωμάτων αγοράς κατά τη διάρκεια της κρίσης μειώθηκαν σημαντικά.

Ο Rubinstein κατέληξε στο συμπέρασμα ότι από το 1998 μέχρι και το 1992, το υπόδειγμα των Black και Scholes παρουσιάζει σφάλματα αποτίμησης, αναφορικά

ΠΙΝΑΚΑΣ 4. 3

Ελάχιστα δολλαριακά σφάλματα αποτίμησης.

	ITM	ATM	OTM	ITM/OTM
Έτος	**-9% με -3%**	**-3% με +3%**	**+3% με +9%**	**-9% με +9%**
1986	-$0.025	-$0.025	-$0.007	-$0.044
1987	-$0.070	-$0.056	-$0.031	-$0.118
1988	-$0.251	-$0.212	-$0.144	-$0.551
1989	-$0.248	-$0.266	-$0.191	-$0.599
1990	-$0.364	-$0.382	-$0.297	-$0.908
1991	-$0.371	-$0.382	-$0.250	-$0.887
1992	-$0.422	-$0.389	-$0.221	-$0.858

ΠΙΝΑΚΑΣ 4. 4

Ελάχιστα ποσοστιαία σφάλματα αποτίμησης.

	ITM	ATM	OTM	ITM/OTM
Έτος	**-9% με -3%**	**-3% με +3%**	**+3% με +9%**	**-9% με +9%**
1986	-0.3%	-0.5%	-0.3%	-0.7%
1987	-0.7%	-1.0%	-0.8%	-1.6%
1988	-2.5%	-3.5%	-4.1%	-7.0%
1989	-2.5%	-4.8%	-6.4%	-7.7%
1990	-3.4%	-5.9%	-8.7%	-11.2%
1991	-4.0%	-7.0%	-10.3%	-13.1%
1992	-4.9%	-8.8%	-14.2%	-15.3%

ITM = in-the-money options, ATM= at-the-money options, OTM= out-of-the-money options.

Για κάθε κατηγορία δικαιωμάτων, παρουσιάζεται και το αντίστοιχο εύρος που λαμβάνουν οι τιμές εκτέλεσης. Για παράδειγμα το εύρος -9% με +9% υποδεικνύει ότι, το πρώτο δικαίωμα διαπραγματεύεται πάνω από το χρηματικό του ισοδύναμο (ITM), με τιμή εκτέλεσης που είναι μικρότερη από την τιμή του δείκτη σε ποσοστό που κυμαίνεται μεταξύ 12% και 6%. Από την άλλη πλευρά, το δεύτερο δικαίωμα διαπραγματεύεται κάτω από το χρηματικό του ισοδύναμο (OTM), με τιμή εκτέλεσης που είναι μεγαλύτερη από την τιμή του δείκτη σε ποσοστό που κυμαίνεται μεταξύ 12% και 6%.

με τις τιμές των δικαιωμάτων αγοράς με υποκείμενο τίτλο το δείκτη μετοχών S&P 100. Συγκεκριμένα τα αποτελέσματα της έρευνας απέδειξαν ότι, τα δικαιώματα με χαμηλή τιμή εκτέλεσης εξάγουν υψηλές τιμές μεταβλητότητας, ενώ αντίθετα τα δικαιώματα με υψηλή τιμή εκτέλεσης εξάγουν χαμηλές τιμές μεταβλητότητας.

4. 2. 9. Rindell (1995)[65]

Ο Rindell χρησιμοποιώντας ημερήσιες τιμές δικαιωμάτων αγοράς[66] Ευρωπαϊκού τύπου επί δείκτη μετοχών (index options)[67] από την αγορά δικαιωμάτων της Στοκχόλμης (Stockholm Options Market), εξέτασε και συνέκρινε δύο εναλλακτικά υποδείγματα αποτίμησης δικαιωμάτων Ευρωπαϊκού τύπου : το υπόδειγμα των Black και Scholes (1973) και το υπόδειγμα των Amin και Jarrow (1992). Τα δικαιώματα αγοράς είχαν χρονική διάρκεια ενός, δύο και τριών μηνών καθώς και ενός και δύο ετών. Οι τιμές των δικαιωμάτων κάλυπταν χρονική διάρκεια ενός έτους (Ιανουάριος - Δεκέμβριος 1992). Τέλος, εξαιρέθηκαν από το δείγμα όσα δικαιώματα διαπραγματεύονταν πάνω από το χρηματικό τους ισοδύναμο σε ποσοστό 5%.

Οι Amin και Jarrow (1992), τροποποιώντας το υπόδειγμα του Merton (1973) ώστε η τιμή της μεταβλητότητα να είναι σταθερή, κατασκεύασαν έναν αλγόριθμο ο οποίος αποτιμά δικαιώματα Ευρωπαϊκού τύπου για την περίπτωση που το επιτόκιο ακολουθεί στοχαστική κατανομή (stochastic interest rate) και δεν είναι γνωστό και σταθερό. Ο Rindell προχώρησε στην εμπειρική μελέτη του υποδείγματος των Amin και Jarrow (1992), με σκοπό να εξετάσει κατά πόσο τα στοχαστικά επιτόκια (stochastic interest rate) επηρεάζουν τις τιμές των δικαιωμάτων. Γι' αυτόν το λόγο, συνέκρινε τα αποτελέσματα που εξάγουν τα υποδείγματα των Black και Scholes (1973) και των Amin και Jarrow (1992).

Ο Rindell έθεσε ως μηδενική υπόθεση (null hypothesis), τη μη ύπαρξη μεροληπτικών αποτελεσμάτων στις τιμές των δικαιωμάτων αγοράς που σχετίζονται

---

[65] Rindell, K., 1995, ''Pricing of index options when interest rates are stochastic : An empirical test'', **Journal of Banking and Finance**, 1995, pp. 785 - 802.

[66] Τα δεδομένα της έρευνας δεν περιελάμβαναν τιμές δικαιωμάτων πώλησης, δεδομένου ότι η εμπορευσιμότητά τους ήταν πολύ χαμηλή εν συγκρίσει με τα δικαιώματα αγοράς.

[67] Ο δείκτης μετοχών αφορούσε τις τριάντα μετοχές με τη μεγαλύτερη εμπορευσιμότητα στο Σουηδικό Χρηματιστήριο.

με τη χρονική διάρκεια των δικαιωμάτων (time to maturity bias). Η υπόθεση αυτή εξετάστηκε τόσο για το υπόδειγμα των Black και Scholes (1973), όσο και για το υπόδειγμα των Amin και Jarrow (1992). Για τον έλεγχο της μηδενικής υπόθεσης, ο Rindell πραγματοποίησε τον στατιστικό έλεγχο x^2 (chi-squared). Τα αποτελέσματα του ελέγχου απέδειξαν ότι η μηδενική υπόθεση γίνεται δεκτή για το υπόδειγμα των Amin και Jarrow (1992), ενώ απορρίπτεται για το υπόδειγμα των Black και Scholes (1973).

Οι τιμές p (p-values) που εξάγονται από τον στατιστικό έλεγχο x^2 (chi-squared) είναι υψηλές για το υπόδειγμα των Amin και Jarrow (1992) (0.9258 και 0.7884) και χαμηλές για το υπόδειγμα των Black και Scholes (1973) (0.01 και 0.03). Συνεπώς, ο Rindell κατέληξε στο συμπέρασμα ότι το υπόδειγμα των Amin και Jarrow (1992) εξάγει περισσότερο αξιόπιστα αποτελέσματα από το υπόδειγμα των Black και Scholes (1973). Ειδικότερα, το υπόδειγμα των Black και Scholes (1973) εξάγει μεροληπτικά αποτελέσματα που σχετίζονται με τη χρονική διάρκεια των δικαιωμάτων (time to maturity bias). Δηλαδή, το σφάλμα αποτίμηση (pricing error) που ισούται με τη διαφορά μεταξύ της τιμής του δικαιώματος που εξάγει το υπόδειγμα (model price) και της τιμής του δικαιώματος όπως αυτή διαπραγματεύεται στην αγορά δικαιωμάτων (market price), συσχετίζεται με τη χρονική διάρκεια του δικαιώματος. Αντίθετα, το υπόδειγμα των Amin και Jarrow (1992) σε όλες τις περιπτώσεις εξάγει ακριβή αποτελέσματα.

Τέλος, ο Rindell χρησιμοποίησε το υπόδειγμα των Amin και Jarrow (1992) προκειμένου να υπολογίσει τον συντελεστή συσχέτισης (correlation coefficient), που υπάρχει μεταξύ της απόδοσης του δείκτη μετοχών (index option) και της μεταβολής της απόδοσης των εντόκων γραμματίων (T-bills) με ίδια χρονική διάρκεια. Ο συντελεστής συσχέτισης υπολογίστηκε ίσος με -0.78. Το αρνητικό πρόσημο σημαίνει ότι, ενδεχόμενη άνοδος στην απόδοση των εντόκων γραμματίων προκαλεί πτώση στην απόδοση του δείκτη μετοχών, γεγονός που είναι σύμφωνο με τη χρηματοοικονομική θεωρία. Ωστόσο ο συντελεστής συσχέτισης είναι ιδιαίτερα υψηλός, γεγονός που αποδίδεται από τον Rindell στην αδυναμία του υποδείγματος των Amin και Jarrow (1992), να ενσωματώσει το ότι η τιμή της μεταβλητότητας των εντόκων γραμματίων έχει αρνητική συσχέτιση με τη χρονική διάρκειά τους.

4. 2. 10. Finucane (1997)[68]

Ο Finucane εξέτασε την υπόθεση ότι, η πρόωρη εκτέλεση των μετοχικών δικαιωμάτων αγοράς Αμερικανικού τύπου πραγματοποιείται με ορθολογικό τρόπο. Ο Finucane χρησιμοποιώντας ιστορικά δεδομένα[69], εξέτασε όσα δικαιώματα αγοράς Αμερικανικού τύπου εκτελέστηκαν πρόωρα για χρονική περίοδο δύο ετών (1.1.1988 εως 31.12.1989). Όπως προαναφέρθηκε στο δεύτερο Κεφάλαιο, η πρόωρη εκτέλεση ενός δικαιώματος αγοράς Αμερικανικού τύπου αποτελεί ορθολογική απόφαση, μόνο όταν πραγματοποιείται ακριβώς πριν την ημερομηνία αποκοπής του μερίσματος, έτσι ώστε ο κάτοχος του δικαιώματος να έχει το δικαίωμα είσπραξης του μερίσματος.

Σύμφωνα με τον Finucane, όταν ένα δικαίωμα αγοράς εκτελείται πρόωρα η μετοχή μπορεί είτε να πωληθεί είτε να διακρατηθεί. Δεδομένου ότι στη περίπτωση της διακράτησης της μετοχής, υπάρχει εκροή μετρητών (κόστος πρόωρης εκτέλεσης) και όχι εισροή, η πρόωρη εκτέλεση δεν αποτελεί ορθολογική απόφαση όταν η μετοχή δε διανέμει μέρισμα. Αντίθετα, όταν η μετοχή διανέμει μέρισμα η πρόωρη εκτέλεση αποτελεί ορθολογική απόφαση. Ο Finucane υποστήριξε ακόμη ότι, όταν η μετοχή δε διανέμει μέρισμα, η μοναδική περίπτωση κατά την οποία το κόστος συναλλαγών (transactions costs) προκαλεί την πρόωρη εκτέλεση του δικαιώματος, είναι όταν ο κάτοχος του δικαιώματος αγοράς εκτελεί πρόωρα το δικαίωμα του και πωλεί τη μετοχή του.

Η εμπειρική μελέτη του Finucane αποκάλυψε ότι, το 25% των εξεταζόμενων δικαιωμάτων αγοράς εκτελέστηκαν πριν από τη λήξη τους, και ότι, όσο η χρονική διάρκεια των δικαιωμάτων αυξάνεται, τόσο μειώνεται ο όγκος των δικαιωμάτων που εκτελούνται πρόωρα. Επίσης διαπίστωσε ότι, ο όγκος των δικαιωμάτων που εκτελέστηκαν πριν από τη λήξη τους, είναι χαμηλός κάθε Τρίτη και υψηλός κάθε Πέμπτη (day-of-the-week effect). Κατά τον Finucane αυτό ίσως εξηγείται, από τις ημέρες κατά τις οποίες οι υπό εξέταση μετοχές διένειμαν τα μερίσματά τους.

Τα αποτελέσματα της έρευνας απέδειξαν ότι, μόνο το 5% των δικαιωμάτων αγοράς Αμερικανικού τύπου που εκτελούνται πρόωρα εξηγείται από την πληρωμή μερισμάτων. Το υπόλοιπο 20% των δικαιωμάτων αγοράς Αμερικανικού τύπου που

---

[68] Finucane, T., J., 1997, ''An empirical analysis of common stock call exercise : A note'', **Journal of Banking and Finance**, 1997, pp. 563 - 571.

εκτελούνται πρόωρα, εκτελούνται σε χρονικές στιγμές διαφορετικές από τις ημερομηνίες αποκοπής του μερίσματος, δηλαδή η πρόωρη εκτέλεσή τους δεν οφείλεται στις πληρωμές των μερισμάτων. Από αυτό το 20%, το κόστος συναλλαγών εξηγεί το 12% των δικαιωμάτων που εκτελούνται πρόωρα. Επίσης ανακάλυψε ότι, οι στις περισσότερες περιπτώσεις πρόωρης εκτέλεσης είτε λόγω μερίσματος είτε λόγω κόστος συναλλαγών, τα δικαιώματα αγοράς διαπραγματεύονταν πολύ πάνω από το χρηματικό τους ισοδύναμο (deep-in-the-money calls). Για τις περιπτώσεις των μετοχών που δε διανέμουν μέρισμα, ο Finucane υποστήριξε ότι, οι περισσότερες περιπτώσεις πρόωρης εκτέλεσης εξηγούνται από το κόστος συναλλαγών, ενώ η πρόωρη εκτέλεση των υπολοίπων δικαιωμάτων δεν αποτελεί ορθολογική απόφαση των επενδυτών.

Τέλος, ο Finucane προσπάθησε να αιτιολογήσει την ύπαρξη ενός σημαντικού αριθμού δικαιωμάτων αγοράς Αμερικανικού τύπου (περίπου 8%), όπου η πρόωρη εκτέλεση τους δεν οφείλεται, ούτε στις πληρωμές των μερισμάτων, ούτε στο κόστος συναλλαγών. Ο Finucane κατέληξε στο συμπέρασμα ότι, αυτό οφείλεται είτε στις στρεβλώσεις που υπάρχουν στην αγορά δικαιωμάτων (options market imperfections), όπως έλλειψη βάθους της αγοράς και μη ταυτόχρονη μετάδοση των τιμών των μετοχών και των τιμών των δικαιωμάτων, είτε σε λανθασμένες και μη ορθολογικές επενδυτικές αποφάσεις. Τέλος πρότεινε την συνεχή έρευνα, έτσι ώστε τα υπάρχοντα υποδείγματα αποτίμησης δικαιωμάτων να είναι σε θέση να ενσωματώσουν όλες τις στρεβλώσεις της αγοράς.

4. 2. 11. Bakshi, Cao and Chen (1997)[70]

Οι Bakshi, Cao και Chen, κατασκεύασαν ένα αλγόριθμο αποτίμησης για την αποτίμηση δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης Ευρωπαϊκού τύπου, που υποθέτει στοχαστική τιμή μεταβλητότητας (stochastic volatility) καθώς και στοχαστικό προεξοφλητικό επιτόκιο (stochastic interest rate). Συγκεκριμένα, το υπόδειγμα αυτό εμπεριέχει ως ειδικές περιπτώσεις τα εξής υποδείγματα αποτίμησης : i) το υπόδειγμα των Black και Scholes (1973), ii) το υπόδειγμα των Bakshi, Cao και Chen (1997) με

[69] Το αρχείο από το οποίο αντλήθηκαν όλα τα απαραίτητα δεδομένα ήταν το ''Options Clearing Corporation's Historical Exercise Report for Common Stock Options''.

στοχαστική τιμή μεταβλητότητας (stochastic volatility SV model), iii) το υπόδειγμα των Bakshi, Cao και Chen (1997) που εμπεριέχει τον συνδυασμό στοχαστικής τιμής μεταβλητότητας και ''τυχαίου άλματος'' της τιμής του υποκειμένου μέσου (stochastic volatility - random jump SVJ model), και τέλος iv) το υπόδειγμα των Bakshi, Cao και Chen (1997) που εμπεριέχει τον συνδυασμό στοχαστικής τιμής μεταβλητότητας και στοχαστικού προεξοφλητικού επιτοκίου (stochastic volatility - interest rate SVSI model).

Οι Bakshi, Cao και Chen χρησιμοποιώντας ημερήσιες τιμές δικαιωμάτων αγοράς Ευρωπαϊκού τύπου από το Chicago Mercantile Exchange με υποκείμενο μέσο το δείκτη S&P 500, εξέτασαν και συνέκριναν τα τέσσερα παραπάνω υποδείγματα αποτίμησης δικαιωμάτων Ευρωπαϊκού τύπου. Τα δεδομένα της έρευνας αφορούσαν χρονική περίοδο τριών ετών, από 1.6.1988 εως 31.5.1991. Τα δικαιώματα αναφορικά με τη χρονική τους διάρκεια, διακρίνονταν σε τρείς κατηγορίες : i) μικρής χρονικής διάρκειας (< 60 ημέρες), ii) μεσαίας χρονικής διάρκειας (60 - 180 ημέρες) και iii) μεγάλης χρονικής διάρκειας (> 180 ημέρες). Σκοπός της έρευνας των Bakshi, Cao και Chen, ήταν χρησιμοποιώντας το υπόδειγμα των Black και Scholes (1973) ως σημείο αναφοράς, να εξετάσουν κατά πόσο βελτιώνεται η ακρίβεια των εξαγομένων αποτελεσμάτων με τη χρήση άλλων υποδειγμάτων τα οποία βασίζονται σε διαφορετικές υποθέσεις.

Οι Bakshi, Cao και Chen υπολόγισαν το απόλυτο σφάλμα αποτίμησης (absolute pricing error), αφαιρώντας τις τιμές των δικαιωμάτων που υπολογίστηκαν βάσει των υποδειγμάτων (model prices) από τις τιμές των δικαιωμάτων όπως αυτές διαπραγματεύονταν στην αγορά δικαιωμάτων (market prices). Στη συνέχεια, υπολόγισαν το ποσοστιαίο σφάλμα αποτίμησης (percentage pricing error), διαιρώντας το απόλυτο σφάλμα αποτίμησης με την αγοραία τιμή του δικαιώματος (market price). Η διαδικασία αυτή, επαναλήφθηκε για όλες τις τιμές των δικαιωμάτων για κάθε μέρα ώστε να υπολογιστούν, τόσο το μέσο απόλυτο σφάλμα αποτίμησης (average absolute pricing error) όσο και το μέσο ποσοστιαίο σφάλμα αποτίμησης (average percentage pricing error). Στους Πίνακες 4.5 και 4.6 αντίστοιχα, παρουσιάζονται τα μέσα απόλυτα και μέσα ποσοστιαία σφάλματα αποτίμησης,

---

[70] Bakshi, G., Cao, C., and Chen Z., 1997, ''Empirical Performance of Alternative Option Pricing Models'', **The Journal of Finance**, December 1997, pp. 2003 - 2049.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.5

Απόλυτα σφάλματα αποτίμησης στις τιμές δικαιωμάτων αγοράς βάσει τεσσάρων διαφορετικών υποδειγμάτων αποτίμησης.

Υποδείγματα	(S/X)	< 60 ημ.	60 - 180 ημ	≥ 180 ημ
BS	< 0.94	$0.78	$1.39	$1.89
SV		$0.42	$0.43	$0.61
SVSI		$0.37	$0.39	$0.57
SVJ		$0.37	$0.40	$0.59
BS	0.94 - 0.97	$0.76	$1.02	$1.16
SV		$0.46	$0.41	$0.54
SVSI		$0.40	$0.40	$0.55
SVJ		$0.38	$0.38	$0.53
BS	0.97 - 1.00	$0.61	$0.62	$0.66
SV		$0.48	$0.41	$0.53
SVSI		$0.47	$0.41	$0.54
SVJ		$0.42	$0.40	$0.52
BS	1.00 - 1.03	$0.52	$0.69	$0.81
SV		$0.41	$0.43	$0.53
SVSI		$0.43	$0.42	$0.53
SVJ		$0.40	$0.42	$0.51
BS	1.03 - 1.06	$0.76	$1.21	$1.30
SV		$0.45	$0.47	$0.55
SVSI		$0.42	$0.45	$0.54
SVJ		$0.39	$0.44	$0.53
BS	≥ 1.06	$0.82	$1.39	$1.57
SV		$0.54	$0.49	$0.65
SVSI		$0.52	$0.51	$0.51
SVJ		$0.43	$0.43	$0.56

ΠΙΝΑΚΑΣ 4. 6

Ποσοστιαία σφάλματα αποτίμησης στις τιμές δικαιωμάτων αγοράς βάσει τεσσάρων διαφορετικών υποδειγμάτων αποτίμησης.

Υποδείγματα	(S/X)	< 60 ημ.	60 - 180 ημ	≥ 180 ημ
BS	< 0.94	-65.78%	-41.87%	-26.85%
SV		-26.48%	-2.78%	-3.50%
SVSI		-17.22%	-1.38%	-1.43%
SVJ		-19.79%	-1.44%	2.13%
BS	0.94 - 0.97	-38.23%	-15.14%	-7.39%
SV		-17.29%	-1.80%	0.28%
SVSI		-11.59%	-0.70%	0.12%
SVJ		-11.99%	-1.03%	0.06%
BS	0.97 - 1.00	-13.73%	-3.11%	-1.25%
SV		-9.87%	-0.47%	-0.25%
SVSI		-8.84%	-0.57%	-0.39%
SVJ		-6.87%	-0.33%	-0.32%
BS	1.00 - 1.03	-1.09%	2.61%	2.00%
SV		-1.16%	0.54%	-0.32%
SVSI		-1.73%	0.05%	-0.50%
SVJ		-1.11%	0.31%	-0.26%
BS	1.03 - 1.06	3.90%	4.57%	3.70%
SV		1.47%	0.92%	-0.32%
SVSI		1.00%	0.50%	-0.42%
SVJ		0.69%	0.55%	-0.20%
BS	≥ 1.06	2.49%	3.27%	2.85%
SV		1.46%	0.79%	-0.66%
SVSI		1.36%	0.74%	-0.28%
SVJ		0.86%	0.50%	-0.41%

αναφορικά με τα τέσσερα εξεταζόμενα υποδείγματα αποτίμησης.

Η ανάλυση των αποτελεσμάτων αποδεικνύει ότι, το υπόδειγμα που υποθέτει τόσο στοχαστική τιμή μεταβλητότητας όσο και ''τυχαίο άλμα'' της τιμής του υποκειμένου μέσου (stochastic volatility - random jump SVJ model) εξάγει τα πιο ακριβή αποτελέσματα. Δεύτερο ακολουθεί, το υπόδειγμα που υποθέτει συνδυασμό στοχαστικής τιμής μεταβλητότητας και στοχαστικού επιτοκίου (stochastic volatility - interest rate SVSI model), τρίτο το υπόδειγμα που υποθέτει μόνο στοχαστική μεταβλητότητα (stochastic volatility SV model), και τέταρτο το υπόδειγμα των Black και Scholes (1973). Οι μοναδικές περιπτώσεις που το υπόδειγμα SVSI είναι πιο αξιόπιστο από τα υπόλοιπα, αφορά τα δικαιώματα αγοράς που διαπραγματεύονται πολύ κάτω από το χρηματικό τους ισοδύναμο (deep out-of-the-money calls) και τα δικαιώματα αγοράς μεγάλης χρονικής διάρκειας που διαπραγματεύονται πολύ πάνω από το χρηματικό τους ισοδύναμο (deep in-the-money calls).

Επίσης παρατηρείται ότι, η πιο σημαντική βελτίωση που επέρχεται στην αποτελεσματικότητα του υποδείγματος των Black και Scholes πραγματοποιείται όταν προστεθεί σε αυτό η υπόθεση ότι η τιμή της μεταβλητότητας είναι στοχαστική, μειώνοντας το απόλυτο σφάλμα αποτίμησης από 20% μέχρι και 70%. Η βελτίωση αυτή παρατηρείται ιδιαίτερα, για τα δικαιώματα αγοράς που διαπραγματεύονται τόσο πάνω όσο και κάτω από το χρηματικό τους ισοδύναμο (in-the-money and out of the money calls). Για παράδειγμα, το δικαίωμα αγοράς που διαπραγματεύεται κάτω από το χρηματικό του ισοδύναμο ($S/X < 0.94$) και έχει χρονική διάρκεια μικρότερη των δύο μηνών, βάσει του υποδείγματος των Black και Scholes παρουσιάζει μέσο απόλυτο σφάλμα αποτίμησης ίσο με \$0.78, ενώ βάσει του υποδείγματος που υποθέτει στοχαστική τιμή μεταβλητότητας το μέσο απόλυτο σφάλμα αποτίμησης μειώνεται σε \$0.42.

Επίσης, το δικαίωμα αγοράς που διαπραγματεύεται πολύ πάνω από το χρηματικό του ισοδύναμο ($S/X \geq 1.06$) και έχει χρονική διάρκεια μεγαλύτερη των έξι μηνών, βάσει του υποδείγματος των Black και Scholes παρουσιάζει μέσο απόλυτο σφάλμα αποτίμησης ίσο με \$1.57, ενώ βάσει του υποδείγματος που υποθέτει στοχαστική τιμή μεταβλητότητας το μέσο απόλυτο σφάλμα αποτίμησης μειώνεται σε \$0.65. Ακόμη παρατηρείται ότι, ανεξάρτητα από το χρηματικό ισοδύναμο στο οποίο διαπραγματεύονται τα δικαιώματα αγοράς, και για τα τέσσερα υποδείγματα

αποτίμησης τα απόλυτα σφάλματα αποτίμησης αυξάνονται, όσο αυξάνεται η χρονική διάρκεια των δικαιωμάτων.

Αναλύοντας τα ποσοστιαία σφάλματα αποτίμησης οι Bakshi, Cao και Chen διαπίστωσαν ότι, το υπόδειγμα των Black και Scholes παρουσιάζει μεροληπτικά αποτελέσματα που σχετίζονται τόσο με το χρηματικό ισοδύναμο στο οποίο διαπραγματεύονται τα δικαιώματα (moneyness bias), όσο και με τη χρονική διάρκεια των δικαιωμάτων (time - to maturity bias). Από την άλλη πλευρά, τα ποσοστιαία σφάλματα αποτίμησης για τα υπόλοιπα τρία υποδείγματα αποτίμησης είναι όλα κάτω του 1%, εκτός για τις περιπτώσεις των δικαιωμάτων που έχουν μικρή χρονική διάρκεια και διαπραγματεύονται πολύ κάτω από το χρηματικό τους ισοδύναμο.

Επίσης παρατηρείται ότι, και για τα τέσσερα υποδείγματα τα ποσοστιαία σφάλματα αποτίμησης έχουν αρνητικό πρόσημο για όλα τα δικαιώματα που διαπραγματεύονται κάτω από το χρηματικό τους ισοδύναμο ($S/X \leq 1.00$), και θετικό πρόσημο για όλα τα δικαιώματα που διαπραγματεύονται πάνω από το χρηματικό τους ισοδύναμο ($S/X \geq 1.03$), εκτός αυτών που η χρονική τους διάρκεια υπερβαίνει τους έξι μήνες. Αυτό σημαίνει ότι, και τα τέσσερα υποδείγματα υπερτιμούν τα δικαιώματα αγοράς που διαπραγματεύονται κάτω από το χρηματικό τους ισοδύναμο, ενώ υποτιμούν τα δικαιώματα που διαπραγματεύονται πάνω από το χρηματικό τους ισοδύναμο. Ωστόσο, τα ποσοστιαία σφάλματα αποτίμησης ποικίλουν ανάλογα με το υπόδειγμα που χρησιμοποιείται. Έτσι, το υπόδειγμα των Black και Scholes παρουσιάζει τα μεγαλύτερα ποσοστιαία σφάλματα αποτίμησης, ενώ το υπόδειγμα που υποθέτει στοχαστική τιμή μεταβλητότητας και ''τυχαίο άλμα'' της τιμής του υποκειμένου μέσου (SVJ model) παρουσιάζει τα μικρότερα ποσοστιαία σφάλματα αποτίμησης.

Τέλος, οι Bakshi, Cao και Chen κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι, το υπόδειγμα που υποθέτει στοχαστική τιμή μεταβλητότητας και ''τυχαίο άλμα'' της τιμής του υποκειμένου μέσου (SVJ model), αποτελεί το καλύτερο εναλλακτικό υπόδειγμα εν συγκρίσει με αυτό των Black και Scholes.

4. 2. 12. Nandi (1998)[71]

---

[71] Nandi, S., 1998, ''How important is the correlation between returns and volatility in a stochastic volatility model? Empirical evidence from pricing and hedging in the S&P 500 index options market'', **Journal of Banking and Finance**, 1998, pp. 589 - 610.

Ο Nandi χρησιμοποιώντας, ημερήσιες τιμές δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης Ευρωπαϊκού τύπου από το Chicago Mercantile Exchange με υποκείμενο μέσο το δείκτη S&P 500, εξέτασε και συνέκρινε δύο διαφορετικά υποδείγματα αποτίμησης δικαιωμάτων Ευρωπαϊκού τύπου : το υπόδειγμα των Black και Scholes (1973) και το υπόδειγμα του Heston (1993). Τα δεδομένα της έρευνας αφορούσαν χρονική περίοδο έξι μηνών, από 13.4.1992 εως 28.10.1992. Τα δικαιώματα αναφορικά με τη χρονική τους διάρκεια, διακρίνονταν σε αυτά με χρονική διάρκεια μέχρι τρείς μήνες και σε αυτά με χρονική διάρκεια μεγαλύτερη των τριών μηνών.

Ο Heston (1993) κατασκεύασε ένα υπόδειγμα αποτίμησης δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης Ευρωπαϊκού τύπου, το οποίο βασίζεται στην υπόθεση ότι η τιμή της μεταβλητότητας ακολουθεί στοχαστική κατανομή, η οποία είναι ανεξάρτητη από την κατανομή που ακολουθεί η τιμή της μετοχής. Επίσης, το υπόδειγμα του Heston ενσωματώνει και την περίπτωση κατά την οποία, η τιμή της μετοχής και η τιμή της μεταβλητότητας παρουσιάζουν μεταξύ τους συσχέτιση. Ανάλογα με την τιμή που μπορεί να λάβει ο συντελεστής συσχέτισης (correlation coefficient), μεταξύ της τιμής της μετοχής και της τιμής της μεταβλητότητας, το υπόδειγμα του Heston έχει δύο παραλλαγές. Η πρώτη παραλλαγή, υποθέτει ότι ο συντελεστής συσχέτισης ισούται με μηδέν, ενώ η δεύτερη παραλλαγή υποθέτει ότι ο συντελεστής συσχέτισης μπορεί να λάβει οποιαδήποτε τιμή.

Ο Nandi συνέκρινε και τις δύο παραλλαγές του υποδείγματος του Heston (1993) με το υπόδειγμα των Black και Scholes (1973). Τα αποτελέσματα της έρευνας αποδεικνύουν ότι, το υπόδειγμα που ενσωματώνει την συσχέτιση μεταξύ της τιμής της μετοχής και της τιμής της μεταβλητότητας, εξάγει τα πιο ακριβή αποτελέσματα. Συγκεκριμένα, αντίθετα με τα άλλα δύο υποδείγματα, δεν υποτιμά τα δικαιώματα αγοράς και πώλησης που διαπραγματεύονται κάτω από το χρηματικό τους ισοδύναμο.

Ο Πίνακας 4.7 παρουσιάζει τα ποσοστιαία σφάλματα αποτίμησης, τόσο για ολόκληρο το δείγμα των δικαιωμάτων, όσο και για επιμέρους κατηγορίες δικαιωμά των. Οι επιμέρους κατηγορίες δικαιωμάτων σχετίζονται, τόσο με τη χρονική τους διάρκεια, όσο και με την αναλογία της τιμής του δείκτη μετοχών προς την τιμή εκτέλεσης S/X (moneyness of the option). Το σφάλμα αποτίμησης υπολογίζεται ως η διαφορά μεταξύ της τιμής των δικαιωμάτων όπως αυτές διαπραγματεύονται στην

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.7

Τιμές δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης βάσει τριών διαφορετικών υποδειγμάτων αποτίμησης.

Δικ. αγοράς	**(X/S) - 1**	**BS**	**$H_{p=0}$**	**$H_{p\neq 0}$**
T = 0 - 3 μήνες	< -0.04	0.025	0.023	0.011
	(-0.04, -0.01)	0.045	0.036	0.03
	(-0.01, 0.01)	0.191	0.136	0.089
	(0.01, 0.04)	0.48	0.36	0.24
	> 0.04	0.84	0.99	0.35
T > 3 μήνες	< -0.04	0.044	0.025	0.021
	(-0.04, -0.01)	0.031	0.041	0.043
	(-0.01, 0.01)	0.061	0.042	0.039
	(0.01, 0.04)	0.136	0.051	0.048
	> 0.04	0.496	0.604	0.181
Μέσ. Ποσ. Σφ. Αποτίμησης		9.88%	7.16%	5.29%
Δικ. πώλησης	**(X/S) - 1**	**BS**	**$H_{p=0}$**	**$H_{p\neq 0}$**
T = 0 - 3 μήνες	< -0.04	0.36	0.61	0.18
	(-0.04, -0.01)	0.11	0.17	0.08
	(-0.01, 0.01)	0.11	0.11	0.05
	(0.01, 0.04)	0.081	0.046	0.042
	> 0.04	0.035	0.03	0.01
T > 3 μήνες	< -0.04	0.315	0.358	0.148
	(-0.04, -0.01)	0.121	0.173	0.071
	(-0.01, 0.01)	0.045	0.082	0.023
	(0.01, 0.04)	0.042	0.039	0.026
	> 0.04	0.049	0.079	0.021
Μέσ. Ποσ. Σφ. Αποτίμησης		11.68%	10.09%	5.3%

αγορά δικαιωμάτων (market price) και της τιμής των δικαιωμάτων που εξάγουν τα υποδείγματα αποτίμησης (model price). Για την περίπτωση που ο συντελεστής συσχέτισης είναι μηδέν, το μέσο ποσοστιαίο σφάλμα αποτίμησης για ολόκληρο το δείγμα των δικαιωμάτων αγοράς ισούται με 7.16%, ενώ το αντίστοιχο ποσοστό για την περίπτωση που ο συντελεστής συσχέτισης είναι διαφορετικός του μηδενός ισούται με 5.29%. Για την περίπτωση που ο συντελεστής συσχέτισης είναι μηδέν, το μέσο ποσοστιαίο σφάλμα αποτίμησης για ολόκληρο το δείγμα των δικαιωμάτων πώλησης, ισούται με 10.09%, ενώ το αντίστοιχο ποσοστό για την περίπτωση που ο συντελεστής συσχέτισης είναι διαφορετικός του μηδενός ισούται με 5.3%.

Αξίζει να σημειωθεί ότι, η βελτίωση των αποτελεσμάτων μέσω του υποδείγματος με μη μηδενικό συντελεστή συσχέτισης, είναι αξιοσημείωτη για τα δικαιώματα αγοράς και πώλησης που διαπραγματεύονται κάτω από το χρηματικό τους ισοδύναμο (out-of-the-money call and put options). Για παράδειγμα, το μέσο ποσοστιαίο σφάλμα αποτίμησης για τα δικαιώματα αγοράς που διαπραγματεύονται πολύ κάτω από το χρηματικό τους ισοδύναμο ($X/S - 1 > 0.04$) με χρονική διάρκεια μέχρι τρείς μήνες, ισούται με 99% με μηδενικό συντελεστή συσχέτισης και 35% με μη μηδενικό συντελεστή συσχέτισης. Παρομοίως, το μέσο ποσοστιαίο σφάλμα για τα δικαιώματα πώλησης που διαπραγματεύονται πολύ κάτω από το χρηματικό τους ισοδύναμο ($X/S - 1 < 0.04$) με χρονική διάρκεια μέχρι τρείς μήνες, ισούται με 61% με μηδενικό συντελεστή συσχέτισης και 18% με μη μηδενικό συντελεστή συσχέτισης. Τέλος, παρατηρείται ότι το σφάλμα αποτίμησης για τα δικαιώματα αγοράς και πώλησης που διαπραγματεύονται πολύ κάτω από το χρηματικό τους ισοδύναμο, μειώνεται όσο η χρονική διάρκεια των δικαιωμάτων αυξάνεται.

Ο Nandi κατέληξε στο συμπέρασμα ότι, το υπόδειγμα των Black και Scholes εξάγει ακριβέστερα αποτελέσματα εν συγκρίσει με το υπόδειγμα του Heston που υποθέτει μηδενικό συντελεστή συσχέτισης, σχετικά με τα δικαιώματα αγοράς και πώλησης που διαπραγματεύονται πολύ κάτω από το χρηματικό τους ισοδύναμο. Αντίθετα το υπόδειγμα του Heston, που υποθέτει μη μηδενικό συντελεστή συσχέτισης, εξάγει ακριβέστερα αποτελέσματα εν συγκρίσει με το υπόδειγμα Black και Scholes, σχετικά με τα δικαιώματα αγοράς και πώλησης που διαπραγματεύονται πολύ κάτω από το χρηματικό τους ισοδύναμο.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗΣ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΩΝ ΑΓΟΡΑΣ ΚΑΙ ΠΩΛΗΣΗΣ ΕΥΡΩΠΑΪΚΟΥ ΚΑΙ ΑΜΕΡΙΚΑΝΙΚΟΥ ΤΥΠΟΥ.

5. 1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο παρόν κεφάλαιο, το οποίο διακρίνεται σε πέντε ενότητες, εφαρμόζουμε ορισμένους αλγόριθμους με στόχο την εφαρμογή ορισμένων υποδειγμάτων αποτίμησης δικαιωμάτων, τα οποία αναφέρθηκαν και αναλύθηκαν στο προηγούμενο Κεφάλαιο. Η πρώτη ενότητα, αναφέρεται στη πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης που υφίσταται για τα δικαιώματα Αμερικανικού τύπου. Η δεύτερη ενότητα, αναλύει τον τρόπο σύνταξης των τεσσάρων προγραμμάτων στη C^{++}. Η τρίτη ενότητα, επεξηγεί τον τρόπο με τον οποίο έγινε η επιλογή των εισερχόμενων εξαρτημένων μεταβλητών, προκειμένου να πραγματοποιηθεί η αποτίμηση των δικαιωμάτων. Η τέταρτη ενότητα, παρουσιάζει αναλυτικά τις εξαγόμενες τιμές των δικαιωμάτων που αντιστοιχούν σε μία σειρά διαφορετικών μεταβλητών, ώστε να είναι δυνατή η εξαγωγή αξιόπιστων συμπερασμάτων. Τέλος στην πέμπτη ενότητα, γίνεται μία σύγκριση μεταξύ των υποδειγμάτων αποτίμησης και παρουσιάζονται ορισμένα συμπεράσματα.

Η αποτίμηση αφορά δικαιώματα αγοράς και πώλησης τόσο Ευρωπαϊκού όσο και Αμερικανικού τύπου, με υποκείμενο τίτλο μετοχές με ή χωρίς καταβολή μερίσματος. Η αποτίμηση των δικαιωμάτων Ευρωπαϊκού τύπου κρίθηκε απαραίτητη, δεδομένου ότι οι τιμές τους αποτελούν σημείο αναφοράς (benchmark), συγκριτικά με τις τιμές των δικαιωμάτων Αμερικανικού τύπου. Η αποτίμηση πραγματοποιήθηκε μέσω της εφαρμογής τεσσάρων διαφορετικών υποδειγμάτων αποτίμησης.

1. Το υπόδειγμα των **Black-Scholes (BS)**, για την αποτίμηση των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης Ευρωπαϊκού τύπου για μετοχές χωρίς μέρισμα.
2. Το υπόδειγμα των **Black-Scholes (BS)**, για την αποτίμηση των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης Ευρωπαϊκού τύπου για μετοχές που διανέμουν μέρισμα σε μετρητά (cash dividends).
3. Το υπόδειγμα των **Black-Scholes (BS)**, για την αποτίμηση των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης Αμερικανικού τύπου με συνεχή

μερισματική απόδοση δ (continuous dividend yield), η οποία υποτίθεται ότι ισχύει καθ' όλη τη χρονική διάρκεια των δικαιωμάτων.

4. Το ψευδο-Αμερικανικό υπόδειγμα, για την αποτίμηση των δικαιωμάτων αγοράς Αμερικανικού τύπου για μετοχές που διανέμουν μέρισμα σε μετρητά (cash dividends).

Όπως αναφέρθηκε στο δεύτερο Κεφάλαιο, υφίσταται συνεχώς πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης για τα δικαιώματα αγοράς και πώλησης Αμερικανικού τύπου, δεδομένου ότι την ημερομηνία καταβολής του μερίσματος η τρέχουσα τιμή της μετοχής μειώνεται κατά το ποσό του μερίσματος. Συνεπώς, οι παράγοντες που επηρεάζουν την τιμή των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης Αμερικανικού τύπου, εκτός από την τιμή της μετοχής, είναι τόσο το ποσό του μερίσματος, όσο και η χρονική στιγμή καταβολής του.

Η χρονική στιγμή που ενδείκνυται για την πρόωρη εκτέλεση ενός δικαιώματος αγοράς Αμερικανικού τύπου, είναι ακριβώς πριν από την ημέρα καταβολής του μερίσματος. Σε αντίθετη περίπτωση, το δικαίωμα αγοράς ενδείκνυται να παραμένει ανεκτέλεστο μέχρι τη λήξη του. Ειδικότερα, η απόφαση πρόωρης εκτέλεσης ενός δικαιώματος αγοράς Αμερικανικού τύπου, εμπεριέχει τη συνεκτίμηση ενός θετικού και δύο αρνητικών παραγόντων. Συγκεκριμένα, η πρόωρη εκτέλεση για τον κάτοχο ενός δικαιώματος αγοράς Αμερικανικού τύπου συνεπάγεται : i) είσπραξη μερίσματος (θετικός παράγοντας), ii) απώλεια του τόκου που θα κέρδιζε ο κάτοχος του δικαιώματος, σε περίπτωση που τόκιζε ποσό ισοδύναμο με την τιμή εκτέλεσης, για το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ της ημέρας της πρόωρης εκτέλεσης και της κανονικής λήξης του δικαιώματος (αρνητικός παράγοντας), και iii) απώλεια άσκησης του δικαιώματος αγοράς της μετοχής, σε περίπτωση που η τιμή της μετοχής αυξηθεί σημαντικά στο μέλλον (αρνητικός παράγοντας).

Δεδομένου ότι, το δικαίωμα είσπραξης του μερίσματος εκτελείται μόνο πριν από την ημέρα αποκοπής του, ο κάτοχος του δικαιώματος αγοράς δεν έχει λόγο να το εκτελέσει σε οποιαδήποτε άλλη χρονική στιγμή. Κατά συνέπεια, η πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης ενός δικαιώματος αγοράς Αμερικανικού τύπου αυξάνεται, όσο μικρότερο είναι το επιτόκιο και η τιμή εκτέλεσης και όσο μεγαλύτερο είναι το καταβαλλόμενο μέρισμα.

Αντίθετα, η πρόωρη εκτέλεση ενός δικαιώματος πώλησης Αμερικανικού τύπου, μπορεί να πραγματοποιηθεί σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή. Οι παράγοντες

που καλείται να συνεκτιμήσει ο κάτοχος του δικαιώματος πώλησης παραμένουν οι ίδιοι, αλλά η επίδραση τους είναι αντίθετης κατεύθυνσης συγκριτικά με την περίπτωση του δικαιώματος αγοράς. Σε περίπτωση πρόωρης εκτέλεσης, ο κάτοχος του δικαιώματος πώλησης Αμερικανικού τύπου κερδίζει τον τόκο που αναλογεί στο ποσό της τιμής εκτέλεσης, αλλά δεν εισπράττει το καταβαλλόμενο μέρισμα.

Συνεπώς στην περίπτωση του δικαιώματος πώλησης Αμερικανικού τύπου, ο παράγοντας που ευνοεί την πρόωρη εκτέλεση δύναται να αξιοποιηθεί σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή, και όχι μόνο στις συγκεκριμένες ημερομηνίες καταβολής του μερίσματος. Κατά συνέπεια, η πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης ενός δικαιώματος πώλησης Αμερικανικού τύπου αυξάνεται, όσο μεγαλύτερο είναι το επιτόκιο και η τιμή εκτέλεσης και όσο μικρότερο είναι το καταβαλλόμενο μέρισμα.

5. 2. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ΣΤΗ C^{++}.

5. 2. 1 Έλεγχος των προγραμμάτων

Η αποτίμηση των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης Ευρωπαϊκού και Αμερικανικού τύπου, κατέστη δυνατή με την κατασκευή τεσσάρων προγραμμάτων στη C^{++}. Κάθε ένα από τα τέσσερα προγράμματα, αντιπροσωπεύει ένα διαφορετικό υπόδειγμα αποτίμησης, προκειμένου να αποτιμηθεί μία συγκεκριμένη κατηγορία δικαιωμάτων. Η C^{++}, επιλέχτηκε με βασικό κριτήριο την ταχύτητα της. Επιπρόσθετα, αποτελεί μια γλώσσα προγραμματισμού με τεράστιες δυνατότητες και σχετικά εύκολη εφαρμογή, συγκριτικά με τις υπόλοιπες γλώσσες προγραμματισμού, όπως οι Visual Basic και η Fortran. Τα προγράμματα ''τρέχουν'' σε περιβάλλον MS-DOS και η εφαρμογή τους είναι πολύ απλή. Συγκεκριμένα, επιλέγοντας το συγκεκριμένο αρχείο (options.exe) δίνεται η δυνατότητα στο χρήστη να επιλέξει ένα από τα τέσσερα προγράμματα, ανάλογα με το ποια κατηγορία δικαιωμάτων εξετάζει. Στη συνέχεια, ο χρήστης καλείται να ορίσει τις εισερχόμενες ανεξάρτητες μεταβλητές (κάθε μία ξεχωριστά), και το πρόγραμμα σχεδόν αυτόματα (1-2 δευτερόλεπτα) εξάγει τις τιμές των δικαιωμάτων.

Με σκοπό τη διασφάλιση της αξιοπιστίας των προγραμμάτων που κατασκευάστηκαν στη C^{++}, αναφορικά με την σωστή εφαρμογή των υποδειγμάτων, διενεργήθηκε ένας έλεγχος των αποτελεσμάτων. Αναλυτικότερα, τα προγράμματα ''έτρεξαν'' με εισερχόμενες ανεξάρτητες μεταβλητές, ταυτόσημες με αυτές που

χρησιμοποίησαν οι Cox και Rubinstein στο βιβλίο τους (σελ 216, 244,)[72] και τα εξαγόμενα αποτελέσματα συγκρίθηκαν με τα αντίστοιχα των Cox και Rubinstein. Με άλλα λόγια, τα αποτελέσματα των Cox και Rubinstein λειτούργησαν ως σημείο αναφοράς (benchmark). Η σύγκριση των αποτελεσμάτων παρουσιάζεται στους Πίνακες 5.1 εως 5.3. Σε όλους τους Πίνακες η τρέχουσα τιμή της μετοχής S, βάση της οποίας διενεργήθηκαν όλοι οι υπολογισμοί ισούται με $40.

Τα αποτελέσματα του Πίνακα 5.1 αφορούν στις τιμές των δικαιωμάτων αγοράς Ευρωπαϊκού τύπου, βάση του υποδείγματος των Black και Scholes, για μετοχές χωρίς μέρισμα. Οι τιμές των δικαιωμάτων αγοράς έχουν υπολογιστεί για τρεις διαφορετικές τιμές εκτέλεσης (35, 40, 45), τρεις διαφορετικές τιμές μεταβλητότητας (0.20, 0.30 και 0.40), τρία διαφορετικά επιτόκια (3%, 5% και 7%), καθώς και για τρεις διαφορετικές χρονικές διάρκειες (1, 4, και 7 μηνών). Σε όλες τις περιπτώσεις, η ακρίβεια των εξαγόμενων από το πρόγραμμα τιμών κρίνεται αναμφισβήτητη.

Στον Πίνακα 5.2, παρουσιάζονται οι τιμές των δικαιωμάτων αγοράς Ευρωπαϊκού τύπου, βάση του υποδείγματος των Black και Scholes, για μετοχές που διανέμουν μέρισμα σε μετρητά. Οι εισερχόμενες μεταβλητές είναι ταυτόσημες με αυτές του Πίνακα 5.1, εκτός από το επιτόκιο που είναι το ίδιο για όλους τους υπολογισμούς (5%). Δεδομένου ότι, το ετήσιο μέρισμα της μετοχής ισούται με $2, το τριμηνιαίο μέρισμα είναι ίσο με $0.5 Δοθέντος ότι, η πρώτη ημέρα αποκοπής του μερίσματος είναι σε ½ μήνα, τα μερίσματα καταβάλλονται σε ½, 3½, και 6½ μήνες ($t_1 = 0.0416$, $t_2 = 0.2916$ και $t_3 = 0.5416$ αντίστοιχα).

Συνεπώς, οι τιμές των δικαιωμάτων με χρονική διάρκεια ενός μηνός (T=0.0833), ενσωματώνουν ένα μέρισμα ($t_1 = 0.0416$, $D_1 = \$0.5$), με χρονική διάρκεια τεσσάρων μηνών (T=0.3333), ενσωματώνουν δύο μερίσματα ($t_1 = 0.0416$, $D_1 = \$0.5$ και $t_2 = 0.2916$, $D_2 = \$0.5$), και με χρονική διάρκεια επτά μηνών (T=0.5833), ενσωματώνουν τρία μερίσματα ($t_1 = 0.0416$, $D_1 = \$0.5$, $t_2 = 0.2916$, $D_2 = \$0.5$ και $t_3 = 0.5416$, $D_3 = \$0.5$). Τα αποτελέσματα αποδεικνύουν ότι, σε όλες τις περιπτώσεις οι τιμές του προγράμματος (στήλη C^{++}) συμπίπτουν απόλυτα με τις τιμές του βιβλίου (στήλη B-S).

---

[72] Cox, J.C. and M. Rubinstein, 1985, ''Options Markets'', Prentice-Hall, Chapter 5.

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.1

ΤΙΜΕΣ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΩΝ ΑΓΟΡΑΣ ΕΥΡΩΠΑΪΚΟΥ ΤΥΠΟΥ ΧΩΡΙΣ ΜΕΡΙΣΜΑ

		r	0.03	0.03	0.03	0.05	0.05	0.05	0.07	0.07	0.07
	σ	X	Jan	Apr	Jul	Jan	Apr	Jul	Jan	Apr	Jul
CRR	0.2	35	5.09	5.56	6.08	5.15	5.76	6.40	5.20	5.95	6.71
CRR	0.2	40	0.97	2.04	2.77	1.00	2.17	3.00	1.04	2.30	3.24
CRR	0.2	45	0.02	0.46	0.98	0.02	0.51	1.10	0.02	0.56	1.23
C^{++}	0.2	35	5.094	5.568	6.088	5.151	5.772	6.419	5.209	5.978	6.753
C^{++}	0.2	40	0.970	2.038	2.776	1.004	2.175	3.018	1.039	2.318	3.271
C^{++}	0.2	45	0.020	0.459	0.985	0.022	0.509	1.110	0.024	0.563	1.246
CRR	0.3	35	5.17	6.08	6.90	5.22	6.25	7.17	5.27	6.42	7.44
CRR	0.3	40	1.43	2.95	3.97	1.46	3.07	4.19	1.49	3.20	4.40
CRR	0.3	45	0.16	1.19	2.09	0.16	1.25	2.24	0.17	1.33	2.39
C^{++}	0.3	35	5.167	6.083	6.902	5.222	6.262	7.188	5.276	6.442	7.477
C^{++}	0.3	40	1.430	2.950	3.974	1.463	3.080	4.199	1.496	3.214	4.431
C^{++}	0.3	45	0.156	1.186	2.091	0.162	1.259	2.244	0.169	1.334	2.405
CRR	0.4	35	5.34	6.74	7.85	5.39	6.89	8.09	5..44	7.05	8.34
CRR	0.4	40	1.89	3.86	5.16	1.92	3.98	5.37	1.95	4.10	5.58
CRR	0.4	45	0.41	2.02	3.27	0.42	2.10	3.43	0.43	2.18	3.59
C^{++}	0.4	35	5.340	6.743	7.854	5.390	6.904	8.110	5.441	7.066	8.368
C^{++}	0.4	40	1.889	3.861	5.168	1.921	3.986	5.382	1.954	4.114	5.601
C^{++}	0.4	45	0.408	2.023	3.273	0.419	2.107	3.438	0.430	2.194	3.608

1) Οι σειρές CRR αντιπροσωπεύουν τις τιμές των δικαιωμάτων που παρουσιάζονται στο βιβλίο των Cox, J.C. και M. Rubinstein, 1985, ''Options Markets'', Prentice-Hall, Chapter 5, σελ 216. Οι σειρές C^{++} αντιπροσωπεύουν τις τιμές των δικαιωμάτων που εξάγονται από το πρόγραμμα.

2) Σε όλες τις περιπτώσεις, η τιμή της μετοχής ισούται με $40.

3) Τα δικαιώματα του Ιανουαρίου έχουν χρονική διάρκεια ενός μηνός (T=0.0833), του Απριλίου τεσσάρων μηνών (T=0.3333) και του Ιουλίου επτά μηνών (T=0.5833).

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2

ΤΙΜΕΣ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΩΝ ΑΓΟΡΑΣ ΕΥΡΩΠΑΪΚΟΥ ΤΥΠΟΥ ΜΕ ΜΕΡΙΣΜΑ ΣΕ ΜΕΤΡΗΤΑ

		B-S	**C^{++}**	**B-S**	**C^{++}**	**B-S**	**C^{++}**
σ	X	Jan	Jan	Apr	Apr	Jul	Jul
0.2	35	4.66	4.6579	4.88	4.8864	5.16	5.1695
0.2	40	0.76	0.7566	1.64	1.6429	2.19	2.1944
0.2	45	0.01	0.0123	0.33	0.3332	0.72	0.7173
0.3	35	4.75	4.7529	5.46	5.4579	6.04	6.0484
0.3	40	1.21	1.2098	2.54	2.5412	3.36	3.3665
0.3	45	0.12	0.1175	0.98	0.9768	1.71	1.7096
0.4	35	4.95	4.9495	6.15	6.1487	7.02	7.0258
0.4	40	1.67	1.6643	3.44	3.4380	4.53	4.5340
0.4	45	0.34	0.3376	1.76	1.7574	2.81	2.8154

1) Οι στήλες B-S αντιπροσωπεύουν τις τιμές των δικαιωμάτων Ευρωπαϊκού τύπου που παρουσιάζονται στο βιβλίο των Cox, J.C. και M. Rubinstein, 1985, ''Options Markets'', Prentice-Hall, Chapter 5, σελ 244. Οι στήλες C^{++} αντιπροσωπεύουν τις αντίστοιχες τιμές των δικαιωμάτων που εξάγονται από το πρόγραμμα 2.

2) Σε όλες τις περιπτώσεις, η τιμή της μετοχής ισούται με \$40, και το επιτόκιο με 5%.

3) Τα δικαιώματα του Ιανουαρίου έχουν χρονική διάρκεια ενός μηνός (T=0.0833), του Απριλίου τεσσάρων μηνών (T=0.3333) και του Ιουλίου επτά μηνών (T=0.5833).

4) Το ετήσιο μέρισμα ισούται με \$2, δηλαδή το τριμηνιαίο μέρισμα ισούται με \$0.5 και η πρώτη ημέρα αποκοπής του είναι σε 1/2 μήνα. [D = (\$2, ½)], δηλαδή καταβάλλεται σε ½, 3½, και 6½ μήνες.

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3

ΤΙΜΕΣ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΩΝ ΑΓΟΡΑΣ ΑΜΕΡΙΚΑΝΙΚΟΥ ΤΥΠΟΥ ΜΕ ΜΕΡΙΣΜΑ ΣΕ ΜΕΤΡΗΤΑ

		Pseudo	C^{++}	**Pseudo**	C^{++}	**Pseudo**	C^{++}
σ	X	Jan	Jan	Apr	Apr	Jul	Jul
0.2	35	5.07	5.0729	5.19	5.2069	5.44	5.4612
0.2	40	0.76	0.7566	1.73	1.7396	2.31	2.3248
0.2	45	0.01	0.0123	0.33	0.3332	0.74	0.7472
0.3	35	5.08	5.0833	5.67	5.6796	6.25	6.2663
0.3	40	1.21	1.2098	2.58	2.5877	3.45	3.4640
0.3	45	0.12	0.1175	0.98	0.9768	1.72	1.7314
0.4	35	5.13	5.1337	6.28	6.2890	7.17	7.1881
0.4	40	1.67	1.6643	3.44	3.4380	4.59	4.5986
0.4	45	0.34	0.3376	1.76	1.7574	2.81	2.8170

1) Οι στήλες Pseudo αντιπροσωπεύουν τις τιμές των δικαιωμάτων Αμερικανικού τύπου που παρουσιάζονται στο βιβλίο των Cox, J.C. και M. Rubinstein, 1985, ''Options Markets'', Prentice-Hall, Chapter 5, σελ 244. Οι στήλες C^{++} αντιπροσωπεύουν τις αντίστοιχες τιμές των δικαιωμάτων που εξάγονται από το πρόγραμμα 4.

2) Σε όλες τις περιπτώσεις, η τιμή της μετοχής ισούται με $40, και το επιτόκιο με 5%.

3) Τα δικαιώματα του Ιανουαρίου έχουν χρονική διάρκεια ενός μηνός (T=0.0833), του Απριλίου τεσσάρων μηνών (T=0.3333) και του Ιουλίου επτά μηνών (T=0.5833).

4) Το ετήσιο μέρισμα ισούται με $2, δηλαδή το τριμηνιαίο μέρισμα ισούται με $0.5 και η πρώτη ημέρα αποκοπής του είναι σε 1/2 μήνα. [D = ($2, ½)], δηλαδή καταβάλλεται σε ½, 3½, και 6½ μήνες.

Τέλος, στον Πίνακα 5.3, παρουσιάζονται οι τιμές των δικαιωμάτων αγοράς Αμερικανικού τύπου, βάση του ψευδο-Αμερικανικού υποδείγματος, για μετοχές που διανέμουν μέρισμα σε μετρητά. Οι εισερχόμενες μεταβλητές είναι ταυτόσημες με αυτές του Πίνακα 5.2. Και στην περίπτωση του ψευδό-Αμερικανικού υποδείγματος, ο προγραμματισμός του οποίου ήταν ο πιο πολύπλοκος (η ανάλυση του παρουσιάζεται στην επόμενη υποενότητα), τα αποτελέσματα αποδεικνύουν ότι, σε όλες τις περιπτώσεις οι τιμές του προγράμματος (στήλη C^{--}), συμπίπτουν απόλυτα με τις τιμές του βιβλίου (στήλη Pseudo).

5. 2. 2 Περιγραφή και ανάλυση των προγραμμάτων στην C^{++}.

Το Πρόγραμμα 1 παρουσιάζεται στο Παράρτημα 1 και αποτελεί πιστή εφαρμογή του αλγόριθμου αποτίμησης των Black και Scholes, για δικαιώματα αγοράς και πώλησης Ευρωπαϊκού τύπου χωρίς μέρισμα. Εισάγοντας τιμές για τις πέντε ανεξάρτητες μεταβλητές (S, X, T, r, σ), το πρόγραμμα εξάγει τις τιμές των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης Ευρωπαϊκού τύπου ταυτόχρονα.

Προσθέτοντας στο Πρόγραμμα 1 μερικές ακόμη εντολές ώστε να ενσωματώνονται οι πληρωμές μερισμάτων σε μετρητά, κατασκευάστηκε το Πρόγραμμα 2, το οποίο παρουσιάζεται στο Παράρτημα 2 και αποτιμά δικαιώματα αγοράς και πώλησης Ευρωπαϊκού τύπου για την περίπτωση μετοχών που διανέμουν μέρισμα σε μετρητά. Εκτός από τις τιμές για τις πέντε ανεξάρτητες μεταβλητές (S, X, T, r, σ), ο χρήστης καλείται να ορίσει την ημερομηνία αποκοπής του μερίσματος (t), καθώς και το ποσό του μερίσματος (D). Αναλυτικότερα, το πρόγραμμα αυτό παρέχει στο χρήστη τη δυνατότητα να ενσωματώσει στην τιμή της μετοχής μέχρι τρία ποσά μερισμάτων (D_1, D_2, D_3), σε κάθε μία από τις τρεις ημερομηνίες αποκοπής του μερίσματος (t_1, t_2, t_3). Δηλαδή, εάν η μετοχή διανέμει μόνο ένα μέρισμα, η τιμή της μετοχής μειώνεται κατά την παρούσα αξία του ποσού του μερίσματος (D_1)[73]. Σε περίπτωση που η μετοχή διανέμει και δεύτερο μέρισμα, η τιμή της μετοχής μειώνεται κατά την παρούσα αξία και των δύο μερισμάτων (D_1 και D_2).

[73] Σημειώνεται ότι, το ποσό του μερίσματος προεξοφλείται βάση της ημερομηνίας αποκοπής του μερίσματος (t_1), και όχι της χρονικής διάρκειας του δικαιώματος (T).

Το Πρόγραμμα 3 παρουσιάζεται στο Παράρτημα 3 και αποτελεί εφαρμογή του αλγόριθμου αποτίμησης των Black και Scholes για δικαιώματα αγοράς και πώλησης Αμερικανικού τύπου, με μοναδική προσθήκη ότι υποτίθεται συνεχής μερισματική απόδοση δ. Ο χρήστης του προγράμματος, εκτός από τις πέντε ανεξάρτητες μεταβλητές (S, X, T, r, σ), εισάγει και την τιμή της συνεχούς μερισματικής απόδοσης δ.

Τέλος, το Πρόγραμμα 4 το οποίο παρουσιάζεται στο Παράρτημα 4 αποτελεί εφαρμογή του ψευδο-Αμερικανικού υποδείγματος αποτίμησης για δικαιώματα αγοράς Αμερικανικού τύπου για την περίπτωση μετοχών που διανέμουν μέρισμα σε μετρητά. Στην περίπτωση του ψευδο-Αμερικανικού υποδείγματος αποτίμησης, το πρόγραμμα λειτουργεί με τον ακόλουθο τρόπο. Αρχικά, ελέγχεται η περίπτωση όπου η πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης του δικαιώματος είναι διαφορετική του μηδενός, δηλαδή ότι το δικαίωμα αγοράς θα εκτελεστεί ακριβώς πριν από κάθε ημερομηνία καταβολής του μερίσματος. Με αυτόν τον τρόπο, για καθεμία από τις ημερομηνίες καταβολής του μερίσματος υπολογίζεται και μία τιμή δικαιώματος αγοράς Ευρωπαϊκού τύπου.

Το πρόγραμμα κατασκευάστηκε έτσι, ώστε να λαμβάνονται υπ' όψιν μέχρι τρεις ημερομηνίες καταβολής του μερίσματος (t_1, t_2, t_3), και τρία μερίσματα (D_1, D_2, D_3). Δηλαδή, σε περίπτωση που μία μετοχή κατά τη χρονική διάρκεια του δικαιώματος διανείμει τρία μερίσματα, υπολογίζονται τρεις διαφορετικές τιμές δικαιωμάτων αγοράς Ευρωπαϊκού τύπου, όπου η καθεμία αντιστοιχεί στην πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης του δικαιώματος, ακριβώς πριν από τις τρεις ημερομηνίες διανομής των μερισμάτων.

Στη συνέχεια, το πρόγραμμα εκτελείται με μηδενική πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης, δηλαδή υποθέτει ότι το δικαίωμα αγοράς παραμένει ανεκτέλεστο μέχρι τη λήξη του. Συνεπώς, υπολογίζει μία τιμή του δικαιώματος αγοράς Αμερικανικού τύπου που ισοδυναμεί με την τιμή του αντίστοιχου δικαιώματος Ευρωπαϊκού τύπου (που εξάγεται από το Πρόγραμμα 2), δεδομένου ότι η τρέχουσα τιμή της μετοχής μειώνεται κατά την παρούσα αξία όλων των διανεμηθέντων μερισμάτων και η χρονική διάρκεια του δικαιώματος παραμένει η ίδια. Στο τελευταίο μέρος του προγράμματος, η μεγαλύτερη από όλες τις υπολογιζόμενες τιμές επιλέγεται ως η πλησιέστερη τιμή του δικαιώματος αγοράς Αμερικανικού τύπου, βάσει του ψευδο-Αμερικανικού υποδείγματος.

5. 3. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ

Από τις πέντε ανεξάρτητες εισερχόμενες μεταβλητές (S, X, T, r, σ) που προσδιορίζουν την αξία των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων, μόνο η τιμή της μεταβλητότητας (volatility) δεν είναι διαθέσιμη και απαιτείται ο υπολογισμός της. Οι υπόλοιπες τέσσερις μεταβλητές δεν απαιτούν κανένα υπολογισμό, δεδομένου ότι είναι διαθέσιμες από πολλά οικονομικά έντυπα. Στο σημείο αυτό αξίζει να επισημανθεί, ότι η ανάλυση που ακολουθεί θα μπορούσε να λάβει μορφή εμπειρικής έρευνας, εφόσον η αγορά δικαιωμάτων λειτουργούσε ήδη στην Ελλάδα[74]. Σε αυτήν την περίπτωση, δεδομένου ότι τα υποδείγματα αποτίμησης είχαν ελεγχθεί για την αξιοπιστία τους, η εφαρμογή τους θα μπορούσε να γίνει με πραγματικά δεδομένα της αγοράς και να ελεγχθεί κατά πόσο ισχύει η υπόθεση της αποτελεσματικής αγοράς στην Ελλάδα (efficient market hypothesis). Δηλαδή, με την εφαρμογή των υποδειγμάτων αποτίμησης θα ήταν δυνατός ο εντοπισμός υπερτιμημένων ή υποτιμημένων συμβολαίων δικαιωμάτων, που με ανάλογες στρατηγικές συναλλαγών (πώληση υπερτιμημένων και ταυτόχρονη αγορά υποτιμημένων συμβολαίων) θα απέφεραν κέρδη χωρίς κίνδυνο (arbitrage profits).

Συνεπώς, λόγω αδυναμίας συγκέντρωσης των τιμών των δικαιωμάτων από μετοχές που διαπραγματεύονται, τόσο στο Ελληνικό χρηματιστήριο όσο και στις οργανωμένες αγορές δικαιωμάτων του εξωτερικού, η ανάλυση που ακολουθεί περιέχει έναν περιορισμό. Ο περιορισμός που υφίσταται, αφορά στην αδυναμία διενέργειας έρευνας προκειμένου να ελεγχθεί η υπόθεση περί αποτελεσματικότητας της αγοράς δικαιωμάτων. Ωστόσο, η χρήση πραγματικών τιμών για τις ανεξάρτητες μεταβλητές S, X, T, και r[75], ενισχύει τόσο το ενδιαφέρον της ανάλυσης, όσο και την αξιοπιστία των συμπερασμάτων.

5. 3. 1. Τιμή μετοχής και τιμή εκτέλεσης

Η μετοχή βάση της οποίας διενεργήθηκαν όλοι οι υπολογισμοί, είναι η μετοχή της Τραπέζης Πίστεως. Ως τρέχουσα τιμή της μετοχής S, επιλέχτηκε ο μέσος

---

[74] Το Χρηματιστήριο Παραγώγων Αθηνών (ΧΠΑ), θα αρχίσει τη λειτουργία του επίσημα τον Απρίλιο του 1999, παρόλο που έχει θεσπιστεί νομοθετικά.

[75] Η μοναδική μεταβλητή για την οποία χρησιμοποιήθηκαν υποθετικές τιμές, είναι η μεταβλητότητα, δεδομένου ότι ο υπολογισμός της είναι πέρα από το αντικείμενο της παρούσας μελέτης.

όρος της τιμής της μετοχής για χρονικό διάστημα πέντε μηνών. Συγκεκριμένα, το δείγμα των τιμών της μετοχής, αφορά στο χρονικό διάστημα από 23/3/1998 μέχρι και 21/8/1998. Η επιλογή της συγκεκριμένης χρονικής περιόδου, έγινε με σκοπό τη μη ενσωμάτωση στο δείγμα των τιμών που προηγήθηκαν της υποτίμησης της δραχμής, στις 14/3/1998, δεδομένης της πολύ υψηλής διακύμανσης που επήλθε στην τιμή της μετοχής αμέσως μετά την αναγγελία της υποτίμησης[76]. Ο μέσος όρος της τιμής της μετοχής υπολογίστηκε στις 28.196δρχ, και η τρέχουσα τιμή της μετοχής S, βάση της οποίας διενεργήθηκαν όλοι οι υπολογισμοί, είναι 28.000δρχ.

Δεδομένης της τιμής των 28.000δρχ, επιλέχτηκαν τρεις διαφορετικές τιμές εκτέλεσης (26.000δρχ, 28.000δρχ, 30.000δρχ), έτσι ώστε να είναι δυνατή η αποτίμηση δικαιωμάτων, που διαπραγματεύονται πάνω και κάτω από το χρηματικό τους ισοδύναμο σε ποσοστό 7%. Αναλυτικότερα, εξετάζονται : πρώτον, δικαιώματα αγοράς που διαπραγματεύονται πάνω από το χρηματικό τους ισοδύναμο σε ποσοστό 7% (X = 26.000δρχ), δεύτερον, δικαιώματα αγοράς που διαπραγματεύονται ακριβώς στο χρηματικό τους ισοδύναμο (X = 28.000δρχ) και τρίτον, δικαιώματα αγοράς που διαπραγματεύονται κάτω από το χρηματικό τους ισοδύναμο σε ποσοστό 7% (X = 30.000). Στην περίπτωση των δικαιωμάτων πώλησης, ισχύει ακριβώς το αντίστροφο.

5. 3. 2. Χρονική περίοδος και επιτόκια

Δεδομένου, ότι η συντριπτική πλειοψηφία των διαπραγματεύσιμων δικαιωμάτων σε όλες τις οργανωμένες αγορές, έχει ανώτατη χρονική διάρκεια ενός έτους, επιλέχτηκαν χρονικές περίοδοι των τριών, έξι, εννέα και δώδεκα μηνών (T=0.25, T=0.5, T=0.75, T=1). Ο υπολογισμός των τιμών των δικαιωμάτων για τέσσερις διαφορετικές χρονικές περιόδους, αποσκοπεί στην ανάλυση της σχέσης μεταξύ της τιμής του δικαιώματος και της χρονικής διάρκειάς του.

Ως τιμή της μεταβλητής του επιτοκίου, χρησιμοποιήθηκε το επιτόκιο των Εντόκων Γραμματίων του Ελληνικού Δημοσίου (Ε.Γ.Ε.Δ.), που αντιστοιχεί στην εκάστοτε εξεταζόμενη χρονική διάρκεια του δικαιώματος. Συγκεκριμένα, τα επιτόκια των εντόκων γραμματίων έτσι όπως διαμορφώθηκαν στις πιο πρόσφατες δημοπρασίες είναι τα εξής : i) επιτόκιο τρίμηνης διάρκειας ίσο με 11.5% (εκδόσεως

[76] Χαρακτηριστικά αναφέρεται ότι, η τιμή κλεισίματος της μετοχής την 13/3/1998 ήταν 17.005δρχ, ενώ την 20/3/1998 η μετοχή έκλεισε στις 23.455δρχ (θετική διακύμανση της τάξης του 37.9%).

Ιουλίου 1998), ii) επιτόκιο εξάμηνης διάρκειας ίσο με 11.7% (εκδόσεως Ιουλίου 1998), iii) επιτόκιο εννιάμηνης διάρκειας ίσο με 12%[77], και iv) επιτόκιο ετήσιας διάρκειας ίσο με 13.2% (εκδόσεως Αυγούστου 1998). Δηλαδή, η αποτίμηση των δικαιωμάτων χρονικής διάρκειας τριών μηνών πραγματοποιήθηκε με επιτόκιο 11.5%, των δικαιωμάτων χρονικής διάρκειας έξι μηνών με επιτόκιο 11.7%, των δικαιωμάτων χρονικής διάρκειας εννέα μηνών με επιτόκιο 12%, και των δικαιωμάτων χρονικής διάρκειας ενός έτους με επιτόκιο 13.2%.

Μέσω της χρήσης διαφορετικού επιτοκίου σε διαφορετική χρονική διάρκεια, επιτυγχάνεται η ενσωμάτωση της κανονικής καμπύλης των επιτοκίων, δηλαδή σε μεγαλύτερη χρονική διάρκεια να αντιστοιχεί μεγαλύτερο επιτόκιο. Ωστόσο αξίζει να σημειωθεί ότι, η καμπύλη αποδόσεων στην Ελλάδα παραμένει σημαντικά αντεστραμμένη, δηλαδή τα βραχυπρόθεσμα επιτόκια είναι μεγαλύτερα από τα μακροπρόθεσμα επιτόκια[78].

5. 3. 3. Μεταβλητότητα της τιμής της μετοχής

Μεταβλητότητα ονομάζεται η τυπική απόκλιση (standard deviation) της τιμής της μετοχής, και ισούται με τη θετική τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης (variance) της τιμής της μετοχής. Σκοπός της εξέτασης της μεταβλητότητας, είναι ο προσδιορισμός των πιθανοτήτων διακύμανσης της τιμής της μετοχής κατά τη χρονική διάρκεια του δικαιώματος. Όπως προαναφέρθηκε, η μεταβλητότητα αποτελεί τη μοναδική ανεξάρτητη μεταβλητή η οποία πρέπει να υπολογισθεί. Ο υπολογισμός της μεταβλητότητας γίνεται είτε από τις παρελθοντικές τιμές της μετοχής και ονομάζεται ''ιστορική μεταβλητότητα'' (historical volatility), είτε από τις τιμές των δικαιωμάτων και ονομάζεται ''συμπερασματική μεταβλητότητα'' (implied volatility).

Η ιστορική μεταβλητότητα εξάγεται από την εξέταση της διακύμανσης των παρελθοντικών τιμών της μετοχής. Δεν υπάρχει κανόνας σχετικά με την επιλογή,

---

[77] Δεδομένου ότι, το Ελληνικό Δημόσιο δεν εκδίδει έντοκα γραμμάτια εννέα μηνών, η διαμόρφωση του επιτοκίου στο 12% είναι υποθετική, ανάμεσα από το 11.7% και το 13.2% των εξαμηνιαίων και ετησίων επιτοκίων των Ε.Γ.Ε.Δ αντίστοιχα.

[78] Χαρακτηριστικά αναφέρεται ότι, ενώ τα έντοκα γραμμάτια τριμηνιαίας διάρκειας αποδίδουν 11.5%, τα πενταετή και επταετή ομόλογα σταθερού επιτοκίου έχουν απόδοση 9% και 8.40% αντίστοιχα.

τόσο του αριθμού των παρελθοντικών τιμών που θα αποτελέσουν το δείγμα, όσο και του χρονικού διαστήματος που θα αντιπροσωπεύουν οι τιμές (ημερήσιες, ή εβδομαδιαίες). Η χρησιμοποίηση πλήθος παρελθοντικών τιμών αυξάνει τη στατιστική ακρίβεια της εκτίμησης, εφόσον η μεταβλητότητα παραμένει σταθερή για μεγάλα χρονικά διαστήματα. Αντίθετα, όταν η μεταβλητότητα μεταβάλλεται συχνά, ενδείκνυται η χρήση πιο πρόσφατων τιμών. Στις περισσότερες περιπτώσεις, η ιστορική μεταβλητότητα υπολογίζεται βάση ημερησίων τιμών χρονικής διάρκειας ενός μέχρι έξι μηνών.

Ο δεύτερος τρόπος υπολογισμού της μεταβλητότητας, περιλαμβάνει τη χρήση της εξίσωσης αποτίμησης των δικαιωμάτων. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιώντας την τιμή του δικαιώματος έτσι όπως αυτή διαπραγματεύεται στην αγορά, δηλαδή την πραγματική τιμή του δικαιώματος, η εξίσωση αποτίμησης επιλύεται με άγνωστη μεταβλητή τη μεταβλητότητα. Με άλλα λόγια, η τιμή του δικαιώματος χρησιμοποιείται ως γνωστή εξαρτημένη μεταβλητή με σκοπό τον υπολογισμό της ανεξάρτητης μεταβλητής που είναι η τιμή της μεταβλητότητας. Κυριότερα πλεονεκτήματα αυτής της μεθόδου, είναι η ευκολία υπολογισμού της και το γεγονός ότι η ''συμπερασματική μεταβλητότητα'' ενσωματώνει στην τιμή της όλες τις τελευταίες πληροφορίες που είναι διαθέσιμες στην αγορά, δεδομένου ότι υπολογίζεται βάση της τρέχουσας τιμής του δικαιώματος.

Από την άλλη πλευρά, τα κυριότερα μειονεκτήματα της μεθόδου είναι δύο. Πρώτον, το γεγονός ότι, για κάθε μετοχή διαπραγματεύονται στην αγορά πολλά διαφορετικά συμβόλαια δικαιωμάτων, έχει ως αποτέλεσμα σε κάθε μετοχή να αντιστοιχούν πολλές διαφορετικές τιμές δικαιωμάτων. Συνεπώς, δεν υπάρχει μόνο μία τιμή μεταβλητότητας που εξισώνει την τρέχουσα τιμή του δικαιώματος με την θεωρητική τιμή του. Δηλαδή, σε κάθε μετοχή αντιστοιχούν περισσότερες από μία ''συμπερασματικές μεταβλητότητες''. Δεύτερο μειονέκτημα της μεθόδου αποτελεί το γεγονός ότι, η χρήση της ''συμπερασματικής μεταβλητότητας'', δεδομένου ότι αποτελεί εξαρτημένη μεταβλητή, δε βοηθά στον εντοπισμό υπερτιμημένων ή υποτιμημένων τιμών των δικαιωμάτων.

Δεδομένου ότι, ο σκοπός της παρούσας μελέτης δεν περιλαμβάνει τον υπολογισμό της τιμής της μεταβλητότητας, οι τιμές της μεταβλητότητας βάση των οποίων διενεργήθηκαν όλοι οι υπολογισμοί, είναι υποθετικές. Συγκεκριμένα, οι τιμές των δικαιωμάτων αντιστοιχούν σε τέσσερις διαφορετικές τιμές μεταβλητότητας,

ξεκινώντας από μία χαμηλή τιμή της τάξης του 10% φτάνοντας μέχρι το 40% (σ = 0.10, σ = 0.20, σ = 0.30 και σ = 0.40)[79]. Με αυτόν τον τρόπο, επιτυγχάνεται η ανάλυση της σχέσης μεταξύ της τιμής του δικαιώματος και της τιμής της μεταβλητότητάς της μετοχής.

5. 3. 4. Μερισματική απόδοση

Το γεγονός ότι την ημέρα καταβολής του μερίσματος, η τρέχουσα τιμή της μετοχής μειώνεται κατά το ποσό του μερίσματος, αποδεικνύει ότι η τρέχουσα τιμή του δικαιώματος εξαρτάται όχι μόνο από την τιμή της μετοχής, αλλά τόσο από το ποσό του καταβαλλομένου μερίσματος, όσο και από τη χρονική στιγμή καταβολής του. Συνεπώς, σε περίπτωση που η μετοχή διανέμει μέρισμα, απαιτείται η ενσωμάτωση του μερίσματος στην εξίσωση αποτίμησης.

Έτσι, βάση της μερισματικής πολιτικής που ακολουθεί η κάθε εταιρεία, απαιτείται ο προσδιορισμός τόσο των ποσών που πρόκειται να διανεμηθούν στο μέλλον ως μερίσματα, όσο και των πιθανών ημερομηνιών καταβολής τους. Η μερισματική πολιτική των περισσότερων εταιρειών, περιλαμβάνει την καταβολή σχετικά σταθερών μερισμάτων για μικρή χρονική περίοδο. Συνεπώς, βάση του τελευταίου καταβαλλομένου μερίσματος, είναι εφικτή η πρόβλεψη των μελλοντικών μερισμάτων.

Η Τράπεζα Πίστεως, επιβεβαιώνοντας τον κανόνα, το 1996 διένειμε μέρισμα 660δρχ, το 1997 μέρισμα 740δρχ και το 1998 μέρισμα 750δρχ. Το μέρισμα των 750δρχ, καταβλήθηκε εξ' ολοκλήρου την 1/04/1998, δηλαδή υπήρξε μία μόνο ημερομηνία καταβολής του μερίσματος. Ωστόσο, η παρούσα μελέτη θέλοντας να εξετάσει περισσότερο πολύπλοκες μερισματικές πολιτικές, ενσωματώνοντας όλες τις πιθανές περιπτώσεις, δύναται να αποτιμήσει δικαιώματα και για την περίπτωση που τα μερίσματα καταβάλλονται κάθε τετράμηνο, δηλαδή όταν υπάρχουν τρεις (και όχι μία) ημερομηνίες καταβολής του μερίσματος.

Ο Πίνακας 5.4, παρουσιάζει ένα υποθετικό πρόγραμμα καταβολής μερισμάτων, σύμφωνα με το οποίο η Τράπεζα Πίστεως διανέμει μέρισμα 250δρχ

[79] Δεχόμαστε μία τέτοια υψηλή υποθετική διακύμανση της τάξης του 40%, με βάση την πραγματική διακύμανση που παρουσίασε η συγκεκριμένη μετοχή της τάξης του 37.9% (βλ. υποσημείωση 70).

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΚΑΤΑΒΟΛΗΣ ΜΕΡΙΣΜΑΤΩΝ[80]

Χρονική Διάρκεια Δικαιώματος	Χρόνος Αποκοπής του Μερίσματος	Ποσά Μερισμάτων
3 μήνες (T = 0.25)	2 μήνες (t_1 = 0.1666)	250δρχ
6 μήνες (T = 0.5)	2 μήνες (t_1 = 0.1666) 6 μήνες (t_2 = 0.5)	250δρχ 250δρχ
9 μήνες (T = 0.75)	2 μήνες (t_1 = 0.1666) 6 μήνες (t_2 = 0.5)	250δρχ 250δρχ
1 έτος (T = 1)	2 μήνες (t_1 = 0.1666) 6 μήνες (t_2 = 0.5) 10 μήνες (t_3 = 0.8333)	250δρχ 250δρχ 250δρχ

[80] Η μερισματική πολιτική του Πίνακα 5. 1., αποτελεί παραλλαγή του προγράμματος μερισμάτων που υποθέτουν στο άρθρο τους οι Geske και Johnson (σελ. 1521). Geske , R. and H.E Johnson, 1984, "The American Put Option Valued Analytically", **The Journal of Finance**, December 1984. pp 1511-1524.

κάθε τετράμηνο, βάσει του οποίου θα πραγματοποιηθεί η αποτίμηση των δικαιωμάτων. Επιπρόσθετα υποτίθεται ότι, το μέρισμα των 250δρχ καταβάλλεται στο δεύτερο, έκτο και δέκατο μήνα. Συνεπώς, στο δικαίωμα χρονικής διάρκειας τριών μηνών (T = 0.25) αντιστοιχεί ένα μέρισμα (αυτό που καταβλήθηκε το δεύτερο μήνα T = 0.166). Στα δικαιώματα χρονικής διάρκειας έξι και εννέα μηνών (T = 0.5 και T = 0.75 αντίστοιχα) αντιστοιχούν δύο μερίσματα (αυτά που καταβλήθηκαν το δεύτερο και τον έκτο μήνα T = 0.5). Τέλος στο δικαίωμα χρονικής διάρκειας ενός έτους (T = 1) αντιστοιχούν τρία μερίσματα (αυτά που καταβλήθηκαν το δεύτερο, τον έκτο, και το δέκατο μήνα T = 0.833).

Στο ψευδο-Αμερικάνικο υπόδειγμα αποτίμησης, η ενσωμάτωση των μερισμάτων γίνεται υπό μορφή μετρητών (cash dividends) στις προκαθορισμένες ημερομηνίες αποκοπής του μερίσματος. Συνεπώς, στο ψευδο-Αμερικάνικο υπόδειγμα η τιμή της μετοχής εξαρτάται τόσο από το ποσό του μερίσματος όσο και από τη χρονική στιγμή καταβολής του. Αντίθετα, στο υπόδειγμα των Black και Scholes τα μερίσματα ενσωματώνονται στην εξίσωση αποτίμησης, είτε υπό μορφή μετρητών είτε υπό μορφή μερισματικής απόδοσης (continuous dividend yield).

Το ποσοστό μερισματικής απόδοσης δ, ισούται με το συνολικό ποσό του μερίσματος σε ετήσια βάση διαιρούμενο με την τρέχουσα τιμή της μετοχής. Συγκεκριμένα για τη μετοχή της Τραπέζης Πίστεως, η μερισματική απόδοση ισούται με δ = 750 / 28.000 = 2.6%. Τέλος, προκειμένου η μερισματική απόδοση να εκφραστεί σε συνεχή χρόνο, εφαρμόζεται ο τύπος :

$$y = \ln(\delta+1) \Leftrightarrow y = \ln(1.026) \cong 2.5\%.$$

5. 4. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Στον Πίνακα 5.5, παρουσιάζονται οι τιμές των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης τρίμηνης χρονικής διάρκειας, με επιτόκιο 11.5%. Τα αποτελέσματα του Πίνακα 5.5 αφορούν στις τιμές των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης Ευρωπαϊκού τύπου, βάση του υποδείγματος των Black και Scholes, για μετοχές χωρίς μέρισμα (στήλες 1 και 2 αντίστοιχα). Οι στήλες 3 και 4, παρουσιάζουν τις τιμές των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης Αμερικανικού τύπου, βάση του υποδείγματος των Black και Scholes, όπου υποτίθεται συνεχή μερισματική απόδοση δ, καθ' όλη τη χρονική διάρκεια του δικαιώματος.

ΠΙΝΑΚΑΣ 5. 5

ΤΙΜΕΣ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΩΝ ΑΓΟΡΑΣ ΚΑΙ ΠΩΛΗΣΗΣ ΕΥΡΩΠΑΪΚΟΥ ΚΑΙ ΑΜΕΡΙΚΑΝΙΚΟΥ ΤΥΠΟΥ. ΧΡΟΝΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΤΡΕΙΣ ΜΗΝΕΣ.

				(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
X	σ	r	T	Euro Call	Euro Put	BSCall	BSPut	Euro Call Div.
26.000	0.1	0.115	0.25	2.746,5	9,6725	2.575,8	13,471	2.506,9
28.000	0.1	0.115	0.25	1.035,8	242,337	912,983	293,89	865,30
30.000	0.1	0.115	0.25	170,214	1.319,9	135,329	1.459,5	122,85
26.000	0.2	0.115	0.25	2.946,4	209,621	2.797,7	235,35	2.738,1
28.000	0.2	0.115	0.25	1.542,1	749,119	1.434,4	815,36	1.391,7
30.000	0.2	0.115	0.25	655,561	1.805,3	594,390	1.918,6	570,71

Επίσης, παρουσιάζονται οι τιμές των δικαιωμάτων αγοράς Ευρωπαϊκού τύπου, βάση του υποδείγματος των Black και Scholes, για μετοχές που διανέμουν μέρισμα σε μετρητά (στήλη 5). Σε όλους τους Πίνακες, η τρέχουσα τιμή της μετοχής S, βάση της οποίας διενεργήθηκαν όλοι οι υπολογισμοί ισούται με 28.000δρχ. Οι τιμές των δικαιωμάτων έχουν υπολογιστεί για δύο διαφορετικές τιμές μεταβλητότητας 10% και 20%, προκειμένου να εξεταστεί κατά πόσο μία μεταβολή στην τιμή της μεταβλητότητας επηρεάζει τις τιμές των δικαιωμάτων.

Συγκρίνοντας τις τιμές των δικαιωμάτων αγοράς Ευρωπαϊκού τύπου χωρίς μέρισμα (στήλη 1 του Πίνακα 5.5), με τις αντίστοιχες τιμές των δικαιωμάτων αγοράς που ενσωματώνουν την καταβολή ενός μερίσματος 250δρχ (στήλη 5 του Πίνακα 5.5), παρατηρείται ότι σε όλες τις περιπτώσεις οι τιμές των δικαιωμάτων με μέρισμα είναι σημαντικά μικρότερες. Για παράδειγμα, ενώ το δικαίωμα αγοράς που διαπραγματεύεται πάνω από το χρηματικό του ισοδύναμο χωρίς μέρισμα αποτιμάται 2.746,5δρχ, όταν υπολογίζεται το μέρισμα, η τιμή του μειώνεται σε 2.506,9δρχ, γεγονός που αντικατοπτρίζει την επίδραση των μερισμάτων στις τιμές των δικαιωμάτων αγοράς. Αξίζει να σημειωθεί ότι η μείωση είναι πολύ μεγαλύτερη για τα δικαιώματα που διαπραγματεύονται κάτω από το χρηματικό τους ισοδύναμο, σε σχέση με τα δικαιώματα που διαπραγματεύονται πάνω ή ακριβώς στο χρηματικό τους ισοδύναμο.

Από την άλλη πλευρά, οι τιμές των δικαιωμάτων πώλησης Ευρωπαϊκού τύπου χωρίς μέρισμα (στήλη 2 του Πίνακα 5.5), με τις αντίστοιχες τιμές των δικαιωμάτων πώλησης που ενσωματώνουν συνεχή μερισματική απόδοση, (στήλη 4 του Πίνακα 5.5) είναι μικρότερες σε όλες τις περιπτώσεις. Αυτό σημαίνει ότι, ενώ η καταβολή μερισμάτων μειώνει τις τιμές των δικαιωμάτων αγοράς, στην περίπτωση των δικαιωμάτων πώλησης η επίδραση είναι αντίθετης κατεύθυνσης και αυξάνει τις τιμές τους. Τέλος, παρατηρείται ότι οι τιμές των δικαιωμάτων σε όλες τις περιπτώσεις αυξάνονται όταν η τιμή της μεταβλητότητας αυξάνεται από 10% σε 20%, και η τάση αυτή είναι πολύ μεγαλύτερη για όλα τα δικαιώματα που διαπραγματεύονται κάτω από το χρηματικό τους ισοδύναμο.

Οι Πίνακες 5.6 εως 5.8, παρουσιάζουν τις τιμές των δικαιωμάτων κατά τον ίδιο τρόπο με τον Πίνακα 5.5. Η σημαντικότερη διαφορά αφορά στην αποτίμηση των τιμών των δικαιωμάτων αγοράς Αμερικανικού τύπου, βάση του ψευδο-Αμερικανικού υποδείγματος, για μετοχές που διανέμουν μέρισμα σε μετρητά (σειρά PseudoCall).

Οι υπόλοιπες διαφορές αφορούν στη χρονική διάρκεια των δικαιωμάτων, στο επιτόκιο, στη τιμή της μεταβλητότητας και στις πληρωμές των μερισμάτων.

Ειδικότερα, ο Πίνακας 5.6 παρουσιάζει τις τιμές των δικαιωμάτων χρονικής διάρκειας έξι μηνών με επιτόκιο 11.7%. Οι τιμές των δικαιωμάτων υπολογίστηκαν για δύο διαφορετικές τιμές μεταβλητότητας 20% και 30%. Επίσης στον Πίνακα 5.6, στην περίπτωση που εξετάζονται οι τιμές των δικαιωμάτων αγοράς Ευρωπαϊκού και Αμερικανικού τύπου σε μετοχές που διανέμουν μέρισμα σε μετρητά (σειρές EuroCall Div και PseudoCall αντίστοιχα), ενσωματώνονται δύο μερίσματα (D_1 = 250δρχ και D_2 = 250δρχ), δεδομένου ότι τα μερίσματα αυτά διανέμονται τις χρονικές στιγμές t_1 = 0.1666 και t_2 = 0.5 αντίστοιχα, και η χρονική διάρκεια των δικαιωμάτων είναι έξι μήνες (T=0.5).

Συγκρίνοντας τις τιμές των δικαιωμάτων αγοράς Ευρωπαϊκού τύπου χωρίς μέρισμα (Πίνακας 5.6, σειρά Euro-Call), με τις τιμές των δικαιωμάτων αγοράς Ευρωπαϊκού τύπου που έχουν προσαρμοστεί για την πληρωμή δύο μερισμάτων συνολικού ποσού 500δρχ (Πίνακας 5.6, σειρά Euro-Call Div), διαπιστώνεται σημαντική μείωση στις τιμές των δικαιωμάτων με μέρισμα. Για παράδειγμα, το δικαίωμα αγοράς που διαπραγματεύεται πάνω από το χρηματικό του ισοδύναμο χωρίς μέρισμα (σ = 0.20), αποτιμάται 3.823,9δρχ, ενώ με μέρισμα η τιμή του μειώνεται σε 3.425,6δρχ, γεγονός που αντικατοπτρίζει την επίδραση των μερισμάτων στις τιμές των δικαιωμάτων αγοράς.

Αξίζει να επισημανθεί ότι, στην περίπτωση των ψευδο-Αμερικανικών τιμών αγοράς (Πίνακας 5.6, σειρά Pseudo-Call), η μείωση που παρατηρείται είναι σημαντικά μικρότερη, ειδικά στα δικαιώματα που διαπραγματεύονται πάνω από το χρηματικό τους ισοδύναμο. Χαρακτηριστικά αναφέρεται ότι, στο παραπάνω παράδειγμα από 3.823,9δρχ η ψευδο-Αμερικανική τιμή μειώνεται σε 3.618,7δρχ.

Αυτό συμβαίνει, διότι το ψευδο-Αμερικάνικο υπόδειγμα ενσωματώνει, έστω και σε περιορισμένο βαθμό, την πιθανότητα πρόωρη εκτέλεσης του δικαιώματος αγοράς Αμερικανικού τύπου. Συμπερασματικά, διαπιστώνεται ότι οι τιμές των δικαιωμάτων αγοράς Ευρωπαϊκού τύπου σε μετοχές χωρίς μέρισμα, είναι πάντοτε μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες των δικαιωμάτων Αμερικανικού τύπου σε μετοχές που διανέμουν μέρισμα.

ΠΙΝΑΚΑΣ 5. 6

ΤΙΜΕΣ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΩΝ ΑΓΟΡΑΣ ΚΑΙ ΠΩΛΗΣΗΣ ΕΥΡΩΠΑΪΚΟΥ ΚΑΙ ΑΜΕΡΙΚΑΝΙΚΟΥ ΤΥΠΟΥ. ΧΡΟΝΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΙ ΜΗΝΕΣ.

X	26.000	28.000	30.000	**X**	26.000	28.000	30.000
T	0.5	0.5	0.5	**T**	0.5	0.5	0.5
r	0.117	0.117	0.117	**r**	0.117	0.117	0.117
σ	**0.20**	**0.20**	**0.20**	**σ**	**0.30**	**0.30**	**0.30**
D1	250	250	250	**D1**	250	250	250
t_1	0.1666	0.1666	0.1666	**t_1**	0.1666	0.1666	0.1666
D2	250	250	250	**D2**	250	250	250
t_2	0.5	0.5	0.5	**t_2**	0.5	0.5	0.5
Euro Call	**3.823,9**	**2.458,8**	**1.443,4**	**Euro Call**	**4.374,4**	**3.179,9**	**2.232,8**
Euro Put	**346,625**	**867,171**	**1.738,7**	**Euro Put**	**897,123**	**1.588,9**	**2.528,2**
BS Call	**3.534,4**	**2.225,1**	**1.276,1**	**BS Call**	**4.110,6**	**2.958,1**	**2.055,1**
BS Put	**404,895**	**981,926**	**1.919,2**	**BS Put**	**981,101**	**1.714,9**	**2.698,3**
EuroCall Div	**3.425,6**	**2.138,8**	**1.215,3**	**EuroCall Div**	**4.011,3**	**2.875,2**	**1.989,3**
Pseudo Call	**3.618,7**	**2.292,6**	**1.323,8**	**Pseudo Call**	**4.187,4**	**3.022,7**	**2.106,7**

Συγκρίνοντας τις τιμές των δικαιωμάτων αγοράς Ευρωπαϊκού τύπου (σειρά EuroCall Div), με τις τιμές των δικαιωμάτων αγοράς Αμερικανικού τύπου (σειρά Pseudo Call), για την περίπτωση που καταβάλλεται μέρισμα 500δρχ, διαπιστώνεται ότι η πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης αυξάνει σημαντικά τις τιμές των δικαιωμάτων αγοράς Αμερικανικού τύπου. Για παράδειγμα, ενώ το δικαίωμα αγοράς Ευρωπαϊκού τύπου που διαπραγματεύεται πάνω από το χρηματικό του ισοδύναμο αποτιμάται 3.425,6δρχ, η ψευδο-Αμερικάνικη τιμή του αντίστοιχου δικαιώματος Αμερικανικού τύπου αυξάνεται σε 3.618,7δρχ.

Συμπεραίνεται λοιπόν, ότι στην περίπτωση διανομής μερίσματος, οι τιμές των δικαιωμάτων αγοράς Αμερικανικού τύπου είναι πάντοτε μεγαλύτερες από τις τιμές των αντίστοιχων δικαιωμάτων Ευρωπαϊκού τύπου, λόγω της δυνατότητας πρόωρης εκτέλεσης. Αντίθετα, στην περίπτωση που δε διανέμεται μέρισμα, ένα δικαίωμα αγοράς Αμερικανικού τύπου αξίζει όσο και το αντίστοιχο δικαίωμα Ευρωπαϊκού τύπου, δεδομένου ότι δεν είναι ποτέ ορθολογική η πρόωρη εκτέλεση του.

Ο Πίνακας 5.7 παρουσιάζει τις τιμές των δικαιωμάτων χρονικής διάρκειας εννέα μηνών με επιτόκιο 12%. Οι τιμές των δικαιωμάτων, υπολογίστηκαν για δύο διαφορετικές τιμές μεταβλητότητας 30% και 40%. Στον Πίνακα 5.7, στην περίπτωση που εξετάζονται οι τιμές των δικαιωμάτων αγοράς Ευρωπαϊκού και Αμερικανικού τύπου σε μετοχές που διανέμουν μέρισμα σε μετρητά, ενσωματώνονται δύο μερίσματα (D_1 = 250δρχ και D_2 = 250δρχ), δεδομένου ότι τα μερίσματα αυτά διανέμονται τις χρονικές στιγμές t_1 = 0.1666 και t_2 = 0.5 αντίστοιχα, και η χρονική διάρκεια των δικαιωμάτων είναι εννέα μήνες (T = 0.75).

Συγκρίνοντας τις τιμές των δικαιωμάτων πώλησης Ευρωπαϊκού τύπου (Πίνακας 5.7, σειρά Euro-Put), με τις τιμές των δικαιωμάτων πώλησης Αμερικανικού τύπου (Πίνακας 5.7, σειρά BS Put), διαπιστώνεται ότι η πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης αυξάνει σημαντικά τις τιμές των δικαιωμάτων πώλησης Αμερικανικού τύπου. Ειδικότερα, για τα δικαιώματα πώλησης Αμερικανικού τύπου που διαπραγματεύονται πάνω από το χρηματικό τους ισοδύναμο, η αύξηση αυτή είναι ιδιαίτερα μεγάλη. Χαρακτηριστικά αναφέρεται, ότι το δικαίωμα πώλησης Ευρωπαϊκού τύπου πάνω από το χρηματικό του ισοδύναμο αποτιμάται 2.582,2δρχ, ενώ η τιμή του αντίστοιχου Αμερικανικού δικαιώματος αυξάνεται σε 2.806,1δρχ.

ΠΙΝΑΚΑΣ 5. 7

ΤΙΜΕΣ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΩΝ ΑΓΟΡΑΣ ΚΑΙ ΠΩΛΗΣΗΣ ΕΥΡΩΠΑΪΚΟΥ ΚΑΙ ΑΜΕΡΙΚΑΝΙΚΟΥ ΤΥΠΟΥ. ΧΡΟΝΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΝΝΕΑ ΜΗΝΕΣ.

X	26.000	28.000	30.000	X	26.000	28.000	30.000
T	0.75	0.75	0.75	T	0.75	0.75	0.75
r	0.12	0.12	0.12	r	0.12	0.12	0.12
σ	**0.30**	**0.30**	**0.30**	σ	**0.40**	**0.40**	**0.40**
D1	250	250	250	D1	250	250	250
t_1	0.1666	0.1666	0.1666	t_1	0.1666	0.1666	0.1666
D2	250	250	250	D2	250	250	250
t_2	0.5	0.5	0.5	t_2	0.5	0.5	0.5
Euro Call	**5.306,1**	**4.137,8**	**3.164,2**	Euro Call	**6.064,8**	**5.011,8**	**4.108,2**
Euro Put	**1.068,3**	**1.727,9**	**2.582,2**	Euro Put	**1.827,0**	**2.601,9**	**3.526,1**
BS Call	**4.907,7**	**3.789,3**	**2.868,1**	BS Call	**5.683,9**	**4.669,8**	**3.805,5**
BS Put	**1.190,1**	**1.899,5**	**2.806,1**	BS Put	**1.966,2**	**2.780,0**	**3.743,5**
EuroCall Div	**4.937,7**	**3.815,4**	**2.890,1**	EuroCall Div	**5.712,6**	**4.695,5**	**3.828,2**
Pseudo Call	**4.937,7**	**3.815,4**	**2.890,1**	Pseudo Call	**5.712,6**	**4.695,5**	**3.828,2**

Ο Πίνακας 5.8, παρουσιάζει τις τιμές των δικαιωμάτων χρονικής διάρκειας ενός έτους με επιτόκιο 13.2%. Οι τιμές των δικαιωμάτων υπολογίστηκαν για δύο διαφορετικές τιμές μεταβλητότητας 30% και 40%. Στον Πίνακα 5.8, οι τιμές των δικαιωμάτων αγοράς Ευρωπαϊκού και Αμερικανικού τύπου για μετοχές που διανέμουν μέρισμα σε μετρητά, ενσωματώνουν τρία μερίσματα (D_1, D_2 και D_3), δεδομένου ότι τα μερίσματα αυτά διανέμονται τις χρονικές στιγμές $t_1 = 0.1666$, $t_2 = 0.5$ και $t_3 = 0.8333$ αντίστοιχα, και η χρονική διάρκεια των δικαιωμάτων είναι ενός έτους. Συγκρίνοντας τις τιμές μεταξύ των δικαιωμάτων πώλησης χωρίς μέρισμα (Πίνακας 5.8, σειρά Euro-Put) και των αντίστοιχων δικαιωμάτων με συνεχή μερισματική απόδοση (Πίνακας 5.8, σειρά BS Put), διαπιστώνεται ότι η πληρωμή μερισμάτων αυξάνει τις τιμές των δικαιωμάτων Αμερικανικού τύπου.

Σύμφωνα με τους Cox, Ross και Rubinstein[81], σε περίπτωση διανομής μερίσματος, οι τιμές των δικαιωμάτων πώλησης Ευρωπαϊκού τύπου αυξάνονται σε μεγαλύτερο ποσοστό από τις τιμές των αντίστοιχων δικαιωμάτων πώλησης Αμερικανικού τύπου. Αυτό συμβαίνει, διότι ο κάτοχος του δικαιώματος πώλησης Ευρωπαϊκού τύπου επωφελείται από τη μείωση της τιμής της μετοχής, σε όλες τις ημερομηνίες αποκοπής του μερίσματος. Αντίθετα, ο κάτοχος του δικαιώματος πώλησης Αμερικανικού τύπου, σε περίπτωση που εκτελέσει πρόωρα το δικαίωμα του προκειμένου να εισπράξει την τιμή εκτέλεσης νωρίτερα, δεν επωφελείται πλήρως από τη μείωση της τιμής της μετοχής, δοθέντος ότι η τιμή της μετοχής δε μειώνεται για όλα τα καταβαλλόμενα μερίσματα. Ως αποτέλεσμα των παραπάνω, όσα περισσότερα μερίσματα καταβάλλονται, τόσο μειώνεται η διαφορά μεταξύ των τιμών των δικαιωμάτων πώλησης Ευρωπαϊκού και Αμερικανικού τύπου.

5. 5. ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΩΝ.

Στους Πίνακες 5.9 εως 5.12, παρουσιάζονται οι τιμές των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης Αμερικανικού τύπου, με τέτοιο τρόπο ώστε να είναι δυνατή η σύγκριση μεταξύ του ψευδο-Αμερικανικού υποδείγματος και του υποδείγματος των Black Scholes με συνεχή μερισματική απόδοση δ. Προκειμένου η εξέταση των αποτε

[81] Cox, J.C., S.A. Ross and M. Rubinstein, 1979, ''Option Pricing: A Simplified Approach'', **Journal of Financial Economics**, 1979, pp.229-263.

ΠΙΝΑΚΑΣ 5. 8

ΤΙΜΕΣ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΩΝ ΑΓΟΡΑΣ ΚΑΙ ΠΩΛΗΣΗΣ ΕΥΡΩΠΑΪΚΟΥ ΚΑΙ ΑΜΕΡΙΚΑΝΙΚΟΥ ΤΥΠΟΥ. ΧΡΟΝΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΝΑ ΕΤΟΣ.

X	26.000	28.000	30.000	X	26.000	28.000	30.000
T	1	1	1	T	1	1	1
r	0.132	0.132	0.132	r	0.132	0.132	0.132
σ	**0.30**	**0.30**	**0.30**	σ	**0.40**	**0.40**	**0.40**
D1	250	250	250	D1	250	250	250
t_1	0.1666	0.1666	0.1666	t_1	0.1666	0.1666	0.1666
D2	250	250	250	D2	250	250	250
t_2	0.5	0.5	0.5	t_2	0.5	0.5	0.5
D3	250	250	250	D3	250	250	250
t_3	0.8333	0.8333	0.8333	t_3	0.8333	0.8333	0.8333
Euro Call	**6.314,8**	**5.159,2**	**4.162,1**	Euro Call	**7.146,3**	**6.116,6**	**5.210,4**
Euro Put	**1.099,6**	**1.696,5**	**2.452,3**	Euro Put	**1.931,2**	**2.654,2**	**3.500,6**
BS Call	**5.770,8**	**4.669,3**	**3.730,1**	BS Call	**6.625,8**	**5.638,9**	**4.776,3**
BS Put	**1.247,0**	**1.898,2**	**2.711,6**	BS Put	**2.102,0**	**2.867,7**	**3.757,9**
EuroCall Div	**5.762,1**	**4.661,5**	**3.723,2**	EuroCall Div	**6.617,4**	**5.631,2**	**4.769,4**
Pseudo Call	**5.762,1**	**4.661,5**	**3.723,2**	Pseudo Call	**6.617,4**	**5.631,2**	**4.769,4**

-λεσμάτων να είναι ευκολότερη, οι τιμές των δικαιωμάτων διακρίνονται σε τιμές αγοράς (Πίνακες 5.9 και 5.10) και σε τιμές πώλησης (Πίνακες 5.11 και 5.12).

Στον Πίνακα 5.9, παρουσιάζονται οι τιμές των δικαιωμάτων αγοράς που διαπραγματεύονται πάνω (X = 26.000), ακριβώς (X = 28.000), και κάτω από το χρηματικό τους ισοδύναμο (X = 30.000), προκειμένου να εξεταστεί κατά πόσο μία μεταβολή στην τιμή εκτέλεσης επηρεάζει τις τιμές των δικαιωμάτων αγοράς. Στον Πίνακα 5.10, εμφανίζονται οι τιμές των δικαιωμάτων αγοράς για τέσσερις διαφορετικές χρονικές περιόδους (T=0.25, T=0.5, T=0.75, T=1), προκειμένου να εξεταστεί κατά πόσο μία μεταβολή στη χρονική διάρκεια επηρεάζει τις τιμές των δικαιωμάτων αγοράς.

Επιπροσθέτως στον Πίνακα 5.10, σε κάθε χρονική περίοδο αντιστοιχεί και διαφορετική τιμή μεταβλητότητας. Έτσι, στη χρονική περίοδο τριών μηνών αντιστοιχεί μεταβλητότητα ίση με 10%, στη χρονική περίοδο έξι μηνών αντιστοιχεί μεταβλητότητα ίση με 20%, στη χρονική περίοδο εννέα μηνών αντιστοιχεί μεταβλητότητα ίση με 30%, και τέλος στη χρονική περίοδο ενός έτους αντιστοιχεί μεταβλητότητα ίση με 40%. Με αυτόν τον τρόπο, εξετάζονται οι διαφορές μεταξύ των τιμών των δικαιωμάτων αγοράς που εξάγει το κάθε υπόδειγμα, σε περίπτωση που μεταβάλλεται η τιμή της μεταβλητότητας.

Στον Πίνακα 5.11, παρουσιάζονται οι τιμές των δικαιωμάτων πώλησης Αμερικανικού τύπου που διαπραγματεύονται πάνω (X = 30.000), ακριβώς (X = 28.000), και κάτω από το χρηματικό τους ισοδύναμο (X = 26.000), προκειμένου να εξεταστεί κατά πόσο μία μεταβολή στην τιμή εκτέλεσης επηρεάζει τις τιμές των δικαιωμάτων πώλησης. Στον Πίνακα 5.12, εμφανίζονται οι τιμές των δικαιωμάτων πώλησης για τέσσερις διαφορετικές χρονικές περιόδους (T=0.25, T=0.5, T=0.75, T=1), προκειμένου να εξεταστεί κατά πόσο μία μεταβολή στη χρονική διάρκεια επηρεάζει τις τιμές των δικαιωμάτων πώλησης.

Επιπροσθέτως στον Πίνακα 5.12, σε κάθε χρονική περίοδο αντιστοιχεί και διαφορετική τιμή μεταβλητότητας. Έτσι, στη χρονική περίοδο τριών μηνών αντιστοιχεί μεταβλητότητα ίση με 10%, στη χρονική περίοδο έξι μηνών αντιστοιχεί μεταβλητότητα ίση με 20%, στη χρονική περίοδο εννέα μηνών αντιστοιχεί μεταβλητότητα ίση με 30%, και τέλος στη χρονική περίοδο ενός έτους αντιστοιχεί

ΠΙΝΑΚΑΣ 5. 9

ΤΙΜΕΣ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΩΝ ΑΓΟΡΑΣ ΑΜΕΡΙΚΑΝΙΚΟΥ ΤΥΠΟΥ ΜΕ ΔΥΟ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ.

X	σ	T	Pseudo	BS Call
26.000	0.30	0.25	**3.131,56**	**3.185,47**
26.000	0.30	0.5	**4.187,44**	**4.110,64**
26.000	0.30	0.75	**4.937,71**	**4.907,79**
26.000	0.30	1	**5.762,17**	**5.770,89**
28.000	0.30	0.25	**1.931,55**	**1.973,03**
28.000	0.30	0.5	**3.022,73**	**2.958,12**
28.000	0.30	0.75	**3.815,41**	**3.789,35**
28.000	0.30	1	**4.661,58**	**4.669,37**
30.000	0.30	0.25	**1.093,41**	**1.122,01**
30.000	0.30	0.5	**2.106,71**	**2.055,17**
30.000	0.30	0.75	**2.890,15**	**2.868,13**
30.000	0.30	1	**3.723,22**	**3.730,08**

ΠΙΝΑΚΑΣ 5. 10

ΤΙΜΕΣ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΩΝ ΑΓΟΡΑΣ ΑΜΕΡΙΚΑΝΙΚΟΥ ΤΥΠΟΥ ΜΕ ΔΥΟ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ.

X	σ	T	Pseudo	BS
26.000	0.10	0.25	2.506,94	2.575,87
28.000	0.10	0.25	865,28	912,98
30.000	0.10	0.25	122,85	135,32
26.000	0.20	0.5	3.618,75	3.534,43
28.000	0.20	0.5	2.292,68	2.225,11
30.000	0.20	0.5	1.323,82	1.276,11
26.000	0.30	0.75	4.937,71	4.907,79
28.000	0.30	0.75	3.815,41	3.789,35
30.000	0.30	0.75	2.890,15	2.868,13
26.000	0.40	1	6.617,44	6.625,81
28.000	0.40	1	5.631,26	5.638,92
30.000	0.40	1	4.769,42	4.776,36

ΠΙΝΑΚΑΣ 5. 11

ΤΙΜΕΣ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΩΝ ΠΩΛΗΣΗΣ ΑΜΕΡΙΚΑΝΙΚΟΥ ΤΥΠΟΥ ΜΕ ΔΥΟ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ.

X	σ	T	BS Put	Euro-Put
26.000	0.30	0.25	623,074	583,002
26.000	0.30	0.5	981,101	897,123
26.000	0.30	0.75	1.190,112	1.068,362
26.000	0.30	1	1.247,082	1.099,683
28.000	0.30	0.25	1.353,947	1.283,661
28.000	0.30	0.5	1.714,941	1.588,932
28.000	0.30	0.75	1.899,542	1.727,962
28.000	0.30	1	1.898,248	1.696,564
30.000	0.30	0.25	2.446,252	2.344,239
30.000	0.30	0.5	2.698,342	2.528,205
30.000	0.30	0.75	2.806,177	2.582,200
30.000	0.30	1	2.711,631	2.452,335

ΠΙΝΑΚΑΣ 5. 12

ΤΙΜΕΣ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΩΝ ΠΩΛΗΣΗΣ ΑΜΕΡΙΚΑΝΙΚΟΥ ΤΥΠΟΥ ΜΕ ΔΥΟ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ.

X	σ	T	BS Put	Euro Put
26.000	0.10	0.25	13,471	9,672
28.000	0.10	0.25	293,899	242,337
30.000	0.10	0.25	1.459,56	1.319.99
26.000	0.20	0.5	404,895	346,625
28.000	0.20	0.5	981,926	867,171
30.000	0.20	0.5	1.919,28	1.738,77
26.000	0.30	0.75	1.190,11	1.068,36
28.000	0.30	0.75	1.899,54	1.727,96
30.000	0.30	0.75	2.806,17	2.582,20
26.000	0.40	1	2.102,00	1.931,26
28.000	0.40	1	2.867,79	2.654,20
30.000	0.40	1	3.757,91	3.500,68

μεταβλητότητα ίση με 40%. Με αυτόν τον τρόπο, εξετάζονται οι διαφορές μεταξύ των τιμών των δικαιωμάτων πώλησης που εξάγει το κάθε υπόδειγμα, σε περίπτωση που μεταβάλλεται η τιμή της μεταβλητότητας.

5. 5. 1. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Δικαιώματα αγοράς Αμερικανικού τύπου

Από τους Πίνακες 5.9 και 5.10, εξάγονται τα εξής συμπεράσματα αναφορικά με τα δικαιώματα αγοράς Αμερικανικού τύπου :

Συμπέρασμα 1°

Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή εκτέλεσης, τόσο μικρότερη είναι η τιμή ενός δικαιώματος αγοράς Αμερικανικού τύπου. Στο Διάγραμμα 5.1, απεικονίζονται δικαιώματα αγοράς πάνω από το χρηματικό τους ισοδύναμο (X = 26.000), ακριβώς στο χρηματικό τους ισοδύναμο (X = 28.000), και κάτω από το χρηματικό τους ισοδύναμο (X = 30.000). Η διαγραμματική απεικόνιση αποδεικνύει την ισχύ του συμπεράσματος. Βάσει του παραπάνω συμπεράσματος, συνεπάγονται οι εξής σχέσεις μεταξύ δύο παρόμοιων δικαιωμάτων αγοράς Αμερικανικού τύπου :

- η τιμή ενός δικαιώματος αγοράς, είναι μεγαλύτερη ή ίση από την τιμή ενός παρόμοιου δικαιώματος αγοράς που έχει μεγαλύτερη τιμή εκτέλεσης :

$$C(X_1) \geq C(X_2) \qquad \text{όταν } X_2 > X_1$$

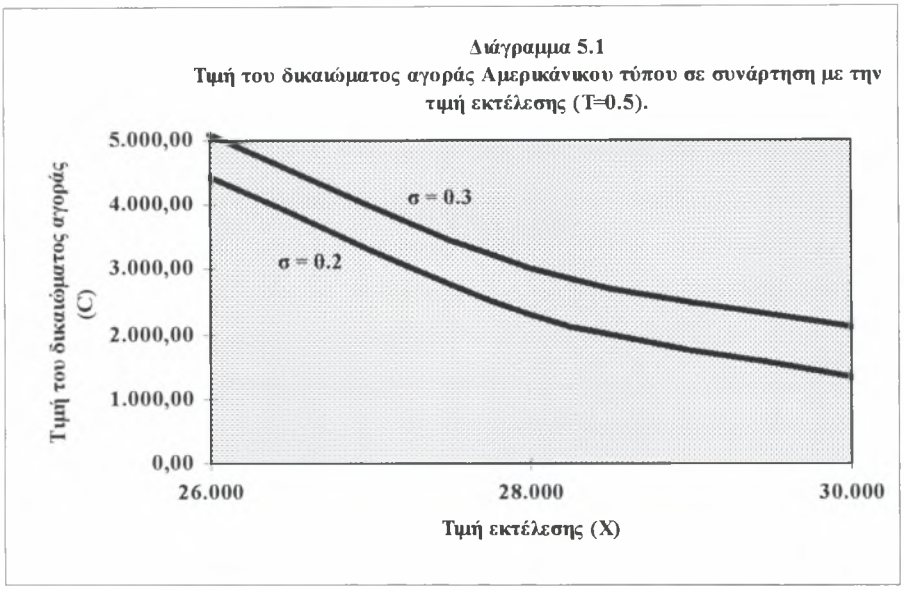
- η διαφορά μεταξύ των τιμών δύο παρόμοιων δικαιωμάτων αγοράς, δεν είναι ποτέ μεγαλύτερη από τη διαφορά μεταξύ των τιμών εκτέλεσης τους :

$$X_2 - X_1 \geq C(X_1) - C(X_2) \qquad \text{όταν } X_2 > X_1$$

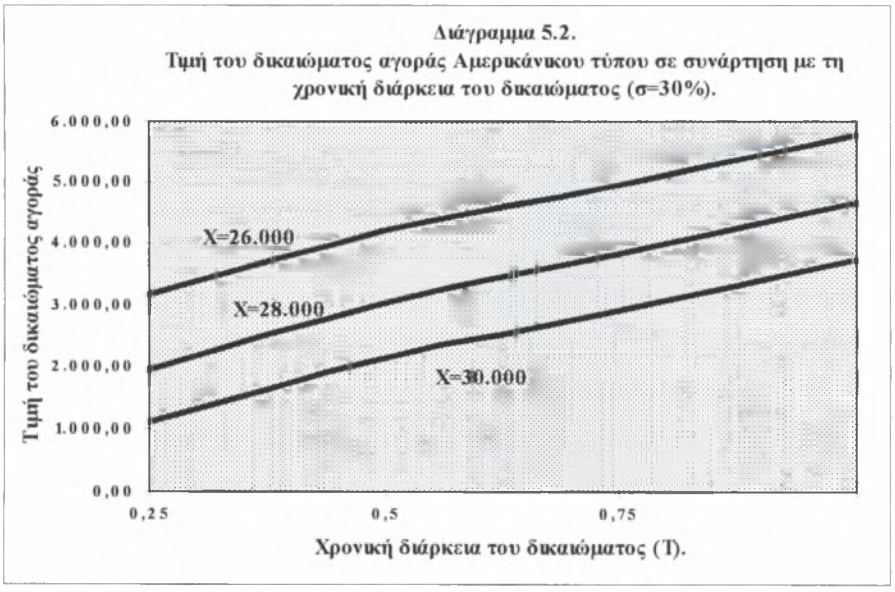
Συμπέρασμα 2°

Μεγαλύτερη χρονική διάρκεια συνεπάγεται, μεγαλύτερη πιθανότητα αύξησης της τιμής της μετοχής. Συνεπώς, όσο μεγαλύτερη είναι η χρονική διάρκεια του δικαιώματος αγοράς Αμερικανικού τύπου, τόσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του. Στον Πίνακα 5.9, όπου εμφανίζεται η σύγκριση μεταξύ των τιμών των δικαιωμάτων

Διάγραμμα 5. 1



Διάγραμμα 5. 2



αγοράς για τέσσερις διαφορετικές χρονικές περιόδους (T = 0.25, 0.50, 0.75, 1), επιβεβαιώνεται η ισχύς του συμπεράσματος (Διάγραμμα 5.2). Βάσει του δεύτερου συμπεράσματος, συνεπάγεται η παρακάτω σχέση μεταξύ δύο παρόμοιων δικαιωμάτων αγοράς Αμερικανικού τύπου :

• η τιμή ενός δικαιώματος αγοράς, είναι μεγαλύτερη ή ίση από την τιμή ενός παρόμοιου δικαιώματος αγοράς με μικρότερη χρονική διάρκεια :

$$C(t_2) \geq C(t_1) \qquad \text{όταν } t_2 > t_1$$

Συμπέρασμα 3°

Όσο μεγαλύτερη είναι η μεταβλητότητα της μετοχής, τόσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του δικαιώματος αγοράς Αμερικανικού τύπου. Υψηλή μεταβλητότητα, σημαίνει μεγαλύτερη πιθανότητα ανοδικών ή καθοδικών διακυμάνσεων στην τιμή της μετοχής. Δεδομένου, ότι ο κάτοχος του δικαιώματος αγοράς Αμερικανικού τύπου προστατεύεται σε περίπτωση σημαντικής πτώσης της τιμής της μετοχής (δεν εκτελεί το δικαίωμα του), αποκομίζει το μέγιστο δυνατό κέρδος σε περίπτωση αύξησης της τιμής της μετοχής. Συνεπώς, η υψηλή τιμή της μεταβλητότητας είναι επιθυμητή για τον κάτοχο του δικαιώματος αγοράς. Στον Πίνακα 5.10, η ισχύς του συμπεράσματος ελέγχεται για τέσσερις διαφορετικές τιμές μεταβλητότητας (σ = 0.10, 0.20. 0.30, 0.40). Η διαγραμματική απεικόνιση του συμπεράσματος παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 5.3.

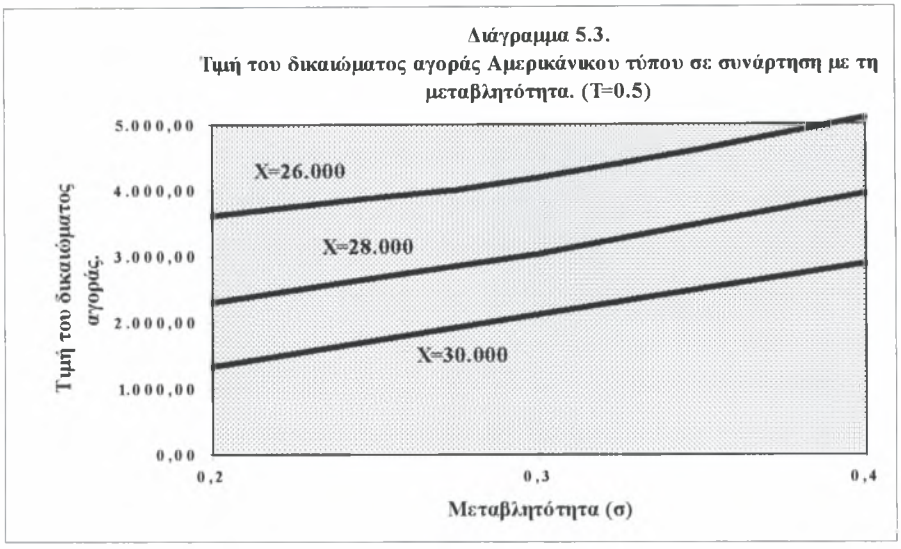
Δικαιώματα πώλησης Αμερικανικού τύπου

Από τους Πίνακες 5.10 και 5.11, εξάγονται τα παρακάτω συμπεράσματα αναφορικά με τα δικαιώματα πώλησης Αμερικανικού τύπου :

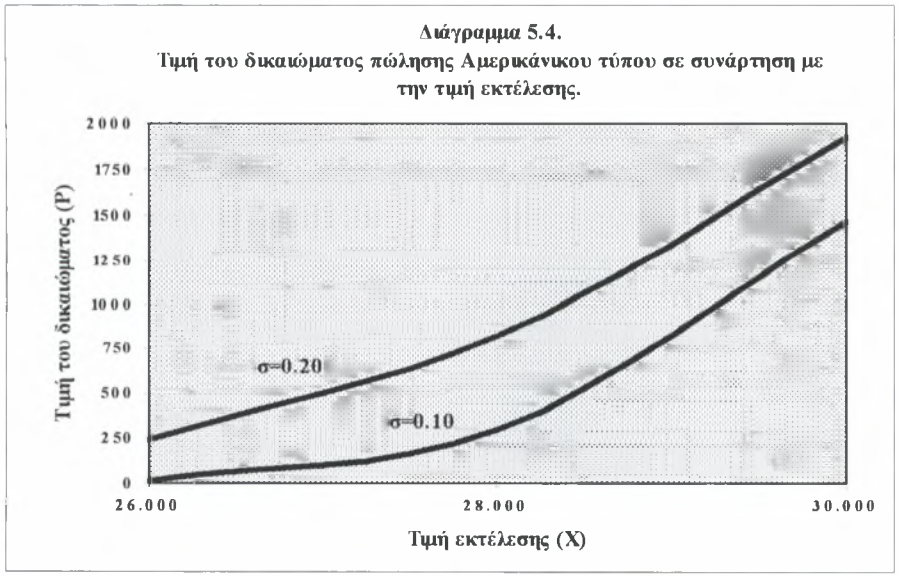
Συμπέρασμα 1°

Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή εκτέλεσης του δικαιώματος τόσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του δικαιώματος πώλησης. Στο Διάγραμμα 5.4 απεικονίζονται δικαιώματα πώλησης πάνω από το χρηματικό τους ισοδύναμο (X = 30.000), ακριβώς στο χρηματικό τους ισοδύναμο (X = 28.000) και κάτω από το χρηματικό τους

Διάγραμμα 5. 3



Διάγραμμα 5. 4



ισοδύναμο (X = 26.000), με τέτοιο τρόπο ώστε διαπιστώνεται η ισχύς του συμπεράσματος. Βάσει του παραπάνω συμπεράσματος συνεπάγονται οι εξής σχέσεις μεταξύ δύο παρόμοιων δικαιωμάτων πώλησης Αμερικανικού τύπου :

- η τιμή ενός δικαιώματος πώλησης είναι μεγαλύτερη ή ίση από την τιμή ενός παρόμοιου δικαιώματος πώλησης με μικρότερη τιμή εκτέλεσης :

$$P(X_2) \geq P(X_1) \qquad \text{όταν } X_2 > X_1$$

- η διαφορά μεταξύ των τιμών δύο παρόμοιων δικαιωμάτων πώλησης, δεν είναι ποτέ μεγαλύτερη από τη διαφορά μεταξύ των τιμών εκτέλεσης τους :

$$X_2 - X_1 \geq P(X_2) - P(X_1) \qquad \text{όταν } X_2 > X_1$$

Συμπέρασμα 2ο

Μεγαλύτερη χρονική διάρκεια συνεπάγεται, μεγαλύτερη πιθανότητα μείωσης της τιμής της μετοχής. Συνεπώς, όσο μεγαλύτερη είναι η χρονική διάρκεια του δικαιώματος πώλησης, τόσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του. Η σύγκριση μεταξύ των τιμών των δικαιωμάτων πώλησης για τέσσερις διαφορετικές χρονικές περιόδους (T = 0.25, 0.50, 0.75, 1), επιβεβαιώνει την ισχύ του συμπεράσματος. Το συμπέρασμα παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 5.5. Βάσει του παραπάνω συμπεράσματος, συνεπάγεται η παρακάτω σχέση μεταξύ δύο παρόμοιων δικαιωμάτων πώλησης Αμερικάνικου τύπου :

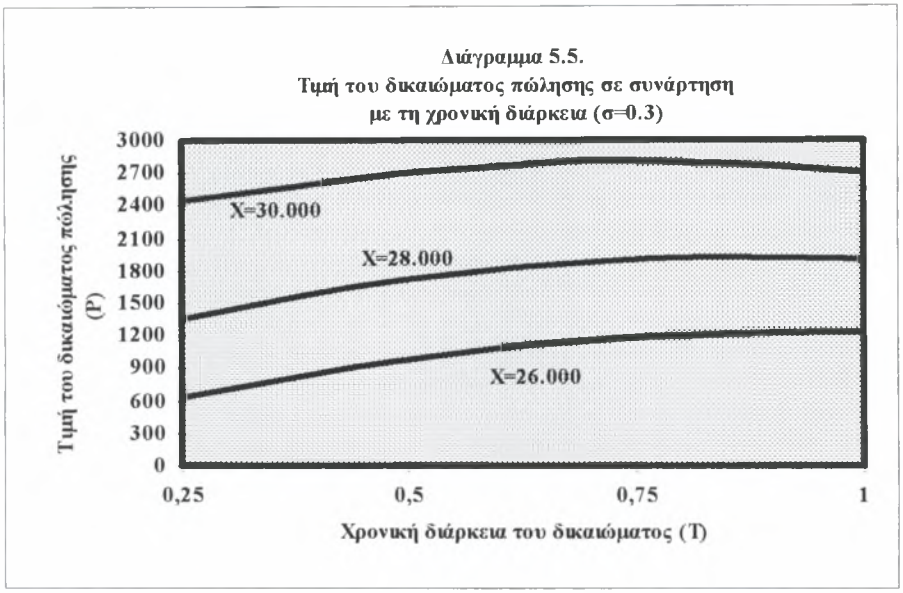
- η τιμή ενός δικαιώματος πώλησης είναι μεγαλύτερη ή ίση από την τιμή ενός παρόμοιου δικαιώματος πώλησης με μικρότερη χρονική διάρκεια :

$$P(t_2) \geq P(t_1) \qquad \text{όταν } t_2 > t_1$$

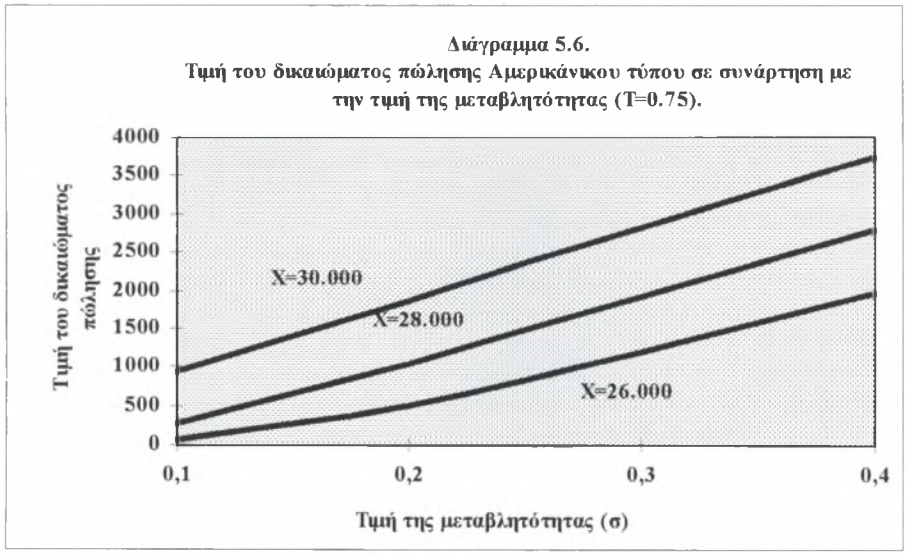
Συμπέρασμα 3ο

Όσο μεγαλύτερη είναι η μεταβλητότητα της μετοχής, τόσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του δικαιώματος πώλησης. Υψηλή μεταβλητότητα σημαίνει, μεγαλύτερη πιθανότητα ανοδικών ή καθοδικών διακυμάνσεων στην τιμή της μετοχής.

Διάγραμμα 5. 5



Διάγραμμα 5. 6



Δεδομένου ότι ο κάτοχος του δικαιώματος πώλησης προστατεύεται σε περίπτωση σημαντικής ανόδου της τιμής της μετοχής (δεν εκτελεί το δικαίωμα του), αποκομίζει το μέγιστο δυνατό κέρδος σε περίπτωση μείωσης της τιμής της μετοχής. Το συμπέρασμα αυτό ισχύει, και για τις τέσσερις διαφορετικές τιμές μεταβλητότητας (σ = 0.10, 0.20. 0.30, 0.40) που χρησιμοποιήθηκαν και εμφανίζονται στον Πίνακα 5.10. Η διαγραμματική απεικόνιση του συμπεράσματος παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 5.6.

5. 6. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΩΝ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗΣ

Η ενδελεχής ανάλυση των αποτελεσμάτων, οδηγεί στα παρακάτω συμπεράσματα αναφορικά με την αποτελεσματικότητα των δύο διαφορετικών υποδειγμάτων αποτίμησης, που χρησιμοποιήθηκαν για την αποτίμηση των δικαιωμάτων αγοράς Αμερικανικού τύπου.

Ψευδό-αμερικάνικο υπόδειγμα αποτίμησης.

Όπως προαναφέρθηκε, το ψευδο-Αμερικάνικο υπόδειγμα δεν ενσωματώνει πλήρως τη δυνατότητα πρόωρης εκτέλεσης του δικαιώματος αγοράς Αμερικανικού τύπου, σε όλες τις ημερομηνίες αποκοπής του μερίσματος, δοθέντος ότι υποθέτει δεδομένη, ή καθόλου πρόωρη εκτέλεση. Συνεπώς, το ψευδο-Αμερικάνικο υπόδειγμα υποτιμά τα δικαιώματα αγοράς Αμερικανικού τύπου, για οποιαδήποτε τιμή εκτέλεσης, στις χρονικές περιόδους των τριών, έξι και εννέα μηνών, και ενός έτους.

Όπως προαναφέρθηκε, το πρόγραμμα που αποτιμά τα δικαιώματα αγοράς Αμερικανικού τύπου βάση του ψευδο-Αμερικανικού υποδείγματος, ενσωματώνει τρεις πληρωμές μερισμάτων κατά τη χρονική διάρκεια των δικαιωμάτων. Έτσι, σε περίπτωση που εφαρμοστεί σε μετοχές που διανέμουν περισσότερα των τριών μερισμάτων, λόγω αδυναμίας ενσωμάτωσης όλων των ημερομηνιών καταβολής του μερίσματος, υπερτιμά τις τιμές των δικαιωμάτων αγοράς για όλες τις τιμές εκτέλεσης.

Με άλλα λόγια, εάν η υπό εξέταση μετοχή διανέμει έξι μερίσματα κατά τη χρονική διάρκεια του δικαιώματος, οι εξαγόμενες ψευδο-Αμερικάνικες τιμές παρουσιάζουν μεροληπτικά σφάλματα, δεδομένου ότι το πρόγραμμα λαμβάνει υπ' όψιν του μόνο τα τρία μερίσματα. Ωστόσο, η συντριπτική πλειοψηφία των μετοχών

σε χρονική διάρκεια ενός έτους, που αποτελεί τη μεγαλύτερη χρονική διάρκεια ενός δικαιώματος, δε διανέμουν περισσότερα των τριών μερισμάτων.

Υπόδειγμα Black και Scholes

Διαπιστώνεται, ότι το υπόδειγμα των Black και Scholes στην περίπτωση συνεχούς μερισματικής απόδοσης, εξάγει περίπου παρόμοια αποτελέσματα με το ψευδο-Αμερικάνικο υπόδειγμα. Η διόρθωση που επέρχεται στις τιμές που εξάγει το ψευδο-Αμερικάνικο υπόδειγμα, είναι τέτοια που δικαιολογεί σημαντικά μεγαλύτερες τιμές από αυτές του υποδείγματος των Black και Scholes. Ωστόσο, σε ορισμένες περιπτώσεις τα δύο υποδείγματα εξάγουν σχεδόν παρόμοια αποτελέσματα. Αυτό συμβαίνει στην περίπτωση όπου τα ποσά των μερισμάτων είναι μικρά, με αποτέλεσμα το αντίτιμο που αντιστοιχεί στην πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης να προσεγγίζει το μηδέν.

Συμπερασματικά, τα αποτελέσματα αποδεικνύουν ότι και τα δύο υποδείγματα υποτιμούν τις τιμές των δικαιωμάτων αγοράς Αμερικανικού τύπου για οποιαδήποτε τιμή εκτέλεσης. Αυτό συμβαίνει, διότι κανένα από τα δύο υποδείγματα δεν ενσωματώνει εξ' ολοκλήρου, τη δυνατότητα του κατόχου να εκτελέσει το δικαίωμά του σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή. Το ψευδο-Αμερικάνικο υπόδειγμα εξάγει σαφώς υψηλότερες τιμές συγκριτικά με το υπόδειγμα των Black και Scholes, ωστόσο η διόρθωση που επέρχεται στα αποτελέσματα με τη χρήση του δεν είναι πλήρης. Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι όσο μεγαλύτερη είναι η χρονική διάρκεια, τόσο η υποτίμηση των δικαιωμάτων αγοράς αναμένεται να αυξάνεται σημαντικά και από τα δύο υποδείγματα.

Στην περίπτωση των δικαιωμάτων πώλησης Αμερικανικού τύπου, η πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης υφίσταται σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή, και όχι μόνο στις ημερομηνίες αποκοπής του μερίσματος, όπως συμβαίνει με τα δικαιώματα αγοράς. Συνεπώς, το ψευδο-Αμερικάνικο υπόδειγμα δεν εφαρμόζεται στην περίπτωση των δικαιωμάτων πώλησης. Επίσης, στην περίπτωση των δικαιωμάτων πώλησης Αμερικανικού τύπου, η πληρωμή μερισμάτων επηρεάζει αρνητικά την πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης. Ειδικότερα, τα υψηλά μερίσματα μειώνουν την πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης, ενώ αντίθετα, τα χαμηλά μερίσματα αυξάνουν την πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης. Συνεπώς, όπως διαπιστώνεται και από την εξέταση των αποτελεσμάτων, οι τιμές των δικαιωμάτων πώλησης Αμερικανικού τύπου είναι

πάντοτε μεγαλύτερες από τις τιμές των αντίστοιχων δικαιωμάτων πώλησης Ευρωπαϊκού τύπου.

Μία συνοπτική μορφή των κυριοτέρων συμπερασμάτων της παρούσας μελέτης, αναφορικά με την αποτίμηση των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης Αμερικανικού τύπου παρουσιάζονται στους Πίνακες 5.13 και 5.14 αντίστοιχα.

Πίνακας 5. 13

Κυριότερα Συμπεράσματα για την αποτίμηση των Δικαιωμάτων Αγοράς Αμερικανικού Τύπου.
Δικαιώματα Αγοράς Αμερικανικού Τύπου
1) Μεγαλύτερη τιμή εκτέλεσης, συνεπάγεται μικρότερη τιμή του δικαιώματος αγοράς. Δηλαδή, όταν $X \uparrow \Rightarrow \downarrow C(T)$.
2) Μεγαλύτερη χρονική διάρκεια του δικαιώματος, συνεπάγεται μεγαλύτερη τιμή του δικαιώματος αγοράς. Δηλαδή, όταν $T \uparrow \Rightarrow \uparrow C(T)$.
3) Μεγαλύτερη μεταβλητότητα της μετοχής, συνεπάγεται μεγαλύτερη τιμή του δικαιώματος αγοράς. Δηλαδή, όταν $\sigma \uparrow \Rightarrow \uparrow C(T)$.
4) Το υπόδειγμα των Black και Scholes στην περίπτωση συνεχούς μερισματικής απόδοσης, εξάγει περίπου παρόμοια αποτελέσματα με το ψευδο-Αμερικάνικο υπόδειγμα.
5) Όταν τα ποσά των μερισμάτων είναι μικρά το αντίτιμο που αντιστοιχεί στην πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης προσεγγίζει το μηδέν, με αποτέλεσμα και τα δύο υποδείγματα να εξάγουν σχεδόν παρόμοια αποτελέσματα.
6) Τα αποτελέσματα αποδεικνύουν ότι και τα δύο υποδείγματα αποτίμησης, υποτιμούν τις τιμές των δικαιωμάτων αγοράς Αμερικανικού τύπου για οποιαδήποτε τιμή εκτέλεσης.

Πίνακας 5. 14

Κυριότερα Συμπεράσματα για την αποτίμηση των Δικαιωμάτων Πώλησης Αμερικανικού Τύπου.
Α) Δικαιώματα Πώλησης Αμερικανικού Τύπου
1) Μεγαλύτερη τιμή εκτέλεσης, συνεπάγεται μεγαλύτερη τιμή του δικαιώματος πώλησης. Δηλαδή, όταν $X \uparrow \Rightarrow \uparrow P(T)$.
2) Μεγαλύτερη χρονική διάρκεια του δικαιώματος, συνεπάγεται μεγαλύτερη τιμή του δικαιώματος πώλησης. Δηλαδή, όταν $T \uparrow \Rightarrow \uparrow P(T)$.
3) Μεγαλύτερη μεταβλητότητα της μετοχής, συνεπάγεται μεγαλύτερη τιμή του δικαιώματος πώλησης. Δηλαδή, όταν $\sigma \uparrow \Rightarrow \uparrow P(T)$.
4) Το ψευδο-Αμερικάνικο υπόδειγμα δεν εφαρμόζεται στην περίπτωση των δικαιωμάτων πώλησης.
5) Η πληρωμή μερισμάτων επηρεάζει αρνητικά την πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης, των δικαιωμάτων πώλησης Αμερικανικού τύπου. Ειδικότερα, τα υψηλά μερίσματα μειώνουν την πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης, ενώ αντίθετα, τα χαμηλά μερίσματα αυξάνουν την πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης.
6) Τα αποτελέσματα αποδεικνύουν ότι, οι τιμές των δικαιωμάτων πώλησης Αμερικανικού τύπου είναι πάντοτε μεγαλύτερες από τις τιμές των αντίστοιχων δικαιωμάτων πώλησης Ευρωπαϊκού τύπου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η παρούσα μελέτη εστιάστηκε στην παρουσίαση και ανάλυση των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης Ευρωπαϊκού και Αμερικάνικου τύπου, δεδομένου ότι τα χρηματοοικονομικά δικαιώματα θα αποτελέσουν μία από τις κυριότερες κατηγορίες παραγώγων που θα διαπραγματεύονται στο Χρηματιστήριο Παραγώγων Αθηνών (ΧΠΑ) τον Απρίλιο του 1999.

Ο σκοπός της μελέτης αυτής είναι, τόσο η κατανόηση του μηχανισμού λειτουργίας των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων ως ευέλικτων εργαλείων διαχείρισης και αντιστάθμισης του επενδυτικού κινδύνου, όσο και η ανάλυση των μεθόδων αποτίμησής τους. Ειδικότερα, εξετάστηκαν και παρουσιάστηκαν μελέτες που διεξήχθησαν βάσει μαθηματικών υποδειγμάτων με σκοπό την εξέταση της αποτελεσματικότητας των υποδειγμάτων αποτίμησης. Επίσης, παρουσιάστηκαν εμπειρικές μελέτες που διεξήχθησαν βάσει πραγματικών στοιχείων με σκοπό την εξέταση της ισχύς της υπόθεσης περί αποτελεσματικής λειτουργίας των αγορών δικαιωμάτων.

Παράλληλα, εφαρμόστηκαν ορισμένοι αλγόριθμοι πάνω σε επιλεγμένα υποδείγματα αποτίμησης χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης Ευρωπαϊκού και Αμερικάνικου τύπου, με υποκείμενο τίτλο μετοχές με ή χωρίς καταβολή μερίσματος. Για την εφαρμογή των αλγορίθμων και την εξαγωγή των τιμών των δικαιωμάτων, κατασκευάστηκαν τέσσερα προγράμματα στη C^{++}. Συγκεκριμένα, τα επιλεγμένα υποδείγματα που εξετάστηκαν είναι τα εξής : i) το υπόδειγμα των Black-Scholes (BS), για την αποτίμηση δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης Ευρωπαϊκού τύπου για μετοχές χωρίς μέρισμα, ii) το υπόδειγμα των Black-Scholes (BS), για την αποτίμηση δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης Ευρωπαϊκού τύπου για μετοχές που διανέμουν μέρισμα σε μετρητά (cash dividends), iii) το υπόδειγμα των Black-Scholes (BS), για την αποτίμηση δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης Αμερικανικού τύπου με συνεχή μερισματική απόδοση δ (continuous dividend yield), η οποία υποτίθεται ότι ισχύει καθ' όλη τη χρονική διάρκεια των δικαιωμάτων και iv) το ψευδο-Αμερικανικό υπόδειγμα, για την αποτίμηση

δικαιωμάτων αγοράς Αμερικανικού τύπου για μετοχές που διανέμουν μέρισμα σε μετρητά (cash dividends).

Περιληπτικά διαπιστώθηκε ότι, τόσο το υπόδειγμα των Black και Scholes (BS), όσο και το ψευδο-Αμερικανικό υπόδειγμα υποτιμούν τις τιμές των δικαιωμάτων αγοράς Αμερικανικού τύπου σε μετοχή που διανέμει μέρισμα για οποιαδήποτε τιμή εκτέλεσης. Αυτό συμβαίνει, γιατί κανένα από τα δύο υποδείγματα αποτίμησης δεν ενσωματώνει εξ' ολοκλήρου τη δυνατότητα που έχει ο κάτοχος του δικαιώματος αγοράς Αμερικανικού τύπου να εκτελέσει το δικαίωμα του σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή. Αντίθετα, σε περίπτωση που η μετοχή δε διανέμει μέρισμα και τα δύο υποδείγματα εξάγουν παρόμοια και ακριβή αποτελέσματα, δεδομένου ότι δεν υφίσταται πιθανότητα πρόωρης εκτέλεσης των δικαιωμάτων.

Συγκρίνοντας τις διάφορες εμπειρικές μελέτες που καλύπτουν τη χρονική περίοδο από το 1975 μέχρι το 1998, καταλήξαμε στα ακόλουθα συμπεράσματα σχετικά με την αποτελεσματικότητα των υπό εξέταση υποδειγμάτων αποτίμησης. Πρώτον διαπιστώθηκε ότι, τα υποδείγματα των Roll (1977), Geske (1979) και Whaley (1981) εξάγουν ακριβέστερα αποτελέσματα, τόσο από το υπόδειγμα των Black και Scholes, όσο και από το ψευδο-Αμερικανικό υπόδειγμα για την αποτίμηση δικαιωμάτων αγοράς Αμερικανικού τύπου. Δεύτερον διαπιστώθηκε ότι, τα υποδείγματα των Health, Jarrow και Morton (1987), Amin και Jarrow (1992), Heston (1993), και Bakshi, Cao και Chen (1997) εξάγουν ακριβέστερα αποτελέσματα συγκριτικά με το υπόδειγμα των Black και Scholes για την αποτίμηση δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης Ευρωπαϊκού τύπου. Το τρίτο συμπέρασμα είναι ότι, το ψευδο-Αμερικανικό υπόδειγμα εξάγει μεροληπτικά αποτελέσματα στην αποτίμηση των δικαιωμάτων αγοράς Αμερικανικού τύπου. Τα σφάλματα αφορούν την τιμή εκτέλεσης, τη χρονική διάρκεια των δικαιωμάτων καθώς και τη μεταβλητότητα της τιμής της μετοχής.

Η χρησιμότητα της παρούσας μελέτης είναι ότι, παρέχει στον αναγνώστη όλες τις απαραίτητες πληροφορίες αναφορικά με τα χαρακτηριστικά και τη χρησιμότητα των παράγωγων χρηματοοικονομικών προϊόντων, το θεσμικό πλαίσιο που υπάρχει στην Ελλάδα για την αγορά παραγώγων, την οργάνωση και λειτουργία του Χρηματιστηρίου Παραγώγων Αθηνών (ΧΠΑ) που πρόκειται να ξεκινήσει τη λειτουργία του τον Απρίλιο του 1999. Επιπρόσθετα, η μελέτη εστιάζεται στην ανάλυση των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης Ευρωπαϊκού

και Αμερικανικού τύπου, παρουσιάζοντας τη σχετική βιβλιογραφία για τις δύο τελευταίες δεκαετίες. Με αυτόν τον τρόπο, η μελέτη βοηθά τον αναγνώστη να εξοικειωθεί με τον μηχανισμό λειτουργίας των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων και να κατανοήσει την ευελιξία που παρέχουν στους επενδυτές ως εργαλεία αντιστάθμισης του επενδυτικού κινδύνου. Τέλος, η παρουσίαση και εφαρμογή επιλεγμένων υποδειγμάτων αποτίμησης δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης Ευρωπαϊκού και Αμερικανικού τύπου, βοηθά τον αναγνώστη να κατανοήσει τις μεθόδους αποτίμησης των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1

''Black-Scholes Euro Αγορά και Πώληση χωρίς μέρισμα''

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <ctype.h>
#include <math.h>

float normal(float x);

int main()
{
  int i = 0;
  float s, x, T, r, sigma, delta;
  float SD, dd1, dd2, dd3, t1, t2, t3;
  float Call, Put;
  float d1, d2;
  float p1, p2, p3, p4, max_call;

  while ( i<1 || i>4 ) {
    printf("\n\nΕπιλέξτε Επιμέρους Περίπτωση:\n\n");
    printf("1. BS Euro αγορά και πώληση χωρίς μέρισμα.\n");
    printf("2. BS Euro αγορά και πώληση με μέρισμα σε μετρητά.\n");
    printf("3. BS Amer αγορά και πώληση με συνεχή μερισματική
απόδοση.\n");
    printf("4. Ψευδο-Amer αγορά με μέρισμα σε μετρητά.\n");
    printf("Επιλογή:  ");
    scanf("%d",&i);
  }

  if ( i==1 ) {
    printf("s =  ");
    scanf("%f",&s);
    printf("x =  ");
    scanf("%f",&x);
    printf("T =  ");
    scanf("%f",&T);
    printf("r =  ");
    scanf("%f",&r);
    printf("σ =  ");
    scanf("%f",&sigma);

    d1 = (log(s/x) + (r + 0.5*(sigma*sigma))*T) / (sigma * sqrt(T));
    d2 = d1 - sigma * sqrt(T);
    Call = s * normal(d1) - x * exp(-1.0*r*T) * normal(d2);
    Put  = x * exp(-1.0*r*T) * (1.0-normal(d2)) - s * (1.0-
normal(d1));

    printf("Call :  %f\n",Call);
    printf("Put  :  %f\n",Put);
  }
```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 2

''Black-Scholes Euro Αγορά και Πώληση με μέρισμα σε μετρητά''

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <ctype.h>
#include <math.h>

float normal(float x);

int main()
{
  int i = 0;
  float s, x, T, r, sigma, delta;
  float SD, dd1, dd2, dd3, t1, t2, t3;
  float Call, Put;
  float d1, d2;
  float p1, p2, p3, p4, max_call;

  while ( i<1 || i>4 ) {
    printf("\n\nΕπιλέξτε Επιμέρους Περίπτωση:\n\n");
    printf("1. BS Euro αγορά και πώληση χωρίς μέρισμα.\n");
    printf("2. BS Euro αγορά και πώληση με μέρισμα σε μετρητά.\n");
    printf("3. BS Amer αγορά και πώληση με συνεχή μερισματική
απόδοση.\n");
    printf("4. Ψευδο-Amer αγορά με μέρισμα σε μετρητά.\n");
    printf("Επιλογή:  ");
    scanf("%d",&i);
  }
  else if ( i==2) {
    printf("s  =  ");
    scanf("%f",&s);
    printf("x  =  ");
    scanf("%f",&x);
    printf("r  =  ");
    scanf("%f",&r);
    printf("©  =  ");
    scanf("%f",&sigma);
    printf("T  =  ");
    scanf("%f",&T);
    printf("D1 =  ");
    scanf("%f",&dd1);
    printf("t1 =  ");
    scanf("%f",&t1);
    printf("D2 =  ");
    scanf("%f",&dd2);
    printf("t2 =  ");
    scanf("%f",&t2);
    printf("D3 =  ");
    scanf("%f",&dd3);
    printf("t3 =  ");
    scanf("%f",&t3);
    SD = s - (dd1 * exp(-1.0*t1*r))
           - (dd2 * exp(-1.0*t2*r))
           - (dd3 * exp(-1.0*t3*r));
    d1 = (log(SD/x) + (r + 0.5*(sigma*sigma))*T) / (sigma * sqrt(T));
    d2 = d1 - sigma * sqrt(T);
    Call = SD * normal(d1) - x * exp(-1.0*r*T) * normal(d2);
    Put  = x * exp(-1.0*r*T) * (1.0-normal(d2)) - SD * (1.0-
normal(d1));

    printf("Call :  %f\n",Call);
    printf("Put  :  %f\n",Put);
 }
```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 3

''Black-Scholes Amer Αγορά και Πώληση με συνεχή μερισματική απόδοση''

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <ctype.h>
#include <math.h>

float normal(float x);

int main()
{
  int i = 0;
  float s, x, T, r, sigma, delta;
  float SD, dd1, dd2, dd3, t1, t2, t3;
  float Call, Put;
  float d1, d2;
  float p1, p2, p3, p4, max_call;

  while ( i<1 || i>4 ) {
    printf("\n\nΕπιλέξτε Επιμέρους Περίπτωση:\n\n");
    printf("1. BS Euro αγορά και πώληση χωρίς μέρισμα.\n");
    printf("2. BS Euro αγορά και πώληση με μέρισμα σε μετρητά.\n");
    printf("3. BS Amer αγορά και πώληση με συνεχή μερισματική
απόδοση.\n");
    printf("4. Ψευδο-Amer αγορά με μέρισμα σε μετρητά.\n");
    printf("Επιλογή:  ");
    scanf("%d",&i);
  }

  else if ( i==3) {
    printf("s =  ");
    scanf("%f",&s);
    printf("x =  ");
    scanf("%f",&x);
    printf("T =  ");
    scanf("%f",&T);
    printf("r =  ");
    scanf("%f",&r);
    printf("© =  ");
    scanf("%f",&sigma);
    printf("› =  ");
    scanf("%f",&delta);

    d1 = ((log(s/x) + (r-delta)*T) / (sigma * sqrt(T))) + (0.5 *
sigma * sqrt(T));
    d2 = d1 - sigma * sqrt(T);
    Call = s * exp(-1.0*delta*T) * normal(d1) - x * exp(-1.0*r*T) *
normal(d2);
    Put  = x * exp(-1.0*r*T) * (1.0-normal(d2))
           - s * exp(-1.0*delta*T) * (1.0-normal(d1));

    printf("Call :  %f\n",Call);
    printf("Put  :  %f\n",Put);
  }
```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 4

''Ψευδο-Amer Αγορά με μέρισμα σε μετρητά''

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <ctype.h>
#include <math.h>

float normal(float x);

int main()
{
  int i = 0;
  float s, x, T, r, sigma, delta;
  float SD, dd1, dd2, dd3, t1, t2, t3;
  float Call, Put;
  float d1, d2;
  float p1, p2, p3, p4, max_call;

  while ( i<1 || i>4 ) {
    printf("\n\nΕπιλέξτε Επιμέρους Περίπτωση:\n\n");
    printf("1. BS Euro αγορά και πώληση χωρίς μέρισμα.\n");
    printf("2. BS Euro αγορά και πώληση με μέρισμα σε μετρητά.\n");
    printf("3. BS Amer αγορά και πώληση με συνεχή μερισματική
απόδοση.\n");
    printf("4. Ψευδο-Amer αγορά με μέρισμα σε μετρητά.\n");
    printf("Επιλογή:  ");
    scanf("%d",&i);
  }


  else {
    printf("s  =  ");
    scanf("%f",&s);
    printf("x  =  ");
    scanf("%f",&x);
    printf("T  =  ");
    scanf("%f",&T);
    printf("r  =  ");
    scanf("%f",&r);
    printf("©  =  ");
    scanf("%f",&sigma);
    printf("D1 =  ");
    scanf("%f",&dd1);
    printf("t1 =  ");
    scanf("%f",&t1);
    printf("D2 =  ");
    scanf("%f",&dd2);
    printf("t2 =  ");
    scanf("%f",&t2);
    printf("D3 =  ");
    scanf("%f",&dd3);
    printf("t3 =  ");
    scanf("%f",&t3);

    p1 = s;
    p2 = s - (dd1 * exp(-1.0*r*t1));
    p3 = s - (dd1 * exp(-1.0*r*t1)) - (dd2 * exp(-1.0*r*t2));
    p4 = s - (dd1 * exp(-1.0*r*t1)) - (dd2 * exp(-1.0*r*t2)) - (dd3 *
exp(-1.0*r*t3));
```

```
    d1 = (log(p1/x) + (r + 0.5*(sigma*sigma))*t1) / (sigma *
sqrt(t1));
    d2 = d1 - sigma * sqrt(t1);
    Call = p1 * normal(d1) - x * exp(-1.0*r*t1) * normal(d2);
    max_call = Call;
    printf("Call :  %f\n",Call);

    d1 = (log(p2/x) + (r + 0.5*(sigma*sigma))*t2) / (sigma *
sqrt(t2));
    d2 = d1 - sigma * sqrt(t2);
    Call = p2 * normal(d1) - x * exp(-1.0*r*t2) * normal(d2);
    if (Call > max_call)
      max_call = Call;
    printf("Call :  %f\n",Call);

    d1 = (log(p3/x) + (r + 0.5*(sigma*sigma))*t3) / (sigma *
sqrt(t3));
    d2 = d1 - sigma * sqrt(t3);
    Call = p3 * normal(d1) - x * exp(-1.0*r*t3) * normal(d2);
    if (Call > max_call)
      max_call = Call;
    printf("Call :  %f\n",Call);

    d1 = (log(p4/x) + (r + 0.5*(sigma*sigma))*T) / (sigma * sqrt(T));
    d2 = d1 - sigma * sqrt(T);
    Call = p4 * normal(d1) - x * exp(-1.0*r*T) * normal(d2);
    if (Call > max_call)
      max_call = Call;
    printf("Call :  %f\n\n",Call);

    printf("Maximum Call :  %f\n",max_call);
  }

  return 0;
}

float normal(float x)
{
  return (0.5+0.5*erf(x/sqrt(2)));
}
```

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1) Bakshi, G., Cao, C., and Chen Z., 1997, "Empirical Performance of Alternative Option Pricing Models", **The Journal of Finance**, December 1997, pp. 2003 - 2049.

2) Barone-Adesi, G. And R.E. Whaley, 1987, "Efficient Analytic Approximation of American Option Values", **The Journal of Finance**, June 1987, pp. 301-320.

3) Bates, D., 1991 "The crash of'87:Was It Expected? The Evidence from Options Markets", **The Journal of Finance**, July 1991, pp.1009 - 1044.

4) Black, F. And M. Scholes, 1973, "The Pricing of Options and Corporate Liabilities", **Journal of Political Economy**, May-June 1973, pp.637-654.

5) Black, F., 1975, "Fact and Fantasy in the Use of Options", **Financial Analysts Journal**, July-August 1975, pp. 36-72.

6) Brennan, M.J. and E.S. Schwartz, 1977, "The Valuation of American Put Options", **The Journal of Finance**, May 1977, pp. 449-462.

7) Brennan, M.J. and E.S. Schwartz, 1978, "Finite Difference Methods and Jump Processes Arising in the Pricing of Contingent Claims: A Synthesis", **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, September 1978, pp. 461-474.

8) Cox, J.C., S.A. Ross and M. Rubinstein, 1979, "Option Pricing: A Simplified Approach", **Journal of Financial Economics**, 1979, pp.229-263.

9) Elton, E.J. and M.J. Gruber, 1995, Modern Portfolio Theory and Investment Analysis, John Wiley & Sons.

10) Figlewski, S., W.L. Silber and M.G. Subrahmanyam, 1990, "Financial Options From Theory to Practice, IRWIN.

11) Finucane, T., J., 1997, "An empirical analysis of common stock call exercise : A note", **Journal of Banking and Finance**, 1997, pp. 563 - 571.

12) Geske, R. and H.E Johnson, 1984, "The American Put Option Valued Analytically", **The Journal of Finance**, December 1984, pp. 1511-1524.

13) Geske, R. and K. Shastri, 1985, "Valuation by Approximation: A Comparison of Alternative Option Valuation Techniques", **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, March 1985, pp. 45-71.

14) Geske, R. and R. Roll, 1984, "On Valuing American Call Options with the Black-Scholes European Formula", **The Journal of Finance**, June 1984, pp. 443-455.

15) Geske, R., 1979, "A Note on an Analytical Valuation Formula for Unprotected American Call Options on Stock with Known Dividends", **Journal of Financial Economics**, 1979, pp. 375-380.

16) Geske, R., 1979, "The Valuation of Compound Options", **Journal of Financial Economics**, 1979, pp. 63-81.

17) Geske, R., 1981, "Comments on Whaley's Note", **Journal of Financial Economics**, 1981, pp. 213-215.

18) Ho, T.S., R.C. Stapleton and M.G. Subrahmanyam, 1994, "A Simple Technique for the Valuation and Hedging of American Options", **Journal of Derivatives**, Fall 1994, pp. 52-66.

19) Hull, J. and A. White, 1990, "Valuing Derivative Securities Using the Explicit Finite Difference Method", **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, March 1990, pp. 87-100.