Τ.Ε.Ι. ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ
ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΤΜΗΜΑ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ
ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Η ΣΥΝΕΙΣΦΟΡΑ ΤΟΥ JOHN NASH ΣΤΗΝ ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΠΑΙΓΝΙΩΝ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΜΠΙΣΜΠΑΣ ΑΝΤΩΝΙΟΣ
ΦΟΙΤΗΤΡΙΑ: ΣΕΜΚΟΓΛΟΥ ΒΑΣΙΛΙΚΗ

Στον Γιώργο

Περιεχόμενα

Εισαγωγή

Ο αμερικανός μαθηματικός John Nash, γεννήθηκε το 1928. Κέρδισε το βραβείο Νόμπελ στα Οικονομικά, το 1994, για τα μεγαλοφυή θεωρήματα που απέδειξε στην «Θεωρία Παιγνίων». Το φιλμ «A Beautiful Mind» (2001) του Ron Howard, κατέστησε γνωστό στο ευρύ κοινό, πολλές από τις δραματικές πτυχές της ιστορίας αυτού του λαμπρού αλλά βασανισμένου πνεύματος. Ο John Nash σε νεαρή ηλικία, δημοσίευσε μια ολιγοσέλιδη μαθηματική εργασία για την ισορροπία των μαθηματικών παιγνίων. Αυτή η μελέτη, άνοιξε έναν εντελώς νέο και πρωτοποριακό τρόπο κατανόησης των φαινομένων αλληλεπίδρασης, όχι μόνο των οικονομικών φαινομένων, αλλά και των πολιτικών, κοινωνικών, βιολογικών, ανθρωπολογικών και ψυχολογικών. Η σκέψη αυτή βρίσκεται στον πυρήνα της σύγχρονης Θεωρίας Παιγνίων και φτάνει στο θεωρητικό αποκορύφωμα της με την έννοια ισορροπίας που διατύπωσε ο John Nash αρχικά στη διδακτορική του διατριβή (στα 1949) και αργότερα σε δύο σημαντικά άρθρα του το 1951 και 1953. Σε αντίθεση με τη μέθοδο του von Neumann, που αποσκοπούσε στην εξαγωγή της ορθολογικής στρατηγικής κάθε ατόμου *ανεξάρτητα από τις αντιλήψεις του σχετικά με την πιθανότερη συμπεριφορά του αντιπάλου του*, ο Nash υποθέτει ακριβώς το αντίθετο: Η δράση ενός ατόμου αποσκοπεί στη μεγιστοποίηση της (προσδοκώμενης) ωφέλειας *ως προς τις προσδοκίες του για το τι θα επιλέξει ο αντίπαλος*. Κατά τον Nash, λοιπόν, ένας παίκτης δεν μπορεί να ανακαλύψει τη βέλτιστη στρατηγική του αν δεν διαμορφώσει προηγουμένως κάποιες προσδοκίες σχετικά με τη στρατηγική του αντιπάλου του. Έχει σημασία να σημειώσουμε τη θεμελιώδη διαφορά ανάμεσα στις διαφορετικές προσεγγίσεις του Neumann και του Nash όσον αφορά τον προσδιορισμό της βέλτιστης στρατηγικής του παίκτη: Ενώ ο πρώτος από τους δύο ζητεί από τον παίκτη να κοιτάζει *μόνο* τις αποδόσεις για τον ίδιο (ώστε να αποφασίσει ποια στρατηγική θα του δώσει το καλύτερο από τα χειρότερα), ο Nash επιμένει ότι οι ορθολογικά σκεπτόμενοι παίκτες θα πρέπει επίσης να λάβουν σοβαρά υπόψη τους τις αποδόσεις για τους αντιπάλους τους (ή τα κίνητρα τους).

Κεφάλαιο 1^{0}

1.1Τι είναι η θεωρία των παιγνίων;

Η θεωρία των παιγνίων είναι η θεωρία που μας παρουσιάζει όλους γυναίκες και άνδρες ως παίκτες και όλες τις κοινωνικές μας δραστηριότητες ως παίγνια από τις αγοροπωλησίες μετοχών μέχρι την μουσική που ακούμε . Στόχος της είναι να προβλέπει την συμπεριφορά μας σε κάθε υπό – παίγνιο.

Πρόκειται για την θεωρία των παιγνίων που ουσιαστικά ξεκίνησε με ένα άρθρο του john von Neumann το οποίο δημοσιεύτηκε το 1928 στα γερμανικά και αγνοήθηκε σχεδόν πλήρως για τα επόμενα 20 χρόνια. Το άρθρο είχε να κάνει με την στρατηγική που θα ακολουθούσαν οι συμμετέχοντες σε κάποια παιχνίδια έτσι ώστε να νικήσουν τους αντιπάλους τους. Τι ήταν όμως αυτό που μετέτρεψε αυτό το αθώο άρθρο περί παιδικών παιγνίων στην Τρίτη εξέλιξη που ξαναζωντάνεψε το όνειρο της ενοποίησης των κοινωνικών επιστημών? Η σύντομη απάντηση στο ερώτημα είναι :δύο υπέροχες ιδέες του john f. Nash jr.

1.2 Τι είναι ένα παίγνιο?

Πρόκειται για μια κατάσταση όπου: α) Ν (>1) άτομα, επιχειρήσεις, κυβερνήσεις, συνδικάτα κ.τ.λ. κάνουν κάποιες επιλογές με στόχο ο καθένας την ικανοποίηση του συμφέροντος του και β) το αποτέλεσμα για τον κάθε παίκτη δεν εξαρτάται μόνο από την επιλογή αλλά και από τις επιλογές των υπολοίπων Ν – 1 παικτών. Π.χ. τα σκάκι, η επιλογή τιμών που χρεώνουν ανταγωνιστικές επιχειρήσεις, η επίπτωση στο περιβάλλον που έχει η απόφαση του καθενός μας να συντηρήσει τον κινητήρα του αυτοκινήτου του, οι εκλογές κ.τ.λ.

Η αλήθεια είναι ότι δύσκολα μπορεί κανείς να βρει κάποιο κοινωνικό φαινόμενο που δεν γίνεται να περιγραφεί ως παίγνιο, η θεωρία των παιγνίων υπόσχεται ότι μπορεί να εφαρμοστεί σε όλες τις κοινωνικές αλληλεπιδράσεις στις οποίες τα άτομα κατανοούν ότι το αποτέλεσμα γι ένα άτομο επηρεάζεται όχι μόνο από τις πράξεις του αλλά και από τις πράξεις των άλλων. Η θεωρία των παιγνίων βρίσκεται παντού, αφού εξαπλώθηκε πολύ γρήγορα στους οικονομολόγους το 1970 δεν άργησαν και οι υπόλοιποι επιστήμονες να σκέφτονται ότι πρόκειται για μια θεωρία που θα ένωνε κάτω από την ομπρέλα της σχεδόν όλες τις επιστήμες (οικονομική, ανθρωπολογία κ.τ.λ.) και θα τις μετατρέψει σε επιστημονικούς κλάδους μιας ευρύτερης «επιστήμης της κοινωνίας».

1.3 Ορισμοί της θεωρίας παιγνίων

Παρακάτω παραθέτω κάποιους ορισμούς της θεωρίας των παιγνίων:

Η θεωρία των παιγνίων μπορεί να θεωρηθεί ως θεωρία ‘’ενοποιημένου πεδίου’’ για την ορθολογική συμπεριφορά των κοινωνικών επιστημών δεν χρησιμοποιεί διαφορετικές ad hoc κατασκευές αναπτύσσει μεθοδολογίες που εφαρμόζονται κατ’ αρχήν σε όλες τις καταστάσεις αλληλεπίδρασης.
(Aumann &Hart, 1992).

Μια βασική θέση είναι ότι η θεωρία παιγνίων κατανοείται καλύτερα όταν μελετάται κριτικά όταν μελετούμε όχι τις επιτυχίες της αλλά τα αδιέξοδα της. Αν δεν κατανοήσουμε τους λόγους της αποτυχίας της ως προς την μεγάλη της φιλοδοξία θα έχουμε απολέσει μια σημαντική ευκαιρία να κατανοήσουμε τις κοινωνικές διαδικασίες και τους θεσμούς. (Γιάννης Βαρουφάκης, 2007)

1.4 Βιβλιογραφία της Θεωρίας των Παιγνίων

Αν και η θεωρία παιγνίων εγκαινιάστηκε επισήμως το 1947 από τους Neumann και Morgenstrern τα πρώτα εγχειρίδια άρχισαν να κάνουν την εμφάνιση τους το 1980. π.χ. ο Rasmussen το 1989 εξέδωσε ένα οδηγό χρήστη με πολλά οικονομικά παραδείγματα. Ο Binmore to 1990 μας έδωσε μια πλούσια συλλογή τεχνικών αλλά ενδιαφερόντων δοκιμίων για τις πλευρές της θεωρίας των παιγνίων. Ο Kreps 1990 έγραψε ένα βιβλίο με μια εξαίρετη εισαγωγή στα δυνατά σημεία και στα προβλήματα της θεωρίας των παιγνίων. Ο Myerson 1991 ,οι Fudenberg & Tirole 1991, ο

Binmore 1992 συνεισέφεραν με τρία επιπλέον αξιόλογα βιβλία. Οι Dixit & Nalebuff 1993 προσέφεραν μια πιο αφηγηματική εισαγωγή ενώ ο Brams 1993 πρόσθεσε ένα δύσκολο βιβλίο με το οποίο όμως διατυπώνει μια ιδιαίτερη ερμηνεία της θεωρίας. Ένα από τα πιο ευανάγνωστα βιβλία πάνω στο θέμα είναι του Thomas Schelling 1960 παρά την ηλικία του. Από τα σχετικά πιο προχωρημένα είναι του Osborne & Rubinstein 1994 και φυσικά ένας καλός οδηγός για τις εφαρμογές της θεωρίας παιγνίων στην πολιτική επιστήμη και στις κοινωνικές επιστήμες είναι του Dixit & Skeath 1999 .

1.5 Οι παραδοχές της Θεωρίας Παιγνίων

Έστω ότι κάποιοι παίζουν ένα άγνωστο σε εμάς επιτραπέζιο παιχνίδι. Η δραστηριότητα τους έχει μια συγκεκριμένη δομή και θέλουμε να καταλάβουμε τι ακριβώς συμβαίνει, τι κάνει κάθε παίκτης και γιατί. Για να γίνει αυτό θα πρέπει να αναλύσουμε το πρόβλημα στα συστατικά του, πρώτον είναι ανάγκη να μάθουμε τους κανόνες του παιγνίου επειδή αυτοί είναι που εξηγούν ποιες ενέργειες επιτρέπονται σε κάθε στιγμή. Είναι δηλαδή ανάγκη να μάθουμε πως οι παίκτες επιλέγουν μια ενέργεια από το σύνολο των επιτρεπόμενων ενεργειών. Αυτή είναι ουσιαστικά η προσέγγιση της θεωρίας παιγνίων και οι τρεις πρώτες παραδοχές στην παρούσα ενότητα πραγματεύονται το τελευταίο μέρος του προβλήματος : <u>οι παίκτες επιλέγουν μια ενέργεια</u>. Η πρώτη εστιάζεται στο τι θα πρέπει να υποθέσουμε για τα κίνητρα των ανθρώπων και οι άλλες δύο έχουν σκοπό να μας βοηθήσουν να κατανοήσουμε το περίπλοκο ζήτημα τι σκέφτεται καθένας ότι θα πράξει ο άλλος σε κάθε σύνολο περιστάσεων.

1.6 Εργαλειακά ορθολογιστές

Οι εργαλειακά ορθολογιστές έχουν προτιμήσεις για διάφορα πράγματα π.χ. για ψωμί και όχι για φρυγανιές, για ροκ και όχι για κλασσική μουσική κ.τ.λ. και θεωρούνται ορθολογιστές επειδή επιλέγουν πράξεις που ικανοποιούν καλύτερα τις προτιμήσεις αυτές. Το επίρρημα ‘’εργαλειακά’’ παραπέμπει σε ιδιαίτερη ιδιότητα αυτών των ανθρώπων : πράττουν με μοναδικό γνώμονα τις προτιμήσεις. Η λογική είναι το εργαλείο με το οποίο προσπαθούν να ικανοποιήσουν τις δεδομένες προτιμήσεις τους. Μια από τις αρετές αυτού του υποδείγματος είναι ότι απαιτεί ελάχιστες υποθέσεις ως προς τις προτιμήσεις των ατόμων. Η εργαλειακή ορθολογικότητα διαμορφώνεται μέσα σε ένα πλαίσιο διαχωρισμού των σκοπών α)στα τα μέσα με σκοπούς που αγιάζουν τα μέσα και β)στα μέσα να εξυπηρετούν εργαλειακούς σκοπούς. Εδώ οι προτιμήσεις (σκοποί) πρέπει να έχουν ένα λογικό ειρμό μόνο με την έννοια ότι πρέπει να είμαστε ικανοί να μιλούμε για την ικανοποίηση τους σε μικρότερο η μεγαλύτερο βαθμό. Αυτό σημαίνει μια διάταξη προτιμήσεων, μόνο όταν οι προτιμήσεις έχουν μπει σε μια σειρά θα είναι δυνατόν να αρχίσουμε να διατυπώνουμε κρίσεις σχετικά με το πώς οι διαφορετικές δράσεις ικανοποιούν τις προτιμήσεις μας σε διαφορετικό βαθμό. Αυτό συνεπάγεται μια απλή συνέπεια των προτιμήσεων π.χ. αν κάποιος προτιμά την ροκ από την κλασσική μουσική και την κλασσική από το μουζικαλ τότε θα προτιμά την ροκ από το μούσικαλ.

1.7 Ωφέλεια

Μια συνάρτηση ωφέλειας δίνει αριθμητικές τιμές σε αποτελέσματα με τέτοιο τρόπο ώστε το αποτέλεσμα που προτιμάται περισσότερο από όλα να έχει την υψηλότερη αριθμητική τιμή και εκείνο που προτιμάται λιγότερο από όλα να έχει την μικρότερη αριθμητική τιμή. Με τον τρόπο αυτό η επιλογή της δράσης που ικανοποιεί καλύτερα τις προτιμήσεις ενός ατόμου είναι ισοδύναμη με την επιλογή της δράσης με την υψηλότερη αριθμητική τιμή ή τον δείκτη ωφέλειας.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Έστω ότι ένα άτομο επιλέγει μεταξύ διάφορων εναλλακτικών αποτελεσμάτων τις οποίες θα συμβολίσουμε με $χ_1$,$χ_2$ κ.τ.λ. ένα άτομο λέμε ότι χαρακτηρίζεται από εργαλειακό ορθολογισμό αν οι προτιμήσεις που έχει ικανοποιούν τις ακόλουθες συνθήκες:

Αυτοπάθεια : δεν υπάρχει $χ_i$ λιγότερο επιθυμητό από το ίδιο.

Πληρότητα : για δύο εναλλακτικά $χ_i$, $χ_j$ είτε το $χ_i$ είναι προτιμότερο από το $χ_j$, είτε το $χ_j$ είναι προτιμότερο από το $χ_i$, είτε είναι αυτόβουλο υποκείμενο είναι αδιάφορο μεταξύ των δύο.

Μεταβατικότητα : για οποιαδήποτε $χ_i$, $χ_j$, $χ_k$ αν το $χ_i$ είναι λιγότερο επιθυμητό από το $χ_j$ και το $χ_j$ είναι λιγότερο επιθυμητό από το $χ_k$ τότε το $χ_i$ δεν μπορεί να είναι λιγότερο επιθυμητό από το $χ_k$.

Συνέχεια : για οποιαδήποτε $χ_i$, $χ_j$, $χ_k$ αν το $χ_i$ προτιμότερο από το $χ_j$ και το $χ_j$ είναι προτιμότερο από το $χ_k$ τότε θα πρέπει να υπάρχει κάποιο σύνθετο αποτέλεσμα των $χ_i$ και $χ_k$ που θα δίνει και το ίδιο ποσό ωφέλειας που θα δίνει και το $χ_j$.

Στον παραπάνω ορισμό της συνέχειας υπάρχουν περισσότεροι από έναν τρόποι ερμηνείας της σύνθεσης που συμβολίζεται με y. Έστω ότι y είναι ένα καλάθι που περιέχει μικρές ποσότητες $χ_i$ και μικρές ποσότητες $χ_k$ π.χ. έστω ότι $χ_i$ είναι 5 κρουασάν, $χ_j$ είναι 3 κουλούρια και $χ_k$ 10 φραντζολάκια τότε θα πρέπει να υπάρχει ένας συνδυασμός από κρουασάν και φραντζολάκια που θα αποτιμάται το ίδιο με 3 κουλούρια. Μια άλλη ερμηνεία του y είναι πιθανοτική, έστω ότι y είναι μία λοταρία που δίνει σε ένα άτομο $χ_i$ με πιθανότητα p ($0 < p <1$) και $χ_k$ με κάποια πιθανότητα p (π.χ. 0,3) τέτοια ώστε η πιθανότητα αυτή να αποτιμάται από το συγκεκριμένο άτομο το ίδιο ακριβώς με το $χ_j$ (π.χ. 3 σίγουρα κουλούρια) όταν ισχύουν οι συνθήκες (1) , (2) και (3) τότε το άτομο έχει σαφώς μια καθορισμένη διάταξη προτιμήσεων. Όταν ισχύει το (4) η διάταξη αυτή των προτιμήσεων μπορεί να ερμηνευτεί σαν διάταξη ωφέλειας. Το άτομο λοιπόν που επιλέγει με απώτερο σκοπό να ικανοποιήσει την διάταξη των προτιμήσεων του μπορεί να νοηθεί ως ένα άτομο που συμπεριφέρεται ως εάν να επιδιώκει την μεγιστοποίηση της συνάρτησης ωφέλειας του. Υπάρχει κάποια αυθαιρεσία στις αριθμητικές τιμές ωφέλειας ως συνέπεια αυτής βγάζουμε δύο συμπεράσματα : α) οι αριθμητικές τιμές δεν αποκαλύπτουν τίποτα για την ένταση των προτιμήσεων. Είναι σαν να μας λέει κάποιος ότι προτιμά τον Verdi από τον Mozard. Η προτίμηση της για τον Verdi μπορεί να είναι οριακή ή μπορεί να λατρεύει το Verdi και να απεχθάνεται το Mozard. Όσο στηριζόμαστε στις πληροφορίες για την τακτική ωφέλεια δεν θα μάθουμε ποτέ πόσο περισσότερο προτιμά τον ένα από τον άλλο. β) δεν υπάρχει τρόπος με τον οποίο η τακτική ωφέλεια που αποκομίζει από ένα άτομο ακούγοντας Verdi να συγκριθεί με την τακτική ωφέλεια που αποκομίζει ένα άλλο ακούγοντας Mozard. Δεδομένου ότι η αριθμητική τιμή της τακτικής ωφέλειας έχει νόημα μόνο σε σχέση με την ικανοποίηση που αποκομίζει το ίδιο άτομο από κάτι άλλο, δεν έχει νόημα σε συγκρίσεις μεταξύ ατόμων.

1.8 Συναρτήσεις ωφέλειας και αποφυγή κινδύνου

Έστω ότι σε ένα άτομο προσφέρεται η δυνατότητα συμμετοχής του σε λοταρία που του δίνει πιθανότητα 50 – 50 να κερδίσει 100 € και ότι η τιμή του λαχνού είναι 50 €. Λέμε ότι υπάρχουν α) τα άτομα που τους είναι αδιάφορο αν θα κερδίσουν το λαχνό ή όχι ουδέτερα έναντι του κινδύνου, β) τα άτομο που θα αγοράσουν το λαχνό προτιμούν τον κίνδυνο και τέλος γ) εκείνα που θα αγοράσουν το λαχνό και αποστρέφονται τον κίνδυνο.

Δεδομένου ότι η προσδοκώμενη η απόδοση 50 € από την αγορά του λαχνού ισούται με το κόστος της αγοράς του αν επιλέξεις να αγοράσεις την προοπτική αυτή καταβάλλοντας το ποσό αυτό (50€) τότε θα πρέπει να έχεις κλίση προς την συμμετοχή στο τυχερό αυτό παίγνιο, να σε τραβάει ο κίνδυνος. Αντίθετα αν σε αφήνει αδιάφορο η συμμετοχή τότε είσαι ουδέτερος έναντι του κινδύνου. Και τέλος αν ένα άτομο που αποστρέφεται τον κίνδυνο δεν αγοράσει το λαχνό επειδή δεν βλέπει ότι του προσφέρει τίποτα άλλο παρά τον κίνδυνο οποίος τον απωθεί. Αν απεικονίσουμε την ωφέλεια ως συνάρτηση του € και υποθέσουμε ότι το άτομο επιδιώκει μεγιστοποίηση της προσδοκώμενης ωφέλειας του η καμπύλη της συνάρτησης ωφέλειας μπορεί να συνδεθεί άμεσα με αυτές τις διαφορετικές στάσεις έναντι του κινδύνου. Έστω ότι ένα άτομο έχει μια γραμμική συνάρτηση ωφέλειας σε χρήμα δηλαδή:

Για το άτομο αυτό η ωφέλεια των 50 €, U(50) είναι ίση με την προσδοκώμενη ωφέλεια από τον λαχνό (=0,5U (0) + 0,5U(100)). Το άτομο αυτό είναι ουδέτερο έναντι του κινδύνου. Έστω τώρα ότι ένα άλλο άτομο έχει συνάρτηση ωφέλειας η οποία είναι κυρτή προς τον άξονα του χρήματος όπως φαίνεται παρακάτω. Για το άτομο αυτό η ωφέλεια των 50 € ,U(50), είναι μεγαλύτερη από την προσδοκώμενη ωφέλεια του λαχνού (=0,5U(0) + 0,5U(100)), εξαιτίας της καμπυλότητας της συνάρτησης ωφέλειας. Το άτομο αυτό είναι ο τύπος του ανθρώπου που αποστρέφεται τον κίνδυνο. Αν η καμπυλότητα της συνάρτησης ωφέλειας ήταν προς την αντίθετη κατεύθυνση, τότε το αποτέλεσμα θα ήταν ακριβώς το αντίθετο και το άτομο αυτό θα ήταν λάτρης του κινδύνου.

1.9 Κοινή Γνώση Ορθολογισμού

Οι προβλέψεις μας σχετικά με το τι πρόκειται να κάνουν οι άλλοι επηρεάζεται άμεσα από την κρίση μας για το τι είναι ορθολογικό να κάνουμε εμείς. Αν θέλουμε δηλαδή να προβλέψουμε τι θα κάνει κάποιος τι πιο φυσικό από το να διαμορφώσουμε ένα υπόδειγμα των αιτίων που καθορίζουν την συμπεριφορά του και να χρησιμοποιήσουμε το υπόδειγμα αυτό για να για να προβλέψουμε την συμπεριφορά του υπό συγκεκριμένες συνθήκες ,τις περισσότερες φορές είναι χρήσιμο να υποθέτουμε ότι το άτομο αυτό είναι όσο εργαλειακά ορθολογιστές είμαστε και εμείς. Η παραδοχή της κοινής γνώσης είναι ταυτόχρονα εύκολη και δύσκολη υπόθεση. Είναι εύκολη γιατί απλώς τονίζει ότι ο ένας σέβεται την ορθολογικότητα του άλλου και τούμπαλιν. Από την άλλη είναι δύσκολη γιατί απαιτεί την ακόλουθη σύνθετη σκέψη : γνωρίζω ότι είσαι εργαλεικά ορθολογιστής και αφού σκέφτεσαι ορθολογικά και γνωρίζεις ότι είμαι ορθολογιστής, θα ξέρεις ότι γνωρίζω ότι είσαι ορθολογιστής και αφού γνωρίζω ότι είσαι ορθολογιστής και ξέρεις ότι είμαι ορθολογιστής, θα γνωρίζω ότι επίσης ότι ξέρεις πως γνωρίζω ότι είσαι ορθολογιστής κ.ο.κ. αυτό ακριβώς σημαίνει η κοινή γνώση ορθολογισμού. Η τακτική μορφή της είναι η ακόλουθη ατελείωτη σειρά πεποιθήσεων:

Α) κάθε παίκτης είναι εργαλειακά ορθολογιστής.
Β) κάθε παίκτης γνωρίζει το α)
Γ) κάθε παίκτης γνωρίζει το β)
Δ) κάθε παίκτης γνωρίζει το γ)
…..και ούτω καθεξής.

Ένα παράδειγμα της χρησιμότητας της ΚΓΟ

Έστω ότι δύο παίκτες επιλέγουν ανεξάρτητα ο ένας από τον άλλο έναν αριθμό μεταξύ του 0 και του 100. ο παίκτης που θα επιλέξει τον αριθμό που είναι πιο κοντά στην μέγιστη επιλογή δια του 2 κερδίζει ποσό ίσο με την επιλογή του επί χίλια ευρώ. Π.χ. αν ο ένας επιλέγει το 40 και ο άλλος το 30 τότε ο δεύτερος κερδίζει το ποσό των 30 χιλ. ευρώ. Έστω ότι ο κάθε παίκτης μεγιστοποιεί τα κέρδη του και οι παίκτες λειτουργούν υπό ΚΓΟ (Κοινή Γνώση Ορθολογισμού) τότε θα επιλέξουν και οι δύο το 0 και δεν θα κερδίσει κανείς τίποτα. Στην ουσία αυτό που σκέφτεται ο κάθε παίκτης είναι ότι ο μέγιστος αριθμός είναι το 100, άρα εγώ πρέπει να επιλέξω πάνω από το 50 και συνεχίζει σκεπτόμενος ότι αν αυτός το συμπέρανε τόσο εύκολα αυτό τότε και ο άλλος παίκτης θα το σκεφτεί και δεν θα επιλέξει ποτέ αριθμό μεγαλύτερο του 25 όποτε εγώ δεν πρέπει να επιλέξω πάνω από 12,5 οπότε εκείνος δεν θα επιλέξει πάνω από 6,25 και συνεπώς τείνουμε στο 0. Έτσι φτάνουνε στο συμπέρασμα ότι και εγώ και ο αντίπαλος μου πρέπει να επιλέξουμε το 0 τότε όμως το αποτέλεσμα είναι ίδιο και ισότιμο και δεν κερδίζει κανείς τους ούτε ένα ευρώ. Μπορεί να μην μείνουν ικανοποιημένοι οι δύο παίκτες αλλά είναι το μοναδικό αποτέλεσμα που απορρέει από την ΚΓΟ.

Κεφάλαιο 2^0

Εισαγωγή

Γονιός της θεωρίας παιγνίων μπορεί να ήταν ο John von Neumann, αρχικά με το άρθρο του 1928 στο *Mathematische Annalen* και δέκα έξι χρόνια αργότερα με το μνημειώδες βιβλίο του (σε συνεργασία με τον Oskar Morgenstern) *Theory ol Games and Economic Behavior,*. Όμως η θεωρία αυτή θα είχε ξεχαστεί χωρίς τη συνεισφορά του John Nash και συγκεκριμένα με δύο εμπνευσμένες ιδέες οι οποίες εμφανίστηκαν εξαρχής υπό τη μορφή μαθηματικών θεωρημάτων.

1.1Το θεώρημα του von Neumann

Όπως προανέφερα, ο John von Neumann, δεν προέβαλε το δημιούργημά του ως τη βάση μιας μελλοντικής κοινωνικής θεωρίας των πάντων. Την παρουσίασε απλώς ως μια θεωρία χρήσιμη σε ανταγωνιστικές καταστάσεις όπου το "κέρδος" του ενός είναι η "ζημία" του άλλου (αυτό που ονομάζουμε παίγνια μηδενικού αθροίσματος δεδομένου ότι εάν αθροίσουμε τα κέρδη του κερδισμένου και τις ζημίες του χαμένου το άθροισμα είναι μηδενικό), Π.χ. στο σκάκι ή στο τάβλι ή κάποιο χαρτοπαίγνιο (όπου η νίκη του ενός ισοδυναμεί με την ήττα του αντιπάλου).

Ο von Neumann αντιμετώπισε αυτές τις "συγκρούσεις", μεταξύ δύο παικτών μηδενικού αθροίσματος, ως προβλήματα που έπρεπε να "επιλυθούν". Αυτό και έκανε: βρήκε τη "λύση" τους. Τι σημαίνει όμως η φράση "λύση του παιγνίου"; Μπορούμε να τη θεωρήσουμε ως μια πρόβλεψη για το πώς θα συμπεριφερθούν οι παίκτες εφόσον η συμπεριφορά τους είναι "έξυπνη'" εφόσον δηλαδή πράττουν με τρόπο που να μεγιστοποιεί τις πιθανότητές τους να κερδίσουν (ή, αντίστοιχα, ελαχιστοποιεί τις πιθανότητες να χάσουν). Η μεγαλοφυΐα του von Neumann φαίνεται από το θεώρημα (γνωστό ως θεώρημα minimax) με το οποίο απέδειξε τη γενικότητα της προτεινόμενης "λύσης".

Ας πάρουμε ένα απλούστατο παίγνιο μηδενικού αθροίσματος όπου δύο παίκτες (Α και Β) επιλέγουν ταυτόχρονα (και χωρίς να επικοινωνήσουν μεταξύ τους)μεταξύ του αριθμού 1 και του αριθμού 2. Αν επιλέξουν διαφορετικό αριθμό κανείς τους δεν κερδίζει , ούτε χάνει, τίποτα. Αν όμως επιλέξουν τον ίδιο αριθμό σε περίπτωση που επέλεξαν το 1, ο Β δίνει 1 ευρώ στην Α. Στην αντίθετη περίπτωση (όπου οι Α και Β επιλέγουν τον αριθμό 2) η Α δίνει 2 ευρώ στον Β. Τι συνιστά ο "von Neumann στους παίκτες; Στην Α το 1 και στον Β το 2. Προφανώς, αν ακολουθήσουν τη συμβουλή του τα κέρδη και αντίστοιχα οι ζημίες και των δύο θα είναι μηδενικά.

Ας δούμε πως κατέληξε σε αυτή τη «λύση» ο von Neumann:

Ο Α πρέπει να σκεφτεί ότι εάν επιλέξει τον αριθμό 1, τότε είτε θα κερδίσει 1 είτε δεν θα κερδίσει τίποτα (στην περίπτωση που ο Β επιλέξει το 2). Έτσι αν ο Α επιλέξει το 1, στη χειρότερη περίπτωση τα κέρδη της θα είναι 0, αν όμως επιλέξει το 2, τότε είτε θα έχει μηδενικά κέρδη είτε θα χάσει 2 ευρώ (στην περίπτωση που ο Β επιλέξει το 2) Άρα εφόσον επιλέξει το 2, στη χειρότερη περίπτωση η Α θα χάσει 2 ευρώ. Μεταξύ των δύο χειρότερων περιπτώσεων, είναι φανερό ότι η πρώτη είναι η καλύτερη και ότι δεύτερη είναι η χειρότερη. Η σώφρων επιλογή είναι της Α, ο αριθμός 1 δηλαδή η οποία μεγιστοποιεί το ελάχιστο κέρδος της ή ελαχιστοποιεί την μέγιστη ζημία.

<u>(μεγιστοποιεί τα ελάχιστα κέρδη ή maximin και ελαχιστοποιεί τις μέγιστες ζημίες minimax</u>) .

Τώρα από την πλευρά του Β ισχύουν τα παρακάτω έχουμε τα εξής: η επιλογή 1 θα του αποφέρει είτε ζημία του 1 ευρώ είτε καθόλου κέρδος(στην περίπτωση που ο Α επιλέξει το 2). Εδώ το χειρότερο αποτέλεσμα για τον Β είναι η επιλογή 1. Αν όμως επιλέξει το 2 τότε το χειρότερο θα είναι έχει μηδενικό κέρδος και ασφαλώς από τις δύο αυτές περιπτώσεις η λιγότερο ζημιογόνος είναι η πρώτη για αυτό και θα συμβούλευαν τον Β να επιλέξει τον αριθμό 2 στην έννοια των minimax ζημιών ή των maximax κερδών. Εάν και οι δύο παίκτες ακολουθήσουν την συμβουλή αυτή τότε θα έχουν επιλέξει διαφορετικό αριθμό και κανείς τους δεν θα αναγκαστεί να δώσει χρήματα στον άλλο. Στον παρακάτω πίνακα η Α επιλέγει μεταξύ των 1 και 2 οι οποίοι αντιστοιχούν στις σειρές Α1 και Α2 και ο Β επιλέγει μεταξύ των δικών του 1 και 2 στις στήλες Β1 και Β2.

	B1	B2	Min A
A1	1,-1	0,0	0
A2	0,0	-2,2	-2
Min B	- 1	0	

Τα κέρδη τους εκφράζονται σε ευρώ με το κέρδος της Α να αναγράφεται πρώτο και του Β δεύτερο. Έστω ότι η Α επιλέγει τον αριθμό 2, δηλαδή τη στρατηγική Α2, και ο Β τον 1 (δηλαδή τη στήλη Β1). Από αυτές τις επιλογές προκύπτει το αποτέλεσμα της δεύτερης σειράς και της πρώτης στήλης (μιας και η Α επιλέγει σειρές και ο Β στήλες). Πραγματικά κανείς δε χάνει και κανείς δεν κερδίζει (0, 0), από τη στιγμή που οι κανόνες του παιχνιδιού λένε ότι, όταν επιλέγουν διαφορετικούς αριθμούς, τα κέρδη και των δύο είναι μηδενικά. Αν όμως για παράδειγμα η Α επιλέξει τον αριθμό 2 (τη σειρά Α2) και ο Β τον αριθμό 2 (στήλη Β2), τότε έχουμε το αποτέλεσμα (-2.2) το οποίο σημαίνει ότι η Α αναγκάζεται να δώσει 2 ευρώ στον Β.

Τέλος, για να γίνει εμφανές το σκεπτικό του νοη Neumann. ο πίνακας έχει μια τρίτη σειρά και μια τρίτη στήλη. Η τρίτη στήλη καταγράφει τα ελάχιστα κέρδη της Α για κάθε μια στρατηγική που έχει στη διάθεσή της. Π.χ. εάν επιλέξει τον αριθμό 1 ουσιαστικά επιλέγει την πρώτη σειρά (Α1). Ποιο είναι το χειρότερο δυνατό κέρδος της σε αυτή τη σειρά; Το 0, το οποίο θα προκύψει εάν ο Β επιλέξει τη στήλη Β2 (δηλαδή τον αριθμό 2). Σημειώνουμε αυτό το χειρότερο κέρδος της Α το οποίο αντιστοιχεί στη επιλογή της Α1 ως ένα 0 στη στήλη min A. Το ίδιο κάνουμε και με το χειρότερο κέρδος της Α2: βάζουμε ένα -2 στην τρίτη στήλη (την min A) που αντιστοιχεί στη στρατηγική Α2 της Α. Ποιο από τα δύο αυτά "χειρότερα" των στρατηγικών της Α είναι το καλύτερο: Το 0 βέβαια. Για αυτό και το υπογραμμίσαμε, σηματοδοτώντας τη συμβουλή του νοη Neumann προς την Α: *Παίξε Α1!* Με τον ίδιο τρόπο συμπληρώνουμε και την τρίτη σειρά, την min B η οποία δίνει τα χειρότερα κέρδη του Β από τις στρατηγικές Β 1 και Β2: -1 και 0 αντίστοιχα. Ποια από τα δύο είναι το καλύτερο: Το 0 βέβαια. Το υπογραμμίζουμε και έτσι έχουμε τη συμβουλή του νοη Neumann προς τον Β: *Παίξε Β2!* Όταν η Α και ο Β ακολουθούν τις συμβουλές του νοη Neumann, τότε το αποτέλεσμα είναι το (0, 0) που προκύπτει από το συνδυασμό στρατηγικών (ΑΙ, Β2). Αυτή είναι και η "λύση" του Παιχνιδιού που πρότεινε ο νοη Neumann.

Για να δούμε την λύσης" του νοη Neumann, αξίζει να μελετήσουμε άλλο ένα παιχνίδι.

	B1	B2	B3	Min A
A1	-2,2	1,-1	10,-10	-2
A2	-1,1	2,-2	0,0	-1
A3	-8,8	0,0	-15,15	-15
MinB	1	-2	-10	

Η στήλη min A μας πληροφορεί ότι η στρατηγική Α2 μεγιστοποιεί το ελάχιστο κέρδος της Α, ενώ η στήλη Β 1 μεγιστοποιεί το ελάχιστο κέρδος του Β. Άρα αυτές τις στρατηγικές συνιστά ο von Neumann επιλογές που θα οδηγήσουν στη λύση (Α2, Β 1) και κέρδη -1 ευρώ για την Α και 1 ευρώ για τον Β.

Εδώ υπάρχει μια πραγματικότητα η οποία δεν είναι εμφανής ότι δηλαδή στα δύο παραπάνω δύο παίγνια το άθροισμα των maximin κερδών της Α και του Β ισούται με το μηδέν. Για να το δούμε αυτό, ας επανεξετάσουμε αυτό που προτείνει ο von Neumann στους Α και Β στο *Παί*γνιο 2. Να πούμε εδώ ότι το ελάχιστο κέρδος της Α από την προτεινόμενη στρατηγική Α2 είναι -1 όπως είναι φανερό από την τρίτη στήλη. Ο λόγος βέβαια που προτείνει ο von Neumann τη συγκεκριμένη στρατηγική είναι ότι αποδίδει το μέγιστο ελάχιστο, δηλαδή τη maximin στρατηγική της Α, όπου το maximax της Α εδώ ισούται με -1, Ταυτόχρονα το ελάχιστο κέρδος του Β από την maximin στρατηγική Β1 ισούται με 1 όπως είναι εμφανές στην τρίτη σειρά, Εάν αθροίσουμε τα maximin της Α και του Β (-1 +1) βρίσκουμε το μηδέν. Το ίδιο ισχύει όμως και στο *Παίγνιο* 1. Και εκεί το άθροισμα των υπογραμμισμένων maximin κερδών των Α και Β είναι 0+0=0. Είναι όμως αυτό το "φαινόμενο" τυχαίο; Καθόλου τυχαία, ο von Neumann μας απέδειξε με σχεδόν τέλειο τρόπο ότι: <u>για όλα τα παίγνια δύο παικτών μεδενικού αθροίσματος υπάρχουν maximax στρατηγικές που οδηγούν στην ισότητα. Αυτό είναι και το γνωστό θεώρημα Maximax.</u>

Πρόκειται για το πρώτο θεώρημα το οποίο ανακάλυψε μια κοινή ιδιότητα ανάμεσα σε μια τεράστια κατηγορία παιγνίων ή αντιπαραθέσεων(τα παίγνια δύο παικτών μηδενικού αθροίσματος που προανέφερα).Το θεώρημα του νοη Neumann αποτέλεσε το θεμέλιο λίθο της θεωρίας παιγνίων.

Πέραν όμως από την αισθητική αξία του θεωρήματος αυτού, ο νοη Neumann έπρεπε να εξηγήσει γιατί η προτεινόμενη "λύση" αποτελεί ταυτόχρονα (α) έναν καλό οδηγό προς "παίκτες", και (β) μια καλή πρόβλεψη για το αποτέλεσμα της "σύγκρουσης". Κατ' αρχήν, πρέπει να παρατηρήσουμε ότι η συμβουλή του νοη Neumann (που στηρίζεται στην αρχή maximin) είναι ιδιαίτερα συντηρητική: "Υπολόγισε την *ελάχιστη* απόδοση (ή το ελάχιστο κέρδος) που θα σου αποφέρει η κάθε μια από τις *n* διαθέσιμες στρατηγικές. Κατόπιν να επιλέξεις τη στρατηγική που θα σου επιφέρει τη μέγιστη από αυτές τις ελάχιστες αποδόσεις." Προφανώς, ο νοη Neumann σου προτείνει να βασιστείς στη μέγιστη αποστροφή στο ρίσκο και την αβεβαιότητα.

Θα το δούμε αυτό καλύτερα με το παρακάτω παράδειγμα, έστω ότι έχουμε να επιλέξουμε μεταξύ δύο επενδύσεων. Η πρώτη θα μας αποφέρει είτε 1 εκατομμύριο ευρώ είτε 10.000 ευρώ. Η δεύτερη θα μας αποφέρει είτε 20.000 ευρώ είτε 11.000 ευρώ. Αν εφαρμόσουμε τη μέθοδο maximin θα επιλέξουμε τη δεύτερη επένδυση εστιάζοντας αποκλειστικά στις ελάχιστες αποδόσεις των δύο επενδύσεων. Είναι λοιπόν φανερό ότι η μέθοδος maximin θα προσελκύσει τους απαισιόδοξους οι οποίοι πιστεύουν στο λεγόμενο "νόμο" του Murphy: "αν μπορεί κάτι να πάει στραβά, θα πάει στραβά". Σε καμία όμως περίπτωση δεν μπορεί κάποιος, γενικά και αόριστα, να υποστηρίξει ότι η επιλογή της δεύτερης επένδυσης είναι λογικότερη από την πρώτη. Η συμβουλή του νοη Neumann δεν είναι όμως γενική και αόριστη μιας και αφορά αποκλειστικά τα παίγνια μηδενικού αθροίσματος στα οποία, όπως απέδειξε με το θεώρημά του, η μικρότερη από τις μέγιστες ζημίες του ενός *ισούται* με το μέγιστο μεταξύ των ελάχιστων κερδών του άλλου.

Συνεπώς, αν είμαστε απαισιόδοξοι, και να βασιστούμε σε αυτές τις επιλογές με τη μέγιστη αποστροφή προς το ρίσκο, δε σημαίνει ότι φοβόμαστε. Απλώς σημαίνει ότι, στο πλαίσιο της "βαναυσότητας" ενός παιγνίου μηδενικού αθροίσματος, κατανοούμε ότι ο αντίπαλός μας προσπαθεί να μας κάνει όσο μεγαλύτερο κακό γίνεται. Σε αυτές τις περιπτώσεις η μεγιστοποίηση των κερδών μας πάντοτε ισοδυναμεί με την ελαχιστοποίηση των ζημιών μας. Όταν και οι δύο παίκτες το συνειδητοποιήσουν αυτό, έχουμε τη "λύση" (minimax ή maximin) του vοη Neumann. Περαιτέρω, ο vοη Neumann απέδειξε ότι υπάρχει μια τέτοια λύση για όλα τα παίγνια του τύπου που μελετήσαμε προηγουμένως (δύο παικτών, μηδενικού αθροίσματος).

Κεφάλαιο 3

Εισαγωγή

Δεν υπάρχει αμφιβολία για την αξία της συνεισφοράς του νοη Neumann. Όπως δεν υπάρχει αμφιβολία ότι η θεωρία παιγνίων του νοη Neumann δεν θα είχε μέλλον χωρίς τις δύο μεγαλοφυείς ιδέες του John Nash ιδέες που την άλλαξαν ριζικά και πάνω στις οποίες χτίστηκε η σημερινή θεωρία των παιγνίων. Το πρόβλημα με την θεωρία του νοη Neumann ήταν ότι τα παίγνια που πραγματεύονταν στους κοινωνικούς επιστήμονες και στα κέντρα της εξουσίας. Δηλαδή η θεωρία των παιγνίων αντιμετώπισε σοβαρά προβλήματα από την αρχή της ύπαρξης της.

Έως ότου ένας νεότατος μεταπτυχιακός φοιτητής στο Princeton "ξερίζωσε" τη βάση της θεωρίας παιγνίων, δημιούργησε μια νέα, και απέδειξε δύο θεωρήματα τα οποία έδωσαν τη δυνατότητα σε αυτόν και τους συνεχιστές του έργου του να υποστηρίξουν ότι δεν υπάρχει κοινωνικό φαινόμενο το οποίο να μην μπορεί να το αναλύσει διεξοδικά η θεωρία των παιγνίων. Ουσιαστικά, ο John Nash με τρία άρθρα του μεταξύ του 1950 και του 1953 υποστήριξε ότι "επέλυσε" όλα τα παίγνια που απαρτίζουν το κοινωνικό γίγνεσθαι.

Ποιες ήταν οι δύο αυτές μεγαλεπήβολες, υπέροχες ιδέες που έδωσαν νέα πνοή στη θεωρία παιγνίων; Η πρώτη ιδέα βοήθησε τον Nash να απεγκλωβίσει τη θεωρία από τα παίγνια μηδενικού αθροίσματος στα οποία είχε αποτελματωθεί η προσέγγιση του von Neumann. Η δεύτερη ιδέα τον οδήγησε στην επέκταση της προσέγγισής του στον τομέα των διαπραγματεύσεων. Έκτοτε, η θεωρία παιγνίων δύναται να αναλύει καταστάσεις όπου τα εμπλεκόμενα μέρη έχουν την ευχέρεια να κάθονται γύρω από το τραπέζι και να καταλήγουν σε αμοιβαία επικερδείς συμφωνίες. Αυτές οι δύο ιδέες μαζί ενέπνευσαν τον κύκλο των παιγνιοθεωρητικών που ακολούθησαν τον Nash να ασχοληθούν συστηματικά (α) με "συγκρούσεις" μη - μηδενικού αθροίσματος και (β) με διαπραγματευτικά προβλήματα επιλύσιμα στο πλαίσιο συμφωνιών όπου τα συμβαλλόμενα μέρη δέχονται την επιβολή και επιτήρηση των συμφωνημένων από το Κράτος, τα δικαστήρια, το Διεθνές Δίκαιο κ. τ. λ.

(π.χ. συλλογικές συμβάσεις μεταξύ συνδικάτων και εργοδοτών, διακρατικές συμφωνίες).

Ξάφνου, οι δύο μεγαλοφυείς ιδέες του Nash μετέτρεψαν τη θεωρία παιγνίων σε μια *γενική* προσέγγιση όλων των κοινωνικών καταστάσεων, στο βαθμό που μια "κοινωνική κατάσταση" προκύπτει ως προ'ϊόν αλληλεπίδρασης των ορθολογικών επιλογών και συμπεριφορών που στόχο έχουν την εξυπηρέτηση δεδομένων συμφερόντων. Εάν ισχύουν όλα αυτά καταλαβαίνει κανείς γιατί παιγνιοθεωρητικοί όπως ο Roger Myerson πρεσβεύουν την αισιόδοξη άποψη ότι η θεωρία παιγνίων μετά τον Nash είναι (ή θα έπρεπε να είναι) η κοινή βάση της επιστημονικής μελέτης *όλων* των κοινωνικών φαινομένων. Προτού αποτιμήσουμε αυτή την "εξωφρενική", όπως την χαρακτήρισα προηγουμένως, άποψη, ας δούμε πιο αναλυτικά τις δύο ιδέες του Nash.

1.1Η πρώτη υπέροχη ιδέα

Η ισορροπία του Nash

Γιατί όμως ο von Neumann απέτυχε να επιλύσει παίγνια μη μηδενικού αθροίσματος; Και πως τα κατάφερε ο Nash; Ο λόγος είναι ο εξής ο von Neumann προσπάθησε να επιτύχει κάτι το ακατόρθωτο να συμβουλεύσει τους παίκτες για το πώς τους συμφέρει να συμπεριφερθούν ανεξάρτητα από υποκειμενικές προσδοκίες για το τι θα κάνουν οι αντίπαλοι. Αντίθετα ο Nash πέτυχε ακριβώς γιατί δεν προσπάθησε να επιλύσει το πρόβλημα συμβατικά, βρήκε την λύση με ριζοσπαστικό τρόπο : αγνόησε την γνωστή και περπατημένη οδό.

Το πρόβλημα είναι ότι, σε γενικές γραμμές, δεν μπορείς να συμβουλεύσεις κάποιον για το τι πρέπει να κάνει σε ένα παίγνιο ανεξάρτητα από προσδοκίες για το τι θα κάνουν οι άλλοι. Μόνο *στα* παίγνια μηδενικού αθροίσματος έχει νόημα κάτι τέτοιο. Π.χ. ας πάρουμε το εξής απλό παίγνιο μη-μηδενικού αθροίσματος: έστω ότι κατεβαίνεις από το αεροπλάνο σε μια άγνωστη χώρα και νοικιάζεις αυτοκίνητο. Μπορεί κανείς να σε συμβουλεύσει για το αν πρέπει να οδηγήσεις στην αριστερή ή στη δεξιά μεριά του δρόμου ανεξάρτητα πληροφόρησης για τις προσδοκίες των άλλων οδηγών; Όχι βέβαια. Αν η χώρα αυτή είναι η Γαλλία, οι άλλοι "παίκτες" σε αυτό το "παίγνιο" προσδοκούν ότι θα οδηγήσεις στο δεξιό μέρος του δρόμου, οπότε το καλύτερο που έχεις να κάνεις είναι ακριβώς αυτό: να οδηγήσεις στο δεξιό μέρος του δρόμου. Αν όμως η εν λόγω χώρα είναι η Κύπρος, τότε οι προσδοκίες των "άλλων" είναι διαφορετικές οπότε και η βέλτιστη στρατηγική σου επιλογή είναι και αυτή διαφορετική. Η προσέγγιση maximin δεν είναι καλός σύμβουλος σε αυτή την περίπτωση γιατί το παίγνιο είναι μη-μηδενικού αθροίσματος μιας και όλοι θα βγουν κερδισμένοι αν καταφέρουν να "συντονιστούν" (οδηγώντας στο ίδιο μέρος του δρόμου), ενώ θα βγουν χαμένοι (και πιθανώς νεκροί) αν αποτύχουν.

Συνεπώς, *στα* παίγνια μη-μηδενικού αθροίσματος, οι σώφρονες συμβουλές είναι εκείνες που λαμβάνουν σοβαρά τις προσδοκίες των άλλων. Όμως σε αυτή την περίπτωση προκύπτει το πρόβλημα της απροσδιοριστίας. Η επιτυχία του Nash ήταν ότι ανακάλυψε μια νέα μορφή "λύσης" των παιγνίων η οποία αφορά και τα μηδενικού αλλά και τα μη-μηδενικού αθροίσματος παίγνια' μια "λύση" η οποία αναγνωρίζει τη σημασία των προσδοκιών των "άλλων".

Βέβαια, θα ήταν λάθος να θεωρήσουμε ότι ο Nash ανακάλυψε τη σημασία των προσδοκιών στη διαμόρφωση της βέλτιστης στρατηγικής επιλογής. Η αρχαία τραγωδία είναι γεμάτη αναφορές στην ισχύ της προφητείας και το πρόβλημα που προκύπτει λόγω της ατελείωτης αλληλεπίδρασης μεταξύ προσδοκιών και πράξεων.

Να γιατί η πρώτη ιδέα του Nash ήταν υπέροχη. Στο παρακάτω παράδειγμα του Nash σε ένα παιχνίδι σκάκι. Ο συνδυασμός των κινήσεων που θα επιλέξει ο «λευκός» παίκτης από την αρχή του παιχνιδιού εξαρτάται από τις κινήσεις που περιμένει από τον «μαύρο» παίκτη. Ναι αλλά τι είναι λογικό να περιμένει «λευκός» από τον «μαύρο» παίκτη; Αν ο «λευκός» πιστεύει ότι ο «μαύρος» είναι ορθολογικός παίκτης τότε ο «λευκός» περιμένει ότι ο «μαύρος» θα κινηθεί ανάλογα με τις προσδοκίες του για το τι θα κάνει ο «λευκός» κ.ο.κ. Τελικά η κίνηση του «λευκού» παίκτη εξαρτάται από το τι προσδοκά ο «λευκός» ότι προσδοκά ο «μαύρος» ότι προσδοκά ο «λευκός» ότι προσδοκά ο «μαύρος» κ.ο.κ.

Η πρώτη υπέροχη ιδέα του Nash: Διανοήθηκε τη "λύση" των παιγνίων ως μια ισορροπία μεταξύ (α) των πράξεων (ή στρατηγικών επιλογών) των παικτών, και (β) των προσδοκιών οι οποίες τους ώθησαν σε αυτές τις πράξεις.

Παίγνιο 3: Έστω το εξής παίγνιο μεταξύ η ατόμων (τα οποία είτε είναι συγκεντρωμένα σε μια αίθουσα είτε παίζουν μέσα από το Διαδίκτυο). Ο κάθε παίκτης καλείται να επιλέξει μια φορά (χωρίς να συνεργάζεται με τους υπόλοιπους η -1 παίκτες) έναν αριθμό μεταξύ του 0 και του 100. Ο διαιτητής του παιχνιδιού σημειώνει τις επιλογές των η παικτών και παρατηρεί τη μέγιστη επιλογή (MAX). Κατόπιν βρίσκει τον παίκτη η επιλογή του οποίου ήρθε πιο κοντά στη μέγιστη επιλογή δια του δύο (δηλαδή στο MAX/2). Αυτός ο παίκτης κερδίζει την επιλογή του σε εκατομμύρια ευρώ π.χ. εάν η μέγιστη επιλογή σε αυτή την ομάδα των η παικτών ήταν το 100, τότε ο παίκτης που επέλεξε 50 κερδίζει 50 εκατομμύρια ευρώ. [Σε περίπτωση ισοπαλίας μεταξύ δύο ή τριών παικτών (π.χ. δύο ή τρεις παίκτες επέλεξαν το 50), τα κέρδη διαιρούνται μεταξύ των νικητών.]
Ανάλυση του παιγνίου: Η σωστή στρατηγική είναι να μαντέψουμε το μεγαλύτερο αριθμό μεταξύ του 0 και του 100 που θα επιλέξει κάποιος από τους αντιπάλους να τον διαιρέσουμε με το 2 και να επιλέξεις τον αριθμό που βρήκαμε.
Όμως τι είναι λογικό να περιμένουμε ότι θα επιλέξουν οι υπόλοιποι; Πράγματι, εάν συμμετέχουμε σε αυτό το παίγνιο, είναι προφανές ότι η επιλογή μας βασίζεται στην προσδοκία μας για τις επιλογές των άλλων. Και οι επιλογές των άλλων θα βασίζονται στις δικές τους προσδοκίες για τη δική μας επιλογή. Άρα, πώς είναι δυνατό να γνωρίζουμε τι θα κάνουν οι άλλοι και ποια επιλογή είναι η καλύτερη για σένα; Ας δούμε πώς ο Nash σε βοηθά να ξεπεράσεις αυτό το εμπόδιο.
Η ισορροπία Nash του παιγνίου αυτού: Ο Nash βρήκε ότι το παίγνιο αυτό έχει μια και μοναδική λύση εφόσον οι παίκτες σέβονται ο ένας την ορθολογικότητα του άλλου. Σύμφωνα με αυτή τη "λύση" του παιγνίου, ο κάθε παίκτης επιλέγει τον αριθμό 0 και κανείς τους δεν κερδίζει τίποτα.

1.2Το σκεπτικό του Nash

Ο Nash αποφάσισε να μην ασχοληθεί με το τι σκέφτονται οι παίκτες, ο ένας για τον άλλον. Αντίθετα, ασχολήθηκε με ένα απλό ερώτημα. Υπάρχουν στρατηγικές επιλογές (μια για κάθε παίκτη) τέτοιες που, αν επιλεχθούν από τους παίκτες, να μη μετανιώσει κανείς τους για τη στρατηγική επιλογή που έκανε (να μην έχει δηλαδή λόγο να επιλέξει μια άλλη στρατηγική); Ναι, απαντά ο Nash. Σε αυτό το παίγνιο υπάρχει μια και μοναδική τέτοια επιλογή για τον κάθε παίκτη: ο αριθμός μηδέν.

Απόδειξη: Έστω ότι ο κάθε παίκτης επέλεγε τον αριθμό *χ>0.* Από τη στιγμή που όλοι επέλεξαν τον ίδιο αριθμό X, η μέγιστη επιλογή (MAX) ισούται με X και όλοι βρίσκονται στην ίδια απόσταση από το MAX/2. Οπότε και οι η παίκτες μοιράζονται το έπαθλο των X εκατομμυρίων ευρώ. Με άλλα λόγια, ο κάθε ένας εισπράττει χ / η εκατομμύρια ευρώ. Όμως αργότερα όλοι τους θα μετάνιωναν για την επιλογή τους. Ο λόγος είναι η συνειδητοποίηση ότι εάν, αντί για τον αριθμό χ είχες επιλέξει έναν κατά λίγο μικρότερο αριθμό *(χ/ε),* όπου ε > 0 αλλά πολύ κοντά στο μηδέν, τότε θα ήσουν ο μοναδικός νικητής και το έπαθλό σου θα ήταν πολύ μεγαλύτερο (δηλαδή, χ-ε εκατομμύρια ευρώ αντί για χ/η εκατομμύρια ευρώ). Αυτό ισχύει ανεξάρτητα της τιμής του Χ. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι για οποιαδήποτε επιλογή χ>0*,* οι παίκτες μετανιώνουν για την επιλογή τους. Άρα, η ταυτόχρονη επιλογή του αριθμού Χ> Ο από τους η παίκτες *δεν* αποτελεί ισορροπία Nash.

Αντίθετα, η επιλογή του μηδενός *(Χ=Ο) είναι* ισορροπία Nash. Ας δούμε γιατί: όταν όλοι τους επιλέγουν το μηδέν, παρόλο που κανείς δεν κερδίζει τίποτα, κανείς δε μετανιώνει για την επιλογή του. Ο λόγος είναι ότι εάν οι αντίπαλοί σου επιλέξουν το μηδέν, δε θα κερδίσεις τίποτα εάν εσύ επιλέξεις *χ>0* (από τη στιγμή που νικητές θα αναδειχθούν οι υπόλοιποι μιας και η δική τους, μηδενική επιλογή, είναι πιο κοντά στο δικό σου Χ δια του 2). Αν τώρα επιλέξεις x=1OO, τότε μπορεί μεν τόσο η δική σου επιλογή να βρίσκεται στην ίδια απόσταση από το μέγιστο δια του 2 (100/2 = 50) σε σχέση με το δικό τους μηδέν αλλά, σε αυτή την περίπτωση, θα μετανιώσουν εκείνοι για την επιλογή τους (από τη στιγμή που θα συνειδητοποιήσουν ότι θα κέρδιζαν περισσότερα αν επέλεγαν τον αριθμό 50 αντί του μηδενός). Άρα, καταλήγουμε ότι μόνο η επιλογή του μηδενός από όλους του παίκτες αποτελεί ισορροπία Nash.

Πώς γίνεται η "λύση" του *Παιγνίου* 3 (α) να αφήνει όλους τους παίκτες με μηδέν κέρδη, και (β) να μη μετανιώνουν για αυτό; Η απάντηση του Nash είναι πως η δομή του συγκεκριμένου παιγνίου είναι τέτοια που τους ωθεί στην παγίδα του ανταγωνισμού: ο καθένας, στην προσπάθειά του να "ρίξει" τους αντιπάλους του, προσπαθεί να επιλέξει μικρότερο αριθμό από τους άλλους. Όμως όλοι τους κάνουν το ίδιο και έτσι "ισορροπούν" στο μηδέν. Και. δεδομένου ότι τα κέρδη του νικητή ισούνται με τον αριθμό που αυτός επέλεξε κανείς τους δεν κερδίζει τίποτα. Αυτό μπορεί να τους δυσαρεστεί αλλά δεν μετανιώνουν για την επιλογή τους αφού (α) γνωρίζουν ότι οι αντίπαλοι επιλέγουν ορθολογικά. και (β) η βέλτιστη απόκρισή τους στις ορθολογικές επιλογές των άλλων είναι το μηδέν. Δεν πρέπει να μας φαίνεται παράξενο αυτό. Ποια ήταν άλλωστε η βασική ιδέα του Adam Smith για τον αγοραίο ανταγωνισμό; Δεν ήταν ότι οι έμποροι, οι παραγωγοί, οι επιχειρήσεις κλπ. καταλήγουν στα μηδενικά οικονομικά κέρδη ακριβώς επειδή προσπαθούν να τα μεγιστοποιήσουν (με το να χρεώνουν τιμές χαμηλότερες από εκείνες των ανταγωνιστών τους); Η ομορφιά της ισορροπίας Nash είναι ότι εφαρμόζεται σε όλα τα παίγνια και όχι μόνο στα παίγνια που αφορούν επιχειρήσεις και τιμές. Ας πάρουμε άλλο ένα παράδειγμα:

Παίγνιο 4 α

	B1	B2	B3
A1	$^{+}$100, 99	O,	99, 100^{-}
A2	O, O	+1,	O, O
A3	99, 100^{-}	O,	$^{+}$100, 99

Παίγνιο 4β

	BI	B2	B3
AI	$^{+}$2, 1	O, O	1, 2^{-}
A2	O, O	$^{+}$1000, 1000^{-}	O, O
A3	1 , 2^{-}	O, O	$^{+}$2, 1

Το παραπάνω παίγνιο *(Παίγνιο* 4) παρουσιάζεται σε δύο μορφές. Σύμφωνα όμως με τον Nash η μορφή 4α είναι αναλυτικά όμοια με τη μορφή 4β. Ας ξεκινήσουμε με τη μορφή 4α. Δύο παίκτες καλούνται να επιλέξουν μεταξύ τριών στρατηγικών. Στο μενού της η Α έχει τις Α1, Α2 και Α3 ενώ ο Β τις στρατηγικές Β1, Β2 και Β3. Αρχικά, παρατηρούμε ότι πρόκειται περί μη-μηδενικού παιγνίου (το Θεώρημα Maximin του von Neumann δεν ισχύει). Σε αυτό το παίγνιο υπάρχει *μια* ισορροπία Nash: η Α επιλέγει τη στρατηγική Α2 και ο Β τη στρατηγική Β2. Ας δούμε γιατί ο συνδυασμός στρατηγικών (Α2, Β2) είναι ισορροπία Nash ενώ οι υπόλοιποι δεν είναι παρόλο που μερικοί από αυτούς είναι προτιμότεροι και για τους δύο παίκτες.

Ας πάρουμε το αποτέλεσμα (ΑΙ, ΒΙ). Μπορεί να θεωρηθεί ισορροπία του παιγνίου; Όχι, λέει ο Nash, επειδή τουλάχιστον ένας παίκτης θα μετάνιωνε για την επιλογή του κατόπιν εορτής. Ποιος από τους δύο; Όχι η Α. Εάν επέλεγαν Α1 και Β1, η Α δε θα είχε πρόβλημα με την επιλογή της, μιας και η στρατηγική Α1 είναι πράγματι η βέλτιστη απόκριση στη στρατηγική Β1 του Β. (Παρατηρούμε ότι, εφόσον ο Β επιλέγει τη Β1, η Α λαμβάνει 100 εάν επιλέξει την Α1, 0 εάν επιλέξει την Α2 και 99 εάν επιλέξει την Α3. Άρα, η βέλτιστη στρατηγική της επιλογή όταν ο Β επιλέγει τη Β1 είναι πράγματι η Α1.) Ο Β όμως θα μετάνιωνε για την επιλογή του (Β1) εάν παρατηρούσε ότι η Α επέλεξε την Α1. Γιατί; Επειδή η βέλτιστη απόκριση στην Α1 της Α είναι η Β3. (Παρατηρούμε ότι στην περίπτωση που η Α επιλέξει την Α1, ο Β δύναται να λάβει 99 εάν επιλέξει τη Β1, 0 εάν επιλέξει τη Β2 και 100 εάν επιλέξει την Α3. Συνεπώς η βέλτιστη στρατηγική του επιλογή όταν η Α επιλέγει την Α1 είναι όχι η Β1 αλλά η Β3. Άρα, από τη στιγμή που ο Β θα μετάνιωνε για τη Β1 όταν η Α επιλέγει την Α1, ο συνδυασμός στρατηγικών (Α1, Β 1) δεν μπορεί να είναι ισορροπία Nash.

Το ίδιο ισχύει για κάθε ένα συνδυασμό (ή σύνολο) στρατηγικών με μια μόνο εξαίρεση: τις στρατηγικές (Α2, Β2). Εάν επιλέξουν αυτό το συνδυασμό, θα μετανιώσει κάποιος από τους δύο παίκτες για την επιλογή του; Η Α δε θα μετανιώσει μιας και η Α2 είναι η βέλτιστη απόκριση στη Β2. (Παρατηρούμε ότι, εφόσον ο Β επιλέγει τη Β2, η Α λαμβάνει Ο εάν επιλέξει την ΑΙ, 1 εάν επιλέξει την Α2 και Ο εάν επιλέξει την Α3. Η βέλτιστη στρατηγική της επιλογή όταν ο Β επιλέγει τη Β2 είναι συνεπώς η Α2.) Όμως το ίδιο ισχύει σε αυτή την περίπτωση και για τον Β! Εφόσον επέλεξε η Α την Α2, η βέλτιστη απόκριση του Β είναι η Β2. (Παρατηρούμε ότι στην περίπτωση που η Α επιλέξει την Α2, ο Β λαμβάνει 0 εάν επιλέξει τη Β1, 1 εάν επιλέξει τη Β2 και 0 εάν επιλέξει την Α3. Άρα, η βέλτιστη στρατηγική του επιλογή όταν η Α επιλέγει την Α2 είναι η Β2.) Πιο αναλυτικά, έχουμε τις εξής πιθανές προσδοκίες της Α με τις αντίστοιχες βέλτιστες αποκρίσεις της (δηλαδή, τις βέλτιστες στρατηγικές της επιλογές):

1)Η Α προσδοκά ότι ο Β θα επιλέξει Β1. Τότε η βέλτιστη επιλογή της είναι η Α1.

2)Η Α προσδοκά ότι ο Β θα επιλέξει Β2. Τότε η βέλτιστη επιλογή της είναι η Α2.

3)Η Α προσδοκά ότι ο Β θα επιλέξει Β3. Τότε η βέλτιστη επιλογή της είναι η Α3.

Οι αντίστοιχες προσδοκίες και βέλτιστες επιλογές του Β έχουν ως εξής:

1)Ο Β προσδοκά ότι η Α θα επιλέξει Α1. Τότε η βέλτιστη επιλογή του είναι η Β3.

2)Ο Β προσδοκά ότι η Α θα επιλέξει Α2. Τότε η βέλτιστη επιλογή του είναι η Β2.

3)Ο Β προσδοκά ότι η Α θα επιλέξει Α3. Τότε η βέλτιστη επιλογή του είναι η Β1.

Δεν είναι δύσκολο να διακρίνουμε ότι οι μοναδικές επιλογές που επιβεβαιώνουν τις προσδοκίες και των δύο είναι ο συνδυασμός (Α2, Β2) η προσδοκία (2) της Α και η (5) του Β. Ίσως ο αναγνώστης διακρίνει αυτή την ισορροπία προσδοκιών και επιλογών καλύτερα εάν οι παραπάνω προσδοκίες (1) με (6) αποτυπωθούν απλά στον πίνακα του Παιγνίου *4α.* Στον πίνακα (του Παιγνίου 4α) σημειώσαμε την (1) προσθέτοντας ένα θετικό πρόσημο (+) στο αποτέλεσμα

(AI, BI), υποδηλώνοντας με αυτό ότι η Α1 είναι η βέλτιστη απόκριση της Α στη Β1 του Β. Το ίδιο θετικό πρόσημο (+) στο αποτέλεσμα (Α2, Β2) μας θυμίζει ότι η βέλτιστη απόκριση της Α στη Β2 είναι η Α2. Τέλος, προσθέσαμε άλλο ένα τέτοιο θετικό πρόσημο στο αποτέλεσμα (Α3, Β3) καταδεικνύοντας έτσι ότι η Α3 είναι η βέλτιστη απόκριση της Α στη Β3 του Β. Με αυτό τον τρόπο, με μια ματιά, διακρίνουμε τις βέλτιστες αποκρίσεις της Α σε κάθε μια από τις στρατηγικές επιλογές του Β πρόκειται για τις σειρές με τα θετικά πρόσημα (+) σε κάθε μια από τις στήλες (δηλαδή τις στρατηγικές του Β).
Το ίδιο κάναμε και με τις βέλτιστες επιλογές του Β -μόνο που χρησιμοποιήσαμε αρνητικά πρόσημα (-). Έτσι, το αποτέλεσμα (Α1, Β3) περιέχει ένα αρνητικό πρόσημο (-) επειδή η Β3 αποτελεί τη βέλτιστη απόκριση του Β στη στρατηγική Α1 της Α το ίδιο ισχύει για το αποτέλεσμα (Α2, Β2), δεδομένου ότι η Β2 είναι η βέλτιστη απόκριση του Β στην Α2 της Α και, τέλος, θέτουμε ένα αρνητικό πρόσημο (-) στο αποτέλεσμα (Α3, Β 1) επειδή η βέλτιστη απόκριση του Β στην Α3 της Α είναι η στρατηγική (ή η στήλη) Β1.
Με αυτό τον τρόπο καταστήσαμε την ισορροπία Nash του παιγνίου ορατή. Πρόκειται για το αποτέλεσμα (δηλαδή τον συνδυασμό στρατηγικών, μια για τον κάθε παίκτη) όπου συμπίπτουν ένα αρνητικό (-) και ένα θετικό πρόσημο (+). Στο *Παίγνιο* 4α βλέπουμε ότι, πράγματι, έχουμε σύμπτωση αρνητικού και θετικού πρόσημου μόνο στο αποτέλεσμα (Α2, Β2) τη μοναδική ισορροπία Nash. Το ίδιο όμως συμβαίνει και στην περίπτωση του *Παιγνίου 4β'* και σε αυτό, η μοναδική ισορροπία Nash είναι το αποτέλεσμα των στρατηγικών επιλογών (Α2, Β2).
Συνοπτικά, η πρώτη υπέροχη ιδέα του Nash με την οποία καταπιαστήκαμε παραπάνω, είναι γνωστή ως <u>ισορροπία Nash</u>. Τρία είναι τα βασικά χαρακτηριστικά αυτής της τόσο σημαντικής έννοιας:
α) Η ισορροπία Nash δεν περιορίζεται σε μια μόνο κατηγορία παιγνίων αλλά αφορά όλα τα παίγνια μεταξύ *n* ατόμων (εφόσον ο κάθε παίκτης διαλέγει μειαξύ ενός πεπερασμένου

συνόλου στρατηγικών). Είναι μια γενική λύση και αυτή της η γενικότητα την καθιστά σημαντική. Ο αναγνώστης μπορεί, Π.χ., να ελέγξει ότι η λύση του von Neumann στα παίγνια μηδενικού αθροίσματος (βλ *Παίγνια* 1 και 2) είναι ισορροπίες Nash με άλλα λόγια, η μέθοδος minimax (ή maximin) του von Neumann απέδωσε μια λύση επειδή αποτελεί υποπερίπτωση της πόλύ γενικότερης ισορροπίας Nash.

β) Η ισορροπία Nash αναδεικνύει τη μεγάλη διαφορά μεταξύ ιδιωτικού και συλλογικού συμφέροντος. π.χ. στα *Παίγνια* 3 και *4α,* ο Nash αποκαλύπτει πώς η ισορροπία των παιγνίων αυτών είναι καταστροφική για τους παίκτες. Στο *Παίγνιο* 3 καταλήγουν να μην κερδίσουν τίποτα επειδή πράττουν ορθολογικά και με γνώμονα το ιδιωτικό τους συμφέρον. Το ίδιο και στο *Παίγνιο 4α,* όπου καταλήγουν στο αποτέλεσμα (Α2, Β2) το οποίο τους αποφέρει μια μονάδα οφέλους στον κάθε ένα ενώ κάλλιστα το όφελός τους θα μπορούσε να ήταν πολλαπλάσιο (Π.χ. εάν είχαν επιλέξει τις στρατηγικές Α1 και Β1). Πρόκειται για ένα καίριο πλεονέκτημα της θεωρίας Nash (από τη σκοπιά της κοινωνικής θεωρίας γενικότερα) μιας και με αυτό το αποτέλεσμα αναδεικνύεται το πόσο επισφαλές είναι το συλλογικό συμφέρον, καθώς και πόσο ιδιαίτερα παρακινδυνευμένο είναι να υποθέτουμε, δίχως ιδιαίτερη μελέτη, την ταύτιση του ιδιωτικού και του συλλογικού συμφέροντος. Ο Nash μας απέδειξε ότι μια ισορροπία μεταξύ ιδιωτικών προσδοκιών και πράξεων μπορεί να αποβεί μοιραία για όλους κάτι που το ζούμε καθημερινά καθώς, Π.χ., πράξεις που αποβλέπουν αποκλειστικά στο ιδιωτικό συμφέρον καταστρέφουν μέρα με τη μέρα το περιβάλλον.

γ) Ο Nash δεν άφησε την πρώτη του μεγάλη ιδέα να αναλωθεί μόνο και μόνο στον ορισμό της ισορροπίας. Το μεγάλο του επίτευγμα ήταν ένα θεώρημα το οποίο αποδεικνύει ότι *όλα* τα *παίγνια* έχουν από μια (τουλάχιστον) ισορροπία Nash. Ανεξάρτητα χαρακτήρα, περιβάλλοντος, προϊστορίας, κλπ. όλες οι κοινωνικές, πολιτικές και κοινωνικές αλληλεπιδράσεις έχουν από μια ισορροπία Nash. Αυτή η απόδειξη ήταν το μεγάλο θεωρητικό επίτευγμα του

Nash η πρώτη υπέροχη ιδέα του. Όχι μόνο όρισε τη "λύση" όλων των κοινωνικών παιγνίων αλλά και απέδειξε ότι όλα τα κοινωνικά παίγνια έχουν (τουλάχιστον) μια τέτοια λύση. Αυτό το θεώρημα ενέπνευσε παιγνιοθεωρητικούς και μη να πιστέψουν ότι η ενοποίηση όλων των κοινωνικών επιστημών σε μια νέα επιστημονική (παιγνιοθεωρητική) βάση είναι δυνατή.

1^{0}ς ορισμός της ισορροπίας Nash: Έστω ένα σύνολο στρατηγικών, μια για κάθε παίκτη: $σ_A$ για τον Α, $σ_B$ για την Β, $σ_Γ$ για τον Γ κ.ο.κ. Το σύνολο αυτών των στρατηγικών ($σ_{A,}$ $σ_{B,}$ $σ_{Γ,}$...) αποτελεί ισορροπία Nash εφόσον η $σ_A$ είναι η καλύτερη "απάντηση" στις στρατηγικές ($σ_B$, $σ_Γ$, ...) των υπολοίπων, η $σ_B$ είναι η καλύτερη "απάντηση" στις στρατηγικές ($σ_{A,}$ $σ_Γ$ ...) των υπολοίπων κ.ο.κ.

2^{o}ς ορισμός της ισορροπίας Nash: Πρόκειται για το αποτέλεσμα στρατηγικών επιλογών οι οποίες ΔΕΝ βασίζονται στην υπόθεση ενός (η περισσοτέρων) από τους "παίκτες" ότι κάποιος αντίπαλος τους θα σφάλει στις προβλέψεις του (για τις επιλογές των υπολοίπων). Ούτε καν στην υπόθεση ότι κάποιος θα προσδοκά ότι ένας αντίπαλος θα περιμένει ότι ένας τρίτος θα σφάλει στην εκτίμηση του για το τι θα πράξει ένας τέταρτος κ.ο.κ. Με άλλα λόγια, η ισορροπία Nash, όταν προκύπτει, επιβεβαιώνει τις προσδοκίες όλων των παικτών των οποίων η συμπεριφορά οδήγησε σε αυτήν την ισορροπία.

Θεώρημα: Κάθε παίγνιο μεταξύ *n* παικτών έχει μια (τουλάχιστον) ισορροπία Nash (εφόσον οι στρατηγικές επιλογές του κάθε παίκτη είναι πεπερασμένες σε αριθμό,).

Η δεύτερη υπέροχη ιδέα: η λύση Nash για το διαπραγματευτικό πρόβλημα

Έως τώρα, τα παίγνια που μελετήσαμε υποθέτουν ότι τα άτομα αδυνατούν "να τα βρουν" μεταξύ τους προτού "παίξουν". Προφανώς, εάν είχαν τη δυνατότητα να έρθουν σε μια συμφωνία για το πώς θα μοιραστούν μεταξύ τους τα οφέλη μετά το πέρας του παιγνίου, και να είναι σίγουροι ότι η συμφωνία αυτή θα τηρηθεί, τα πράγματα θα ήταν εντελώς διαφορετικά. Π.χ. στο *Παίγνιο* 3 οι n παίκτες θα μπορούσαν να συμφωνήσουν ότι, αντί να ισοβαθμίσουν κερδίζοντας ακριβώς μηδέν ο καθένας, να επιλέξουν όλοι τον αριθμό 100, οπότε να μοιραστούν το έπαθλο των 100 εκατομμυρίων ευρώ (από *100/η* εκατομμύρια ευρώ ο κάθε παίκτης). Στο *Παίγνιο* 4α οι Α και Β θα μπορούσαν να συμφωνήσουν ότι θα επιλέξουν τις στρατηγικές Α1 και Β3 (ή τις Α3 και Β1, κλπ.), να εισπράξουν συνολικά όφελος 99 + 100 = 199 και μετά να το μοιραστούν μεταξύ τους όπως συμφώνησαν αρχικά. Με απλά λόγια, εάν καταφέρουν να μετατρέψουν το *παίγνιο* σε *διαπραγμάτευση,* η οποία θα οδηγήσει σε κάποια συγκεκριμένη *συμφωνία,* ή *συμβόλαιο,* τότε η ισορροπία Nash του προηγούμενου μέρους παύει να ισχύει.

Είναι εμφανές ότι οι άνθρωποι, ως ζώα πολιτικά και κοινωνικοποιημένα, έχουν αυτή τη δυνατότητα. Μάλιστα, τα πιο ενδιαφέροντα πολιτικά, κοινωνικά και οικονομικά προβλήματα αφορούν τέτοιου είδους συμβόλαια και συμφωνίες. Εάν ο Nash δεν είχε τίποτα να πει για αυτές τις περιπτώσεις, για το λεγόμενο διαπραγματευτικό πρόβλημα, δεν θα διανοείτο κανείς ότι η θεωρία Nash ίσως είναι η βάση μιας νέας ενοποιημένης, καθολικής, κοινωνικής επιστήμης. Όμως ο Nash δεν έχει μόνο "κάτι" να πει επί του θέματος επιμένει ότι έχει βρει τη μοναδική, ορθολογική "λύση" στο διαπραγματευτικό πρόβλημα! Πρόκειται για τη δεύτερη υπέροχη ιδέα του Nash την οποία θα εξετάσουμε αφού αναφερθούμε στην ουσία του (διαπραγματευτικού) προβλήματος μια αναφορά που θα αναδείξει πόσο αναπάντεχη ήταν η παρουσίαση από τον Nash μιας λύσης σε ένα πρόβλημα το οποίο όλοι είχαν ξεγράψει ως εκ φύσεως άλυτο.

Πρώτον, παρατηρούμε ότι η σύναψη συμφωνίας, ή συμβολαίου, μεταξύ των παικτών δεν είναι εύκολη υπόθεση. Είδαμε στην προηγούμενη παράγραφο ότι στα *Παίγνια* 3 και 4α οι παίκτες μας έχουν σοβαρό κίνητρο "να τα βρουν". Σωστά. Όμως, παράλληλα, έχουν ένα εξίσου σοβαρό κίνητρο να αθετήσουν την υπόσχεσή τους, την οποιαδήποτε συμφωνία ή συμβόλαιο, αφού "τα βρουν". Π.χ. στο *Παίγνιο* 3 έστω ότι έρχονται στη συμφωνία να επιλέξουν όλοι τους τον αριθμό 100 (με σκοπό να μοιραστούν μεταξύ τους 100 εκατομμύρια ευρώ). Όμως τη στιγμή που επιλέγουν, ο κάθε παίκτης σκέφτεται ότι εάν αθετήσει το λόγο του και επιλέξει έναν αριθμό κατά λίγο μικρότερο του 100 (π.χ. *100 - ε,* όπου *ε* ένας μικρός αλλά θετικός αριθμός), τότε θα είναι ο μοναδικός νικητής

και θα κρατήσει για τον εαυτό του σχεδόν 100 εκατομμύρια ευρώ (αντί να μοιραστεί ακριβώς 100 εκατομμύρια ευρώ με τους άλλους n-1 παίκτες). Μεγάλος ο πειρασμός. Αλλά ακόμα και εάν αντισταθεί στον πειρασμό, θα αρχίσουν να τον ζώνουν οι αμφιβολίες για τους υπόλοιπους n-1. Πώς μπορεί να είναι σίγουρος ότι όλοι τους ανεξαιρέτως θα αντισταθούν με το ίδιο σθένος σε έναν τέτοιο πειρασμό; Όπως έλεγε και ο Hobbes, το πρόβλημα δεν είναι τόσο ότι ο πειρασμός να αθετήσεις την υπόσχεσή σου είναι ακατανίκητος, αλλά ότι την αθετείς επειδή φοβάσαι πως οι "άλλοι" δε θα αντισταθούν στον ίδιο πειρασμό.

Δεύτερον, έστω ότι τα άτομα καταφέρνουν και ξεπερνούν τον πειρασμό της αθέτησης του λόγου τους, είτε επειδή έχουν εγκαθιδρύσει κάποιους επίσημους θεσμούς που στόχο έχουν την επιτήρηση των συμβολαίων και των συμφωνιών (Π.χ. δικαστήρια) είτε επειδή οι κοινωνίες διέπονται από κοινωνικές συμβάσεις (έθιμα), έτσι ώστε η αθέτηση του λόγου να επιφέρει σημαντικές ψυχολογικές ζημίες στα άτομα (άμεσες, πχ πρόβλημα συνείδησης, ή έμμεσες, Π.χ. όταν οι υπόλοιποι περιφρονούν όσους αθετούν την υπόσχεσή τους). Ακόμα λοιπόν και όταν η σύναψη ισχυρών συμβολαίων ή συμφωνιών είναι εφικτή, υπάρχει το ερώτημα: Ποια μοιρασιά ή κατανομή των οφελών θα επιλέξουν; Τι θα συμφωνήσουν; Μια απλή απάντηση είναι η ισότιμη μοιρασιά. Στο *Παίγνιο* 3, π.χ., κάλλιστα μπορούν να συμφωνήσουν να μοιράσουν τα 100 εκατομμύρια ευρώ δια του *n.* Αν το καλοσκεφτούμε όμως, αυτή η απάντηση αφορά το ερώτημα "Τι θα έπρεπε να συμφωνήσουν;" και όχι στο 'Τι θα συμφωνήσουν;" Το πρώτο ερώτημα έχει κανονιστική ή ηθική χροιά. Το δεύτερο αφορά μια ψυχρή πρόβλεψη για το τι θα γίνει (σε αντίθεση με το τι θα έπρεπε να συμβεί). Ο Nash ασχολήθηκε αποκλειστικά με το δεύτερο ερώτημα τον ενδιέφερε μόνο ποια συμφωνία είναι αυτή στην οποία θα καταλήξουν τα άτομα (και όχι ποια συμφωνία είναι "σωστότερη", "δικαιότερη", κλπ.). Τον ενδιέφερε η πρόβλεψη των αποτελεσμάτων της ορθολογικής σκέψης και όχι το να δίνει μαθήματα ήθους και δικαιοσύνης.

Ένας λόγος για τον οποίο η ίση κατανομή δε δύναται να θεωρηθεί ως *η* "λύση" του διαπραγματευτικού προβλήματος, είναι η ασάφεια για το η είναι αυτό που κατανέμεται. Είναι τα αντικειμενικά, υλικά οφέλη (π.χ. τα χρήματα) ή τα υποκειμενικά; Πχ οι *n* παίκτες στο *Παίγνιο* 3 μπορεί να μην έχουν όλοι την ίδια ανάγκη, ή την ίδια αγάπη, για το χρήμα. Οπότε, μια ίση κατανομή (μοιρασιά) των 100 εκατομμυρίων ευρώ δεν ισοδυναμεί σε μια ίση κατανομή των υποκειμενικών οφελών. Άλλος ένας λόγος είναι ότι, στην πράξη, η κατανομή θα εξαρτάται από τη σχετική διαπραγματευτική ισχύ των μερών. Αν ένας από τους παίκτες είναι σε καλύτερη θέση να εκβιάσει τους υπόλοιπους (π.χ. μπορεί *πειστικά* να τους απειλήσει ότι εάν δεν του δώσουν μεγαλύτερο κομμάτι της πίτας τότε εκείνος θα υπονομεύσει την οποιαδήποτε συμφωνία), τότε είναι εύκολο να φανταστούμε ότι ο εν λόγω παίκτης θα αποκομίσει μεγαλύτερα οφέλη από τους υπόλοιπους. Όμως τι καθορίζει τη σχετική διαπραγματευτική ισχύ των μερών;

Ο λόγος έχει ως εξής: έστω ένα παίγνιο ανταλλαγής μεταξύ της Α και του Β.

Η Α έχει 10 πορτοκάλια και ο Β 10 μήλα. Η Α αγαπά τα μήλα (και αγαπά. πολύ λιγότερο τα πορτοκάλια) ενώ για τον Β ισχύει το αντίθετο. Προφανώς, υπάρχει περιθώριο αμοιβαίας ωφέλειας από ανταλλαγές πορτοκαλιών (της Α) με μήλα (του Β). Παράλληλα όμως, προκύπτει το πρόβλημα του καθορισμού του λόγου ανταλλαγής πορτοκαλιών προς ένα μήλο (πόσα πορτοκάλια θα δώσει η Α στον Β για κάθε μήλο;) Όσο μεγαλύτερος ο λόγος αυτός, τόσο περισσότερο κερδίζει από την ανταλλαγή ο Β (σε σχέση με την Α). Άρα, η Α και ο Β έχουν δύο αντιφατικά κίνητρα. Το πρώτο είναι να συμφωνήσουν σε μια ανταλλαγή, ενώ το δεύτερο είναι να την καθυστερήσουν έτσι ώστε να πετύχουν τον καλύτερο λόγο ανταλλαγής ο κάθε ένας για τον εαυτό του. Στο βαθμό που το διαπραγματευτικό αυτό πρόβλημα είναι άλυτο, δεν μπορεί να καθοριστεί η σχετική τιμή των πορτοκαλιών της Α (και των μήλων του Β). Άρα, στο πλαίσιο μιας απλής οικονομίας δύο ατόμων, δεν είναι εφικτή μια θεωρία τιμών. Όμως, εάν αντί για την Α και τον Β είχαμε χίλιες Α (παραγωγούς πορτοκαλιών) και χίλιους Β (παραγωγούς μήλων) τότε ο κάθε πωλητής φαντάζει σα μια μικρή σταγόνα στο πέλαγος της αγοράς και έτσι μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα ποσότητα όσον αφορά τη διαδικασία καθορισμού των τιμών. Με άλλα λόγια, ο ανταγωνισμός πολλών πωλητών και αγοραστών λύνει το διαπραγματευτικό πρόβλημα γιατί εκμηδενίζει τη διαπραγματευτική ισχύ των ατόμων και αφήνει τις τιμές στο έλεος των δυνάμεων της προσφοράς και της ζήτησης. Υπό αυτό το πρίσμα, η απροσδιοριστία του διαπραγματευτικού προβλήματος θεωρήθηκε από τους οικονομολόγους ως άλλη μια ένδειξη της σημαντικής συνεισφοράς του μηχανισμού της αγοράς: ο ανταγωνισμός λύνει το μη επιλύσιμο διαπραγματευτικό πρόβλημα ακριβώς επειδή το ακυρώνει μέσω της πλήρους αποδυνάμωσης των καταναλωτών και των επιχειρήσεων.

Βέβαια οι οικονομολόγοι (π.χ. από τον F.Edgeworth έως τον J.R. Hicks) αναγνώριζαν την έλλειψη λύσης ως διαπραγματευτικού προβλήματος ως αδυναμία της οικονομικής επιστήμης σε τομείς όπου σημαντικές οικονομικές καταστάσεις και φαινόμενα είναι όντως προϊόντα διαπραγμάτευσης (π.χ. συλλογικές συμβάσεις μεταξύ συνδικάτων και εργοδοτών, συμφωνίες μεταξύ καρτέλ παραγωγών άνθρακα και καρτέλ χαλυβουργιών). Παραδέχονταν, ωστόσο, ότι το πρόβλημα αυτό δεν λύνεται. Έως ότου το 1950 ο Nash δημοσίευσε ω άρθρο του στην *Econometrica* με το οποίο παρουσίασε μια γενική "λύση" στο διαπραγματευτικό πρόβλημα δηλ. μια λύση που ισχύει σε όλες τις περιπτώσεις όπου *n* > 1 ακόμα πρέπει να συμφωνήσουν σε μια μεταξύ τους κατανομή κάποιας "πίτας", είτε αυτή είναι ένα χρηματικό ποσό, είτε ένα χωράφι, μια πετρελαιοπαραγωγική περιοχή στα διεθνή ύδατα, μελλοντικά κέρδη μιας επιχειρηματικής σύμπραξης, κλπ.

Για δεύτερη φορά μέσα στον ίδιο χρόνο (το 1950) ο Nash κατέπληξε τους πάντες λύνοντας ένα πρόβλημα το οποίο θεωρείτο άλυτο. Πώς το κατάφερε; Και αυτή τη φορά πέτυχε εκεί που οι άλλοι είχαν σηκώσει ψηλά τα χέρια επειδή δεν δοκίμασε να λύσει τον ΓΔΠ (Γόρδιο Δεσμό Προσδοκιών) που χαρακτηρίζει τις σκέψεις των παικτών-διαπραγματευτών. Πιο συγκεκριμένα, θεωρητικοί πριν από ων Nash είχαν βαλθεί να βρουν τη λύση στο διαπραγματευτικό πρόβλημα *στάδιο-προς- στάδιο.* Π.χ. ο F. Zeuthen, ο οποίος κατασκεύασε ένα αξιοθαύμαστο υπόδειγμα του κάθε γύρου μιας διαπραγμάτευσης, στη διάρκεια του οποίου ο κάθε ένας από τους *n* διαπραγματευτές καταθέτει την πρότασή του για το πώς θα κατανεμηθεί η πίτα. Αν οι *n* προτάσεις συνάδουν μεταξύ τους, επέρχεται συμφωνία και τελειώνει το διαπραγματευτικό παίγνιο. Αν δε συνάδουν (δηλαδή εάν ω άθροισμα των κομματιών της πίτας που ζητούν ο κάθε ένας για τον εαυτό του είναι μεγαλύτερο του μεγέθους της πίτας) τότε ο γύρος αυτός έχει αποτύχει και ακολουθεί νέος. Για να προσομοιώσει ο Zeuthen μια πραγματική διαπραγμάτευση όπου οι "παίκτες" έχουν λόγο να βιάζονται να κλείσουν μια συμφωνία, υποθέτει είτε ότι κάθε φορά που αποτυγχάνει ένας γύρος διαπραγμάτευσης αυξάνεται η πιθανότητα να καταρρεύσουν αμετάκλητα οι διαπραγματεύσεις, είτε ότι ο χρόνος είναι χρήμα (και, συνεπώς, η πίτα μικραίνει με κάθε αποτυχημένο γύρο).

Ο Zeuthen ήταν σαν να παραδέχτηκε ότι δεν υπάρχει λύση στο διαπραγματευτικό πρόβλημα όταν οι διαπραγματευτές είναι ορθολογικοί. Ο Nash δεν παραδέχθηκε κάτι τέτοιο. Παραδέχθηκε μόνο ότι, λόγω του ΓΔΠ, δεν είναι εύκολη μια στάδιο -προς- στάδιο, γύρο -προς- γύρο, ανάλυση της διαδικασίας διαπραγμάτευσης. Παραδέχθηκε ότι δεν είναι εφικτή μια ανάλυση της πορείας των διαπραγματεύσεων από την οποία να προκύπτει μια *μοναδικά σωστή* καταγραφή των προσφορών, των απειλών, και των προτάσεων που μεσολαβούν μεταξύ της έναρξης και της επιτυχούς λήξης των διαπραγματεύσεων. Αν το σκεφτούμε καλύτερα, είχε δίκιο ο Nash να λάβει ως δεδομένο πως δεν είναι εφικτή μια μοναδικά σωστή καταγραφή της πορείας των διαπραγματεύσεων (στον πραγματικό χρόνο). Γιατί εάν ήταν, τότε όλοι οι διαπραγματευτές (οι οποίοι είναι εξίσου ορθολογικοί με εμάς τους θεωρητικούς) θα είχαν τη δυνατότητα να την χρησιμοποιούν έτσι ώστε να προβλέπουν τη μελλοντική πορεία των μεταξύ τους διαπραγματεύσεων. Ναι, αλλά αν η πορεία αυτή είναι όντως προβλέψιμη, τότε αυτοαναιρείται!

Π. χ. έστω ότι ένα συνδικάτο και ένας εργοδότης διαπραγματεύονται το νέο επίπεδο του βασικού μισθού. Αρχικά, δηλαδή στο χρόνο $t=0$, ξεκινούν οι διαπραγματεύσεις οι οποίες καταλήγουν σε συμφωνία στο χρόνο $t=T$. Για χρονικό διάστημα διάρκειας Τ επικρατεί ασυμφωνία μεταξύ των δύο μερών, με το συνδικάτο να απαιτεί βασικό μισθό Μ* και τον εργοδότη να προσφέρει μισθό Μ' (όπου βέβαια $M^*>M'$). Στο χρόνο $t=T$, εξ ορισμού, τα δύο μέρη συμφωνούν ο βασικός μισθός να ορισθεί στο επίπεδο Μ (όπου $M^* \geq M \geq M'$). Μέχρις ότου επέλθει η συμφωνία Τ, οι διαπραγματεύσεις όχι μόνο είναι επίπονες αλλά και επιφέρουν σημαντικά κόστη και στις δύο πλευρές (Π.χ. το κόστος ευκαιρίας της διαπραγμάτευσης, το κόστος από μια πιθανή ή απειλούμενη απεργία, έλλειψη συνεργασίας σε άλλα θέματα όπως στο θέμα των υπερωριών ή στην εισαγωγή νέων τεχνολογιών).

Αν υπήρχε μια *μοναδικά σωστή* θεωρία που θα προέβλεπε με αρκετή ακρίβεια (α) το χρόνο Τ, και βεβαίως τη συμφωνία Μ που θα υπογραφεί στο χρόνο $t=T$, τότε συνδικάτο και εργοδότες δε θα είχαν λόγο να κουράζονται με τις διαπραγματεύσεις, τις απεργίες, τις φωνές και τα διάφορα τεχνάσματα που στόχο έχουν την επίτευξη επικερδούς συμφωνίας: θα συμφωνούσαν αμέσως (στο χρόνο *t=0)* στο μισθό Μ. Με άλλα λόγια, αν ο θεωρητικός πετύχει να λύσει το διαπραγματευτικό πρόβλημα, τότε καταστρέφει τη διαπραγματευτική διαδικασία. Και εδώ υπάρχει ένα παράδοξο: η επιτυχία της θεωρίας διαπραγμάτευσης ακυρώνει οποιαδήποτε θεωρία διαπραγμάτευσης η οποία περιγράφει την πορεία των διαπραγματεύσεων. Φαίνεται ότι ο Nash συνέλαβε ες αρχής την ουσία αυτού του παράδοξου και, για αυτό το λόγο, αρνήθηκε να εμπλακεί σε μια στάδιο-προς- στάδιο ανάλυση των διαπραγματεύσεων. Αντίθετα, ξεκίνησε με την υπόθεση ότι η πορεία των διαπραγματεύσεων *δεν* μπορεί να εξεταστεί ορθολογικά (και να μαθηματικοποιηθεί).

Ακριβώς αυτή ήταν η δεύτερη υπέροχη ιδέα του Nash: Αποφάσισε να "λύσει" το διαπραγματευτικό πρόβλημα αγνοώντας τη διαδικασία προσφορών και απαιτήσεων που οδηγεί σε αυτή. Αντίθετα, εστίασε την προσοχή του αποκλειστικά στο *αποτέλεσμα* της διαπραγμάτευσης στη *συμφωνία* στην οποία μπορεί να καταλήξουν ορθολογικοί διαπραγματευτές.

Ας δούμε με τη βοήθεια ενός απλού παραδείγματος την προσέγγιση του Nash. Η Α και ο Β πρέπει να μοιράσουν μεταξύ τους μια τούρτα. Αν δεν καταφέρουν να συμφωνήσουν σε μια συγκεκριμένη μοιρασιά (ή κατανομή) κανείς τους δεν θα φάει ούτε μια μπουκιά. Έστω ακόμα ότι την Α την ενδιαφέρει μόνο πόσο μεγάλο θα είναι το δικό της κομμάτι και δε νοιάζεται για το μέγεθος του κομματιού του Β (δηλαδή ούτε τον "ζηλεύει" ούτε τον "πονάει"). Το ίδιο ισχύει και για ων Β. Τέλος, ας υποθέσουμε ότι το μαχαίρι είναι τέτοιο που το μικρότερο κομμάτι που μπορεί να κοπεί, χωρίς να καταστραφεί η τούρτα, είναι το ένα δέκατο της τούρτας. Στον πίνακα που ακολουθεί οι σειρές αντιπροσωπεύουν τις έντεκα πιθανές κατανομές. Πρώτη είναι η κατανομή που δίνει όλη την τούρτα στην Α (και καθόλου στον Β) και τελευταία εκείνη που χαρίζει όλη την τούρτα στον Β (και τίποτα στην Α).

Ενδιάμεσα, έχουμε όλες τις υπόλοιπες (λιγότερο άνισες) κατανομές βλ. την πρώτη στήλη.
Στη δεύτερη στήλη αποτυπώνεται το όφελος της Α από κάθε μια μοιρασιά (κατανομή). Στην τελευταία σειρά (όπου η Α δεν τρώει ούτε ένα κομμάτι) η ωφέλεια/ χρησιμότητά της είναι μηδενική. Στην προτελευταία σειρά βλέπουμε ότι η ωφέλεια/ χρησιμότητά της ισούται με 4 "μονάδες". Οι μονάδες αυτές είναι εντελώς αυθαίρετες. Αντίθετα με τους βαθμούς Κελσίου ή τα γραμμάρια, οι μονάδες ωφέλειας/ χρησιμότητας δεν αντικατοπτρίζουν κάτι το πραγματικό και αντικειμενικό (όπως η θερμοκρασία ή η μάζα στη Φύση) αλλά κάτι το απόλυτα υποκειμενικό. Κάλλιστα θα μπορούσαμε αντί για 4 να γράψουμε 40 ή 1,5. Η ουσία αυτού του 4 είναι ότι μας δίνει τη δυνατότητα να συγκρίνουμε με τα άλλα νούμερα της ίδιας στήλης. Πχ με το 12 που αντιστοιχεί στη μοιρασιά που θέλει την Α να παίρνει το 20% της τούρτας. Από αυτό το 12 συμπεραίνουμε ότι η Α είναι 3 φορές περισσότερο ικανοποιημένη όταν έχει το 20% της τούρτας απ' ότι όταν έχει μόνο το 10%.
Αντίστοιχα, οι μονάδες στην τρίτη στήλη αφορούν τις υποκειμενικές προτιμήσεις του Β και μας δίνουν τη δυνατότητα, Π.χ., να αποφανθούμε ότι ο Β χαίρεται με το 20% της τούρτας 5 φορές περισσότερο απ' ότι θα χαιρόταν με το 10% (να συγκρίνεις τις μονάδες του Β όπως εμφανίζονται στη 2η και στην 3η σειρά). Προτού προχωρήσουμε στη σκέψη του Nash, τρεις σημαντικές παρατηρήσεις:

Μερίδιο (%)	Μερίδιο (%)	Ωφέλεια/ χρησιμότητα	Ωφέλεια/ χρησιμότητα	Γινόμενο
100	Ο	7Ι	Ο	Ο
90	10	70	1	70
80	20	68	5	340
70	30	64	10	960
60	40	60	16	960

50	50	52	23	1.196
40	60	40	31	1.240
30	70	24	40	960
20	80	12	50	600
10	90	4	61	244
O	100	O	80	O

Παίγνιο 5: Ένα απλό διαπραγματευτικό πρόβλημα. Η Α και ο Β μοιράζουν μια τούρτα.

α) Οι μονάδες της Α δεν είναι συγκρίσιμες με εκείνες του Β. Στη Φύση, όταν λέμε ότι η θερμοκρασία στο Παρίσι είναι 10 βαθμοί Κελσίου, ενώ στην Αθήνα 23, αυτό σημαίνει ότι στο Παρίσι έχει ψύχρα *σε σχέση με την Αθήνα.* Στη νεοκλασική οικονομική θεωρία (απ' όπου δανείστηκαν οι παιγνιοθεωρητικοί τις παραπάνω συναρτήσεις, ή μονάδες, ωφέλειας/ χρησιμότητας) αντίστοιχες συγκρίσεις μεταξύ δύο ατόμων δεν επιτρέπονται. Ας πάρουμε π. χ., την κατανομή 20%-80%. Ο πίνακας αναφέρει ότι η ωφέλεια/ χρησιμότητα της Α είναι 12 μονάδες και του Β 50. Σημαίνει αυτό ότι ο Β θα είναι πιο ευτυχής από την Α αν επικρατήσει η συγκεκριμένη κατανομή; Όχι βέβαια! Οι μονάδες της Α δεν συγκρίνονται με τις μονάδες του Β γιατί είναι καθαρά υποκειμενική υπόθεση της Α. Είναι συγκρίσιμες μόνο με άλλες μονάδες της Α. Όπως και του Β είναι συγκρίσιμες μόνο με μονάδες του Β. Έτσι η παρατήρηση ότι η Α έχει 12 μονάδες οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η κατανομή 20%-80% είναι προτιμότερη για την Α από την 10%-90% (και χειρότερη από όλες τις άλλες που δίνουν περισσότερο από 20% στην Α). Δεν μας λέει όμως τίποτα για το πώς νιώθει η Α σε σχέση με το Β. Για να το πούμε απλά, οι 12 μονάδες της Α μπορεί να την κάνουν πιο ευτυχισμένη απ' ό,τι κάνουν οι 50 μονάδες τον Β.

β) ο σχετικός ρυθμός αύξησης των μονάδων ωφέλειας/ χρησιμότητας του ατόμου αντανακλά το φόβο της / του από την προοπτική κατάρρευσης των διαπραγματεύσεων. Παρατηρούμε ότι όταν αυξάνει το μερίδιο της Α από 10% σε 20%, η ωφέλεια/ χρησιμότητά της διπλασιάζεται (από 4 μονάδες ανέρχεται στις 12). Ο αντίστοιχος ρυθμός αύξησης του Β είναι μεγαλύτερος καθώς η ωφέλεια/ χρησιμότητά του πενταπλασιάζεται όταν το μερίδιό του αυξάνεται από 10% σε

20%. Προφανώς, η προοπτική να αυξήσουν τα κομμάτια τους από το 10% στο 20% της τούρτας χαροποιεί και τους δύο. Όμως το συναίσθημα είναι εντονότερο για τον Β απ' ότι για την Α. Δεν είναι λογικό να υποθέσουμε ότι ο Β θα ήταν διατεθειμένος να αναλάβει κάπως μεγαλύτερο ρίσκο απ' ότι η Α για να αυξήσει το μερίδιό του από το 10% στο 20%; Και το ρίσκο υπάρχει σε αυτή την περίπτωση πέραν του να οδηγήσει (άθελά του), λόγω υπερβολικού ζήλου, τις διαπραγματεύσεις σε κατάρρευση; Ας πάρουμε ένα άλλο παράδειγμα: έστω ότι η Α προτείνει στον Β τη μοιρασιά 50%-50%. Αξίζει ο Β να διακινδυνεύσει ζητώντας παραπάνω; Βλέπουμε από την τρίτη στήλη ότι εάν τα καταφέρει αντί για 50% να προσεταιριστεί το 60%, η ωφέλεια/ χρησιμότητά του αυξάνεται κατά 34,8% (από 23 σε 31 μονάδες). Η αντίστοιχη αύξηση για την Α είναι μόλις 15,4%. Και πάλι παρατηρούμε πως ο Β έχει περισσότερα να κερδίσει με μια πιο "επιθετική" και "επικίνδυνη" διαπραγματευτική τακτική.

γ) Όλες οι κατανομές αποτελούν ισορροπία Nash.Η ισορροπία Nash είναι ένα σύνολο στρατηγικών (μια για κάθε παίκτη) έτσι ώστε (όσον αφορά *αυτές* τις στρατηγικές) η στρατηγική του ενός να είναι η βέλτιστη απόκριση στη στρατηγική των άλλων. Για να δούμε πώς και γιατί όλες οι κατανομές στον παραπάνω πίνακα αποτελούν ισορροπίες Nash, έστω ότι η Α ήταν πεπεισμένη πως ο Β θα απαιτούσε για ων εαυτό του χ% της τούρτας (δηλαδή ότι θα προτιμούσε να οδηγήσει τις διαπραγματεύσεις σε ναυάγιο παρά να δεχθεί κάτι λιγότερο του *Χ%).* Τότε η βέλτιστη απόκριση της Α σε αυτή τη στρατηγική του Β είναι να δεχθεί η ίδια (1Ο0-χ)%. Μάλιστα, αυτό ισχύει ανεξάρτητα της συγκεκριμένης τιμής του Χ. Συνεπώς, *όλες* οι κατανομές [(ΙΟΟ-Χ)%, *χ%]* αποτελούν ισορροπίες Nash.

Το διαπραγματευτικό πρόβλημα θεωρείτο άλυτο πριν τον Nash ακριβώς επειδή υπάρχουν πολλές (άπειρες για την ακρίβεια) εξίσου ορθολογικές "λύσεις". Στη γλώσσα του Nash, κάθε πιθανή συμφωνία είναι και μια ισορροπία Nash. Ποια απ' όλες αυτές τις ισορροπίες θα είναι εκείνη στην οποία θα συμφωνήσουν οι διαπραγματευτές. Πριν τον Nash οι θεωρητικοί των διαπραγματεύσεων είχαν σηκώσει τα χέρια ψηλά. Χρειάστηκε μια ιδιοφυής "κίνηση" από τη μεριά του Nash για να δοθεί "λύση" σε αυτό το "άλυτο" πρόβλημα. Η "κίνηση" αυτή ήταν, κατά μια έννοια, η "μαιευτική" μέθοδος. Είναι σαν ο Nash να ρώτησε το "κοινό" του: "Δεδομένου ότι δεν ξέρουμε ποια θα είναι η συμφωνία στην οποία θα κατασταλάξουν ορθολογικοί διαπραγματευτές, συμφωνείτε να κοιτάξουμε μια-μια όλες ης πιθανές κατανομές (όλες τις ισορροπίες Nash);" "Συμφωνούμε" του απάντησαν. "Εντάξει. Συμφωνείτε να εξετάσουμε κάποιες ιδιότητες που θα πρέπει, λογικά, να χαρακτηρίζουν τη συμφωνία /λύση;" "Συμφωνούμε" του ξαναπάντησαν. "Ωραία. Επιτρέψτε μου να προτείνω την πρώτη ιδιότητα της συμφωνίας /λύσης."

Η πρώτη ιδιότητα της "λύσης" του διαπραγματευτικού Προβλήματος: Η *"λύση" πρέπει* να *είναι μια από τις πολλές ισορροπίες Nash!* Πώς θα μπορούσαμε να διαφωνήσουμε; Τι σημαίνει η συμφωνία-λύση να αποτελεί ισορροπία Nash; Σημαίνει ότι οι διαπραγματευτές θα μοιράσουν την τούρτα και δεν θα αφήσουν κανένα κομμάτι της να πάει χαμένο. Αν η Α απαιτήσει χ% και ο Β συμφωνήσει, τότε ο Β θα πάρει το υπόλοιπο *(100-χ)%.*

"Συμφωνείτε;" ρώτησε και πάλι το κοινό του ο Nash. "Μάλιστα" ήταν η *ανα*μενόμενη απάντηση. "Ωραία, ας περάσουμε σε μια άλλη ιδιότητα και να δούμε αν συμφωνείτε και με αυτήν", συνέχισε ο Nash.

Η δεύτερη ιδιότητα της "λύσης" του διαπραγματευτικού Προβλήματος: Η *"λύση" πρέπει να είναι ανεξάρτητη της κλίμακας μέτρησης της ωφέλειας / χρησιμότητας των διαπραγματευτών.*

"Συμφωνείτε", επανέρχεται ο Nash, "πως εάν, Π.χ. πολλαπλασιάσουμε όλες ης μονάδες ωφέλειας /χρησιμότητας της Α (ή του Β) με τον αριθμό 3,43 τότε δεν θα πρέπει να επηρεαστεί η συμφωνία-λύση μεταξύ των Α και Β;" "Ναι" απαντάμε εμείς, δεδομένου ότι, όπως είδαμε προηγουμένως, οι μονάδες ωφέλειας /χρησιμότητας της Α δεν είναι συγκρίσιμες με εκείνες του Β (άρα δεν πειράζει να τις πολλαπλασιάσουμε όλες, ή να τις διαιρέσουμε, με κάποια σταθερά). Για τον ίδιο λόγο, εάν θέλουμε να προσθέσουμε σε όλες τις μονάδες ωφέλειας/ χρησιμότητας ενός διαπραγματευτή μια σταθερά (π.χ. τον αριθμό 1234) και πάλι δεν αλλάζει τίποτα. Ο λόγος είναι ότι οι μονάδες ωφέλειας/ χρησιμότητας ενός διαπραγματευτή απλώς μας πληροφορούν για το μέγεθος της ωφέλειας/ χρησιμότητας του *συγκεκριμένου ατόμου* από μια κατανομή (ή ποσότητα τούρτας) συγκριτικά με την ωφέλεια /χρησιμότητα από μια άλλη κατανομή (ή ποσότητα τούρτας).

Η **τρίτη ιδιότητα** της "λύσης" του διαπραγματευτικού προβλήματος: Η *"λύση" πρέπει να μην επηρεάζεται από την "απαγόρευση" άλλων, εναλλακτικών κατανομών στις οποίες δεν* θα *κατέληγαν οι Α και Β ακόμα και εάν δεν ήταν "απαγορευμένες".*

Ρωτά ο Nash: "Έστω ότι οι Α και Β θα κατέληγαν, μετά από παζάρι, στη συμφωνία η Α να λάβει χ% της τούρτας και ο Β (ΙΟΟ-χ)%. Ωραία. Ας φανταστούμε ότι οι διαπραγματεύσεις αυτές γίνονταν υπό έναν επί πλέον περιορισμό: τους απαγορεύαμε δια ροπάλου να καταλήξουν στη μοιρασιά Υ% για την Α και (ΙΟΟ-y)% για τον Β. Συμφωνείτε ότι αυτή η απαγόρευση δε θα τους επηρέαζε και ότι θα κατέληγαν και πάλι στη συμφωνία η Α να λάβει χ% της τούρτας και ο Β (ΙΟΟ-χ)%; Γιατί να τους επηρεάσει, να τους αποπροσανατολίσει αν θέλετε, η απαγόρευση μιας συμφωνίας που δεν θα ήθελαν οι ίδιοι έτσι κι αλλιώς;" "Ας συμφωνήσουμε και με αυτή την ιδιότητα κ. Nash" , του απαντάμε. "Γιατί όμως όλες αυτές οι ερωτήσεις; Πού μας οδηγούν;", τον ρωτάμε.

"Στη λύση του διαπραγματευτικού προβλήματος", μας αποστομώνει ο Nash.

Πράγματι, χρησιμοποιώνιας ένα θεώρημα σταθερού σημείου, ο Nash αποδεικνύει ότι υπάρχει μόνο μια και μοναδική συμφωνία - λύση η οποία χαρακτηρίζεται *ταυτόχρονα* και από τις τρεις ιδιότητες. Μόλις τώρα όμως δε συμφωνήσαμε ότι η συμφωνία-λύση στο διαπραγματευτικό πρόβλημα θα πρέπει να χαρακτηρίζεται και από τις τρεις αυτές ιδιότητες; "Το γεγονός" καταλήγει θριαμβευτικά ο Nash, "ότι υπάρχει *μόνο μια* συμφωνία που πληροί και τις τρεις, αποδεικνύει ότι αυτή η συμφωνία αποτελεί και τη "λύση" του διαπραγματευτικού προβλήματος."

Είναι σα να θέλουμε να πάμε από την πόλη 1 στην πόλη 2, αλλά αντιμετωπίζουμε το πρόβλημα ότι υπάρχουν χιλιάδες διαφορετικοί ατραποί που θα μπορούσαν να οδηγήσουν από την 1 στην 2. Θέτουμε λοιπόν στον εαυτό μας τρία κριτήρια. Π.χ. η διαδρομή (α) να μην ξεπερνάει ω 300 χιλιόμετρα, (β) να μην έχει πολλές στροφές, και (γ) να έχει κάποιο ενδιαφέρον. Κατόπιν εξετάζουμε όλες τις πιθανές διαδρομές και βρίσκουμε ότι από τις χιλιάδες πιθανές διαδρομές μόνο μια πληροί και τις τρεις αυτές προϋποθέσεις. Αυτή, λογικά, πρέπει να είναι η διαδρομή που θα επιλέξουμε! Ακριβώς αυτή είναι η λογική δομή της δεύτερης υπέροχης ιδέας του Nash. Θέτει τρεις προϋποθέσεις που συμφωνούμε όλοι ότι πρέπει να πληροί η συμφωνία και κατόπιν αποδεικνύει ότι μόνο μια από τις άπειρες πιθανές συμφωνίες ικανοποιεί και τις τρεις αυτές προϋποθέσεις.

Αυτό που καθιστά τη λύση Nash αφοπλιστική, και αισθητικά πλήρη, είναι η απλότητά της. Όχι μόνο "λύθηκε" από τον Nash ένα δύστροπο πρόβλημα αλλά, επί πλέον, η προτεινόμενη λύση έχει μια απλότητα αντιστρόφως ανάλογη της περιπλοκότητας του προβλήματος: Πρόκειται για τη συμφωνία που μεγιστοποιεί το γινόμενο των ωφελειών των διαπραγματευτών.

Για να δούμε αμέσως την ευχρηστία και την απλότητα της λύσης ενός τόσο σύνθετου. "άλυτου", προβλήματος, ας επιστρέψουμε στο *Παίγνιο* 5. Η λύση που θεωρεί ο Nash ως τη μοναδικά ορθολογική, είναι η συμφωνία που δίνει 60% της τούρτας στον Β και το υπόλοιπο 40% στην Α. Αυτό προκύπτει από την τελευταία στήλη στον αντίστοιχο πίνακα η οποία αποτυπώνει το γινόμενο των ωφελειών των Α και Β. Προφανώς, το γινόμενο αυτό μεγιστοποιείται στην έβδομη σειρά (ή κατανομή) εκείνη που κατανέμει την τούρτα 60%-40% υπέρ του Β.

Γιατί παίρνει ο Β περισσότερο από την Α; Ο λόγος είναι ότι η μεγιστοποίηση του γινομένου των ωφελειών "δείχνει" συμφωνίες που μεροληπτούν εναντίον όσων είναι λιγότερο διατεθειμένοι (σε σχέση με τους αντιπάλους τους) να "ρισκάρουν" την κατάρρευση των συνομιλιών. Όπως είδαμε και προηγουμένως, κρίνοντας από τις μονάδες ωφέλειας /χρησιμότητας των Α και Β, η Α φαίνεται να "ποθεί" λιγότερο από τον Β μια αύξηση του μεριδίου της φαίνεται να τη φοβίζει περισσότερο η προοπτική ασυμφωνίας (δηλαδή απώλειας όλης της τούρτας και για τους δύο). Αυτό το βασικό χαρακτηριστικό της συμφωνίας - λύσης Nash ισχύει γενικότερα: *μεροληπτεί συστηματικά υπέρ εκείνων που φοβούνται την οριστική διαφωνία περισσότερο απ'* ότι *οι συνομιλητές τους.*

Κατα-	Α			Β			Γ			Γινόμενο
νομές	Χ	Υ	Ω	Χ	Υ	Ω_B	Χ	Υ	Ω_Γ	Ω_A
1	3	O	200	O	O	O	O	3	900	O
2	2	O	90	1	1	1	O	2	200	18.000
3	1	1	40	1	1	1	1	1	25	1.000
4	O	2	6	1	1	1	2	O	1	6
5	O	3	20	O	O	O	3	O	5	O
6	O	1	1	3	O	10	O	2	200	2.000
7	O	O	O	3	3	180	O	O	O	O
8	O	O	O	2	1	30	1	2	400	O
9	O	O	O	1	2	1	2	1	80	O

Παίγνιο 6: Ένα πιο σύνθετο διαπραγματευτικό παίγνιο.
Τρία άτομα μοιράζονται ποσότητες δύο αγαθών.

Ένα άλλο στοιχείο της λύσης Nash, το οποίο την καθιστά ακόμα εντυπωσιακότερη, είναι ότι δεν περιορίζεται σε διαπραγματεύσεις μεταξύ δύο ατόμων αλλά γενικεύεται εύκολα στις περιπτώσεις διαπραγμάτευσης μεταξύ **n** ατόμων. Σε αυτές τις περιπτώσεις, η λύση Nash είναι η συμφωνία που μεγιστοποιεί το γινόμενο των αντίστοιχων n συναρτήσεων ωφέλειας/ χρησιμότητας. Ας πάρουμε το εξής παράδειγμα διαπραγμάτευσης: τρία άτομα, οι A, B και Γ, διαπραγματεύονται για το πώς θα μοιραστούν 3 μονάδες του αγαθού X και 3 μονάδες του αγαθού Y.

Έστω ότι συζητούνται οι εννέα κατανομές - συμφωνίες που παρουσιάζονται ως σειρές στον πίνακα. Κάθε μια από αυτές ισοδυναμεί με διαφορετική ωφέλεια/ χρησιμότητα για τον κάθε: διαπραγματευτή ($Ω_A$, $Ω_B$ και $Ω_Γ$). Το γινόμενο των ωφελειών μεγιστοποιείται στη σειρά - κατανομή 2 σύμφωνα με την οποία η A παίρνει δύο μονάδες X, ο B μια μονάδα X και μια Y και ο Γ τις δύο μονάδες Y που απομένουν. Πριν κλείσουμε την παρουσίαση της λύσης Nash, δύο παρατηρήσεις:

Πρώτων, ο συνδυασμός *γενικότητας* και *μοναδικότητας* της λύσης Nash την καθιστά, ίσως αναπάντεχα, σημαντική έννοια της πολιτικής φιλοσοφίας. Μια κλασσική θεώρηση του ρόλου του κράτους, που νομιμοποιεί την κρατική εξουσία, είναι η αναφορά σε κάποιο νοητό Κοινωνικό Συμβόλαιο μεταξύ των πολιτών. Είναι σαν οι πολίτες να καταλαβαίνουν ότι το Κοινό τους συμφέρον θα εξυπηρετηθεί μόνο εάν ενώσουν τις δυνάμεις τους και αν : *(α)* αποδεχθούν κανόνες κατανομής ρόλων, εισοδημάτων περιουσιών και γενικά ωφελειών, ενώ (β) εκχωρήσουν εξουσίες (π.χ. το δικαίωμα άσκησης βίας) στο κράτος. Υπό αυτή την έννοια, το Κοινωνικό Συμβόλαιο μπορεί να θεωρηθεί ως το αποτέλεσμα μιας νοητής διαπραγμάτευσης μεταξύ όλων μας. Εάν μπορούμε να διανοηθούμε μια τέτοια μαζική διαπραγμάτευση η οποία θα οδηγούσε σε μια Γενική Συμφωνία (ένα Κοινωνικό Συμβόλαιο) που να θυμίζει την κοινωνία στην οποία ζούμε σήμερα (καθώς και τις κρατικές εξουσίες που την κρατούν εν ζωή) τότε πράγματι νομιμοποιείται το Κράτος μας να ασκεί την εξουσία του πάνω μας. Είναι σα να είχαμε συμφωνήσει ομόφωνα ότι έτσι πρέπει να πράττει. Εάν όμως, αντίθετα, δεν μπορούμε να διανοηθούμε ότι το σημερινό κράτος θα μπορούσε να είναι προϊόν μιας κοινωνικής, καθολικής δια-πραγμάτευσης, τότε το κράτος μας δεν νομιμοποιείται!

Η μοναδικότητα της λύσης Nash σημαίνει ότι, τουλάχιστον θεωρητικά, υπάρχει ανά πάσα στιγμή ένα μοναδικά νομιμοποιούμενο, ένα ιδανικό ίσως, κράτος. Από μόνη της αυτή η παραδοχή αποτελεί σημαντική πολιτική θέση. Όταν οι ιθύνοντες, οι κυβερνήτες, ερωτούνται "Τι νομιμοποιεί την εξουσία σας και τις πράξεις σας κυρίες και κύριοι;", αυτοί μπορούν να επικαλεστούν τη λύση Nash και να απαντήσουν: "Προσπαθούμε να αναμορφώσουμε το Κράτος έτσι ώστε να έρθει όσο πιο κοντά γίνεται στη λύση Nash μιας υποθετικής Κοινωνικής Διαπραγμάτευσης όπου οι πολίτες θα συμφωνήσουν για το πώς πρέπει να μοιράζονται μεταξύ τους τη συνολική ωφέλεια/ χρησιμότητα που προκύπτει από την κοινωνική συνεργασία τόσο στον οικονομικό όσο και στον πολιτιστικό, κοινωνικό τομέα". Δεν είναι τυχαίο ότι η θεωρία του Nash όσον αφορά τα διαπραγματευτικά παίγνια έχει πολλούς επικριτές μεταξύ της νεοφιλελεύθερης σχολής η οποία, ως γνωστόν, αντιπαθεί οποιοδήποτε επιχείρημα μπορεί να νομιμοποιήσει την κρατική παρέμβαση στην κοινωνική ζωή.

Δεύτερον, ο Nash παρουσίασε τη θεωρία του ως μια πραγματικά επιστημονική ανάλυση των συμφωνιών μεταξύ ορθολογικών ατόμων. Δεν έβγαλε «κήρυγμα» για το ποια συμφωνία είναι η "πρέπουσα", η ηθικά "σωστή". Απλώς πίστεψε ότι η λύση του είναι ένα καλό εργαλείο πρόβλεψης των συμφωνιών, εφόσον βέβαια οι διαπραγματευτές είναι ορθολογικοί. Αυτός ο "επιστημονικός" προσανατολισμός της θεωρίας του κατέστησε και το βασικό του επιχείρημα εναντίον όσων του άσκησαν κριτική ότι η λύση του είναι άδικη γιατί "ανταμείβει" με μεγαλύτερα μερίδια όσους έχουν λιγότερα να χάσουν (δηλαδή δίνει το μεγαλύτερο κομμάτι της τούρτας σε αυτούς που το έχουν λιγότερο ανάγκη). Η απάντηση του Nash θα μπορούσε να είναι ότι δεν φταίει αυτός αν η ζωή είναι άδικη. Εκείνος το μόνο που προσπάθησε να κάνει είναι να αναλύσει πώς έχουν τα πράγματα και όχι να κάνει κήρυγμα στους διαπραγματευτές για το πώς θα έπρεπε να μοιράσουν τα οφέλη μεταξύ τους.

Οι δύο παρατηρήσεις που προηγήθηκαν έχουν μεγάλο ειδικό βάρος για δύο *σχεδόν* αντιφατικούς λόγους: *(α)* η "ισχύς" της λύσης Nash εκπορεύεται από το επιχείρημα ότι είναι μια θεωρία με εμπειρική αξία, και όχι ένα ακόμα ηθικό κήρυγμα προς διαπραγματευτές (όπως Π.χ. το "ο έχων δύο χιτώνια να δώσει το ένα ... "), (β) η λύση-συμφωνία Nash της συλλογικής διαπραγμάτευσης μιας κοινωνίας **n** ατόμων (δηλαδή το Κοινωνικό Συμβόλαιο) χρησιμοποιείται ως σημείο αναφοράς για το καλό κ' αγαθό κράτος. Από τη μια λοιπόν έχουμε το συμπέρασμα (α) να αναφέρεται στη λύση Nash ως καθαρά εμπειρικό ζήτημα (στερημένο οποιουδήποτε ηθικού ή πολιτικού στοιχείου) ενώ, από την άλλη, έχουμε το συμπέρασμα (β) να συνδέει την έννοια του ιδεατού Κράτους με την ίδια λύση Nash.

Αν και φαίνονται αντιφατικά τα συμπεράσματα αυτά, δεν είναι. Και αυτό γιατί η φιλελεύθερη σχολή πολιτικής φιλοσοφίας στην οποία ανήκει η προσέγγιση του Nash (ίσως χωρίς να το γνωρίζει ο ίδιος) δεν αναγνωρίζει την έννοια του Αγαθού αν αυτή δεν πηγάζει από το άτομο. Και από τη στιγμή που τα άτομα συχνά άγονται από αντικρουόμενα συμφέροντα, οι συλλογικές αποφάσεις είναι "καλές" και "αγαθές" μόνο στο βαθμό που θα μπορούσαμε να τις φανταστούμε ως αποτέλεσμα διαπραγματεύσεων μεταξύ ελεύθερων και ανεξάρτητων ατόμων. Εάν η θεωρία του Nash μας πείθει ότι η "λύση" αυτού του μέγα διαπραγματευτικού προβλήματος είναι μια και μοναδική, τότε αυτή η λύση αποτελεί και τη μοναδική πηγή αρετής και ηθικά νόμιμων κοινωνικών και κρατικών θεσμών!

Στο επίπεδο λοιπόν του ατόμου, η λύση Nash προβλέπει τι θα ζητήσει ο καθένας και, στο επίπεδο της κοινωνίας, εξηγεί τι μπορεί να θεωρηθεί "πρέπον" όσον αφορά την κοινωνική κατανομή των κοινωνικών ρόλων και πόρων. Είναι πλέον εμφανές πως οι δύο ιδιοφυείς ιδέες του Nash μετέτρεψαν τη θεωρία παιγνίων από μια περιθωριακή ανάλυση συμπεριφοράς παικτών στη Μεγάλη Ελπίδα μιας ενοποιημένης, γενικής θεωρίας του Κοινωνικού Γίγνεσθαι (ατομικής συμπεριφοράς, κοινωνικών συμβάσεων, Κρατικών θεσμών, κλπ.). Είτε πρόκειται για ανταγωνιστικές καταστάσεις όπου τα άτομα δε δύνανται να δεσμευτούν σε μια συμφωνημένη συμπεριφορά (όπως π-χ. στις αγορές), είτε πρόκειται για καταστάσεις όπου η συνεργασία μπορεί να αντικαταστήσει τη σύγκρουση στη βάση δεσμευτικών συμφωνιών (όπως Π.χ. στην πολιτική, στη διπλωματία, στις μακροπρόθεσμες σχέσεις μεταξύ ατόμων και οργανισμών), ο Nash μας προσέφερε το κλειδί με το οποίο θα ξεκλειδώσουμε τα μυστικά της κοινωνίας.

1.3Η λύση Nash του διαπραγματευτικό πρόβλημα:

Η μοναδική κατανομή (ή μοιρασιά) που χαρακτηρίζεται από τις τρεις γενικά αποδεκτές ιδιότητες που αναφέρθηκαν προηγουμένως, είναι εκείνη που μεγιστοποιεί το γινόμενο των ωφελειών / χρησιμοτήτων των διαπραγματευτών. Εφόσον αυτές οι τρεις ιδιότητες είναι μοναδικά και γενικά αποδεκτές, η λύση Nash αποτελεί τη μοναδικά ορθολογική επίλυση του διαπραγματευτικού προβλήματος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

1.1Ο πόλεμος εναντίον της απροσδιοριστίας

Απροσδιοριστία: η Αχίλλειος πτέρνα του Nash

Ισχύς της θεωρίας του Nash είναι η *μοναδικότητα* των προσφερόμενων "λύσεων". Στο *Παίγνιο* 3 ή στο *Παίγνιο* 4 (α και *β),* δεν είναι εμφανές ότι υπάρχει μια και μοναδικά ορθολογική λύση. Κι όμως. Ο Nash κατέδειξε (προκαλώντας το θαυμασμό μας) μια *μοναδική* ισορροπία σε αυτά τα παίγνια. Το ίδιο και στην περίπτωση του διαπραγματευτικού προβλήματος. Από τις άπειρες πιθανές ισορροπίες, ο Nash διέκρινε *μια* την οποία μας παρουσίασε ως τη *μοναδική* ορθολογική συμφωνία μεταξύ των μερών. Εφόσον λοιπόν δεχθούμε πως η κοινωνική ιστορία δεν είναι παρά μια συνεχής ροή κοινωνικών παιγνίων και διαπραγματεύσεων, τότε κάλλιστα μπορούμε να δεχθούμε πως μια θεωρία που δίνει *μοναδικές* λύσεις σε αυτά τα παίγνια και τις διαπραγματεύσεις είναι άξια του τίτλου "Θεωρία του Κοινωνικού Γίγνεσθαι". Πρόσεξες όμως, αγαπητέ αναγνώστη. την επαναλαμβανόμενη λέξη - κλειδί στην παραπάνω παράγραφο; Είναι η λέξη "μοναδική / κές".

Πράγματι, μια θεωρία που καταδεικνύει μοναδικές λύσεις σε πολύπλοκα προβλήματα έχει μεγαλύτερη ισχύ (και συνεπώς αξία) από κάποια άλλη που δεν μπορεί να διακρίνει μεταξύ *πολλαπλών* λύσεων. Μετεωρολόγος ο οποίος μας λέει ότι αύριο μπορεί να βρέξει, αλλά μπορεί και να μη βρέξει, είναι λιγότερο χρήσιμος από άλλον του οποίου η πρόβλεψη είναι συγκεκριμένη. Έτσι και με τη θεωρία του Nash. Εάν όντως κατεδείκνυε *μοναδικές* λύσεις (δηλαδή προβλέψεις) στις περισσότερες των κοινωνικών καταστάσεων όπου τα εμπλεκόμενα μέρη δρουν ορθολογικά, η αξία της θα ήταν ανεκτίμητη. Δυστυχώς, κάτι τέτοιο δεν ισχύει. Μόνο σε ειδικές περιπτώσεις (π.χ. τα στατικά *Παίγνια* 3 και 4) συμβαίνει να υφίσταται μοναδική ισορροπία Nash. Στις πιο ενδιαφέρουσες κοινωνικές και οικονομικές συγκρούσεις και αλληλεπιδράσεις, η θεωρία του Nash καταλήγει σε *πολλαπλές* λύσεις. Πολλά από τα πιθανά αποτελέσματα, αν όχι όλα, εμφανίζονται ως ισορροπίες Nash. Μια θεωρία όμως που εξηγεί (ως πιθανές ισορροπίες) *όλα* τα πιθανά αποτελέσματα, και συνεπώς προβλέπει ότι τα πάντα είναι πιθανά, τελικά δεν εξηγεί και δεν προβλέπει τίποτα!

Περιληπτικά, το τεράστιο αγκάθι της θεωρίας Παιγνίων είναι το πρόβλημα των πολλαπλών ισορροπιών Nash. Παρουσιάζεται μάλιστα ανελέητο σε όλες τις κατηγορίες Παιγνίων. Στα στατικά παίγνια έχουμε μεν παίγνια με μοναδικές ισορροπίες (π.χ. τα *Παίγνια* 3 και 4) όμως έχουμε και πολλά ενδιαφέροντα παίγνια με πολλαπλές ισορροπίες (π.χ. τα *Παίγνια* 7 και 8 παρακάτω). Το πιο ανησυχητικό φαινόμενο είναι ότι όταν τα στατικά παίγνια επαναλαμβάνονται (ακόμα και αυτά με μοναδικές ισορροπίες), τότε ο αριθμός των ισορροπιών Nash τείνει στο άπειρο. Τα οποίο και σημαίνει ότι, η ισορροπία Nash δεν είναι σε θέση να φωτίσει την ιστορική διαδικασία, ακόμα και αν δεχθούμε πως η τελευταία δεν είναι τίποτα άλλο από μια αλυσίδα Παιγνίων που εκτυλίσσονται στον ιστορικό χρόνο. Ο λόγος είναι απλός: η πολλαπλότητα των ισορροπιών Nash ισοδυναμεί με απροσδιοριστία. Και μια θεωρία, η οποία παραλύει υπό την επήρεια της απροσδιοριστίας, δεν μπορεί να αυτοπαρουσιάζεται ως *η* "Θεωρία του Κοινωνικού Γίγνεσθαι".

	BI	B2	
AI	+1, 1	2, 0	1/2
A2	O, 2	+3, 3-	1/2
	½	1/2	NEMS

	BI	B2	
AI	-2,-2	+2, 0-	1/3
A2	+0, T	I, 1	2/3
	1/3	2/3	NEM

Παίγνιο 7: Επισφαλής συντονισμός

Παίγνιο 8: Γεράκι - Περιστερά

Ας πάρουμε μια γεύση του προβλήματος της απροσδιοριστίας. Στα *Παίγνια 7* και 8 οι παίκτες αντιμετωπίζουν ένα σημαντικό πρόβλημα: ακόμα και εάν γνώριζαν τη θεωρία Nash, δεν ξέρουν τι πρέπει να κάνουν! Αυτό συμβαίνει επειδή η κάθε μια στρατηγική τους επιλογή αντιστοιχεί και σε μια ισορροπία Nash. Θυμήσου ότι ισορροπία Nash έχουμε στο αποτέλεσμα όπου συμπίπτει ένα θετικό με ένα αρνητικό πρόσημο (δηλαδή η στρατηγική της Α είναι η βέλτιστη απόκριση στη στρατηγική επιλογή του Β και το αντίθετο). Όμως σε αυτά τα παίγνια, έχουμε δύο τέτοιες ισορροπίες: Στο *Παίγνιο* 7 οι συνδυασμοί στρατηγικών (Α1, Β1) και (Α2, Β2) είναι ισορροπίες Nash, ενώ στο *Παίγνιο* 8 το ίδιο ισχύει με τις ισορροπίες (Α1, Β2) και (Α2, Β1).

Πώς ερμηνεύεται η απροσδιοριστία σε αυτές ης δύο περιπτώσεις; Στο *Παίγνιο* 7 το πρόβλημα των παικτών είναι πώς θα καταφέρουν να συντονιστούν στο αποτέλεσμα (Α2, Β2) που δίνει τις μέγιστες μονάδες ωφέλειας/ χρησιμότητας και στους δύο. Άρα, δεν πρόκειται για ανταγωνιστικό παίγνιο, μιας και το όφελος του ενός μεγιστοποιείται όταν μεγιστοποιείται και το όφελος του άλλου. Αυτό όμως δε σημαίνει ότι θα τα καταφέρουν να συντονιστούν στην ισορροπία (Α2. Β2). Ο λόγος είναι η ύπαρξη μιας δεύτερης ισορροπίας της (Α1, Β1). Αν και η (Α2, Β2) είναι προτιμότερη από την (Α1, Β1) και για τους δύο παίκτες, δεν μπορούμε να είμαστε σίγουροι ότι θα επιλέξουν τις στρατηγικές Α2 και Β2 αντίστοιχα, *όσο ορθολογικοί και εάν είναι.* Γιατί; Επειδή εάν η Α προσδοκά ότι ο Β θα επιλέξει τη Β1, τότε η βέλτιστη απόκρισή της είναι η Α1. Και εάν ο Β προσδοκά ότι η Α προσδοκά πως ο Β προσδοκά ότι η Α θα παίξει την Α1 τότε η Α προσδοκά ότι ο Β θα παίξει Β1, οπότε η καλύτερή της επιλογή είναι. όντως, η Α1 (καθιστώντας έτσι την Β1 τη βέλτιστη επιλογή του Β).

Με άλλα λόγια, στο Παίγνιο 7 το αποτέλεσμα (Α1, Β1), αν και χειρότερο από το (Α2, Β2), είναι και αυτό μια ισορροπία Nash, η οποία κάλλιστα μπορεί να επιλεχθεί από ορθολογικούς παίκτες. Μάλιστα, η (Α1, Β1) υποστηρίζεται από το γεγονός ότι είναι περισσότερο ελκυστική για παίκτες που προτιμούν τις λιγότερο επικίνδυνες στρατηγικές. Αυτό φαίνεται εύκολα όταν προσέξουμε ότι οι επιλογές Α1 (της Α) και Β1 (του Β) δεν υπάρχει περίπτωση να τους αφήσουν χωρίς καθόλου κέρδος (ή ωφέλεια / χρησιμότητα). Είτε θα τους δώσουν 1 είτε 2 μονάδες. Αντίθετα οι επιλογές Α2 και Β2 μπορεί να τους αφήσουν με μηδενική ωφέλεια/ χρησιμότητα εάν αποτύχουν να συντονιστούν (δηλαδή να παίξουν A2 και B2 αντίστοιχα).

Το απλό συμπέρασμα στην προκειμένη περίπτωση είναι ότι η θεωρία του Nash δε βοηθά τους παίκτες να επιλέξουν μεταξύ των δύο στρατηγικών τους (δεδομένου ότι και η μια αλλά και η άλλη αντιστοιχούν σε μια ισορροπία Nash). Το ίδιο συμβαίνει και με άλλα ενδιαφέροντα παίγνια, Π.χ. το ανταγωνιστικό *Παίγνιο* 8 όπου η πρώτη στρατηγική του κάθε παίκτη (A1 και B1) μπορεί να θεωρηθεί ως η επιθετική επιλογή, ενώ η δεύτερη στρατηγική (A2 και B2) είναι η υποχωρητική στρατηγική (ή η στρατηγική της "περιστε-ράς"). Αν και οι δύο "επιτεθούν" το κόστος της σύγκρουσης είναι μεγάλο και για τους δύο (-2). Αντιθέτως, η αμοιβαία υποχωρητικότητα αμείβει και τους δύο με 1 μονάδα ωφέλειας/ χρησιμότητας. Το πρόβλημα όμως είναι ότι το "ειρηνικό" και "δίκαιο" αποτέλεσμα (A2, B2) δεν αποτελεί ισορροπία Nash, επειδή η βέλτιστη απόκριση στην υποχωρητικότητα του αντιπάλου είναι η "επίθεση". Πράγματι. παρατηρούμε ότι έχουμε δύο ισορροπίες Nash στο *Παίγνιο* 8: σύμφωνα με την πρώτη, η A επιτίθεται (A1) και ο B υποχωρεί (B2) , ενώ στη δεύτερη ισορροπία, η A υποχωρεί (A2) και ο B επιτίθεται (B1). Να άλλη μια περίπτωση απροσδιοριστίας λόγω πολλαπλών ισορροπιών Nash!

Τι συνιστά ο Nash στην A (και στον B) σε αυτό το παίγνιο; "Τίποτα και όλα", είναι η θλιβερή απάντηση, μιας και όλες οι στρατηγικές του κάθε παίκτη είναι ισορροπίες Nash. Είναι πλέον εμφανές πως αυτή η παράλυση της θεωρίας Nash διακινδυνεύει την επιρροή της στις κοινωνικές επιστήμες. Τα *Παίγνια 7* και 8 είναι βαθιά ριζωμένα στο οικονομικό και κοινωνικό γίγνεσθαι και γι' αυτό θα περίμενε κανείς η θεωρία παιγνίων να έχει κάτι συγκεκριμένο να πει για αυτά. Για να δούμε τη σημασία των παιγνίων αυτών αρκεί να αναλογιστούμε τα εξής:
Σε σχέση με το *Παίγνιο* 7, το Κοινωνικό Πρόβλημα συνήθως αφορά τη δυνα-τότητα των ατόμων να συντονίζουν τις δραστηριότητές τους και να ξεπερνούν το φόβο ότι "ένας κούκος δε φέρνει την άνοιξη". Σύμφωνα με τον Rousseau, το πρόβλημα δεν είναι ότι ως άτομα δεν ενδιαφερόμαστε για το Γενικό Συμφέρον. Ακόμα και να ενδιαφερόμαστε για αυτό, συχνά πέφτουμε θύματα της απαισιοδοξίας, αμφισβητώντας ότι θα είναι αρκετοί εκείνοι που θα κάνουμε την κοινωνικά "σωστή" επιλογή. Έτσι, καταλήγουμε στη "μίζερη"

εξυπηρέτηση του στενού μας, ατομικού συμφέροντος με θύμα το Γενικό Συμφέρον. Στο πλαίσιο του *Παιγνίου* 7 αυτή η σκέψη παίρνει την εξής μορφή: Η Α θα ήθελε να επιλέξει με γνώμονα το κοινό συμφέρον (στρατηγική Α2) αλλά μόνο αν είναι αισιόδοξη ότι και ο Β θα κάνει το ίδιο (δηλαδή ότι θα επιλέξει τη *Β2).* Αν όμως διακατέχεται από την απαισιοδοξία που απεχθανόταν ο Rousseau, η Α μπορεί να φοβάται ότι ο Β θα φοβάται ότι η Α θα φοβάται ότι ο Β θα είναι απαισιόδοξος όσον αφορά το κατά πόσο το Γενικό Συμφέρον θα εξυπηρετηθεί -δηλαδή το κατά πόσον θα επιλέξουν την ισορροπία (Α2, *Β2)-* τότε η Α προσδοκά ότι ο Β προσδοκά ότι η Α θα επιλέξει τη στρατηγική Α1, και συνεπώς η Α προσδοκά ότι ο Β (ως ορθολογικό άτομο) θα επιλέξει τη *Β1,* οπότε η Α (ως ορθολογικό άτομο) δεν έχει επιλογή άλλη παρά την Α1.

Σε σχέση τώρα με το *Παίγνιο* 8, οι περισσότερες οικονομικές συναλλαγές συνδυάζουν την προοπτική της αμοιβαίας ωφέλειας με μια δόση ανταγωνισμού και αντιπαλότητας. Όταν για παράδειγμα η Α πουλάει ένα αγαθό στον Β. Έτσι λοιπόν, από τη μια μεριά, όταν συμφωνήσουν ταυτόχρονα "ξεκλειδώνουν" την αμοιβαία ωφέλεια και αποφεύγουν μια πιθανή σύγκρουση. Παράλληλα όμως, έχουν και λόγο να είναι επιθετικοί με στόχο την επίτευξη μιας τιμής που συμφέρει περισσότερο τους ίδιους και λιγότερο τον "άλλο". Το *Παίγνιο* 8 αποτελεί την απλούστερη απεικόνιση αυτής της κατάστασης, αναδεικνύοντας τα αντιφατικά κίνητρα των δύο παικτών:

"Να υποχωρήσω, έτσι ώστε να αποφευχθεί η σύγκρουση και να ωφεληθούμε και οι δύο;", "Ή μήπως να είμαι περισσότερο επιθετική για να αυξήσω τα οφέλη μου;" Όπως είδαμε προηγουμένως, απάντηση δε δίνεται από την ισορροπία Nash μιας και *στις δύο* επιλογές συνάδουν με *κάποια* από τις υπάρχουσες ισορροπίες Nash.

Βλέπουμε λοιπόν πως η πρώτη υπέροχη ιδέα του Nash (η έννοια της ισορροπίας) αφήνει άλυτα βασικά παίγνια που χαρακτηρίζουν την κοινωνική ζωή. Ο λόγος; Οι πολλαπλές ισορροπίες. Είτε πρόκειται για το πρόβλημα του συντονισμού δράσης *n* ατόμων είτε για την διευθέτηση οικονομικών ανταγωνισμών , η θεωρία Nash αδυνατεί να υποδείξει ποιες από όλες τις πάμπολλες (ακόμα και άπειρες, στην περίπτωση των επαναλαμβανόμενων παιγνίων) ισορροπίες θα πρέπει να περιμένουμε. Όσο για τη δεύτερη υπέροχη ιδέα του Nash (τη λύση στο διαπραγματευτικό πρόβλημα που μελετήσαμε στο προηγούμενο μέρος), και εκεί ελλοχεύει ο πρόβλημα της απροσδιοριστίας. Ναι μεν ο Nash απέδειξε ότι μόνο μια συμφωνία συνάδει με τις τρεις ιδιότητες που μας ζήτησε να δεχθούμε, όμως μετά από ώριμη σκέψη αρχίζουμε να έχουμε αμφιβολίες για τη μοναδικότητα των τριών αυτών ιδιοτήτων.

Ας πάρουμε για παράδειγμα την τρίτη ιδιότητα εκείνη που λέει ότι η λύση πρέπει να μην επηρεάζεται από την "απαγόρευση" άλλων, εναλλακτικών κατανομών στις οποίες δεν θα κατέληγαν οι A και B, *ακόμα και εάν δεν ήταν' "απαγορευμένες".* Ρωτούσε ο Nash: "Γιατί να επηρεάσει τους διαπραγματευτές. να τους αποπροσανατολίσει αν θέλετε, η απαγόρευση μιας συμφωνίας στην οποία δεν θα κατέληγαν έτσι κι αλλιώς;" Αν το σκεφτούμε καλύτερα, δεν είναι απαραίτητο ότι θα τους επηρεάσει μια τέτοια απαγόρευση. Αλλά, από την άλλη. δεν είναι και ανορθολογικό να επηρεαστούν. Π.χ. ένα συνδικάτο απαιτεί αύξηση 10% του βασικού μισθού ενώ ο εργοδότης προσφέρει το πολύ 3%. Αρχίζουν οι διαπραγματεύσεις, οι οποίες καταλήγουν στη συμφωνία ο βασικός μισθός να αυξηθεί κατά 6%. Ας επαναλάβουμε αυτό το παράδειγμα με μια διαφορά:

Το Κράτος επιβάλει στον εργοδότη (δια νόμου) πως αν είναι να τα βρει με το συνδικάτο, η ελάχιστη αύξηση του κατώτατου μισθού δεν μπορεί να είναι μικρότερη του 4%. Η τρίτη ιδιότητα που μας ζήτησε να δεχθούμε ο Nash ήταν η παραδοχή πως αυτή η κρατική παρέμβαση δε θα επηρεάσει τη συμφωνία μεταξύ συνδικάτου και εργοδότη (6%), μιας και απαγορεύει συμφωνία (αύξηση κάτω του 4%) στην οποία τα δύο μέρη δε θα κατέληγαν έτσι κι αλλιώς. Ναι. μπορεί να μη συμφωνούσαν από μόνοι τους σε κατώτατο μισθό κάτω του 4% (χωρίς την κρατική παρέμβαση), αλλά αυτό δε σημαίνει ότι, αναγκαστικά, το να λάβει το συνδικάτο υπόψη του την υπέρ του κρατική παρέμβαση (και αυτό να το οδηγήσει σε επιθετικότερη διαπραγματευτική στάση) είναι ανορθολογικό εκ μέρους του συνδικάτου. Ούτε και είναι ανορθολογικό το να επηρεαστεί (και να γίνει ενδοτικότερος) για τον ίδιο λόγο ο εργοδότης.

Βέβαια ο Nash έχει δίκιο ότι *δεν* είναι ανορθολογικό και το να *μην* επηρεαστούν τα δύο μέρη από την απαγόρευση συμφωνίας στην οποία δεν θα κατέληγαν έτσι κι αλλιώς. Όμως δεν έχει, πιστεύω, δίκιο να απορρίπτει έναν τέτοιο επηρεασμό ως εκ φύσεως ανορθολογικό. Η ουσία είναι η ίδια με εκείνη στα *Παίγνια* 7 και 8: η απροσδιοριστία! Το αν θα επηρεαστούν συνδικάτο και εργοδότης έχει να κάνει με την κοινή τους προϊστορία, με συμβάσεις και νόρμες που δεν είναι προιον ορθολογικών διαδικασιών, αλλά ούτε και δείγματα ανορθολογισμού. Και το να επηρεαστούν και το να μην επηρεαστούν από την έξωθεν παρέμβαση συνάδει με την ορθολογικότητα. Το οποίο σημαίνει ότι η τρίτη ιδιότητα της λύσης Nash δεν είναι *μοναδικά αποδεκτή.* Και εάν δεν είναι μοναδικά αποδεκτή, τότε δεν υπάρχει μια και μοναδική λύση στο διαπραγματευτικό πρόβλημα. Ξάφνου βρισκόμαστε ξανά στην προ του Nash (1950) κατάσταση και το διαπραγματευτικό πρόβλημα επιστρέφει στην αγκαλιά της απροσδιοριστίας!

<u>Κεφάλαιο 5</u>

<u>1.1Ισορροπίες Nash</u>

Ενώ το θεώρημα του ελάχιστου-μέγιστου του νοη Neumann είναι δυνατό να θεωρηθεί ως το θεμέλιο της θεωρίας παιγνίων, η ισορροπία Nash μπορεί δικαιολογημένα να αποκληθεί το ισόγειο πάτωμα αυτού του κτιρίου. Στην πραγματικότητα, το θεώρημα του νοη Neumann ήταν από μόνο του μία προέκταση της ιδέας που εισήχθη από τον E. Borel, δηλαδή της έννοιας της *μικτής στρατηγικής* η οποία επέκτεινε το ρεπερτόριο των ορθολογικών αποφάσεων σε καταστάσεις που εμπλέκουν θεμελιώδεις συγκρούσεις συμφερόντων. Το θεώρημα του ελάχιστου-μέγιστου (ή καταλληλότερα το θεώρημα του μέγιστου-ελάχιστου, δηλαδή, το μέγιστο από τα ελάχιστα) σκιαγραφείται με την ακόλουθη κατάσταση. Μία ενεργούσα, που καλείται *Γραμμή,* πρέπει να αποφασίσει μεταξύ των εναλλακτικών Γ1, Γ2 και Γ3, που παρίστανται από τις γραμμές του ακόλουθου πίνακα:

Πίνακας 1

	Σ1	Σ2	Σ3
Γ1	-3,3	18,-18	-20,20

Г2	-1,1	5,-5	2,-2
Г3	-2,2	-4,4	15,-15

Σ' αυτή την περίπτωση δίνεται μία σαφής απάντηση στο ερώτημα παίκτης επιλέγει τη Γραμμή (Στήλη) που του εγγυάται το μέγιστο-ελάχιστο, δηλαδή το μέγιστο από τα ελάχιστα. Ας θεωρήσουμε την κατάσταση της παίκτριας γραμμής. Οι μικρότερες αποδόσεις της στις τρεις γραμμές είναι αντίστοιχα -20,-1,-4. Η μεγαλύτερη από αυτές είναι η -1. Επομένως, σύμφωνα με την αρχή του μέγιστου-ελάχιστου, η παίκτρια Γραμμή πρέπει να επιλέξει Γ2. Η παίκτρια Στήλη βλέπει ότι η μικρότερη απόδοσή της στη στήλη Σ1 είναι 1 στη Σ2 είναι -5' στη Σ3 -2 αυτές το 1 είναι το μέγιστο (μέγιστο-ελάχιστο). Ως αποτέλεσμα, το κελί Γ2Σ1 η λύση αυτού του παιγνίου. Κανένας παίκτης δεν είναι δυνατό να έχει αποτελέσματα απέναντι σε έναν ισοδύναμα ορθολογικό συμπαίκτη. Κατά κάποιο τρόπο, η αρχή του μέγιστου-ελάχιστου αντιπροσωπεύει το "επίπεδο ασφαλείας'' του παίκτη, την απόδοση την οποία μπορεί να είναι σίγουρος ότι θα αποκομίσει τουλάχιστον σε ένα παίγνιο έναντι ενός ισοδύναμα ορθολογικού αντιπάλου.

Για να το δούμε αυτό, ας εξετάσουμε τι θα έκανε η παίκτρια Στήλη εάν γνώριζε ότι η παίκτρια Γραμμή θα επέλεγε Γ2. Θα επέλεγε Σ1, έτσι ώστε να μεγιστοποιήσει τη δική της απόδοση σ' αυτή τη Γραμμή. Αντιστρόφως, τι θα έκανε η παίκτρια Γραμμή εάν γνώριζε ότι η παίκτρια Στήλη θα επέλεγε Σ1; Ολοφάνερα, θα επέλεγε Γ2 ώστε να μεγιστοποιήσει τη δική της απόδοση. Εν συντομία, κανένας παίκτης δεν είναι δυνατό να βελτιώσει την απόδοσή του μετακινούμενος από το κελί Γ2ΣΙ, δεδομένου ότι και ο άλλος δε μετακινεί αποτελεί ένα παράδειγμα εκείνης που σήμερα καλείται *ισορροπία Nash.*

	Σ1	Σ2
Γ1	3,-3	0,0
Γ2	-5,5	2,-2

Ας υποθέσουμε ότι κάθε παίκτης επιλέγει μία γραμμή και(ή στήλη) που περιέχει τα δικό του μέγιστο – ελάχιστο. Προφανώς η παίκτρια γραμμή πρέπει να επιλέξει Γ1 και η παίκτρια στήλη Σ2 όπου η απόδοση της κάθε μίας είναι μηδέν. Εάν τώρα η γραμμή ρωτήσει τι θα επέλεγε η στήλη εάν γνώριζε ότι η γραμμή θα επέλεγε Γ1 πρέπει να υποθέσει ότι η στήλη θα επιλέξει Σ2 όπου η απόδοση της είναι μέγιστη – ελάχιστη. Τότε όμως η γραμμή θα αποκόμιζε περισσότερα επιλέγοντας Γ2 (δηλαδή 2) αντί για 0 που είναι η απόδοση της εάν επέλεγε Γ1.ωστόσο η στήλη όντας ορθολογική όσο και η γραμμή θα επέλεγε Σ1όπου θα έπαιρνε 5. η λογική της γραμμής βρίσκεται ακριβώς πίσω από τη λογική της στήλης και την οδηγεί στην επιλογή της Γ1 κλείνοντας τον κύκλο ο οποίος συνεχίζεται επ' άπειρον. Προφανώς, η αρχή του μέγιστου-ελάχιστου που εφαρμόστηκε στα αποτελέσματα του παιγνίου δύο ατόμων μηδενικού αθροίσματος δεν προδιαγράφει πάντα μία αδιαμφισβήτητη επιλογή μεταξύ των δεδομένων εναλλακτικών. Εδώ είναι που η έννοια της μικτής στρατηγικής (την οποία χρησιμοποίησε ο Borel πριν αποδείξει ο von Neumann το θεώρημα του μέγιστου-ελάχιστου) εξαλείφει την ασάφεια. Ας υποθέσουμε ότι η Γραμμή αφήνει την επιλογή της σε ένα τυχαίο μηχανισμό ο οποίος στρέφεται στο Γ1 με πιθανότητα 7/1O και στο Γ2 με πιθανότητα 3/10. Τότε, η προσδοκώμενη (στατιστικά) απόδοση της Στήλης θα είναι -21/10+15/10=-6/10 εάν επιλέξει Σ1 και 0/10-6/10=-6/10 εάν επιλέξει Σ2. Ομοίως, εάν η Στήλη χρησιμοποιήσει τη Σ1 με πιθανότητα 2/10 και τη Σ2 με πιθανότητα 8/10, τότε η προσδοκώμενη απόδοση της Γραμμής θα είναι -6/10 είτε χρησιμοποιήσει τη Γ1 είτε τη Γ2. Το ζεύγος αυτό των μικτών στρατηγικών αποτελεί τώρα την ισορροπία Nash αυτού του παιγνίου.

Πρόκειται για ισορροπία με την έννοια ότι κανένας παίκτης δεν είναι δυνατό να βελτιώσει την (προσδοκώμενη) απόδοσή του επιλέγοντας μία οποιαδήποτε άλλη στρατηγική (αμιγή ή μικτή), δεδομένου ότι ο συμπαίκτης δεν αποκλίνει από την δική του μικτή στρατηγική ισορροπίας.

Ο λόγος για τον οποίο πιστώθηκε ο von Neumann με το θεώρημα του μέγιστου-ελάχιστου (και όχι ο Borel) είναι ότι ο Borel δεν απέδειξε κάποιο θεώρημα γενικής ύπαρξης, δηλαδή, ότι κάθε παίγνιο δύο ατόμων μηδενικού αθροίσματος, στο οποίο κάθε παίκτης επιλέγει μεταξύ ενός πεπερασμένου αριθμού εναλλακτικών (στρατηγικών), έχει τουλάχιστον ένα ζεύγος στρατηγικών, αμιγών ή μικτών, που να είναι η ισορροπία. Και ο λόγος για τον οποίο αυτές οι ισορροπίες πήραν το όνομα του Nash είναι διότι ο Nash επέδειξε ένα ακόμη σημαντικότερο *θεώρημα ύπαρξης* που εμπεριέχει οποιοδήποτε πεπερασμένο αριθμό παικτών και είναι εφαρμόσιμο και σε παίγνια τα οποία δεν είναι μηδενικού αθροίσματος.

Στο *Games and Decjsjons,* την πρώτη πραγματεία στη θεωρία παιγνίων, που ακολούθησε το *Theory* of *Games and Economjc Behavjor,* των von Neumann και Morgenstern, οι R. D. Luce και H. Raiffa επισημαίνουν ότι η προέκταση του θεωρήματος του μέγιστου-ελάχιστου από τον Nash, αποτέλεσε μια σπουδαία συμβολή στη μετέπειτα εξέλιξη των μαθηματικών. Προσέφερε μια νέα προσέγγιση στο *θεώρημα του σταθερού σημείου του Brouwer,* αποτέλεσε δηλαδή συμβολή στην τοπολογία. Συνεισέφερε στην ανάπτυξη της θεωρίας των κυρτών σωμάτων. Παρακίνησε τις οικονομικές εφαρμογές του γραμμικού προγραμματισμού, ενέπνευσε τις συνεισφορές του Wald στη θεωρία των στατιστικών αποφάσεων. Εν συντομία, ενώ οι συγκεκριμένες εφαρμογές της Θεωρίας παιγνίων όσον αφορά την επιλογή ορθολογικών αποφάσεων σε πολύπλοκες καταστάσεις είναι πολύ λίγες, και είναι δυνατό να παραμείνουν τόσες, η επιρροή των θεωρητικών εννοιών των παιγνίων που αναπτύχθηκαν από τον Nash όσον αφορά τα διάφορα πεδία των μαθηματικών υπήρξαν εκτεταμένες και σημαντικές. Η δουλειά του Nash χαρακτηρίζεται από ευρηματικότητα ανακαλύπτοντας κάτι πολύ πιο πολύτιμο από εκείνο που αναζητά όπως ακριβώς έγινε με την ανακάλυψη της πενικιλίνης ή της Αμερική;.

Μέχρι τώρα, έχουμε μιλήσει για τα αποκαλούμενα παίγνια μη-συνεργασίας δηλαδή, παίγνια όπου οι παίκτες δεν μπορούν να συζητήσουν την κατάσταση και ενδεχομένως να έλθουν σε συμφωνία, ώστε να επιλέξουν στρατηγικές που να οδηγούν σε ένα ευνοϊκό αποτέλεσμα και για τους δύο. Πράγματι, τα δύο ατόμων μηδενικού αθροίσματος είναι από τη φύση τους παίγνια μη-συνεργασίας, καθώς, εξ ορισμού, οι παίκτες δεν έχουν κοινά συμφέροντα εκείνο που είναι ευνοϊκό για τον ένα είναι δυσμενές για τον άλλο στον ίδιο βαθμό.

Σε ένα παίγνιο συνεργασίας, τα συμφέροντα των παικτών εν μέρει αντιτίθενται και εν μέρει συμπίπτουν. Επιπλέον, οι παίκτες μπορούν να επικοινωνήσουν και κατά τη διάρκεια αυτής της επικοινωνίας είναι δυνατό να έρθουν σε *δεσμευτική συμφωνία* όσον αφορά το τελικό αποτέλεσμα. Για παράδειγμα ας θεωρήσουμε την περίπτωση όπου εμπλέκονται ένας πωλητής και ένας αγοραστής του ίδιου αντικειμένου. Ο πωλητής θέλει να επιτύχει όσο το υψηλότερη τιμή και ο αγοραστής θέλει να αγοράσει με όσο το δυνατό χαμηλότερη τιμή. Εδώ, τα συμφέροντα των παικτών είναι διαμετρικά αντίθετα. Ωστόσο είναι δυνατό και οι δύο να προτιμήσουν μία συμφωνία για την τιμή πώλησης παρά τη "μη πώληση" (του αγαθού). Η δυναμική της διαδικασίας που στη συμφωνία ορίζει τη *διαπραγμάτευση.* Το πρόβλημα είναι να βρεθεί μία τιμή πώλησης που να ικανοποιεί συγκεκριμένα κριτήρια. Ένα απ' αυτά είναι συμμετρία, δηλαδή, η λύση πρέπει να είναι ανεξάρτητη από την ταυτότητα παικτών- ένα άλλο είναι το βέλτιστο *κατά Pareto,* δηλαδή, μεταξύ των λύσεων πρέπει να υπάρχει μία λύση για την οποία και τα δύο μέρη προτιμούν κάποια άλλη και υπάρχουν άλλα δύο τέτοια κριτήρια. Η λύση συμπίπτει με εκείνη που ανακαλύφθηκε από τον Zeuthen είκοσι χρόνια πριν με την ανάλυση της δυναμικής της διαπραγματευτικής διαδικασίας, όπου σε κάθε στάδιο εκείνος που έχει την μικρότερη δυνατότητα να χάσει κάνοντας μια παραχώρηση, κάνει τελικά μια μικρή παραχώρηση μέχρι να έρθει η ισορροπία. Κατά τα αυστηρά πρότυπα η προσέγγιση του Nash είναι ανώτερη ως συνεισφορά στην κανονιστική θεωρία αποφάσεων.

Προκύπτει ότι ένα παίγνιο συνεργασίας είναι δυνατό να θεωρηθεί ότι αποτελείται από δύο συστατικά μέρη. Το ένα προσδιορίζει τα αποτελέσματα που ικανοποιούν τα συμφέροντα και των δύο το άλλο τα αποτελέσματα όπου τα συμφέροντα είναι διαμετρικά αντίθετα. Στο τελευταίο είναι που η διαπραγμάτευση λαμβάνει χώρα. Εάν οι κινήσεις στην διαπραγματευτική διαδικασία θεωρηθούν επίσης ως κινήσεις του παιγνίου τότε όλο το παίγνιο είναι δυνατό να θεωρηθεί ως παίγνιο μη – συνεργασίας ώστε οι θεωρίες για τα παίγνια μη συνεργασίας και συνεργασίας συγκλίνουν.

Σ ' αυτή τη θεωρία οι ισορροπίες Nash παίζουν θεμελιώδη ρόλο. Ένα παίγνιο είναι δυνατό να έχει ένα μεγάλο αριθμό τέτοιων ισορροπιών, οι οποίες μπορούν να ταξινομηθούν σύμφωνα με κάποια κριτήρια. Δύο εξαιρετικοί παιγνιοθεωρητικοί οι οποίοι μοιράστηκαν το Βραβείο Νόμπελ με τον Nash στα οικονομικά, πήραν τη σκυτάλη για να προσδιορίσουν μία συγκεκριμένη ισορροπία Nash μεταξύ όλων των υπαρκτών, σε ένα δεδομένο παίγνιο ως τη (μοναδική) λύση του παιγνίου, συνεργασίας ή μη-συνεργασίας. Το επιχείρημά τους για την αναζήτηση μίας μοναδικής ισορροπίας σε κάθε περίπτωση, προκύπτει από την ιδιότητα της ισορροπίας Nash. Πρόκειται για ένα αποτέλεσμα το οποίο δίνει σε κάθε παίκτη μια απόδοση, την οποία δεν είναι δυνατό να τη βελτιώσει μετακινούμενος σε κάποια άλλη στρατηγική, εφόσον κανένας άλλος από τους παίκτες δεν μετακινείται. Έπεται λοιπόν ότι η επιλογή αυτού του αποτελέσματος δικαιολογείται μόνο εάν κάθε άλλος παίκτης επιλέγει την ίδια ισορροπία. Και η ομοφωνία για την επιλογή αυτή μπορεί να θεωρηθεί σίγουρη μόνο εάν η επιλεγείσα ισορροπία αναγνωρίζεται ως η μοναδική. Όσο εντυπωσιακός είναι ο θεμελιώδης ρόλος που έπαιξαν οι ισορροπίες Nash στη θεωρία παιγνίων, τόσο εντυπωσιακή είναι και η "αρνητική σημασία" τους όπως υπήρξε, σε περιπτώσεις όπου η επιμονή σ' αυτές τις ισορροπίες ως λύσεις" οδηγεί σε παράδοξα, κατά κάποιο τρόπο, διαισθητικώς αβάσιμα συμπεράσματα. Ας εξετάσουμε το ακόλουθο γνωστό παίγνιο που καλείται *Δίλημμα* του *Κρατουμένου.* Εδώ, οι επιλογές του κάθε παίκτη ονομάζονται Σ (για τη συνεργασία) ή Α (για την αποστασία). Οι δείκτες αναφέρονται στους παίκτες 1 και 2 αντίστοιχα.

Πίνακας 3

	Σ1	Σ2
Γ1	10,-10	-10, 11
Γ2	11,-10	1,1

Ας σημειωθεί ότι το αποτέλεσμα Α1Α2 είναι η μόνη ισορροπία Nash σ' αυτό το παίγνιο, και επομένως, σύμφωνα με τους Harsanyi και Selten, η μοναδική λύση του παιγνίου που παίζεται μη-συνεργατικά. Ωστόσο, και για τους δύο παίκτες είναι καλύτερα εάν το αποτέλεσμα είναι Σ1Σ2 παρά Α1Α2. Ας σημειωθεί ότι το Σ1Σ2 δεν είναι ισορροπία. Κάθε παίκτης κερδίζει (παίρνει 11 παρά 10) ενώ αν μετακινηθεί από το Σ1Σ2, ενώ ο άλλος χάνει 10 αντί να κερδίζει 10 εάν δε -μετακινηθεί.

Το παράδοξο γίνεται ακόμα πιο έντονο εάν το παίγνιο επαναληφθεί πολλές φορές, όπου ο αριθμός των παρτίδων που παίζεται και το αποτέλεσμα κάθε παρτίδας είναι γνωστά και στους δύο παίκτες. Είναι δυνατό να σκεφτεί κάποιος ότι, κάτω απ' αυτές τις συνθήκες, οι παίκτες μπορούν να συμφωνήσουν σιωπηρά στην επιλογή Σ, έτσι ώστε ο καθένας να πάρει 10. Ο πειρασμός να αποστατήσει κάποιος και να βρεθεί στο Α θα αναχαιτιζόταν από την προσδοκία ότι ο συμπαίκτης θα τον τιμωρούσε επιλέγοντας και εκείνος Α την επόμενη φορά (αποφεύγοντας έτσι το -10). Εάν ωστόσο, είναι γνωστό ότι το παίγνιο θα επαναληφθεί ακριβώς 100 φορές, τότε το τελευταίο αποτέλεσμα είναι βέβαιο ότι θα είναι Α1Α2, καθώς δεν είναι δυνατό να ακολουθήσουν αντίποινα. Αυτό καθιστά την 100η φορά ένα προκαθορισμένο αποτέλεσμα και η προσοχή στρέφεται στην 99η φορά στην οποία εφαρμόζεται η ίδια λογική. Συνολικά η επιλογή Α σε κάθε μία από ης 100 φορές εμφανίζεται να είναι η μόνη λογική λύση του παιγνίου. Πράγματι, επαναλαμβάνοντας και οι δύο παίκτες το Α 100 φορές, καταλήγει να είναι η (μόνη) ισορροπία Nash αυτού του επαναλαμβανόμενου *Διλήμματος* του *κρατούμενου.*

Κεφάλαιο 6

1.1Το δίλημμα του Κρατούμενου

Ο Al Tucker επινόησε το Δίλημμα του Κρατούμενου ως ένα παράδειγμα της Θεωρίας Παιγνίων, των ισορροπιών Nash και των παραδόξων που προκύπτουν σε εκείνους που συμμετέχουν σε **μη** κοινωνικά αποδεκτές ισορροπίες, ένα πραγματικά δημιουργικό παράδειγμα, το οποίο ενέπνευσε τη συγγραφή δεκάδων εργασιών και πολλών βιβλίων.
Ο Tucker άρχισε το παράδειγμά του με μια μικρή ιστορία η οποία περιγράφεται κάπως έτσι: δυο ληστές. ο Bob Κα/ ο Al, συλλαμβάνονται κοντά στο σημείο όπου έγινε μια ληστεία και οδηγούνται στην ανακριτική υπηρεσία ο καθένας χωριστά. Εκεί ο καθένας μπορεί να επιλέξει να μην ομολογήσει ή να μην ομολογήσει και να εμπλέξει τον άλλο. Εάν κανένας τους δεν ομολογήσει. Αν κανένας τους δεν ομολογήσει τότε και οι δύο θα φυλακιστούν για ένα χρόνο με την κατηγορία της παράνομης οπλοκατοχής. Εάν ο καθένας ξεχωριστά ομολογήσει και εμπλέξει τον άλλο τότε και οι δυο φυλακίζονται για δέκα χρόνια. Όμως, εάν ο ένας ληστής ομολογήσει και εμπλέξει ων άλλο, και ο άλλος δεν ομολογήσει, τότε αυτός που συνεργάστηκε με την αστυνομία θα αφεθεί ελεύθερος, ενώ ο άλλος ληστής θα πάει φυλακή για 20 χρόνια με τις μέγιστες κατηγορίες.
Οι στρατηγικές σε αυτή την περίπτωση είναι ομολογώ ή δεν ομολογώ.
Οι αποδόσεις (οι ποινές, στην προκειμένη περίπτωση) είναι τα χρόνια φυλάκισης.
Οι παίκτες είναι ο Bob και ο Al.
Μπορούμε να εκφράσου με όλα τα παραπάνω σε ένα *πίνακα αποδόσεων* ι πολύ συνηθισμένος στη θεωρία παιγνίων.
Ο πίνακας διαβάζεται ως εξής: κάθε κρατούμενος επιλέγει μια από τις δυο στρατηγικές. Πρακτικά, ο Al επιλέγει στήλες ενώ ο Bob επιλέγει γραμμές.) Οι δύο αριθμοί σε κάθε κελί του πίνακα μας δίνουν το αποτέλεσμα για τους δύο κρατούμενους όταν επιλέγεται

κάποιο από τα τέσσερα ζεύγη στρατηγικών. Ο πρώτος αριθμός, μας δίνει την απόδοση του παίκτη που επιλέγει

		A1	
		Ομολογεί	Δεν ομολογεί
Bob	ομολογεί	10 ,10	0 , 20
	Δεν ομολογεί	20 , 0	1,1

γραμμές (του Bob) ενώ ο δεύτερος αριθμός μας δίνει τις αποδόσεις του παίκτη που επιλέγει στήλες (του A1). Οπότε (διαβάζοντας την πρώτη στήλη), εάν και οι δυο ομολογήσουν. ο καθένας φυλακίζεται για 10 χρόνια [κελί με τους αριθμούς (10,10)], αλλά εάν ο Al ομολογήσει και ο Bob δεν ομολογήσει, τότε ο Bob φυλακίζεται για 20 και ο Al αφήνεται ελεύθερος [κελί με τους αριθμούς (20,0)J.

Μα πώς λύνεται αυτό το παίγνιο; Ποιες στρατηγικές είναι ορθολογικές ώστε και οι δύο παίκτες να ελαχιστοποιήσουν τον χρόνο παραμονής στη φυλακή; ο Al μπορεί να σκεφτεί το εξής:

"Δυο πράγματα μπορεί να *συμβούν:* ο *Bob είτε* θα *ομολογήσει είτε όχι. Τότε εγώ φυλακίζομαι για* 20 *χρόνια* αν *δεν ομολογήσω, είτε φυλακίζομαι για* 1Ο *χρόνια* αν *ομολογήσω, οπότε στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι καλύτερα* να *ομολογήσω. Αν όμως* ο *Bob δεν ομολογήσει, τότε εάν δεν ομολογήσω ούτε εγώ, φυλακίζομαι μόνο για να χρόνο: εάν όμως ομολογήσω θ*α *αφεθώ ελεύθερος. Ά*ρα σε *οποιαδήποτε περίπτωση είναι καλύτερα να ομολογήσω. "*

Όμως ο Bob μπορεί να *κάνει.* και πιθανότατα *θα το κάνει,* τον ί*διο συλλο*γισμό οπότε και οι δύο καταλήγουν ν*α* ομολογήσουν και καταλήγουν να φυλακίζονται για 10 χρόνια [κελί με τους αριθμούς (10, 10)] το οποίο αποτελεί μια ισορροπία Nash του παιγνίου αυτού μιας και οι δυο παίκτες επιλέγουν αμετάκλητα τη στρατηγική ‘’ομολογώ’’. Είναι προφανές πως η έλλειψη επικοινωνίας από τη μία και η ορθολογική συμπεριφορά από την άλλη, δεν επιφέρουν το βέλτιστο αποτέλεσμα για τους κρατούμενους. Αυτό προκύπτει στην περίπτωση που τα άτομα πράττουν ορθολογικά" και δεν ομολογούν, αφού τότε φυλακίζονται και οι δύο ένα μόνο χρόνο.

Αυτό που συνέβη, στους δύο κρατούμενους είναι ότι "έπεσαν" σε μια *ισορροπία κυρίαρχης στρατηγικής*, μιας και στο παίγνιο αυτό η στρατηγική ομολογώ είναι κυρίαρχη στρατηγική. Όταν και οι δύο κρατούμενοι την επιλέγουν, τότε προκύπτει η *ισορροπία κυρίαρχης στρατηγικής..*

Το εκπληκτικό αυτό αποτέλεσμα ότι η ατομική ορθολογική δράση δεν αποφέρει το βέλτιστο αποτέλεσμα για τους παίκτες είναι αυτό που είχε τη μεγαλύτερη επίδραση στις κοινωνικές επιστήμες. Α*υτό* συνέβη διότι είναι πάρα πολλές οι αλληλεπιδράσεις στον κόσμο που διέπονται από κάποια τέτοια λογική όπως η ατμοσφαιρική ρύπανση, η εξάντληση των υδάτινων πόρων

Για να πάρουμε ένα άλλο παράδειγμα, ας θεωρήσουμε το *παίγνιο του Δειλού,* που αντιπροσωπεύεται από τον ακόλουθο πίνακα:

	Σ1	Α2
Γ1	1,1	-2, 2
Α1	2,-2	-10,10

Πίνακας 4

Το παίγνιο αυτό έχει τρεις ισορροπίες Nash, δηλαδή τις Σ1Α2, Σ2Α1 και ένα ζεύγος μικτών στρατηγικών, όπου κάθε παίκτης επιλέγει Σ με πιθανότητα και Α με πιθανότητα 1/9. Η προσδοκώμενη απόδοση που προκύπτει για κάθε παίκτη είναι 62/81. Οι πρώτες δύο ισορροπίες είναι ασύμμετρες, καθώς και η Σ1Α2 ευνοεί τη Στήλη, ενώ η Α1Σ2 ευνοεί τη Γραμμή. Εφόσον το παίγνιο από μόνο του είναι συμμετρικό (φαίνεται το ίδιο σε κάθε παίκτη), οι δύο είναι ασύμμετρες ισορροπίες απορρίπτονται από τα κριτήρια των Harsanyi-Selten. Η ισορροπία της μικτής στρατηγικής είναι συμμετρική και γι' αυτό αποτελεί επιλογή. Ας σημειωθεί ωστόσο, ότι η προσδοκώμενη απόδοση και για τους δύο σ' αυτή την ισορροπία (62/81) είναι μικρότερη απ' ό,τι στην Σ1Σ2 (=1). είναι η μέγιστο-ελάχιστη και για τους δύο παίκτες αλλά όχι ισορροπία!

Αυτά τα παράδοξα αποτελέσματα, βασιζόμενα στην υπόθεση ότι η λύση ενός παιγνίου πρέπει να είναι ισορροπία Nash, είναι δυνατό να ερμηνευτούν ως ανασκευές της θεωρίας που αναπτύχθηκε από τους Harsanyi και Selten, δηλαδή, ότι η λύση πρέπει να είναι ισορροπία Nash. Κοιτώντας την κατά ένα διαφορετικό τρόπο ωστόσο, η έννοια της λύσης Nash εμφανίζεται, σε αντίθεση, ως ακόμα πιο παραγωγική απ' το να οδηγεί απλώς σε διαισθητικώς προσδοκώμενα αποτελέσματα. Κατά κάποιο τρόπο, τα παράδοξα υπονοούν ότι οι θεμελιώδεις υποθέσεις σχετικά με το τι αποτελεί ορθολογική απόφαση σε αντιτιθέμενες καταστάσεις είναι δυνατό να είναι ακατάλληλες. Συγκεκριμένα, τα παράδοξα δείχνουν μία θεμελιώδη διαφορά μεταξύ "ατομικής" και "συλλογικής" ορθολογικότητας. Είναι δυνατό να είναι ατομικά ορθολογικό να επιλέγεται πάντα μια στρατηγική η οποία, εάν επιλεχθεί και από άλλους ακολουθώντας τις ίδιες θεωρήσεις, να οδηγεί σε μία ισορροπία, αλλά αυτή η επιλογή να μην είναι και συλλογικά ορθολογική.

Ευρέως γνωστές καταστάσεις σκιαγραφούν τη θεμελιώδη διαφορά μεταξύ των δύο. Εάν ξεσπάσει φωτιά σ' ένα γεμάτο θέατρο, η ατομικά ορθολογική κίνηση είναι να τρέξει κάποιος όσο το δυνατό γρηγορότερα στη μοναδική διαθέσιμη έξοδο. Αλλά εάν ο καθένας ακολουθήσει αυτή την τακτική, είναι δυνατό να πεθάνουν όλοι. Εάν διαδοθεί η φήμη ότι μια τράπεζα είναι στα πρόθυρα χρεοκοπίας, είναι λογικό να αποσύρει κάποιος τις αποταμιεύσεις του. Αλλά εάν ένας επαρκής αριθμός καταθετών το κάνει αυτό, η τράπεζα θα χρεοκοπήσει πραγματικά, έστω και αν η φήμη ήταν ψευδής (μια περίπτωση αυτοτροφοδοτούμενων προσδοκιών). Είναι ατομικά ορθολογικό για κάθε αλιευτικό στόλο να μεγιστοποιεί την ψαριά του. Εάν όμως όλοι οι αλιευτικοί στόλοι ακολουθήσουν αυτή τη πολιτική, πολύ σύντομα δεν θα υπάρχουν ψάρια. Πολλές απειλές που αφορούν την ευημερία της ανθρωπότητας, την πραγματικότητα ολόκληρης της βιόσφαιρας, θεωρούνται σήμερα ότι συνιστούν τα αποτελέσματα των τακτικών που ακολούθησαν διάφορα άτομα, οργανισμοί, κράτη, οι οποίες τυπικά μπορούν να αποδειχτούν ως ορθολογικές με την έννοια ότι στοχεύουν στα μέγιστα πλεονεκτήματα που είναι δυνατό να αντληθούν από την εκτίμηση των τρεχουσών καταστάσεων κατά την άποψη των ατόμων, οργανισμών ή κρατών.

Μ’ αυτό τον τρόπο, το γεγονός ότι μερικές φορές οι αποφάσεις που προτείνονται από τις ιδιότητες των ισορροπιών Nash οδηγούν σε αποτελέσματα μη παραδεκτά ‘’στο πλαίσιο της κοινής λογικής", δεν είναι αναγκαίο να αποδοθούν στα μειονεκτήματα της έννοιας αυτής, αλλά αντίθετα στη γονιμότητά της. Εκείνο το οποίο υπογραμμίζουν οι παράδοξες συνέπειες της έννοιας αυτής είναι τα μειονεκτήματα της αυστηρής ατομικής ορθολογικότητας, την περιρρέουσα σοφία, δηλαδή, την προτεραιότητα της ερώτησης *"Ποιο είναι το καλύτερο για μένα;"* έναντι της ερώτησης *"Ποιο είναι* το *καλύτερο για μας;"*

Κεφάλαιο 7

Το μοντέλο διαπραγμάτευσης κατά Nash

1.1Εισαγωγή

Πενήντα ακριβώς χρόνια πριν, ο Nash, [13], δημοσίευσε το δημιουργικό άρθρο του πάνω σ' αυτό που σήμερα είναι γνωστό ως *αξιωματική 8εωρία διαπραγμάτευσης.* Το διαπραγματευτικό πρόβλημα, όπως το μορφοποίησε, έχει γίνει ένα από τα πιο επιτυχημένα μοντέλα της θεωρίας παιγνίων. Η προσέγγιση του Nash έχει εμπνεύσει γενεές ερευνητών και η μελέτη του αποτελεί το θεμέλιο λίθο της βιβλιογραφίας που σήμερα αποτελείται από αρκετές εκατοντάδες θεωρητικές εργασίες. Η λύση που εξήγαγε από τα αξιώματα και την οποία απέδειξε ότι παράγει, για κάθε ένα πρόβλημα, τα αποτελέσματα ισορροπίας του συγκεκριμένου στρατηγικού μοντέλου που σχετίζεται με το πρόβλημα -η ‘'διαπραγματευτική λύση Nash"- έχει εφαρμοστεί σε αναρίθμητες εμπειρικές μελέτες. Παρουσιάζεται σε όλα τα εγχειρίδια θεωρίας παιγνίων όπως και στο κύριο εγχειρίδιο μικροοικονομίας. Μαζί με την *αξία Shapley* και τον πυρήνα αποτελεί το υποχρεωτικό υπόβαθρο των παιγνίων συνεργασίας στα περισσότερα μεταπτυχιακά προγράμματα των οικονομικών.

Με την πάροδο των χρόνων, η διαπραγματευτική λύση Nash έχει δεχθεί πολλές προκλήσεις, και θα ήταν υπερβολή να υποστηριχτεί ότι ο Nash ‘’έλυσε’’ το διαπραγματευτικό πρόβλημα. Η αξιωματική του ανάλυση πάσχει από συγκεκριμένους περιορισμούς, και το στρατηγικό μοντέλο του δίνει το αποτέλεσμα που προβλέπεται από την αξιωματική του μορφοποίηση μόνο κάτω από συγκεκριμένες υποθέσεις, οι οποίες δεν είναι απόλυτα ακαταμάχητες.

Εντούτοις, η εργασία του Nash παραμένει στο επίκεντρο της θεωρίας παιγνίων. Ο σκοπός αυτού του κειμένου είναι να εξηγήσει την επιτυχία του να υποδείξει τους περιορισμούς του και τον τρόπο με τον οποίο τους διευθέτησε η επακόλουθη βιβλιογραφία και να κάνει υποθέσεις για το μέλλον του Nash και, γενικότερα, για τη θεωρία που θεμελίωσε ο Nash.

1.2Το μοντέλο διαπραγμάτευσης κατά Nash

Δύο φορείς έχουν πρόσβαση σε όλες τις "εναλλακτικές" σε κάποιο εφικτό σύνολο εναλλακτικών. Οι προτιμήσεις τους, όσον αφορά αυτές τις εναλλακτικές διαφέρουν. Εάν έλθουν σε κάποιο συμβιβασμό σχετικά με κάποια συγκεκριμένη εναλλακτική, τότε αυτή είναι που λαμβάνουν. Διαφορετικά, καταλήγουν σε κάποια προκαθορισμένη εναλλακτική στο εφικτό σύνολο, το "σημείο διαφωνίας". Ο αντικειμενικός σκοπός είναι να αναπτυχθεί μια θεωρία που θα βοηθήσει να προβλεφθεί ο τρόπος με τον οποίο οι φορείς σε τέτοιες περιπτώσεις θα διευθετήσουν τις διαφορές τους, ή εναλλακτικά, θα βοηθήσουν έναν αμερόληπτο διαιτητή να προσδιορίσει ένα δίκαιο συμβιβασμό.
Για να επεξηγήσω, ας θεωρήσουμε μια διαπραγμάτευση μεταξύ της διοίκησης και των εργαζομένων σε μία επιχείρηση. Εδώ, οι εφικτές εναλλακτικές αποτελούνται από τον προσδιορισμό των μισθών, των επιδομάτων, των συνθηκών εργασίας κλπ. Η διαφωνία καταλήγει σε απεργία, αποτέλεσμα κοστίζει και στις δύο πλευρές.
Ο Nash προσδιόρισε μια συγκεκριμένη κατηγορία από τέτοιες καταστάσεις σύγκρουσης, ή "προβλήματα", και ερεύνησε για την εξεύρεση "διαπραγματευτικών λύσεων", δηλαδή, κανόνες που να υπολογίζουν, για κάθε πρόβλημα της κατηγορίας αυτής, μια εναλλακτική του συγκεκριμένου προβλήματος. Η εναλλακτική αυτή ερμηνεύεται ως ο συμβιβασμός που επιτυγχάνεται από τους φορείς μόνους τους, ή τη σύσταση που γίνεται από το διαιτητή. Μορφοποίησε έναν κατάλογο από ιδιότητες, ή "αξιώματα", τα οποία θεώρησε ότι η λύση θα πρέπει να ικανοποιεί, και καθιέρωσε την ύπαρξη και τη μοναδικότητα της λύσης που ικανοποιεί όλα τα αξιώματα η λύση αυτή καλείται σήμερα "λύση Nash. Ο Nash

εστίασε την προσοχή του στην περίπτωση των δύο ατόμων αλλά η λύση του μπορεί εύκολα να επεκταθεί και στην περίπτωση των *n* ατόμων . το ίδιο και τα αξιώματά του και το θεώρημα χαρακτηρισμού της λύσης. Ο Nash πρότεινε επίσης κάθε διαπραγματευτικό πρόβλημα να αναλύεται ως "παίγνιο μη-συνεργασίας. Για το σκοπό αυτό, θα ήταν δυνατό κάποιος να συνδέσει με το πρόβλημα ένα σύνολο στρατηγικών για κάθε ένα από τα άτομα, και να ορίσει μια συνάρτηση που να καθορίζει ένα αποτέλεσμα σε κάθε κατατομή στρατηγικών- τότε, θα μπορούσε κάποιος να ψάξει για κατατομές στρατηγικών που να ικανοποιούν κάποιες ατομικές συνθήκες βέλτιστου. Ο Nash απαίτησε η στρατηγική κάθε φορέα να είναι η βέλτιστη απόκριση στην επιλεχθείσα στρατηγική του άλλου, ώστε μια τέτοια κατατομή να αποτελεί "ισορροπία Nash" του παιγνίου. Ένα ερώτημα ιδιαίτερου ενδιαφέροντος εδώ, είναι εάν τα αποτελέσματα που επιτυγχάνονται από τις κατατομές αυτές "ανταποκρίνονται" γενικά στα αποτελέσματα που λαμβάνονται από την εφαρμογή της λύσης στην οποία ο Nash κατέληξε αξιωματικά. Ο Nash αναγνώρισε συγκεκριμένες συνθήκες (που περιγράφονται παρακάτω) κάτω από τις οποίες η απάντηση είναι καταφατική.

Κεφάλαιο 8

1.1Η αξιωματική παραγωγή της λύσης Nash

Για σκοπούς πληρότητας, παρατίθεται εδώ μία κάπως πιο επίσημη αλλά συγχρόνως σύντομη παρουσίαση εκείνου που σήμερα αποτελεί το θεώρημα Nash.

Υπάρχει ένα σύνολο από *n φορείς.* Κάθε φορέας έχει κάποιες προτιμήσεις όσον αφορά κάποιο υποκείμενο σύνολο φυσικών αποτελεσμάτων (των οποίων ο προσδιορισμός δεν αποτελεί μέρος του προβλήματος), και πιθανότητες γι' αυτές τις εναλλακτικές. Οι προτιμήσεις αυτές ικανοποιούν τα αξιώματα που μορφοποιήθηκαν από τους vοη Neumann και Morgenstem και γι' αυτό είναι δυνατό να αντιπροσωπευτούν από συναρτήσεις που ικανοποιούν ένα συγκεκριμένο τύπο προσδοκιών αποτελούν τις *συναρτήσεις ωφέλειας / χρησιμότητας* vοη Neumann Morgenstem.
Μία *εναλλακτική* είναι απλώς ένα διάνυσμα επιπέδων ωφέλειας / χρησιμότητας, δηλαδή, ένα σημείο σε έναν Ευκλείδειο χώρο με διαστάσεις ίσες με τον αριθμό των φορέων, που αποκαλείται ο "χώρος της ωφέλειας / χρησιμότητάς" τους. Το σύνολο των εναλλακτικών λαμβάνεται ως η εικόνα των φυσικών αποτελεσμάτων στο χώρο των ωφελειών / χρησιμοτήτων, και των πιθανοτήτων γι' αυτά τα αποτελέσματα και καθορίζεται άμεσα ως το υποσύνολο αυτού.
Ένα *διαπραγματευτικό πρόβλημα* αποτελείται από ένα ζεύγος (S, d) όπου S το *εφικτό σύνολο.* αποτελεί το σύνολο των εναλλακτικών, και d το *σημείο διαφωνίας.* είναι ένα σημείο του S. Οι υποθέσεις κατασκευάστηκαν έτσι ώστε το S να είναι συμπαγές και κυρτό, και να υπάρχει τουλάχιστον ένα σημείο του που να κυριαρχεί αυστηρά του d. Μία λύση είναι μία συνάρτηση ου ορίζεται για όλη αυτή την κατηγορία τέτοιων προβλημάτων, η οποία συνδέει κάθε πρόβλημα (S, d) ένα σημείο στο S. Το σημείο αυτό ερμηνεύει ένας συμβιβασμός στον οποίο θα έλθουν οι φορείς από μόνοι τους, είτε ως ένας συμβιβασμός στον οποίο θα

επέλθουν οι φορείς είτε ως σύσταση την οποία θα κάνει ένας αμερόληπτος διαιτητής.

Τα αξιώματα του Nash είναι τα ακόλουθα:

<u>1)Βέλτιστο κατά Pareto</u>: δε θα πρέπει να υπάρχει κάποιο εφικτό αποτέλεσμα το οποίο όλοι οι φορείς να θεωρούν το ίδιο επιθυμητό, και τουλάχιστον ένας φορέας να το βρίσκει πιο επιθυμητό από εκείνο που επιλέχτηκε λύση: το επιλεχθέν αποτέλεσμα πρέπει να ανήκει στο σύνολο που ‘’δεν κυριαρχείται κατά Pareto".

<u>2)Συμμετρία</u>: εάν το πρόβλημα είναι συμμετρικό σε σχέση με τη γραμμή των 45^0, το αποτέλεσμα της λύσης πρέπει να έχει ίσες συντεταγμένες.

<u>3)Σταθερότητα σε σχέση με αλλαγές της κλίμακας:</u> εάν οι ωφέλειες / χρησιμότητες von Neumann-Morgenstern είναι μοναδικές κάτω από θετικούς ομοπαράλληλους μετασχηματισμούς, το επιλεγόμενο αποτέλεσμα πρέπει να είναι αμετάβλητο κάτω από τέτοιους μετασχηματισμούς.

<u>4)Ανεξαρτησία από τη συστολή του εφικτού συνόλου</u>: εάν, διατηρώντας το σημείο διαφωνίας σταθερό, το εφικτό σύνολο συστέλλεται αλλά το αποτέλεσμα που επιλέχτηκε αρχικά παραμένει εφικτό, τότε αυτό θα πρέπει να παραμείνει το επιλεχθέν αποτέλεσμα για το νέο πρόβλημα.

Το παρακάτω θεώρημα ισχυρίζεται ότι μόνο μία λύση ικανοποιεί αυτά τα τέσσερα αξιώματα. Πρόκειται για τη λύση που επιλέγει, για κάθε πρόβλημα τη μοναδική εκείνη εναλλακτική στην οποία το γινόμενο των κερδών ωφέλειες / χρησιμότητες των φορέων στο σημείο διαφωνίας, είναι το μεγαλύτερο μεταξύ όλων των εναλλακτικών που κυριαρχούν επί του σημείου διαφωνίας.

Η λύση αποτελεί τη *διαπραγματευτική λύση Nash.*

<u>Θεώρημα 1 (το θεώρημα Nash)</u>

Η διαπραγματευτική λύση Nash είναι η μόνη λύση που ικανοποιεί το βέλτιστο κατά Pareto, τη συμμετρία, τη μη μεταβλητότητα από τις αλλαγές στην κλίμακα , και την ανεξαρτησία από τη συστολή του εφικτού συνόλου.

Η βιβλιογραφία που επακολούθησε υποκινήθηκε από διάφορες θεωρήσεις. Πρώτον, έχουν ανακύψει αντιρρήσεις εναντίον του τύπου που ορίζει τη λύση Nash: ποια οικονομική επεξήγηση πρέπει να δοθεί στο γινόμενο των κερδών των ωφελειών / χρησιμοτήτων; Έχουν προταθεί άλλες λύσεις οι ορισμοί των οποίων είναι ευκολότεροι να επεξηγηθούν. Η λύση της δίκαιης ισοκατανομής επιλέγει απλώς τη μέγιστη εναλλακτική στην οποία τα κέρδη των χρησιμοτήτων από το σημείο διαφωνίας είναι ίσα. Η *λύση των Kalai-Smorodinsky,*, επιλέγει τη μέγιστη εναλλακτική η οποία είναι ανάλογη με την κατανομή των μέγιστων ωφελειών / χρησιμοτήτων, τις οποίες μπορούν να αποκομίσουν οι φορείς ο καθένας ξεχωριστά, μεταξύ εκείνων των εναλλακτικών τις οποίες όλοι οι φορείς προτιμούν από το σημείο διαφωνίας. Αφότου ήλθαν αντιμέτωποι με το πρόβλημα για πρώτη φορά και κλήθηκαν να το επιλύσουν με το δικό τους τρόπο. οι φοιτητές επαναεπινοούν διαρκώς τη λύση της δίκαιης ισοκατανομής και τη λύση των Kalai-Smorodinsky, και περιστασιακά τη λύση των ωφελειών / χρησιμοτήτων (η οποία επιλέγει την εναλλακτική στην οποία το άθροισμα των χρησιμοτήτων είναι μέγιστο μεταξύ όλων των εναλλακτικών), και όχι τη λύση Nash. Η λύση αυτή πράγματι δεν είναι εκείνη που αυτομάτως ανακύπτει στο μυαλό κάποιου ο οποίος δεν έχει προηγουμένως εκτεθεί στη βιβλιογραφία. Εντούτοις, στο μέτρο που ο μαθηματικός τύπος προκύπτει μέσα από τα αξιώματα, το να έχει εύκολη επεξήγηση δε θα πρέπει να έχει καμία σημασία, ακόμα και αν ο σκοπός της θεωρίας είναι περιγραφικός: οι φορείς δεν είναι ανάγκη να τον κατανοούν, όπως και οι καταναλωτές σε μια αγορά δεν είναι αναγκαίο να κατανοούν τις Βαλρασιανές εξισώσεις ώστε να έχει νόημα μία ανταγωνιστική ισορροπία .

Κάποιες άλλες κριτικές της προσέγγισης του Nash αφορούν τα αξιώματα που έθεσε. Από κανονιστική άποψη είναι δύσκολο να δει κάποιος γιατί τα αποτελέσματα του βέλτιστου κατά Pareto δε θα πρέπει να είναι απαιτούμενα, ωστόσο η ιδιότητα αυτή δεν

παρατηρείται οπωσδήποτε στις πραγματικές διαπραγματεύσεις και δε φαίνεται να αποτελεί εύλογο μέρος της περιγραφικής θεωρίας.
Τη συμμετρία είναι δύσκολο να την αποφύγει κάποιος: εάν δεν υπάρχει κάποιο κριτήριο που να διακρίνει τους φορείς, πάνω σε ποια βάση είναι δυνατό να επιλέξει κάποιος το σημεία που δεν είναι συμμετρικό; Φυσικά, οι φορείς που εμπλέκονται συμμετρικά σ' ένα παίγνιο είναι δυνατό να μην είναι "οι ίδιοι" κάτω από συγκεκριμένες διαστάσεις που δεν έχουν μοντελοποιηθεί, ωστόσο έχουν σημασία για την πρόβλεψη των αποτελεσμάτων των συγκρούσεων. Για παράδειγμα, οι φορείς είναι δυνατό να διαφέρουν ως προς τις διαπραγματευτικές δεξιότητές τους και την εμπειρία τους. Μπορεί να υποστηρίξει κάποιος ότι αν οι παράγοντες αυτοί έχουν σημασία, τότε, πρέπει να ενσωματωθούν στο μοντέλο. Ωστόσο, πιθανό να μην είναι εύκολο να μορφοποιηθούν ή να ποσοτικοποιηθούν. Αντίθετα, μπορούν να προσαρμοστούν στο μοντέλο του καταργώντας απλά το αξίωμα της συμμετρίας και ερευνώντας ποιες επιπρόσθετες λύσεις γίνονται αποδεκτές. Θα περίμενε κάποιος κάθε πιθανή μεροληψία να λειτουργεί με συνεπή τρόπο σε όλα τα προβλήματα, και πράγματι αυτό δίνει η θεωρία, ως μια παραμετρική οικογένεια "σταθμισμένων λύσεων Nash που ορίζεται μεγιστοποιώντας το γινόμενο των κερδών των ωφελειών / χρησιμοτήτων υψωμένο σε δυνάμεις που διαφέρουν από φορέα σε φορέα. Το καθήκον που παραμένει τότε, σε κάθε εφαρμογή, είναι να επιλεγεί η σωστή αξία αυτής της παραμέτρου. Αυτό μπορεί αρχικά να γίνει με μια *"άσκηση ικα*νότητας": απλώς εφαρμόζουμε τη λύση σ' ένα συμμετρικό πρόβλημα και η επιλογή την οποία κάνει η λύση αποκαλύπτει την έκταση στην οποία ευνοεί συγκεκριμένους παράγοντες εις βάρος άλλων. Οι υπερβολικές παραβιάσεις της συμμετρίας διευθετούνται με άλλες λύσεις με "δικτατορικά" χαρακτηριστικά. Από κανονιστικής απόψεως, ο διαιτητής είναι δυνατό να μη θεωρήσει υποχρεωτικό να δεχτεί χαρακτηριστικά αυτά ενός φορέα που θα του παρείχαν μια λύση στις πρόσωπο με πρόσωπο διαπραγματεύσεις, και είναι δυνατό να έχει κάποιους άλλους λόγους που να θέλει να ευνοήσει κάποιον έναντι κάποιου άλλου. Για παράδειγμα αντί να είναι πρόσωπα, οι φορείς είναι

δυνατό να αντιπροσωπεύουν οντότητες όπως χώρες ή οικογένειες, οι οποίες διαφέρουν ως προς το μέγεθός τους, τις ανάγκες τους, τα δικαιώματά τους, κ.τ.λ., ώστε οι διαφορές αυτές να απαιτούν διαφορετική προσέγγιση ακόμα και αν εισέρχονται στο πρόβλημα με, σχεδόν συμμετρικό τρόπο. Επιλέγοντας κατάλληλες σταθμίσεις, ο διαιτητής μπορεί να μεροληπτεί τη σύστασή του προς την κατεύθυνση κάποιου συγκεκριμένου φορέα σε όποια έκταση αυτός επιθυμεί.

Η σταθερότητα από τις αλλαγές στην κλίμακα είναι εμφανής όταν η θεωρία προορίζεται να είναι περιγραφική, αλλά αποκλείει συμβιβασμούς που να βασίζονται σε συγκρίσεις ωφελειών /χρησιμοτήτων μεταξύ προσώπων. Στην καθημερινή ζωή, τέτοιες συγκρίσεις γίνονται συχνά κατά τη σύναψη συμβιβασμών. Ο διαιτητής είναι δυνατό κατά τον ίδιο τρόπο να αισθάνεται ότι έχει σημασία κάποιο μέτρο απόλυτης ικανοποίησης στο να γίνει μια σύσταση. Η ανεξαρτησία από τη συστολή του εφικτού συνόλου έχει γίνει το αντικείμενο των οξύτερων κριτικών. Εκτιμώντας μια διαπραγματευτική κατάσταση είναι αναπόφευκτο και πιθανόν επιθυμητό να απλοποιείται και να συνοψίζεται ώστε να καταλήγει στα κύρια χαρακτηριστικά της. Το ζήτημα είναι πόση πληροφόρηση και τι είδους πληροφόρηση θα πρέπει να παραμεριστεί κατά τη διαδικασία, και πράγματι, είναι δυνατό κάποιος να υποθέσει μία πειστική περίπτωση όπου η ανεξαρτησία αγνοεί πάρα πολλά. Οι Luce και Raiffa κατασκεύασαν

το ακόλουθο απλό παράδειγμα για να διευκρινίσουν το σημείο αυτό: ας ξεκινήσουμε από ένα συμμετρικό πρόβλημα. Τότε, στη βάση του βέλτιστου κατά Pareto και της συμμετρίας, η μόνη πιθανή επιλογή είναι το μοναδικό σημείο που δεν κυριαρχείται με ίσες συντεταγμένες -ας το ονομάσουμε X. Τώρα, ας εξαλείψουμε όλες τις εναλλακτικές στις οποίες η ωφέλεια / χρησιμότητα του φορέα 1 είναι μεγαλύτερη από την ωφέλεια / χρησιμότητά του στο X και το αντίστροφο ισχύει και για το φορέα 2. Η διαπραγματευτική θέση του φορέα 1 έχει εμφανώς επιδεινωθεί κατά τη διαδικασία, συνεπώς, γιατί δε θα έπρεπε να επιτρέπεται -αν όχι να απαιτείται- το αποτέλεσμα να εξελιχθεί εναντίον του;

Κεφάλαιο 9

1.1Το στρατηγικό παίγνιο

Πολλοί είναι εκείνοι που έχουν αναφερθεί στη συμβολή του Nash στη στρατηγική ανάλυση, ωστόσο λίγα λόγια είναι απαραίτητα εδώ ώστε να συνδέσουμε τα αξιωματικά και τα στρατηγικά μοντέλα του Nash. Το στρατηγικό παίγνιο, το οποίο ο Nash πρότεινε να προσαρτήσει στην περιληπτική περιγραφή του διαπραγματευτικού προβλήματος, είναι αρκετά απλό και φυσικό: κάθε φορέας ανακοινώνει ένα επίπεδο ωφέλειας / χρησιμότητας για τον εαυτό του, και το αποτέλεσμα αποτελεί την κατατομή αυτών των επιπέδων ωφελειών /χρησιμοτήτων, εάν η κατατομή αυτή ανήκει στο εφικτό σύνολο, ενώ διαφορετικά αποτελεί το σημείο διαφωνίας. Γενικά, το σύνολο των διανυσμάτων των αποδόσεων ισορροπίας αυτού του παιγνίου περιέχει ολόκληρο το βέλτιστο σύνολο κατά Pareto. Αντί να υποθέσει ότι κάθε σημείο στο χώρο των χρησιμοτήτων είναι εφικτό στα σίγουρα, ή ανέφικτο στα σίγουρα, ο Nash υπέθεσε ότι κάθε σημείο είναι εφικτό με κάποια συγκεκριμένη πιθανότητα. Αυτό ισοδυναμεί με αντικατάσταση του εφικτού συνόλου S από μια συνάρτηση που προσεγγίζει τη χαρακτηριστική συνάρτηση του S, όπου επιλέγει ποια στρατηγική να παίξει, κάθε φορέας κάνει μεγιστοποίηση μιας αναμενόμενης ωφέλειας / χρησιμότητας. Το αποτέλεσμα εδώ είναι ότι αν η προσέγγιση αυτή είναι ομαλή (η συνέχεια μόνη της δεν επαρκεί), και καθώς γίνεται όλο και καλύτερη, τότε τα διανύσματα των αποδόσεων της ισορροπίας Nash του παιγνίου, πλησιάζουν όλο και πιο πολύ το αποτέλεσμα που επιλέχθηκε από τη διαπραγματευτική λύση Nash.

Οι Stahl, και Rubinstein, μορφοποίησαν παίγνια εναλλασσόμενων προσφορών και υπολόγισαν τα αποτελέσματα ισορροπίας. Έδειξαν ότι καθώς ο συντελεστής προεξόφλησης πλησιάζει τη μονάδα, αυτά τα διανύσματα των αποδόσεων ισορροπίας πλησιάζουν το αποτέλεσμα διαπραγμάτευσης του Nash. Το αποτέλεσμα αυτό θεωρείται συχνά ως άλλη μια δικαίωση της λύσης Nash και στην πραγματικότητα, εκείνοι που δεν προσχωρούν στην αξιωματική προσέγγιση ή δεν είναι πεπεισμένοι από τη στρατηγική ανάλυση του Nash, θεωρούν ότι είναι ένας πιο πειστικός τρόπος για την αιτιολόγηση της λύσης του. Φυσικά, στο όριο η ισορροπία αυτών των παιγνίων ικανοποιεί τα αξιώματα του Nash και αν κάποιος δεν νιώθει άνετα με τα αξιώματα αυτά δεν θα πρέπει να κατασκευάζει μοντέλα που τα εμπλέκουν. Επιπλέον τα συμπεράσματα αυτά καταλήγουν να μην είναι τόσο ανθεκτικά όσο θα επιθυμούσε κάποιος ειδικά στην περίπτωση των παραπάνω από δύο φορέων. Εξαρτώνται σε μεγάλο βαθμό από το συγκεκριμένο τρόπο με τον οποίο έχει προσδιοριστεί το παίγνιο μη συνεργασίας ποιος μιλάει πότε και τι λέει και ποιοι κανόνες καθορίζουν τη λήξη των διαπραγματεύσεων και τις τελικές αποδόσεις.

Κεφάλαιο 10

1.1 Η μετά Nash εποχή : η συνεισφορά των John Harsanyi και Reinhard Selten

Το πρόβλημα της απροσδιοριστίας έγινε αισθητό πολύ γρήγορα. Ίσως ήταν ο βασικός λόγος που η θεωρία παιγνίων, μετά την αρχική της άνθηση στις αρχές της δεκαετίας του '50 -που οφείλεται αποκλειστικά στα άρθρα του Nash πέρασε σε μια παρατεταμένη κρίση στη διάρκεια της δεκαετίας του '60. Αν επανέκαμψε στη δεκαετία του '70, φτάνοντας στο σημείο από τη δεκαετία του '80 έως σήμερα να φιγουράρει ως *η* "Επιστήμη της Κοινωνίας", αυτό οφείλεται στους δύο συνεχιστές του Nash: στον John Harsanyi και τον Reinhard Selten.

Βασικό τους μέλημα ήταν η καταπολέμηση της απροσδιοριστίας και μέσο τους μια μέθοδος βελτίωσης (ή εκλέπτυνσης) της έννοιας της ισορροπίας που τους κληροδότησε ο Nash. Σκοπός τους ήταν να "ξεσκαρτάρουν" πολλές από τις ισορροπίες Nash θέτοντας αυστηρότερα κριτήρια για το ποια ισορροπία μπορεί να θεωρηθεί "ρεαλιστική" και ποια όχι. Ελπίδα τους ήταν ότι, με αυτά τα επιπλέον κριτήρια, οι συμβουλές και προβλέψεις της θεωρίας θα γίνονταν πιο συγκεκριμένες και το πρόβλημα που προκύπτει από τις πολλαπλές λύσεις/ ισορροπίες θα αμβλυνθεί.

Οι δύο "επίγονοι" ποτέ δεν έκρυψαν ότι δεν έκαναν τίποτα παραπάνω από το να ακολουθήσουν κατά γράμμα τις οδηγίες του Nash. Πράγματι, στα άρθρα του ο Nash είχε σκιαγραφήσει τα επόμενα βήματα που έπρεπε να γίνουν προς την κατεύθυνση της ενδυνάμωσης της θεωρίας του (δηλαδή της απόρριψης πολλών από τις πολλαπλές ισορροπίες Nash). Δύο ήταν οι βασικές ιδέες που εξέλιξαν οι Harsanyi και Selten. Η πρώτη ήταν η ιδέα να εισαχθεί στην ανάλυση η αβεβαιότητα των παικτών. Την ιδέα αυτή την ανέπτυξε με μεγάλη επιτυχία και θαυμαστή προσήλωση ο Harsanyi. Η δεύτερη ιδέα του Nash ήταν ότι ένα παίγνιο το οποίο εξελίσσεται στο χρόνο (αντί να είναι στατικό. όπως τα *Παίγνια* 3, 4, 7 και 8), ή ένα παίγνιο το οποίο επαναλαμβάνεται, είναι εντελώς διαφορετικό από τη στατική του έκδοση. Με άλλα λόγια, ο ρους του πραγματικού χρόνου αλλάζει τις ισορροπίες των παιγνίων. Την ιδέα αυτή την εκμεταλλεύτηκε στο έπακρο ο Selten.

Πώς συνδέονται αυτές οι δύο ιδέες με το μέγα πρόβλημα της απροσδιοριστίας; Όπως είδαμε, για το πρόβλημα αυτό ευθύνονται οι πολλαπλές ισορροπίες. Οι δύο ιδέες του Nash που ανέπτυξαν οι Harsanyi και Selten βοηθούν σημαντικά στη μείωση του αριθμού των ισορροπιών και, συνεπώς, απαλύνουν την απροσδιοριστία. Ας πάρουμε για παράδειγμα το *Παίγνιο* 8, όπου η απροσδιοριστία έκανε έντονη την παρουσία της (λόγω του ότι και οι δύο στρατηγικές του κάθε παίκτη αντιστοιχούν σε μια από τις δύο ισορροπίες).

Ο ίδιος ο Nash πρότεινε την εξής λύση στο πρόβλημα: δεν γνωρίζουμε τι θα γίνει. Ας το παραδεχτούμε! Άρα, δεν μπορούμε να συστήσουμε στην Α τι να κάνει. Όμως αν είναι έτσι τα πράγματα, ο Β θα πρέπει υποχρεωτικά να επιλέξει τη Β1 με πιθανότητα 2/3. Ο λόγος είναι ότι μόνο τότε η Α δε γνωρίζει τι θα πρέπει να κάνει. Γιατί εάν η πιθανότητα της Β1 είναι *έστω και λίγο* άνω (κάτω) του 2/3, τότε η Α θα ξέρει τι να κάνει! Θα πρέπει να διαλέξει την Α2 (Α1)! Το ίδιο ισχύει και για την Α η οποία θα επιλέξει την Α1 με πιθανότητα 2/3. Ο λόγος (και πάλι) είναι ότι, διαφορετικά, ο Β θα ξέρει τι να κάνει κάτι που μόλις παραδεχτήκαμε ότι δεν μπορεί να ισχύει, δεδομένης της έντονης απροσδιοριστίας του παιγνίου τούτου. Συμπερασματικά, αν δεχθούμε ότι, λόγω της απροσδιοριστίας, δεν ξέρουμε τι θα κάνουν οι παίκτες, τότε καταλήγουμε ότι θα επιλέξουν την πρώτη τους (την "επιθετική") στρατηγική με πιθανότητα 2/3 και τη δεύτερη (την "υποχωρητική") στρατηγική με πιθανότητα 1/3.

Άλλη μια φορά έκανε το θαύμα του ο Nash μετατρέποντας μια αναλυτική ήττα σε θρίαμβο. *Επειδή* η θεωρία του αποτυγχάνει να μας πει τι θα γίνει σε αυτό το παίγνιο (λόγω του προβλήματος της απροσδιοριστίας), *καταφέρνει* ο Nash να αποφανθεί για το τι θα γίνει *κατά μέσο όρο.* Πρόκειται για ένα συγκλονιστικό παράδοξο μια θεωρία που πετυχαίνει το στόχο της επειδή απέτυχε! Δεν μπορεί να συστήσει στην Α και στον Β *τι* να *κάνουν* (Α1 ή Α2, Β1 ή Β2) αλλά τους λέει με *τι πιθανότητα* να το κάνουν (δηλαδή με τι πιθανότητα να διαλέξουν την κάθε μια από τις στρατηγικές τους).

Δυστυχώς όμως πρόκειται για έναν ψεύτικο θρίαμβο εναντίον της απροσδιοριστίας. Και αυτό γιατί η Αχίλλειος πτέρνα του Nash (η απροσδιοριστία) γίνεται ακόμα πιο ευαίσθητη όταν περνάμε από τις αμιγείς στρατηγικές (π.χ. "παίξε την Α1!") στις μικτές στρατηγικές (π.χ. "παίξε την Α1 με πιθανότητα *P* και την Α2 με πιθανότητα *1-ρ").* Πολύ απλά, έστω ότι η Α γνωρίζει την παραπάνω θεωρία του Nash σύμφωνα με την οποία ο Β θα επιλέξει τη Β1 με πιθανότητα 2/3. Τότε, γιατί να επιλέξει η Α την Α1 με την ίδια πιθανότητα (των 2/3); Δεν έχει κανένα λόγο να κάνει κάτι τέτοιο. Βέβαια, δεν έχει και κανένα λόγο να μην το κάνει, όμως αυτό αποτελεί πολύ αδύναμο επιχείρημα υπέρ του ισχυρισμού του Nash ότι η Α θα επιλέξει την Α1 με πιθανότητα 2/3.

Αυτή την Αχίλλειο πτέρνα προσπάθησε να "θωρακίσει" ο Harsanyi. Ακολουθώντας κατά γράμμα την τακτική του Nash: "Παίρνουμε μια αδυναμία της θεωρίας και τη μετατρέπουμε σε πλεονέκτημα!" Στη συγκεκριμένη περίπτωση, η αδυναμία που επέλεξε ο Harsanyi ήταν η υπερβολική σιγουριά των παικτών για τα κίνητρα των αντιπάλων τους. Πρόσεξε πως στα παίγνια που έχουμε ήδη μελετήσει, ο κάθε παίκτης γνωρίζει πλήρως τις προτιμήσεις των αντιπάλων. Γνωρίζει το ίδιο καλά όπως και ο αντίπαλός του πόση ωφέλεια θα έχει ο τελευταίος *από κάθε πιθανό αποτέλεσμα.* Τα πράγματα στη ζωή είναι βέβαια πολύ πιο συγκεχυμένα. Ο κάθε παίκτης γνωρίζει τι τον "κινεί" καλύτερα απ' ό,τι οι άλλοι. Η υπόθεση του Nash ότι όλοι γνωρίζουν τα κίνητρα του καθενός *εξίσου* είναι προφανώς ιδιαίτερα "τραβηγμένη" και προβληματική. Ο Harsanyi ανέλαβε να την αντικαταστήσει με την ακόλουθη, ρεαλιστικότερη υπόθεση: οι παίκτες θεωρούν ότι ο κάθε ένας από τους *n* αντιπάλους μπορεί να έχει m διαφορετικές "προσωπικότητες" (δηλαδή m διαφορετικές αποδόσεις ή ωφέλειες/ χρησιμότητες από το κάθε ένα πιθανό αποτέλεσμα του παιγνίου). Με αυτό τον τρόπο ο Harsanyi εισήγαγε στη θεωρία παιγνίων την αβεβαιότητα που αφορά το χαρακτήρα και τα κίνητρα των παικτών, και την προσέθεσε στη στρατηγική αβεβαιότητα (Π.χ. "Τι να κάνω στο *Παίγνιο* 8 δεδομένου ότι και οι δύο στρατηγικές μου αντιστοιχούν σε μια ισορροπία;") που είχε ήδη αναλύσει ο Nash.

Αποτέλεσμα αυτού του "παντρέματος" δύο ειδών αβεβαιότητας είναι μια νέα.. διευρυμένη έννοια ισορροπίας Nash: *η ισορροπία Bayes-Nash.* Η ουσία της είναι απλή: πρόκειται για ένα σύνολο στρατηγικών, μια για κάθε παίκτη -όπως και η απλή ισορροπία Nash. Η διαφορά έγκειται στο ότι η στρατηγική της Α δεν είναι μόνο η βέλτιστη απόκριση στις στρατηγικές των αντιπάλων της Α αλλά είναι η βέλτιστη απόκριση δεδομένων των προσδοκιών της για τα κίνητρα (και το χαρακτήρα) τους. Πιο σχηματικά, ο Harsanyi μετέτρεψε ένα παίγνιο ατόμων σε ένα παίγνιο $n \times m$ "χαρακτήρων", όπου το ειδικό βάρος του κάθε "χαρακτήρα" χ δίνεται από το πόσο πιθανό είναι ο συγκεκριμένος αντίπαλο; που φέρει το όνομα Άννα ή Βασίλης να έχει το χαρακτήρα (ή τα κίνητρα) Χ. Η ισορροπία Bayes-Nash του Harsanyi δεν ήταν τελικά τίποτα άλλο από την ισορροπία Nash αυτού του παιχνιδιού, όχι μόνο μεταξύ παικτών, αλλά και των πιθανών τους χαρακτήρων. Τι σχέση μπορεί να έχει αυτό το υπόδειγμα με το μέγα πρόβλημα της απροσδιοριστίας που μας απασχολεί εδώ; Τεράστια. Θυμήσου την πανέξυπνη απάντηση του Nash παραπάνω: "Μπορεί να μη δύναμαι, Π.χ *στα Παίγνια* 7 και 8, να σου πω τι θα *γίνει,* αλλά μπορώ να σου πω με τι *πιθανότητα* θα προκύψει το κάθε αποτέλεσμα." Θυμήσου ακόμα την Αχίλλειο πτέρνα της απάντησης αυτής "Οι παίκτες δεν έχουν λόγο να συμπεριφερθούν με τρόπο που να επιβεβαιώνει τις πιθανότητες του Nash, εφόσον πιστεύουν ότι οι αντίπαλοί τους θα πιστέψουν τον Nash! Με άλλα λόγια, δεν έχουν λόγο να συμπεριφερθούν σύμφωνα με τις πιθανότητες που υποδεικνύει ο Nash, εάν πιστέψουν ότι οι αντίπαλοί τους θα ακολουθήσουν τη συμβουλή του Nash". Αυτή η κριτική στον Nash είναι καίρια. Καμία κοινωνική θεωρία που σέβεται τον εαυτό της δεν μπορεί να προβλέπει τα κοινωνικά φαινόμενα *μόνον* όταν τα άτομα που δημιουργούν με τη συμπεριφορά τους τα φαινόμενα αυτά, *αγνοούν* την εν λόγω θεωρία!

Η επέμβαση του Harsaηyi σε αυτή τη "συζήτηση" ήταν καταλυτική. Κάνοντας χρήση της ισορροπίας Bayes-Nash επιχειρηματολόγησε ως εξής: "Οι κριτές του Nash έχουν δίκιο. *Δεν* είναι πειστικό το επιχείρημα ότι τα άτομα επιλέγουν μεταξύ των πολλαπλών στρατηγικών ισορροπίας που έχουν στη διάθεσή τους με *συγκεκριμένες πιθανότητες* (π.χ. τις Α1 και Β1 με πιθανότητα 2/3 στο *Παίγνιο* 8). Αυτό που συμβαίνει είναι ότι, σε παίγνια σαν το 8, οι παίκτες είναι αβέβαιοι για το χαρακτήρα των αντιπάλων τους. Ανάλογα με τις προσδοκίες τους, κάποιοι παίκτες στη θέση της Α επιλέγουν την Α1 και κάποιοι την Α2 (και παίκτες που είναι στη θέση του Β επιλέγουν αντίστοιχα είτε τη Β1 είτε τη Β2). Κατά μέσο όρο όμως, 2/3 των παικτών επιλέγουν την πρώτη και οι υπόλοιποι τη δεύτερη επιλογή." "Οπότε", συνεχίζει ο Harsanyi "οι παίκτες δεν επιλέγουν πιθανότητες. Άλλοι επιλέγουν τη μια στρατηγική, άλλοι την άλλη. Συνολικά, όμως, είναι σαν η πρώτη στρατηγική να επιλέγεται κατά μέσο όρο με πιθανότητα 2/3."

Αυτή η παρέμβαση του Harsanyi ενίσχυσε σημαντικά τη θεωρία του Nash.

Έδωσε στους θιασώτες της τη δυνατότητα να ισχυριστούν πως η θεωρία παιγνίων παρουσιάζει τη *μοναδική* αφήγηση των κοινωνικών φαινομένων, ακόμα και στην περίπτωση της απροσδιοριστίας. Μπορεί σε παίγνια όπως τα 7 και 8 να μην ξέρουμε τι θα πράξουν επακριβώς τα ορθολογικά άτομα, όμως γνωρίζουμε τις πιθανότητες με τις οποίες θα ενστερνιστούν όλες τις διαθέσιμες στρατηγικές. Τι άλλο καταφέρνει άλλωστε η Φυσική (π.χ. η κβαντομηχανική) από το να *ανα*καλύπτει τις κατανομές πιθανοτήτων όλων των πιθανών αποτελεσμάτων; Έτσι γίνεται εμφανές πως η παρέμβαση του Harsaηyi έδωσε νέα πνοή στη μέθοδο Nash καθώς και στον ισχυρισμό ότι η θεωρία παιγνίων είναι το κλειδί που πρέπει να ξέρουν να χρησιμοποιούν όλοι ανεξαιρέτως οι κοινωνικοί επιστήμονες.

Η δεύτερη μεγάλη εξέλιξη της θεωρίας του Nash οφείλεται στον Reinhard Selten. Συνεισφορά του ήταν η μετεξέλιξη της ισορροπίας Nash από τα στατικά παίγνια στα δυναμικά δηλαδή, από παίγνια που λαμβάνουν χώρα σε μια και μοναδική στιγμή (δηλαδή εν ανυπαρξία χρόνου), σε παίγνια που εξελίσσονται στον ιστορικό χρόνο. Και πάλι η ιδέα για αυτή την εξέλιξη ανήκει στο Nash, ο οποίος εξήγησε γιατί η επανάληψη ενός παιγνίου αλλάζει τη στρατηγική του δομή. Ο Selten όμως ήταν αυτός που περιέγραψε διεξοδικά τις αλλαγές αυτές και κατάφερε να επεκτείνει την έννοια της ισορροπίας Nash θέτοντας έναν απλό όρο: *οι στρατηγικές που* *βρίσκονται σε ισορροπία να παραμένουν σε ισορροπία και όταν* το *παίγνιο εξετάζεται στιγμή προς στιγμή (ή στάδιο προς στάδιο).* Επί πλέον, σε παίγνια με πεπερασμένο χρονικό ορίζοντα, ο Selten εισήγαγε τη λογική της λεγόμενης *προς-τα -πίσω επαγωγής*. Το *Παίγνιο* 9 εξηγεί, στη βάση ενός απλού παραδείγματος, την προσέγγιση του Selten.

Περιληπτικά, η προσέγγιση του Selten στην ισορροπία βασίζεται στην αντίστροφη ανάλυση του κάθε σταδίου ενός παιγνίου (ξεκινώντας από το τελευταίο στάδιο και προχωρώντας στο προτελευταίο, μετά στο αμέσως προηγούμενο μέχρι να έρθουμε στο πρώτο). Αποτέλεσμά της είναι μια νέα μορφή ισορροπίας Nash, πιο "κομψή", περισσότερο "εκλεπτυσμένη": η αποκαλούμενη *υποπαιγνιακά τέλεια ισορροπία Nash.* Πρόκειται για την ισορροπία Nash η οποία επιβιώνει της σταδιακής ανάλυσης εκεί που πολλές από τις υπόλοιπες ισορροπίες Nash δεν αντέχουν τη ροή του πραγματικού χρόνου. Αυτό έχει σημασία. Μην ξεχνάμε την Αχίλλειο πτέρνα του Nash: τις πολλαπλές ισορροπίες οι οποίες οδηγούν στην απροσδιοριστία. Στο βαθμό που η μέθοδος ανάλυσης του Selten μειώνει τον αριθμό των ισορροπιών, αυξάνει την πειστικότητα και ισχύ της μετά-Nash θεωρίας παιγνίων.

Αυτές οι δύο σημαντικές εξελίξεις της ισορροπίας Nash (η ισορροπία BayesNash του Harsanyi και η SPNE του Selten) έδωσαν το έναυσμα για την εκρηκτική αισιοδοξία των δεκαετιών του 1970 και του 1980 η οποία κυριολεκτικά: ανάστησε τη θεωρία παιγνίων και την κατέστησε την αιχμή του δόρατος με το οποίο αλώθηκαν σχεδόν όλες οι κοινωνικές επιστήμες. Δεν υπάρχει σήμερα τομέας της κοινωνικής θεωρίας ο οποίος να μην έχει επηρεαστεί από τις ιδέες του Nash και των επιγόνων του. Αυτό οφείλεται μεν στη δύναμη αυτών των ιδεών αλλά οφείλεται εξίσου και στη σκληρή δουλειά των Harsanyi και Selten να πείσουν τους διστακτικούς κοινωνικούς επιστήμονες όπ η θεωρία του Nash είναι όχι μόνο "αισθητικά" ελκυστική, αλλά και ότι δε θα βουλιάζει στο τέλμα της απροσδιοριστίας. Δεν ήταν ούτε τυχαίο, ούτε άδικο, ότι το 1994 οι Nas Harsanyi και Selten μοιράστηκαν το βραβείο Νόμπελ Οικονομικών.

1.2Παίγνιο 9: Η ισορροπία SPNE του Selten και το Παράδοξο της Ιεράς Εξέτασης

Φιλόσοφος συλλαμβάνεται με την κατηγορία ότι σκέφτεται πολύ και πιστεύει λίγο. Ο Μέγας Ιεροεξεταστής απαγγέλλει την εξής κατηγορία: "Σήμερα, ημέρα Κυριακή, σε καταδικάζω να ριχτείς στην πυρά. Δε θα σου πω ποια μέρα θα καείς. Δύο μόνο θα σου πω: (α) η εκτέλεσή σου θα γίνει το πολύ μέχρι και την επόμενη Κυριακή, και (β), θα γίνει μια μέρα που *δε* θα *είσαι απόλυτα σίγουρος,* στη βάση ενός ορθολογικού σκεπτικού, *ότι* θα *καείς εκείνη* την μέρα". Με το που ακούει την καταδίκη του, ο "αιρετικός" φιλόσοφος χαμογελάει, σίγουρος ότι γλίτωσε.

Ο λόγος που κατέληξε σε αυτό το αισιόδοξο συμπέρασμα έχει πανομοιότυπη δομή με την ισορροπία SPNE του Selten. Όπως και ο Selten, ο φιλόσοφός μας (α) εφαρμόζει την προς-τα- πίσω επαγωγή και (β) αναλύει το παίγνιο που έστησε ο ιεροεξεταστής στάδιο- προς-στάδιο. Το κάθε στάδιο είναι η κάθε μέρα της ερχόμενης εβδομάδας (μεταξύ της αρχικής και της επόμενης Κυριακής και οι εναλλακτικές, ανά μέρα, των παικτών "ιεροεξεταστής" και "φιλόσοφος’’ είναι, αντίστοιχα: 'Τον καίω σήμερα ή δεν τον καίω;" και "Θα με κάψει σήμερα ή δεν θα με κάψει;". Η προς-τα- πίσω επαγωγή σημαίνει ότι ο φιλόσοφος θα αρχίσει την ανάλυση του δυναμικού αυτού παιγνίου από το τελευταίο στάδιο. Ας πούμε ότι ζει μέχρι τα μεσάνυχτα του Σαββάτου. Σκέφτεται ο φιλόσοφος:

"Αφού έζησα και *σήμερα,* και *δεδομένου του όρου (α) του ιεροεξεταστή (δηλαδή ότι* θα *με κάψει* το *πολύ μέχρι* και *αύριο) είναι σίγουρο ότι* θα *πεθάνω αύριο. Ναι, αλλά σύμφωνα με τον όρο (β), από τη στιγμή που είμαι σίγουρος για αυτό, δεν μπορεί να με κάψει την επόμενη Κυριακή. Άρα. εάν ζήσω μέχρι* τα *μεσάνυχτα του ερχόμενου Σαββάτου,* θα *έχω γλιτώσει. Όμως* το *ίδιο επιχείρημα με οδηγεί* στο *συμπέρασμα ότι ούτε* το *Σάββατο μπορεί να με κάψει μιας και, έχοντας αποκλείσει την Κυριακή ως πιθανή μέρα θανάτου μου, τα μεσάνυχτα της Παρασκευής* θα *είμαι σίγουρος* ότι θα *πεθάνω* το *Σάββατο,* το *οποίο σημαίνει ότι δεν μπορεί να με κάψει το Σάββατο, κ.ο.κ. Ούτε την Παρασκευή μπορεί, ούτε την Πέμπτη, ούτε την Τετάρτη, κλπ. Συνεπώς, θα ζήσω!"*

SPNE κατά απροσδιοριοτίας: Εάν το παίγνιο αυτό είχε στατική μορφή, τότε υπάρχουν πολλές ισορροπίες Nash, δηλαδή απροσδιοριστία. Όταν όμως το παίγνιο *εκτυλίσσεται στον πραγματικό χρόνο* (και οι επιλογές των παικτών δε γίνονται ταυτόχρονα και σε μια χρονική στιγμή), οι παίκτες γνωρίζουν εξαρχής πώς θα αλληλοπαρατηρούνται στη διάρκεια της εβδομάδας και αυτό τους οδηγεί σε διαφορετικά συμπεράσματα. Τότε, ενεργοποιείται η προς-τα- πίσω επαγωγική ανάλυση του παιγνίου (στάδιο-προς- στάδιο) που, στην προκειμένη περίπτωση, κατασταλάζει στην απόρριψη όλων των ισορροπιών Nash πλην μίας: της SPNE του Selten.

Συμπεράσματα

Το μοντέλο Nash στο κείμενο του 1950 έχει αποτελέσει ένα ιδανικό επιστημονικό εργαστήριο για την ανάπτυξη της αξιωματικής μεθόδου. Ως αποτέλεσμα του προγράμματος που ενέπνευσε διαθέτουμε σήμερα ένα εννοιολογικό εργαλείο, τεχνικές επίδειξης και ένα σύνολο αποτελεσμάτων που δεν παράλληλίζονται στην θεωρία παιγνίων και στην κοινωνική επιλογή εκτός ίσως από κάποια αφηρημένη θεωρία κοινωνικής επιλογής του Arrow. Φυσικά αποτελεί μερικώς μαθηματικό ατύχημα. Το μοντέλο Nash τυγχάνει να έχει το σωστό πλούτο ώστε να είναι πιθανό. Το υπόδειγμα είναι πλούσιο σε επαρκή βαθμό ώστε να επιτρέπει την ανάπτυξη μιας προχωρημένης θεωρίας χωρίς να είναι τόσο περίπλοκο ώστε να είναι απρόσιτο. Το γεγονός ότι η αξιωματική έρευνα είναι σχετικά αργή έχει να κάνει με την μεγαλύτερη πολυπλοκότητα του μοντέλου. Παρά τους περιορισμούς της η εργασία Nash συνιστά σπουδαίο ορόσημο στην ανάπτυξη της θεωρίας των παιγνίων. Για πολλούς νέους ερευνητές αποτελεί την πόρτα για την απόκτηση πρόσβασης στην θεωρία των παιγνίων ένα αδιαμφισβήτητο πνευματικό μνημείο στο δεύτερο μισό του $20_{ου}$αιώνα. Πρόκειται πραγματικά για ένα μεγάλο επιστήμονα, ένα υπέροχο άνθρωπο.

Βιβλιογραφία

1) Border K., Segal U., ''Preferences over Solutions to the Bargaining Problem'', *Econometrica*, v.65,1997.
2) Chun Y., Thomson W., ''Monotonicity Properties of Bargaining Solutions When Applied To Economics'', Mathematical Social Sciences, v.15 1988.
3) Chun Y., Thomson W., ''Bargaining With Uncertain Disagreement Points '', *Econometrica*, v.58,1990.
4) Chun Y., Thomson W., '' Bargaining Problems With Claims'', Social Sciences, v.24 1992.
5) Gupta S., Livne Z., ''Resolving a Conflict Situation With a Reference Outcome : An Axiomatic Model'', Management Science, v.34, 1998.
6) Harsanyi J., Selten R., ''A Generalized Nash Solution for Two Person Bargaining Games with Incomplete Information'', Management Science v.18, 1972.
7) Kalai E., ''Proportional Solutions to Bargaining Situations : Inter – personal Utility Comparisons'', *Econometrica, v. 45, 1997.*
8) Kalai E., Smorodinsky M., ''Other Solutions to Nash's Bargaining Problem'', *Econometrica, v. 43, 1975.*
9) *Lensberg T., "*Stability and the Nash Solution'', Journal of Economic Theory , v. 45 1988.
10) Luce R.D., Raiffa H., Games and Decisions: Introduction and Critical Survey, New York :Wiley, 1957.
11) Mas – Colell A., Whinston M., Green J., Microeconomics, 1994.
12) Moulin H., Thomson W., ''Can everyone Benefit from Growth? Two Difficulties" , Journal of Mathematical Economics, v. 17, 1988.
13) Nash J. F., ''The Bargaining Problem'', *Econometrica,* v. 28 1950.
14) Nash J. F., ''Noncooperative Games'', Annals of Mathematics, v.54, 1951.
15) von Neunann J., Morgenstern O., Theory of Games and Economic Behavior , Princeton : Princeton University Press, 1944.

16) Peters H., *Bargaining Game Theory* , Ph.D. Thesis, Maastricht, The Netherlands, 1986b.
17) Peters H., *Axiomatic Bargaining Game Theory*, Kluwer Academic Publishers, Amsterdam, 1992.
18) Roemer J., ''The mismarriage of Bargaining Theory and Distributive Justice'', *Ethics*, v. 97, 1986.
19) Roemer J., *''A*xiomatic Bargaining Theory for Economic Environmets'', Journal of Economic Theory, v.45, 1988.
20) Roth A., *Axiomatic Models of Bargaining,*Berlin and New York : Springer – Verlag, 1979,No. 170.
21) Rubimstein A., Safra Z., Thomson W., '' On the Interpretation of the Nash Bargaining Solution and its Extension to Non – Expected Utility Preferences'', *Econometrica, v.60 ,1992.*
22) Thomson W., '' Axiomatic Theory of Bargaining with a Variable Population: A Survey of Recent Results'', Chapter 11 in the Theoritical Models of Bargaining ,(A.E. Roth, ed). Cambridge University Press, 1985,pp. 223 – 258.
23) Βαρουφάκης Γ., Θεωρία Παιγνίων, '' *Η θεωρία που φιλοδοξεί να ενοποιήσει τις κοινωνικές επιστήμες''*, εκ.Gutenberg Αθήνα,2007.
24) Κοτταρίδη Κ., Σιουρούνης Γ., Θεωρία Παιγνίων,'' αφιέρωμα στον John Nash''εκ. Ευρασία, Αθήνα 2002.