



ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
ΣΤΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ

Διπλωματική Εργασία

# **ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΠΟΣΟΤΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΣΤΟΝ ΠΡΩΤΟΓΕΝΗ ΤΟΜΕΑ: ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΗ ΜΕΛΙΣΣΟΚΟΜΙΑ**

ΤΟΥ

**ΤΣΙΡΟΖΙΔΗ ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΥ**

**ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: ΑΝΔΡΕΑΣ ΓΕΩΡΓΙΟΥ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ**

Υποβλήθηκε ως απαιτούμενο για την απόκτηση του μεταπτυχιακού διπλώματος  
ειδίκευσης στη Διοίκηση Επιχειρήσεων

ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2021

## Ευχαριστίες

Θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου σε όλους όσους συνέβαλαν με οποιονδήποτε τρόπο στην επιτυχή εκπόνηση της διπλωματικής εργασίας. Θα πρέπει να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Ανδρέα Γεωργίου για τη συνεργασία μας και την καθοδήγηση του.

Σε αυτό το σημείο θέλω να αναφέρω ανθρώπους, εκτός του ακαδημαϊκού περιβάλλοντος, που υπήρξαν σημαντικοί πόλοι στη ζωή μου, προσδίδοντας την απαιτούμενη ισορροπία. Θέλω αρχικά να ευχαριστήσω την νονά μου Ελένη Κουγλέρη για την υπομονή της και τη βοήθεια της κατά τη διάρκεια της συγγραφής της εργασίας. Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τις φίλες μου Εύη Ράπτη και Μαρίνα Αϊδινίδου για τη συνεχή και αμέριστη συμπαράσταση που μου έδειξαν τόσο σε πρακτικό όσο και ψυχολογικό επίπεδο.

Τέλος, ευχαριστώ από καρδιάς την οικογένεια μου για την αγάπη και την κατανόηση που έδειξαν σε όλη τη διάρκεια του μεταπτυχιακού προγράμματος.

## Περίληψη

Σκοπός αυτής της Διπλωματικής Διατριβής είναι η ανάπτυξη ενός μαθηματικού μοντέλου που στοχεύει στη βελτιστοποίηση της διαχείρισης ενός μελισσοκομείου την περίοδο της μελισσοκομικής άνοιξης. Αρχικά, γίνεται αναφορά στην απαραίτητη μελισσοκομική ορολογία προκειμένου να γίνουν κατανοητές οι διαδικασίες. Στη συνέχεια βρέθηκαν και μελετήθηκαν οι διαδικασίες που πραγματώνονται σε ένα μελισσοκομείο. Έπειτα, ποσοτικοποιήθηκαν οι διαδικασίες αυτές και καταγράφηκαν ως μαθηματικοί περιορισμοί. Με αυτόν τον τρόπο βρέθηκε μια συνάρτηση ανάπτυξης των μελισσοσμηνών και καταγράφηκαν οι διαδικασίες με τις οποίες ένας μελισσοκόμος μπορεί να βελτιώσει τον πολλαπλασιασμό των μελισσοσμηνών του. Κατά την επίλυση του μοντέλου προέκυψε ένα μοντέλο το οποίο δεν ήταν δυνατόν να επιλυθεί με τη μέθοδο Simplex, οπότε γραμμικοποιήθηκε με μετατροπές McCormick σε ένα που λύνεται με γραμμικό προγραμματισμό. Λαμβάνοντας υπόψη όλους τους περιορισμούς κατασκευάστηκε το μαθηματικό μοντέλο, του οποίου η επίλυση πραγματοποιείται με έναν κώδικα στην Python. Για να πραγματοποιηθεί μελέτη μερικών περιπτώσεων, υπολογίστηκαν κάποιες σταθερές. Οι σταθερές αυτές υπολογίστηκαν σύμφωνα με τις απαντήσεις των ερωτηματολογίων που συμπλήρωσε ένας αριθμός μελισσοκόμων. Οι συγκεκριμένες εφαρμογές που μελετήθηκαν αποσκοπούν να απαντήσουν στο ποια είναι η βέλτιστη κατανομή τόσο των μελισσοσμηνών όσο και των πλαισίων. Τέλος γίνονται ορισμένες προτάσεις για περαιτέρω έρευνα και βελτιστοποίηση του πολλαπλασιασμού του πληθυσμού των μελισσοσμηνών ενός μελισσοκόμου.

**Λέξεις κλειδιά:** μελισσοσμήνη, μελισσοκομία, ανάπτυξη μελισσοσμηνών, μαθηματικό μοντέλο, γραμμικοποίηση, γραμμικός προγραμματισμός, μετατροπές McCormick

## Abstract

The purpose of this master thesis is the development of a mathematical model which aims at optimising the management of an apiary during beekeeping. First of all, a reference concerning the necessary apicultural terminology for the comprehension of these procedures is included. Then, the procedures which are conducted in an aviary were recorded and analysed. Afterwards, the procedures were quantified and stored as mathematical restrictions. This way, a function regarding the development of the bee swarms was found, and the processes with which a beekeeper can improve the multiplication of these swarms were noticed. During the resolution of the model, we were led to a model which could not be solved with Simplex, that's why it was converted into a linear model according to McCormick modifications. Taking all the restrictions into account, the mathematical model was formed. The solution of this model is accomplished through Python code. In order to study a number of cases, some constant hyper-parameters were established. These figures were measured according to the responses in questionnaires completed by some beekeepers. These specific implementations which were studied aim at giving a feedback as to which is the best allocation for the bee swarms as well as the background. Finally, some suggestions for further research and optimisation of the multiplication of the bee population of a beekeeper are mentioned.

**Keywords:** swarm of bees, apiculture, bee swarm development, mathematical model, linearization, linear programming, McCormick envelopes

## Περιεχόμενα

Ευχαριστίες	i
Περίληψη	ii
Abstract	iii
Κατάλογος Εικόνων	9
Κατάλογος Πινάκων/Σχημάτων	11
1. Εισαγωγή	12
1.1 Γενικά	12
1.2 Σκοπός της Μεταπτυχιακής Διατριβής	12
1.3 Δομή Κεφαλαίων	13
2. Μελισσοκομία	14
2.1 Η μελισσοκομία στην Ελλάδα	14
2.2 Ο πολλαπλασιασμός των μελισσοσμηνών	15
2.3 Ενασχόληση με τη μελισσοκομία κατά τη διάρκεια της Μελισσοκομικής Άνοιξης	17
2.4 Η ανάπτυξη του μελισσοσμήνους	18
3. Μεθοδολογία	20
3.1 Συλλογή Δεδομένων	20
3.2 Μαθηματικό Υπόβαθρο-Μεταβλητές και Παράμετροι	20
3.2.1 Συντελεστές Βαρύτητας	22
3.2.2 Σταθμισμένος μέσος όρος	23
3.3 Διάρκεια Μελισσοκομικής Άνοιξης και περιόδου επιθεωρήσεων	23
3.4 Γραμμικό Μοντέλο(θεωρητική προσέγγιση)	24
3.4.1 Συνάρτηση ανάπτυξης	24
3.4.2 Βέλτιστο και Αποδοτικότερο	26
3.4.3 Βήματα	26
3.4.4 Κατάσταση-Διαδικασία	27
3.4.5 Ανάπτυξη	28
3.4.6 Αναδιάταξη	29
3.4.7 Αρχική κατάσταση βήμα-0	30
3.4.8 Αποσπώμενα πλαίσια	30
3.4.9 Τελική υπόθεση	31
3.4.10 Αντικειμενική συνάρτηση	31
3.5 Γραμμικό Μοντέλο(πρακτική προσέγγιση)	31
3.5.1 Εισαγωγή	31
3.5.2 Μη-γραμμικό Μοντέλο προγραμματισμού	32
3.5.3 McCormick μετατροπές (θεωρία)	33
3.5.4 McCormick μετατροπές(στο παρόν μοντέλο)	34

3.5.5 Γραμμικοποιημένο Μοντέλο	34
4. Επεξεργασία Δεδομένων και Μέθοδος Επίλυσης	36
4.1 Δεδομένα	37
4.1.1 Μέση Ημερήσια Ανάπτυξη	38
4.1.2 Μέση Διάρκεια Μελισσοκομικής Άνοιξης	38
4.1.3 Μέση Περίοδος Επισκέψεων	38
4.2 Υλοποίηση επίλυσης	39
4.2.1 Ανάπτυξη	39
4.2.2 Πλήθος Επισκέψεων	40
4.3 Επίλυση Μοντέλου	40
4.3.1 Αρχική Οθόνη	40
4.3.2 Αποτελέσματα	42
5. Διερεύνηση Κατανομών Μελισσοσμηνών	44
5.1 Κανονική Κατανομή	49
5.1.1 Μοναδική Πληθικότητα(Κανονική Κατανομή)	49
5.1.1.1 Νότια Ελλάδα	49
5.1.1.2 Βόρεια Ελλάδα	50
5.1.2 Πολλαπλές Περιπτώσεις Πληθικότητας (Κανονική Κατανομή)	52
5.1.2.1 Νότια Ελλάδα πολλαπλές περιπτώσεις πληθικότητας	52
5.1.2.2 Βόρεια Ελλάδα πολλαπλές πληθικότητες	53
5.1.3 Μοναδική Πληθικότητα και τελικά μελισσοσμήνη 10 πλαισίων(Κανονική Κατανομή)	54
5.1.3.1 Νότια Ελλάδα	54
5.1.3.2 Βόρεια Ελλάδα	55
5.1.4 Πολλαπλές Πληθικότητες και τελικά μελισσοσμήνη 10 πλαισίων(Κανονική Κατανομή)	57
5.1.4.1 Νότια Ελλάδα	58
5.1.4.2 Βόρεια Ελλάδα	59
5.1.5 Σχολιασμός(Κανονική Κατανομή)	60
5.2 Ομοιόμορφη Κατανομή	61
5.2.1 Μοναδική Πληθικότητα(Ομοιόμορφη Κατανομή)	61
5.2.1.1 Νότια Ελλάδα	61
5.2.1.2 Βόρεια Ελλάδα	62
5.2.2 Πολλαπλές Περιπτώσεις Πληθικότητας (Ομοιόμορφη Κατανομή)	63
5.2.2.1 Νότια Ελλάδα πολλαπλές περιπτώσεις πληθικότητας	63
5.2.2.2 Βόρεια Ελλάδα πολλαπλές πληθικότητες	64
5.2.3 Μοναδική Πληθικότητα και τελικά μελισσοσμήνη 10 πλαισίων(Ομοιόμορφη Κατανομή)	65

5.2.3.1 Νότια Ελλάδα	66
5.2.3.2 Βόρεια Ελλάδα	67
5.2.4 Πολλαπλές Πληθικότητες και τελικά μελισσοσμήνη 10 πλαισίων(Ομοιόμορφη Κατανομή)	68
5.2.4.1 Νότια Ελλάδα	68
5.2.4.2 Βόρεια Ελλάδα	69
5.2.5 Σχολιασμός(Ομοιόμορφη Κατανομή)	71
5.3 Πληθικότητα 6 πλαισίων	72
5.3.1 Μοναδική Πληθικότητα(Πληθικότητα 6 πλαισίων)	72
5.3.1.1 Νότια Ελλάδα	72
5.3.1.2 Βόρεια Ελλάδα	73
5.3.2 Πολλαπλές Περιπτώσεις Πληθικότητας (Πληθικότητα 6 πλαισίων)	74
5.3.2.1 Νότια Ελλάδα πολλαπλές περιπτώσεις πληθικότητας	74
5.3.2.2 Βόρεια Ελλάδα πολλαπλές πληθικότητες	75
5.3.3 Μοναδική Πληθικότητα και τελικά μελισσοσμήνη 10 πλαισίων(Πληθικότητα 6 πλαισίων)	76
5.3.3.1 Νότια Ελλάδα	77
5.3.3.2 Βόρεια Ελλάδα	78
5.3.4 Πολλαπλές Πληθικότητες και τελικά μελισσοσμήνη 10 πλαισίων(Πληθικότητα 6 πλαισίων)	79
5.3.4.1 Νότια Ελλάδα	79
5.3.4.2 Βόρεια Ελλάδα	80
5.3.5 Σχολιασμός (Πληθικότητα 6 πλαισίων)	82
5.4 Πληθικότητα 12 πλαισίων	83
5.4.1 Μοναδική Πληθικότητα (Πληθικότητα 12 πλαισίων)	83
5.4.1.1 Νότια Ελλάδα	83
5.4.1.2 Βόρεια Ελλάδα	84
5.4.2 Πολλαπλές Περιπτώσεις Πληθικότητας (Πληθικότητα 12 πλαισίων)	85
5.4.2.1 Νότια Ελλάδα πολλαπλές περιπτώσεις πληθικότητας	85
5.4.2.2 Βόρεια Ελλάδα πολλαπλές πληθικότητες	86
5.4.3 Μοναδική Πληθικότητα και τελικά μελισσοσμήνη 10 πλαισίων(Πληθικότητα 12 πλαισίων)	87
5.4.3.1 Νότια Ελλάδα	88
5.4.3.2 Βόρεια Ελλάδα	89
5.4.4 Πολλαπλές Πληθικότητες και τελικά μελισσοσμήνη 10 πλαισίων(Πληθικότητα 12 πλαισίων)	90
5.4.4.1 Νότια Ελλάδα	90
5.4.4.2 Βόρεια Ελλάδα	91

5.4.5 Σχολιασμός(Πληθικότητα 12 πλαισίων)	93
5.5 Αποτελέσματα	94
6. Διερεύνηση Κατανομών Πλαισίων	95
6.1 Μελισσοσμήνη Πληθικότητας 4 πλαισίων	99
6.1.1 Μοναδική Πληθικότητα(4 πλαισίων)	99
6.1.1.1 Νότια Ελλάδα	99
6.1.1.2 Βόρεια Ελλάδα	100
6.1.2 Πολλαπλές Περιπτώσεις Πληθικότητας(4 πλαισίων)	101
6.1.2.1 Νότια Ελλάδα πολλαπλές περιπτώσεις πληθικότητας	101
6.1.2.2 Βόρεια Ελλάδα πολλαπλές πληθικότητες	103
6.2 Μελισσοσμήνη Πληθικότητας 5 πλαισίων	105
6.2.1 Μοναδική Πληθικότητα(5 πλαισίων)	105
6.2.1.1 Νότια Ελλάδα	105
6.2.1.2 Βόρεια Ελλάδα	106
6.2.2 Πολλαπλές Περιπτώσεις Πληθικότητας(5 πλαισίων)	107
6.2.2.1 Νότια Ελλάδα πολλαπλές περιπτώσεις πληθικότητας	107
6.2.2.2 Βόρεια Ελλάδα πολλαπλές πληθικότητες	109
6.3 Μελισσοσμήνη Πληθικότητας 10 πλαισίων	110
6.3.1 Μοναδική Πληθικότητα(10 πλαισίων)	111
6.3.1.1 Νότια Ελλάδα	111
6.3.1.2 Βόρεια Ελλάδα	112
6.3.2 Πολλαπλές Περιπτώσεις Πληθικότητας(10 πλαισίων)	113
6.3.2.1 Νότια Ελλάδα πολλαπλές περιπτώσεις πληθικότητας	113
6.3.2.2 Βόρεια Ελλάδα πολλαπλές πληθικότητες	114
6.4 Μελισσοσμήνη Πληθικότητας 20 πλαισίων	115
6.4.1 Μοναδική Πληθικότητα(20 πλαισίων)	115
6.4.1.1 Νότια Ελλάδα	115
6.4.1.2 Βόρεια Ελλάδα	116
6.4.2 Πολλαπλές Περιπτώσεις Πληθικότητας(20 πλαισίων)	117
6.4.2.1 Νότια Ελλάδα πολλαπλές περιπτώσεις πληθικότητας	117
6.4.2.2 Βόρεια Ελλάδα πολλαπλές πληθικότητες	118
6.5 Σχολιασμός	120
7. Συμπεράσματα και Προτάσεις	121
Βιβλιογραφία	123
Ιστοτοποι	123
Παράρτημα	124
Παράρτημα Α:Ερωματολόγιο	124



Παράρτημα Β: Κώδικας για μοναδική πληθικότητα	130
Παράρτημα C: Κώδικας για πολλαπλές περιπτώσεις πληθικότητας	136
Παράρτημα D: Κώδικας για μοναδική πληθικότητα και τελική πληθικότητα 10 πλαισίων	142
Παράρτημα E: Κώδικας για πολλαπλές περιπτώσεις πληθικότητας και τελική πληθικότητα 10 πλαισίων	148

## Κατάλογος Εικόνων

Εικόνα 1. Μονώροφες κυψέλες (πηγή: διαδίκτυο) .....	14
Εικόνα 2. Αφесμός μαζεμένος σε κλαδί κοντά στο μελισσοκομείο (πηγή: διαδίκτυο) .....	17
Εικόνα 3. Ενδεικτικά ένα πλαίσιο με μέλισσες (πηγή: διαδίκτυο).....	19
Εικόνα 4. Ενδεικτική κάτοψη κυψέλης δέκα πλαισίων (πηγή: διαδίκτυο) .....	19
Εικόνα 5. Η αρχική οθόνη του προγράμματος, όπου γίνεται η εισαγωγή των δεδομένων .....	41
Εικόνα 6. Τυχαίο παράδειγμα.....	42
Εικόνα 7. Πλήθος μελισσοσμηνών κανονικής (κατά προσέγγιση) κατανομής .....	49
Εικόνα 8. Τα αποτελέσματα στη Νότια Ελλάδα με μοναδική πληθικότητα .....	50
Εικόνα 9. Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα με μοναδική πληθικότητα .....	51
Εικόνα 10. Τα αποτελέσματα στη Νότια Ελλάδα με πολλαπλές πληθικότητες .....	52
Εικόνα 11. Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα με πολλαπλές πληθικότητες.....	53
Εικόνα 12. Τα αποτελέσματα στη Νότια Ελλάδα με μοναδική πληθικότητα και τελική πληθικότητα 10 πλαισίων .....	55
Εικόνα 13. Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα με μοναδική πληθικότητα και τελική πληθικότητα 10 πλαισίων.....	56
Εικόνα 14. Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα με μοναδική πληθικότητα, τελική πληθικότητα 10 πλαισίων και στο 5ο βήμα τα μελισσοσμήνη να είναι πληθικότητας 15 πλαισίων.....	57
Εικόνα 15. Τα αποτελέσματα στη Νότια Ελλάδα με πολλαπλές πληθικότητες και τελική πληθικότητα 10 πλαισίων.....	58
Εικόνα 16. Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα με πολλαπλές πληθικότητες και τελική πληθικότητα 10 πλαισίων.....	59
Εικόνα 17. Πλήθος μελισσοσμηνών ομοιόμορφης (κατά προσέγγιση) κατανομής.....	61
Εικόνα 18. Τα αποτελέσματα στη Νότια Ελλάδα με μοναδική πληθικότητα .....	62
Εικόνα 19. Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα με μοναδική πληθικότητα .....	63
Εικόνα 20. Τα αποτελέσματα στη Νότια Ελλάδα με πολλαπλές πληθικότητες .....	64
Εικόνα 21. Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα με πολλαπλές περιπτώσεις πληθικότητας .....	65
Εικόνα 22. Τα αποτελέσματα στη Νότια Ελλάδα με μοναδική πληθικότητα και τελική πληθικότητα 10 πλαισίων .....	66
Εικόνα 23. Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα με μοναδική πληθικότητα και τελική πληθικότητα 10 πλαισίων.....	67
Εικόνα 24. Τα αποτελέσματα στη Νότια Ελλάδα με πολλαπλές πληθικότητες και τελική πληθικότητα 10 πλαισίων.....	69
Εικόνα 25. Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα με πολλαπλές πληθικότητες και τελική πληθικότητα 10 πλαισίων.....	70
Εικόνα 26. Πλήθος μελισσοσμηνών, όταν όλα τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 6 πλαισίων 72	
Εικόνα 27. Τα αποτελέσματα στη Νότια Ελλάδα με μοναδική πληθικότητα .....	73
Εικόνα 28. Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα με μοναδική πληθικότητα .....	74
Εικόνα 29. Τα αποτελέσματα στη Νότια Ελλάδα με πολλαπλές περιπτώσεις πληθικότητας .....	75
Εικόνα 30. Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα με πολλαπλές περιπτώσεις πληθικότητας .....	76
Εικόνα 31. Τα αποτελέσματα στη Νότια Ελλάδα με μοναδική πληθικότητα και τελική πληθικότητα 10 πλαισίων .....	77
Εικόνα 32. Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα με μοναδική πληθικότητα και τελική πληθικότητα 10 πλαισίων.....	78
Εικόνα 33. Τα αποτελέσματα στη Νότια Ελλάδα με πολλαπλές πληθικότητες και τελική πληθικότητα 10 πλαισίων.....	80

Εικόνα 34. Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα με πολλαπλές πληθικότητες και τελική πληθικότητα 10 παισιών.....	81
Εικόνα 35. Πλήθος μελισσοσμηνών, όταν όλα τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 12.....	83
Εικόνα 36. Τα αποτελέσματα στη Νότια Ελλάδα με μοναδική πληθικότητα .....	84
Εικόνα 37. Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα με μοναδική πληθικότητα .....	85
Εικόνα 38. Τα αποτελέσματα στη Νότια Ελλάδα με πολλαπλές περιπτώσεις πληθικότητας.....	86
Εικόνα 39. Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα με πολλαπλές περιπτώσεις πληθικότητας.....	87
Εικόνα 40. Τα αποτελέσματα στη Νότια Ελλάδα με μοναδική πληθικότητα και τελική πληθικότητα 10 παισιών.....	88
Εικόνα 41. Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα με μοναδική πληθικότητα και τελική πληθικότητα 10 παισιών.....	89
Εικόνα 42. Τα αποτελέσματα στη Νότια Ελλάδα με πολλαπλές πληθικότητες και τελική πληθικότητα 10 παισιών.....	91
Εικόνα 43. Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα με πολλαπλές πληθικότητες και τελική πληθικότητα 10 παισιών.....	92
Εικόνα 44. Πλήθος μελισσοσμηνών, όταν τα πλαίσια κατανέμονται σε μελισσοσμήνη πληθικότητας 4 παισιών.....	99
Εικόνα 45. Τα αποτελέσματα για τη Νότια Ελλάδα, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 4 παισιών και η αναδιάταξη γίνεται με μοναδική πληθικότητα .....	100
Εικόνα 46. Τα αποτελέσματα για τη Βόρεια Ελλάδα, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 4 παισιών και η αναδιάταξη γίνεται με μοναδική πληθικότητα .....	101
Εικόνα 47. Τα αποτελέσματα για τη Νότια Ελλάδα, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 4 παισιών και η αναδιάταξη γίνεται με πολλαπλές πληθικότητες .....	102
Εικόνα 48. Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 4 παισιών και η αναδιάταξη γίνεται με πολλαπλές πληθικότητες .....	103
Εικόνα 49. Πλήθος μελισσοσμηνών, όταν τα πλαίσια κατανέμονται σε μελισσοσμήνη πληθικότητας 5 παισιών.....	105
Εικόνα 50. Τα αποτελέσματα για τη Νότια Ελλάδα, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 5 παισιών και η αναδιάταξη γίνεται με μοναδική πληθικότητα .....	106
Εικόνα 51. Τα αποτελέσματα για τη Βόρεια Ελλάδα, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 5 παισιών και η αναδιάταξη γίνεται με μοναδική πληθικότητα .....	107
Εικόνα 52. Τα αποτελέσματα για τη Νότια Ελλάδα, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 5 παισιών και η αναδιάταξη γίνεται με πολλαπλές πληθικότητες .....	108
Εικόνα 53. Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 5 παισιών και με πολλαπλές περιπτώσεις πληθικότητας.....	109
Εικόνα 54. Πλήθος μελισσοσμηνών, όταν τα πλαίσια κατανέμονται σε μελισσοσμήνη πληθικότητας 10 παισιών.....	110
Εικόνα 55. Τα αποτελέσματα για τη Νότια Ελλάδα, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 10 παισιών και η αναδιάταξη γίνεται με μοναδική πληθικότητα .....	111
Εικόνα 56. Τα αποτελέσματα για τη Βόρεια Ελλάδα, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 10 παισιών και η αναδιάταξη γίνεται με μοναδική πληθικότητα .....	112
Εικόνα 57. Τα αποτελέσματα για τη Νότια Ελλάδα, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 10 παισιών και η αναδιάταξη γίνεται με πολλαπλές πληθικότητες .....	113
Εικόνα 58. Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 10 παισιών και με πολλαπλές περιπτώσεις πληθικότητας.....	114

Εικόνα 59. Πλήθος μελισσοσμηνών, όταν τα πλαίσια κατανέμονται σε μελισσοσμήνη πληθικότητας 20 πλαισίων .....	115
Εικόνα 60. Τα αποτελέσματα για τη Νότια Ελλάδα, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 20 πλαισίων και η αναδιάταξη γίνεται με μοναδική πληθικότητα .....	116
Εικόνα 61. Τα αποτελέσματα για τη Βόρεια Ελλάδα, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 20 πλαισίων και η αναδιάταξη γίνεται με μοναδική πληθικότητα .....	117
Εικόνα 62. Τα αποτελέσματα για τη Νότια Ελλάδα, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 20 πλαισίων και η αναδιάταξη γίνεται με πολλαπλές πληθικότητες .....	118
Εικόνα 63. Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 20 πλαισίων και με πολλαπλές περιπτώσεις πληθικότητας .....	119

## Κατάλογος Πινάκων/Σχημάτων

<b>Πίνακας 1.</b> Οι τιμές που αποδόθηκαν για τον δείκτη εμπειρίας μελισσοκόμου $K_{ij}$ για $i=1,2,\dots,5$ και $j=1,2,3$ .....	22
<b>Πίνακας 2.</b> Σταθμισμένοι μέσοι .....	37
<b>Πίνακας 3.</b> Ο πίνακας με την ημερήσια ανάπτυξη και τους υπολογισμούς .....	39
<b>Πίνακας 4.</b> Συγκεντρωτικά τα μοντέλα και οι περιορισμοί για όλα τα σενάρια .....	47
<b>Πίνακας 5.</b> Συγκεντρωτικά όλα τα σενάρια .....	48
<b>Πίνακας 6.</b> Τα αποτελέσματα της κανονικής κατανομής .....	60
<b>Πίνακας 7.</b> Τα αποτελέσματα της ομοιόμορφης κατανομής .....	71
<b>Πίνακας 8.</b> Τα αποτελέσματα 100 μελισσοσμηνών 6 πλαισίων .....	82
<b>Πίνακας 9.</b> Τα αποτελέσματα 100 μελισσοσμηνών 12 πλαισίων .....	93
<b>Πίνακας 10.</b> Τα αποτελέσματα 100 μελισσοσμηνών για όλες τις κατανομές .....	94
<b>Πίνακας 11.</b> Πίνακας σύγκρισης αποτελεσμάτων 100 μελισσοσμηνών 6 πλαισίων με 100 μελισσοσμήνη 12 πλαισίων .....	94
<b>Πίνακας 12.</b> Συγκεντρωτικά τα μοντέλα και οι περιορισμοί για όλα τα σενάρια .....	97
<b>Πίνακας 13.</b> Συγκεντρωτικά όλα τα σενάρια .....	98
<b>Πίνακας 14.</b> Πίνακας σύγκρισης αποτελεσμάτων 100 πλαισίων, αν κατανεμηθούν σε μελισσοσμήνη 4,5,10 και 20 πλαισίων .....	120
<b>Σχήμα 1.</b> Απεικόνιση διαδικασίας .....	28
<b>Σχήμα 2.</b> Οργανόγραμμα συνθέσεων .....	46
<b>Σχήμα 3.</b> Οργανόγραμμα συνθέσεων .....	96

# Ανάπτυξη και εφαρμογή ποσοτικού

## μοντέλου στον πρωτογενή τομέα:

### Εφαρμογή στη μελισσοκομία

#### **1. Εισαγωγή**

##### **1.1 Γενικά**

Η μελισσοκομία είναι τόσο τέχνη όσο και επιστήμη. Ως μελισσοκομία ορίζεται η αδιαχώριστη σχέση που έχει αναπτυχθεί μεταξύ ανθρώπου και μέλισσας, με κύρια έκφραση την τέχνη της εκτροφής των μελισσοσμηνών. Από την αρχαιότητα υπάρχουν καταγραφές περιορισμού και εκτροφής των μελισσών από τους ανθρώπους που συνέλαβαν τις μέλισσες, προκειμένου να εκμεταλλευτούν τα παραγόμενα αγαθά ενός μελισσοσμήνους και τα οφέλη τους, τοποθετώντας τις σε διάφορων ειδών «κουτιά». Αρκετά τεχνικά στοιχεία έχουν παραμείνει αναλλοίωτα στο πέρασμα του χρόνου και ένα από αυτά είναι η σημερινή μορφή των κουτιών: είναι οι κυψέλες.

Όσον αφορά τη μορφή, κάθε μελισσοσμήνος αποτελείται από μια βασίλισσα και περίπου 20.000 μέλισσες-εργάτριες, ο αριθμός των οποίων μεταβάλλεται ανάλογα με το μέγεθος του σμήνους. Τα μελισσοσμήνη στο φυσικό τους περιβάλλον δημιουργούν τις φωλιές τους σε μέρη προστατευμένα από τις καιρικές συνθήκες, όπως κοιλάματα δέντρων ή τρύπες στα βράχια. Σε κάθε εποχή του χρόνου τα μελισσοσμήνη εκτελούν και μια διαφορετική λειτουργία, απαιτώντας από τον μελισσοκόμο και την ανάλογη προσοχή στην εκάστοτε εποχή.

Αναλυτικότερα, την άνοιξη αναπτύσσονται, αναπαράγονται και πολλαπλασιάζονται, το καλοκαίρι διατηρούν το μέγεθός τους και συλλέγουν προμήθειες, το φθινόπωρο παρουσιάζουν μια μικρή ανάπτυξη πληθυσμών, ώστε να μπορέσουν να ξεχειμωνιάσουν και τον χειμώνα συρρικνώνονται δημιουργώντας μια μελισσόσφαιρα μέσα στην κυψέλη, προκειμένου να ξεχειμωνιάσουν.

##### **1.2 Σκοπός της Μεταπτυχιακής Διατριβής**

Ο σκοπός της παρούσας μεταπτυχιακής διατριβής είναι να καλύψει ένα κενό βιβλιογραφίας και έρευνας αναφορικά με τον πολλαπλασιασμό των μελισσών. Θα

ερευνηθεί ο βέλτιστος τρόπος να πολλαπλασιάσει ένας μελισσοκόμος τα μελισσοσμήνη του. Τελικός σκοπός είναι η δημιουργία ενός μοντέλου το οποίο θα αποτελεί τον πυρήνα ενός προγράμματος, που θα έχει ως αποτέλεσμα τον βέλτιστο τρόπο πολλαπλασιασμού των μελισσοσμηνών. Για να συμβεί αυτό, πρώτα θα υπολογιστεί η εξέλιξη των μελισσοσμηνών. Το πρόγραμμα αυτό θα είναι σε θέση να βοηθήσει τους ενδιαφερόμενους να επιτύχουν τη βελτιστοποίηση της αναπαραγωγικής διαδικασίας.

### 1.3 Δομή Κεφαλαίων

Η παρουσίαση της παρούσας μεταπτυχιακής διατριβής ολοκληρώνεται μέσα από επτά κεφάλαια. Στο πρώτο κεφάλαιο εξηγούνται ο σκοπός και οι λόγοι επιλογής του συγκεκριμένου θέματος, ενώ παρουσιάζεται συνοπτικά και η δομή της διατριβής.

Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται μια επισκόπηση για τα θέματα που αφορούν τον κλάδο της μελισσοκομίας στην Ελλάδα. Παράλληλα παρατίθενται οι σχετικές πληροφορίες οι οποίες είναι απαραίτητες για την κατανόηση του θέματος της ανάπτυξης και του πολλαπλασιασμού των μελισσοσμηνών.

Στο τρίτο κεφάλαιο περιγράφεται το μαθηματικό μοντέλο και η διαδικασία η οποία θα ακολουθηθεί, ώστε να επιτευχθεί βελτιστοποίηση του πολλαπλασιασμού. Ακόμη, γίνεται αναφορά στον τρόπο επεξεργασίας των δεδομένων.

Στο τέταρτο κεφάλαιο τα δεδομένα υφίστανται επεξεργασία. Ακόμη, γίνεται ανάλυση του προγράμματος που αναπτύχθηκε σε Python, προκειμένου να γίνει επίλυση του μοντέλου.

Στο πέμπτο κεφάλαιο παρουσιάζονται μελέτες περιπτώσεων για διάφορες κατανομές μελισσοσμηνών, όταν το πλήθος τους είναι εκατό (100), ενώ στο έκτο κεφάλαιο, πραγματοποιείται μελέτη περίπτωσης για διάφορες κατανομές πλαισίων, όταν το πλήθος τους είναι εκατό (100).

Τέλος, στο έβδομο κεφάλαιο αναφέρονται τα συμπεράσματα, οι προτάσεις, τα αποτελέσματα και μερικές σκέψεις για μελλοντική έρευνα.

## 2. Μελισσοκομία

### 2.1 Η μελισσοκομία στην Ελλάδα

Η μελισσοκομία αποτελεί τα τελευταία χρόνια μια διαρκώς αναπτυσσόμενη αγορά για τις μεταποιητικές βιομηχανίες που προσαρμόζουν τις δραστηριότητες τους γύρω από τις ανάγκες του μελισσοκόμου. Στην Ελλάδα, αυτή την στιγμή, υπάρχουν περίπου ενάμιση εκατομμύριο κυψέλες νόμιμα εγγεγραμμένες στα μητρώα και περίπου άλλο ένα εκατομμύριο μη εγγεγραμμένες. Στην εικόνα 1 εμφανίζονται κάποιες μονώροφες κυψέλες.



**Εικόνα 1. Μονώροφες κυψέλες (πηγή: διαδίκτυο)**

Οι καιρικές συνθήκες στην Ελλάδα θεωρούνται ιδανικές για την ανάπτυξη της μελισσοκομίας, όμως οι ελλείψεις στον απαραίτητο εξοπλισμό (έλλειψη εξειδικευμένων και σύγχρονων μηχανημάτων) αλλά και οι ελλιπείς μελέτες (μεγάλο εύρος μη-ερευνημένων πεδίων) αποτελούν σημαντικό πρόβλημα. Σημαντικό είναι να αναφερθεί βέβαια ότι σε συγκεκριμένους τομείς έχουν πραγματοποιηθεί έρευνες και εργασίες, όπως στον οικονομικό τομέα (Παπαευαγγέλου, 2017) και εργασίες αναφορικά με τα προϊόντα της μέλισσας (Χατζηστεφάνου, 2015). Ακόμη εκτενείς έρευνες έχουν πραγματοποιηθεί στη βελτιστοποίηση των βασιλισσών (Χατζάκης, 2005) και στην αντιμετώπιση των ασθενειών. Μάλιστα, στον τελευταίο κλάδο, σημαντικό ρόλο έχει επιτελέσει το μελισσοκομικό περιοδικό «ΜΕΛΙΣΣΟΚΟΜΙΚΗ ΕΠΙΘΕΩΡΗΣΗ», στο οποίο ένας από τους συγγραφείς είναι ο καθηγητής μελισσοκομίας του Α.Π.Θ. Ανδρέας Θρασυβούλου. Παρόλα αυτά, η διαδικασία του

πολλαπλασιασμού στην Ελλάδα αποτελεί ακόμα ανεξερεύνητο επιστημονικά πεδίο. Έτσι, τα παραπάνω συνδυαστικά δεν επιτρέπουν την εξέλιξη της μελισσοκομίας σε υψηλότερα επίπεδα παραγωγής και απασχόλησης, ώστε να έχει σημαντικότερο αντίκτυπο στην οικονομία μιας περιοχής.

Σήμερα οι μέλισσες καλύπτουν περίπου το 1,8% της ελληνικής ζωικής παραγωγής στον πρωτογενή τομέα. Αν και η κοινή γνώμη θεωρεί ότι το μόνο παράγωγο προϊόν των μελισσών είναι το μέλι, αυτό δεν ισχύει. Η μελισσοκομία ασχολείται, εκτός από την παραγωγή του μελιού, και με άλλα προϊόντα κυψέλης με υψηλή διατροφική αξία και ζήτηση στην αγορά, όπως είναι η πρόπολη ή το κερί, αλλά και με μελισσοσμήνη (δηλαδή μελίσσια χωρίς την κυψέλη τους). Μάλιστα, με κριτήριο την παραγωγή μελισσοσμηνών, οι μελισσοκόμοι διακρίνονται σε δύο κατηγορίες, αυτούς που ασχολούνται με την παραγωγή προϊόντων κυψέλης και τους βασιλοτρόφους.

Η δεύτερη κατηγορία ασχολείται με εργασίες που σχετίζονται με τον πολλαπλασιασμό-αναπαραγωγή των μελισσοσμηνών, με σκοπό να προμηθεύει μελισσοσμήνη τους μελισσοκόμους που ασχολούνται αποκλειστικά με την παραγωγή προϊόντων κυψέλης. Οι μελισσοκόμοι που διαθέτουν λίγα μελισσοσμήνη, προκειμένου να αποφύγουν το κόστος της αγοράς νέων μελισσοσμηνών, συνήθως πολλαπλασιάζουν μόνοι τους τα μελισσοσμήνη τους. Ύστερα από πολλούς και διάφορους πειραματισμούς με το πέρασμα του χρόνου, έχουν αναπτυχθεί διάφορες τεχνικές προκειμένου να συμβεί αυτό, άλλες βασισμένες στη μεγαλύτερη ευκολία και άλλες στη σίγουρη αποτελεσματικότητά τους.

## **2.2 Ο πολλαπλασιασμός των μελισσοσμηνών**

Κατ' αρχήν, τα μελισσοσμήνη πολλαπλασιάζονταν και πολλαπλασιάζονται στη φύση με την διαδικασία της σμηνουργίας. Η διαδικασία της σμηνουργίας συμβαίνει κατά την περίοδο της μελισσοκομικής άνοιξης.

Ως *μελισσοκομική άνοιξη* ορίζεται η περίοδος που οι καιρικές και περιβαλλοντικές συνθήκες είναι ιδανικές για τις εργασίες που πράττουν οι μέλισσες, οπότε το μέλισσι αναπτύσσεται με πολύ γρήγορους ρυθμούς και οι μέλισσες αρχίζουν να συνωστίζονται στην κυψέλη. Παραδείγματος χάρη, όταν η θερμοκρασία την ημέρα κυμαίνεται γύρω στους 25 βαθμούς Κελσίου και τη νύχτα δεν πέφτει κάτω από 15 βαθμούς Κελσίου. Υπό αυτές τις συνθήκες αναπτύσσεται και η γλωρίδα τις περιοχής: τα ανθισμένα λουλούδια προσφέρουν την επιθυμητή γύρη με την οποία θα ταϊστούν οι νέες μέλισσες, καθώς αποτελεί την πρωτεΐνη της διατροφής των μελισσιών και το



νέκταρ τους τροφοδοτεί με ενέργεια τις μέλισσες. Συνήθως η περίοδος αυτή είναι στα μέσα της άνοιξης, αλλά λόγω της ανομοιομορφίας της Ελλάδας εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την περιοχή. Η νησιωτική και νότια Ελλάδα θα είναι νωρίτερα μέσα στη μελισσοκομική άνοιξη (π.χ. αρχές Μαρτίου), ενώ στα βουνά της Μακεδονίας η περίοδος αυτή μπορεί να ξεκινήσει και τον Μάιο. Επίσης σημαντικό ρόλο παίζει και η κλιματική αλλαγή που φαίνεται να μεταβάλλει ετησίως τις εποχές και τις θερμοκρασίες.

Επομένως οι παράγοντες που ευνοούν την σμηνουργία, ισχύουν την περίοδο της μελισσοκομικής άνοιξης. Ο συνωστισμός που προκαλείται στην κυψέλη οδηγεί στην έλλειψη χώρου, που έχει ως αποτέλεσμα να αδυνατεί η βασίλισσα να γεννήσει και επακόλουθα προκύπτει η αποχώρηση ενός μέρους του πληθυσμού από την κυψέλη και η εγκατάσταση του σε άλλη, νέα φωλιά. Η αποχώρηση αυτή, με όποιες διεργασίες προηγούνται αλλά και ακολουθούν, με σκοπό τελικά το μέλισσι να πολλαπλασιαστεί (από ένα μελισσοσμήνος προκύπτει ακόμη ένα), ονομάζεται «σμηνουργία». Το σμήνος που αποχωρεί από την κυψέλη (προς άγνωστη κατεύθυνση) ονομάζεται «αφεςμός». Ο αφεςμός συσσωρεύεται συνήθως σε κάποιο κλαδί σε κοντινή απόσταση από την κυψέλη από την οποία ξεκίνησε και μετά πηγαίνει στη μόνιμη νέα του φωλιά που βρίσκεται εντός ακτίνας πέντε (5) χιλιομέτρων. Αν και η σμηνουργία είναι για το μέλισσι ένα απολύτως φυσιολογικό φαινόμενο και απαραίτητο για τον πολλαπλασιασμό του, οι επιπτώσεις που προκαλεί στον μελισσοκόμο είναι πολύ αρνητικές, καθώς ο αφεςμός αποτελείται από το 50-90% του αρχικού πληθυσμού. Συνήθως ο αφεςμός αποτελείται από 10.000 – 15.000 μέλισσες. Βέβαια υπάρχουν πολύ μεγαλύτεροι, π.χ. 40.000 μέλισσες αλλά και πολύ μικρότεροι αφεςμοί π.χ. κάτω από 3.000 μέλισσες.

Για να ελαττώσει ή και να εξαλείψει ο μελισσοκόμος τις αρνητικές επιπτώσεις της σμηνουργίας πρέπει κατά προτεραιότητα να προλάβει να ενεργήσει πριν την εκδήλωσή της, αλλά ταυτόχρονα να βρει έναν εναλλακτικό τρόπο πολλαπλασιασμού των μελισσοσμηνών. Οι μελισσοκόμοι, όπως προαναφέρθηκε, έχουν αναπτύξει διάφορες μεθόδους για να αναπαράγουν τα μελισσοσμήνη τους. Προκειμένου να κατανοηθεί το αντικείμενο της συγκεκριμένης διατριβής θα γίνει αναφορά και ανάλυση των απολύτως απαραίτητων.

Για να δημιουργηθεί ένα νέο μελισσοσμήνος, είναι αναγκαίο να τοποθετηθεί σε μια νέα κυψέλη μία βασίλισσα και ένα πλήθος μελισσών. Όπως είναι γνωστό, κάθε μελισσοσμήνος έχει μία βασίλισσα. Για την παραγωγή βασιλισσών υπάρχουν διάφοροι

τρόποι, που δεν κρίνεται απαραίτητο να αναλυθούν στην συγκεκριμένη διατριβή, αφού θα γίνει εστίαση μόνο στο πλήθος των μελισσών που θα επιλεγεί. Πιο συγκεκριμένα, θα παρουσιαστεί η βελτιστοποίηση του τρόπου με τον οποίο επιλέγεται ο πληθυσμός των μελισσών.

### 2.3 Ενασχόληση με τη μελισσοκομία κατά τη διάρκεια της Μελισσοκομικής Άνοιξης

Ένας μελισσοκόμος, είτε ανήκει στην πρώτη κατηγορία είτε στην δεύτερη, κατά τη διάρκεια της μελισσοκομικής άνοιξης επισκέπτεται πολύ συχνά το μελισσοκομείο του. Ένας από τους λόγους που συμβαίνει αυτό είναι η σημνουργία, αφού ο αφεσμός τις πρώτες ώρες της αποχώρησής του είναι μαζεμένος κάπου κοντά στο μελισσοκομείο(Εικόνα 2). Έτσι, σε περίπτωση που τον εντοπίσει, θα τον τοποθετήσει σε μία κυψέλη, ώστε να μη χάσει τον πληθυσμό των μελισσοσμηνών του.



**Εικόνα 2.** Αφεσμός μαζεμένος σε κλαδί κοντά στο μελισσοκομείο (πηγή: διαδίκτυο)

Συνήθως κάθε μελισσοκόμος προσαρμόζει το πρόγραμμά του, έτσι ώστε να επισκέπτεται το μελισσοκομείο του ανά σταθερό αριθμό ημερών. Σε περίπτωση που δεν προλαβαίνει να πραγματοποιήσει τις απαραίτητες εργασίες σε όλα τα μελισσοσμήνη του μέσα σε μία μέρα, τα χωρίζει σε κοπάδια, ώστε όλα τα μελισσοσμήνη να επιθεωρούνται με την ίδια συχνότητα.

Υπάρχουν διάφορες εργασίες που μπορούν να πραγματοποιηθούν. Η κυριότερη είναι η τοποθέτηση κενών πλαισίων, έτσι ώστε το μελισσοσμήνος να μπορεί να μεγαλώσει. Ακόμη υπάρχει η δυνατότητα να μεταφερθούν πλαίσια από μία κυψέλη σε μια άλλη, χωρίς να δημιουργείται ιδιαίτερη σύγχυση στις μέλισσες. Αν όμως βρεθούν δυο βασίλισσες στην ίδια κυψέλη, θα μονομαχήσουν και θα επιβιώσει μόνο μία.

Φυσικά, υπάρχουν και άλλες εργασίες οι οποίες πρέπει να γίνουν, αλλά καθώς δεν έχουν άμεση σχέση με τον πολλαπλασιασμό των μελισσοσμηνών, δε θα γίνουν περαιτέρω αναφορές.

## 2.4 Η ανάπτυξη του μελισσοσμήνους

Η ανάπτυξη ενός μελισσοσμήνους εξαρτάται από πολλούς παράγοντες, μερικοί από τους οποίους είναι οι καιρικές συνθήκες, οι περιβαλλοντικές συνθήκες, η ποιότητα της βασίλισσας και ο κυριότερος είναι η πληθικότητα του μελισσοσμήνους. Η χρονική περίοδος η οποία μελετάται είναι η μελισσοκομική άνοιξη, η διάρκεια της οποίας ποικίλει ανά περιοχή, όταν, όπως προαναφέρθηκε, οι καιρικές και περιβαλλοντικές συνθήκες είναι οι πλέον κατάλληλες για την ανάπτυξη ενός μελισσοσμήνους. Η ποιότητα της βασίλισσας είναι κάτι που μπορεί να διαπιστωθεί μόνο εκ του αποτελέσματος. Παρόλο που οι μελισσοκόμοι έχουν αναπτύξει διάφορες μεθόδους, προκειμένου να βελτιώσουν τα ποσοστά καλών βασιλισσών, δεν μπορεί να προβλεφθεί εκ των προτέρων η ποιότητα μίας βασίλισσας. Έτσι ο παράγοντας που μπορεί να επηρεαστεί είναι η πληθικότητα του μελισσοσμήνους, γιατί εύκολα ο μελισσοκόμος μπορεί να αφαιρέσει πλαίσια με μέλισσες από μία κυψέλη, για να τις μεταγγίσει σε μία άλλη.

Καθώς είναι πρακτικά αδύνατον να μετρηθούν μία-μία οι μέλισσες, για να μετακινηθούν στη νέα κυψέλη, το πλήθος τους θα υπολογίζεται κατά προσέγγιση με βάση την τοποθέτησή τους σε ειδικά πλαίσια ή αλλιώς τελάρα (ένα παράδειγμα πλαισίου με μέλισσες φαίνεται στην Εικόνα 3). Κάθε όροφος κυψέλης χωράει μέσα μέχρι 10 πλαίσια (Εικόνα 4). Φυσικά αν δεν επαρκεί το πλήθος των μελισσών, τότε μέσα υπάρχουν λιγότερα πλαίσια. Η καταμέτρηση όμως του πληθυσμού του μελισσοσμήνους αποτελεί βασικό στοιχείο, προκειμένου να ελεγχθεί η ανάπτυξη του.



Εικόνα 3. Ενδεικτικά ένα πλαίσιο με μέλισσες (πηγή: διαδίκτυο)



Εικόνα 4. Ενδεικτική κάτοψη κυψέλης δέκα πλαισίων (πηγή: διαδίκτυο)

### 3. Μεθοδολογία

Η παρούσα διατριβή έχει σκοπό να βελτιστοποιήσει τον πολλαπλασιασμό των μελισσοσμηνών, δηλαδή τη μεγιστοποίηση του πλήθους των πλαισίων με μέλισσες που θα αποσπαστούν από ένα μελισσοκομείο. Ταυτόχρονα, λαμβάνονται υπόψη οι πραγματικές συνθήκες που επικρατούν, γι' αυτόν τον λόγο στα επιμέρους βήματα θα γίνονται κάποιες παραδοχές. Για να ληφθούν υπόψη οι πραγματικές συνθήκες που επικρατούν, καθίσταται αναγκαία η απόκτηση πληροφοριών.

#### 3.1 Συλλογή Δεδομένων

Οι επιθυμητές πληροφορίες συλλέχθηκαν μέσω ερωτηματολογίων τα οποία διανεμήθηκαν σε μελισσοκόμους στην ελληνική επικράτεια από μελισσοκόμους. Τα δεδομένα που προέκυψαν από τα ερωτηματολόγια θα βοηθήσουν να δημιουργηθεί μια συνάρτηση εξέλιξης ενός μελισσοσμήνους.

Έστω  $N$  το μέγεθος του δείγματος των μελισσοκόμων μιας περιοχής υπό μελέτη. Στη δική μας έρευνα η προσέγγιση αυτών των  $N$  μελισσοκόμων έγινε μέσω ερωτηματολογίων. Καθώς τα ερωτηματολόγια απευθύνονταν σε Έλληνες μελισσοκόμους, το δείγμα χωρίστηκε σε 2 κατηγορίες: Νότιας Ελλάδας και Βόρειας Ελλάδας. Στη Νότια Ελλάδα περιλαμβάνονται τα γεωγραφικά διαμερίσματα της Στερεάς Ελλάδας, της Πελοποννήσου, της Κρήτης και των νησιών του Αιγαίου. Στη Βόρεια Ελλάδα περιλαμβάνονται τα γεωγραφικά διαμερίσματα της Ηπείρου, της Θεσσαλίας, της Θράκης και της Μακεδονίας.

#### 3.2 Μαθηματικό Υπόβαθρο-Μεταβλητές και Παράμετροι

Ορισμός 3.2.1 Ως *Συντελεστή Βαρύτητας (αξία)* ενός μελισσοκόμου ορίζεται ένας δείκτης  $C_n$ , για  $n=1,2,\dots,N$ . Ο δείκτης αυτός εξαρτάται από:

- το πλήθος των μελισσοσμηνών που έχει στην κατοχή του κατά τη συμπλήρωση του ερωτηματολογίου
- τα χρόνια ενασχόλησης με το αντικείμενο, και
- πόσες γενιές ασχολείται ως οικογένεια με τη μελισσοκομία.

Ορισμός 3.2.2 Ο *δείκτης εμπειρίας* ενός μελισσοκόμου ορίζεται ως  $K_{ij}$ ,  $i=1,2,\dots$  και  $j=1,2,\dots$  όπου  $i$  το πλήθος των μελισσοσμηνών και  $j$  τα χρόνια ενασχόλησης με το αντικείμενο.

Για ευκολία γίνεται η πρώτη παραδοχή, ότι οι τιμές του δείκτη εμπειρίας είναι ομογενείς για όλους τους μελισσοκόμους και προκύπτουν από το πλήθος των μελισσοσμηνών που έχουν στην κατοχή τους και τα χρόνια ενασχόλησης τους με το αντικείμενο. Επίσης έγινε μια ομαδοποίηση του πλήθους μελισσοσμηνών και των χρόνων ενασχόλησης, ώστε να είναι πιο εύκολη η διαχείριση των δεδομένων.

Για να επιτευχθεί αυτό, καθορίστηκαν κάποια διακριτά σημεία ορόσημα στην ενασχόληση με τη μελισσοκομία. Αρχικά, όσον αφορά τα χρόνια ενασχόλησης, συνήθως στα πρώτα τρία χρόνια ενασχόλησης με τη μελισσοκομία ένας μελισσοκόμος εξοικειώνεται με τις μέλισσες, πειραματίζεται στους διάφορους μελισσοκομικούς χειρισμούς και προσπαθεί να εξοικειωθεί με τα πιο βασικά προβλήματα όπως π.χ. η αντιμετώπιση των ασθενειών. Τα επόμενα χρόνια έχοντας ανοίξει τον κύκλο των δραστηριοτήτων του δοκιμάζει διαφορετικές τοποθεσίες και πολλαπλασιάζει τα μελίσσια του, ώστε να φτάσει στον επιθυμητό αριθμό μελισσιών, δηλαδή αναπτύσσει την επιχείρησή του. Τέλος, μετά τα δέκα χρόνια ένας μελισσοκόμος έχει κατασταλάξει στις μελισσοκομικές τακτικές του και τις γνώσεις του γύρω από τη μελισσοκομία σε γενικές γραμμές.

Έπειτα, όσον αφορά το πλήθος των μελισσοσμηνών, τα προβλήματα που προκύπτουν είναι δύο ειδών, η διαχείριση των μελισσοκομικών εργασιών οι οποίες γίνονται περίπου σε εβδομαδιαία βάση και η μετακίνηση.

Ως προς τις εργασίες, ένας μελισσοκόμος μπορεί μόνος του να εργάζεται σε έως πενήντα μελίσσια την ημέρα περίπου. Άρα μετά τα 300 μελισσοσμήνη χρειάζεται ένα ακόμη άτομο να τον βοηθάει, προκειμένου να αντεπεξέλθει στις εργασίες του σε εβδομαδιαία βάση. Επιπλέον, καθώς με δύο άτομα η δουλειά πραγματοποιείται πιο γρήγορα, ο αριθμός μελισσοσμηνών που μπορούν να επιθεωρηθούν ημερησίως είναι περίπου 150, γι' αυτό ο επόμενος σταθμός που θα χρειαστούν επιπλέον άτομα είναι περίπου τα 1.000 μελισσοσμήνη.

Το δεύτερο πιθανό πρόβλημα είναι η μετακίνηση. Καθώς η μελισσοκομία στην Ελλάδα είναι ως επί το πλείστον νομαδική, δηλαδή τα μελισσοσμήνη μετακινούνται όπου υπάρχει ανθοφορία, πρέπει να υπάρχουν τα κατάλληλα μέσα, τα εργατικά χέρια και ο εξοπλισμός. Μέχρι τριάντα μελισσοσμήνη μπορούν να μετακινηθούν από ένα τροχοφόρο με ένα μικρό ρυμουλκούμενο όχημα (τρέιλερ) από τον μελισσοκόμο μόνο του. Περισσότερα μελισσοσμήνη απαιτούν μεγαλύτερο ρυμουλκούμενο όχημα, το οποίο με την σειρά του απαιτεί μεγαλύτερο αυτοκίνητο, και μέχρι 100 μελισσοσμήνη

είναι εφικτό να μετακινηθούν από έναν μελισσοκόμο. Περισσότερα μελισσοσμήνη απαιτούν επιπλέον εργατικά χέρια. Αυτή η λύση είναι εφικτή μέχρι 300 μελισσοσμήνη, περισσότερα από 300 απαιτούν φορτηγό, το μέγεθος του οποίου εξαρτάται από τον αριθμό των μελισσοσμηνών του μελισσοκόμου.

Με βάση τα παραπάνω δεδομένα, κατασκευάστηκε ο Πίνακας 1 των διακριτών τιμών του δείκτη  $K_{ij}$  ως εξής:

**Πίνακας 1.** Οι τιμές που αποδόθηκαν για τον δείκτη εμπειρίας μελισσοκόμου  $K_{ij}$  για  $i=1,2,\dots,5$  και  $j=1,2,3$

#μελισσοσμηνών(i)/χρόνια ενασχόλησης(j)	$j \leq 3$	$3 < j \leq 10$	$10 < j$
$i \leq 30$	0,2	0,3	0,5
$30 < i \leq 100$	0,4	0,6	1
$100 < i \leq 300$	0,6	0,9	1,5
$300 < i \leq 1.000$	0,8	1,2	2
$1.000 < i$	1	1,5	2,5

Οι τιμές του πίνακα δίνουν μία αναλογία των γνώσεων και της εμπειρίας μεταξύ των μελισσοκόμων. Παρατηρείται ότι, όσο αυξάνεται το πλήθος των μελισσοσμηνών ή τα χρόνια ενασχόλησης, αυξάνονται και οι τιμές του πίνακα. Η αναλογία μεταξύ της 1<sup>ης</sup> και της 2<sup>ης</sup> στήλης είναι 1,5, μεταξύ 1<sup>ης</sup> και 3<sup>ης</sup> 2,5 και τέλος μεταξύ 2<sup>ης</sup> και 3<sup>ης</sup>  $\frac{5}{3}$ . Ακόμη, από την 1<sup>η</sup> σειρά στην 2<sup>η</sup> η τιμές διπλασιάζονται, από την 2<sup>η</sup> στην 3<sup>η</sup> η αναλογία είναι 1,5 κλπ.

### 3.2.1 Συντελεστές Βαρύτητας

Οι συντελεστές βαρύτητας επιτρέπουν την προσαρμογή του μέσου όρου στις ανάγκες μας, ανάλογα με τη φύση του προβλήματος.

Έστω  $q_n$  ο αριθμός της γενεάς ενός μελισσοκόμου  $n$ .

Ορισμός 3.2.1.1 Ως *Συντελεστής Βαρύτητας*  $C_n$  ενός μελισσοκόμου ορίζεται ο αριθμός των γενεών προσαυξημένος (ή μειούμενος) πολλαπλασιαστικά με έναν συντελεστή που προκύπτει εμπειρικά από τον συνδυασμό ετών ενασχόλησης και πλήθος των μελισσοσμηνών, τον δείκτη εμπειρίας  $K_{ij}$ .

Έτσι ο συντελεστής βαρύτητας ορίζεται ως το γινόμενο του δείκτη εμπειρίας με τον αριθμό της γενιάς:

$$C_n = K_{ij} \cdot q_n, \text{ για } n = 1, 2, \dots, N. \quad (1)$$

### 3.2.2 Σταθμισμένος μέσος όρος

Ορισμός 3.2.2.1 Ως *Μέσος Όρος*  $\mu$ ,  $n$  παρατηρήσεων  $[\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_N]$  ορίζεται το άθροισμα των παρατηρήσεων προς το πλήθος τους.

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \chi_n \quad (2)$$

Ορισμός 3.2.2.1 Ως *Σταθμισμένος Μέσος Όρος*  $\bar{x}$ , των  $N$  παρατηρήσεων  $[\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_N]$  ορίζεται μέσος όρος που επιτρέπει να δοθεί διαφορετική βαρύτητα σε κάθε παρατήρηση.

Ο σταθμισμένος μέσος όρος προκύπτει από τον τύπο:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{n=1}^N c_n \cdot x_n}{\sum_{n=1}^N c_n} \quad (3)$$

όπου  $C_n$  ονομάζεται ο συντελεστής βαρύτητας του  $n$  στοιχείου  $x_n$ .

Έτσι όλα τα αριθμητικά δεδομένα που υπολογίζονται προκύπτουν ως σταθμισμένος μέσος όρος των ερωτηματολογίων. Καθώς ο σταθμισμένος μέσος όρος προκύπτει με διαίρεση, είναι πιθανό να υπάρχουν μη ακέραια αποτελέσματα, όμως π.χ. το πλήθος των πλαισίων με μέλισσες μετριέται σε ακέραιους αριθμούς, άρα θα γίνεται στρογγυλοποίηση.

### 3.3 Διάρκεια Μελισσοκομικής Άνοιξης και περιόδου επιθεωρήσεων

Ορισμός 3.3.1 Ως *Μέση Διάρκεια Μελισσοκομικής Άνοιξης*  $M.Δ.Μ.Α.$  υπολογίζεται ο σταθμισμένος μέσος όρος της μελισσοκομικής άνοιξης κάθε μελισσοκόμου  $n$  και υπολογίζεται από τον τύπο:

$$M.Δ.Μ.Α. = \frac{\sum_{n=1}^N c_n \cdot \text{Διάρκεια Μελισσοκομικής Άνοιξης } (n)}{\sum_{n=1}^N c_n}, \text{ για κάθε } n = 1, 2, \dots, N. \quad (4)$$

Ορισμός 3.3.1 Ως *Περίοδος*  $g_n$  επισκέψεων στο μελισσοκομείο ορίζεται το πλήθος των ημερών ανά τις οποίες ένας μελισσοκόμος  $n$  επισκέπτεται το μελισσοκομείο του, όπου  $n=1, 2, \dots, N$ .

Ορισμός 3.3.3 Ως *Μέση Περίοδος Επιθεωρήσεων*  $G$  υπολογίζεται ο σταθμισμένος μέσος όρος της περιόδου επιθεωρήσεων  $g_n$  κάθε μελισσοκόμου  $n$  και υπολογίζεται από τον τύπο:



$$G = \frac{\sum_{n=1}^N c_n \cdot g_n}{\sum_{n=1}^N c_n}, \text{ για κάθε } n = 1, 2, \dots, N. \quad (5)$$

### 3.4 Γραμμικό Μοντέλο(θεωρητική προσέγγιση)

Ο Γραμμικός Προγραμματισμός είναι μία ευρέως χρησιμοποιούμενη τεχνική μαθηματικής μοντελοποίησης για τον καθορισμό της βέλτιστης κατανομής των πόρων ανάμεσα σε ανταγωνιστικές απαιτήσεις. Χρησιμοποιείται για να προσδιοριστεί η καλύτερη ή η άριστη λύση σε ένα πρόβλημα που απαιτεί μία απόφαση ή ένα σύνολο αποφάσεων σχετικά με τη χρησιμοποίηση των υπάρχοντων περιορισμένων πόρων για την επίτευξη ενός αντικειμενικού στόχου. Είναι μία μαθηματική τεχνική που βοηθά στο σχεδιασμό και τη λήψη αποφάσεων σχετικά με τις απαραίτητες εξισορροπήσεις για την κατανομή των πόρων. Υπολογίζει τη μικρότερη και τη μεγαλύτερη τιμή του αντικειμενικού στόχου. Εγγυάται την άριστη λύση του διατυπωμένου μοντέλου, εάν αυτή υπάρχει. Όπως υποδηλώνει το όνομά του, το μοντέλο του Γραμμικού Προγραμματισμού αποτελείται από γραμμικές συναρτήσεις και περιορισμούς, γεγονός που σημαίνει ότι οι μεταβλητές του μοντέλου έχουν μεταξύ τους αναλογικές σχέσεις.

#### 3.4.1 Συνάρτηση ανάπτυξης

Ορισμός 3.4.1.1 Ως *Μελισσοκομείο* ορίζεται το πλήθος των μελισσοσμηνών ενός μελισσοκόμου  $n$  που είναι τοποθετημένα στο ίδιο μέρος.

Σημείωση1: Ένας μελισσοκόμος μπορεί να έχει περισσότερα από ένα μελισσοκομεία την ίδια χρονική στιγμή.

Ορισμός 3.4.1.2 Ως *Πληθικότητα* ενός μελισσοσμήνους ορίζεται το πλήθος των πλαισίων που περιέχεται στην κυψέλη του.

Σημείωση2: Σε ένα μελισσοκομείο είναι δυνατόν να υπάρχουν και μελισσοσμήνη διαφορετικής πληθικότητας.

Σκοπός είναι να οριστεί μια συνάρτηση που να δείχνει την ανάπτυξη του πληθυσμού ενός μελισσοσμήνους σε συνάρτηση με τον χρόνο. Καθώς τα μελισσοσμήνη αναπτύσσονται ανάλογα με την πληθικότητά τους, έχουν και διαφορετική εξέλιξη. Αυτό συμβαίνει, επειδή ξεκινούν με διαφορετικό πληθυσμό. Έτσι προκύπτει ότι η συνάρτηση θα είναι τριών μεταβλητών της πληθικότητας, της αρχικής χρονικής στιγμής και της τελικής χρονικής στιγμής.

Ορισμός 3.4.1.4 Ως *Ανάπτυξη* ενός μελισσοσμήνους πληθικότητας  $i$ , όπου  $i = 3, 4, \dots, 20$  σε  $t_1 - t_0$  ημέρες, όπου  $t_1$ : η χρονική στιγμή της καταμέτρησης της

ανάπτυξης και  $t_0$ : η αρχική χρονική στιγμή που έγινε η καταμέτρηση της πληθικότητας, ορίζεται το πλήθος των επιπλέον πλαισίων με μέλισσες που θα προκύψουν σε ένα μελισσοσμήνος πληθικότητας  $i$  σε  $t_1 - t_0$  ημέρες, ενός μελισσοκόμου  $n$ .

Συμβολίζεται ως συνάρτηση  $F_n(i, t_1 - t_0)$ , όπου το  $i$  είναι η πληθικότητα του μελισσοσμήνου τη χρονική στιγμή  $t_0$  και  $t_1$  η χρονική στιγμή την οποία θα μετρηθεί, από έναν μελισσοκόμο  $n$ , η πληθικότητα ενός μελισσοσμήνου πληθικότητας  $i$ , όπου το  $i = 3, \dots, 20$  και  $t_1 > t_0 > 0$ .

Έτσι ως  $[F_n(3, g_n), F_n(4, g_n), \dots, F_n(20, g_n)]$  συμβολίζεται η ανάπτυξη που παρατηρεί ένας μελισσοκόμος  $n$  στα μελισσοσμήνη του καθώς η περίοδος επισκέψεων για έναν μελισσοκόμο  $n$  είναι η περίοδος  $g_n$ .

Επειδή η περίοδος  $g_n$  δεν είναι ίδια για κάθε μελισσοκόμο  $n$ , δεν μπορούμε να βρούμε απλώς τον σταθμισμένο μέσο της ανάπτυξης των παρατηρήσεων.

Οπότε θα γίνει αναγωγή της ανάπτυξης σε μέση ημερήσια ανάπτυξη και αυτό θα γίνει διαιρώντας κάθε ανάπτυξη  $[F_n(3, g_n), F_n(4, g_n), \dots, F_n(20, g_n)]$  με την περίοδο  $g_n$ , για κάθε μελισσοκόμο  $n=1,2,\dots, N$ .

Ορισμός 3.4.1.5 Ως *Μέση Ημερήσια Ανάπτυξη* Μ.Η.Α. ενός μελισσοσμήνου πληθικότητας  $i$  ενός μελισσοκόμου  $n$  ορίζεται η ανάπτυξη, η οποία προκύπτει από τη διαίρεση της ανάπτυξης  $F_n(i, g_n)$  με την περίοδο  $g_n$  και υπολογίζεται:

$$M.H.A.(i, n) = \frac{F_n(i, g_n)}{g_n}, \text{ για κάθε } i = 3, 4, \dots, 20 \quad (6)$$

Ο υπολογισμός της αναμενόμενης ημερήσιας ανάπτυξης  $y_i$  για κάθε μελισσοσμήνος πληθικότητας  $i$ , όπου  $i=3,4,\dots,20$ , προκύπτει υπολογίζοντας τον σταθμισμένο μέσο όρο της Μέσης Ημερήσιας Ανάπτυξης των  $N$  μελισσοκόμων.

$$y_i = \frac{\sum_{n=1}^N c_n \cdot M.H.A.(i, n)}{\sum_{n=1}^N c_n}, \text{ για } i = 3, 4, \dots, 20 \quad (7)$$

Ο υπολογισμός της αναμενόμενης ανάπτυξης  $F(i, G)$  ενός μελισσοσμήνου πληθικότητας  $i$ , όπου  $i = 3, 4, \dots, 20$  προκύπτει ως το γινόμενο της μέσης ημερήσιας ανάπτυξης  $y_i$  με την Μέση Περίοδο Επιθεωρήσεων  $G$  και υπολογίζεται από τον τύπο:

$$F(i, G) = y_i \cdot G, \text{ για } i = 3, 4, \dots, 20. \quad (8)$$

### 3.4.2 Βέλτιστο και Αποδοτικότερο

Σύμφωνα με όσα προαναφέρθηκαν, η κατάσταση σε ένα μελισσοκομείο μεταβάλλεται ως προς τον χρόνο. Σημειώνεται ότι από αυτό το σημείο και έπειτα ο χρόνος θα μετράται σε βήματα (φορές επίσκεψης), καθώς έχει γίνει η παραδοχή ότι ένας μελισσοκόμος επισκέπτεται το μελισσοκομείο του ανά  $G$  μέρες.

Ορισμός 3.4.2.1 Ως Βέλτιστη Πληθικότητα  $B$  ενός μελισσοσμίνους ορίζεται η πληθικότητα, κατά την οποία ένα μελισσοσμίνος παρουσιάζει την μεγαλύτερη ανάπτυξη μετά από μία περίοδο.

Έστω  $B$  η πληθικότητα του μελισσοσμίνους για το οποίο η  $F$  παρουσιάζει μέγιστο, δηλαδή, το  $F(B, G) = \max\{F(i, G)\}$  για  $i = 3, 4, \dots, 20$ .

Ορισμός 3.4.2.2 Ως μέσος ρυθμός ανάπτυξης πληθικότητας  $A_i$  ενός μελισσοσμίνους πληθικότητας  $i$  ορίζεται ο αριθμός κατά τον οποίο ένα μελισσοσμίνος πληθικότητας  $i$  αναπτύσσεται σε διάστημα μιας περιόδου ως προς την πληθικότητα του.

$$\text{Δηλαδή, } A_i = \frac{F(i, G)}{i}, \text{ για } i = 3, 4, \dots, 20. \quad (9)$$

Ορισμός 3.4.2.3 Ως βέλτιστος μέσος ρυθμός ανάπτυξης πληθικότητας  $A$  ενός μελισσοσμίνους ορίζεται η αρχική πληθικότητα εκκίνησης, η οποία φαινομενικά οδηγεί ένα μελισσοσμίνος να παρουσιάζει τη μεγαλύτερη ανάπτυξη σε διάστημα μιας περιόδου ως προς την πληθικότητα του.

$$\text{Δηλαδή, } A = \max\{A_i\} \text{ για } i = 3, 4, \dots, 20. \quad (10)$$

Ορισμός 3.4.2.4 Ως Αποδοτικότερη Πληθικότητα  $A.Π.$  ενός μελισσοσμίνους ορίζεται η πληθικότητα, κατά την οποία ένα μελισσοσμίνος παρουσιάζει τον μεγαλύτερο βέλτιστο μέσο ρυθμό ανάπτυξης  $A$  μετά από μία περίοδο.

### 3.4.3 Βήματα

Έχοντας θεωρήσει ως  $M.Δ.Μ.Α.$  τον χρόνο που διαρκεί η μελισσοκομική άνοιξη στην περιοχή μελέτης, προκύπτει ότι το πλήθος των επισκέψεων του μελισσοκόμου είναι το ακέραιο μέρος της διαίρεσης του  $M.Δ.Μ.Α.$  με την περίοδο  $G$ :

$$V = \left[ \frac{M.Δ.Μ.Α.}{G} \right] \text{ (όπου } [\ ] \text{ το ακέραιο μέρος της διαίρεσης)} \quad (11)$$

Ορισμός 3.4.3.1 Ως βήμα  $p$  ορίζουμε την  $p$  επίσκεψη του μελισσοκόμου στο μελισσοκομείο του.

Μεταξύ των βημάτων τα μελισσοσμήνη αναπτύσσονται και σε αυτά τα βήματα ο μελισσοκόμος έχει τη δυνατότητα να κάνει αναδιάταξη των μελισσοσμηνών του είτε δημιουργώντας νέα μελισσοσμήνη είτε διατηρώντας το συνολικό τους πλήθος ίδιο είτε συνδυάζοντάς τα.

### 3.4.4 Κατάσταση-Διαδικασία

Ορισμός 3.4.4.1 Ως κατάσταση μελισσοκομείου  $M$  μετά την αναδιάταξη στο βήμα  $p$  ορίζεται η κατάσταση που επικρατεί στο μελισσοκομείο μετά το πέρας των εργασιών του μελισσοκόμου. Αναπαρίσταται ως  $M(p)[h_3(p), h_4(p), \dots, h_{20}(p)]$ , όπου  $h_i(p)$  το πλήθος των μελισσοσμηνών πληθικότητας  $i$  πλαισίων στο βήμα  $p$  μετά το πέρας των εργασιών του μελισσοκόμου, για  $i = 3, 4, \dots, 20$  και  $p = 0, 1, \dots, V$ .

Ορισμός 3.4.4.2 Ως κατάσταση μελισσοκομείου  $\tilde{M}$  πριν την αναδιάταξη στο βήμα  $p$  ορίζεται η κατάσταση που επικρατεί στο μελισσοκομείο πριν την εκκίνηση των εργασιών του μελισσοκόμου. Αναπαρίσταται ως  $\tilde{M}(p)[\tilde{h}_3(p), \tilde{h}_4(p), \dots, \tilde{h}_{20+B}(p)]$ , όπου  $\tilde{h}_i(p)$  το πλήθος των μελισσοσμηνών πληθικότητας  $i$  πλαισίων στο βήμα  $p$  πριν την εκκίνηση των εργασιών του μελισσοκόμου, για  $i = 3, 4, \dots, 20 + B$  και  $p = 1, 2, \dots, V$ .

Σημείωση1: Πριν την αναδιάταξη του μελισσοκομείου, στο διάστημα που μεσολαβεί από την προηγούμενη επίσκεψη στο μελισσοκομείο, τα μελισσοσμήνη αναπτύσσονται. Από την προηγούμενη πρόταση προκύπτει ότι η κατάσταση πριν την αναδιάταξη μπορεί να αναφερθεί ως η κατάσταση μετά την ανάπτυξη.

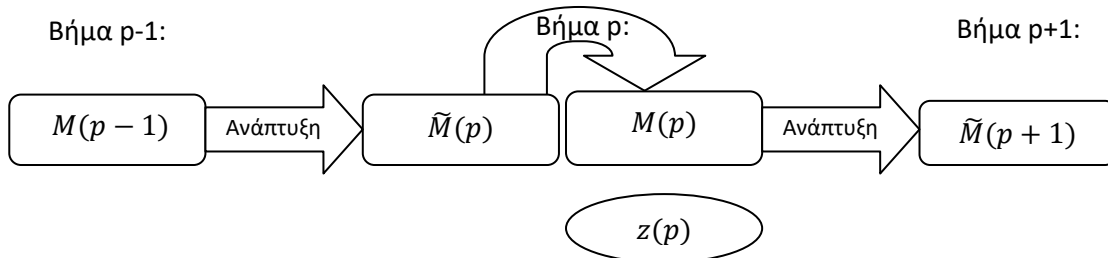
Σημείωση2: Πριν την αναδιάταξη το μελισσοκομείο μπορεί να έχει μελισσοσμήνη πληθικότητας από 3 έως  $20+B$ , καθώς τα μελισσοσμήνη πληθικότητας 20 θα έχουν και αυτά αναπτυχθεί και είναι δυνατόν η ανάπτυξη της τους να είναι η βέλτιστη.

Έτσι κατά την επίσκεψη στο μελισσοκομείο ένας μελισσοκόμος έχει τη δυνατότητα να πραγματοποιήσει αναδιάταξη των πλαισίων με μέλισσες, ώστε να πετύχει τη βέλτιστη δυνατή απόδοση.

Στο βήμα  $p - 1$ : μετά το πέρας των εργασιών του μελισσοκόμου, όπου  $p = 1, 2, \dots, V + 1$ , η κατάσταση είναι:  $M(p-1) = [h_3(p-1), h_4(p-1), \dots, h_{20}(p-1)]$ .

Στο βήμα  $p$ : Κατά την επίσκεψη του μελισσοκόμου το μελισσοκομείο βρίσκεται στην κατάσταση  $\tilde{M}(p)[\tilde{h}_3(p), \tilde{h}_4(p), \dots, \tilde{h}_{20+B}(p)]$ , όπου  $\tilde{h}_i(p)$  το πλήθος των μελισσοσμηνών πληθικότητας  $i$  πλαισίων, καθώς έχει προκύψει η ανάπτυξη από το προηγούμενο βήμα:  $p - 1$ . Έπειτα πραγματοποιεί μια αναδιάταξη πλαισίων μεταξύ των

κυψελών και το μελισσοκομείο βρίσκεται στην εξής κατάσταση:  $M[h_3(p), h_4(p), \dots, h_{20}(p)]$  όπου  $h_i(p)$  το πλήθος των μελισσοσμηνών πληθικότητας  $i$  πλαισίων στο βήμα  $p$ , για  $i=3,4,\dots,20$  και  $p=0,\dots,V$ . Κατά τη διάρκεια της διαδικασίας της αναδιάταξης υπάρχει η δυνατότητα να αποσπάσει ένα πλήθος πλαισίων με μέλισσες  $z(p)$  από το μελισσοκομείο.



Σχήμα 1. Απεικόνιση διαδικασίας

Έτσι, η ανάπτυξη και η αναδιάταξη ενός μελισσοκομείου είναι δυο διαδικασίες οι οποίες θα επαναληφθούν  $V$  φορές. Η ανάπτυξη συμβαίνει μεταξύ των επισκέψεων του μελισσοκόμου άρα παρατηρείται από ένα βήμα  $p-1$  στο βήμα  $p$ . Ενώ η αναδιάταξη συμβαίνει κατά την επίσκεψη του μελισσοκόμου και γι' αυτό παρατηρείται στο ίδιο βήμα  $p$ .

### 3.4.5 Ανάπτυξη

Μεταξύ δυο επισκέψεων στο μελισσοκομείο τα μελισσοσμήνη θα αναπτύσσονται. Έτσι τα μελισσοσμήνη που ήταν πληθικότητας  $i$  θα αναπτυχθούν και γίνουν  $i + F(i, 1)$ , δηλαδή ο προηγούμενος πληθυσμός ( $i$ ) μαζί με την ανάπτυξή τους (τον νέο πληθυσμό  $F(i, 1)$ ), για κάθε  $i = 3,4, \dots, 20$ . Εύλογα κάποιος μπορεί να αναρωτηθεί αν μπορεί να υπάρξουν μελισσοσμήνη που, ενώ στην αρχή είχαν διαφορετικό πληθυσμό, μετά από ίδιο χρόνο θα έχουν τον ίδιο πληθυσμό. Π.χ. αν ένα μελισσοσμήνος πληθικότητας 6 έχει ανάπτυξη 2 και ένα πληθικότητας 7 έχει ανάπτυξη 1, στο επόμενο βήμα θα είναι πληθικότητας 8. Κάτι τέτοιο μπορεί να παρατηρηθεί στην πράξη, καθώς άλλα μελισσοσμήνη αποδίδουν περισσότερο και άλλα λιγότερο. Στην παρούσα εργασία θεωρείται ότι όλα τα μελισσοσμήνη ίδιας πληθικότητας αποδίδουν το ίδιο, καθώς, για όποιο μελισσοσμήνος αναπτύσσεται περισσότερο από τον μέσο όρο, θα υπάρχει και κάποιο που αναπτύσσεται λιγότερο. Έτσι όλα τα μελισσοσμήνη θεωρούνται ισοδύναμα και εφόσον τα μελισσοσμήνη αναπαράγονται ανάλογα με τον πληθυσμό τους, η  $F$  είναι αύξουσα.

Οι μαθηματικές συνθήκες ανάπτυξης σε κάθε βήμα  $p$  είναι οι εξής:

$$\tilde{h}_{i+F(i,1)}(p) = h_i(p-1), \text{ για } i = 3, 4, \dots, 20 \text{ για κάθε βήμα } p=1, 2, \dots, V. \quad (\text{Π1})$$

Φυσικά είναι δυνατόν να μην υπάρχουν μελισσοσμήνη κάποιας πληθικότητας. Έτσι, ορίζεται ένα σύνολο δεικτών  $J$ :

$$J(j) = \{j | j \neq F(i, 1) + i, \text{ και } j \leq 20 + B\}, \text{ για } i = 3, 4, \dots, 20. \quad (12)$$

Οπότε έχουμε τις επιπλέον συνθήκες:

$$\tilde{h}_j(p) = 0, \text{ για } j \in J(j) \quad (\text{Π2})$$

για κάθε βήμα  $p=1, 2, \dots, V$ .

Το βήμα  $p$ , όπου  $p = 1, 2, \dots, V$ . Η κατάσταση είναι:

$$\tilde{M}(p)[\tilde{h}_3(p), \tilde{h}_4(p), \dots, \tilde{h}_{20+B}(p)]$$

Η συνολική ανάπτυξη ενός μελισσοκομείου  $M[h_3(p), h_4(p), \dots, h_{20}(p)]$  σε κάθε βήμα θα είναι :

$$\{[\sum_{i=3}^{20} h_i(0) * F(i, 1)], [\sum_{i=3}^{20} h_i(1) * F(i, 1)], \dots, [\sum_{i=3}^{20} h_i(V-1) * F(i, 1)]\}$$

### 3.4.6 Αναδιάταξη

Κατά την επίσκεψη του στο μελισσοκομείο στο βήμα  $p$  ο μελισσοκόμος έχει τη δυνατότητα να πραγματοποιήσει μια αναδιάταξη πλαισίων μεταξύ των κυψελών και να αποσπάσει ένα πλήθος πλαισίων με μέλισσες  $z(p)$  από το μελισσοκομείο. Το μελισσοκομείο βρίσκεται στην εξής κατάσταση:  $\tilde{M}(p)[\tilde{h}_3(p), \tilde{h}_4(p), \dots, \tilde{h}_{20+B}(p)]$  μετά την ανάπτυξη που έχει προηγηθεί από το βήμα  $p-1$ . Κατά τη διαδικασία της αναδιάταξης ο μελισσοκόμος δε δημιουργεί πλαίσια, απλά τα επανατοποθετεί, το ίδιο συμβαίνει και με τις βασίλισσες. Σε αυτήν τη διαδικασία υπάρχουν δύο τύποι περιορισμών: το πλήθος των πλαισίων και το πλήθος των βασιλισσών δεν μπορεί να αυξηθεί. Πάντως, μελισσοσμήνη με πληθικότητα μεγαλύτερη των 20 πλαισίων δημιουργούν προβλήματα, τα οποία δεν θα μελετηθούν στην παρούσα Διπλωματική διατριβή.

Οι μαθηματικές συνθήκες ανάπτυξης σε κάθε βήμα  $p$  είναι οι εξής:

$$\sum_{i=3}^{20+B} i * \tilde{h}_i(p) = \sum_{i=3}^{20} [i * h_i(p)] + z(p) \quad (\text{Π3})$$

$$\sum_{i=3}^{20+B} \tilde{h}_i(p) \geq \sum_{i=3}^{20} h_i(p) \quad (\text{Π4})$$

για κάθε βήμα  $p=1,2,\dots,V$ .

Η (Π3) είναι περιορισμός ως προς τον συνολικό αριθμό των πλαισίων με μέλισσες. Αυτός ο αριθμός δεν μπορεί να αλλάξει κατά τη διάρκεια της αναδιάταξης.

Η (Π4) είναι περιορισμός ως προς το πλήθος των βασιλισσών. Ο αριθμός αυτός μπορεί να μειωθεί αφαιρώντας βασίλισσες από το μελισσοκομείο, όμως η προσθήκη βασιλισσών στο μελισσοκομείο απαιτεί συγκεκριμένες μελισσοκομικές ενέργειες, οι οποίες δεν θα ερευνηθούν εδώ.

Γίνεται η αναδιάταξη-πολλαπλασιασμός(οι εργασίες του μελισσοκόμου) και η κατάσταση είναι:  $M[h_3(p),h_4(p),\dots,h_{20}(p)] +z(p)$

Στο βήμα  $p=V$  μετά το πέρας των εργασιών του μελισσοκόμου η κατάσταση θα είναι:

$$M(V) = [h_3(V), h_4(V), \dots, h_{20}(V)]+z(V)$$

### 3.4.7 Αρχική κατάσταση βήμα-0

Για  $p = 0$  είναι η αρχική κατάσταση, δηλαδή η χρονική στιγμή κατά την οποία ξεκινάει η μελισσοκομική άνοιξη. Τα μελισσοσμήνη τα οποία θα καταμετρηθούν σε μία επίσκεψη στο μελισσοκομείο, κατά την οποία ο μελισσοκόμος αντιλαμβάνεται ότι έχει ξεκινήσει η μελισσοκομική άνοιξη, θα θεωρηθούν τα αρχικά μελισσοσμήνη. Ακόμη, στο αρχικό βήμα δεν θα αποσπαστούν πλαίσια με μέλισσες, δηλαδή  $z(0) = 0$ .

Αναπαρίσταται ως  $M[h_3(0),h_4(0),\dots,h_{20}(0)]$ , όπου  $h_i(0)$  το πλήθος των μελισσοσμηνών πληθικότητας  $i$  πλαισίων μετά το πέρας των εργασιών του μελισσοκόμου, για  $i = 3,4, \dots, 20$ .

### 3.4.8 Αποσπώμενα πλαίσια

Έστω  $Z$  το πλήθος των πλαισίων με μέλισσες που θα αποσπαστούν από το μελισσοκομείο. Τα πλαίσια αυτά αποσπώνται σταδιακά, αφού σε κάθε βήμα  $p$  θα αποσπώνται  $z(p)$  μελισσοσμήνη, όπου  $z(p) \geq 0$ . Έτσι το συνολικό τους πλήθος θα είναι:

$$Z = \sum_{p=0}^V z(p) \tag{13}$$

Θα έχουν αποσπαστεί  $Z$  πλαίσια από το μελισσοκομείο, όπου  $Z = \sum_{p=0}^V z(p)$  όπως προαναφέρθηκε.

### 3.4.9 Τελική υπόθεση

Αφού κάθε μελισσοκόμος έχει το δικό του μελισσοκομικό πλάνο, οι τελικές υποθέσεις ποικίλουν. Στην παρούσα εργασία θα θεωρηθεί ότι κατά το πέρας της μελισσοκομικής άνοιξης ο μελισσοκόμος επιθυμεί από τα αρχικά του μελισσοσμήνη να έχουν γίνει όλα έτοιμα παραγωγικά μελισσοσμήνη, δηλαδή πληθικότητας 20 πλαισίων, έχοντας αποσπάσει όσο το δυνατόν περισσότερα πλαίσια με πληθυσμό από το μελισσοκομείο του.

Έτσι ο τελευταίος περιορισμός που προκύπτει είναι:

$$h_{20}(V) = \sum_{i=3}^{20} h_i(0) \quad (\text{Π5})$$

Σημείωση1: Είναι πολύ πιθανό κάποιος να επιθυμούσε όλα τα μελισσοσμήνη να είναι πληθικότητας 10 πλαισίων.  $h_{10}(V) = \sum_{i=3}^{20} h_i(0)$  (T1)

Σημείωση2: Ο περιορισμός Π5 ουσιαστικά μετατρέπει την ανισότητα του περιορισμού Π4 σε ισότητα.

### 3.4.10 Αντικειμενική συνάρτηση

Ο αρχικός σκοπός ήταν η μεγιστοποίηση του πλήθους πλαισίων με μέλισσες που θα αποσπαστούν από ένα μελισσοκομείο. Έτσι η αντικειμενική μας συνάρτηση είναι:

$$\max\{Z\} = \sum_{p=0}^V z(p) \quad (14)$$

Με λύση τα  $M[h_3(p), h_4(p), \dots, h_{20}(p)] + z(p)$  για κάθε βήμα  $p = 1, 2, \dots, V$ .

Σημείωση3: Οι τιμές των μεταβλητών πρέπει να είναι θετικές:

$$h_i(p) \geq 0 \text{ για } i = 3, 4, \dots, 20 \text{ για } p = 1, 2, \dots, V \quad (\text{Π6})$$

$$\tilde{h}_i(p) \geq 0 \text{ για } i = 3, 4, \dots, 20 + B \text{ για } p = 1, 2, \dots, V \quad (\text{Π7})$$

## 3.5 Γραμμικό Μοντέλο(πρακτική προσέγγιση)

### 3.5.1 Εισαγωγή

Το θεωρητικό μοντέλο δεν λαμβάνει υπόψη του κάποια πρακτικά ζητήματα. Το κυριότερο όλων είναι ότι η κατάσταση σε ένα μελισσοκομείο δεν μπορεί να παρακολουθηθεί εύκολα. Δηλαδή, αν σε ένα βήμα  $p$  έχουμε ως λύση του συστήματος ότι πριν την αναδιάταξη η κατάσταση θα είναι  $\tilde{M}[\tilde{h}_3(p), \tilde{h}_4(p), \dots, \tilde{h}_{20+B}(p)]$  και μετά την



αναδιάταξη θα πρέπει να είναι  $M[h_3(p), h_4(p), \dots, h_{20}(p)] + z(p)$ , αυτό δεν σημαίνει ότι στο μελισσοκομείο τα μελισσοσμήνη της μίας πληθικότητας θα είναι στη σειρά. Αυτό σημαίνει ότι η καταγραφή δεν είναι εύκολη, ειδικά αν ληφθεί υπόψη ότι η επίσκεψη σε ένα μελισσοκομείο πραγματοποιείται στη φύση, πολύ συχνά σε υψηλές θερμοκρασίες και η μετακίνηση πλαισίων με μέλισσες από μια κυψέλη στην άλλη δεν είναι μια μεταφορά αντικειμένων, αλλά εντόμων.

Οι μελισσοκόμοι επιθυμούν όλα τα μελισσοσμήνη να είναι ίδιας πληθικότητας. Επομένως, όποτε βρεθεί ένα μελισσοσμήνος με περισσότερα πλαίσια με μέλισσες, τα περισσευόμενα πλαίσια αφαιρούνται, όπου υπάρχουν λιγότερα πλαίσια με μέλισσες, συμπληρώνονται από αυτά που έχουν ήδη αφαιρεθεί και στο τέλος όλα τα μελισσοσμήνη είναι ίδιας δυναμικής και «αφαιρούνται» από το μελισσοκομείο  $z(\lambda)$  πλαίσια με μέλισσες. Γι' αυτόν τον λόγο, επειδή οι μελισσοκόμοι (για πρακτικούς λόγους) επιθυμούν να υπάρχει μοναδική πληθικότητα μετά την αναδιάταξη, θα γίνει μετατροπή του μοντέλου, ώστε να ικανοποιείται αυτός ο περιορισμός.

Για να συμβεί αυτό, πρέπει να ληφθεί η απόφαση ποια πληθικότητα μετά την αναδιάταξη θα δώσει το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα. Για τον λόγο αυτό θα χρησιμοποιηθούν μεταβλητές απόφασης. Οι μεταβλητές αυτές παίρνουν δυαδικές τιμές (0 ή 1) και πολλαπλασιάζονται με τις μεταβλητές, μεταξύ των οποίων πρέπει να ληφθεί η απόφαση. Ακόμη το άθροισμα τους πρέπει να είναι ίσο με το πλήθος των διαφορετικών περιπτώσεων που είναι επιθυμητό. Στην προκειμένη περίπτωση θα πολλαπλασιαστούν με τις πληθικότητες και το άθροισμα τους θα πρέπει να δίνει 1. Καθώς πραγματοποιείται πολλαπλασιασμός μεταξύ μεταβλητών, το μοντέλο δεν λύνεται με τη μέθοδο Simplex. Για να γίνει η επίλυση με τη μέθοδο Simplex, θα χρησιμοποιηθούν McCormick μετατροπές με τις οποίες το μοντέλο γραμμικοποιείται.

### 3.5.2 Μη-γραμμικό Μοντέλο προγραμματισμού

Πολλαπλασιάζοντας τις τιμές των  $h_i(p)$  για  $i=3,4,\dots,20$ , για κάθε βήμα  $p=1,2,\dots,V$ , δηλαδή το πλήθος των μελισσοσμηνών μετά την αναδιάταξη, με  $c_i(p)$  πλέον το μοντέλο παύει να είναι γραμμικό και μετατρέπεται σε μοντέλο δυναμικού προγραμματισμού. Οι μεταβλητές είναι δυαδικές, δηλαδή παίρνουν είτε την τιμή 0 είτε την τιμή 1. Έτσι, προσθέτοντας τον περιορισμό:

$$\sum_{i=3}^{20} c_i(p) = 1 \text{ για κάθε βήμα } p=1,2,\dots,V, \quad (\text{Π6}')$$

πραγματοποιείται η επιλογή της πληθικότητας που θα δώσει το βέλτιστο αποτέλεσμα.

Θέτοντας  $w_i(p) = c_i(p) \cdot h_i(p)$  για  $i = 3, 4, \dots, 20$  για κάθε βήμα  $p = 1, 2, \dots, V$ , οι περιορισμοί του γραμμικού μοντέλου γίνονται:

$$\tilde{h}_{i+F(i,1)}(p) = w_i(p-1) \text{ για } i = 3, 4, \dots, 20 \quad (P1')$$

$$\tilde{h}_j(p) = 0, \text{ για } j \in J(j) \quad (P2')$$

$$\sum_{i=3}^{20+B} i \cdot \tilde{h}_i(p) = \sum_{i=3}^{20} [i \cdot w_i(p)] + z(p) \text{ για } p = 1, 2, \dots, V \quad (P3')$$

$$\sum_{i=3}^{20+B} \tilde{h}_i(p) \geq \sum_{i=3}^{20} w_i(p) \text{ για } p = 1, 2, \dots, V \quad (P4')$$

$$w_{20}(V) = \sum_{i=3}^{20} w_i(0) \quad (P5')$$

Στο μη-γραμμικό μοντέλο υπάρχουν και οι περιορισμοί:

$$\sum_{i=3}^{20} c_i(p) = 1 \text{ για κάθε βήμα } p=1, 2, \dots, V \quad (P6')$$

$$w_i(p) = c_i(p) \cdot h_i(p) \text{ για } i = 3, 4, \dots, 20 \text{ για κάθε βήμα } p = 1, 2, \dots, V \quad (P7')$$

Όπου:

$$h_i(p) \geq 0 \text{ για } i = 3, 4, \dots, 20 \text{ για } p = 1, 2, \dots, V \quad (P8')$$

$$\tilde{h}_i(p) \geq 0 \text{ για } i = 3, 4, \dots, 20 + B \text{ για } p = 1, 2, \dots, V \quad (P9')$$

Η αντικειμενική συνάρτηση παραμένει αναλλοίωτη:

$$\max\{Z\} = \sum_{p=0}^V z(p)$$

με λύση τα  $M[w_3(p), w_4(p), \dots, w_{20}(p)] + z(p)$  για κάθε βήμα  $p = 1, 2, \dots, V$ .

### 3.5.3 McCormick μετατροπές (θεωρία)

Τα βήματα, για να γίνουν οι μετατροπές McCormick για ένα γινόμενο μεταβλητών π.χ.  $x \cdot y$  όπου  $x \in [x_L, x_U]$  και  $y \in [y_L, y_U]$  είναι:

1. Γίνεται ανάθεση της μεταβλητής  $w = x \cdot y$
2. Ορίζονται οι μεταβλητές  $a$  και  $b$  συναρτήσει του  $x$  και  $y$  αντίστοιχα ως:

$$a = x - x_L \text{ και } b = y - y_L$$

3. Είναι φανερό ότι:  $a \cdot b \geq 0$ .

Άρα κάνοντας πράξεις προκύπτει:  $x \cdot y - x_L \cdot y - x \cdot y_L + x_L \cdot y_L \geq 0$ , όπου

$$w = x \cdot y$$

$$\text{Άρα } w \geq x_L \cdot y + x \cdot y_L - x_L \cdot y_L \quad (Mc1)$$

4. Ομοίως για  $a = x_U - x$  και  $b = y_U - y$  προκύπτει:

$$w \geq x_U \cdot y + x \cdot y_U - x_U \cdot y_U \quad (\text{Mc2})$$

5. Ομοίως για  $a = x_U - x$  και  $b = y - y_L$  προκύπτει:

$$w \leq x_U \cdot y + x \cdot y_L - x_U \cdot y_L \quad (\text{Mc3})$$

6. Ομοίως για  $a = x - x_L$  και  $b = y_U - y$  προκύπτει:

$$w \leq x \cdot y_U + x_L \cdot y - x_L \cdot y_U \quad (\text{Mc4})$$

Οι περιορισμοί (Mc1) και (Mc2) αντιπροσωπεύουν τους υποεκτιμητές της συνάρτησης, ενώ οι (Mc3) και (Mc4) τους υπερεκτιμητές.

### 3.5.4 McCormick μετατροπές(στο παρόν μοντέλο)

Στο παρόν μοντέλο το γινόμενο μεταξύ μεταβλητών είναι :

$$w_i(p) = c_i(p) \cdot h_i(p),$$

όπου  $c_i(p) \in [0,1]$  και  $h_i(p) \in [0, \sum_{i=3}^{20} h_i(0)]$

Οι μετατροπές γίνονται:

$$1. w_i(p) \geq 0 \quad (\text{Mc1}')$$

$$2. w_i(p) \geq h_i(p) + c_i(p) \cdot \sum_{i=3}^{20} h_i(0) - \sum_{i=3}^{20} h_i(0) \quad (\text{Mc2}')$$

$$3. w_i(p) \leq h_i(p) \quad (\text{Mc3}')$$

$$4. w_i(p) \leq \sum_{i=3}^{20} h_i(0) \cdot c_i(p) \quad (\text{Mc4}')$$

Οι μετατροπές αυτές θα αντικαταστήσουν τους περιορισμούς (Π7').

### 3.5.5 Γραμμικοποιημένο Μοντέλο

Καθώς οι διαδικασίες, όπως έχουν περιγραφεί στην ενότητα 3.4, παραμένουν ίδιες, οι περιορισμοί του μοντέλου που αναφέρονται σε εκείνη την ενότητα προσαρμόζονται έτσι ώστε:

- Να ικανοποιηθεί η απαίτηση των μελισσοκόμων μετά την αναδιάταξη όλα τα μελισσοσμήνη να είναι μοναδικής πληθικότητας
- Η επίλυση του μοντέλου να γίνεται με τη μέθοδο Simplex

Η αντικειμενική συνάρτηση:

$$\max\{Z\} = \sum_{p=0}^V z(p)$$

Με λύση τα  $M[w_3(p), w_4(p), \dots, w_{20}(p)] + z(p)$  για κάθε βήμα  $p = 1, 2, \dots, V$ .

Με περιορισμούς:

$$1. \tilde{h}_{i+F(i,1)}(p) = w_i(p-1) \text{ για } i = 3, 4, \dots, 20, \text{ για } p = 1, 2, \dots, V \quad (\Pi 1')$$

$$2. \tilde{h}_j(p) = 0, \text{ για } j \in J(j) \quad (\Pi 2')$$

$$3. \sum_{i=3}^{20+B} i * \tilde{h}_i(p) = \sum_{i=3}^{20} [i \cdot w_i(p)] + z(p) \text{ για } p = 1, 2, \dots, V \quad (\Pi 3')$$

$$4. \sum_{i=3}^{20+B} \tilde{h}_i(p) \geq \sum_{i=3}^{20} w_i(p) \text{ για } p = 1, 2, \dots, V \quad (\Pi 4')$$

$$5. w_{20}(V) = \sum_{i=3}^{20} w_i(0) \quad (\Pi 5')$$

$$6. \sum_{i=3}^{20} c_i(p) = 1 \text{ για } p = 1, 2, \dots, V \quad (\Pi 6')$$

$$7. c_i(p) \in \{0, 1\} \text{ για } i = 3, 4, \dots, 20 \text{ για } p = 1, 2, \dots, V \quad (\Pi 7')$$

$$8. h_i(p) \geq 0 \text{ για } i = 3, 4, \dots, 20 \text{ για } p = 1, 2, \dots, V \quad (\Pi 8')$$

$$9. \tilde{h}_i(p) \geq 0 \text{ για } i = 3, 4, \dots, 20 + B \text{ για } p = 1, 2, \dots, V \quad (\Pi 9')$$

$$10. w_i(p) \geq 0 \text{ για } i = 3, 4, \dots, 20 \text{ για } p = 1, 2, \dots, V \quad (\text{Mc}1')$$

$$11. w_i(p) \geq h_i(p) + c_i(p) \cdot \sum_{i=3}^{20} h_i(0) - \sum_{i=3}^{20} h_i(0) \\ \text{για } i = 3, 4, \dots, 20 \text{ για } p = 1, 2, \dots, V \quad (\text{Mc}2')$$

$$12. w_i(p) \leq h_i(p) \text{ για } i = 3, 4, \dots, 20 \text{ για } p = 1, 2, \dots, V \quad (\text{Mc}3')$$

$$13. w_i(p) \leq \sum_{i=3}^{20} h_i(0) \cdot c_i(p) \text{ για } i = 3, 4, \dots, 20 \text{ για } p = 1, 2, \dots, V \quad (\text{Mc}4')$$

Σημείωση1: Είναι πολύ πιθανό κάποιος να επιθυμούσε όλα τα μελισσοσμήνη να είναι πληθικότητας 10 πλαισίων.  $w_{10}(V) = \sum_{i=3}^{20} w_i(0)$  (T1')

#### **4. Επεξεργασία Δεδομένων και Μέθοδος Επίλυσης**

Η ανάλυση των δεδομένων έγινε με σκοπό να υπολογιστούν η μέση διάρκεια της μελισσοκομικής άνοιξης, η μέση περίοδος επιθεωρήσεων και η μέση ημερήσια ανάπτυξη που έχει κάθε μελισσοσμήνος, αναλόγως με την πληθικότητα του. Τα δεδομένα αυτά υπολογίστηκαν ξεχωριστά για τη Νότια και ξεχωριστά για τη Βόρεια Ελλάδα και χρησιμοποιήθηκαν στα παραδείγματα που μελετώνται στα κεφάλαια 5 και 6. Ακόμη, γίνεται αναφορά στον τρόπο που θα λύνονται τα μοντέλα του κεφαλαίου 3, στον τρόπο εισαγωγής των δεδομένων και στη διαδικασία της εξαγωγής των αποτελεσμάτων.

## 4.1 Δεδομένα

Στον πίνακα 2 φαίνεται η ημερήσια ανάπτυξη των μελισσοσμηγών, η περίοδος των επισκέψεων στο μελισσοκομείο και η διάρκεια της μελισσοκομικής άνοιξης σε κάθε μία από τις δύο περιοχές μελέτης.

Πίνακας 2. Σταθμισμένοι μέσοι

	Νότια Ελλάδα	Βόρεια Ελλάδα
Μέση Ημερήσια Ανάπτυξη μελισσοσμήγους 3 πλαισίων	+0,237	+0,161
Μέση Ημερήσια Ανάπτυξη μελισσοσμήγους 4 πλαισίων	+0,290	+0,173
Μέση Ημερήσια Ανάπτυξη μελισσοσμήγους 5 πλαισίων	+0,355	+0,200
Μέση Ημερήσια Ανάπτυξη μελισσοσμήγους 6 πλαισίων	+0,421	+0,250
Μέση Ημερήσια Ανάπτυξη μελισσοσμήγους 7 πλαισίων	+0,454	+0,285
Μέση Ημερήσια Ανάπτυξη μελισσοσμήγους 8 πλαισίων	+0,529	+0,337
Μέση Ημερήσια Ανάπτυξη μελισσοσμήγους 9 πλαισίων	+0,580	+0,376
Μέση Ημερήσια Ανάπτυξη μελισσοσμήγους 10 πλαισίων	+0,617	+0,413
Μέση Ημερήσια Ανάπτυξη μελισσοσμήγους 11 πλαισίων	+0,660	+0,427
Μέση Ημερήσια Ανάπτυξη μελισσοσμήγους 12 πλαισίων	+0,665	+0,452
Μέση Ημερήσια Ανάπτυξη μελισσοσμήγους 13 πλαισίων	+0,678	+0,475
Μέση Ημερήσια Ανάπτυξη μελισσοσμήγους 14 πλαισίων	+0,700	+0,493
Μέση Ημερήσια Ανάπτυξη μελισσοσμήγους 15 πλαισίων	+0,722	+0,513
Μέση Ημερήσια Ανάπτυξη μελισσοσμήγους 16 πλαισίων	+0,747	+0,531
Μέση Ημερήσια Ανάπτυξη μελισσοσμήγους 17 πλαισίων	+0,767	+0,534
Μέση Ημερήσια Ανάπτυξη μελισσοσμήγους 18 πλαισίων	+0,781	+0,587
Μέση Ημερήσια Ανάπτυξη μελισσοσμήγους 19 πλαισίων	+0,784	+0,589
Μέση Ημερήσια Ανάπτυξη μελισσοσμήγους 20 πλαισίων	+0,787	+0,591
Μέση Διάρκεια Μελισσοκομικής Άνοιξης (μέρες)	67	65
Μέση Περίοδος Επισκέψεων (μέρες)	6,602	7,557

#### 4.1.1 Μέση Ημερήσια Ανάπτυξη

Όπως αναφέρθηκε, η μέση ημερήσια ανάπτυξη εξαρτάται από την πληθικότητα του μελισσοσμήνους. Για να υπολογιστεί, έγινε πρώτα η αναγωγή των δεδομένων όλων των ερωτηματολογίων κάθε περιοχής ενδιαφέροντος σε ημερήσια ανάπτυξη. Έπειτα βρέθηκε ο σταθμισμένος μέσος τους και έγινε στρογγυλοποίηση στο τρίτο δεκαδικό ψηφίο (χιλιοστά). Τα αποτελέσματα της μέσης ημερήσιας ανάπτυξης φαίνονται στον πίνακα 2.

Όπως ήταν αναμενόμενο, οι τιμές της μέσης ημερήσιας ανάπτυξης είναι αύξουσες και για τις δύο περιοχές μελέτης. Ακόμη, παρατηρείται ότι τα μελισσοσμήνη στη Νότια Ελλάδα αναπτύσσονται πιο γρήγορα από τα αντίστοιχα της Βόρειας Ελλάδας, παρόλο που η μελισσοκομική άνοιξη έχει περίπου την ίδια διάρκεια. Μία πιθανή ερμηνεία είναι ότι τα φυτά της Νότιας Ελλάδας αποδίδουν περισσότερο από τα φυτά της Βόρειας. Ή μπορεί να συμβαίνει λόγω του ηπιότερου χειμώνα που βιώνουν τα μελισσοσμήνη στην περιοχή αυτή.

#### 4.1.2 Μέση Διάρκεια Μελισσοκομικής Άνοιξης

Η μέση διάρκεια της μελισσοκομικής άνοιξης υπολογίστηκε ως ο σταθμισμένος μέσος όρος των απαντήσεων των ερωτηματολογίων κάθε περιοχής ενδιαφέροντος. Επιπλέον έγινε στρογγυλοποίηση στις μονάδες, καθώς μετριέται σε μέρες. Η μέση διάρκεια της μελισσοκομικής άνοιξης στη Νότια Ελλάδα είναι 67 ημέρες, ενώ στη Βόρεια 65. Η διαφορά που παρατηρείται είναι μικρή.

#### 4.1.3 Μέση Περίοδος Επισκέψεων

Η μέση περίοδος επισκέψεων υπολογίστηκε ως ο σταθμισμένος μέσος όρος των απαντήσεων των ερωτηματολογίων κάθε περιοχής ενδιαφέροντος. Ακολουθεί στρογγυλοποίηση στις μονάδες, καθώς η μέση περίοδος μετριέται σε μέρες. Η μέση περίοδος είναι πολύ σημαντική, επειδή με αυτήν θα πολλαπλασιαστεί η μέση ημερήσια ανάπτυξη, προκειμένου να υπολογιστεί η αναμενόμενη ανάπτυξη που θα χρησιμοποιηθεί στις δοκιμές που θα γίνουν. Όμως, για να γίνει αντικειμενική σύγκριση, θα πρέπει να γίνει μελέτη για ίδια συχνότητα επιθεωρήσεων. Για να συμβεί αυτό, θα πάρουμε ως περίοδο επισκέψεων τη στρογγυλοποίηση στις μονάδες του μέσου όρου:

$$G = \frac{6,602 + 7,557}{2} = 7,0795 \cong 7$$

## 4.2 Υλοποίηση επίλυσης

Σε αυτήν την ενότητα καταγράφονται οι υπολογισμοί και οι διαδικασίες που χρειάζονται, για να λυθεί το πρόβλημα.

### 4.2.1 Ανάπτυξη

Αφού υπολογίστηκε η περίοδος των επισκέψεων, θα γίνει ο υπολογισμός της ανάπτυξης. Μετά τον πολλαπλασιασμό κάθε ημερήσιας ανάπτυξης (πίνακας 2) με G (την περίοδο επισκέψεων), γίνεται στρογγυλοποίηση στις μονάδες, καθώς μετريέται σε πλήθος πλαισίων με μέλισσες. Τα αποτελέσματα των υπολογισμών παρουσιάζονται στον πίνακα 3. Τα αποτελέσματα δείχνουν τις αναπτύξεις των μελισσοσμηνών πληθικότητας  $i$ ,  $F(i, 1)$  για κάθε  $i=3,4,\dots,20$  όπως παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 3.

**Πίνακας 3.** Ο πίνακας με την ημερήσια ανάπτυξη και τους υπολογισμούς

	Νότια Ελλάδα	Βόρεια Ελλάδα
Ανάπτυξη μελισσοσμήνους 3 πλαισίων	+2	+1
Ανάπτυξη μελισσοσμήνους 4 πλαισίων	+2	+1
Ανάπτυξη μελισσοσμήνους 5 πλαισίων	+2	+1
Ανάπτυξη μελισσοσμήνους 6 πλαισίων	+3	+2
Ανάπτυξη μελισσοσμήνους 7 πλαισίων	+3	+2
Ανάπτυξη μελισσοσμήνους 8 πλαισίων	+4	+2
Ανάπτυξη μελισσοσμήνους 9 πλαισίων	+4	+3
Ανάπτυξη μελισσοσμήνους 10 πλαισίων	+4	+3
Ανάπτυξη μελισσοσμήνους 11 πλαισίων	+5	+3
Ανάπτυξη μελισσοσμήνους 12 πλαισίων	+5	+3
Ανάπτυξη μελισσοσμήνους 13 πλαισίων	+5	+3
Ανάπτυξη μελισσοσμήνους 14 πλαισίων	+5	+3
Ανάπτυξη μελισσοσμήνους 15 πλαισίων	+5	+4
Ανάπτυξη μελισσοσμήνους 16 πλαισίων	+5	+4
Ανάπτυξη μελισσοσμήνους 17 πλαισίων	+5	+4
Ανάπτυξη μελισσοσμήνους 18 πλαισίων	+5	+4
Ανάπτυξη μελισσοσμήνους 19 πλαισίων	+5	+4
Ανάπτυξη μελισσοσμήνους 20 πλαισίων	+6	+4
Διάρκεια Μελισσοκομικής Άνοιξης (μέρες)	67	65
Περίοδος Επισκέψεων (μέρες)		7
Πλήθος Επισκέψεων	9	9



## 4.2.2 Πλήθος Επισκέψεων

Το πλήθος των επισκέψεων που θα πραγματοποιηθούν κατά τη διάρκεια της μελισσοκομικής άνοιξης και κατ' επέκταση και των βημάτων προκύπτει ως το ακέραιο μέρος της διαίρεσης της διάρκειας με την περίοδο, όπως αναφέρθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Το πλήθος των επισκέψεων θα είναι ίδιο και στις δύο περιπτώσεις.

## 4.3 Επίλυση Μοντέλου

Για να γίνει επίλυση όλων των μοντέλων, τόσο του γραμμικού όσο και του γραμμικοποιημένου(με μοναδική πληθικότητα και με πολλαπλές πληθικότητες) γράφτηκε ένα πρόγραμμα στη γλώσσα της Python και πιο συγκεκριμένα χρησιμοποιήθηκε η βιβλιοθήκη της pyomo. Στο πρόγραμμα, τόσο για την εισαγωγή δεδομένων, δηλαδή την ανάπτυξη και το πλήθος των μελισσοσμηνών, όσο και για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων προσαρμόστηκε ένα Graphical Users Interface (GUI)Tkinter.

### 4.3.1 Αρχική Οθόνη

Για να λειτουργήσει, θα πρέπει να γίνει εισαγωγή των εξής δεδομένων:

- i. Διάρκεια μελισσοκομικής άνοιξης στην περιοχή (σε μέρες)
- ii. Περίοδος των επισκέψεων στο μελισσοκομείο (σε μέρες)
- iii. Αναλυτικά το πλήθος μελισσοσμηνών
- iv. Ανάπτυξη των μελισσοσμηνών

Στην εικόνα 5 φαίνεται η αρχική οθόνη του προγράμματος στην οποία γίνεται η εισαγωγή των δεδομένων.

	Πλήθος	Ανάπτυξη
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 3 πλαίσιων	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="1"/> ▾
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 4 πλαίσιων	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="1"/> ▾
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 5 πλαίσιων	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="1"/> ▾
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 6 πλαίσιων	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="1"/> ▾
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 7 πλαίσιων	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="1"/> ▾
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 8 πλαίσιων	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="2"/> ▾
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 9 πλαίσιων	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="2"/> ▾
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 10 πλαίσιων	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="2"/> ▾
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 11 πλαίσιων	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="3"/> ▾
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 12 πλαίσιων	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="3"/> ▾
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 13 πλαίσιων	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="3"/> ▾
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 14 πλαίσιων	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="3"/> ▾
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 15 πλαίσιων	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="3"/> ▾
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 16 πλαίσιων	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="3"/> ▾
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 17 πλαίσιων	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="3"/> ▾
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 18 πλαίσιων	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="3"/> ▾
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 19 πλαίσιων	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="3"/> ▾
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 20 πλαίσιων	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="3"/> ▾
Διάρκεια Μελισσοκομικής Άνοιξης	<input type="text" value="0"/>	
Περίοδος Επιθεωρήσεων	<input type="text" value="0"/>	

*Εικόνα 5. Η αρχική οθόνη του προγράμματος, όπου γίνεται η εισαγωγή των δεδομένων*

Στα πεδία του πλήθους, της διάρκειας και της περιόδου μπορούν να γραφτούν μόνο ακέραιες αριθμητικές τιμές. Η τιμή των combobox αλλάζει είτε επιλέγοντας μία από τις προκαθορισμένες τιμές, 1,2,...,10 είτε πληκτρολογώντας την τιμή που επιθυμεί ο χρήστης.

Με αυτόν τον τρόπο στη στήλη «πλήθος» γράφονται τα  $M[h_3(0), h_4(0), \dots, h_{20}(0)]$ , στη στήλη «ανάπτυξη» τα  $F(i, 1)$ , αντίστοιχα στα πεδία από

κάτω η διάρκεια της μελισσοκομικής άνοιξης Δ.Μ.Α. και η περίοδος των επιθεωρήσεων G.

### 4.3.2 Αποτελέσματα

Τα αποτελέσματα εμφανίζονται αναλυτικά στο ίδιο παράθυρο δεξιά από τα combobox, όπως φαίνεται στην εικόνα 6. Η εικόνα φαίνεται ένα τυχαίο παράδειγμα:

Διπλωματική εργασία		Πλήθος	Ανάπτυξη	Στο βήμα	1	Στο βήμα	2	Στο βήμα	3	Στο βήμα	4
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 3 πλαίσίων	<input type="text" value="10"/>	<input type="text" value="1"/>	▼	0	0	0	0	0	0	0	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 4 πλαίσίων	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="1"/>	▼	10	0	0	0	0	0	0	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 5 πλαίσίων	<input type="text" value="10"/>	<input type="text" value="1"/>	▼	0	0	0	0	0	0	0	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 6 πλαίσίων	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="2"/>	▼	10	0	0	0	0	0	0	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 7 πλαίσίων	<input type="text" value="10"/>	<input type="text" value="2"/>	▼	0	0	0	0	0	0	0	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 8 πλαίσίων	<input type="text" value="10"/>	<input type="text" value="2"/>	▼	0	0	0	0	0	0	0	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 9 πλαίσίων	<input type="text" value="10"/>	<input type="text" value="3"/>	▼	10	0	0	0	0	0	0	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 10 πλαίσίων	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="3"/>	▼	10	0	0	0	0	0	0	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 11 πλαίσίων	<input type="text" value="10"/>	<input type="text" value="3"/>	▼	0	0	0	0	0	0	0	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 12 πλαίσίων	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="4"/>	▼	10	0	0	0	0	0	0	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 13 πλαίσίων	<input type="text" value="10"/>	<input type="text" value="4"/>	▼	0	100	0	0	0	0	0	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 14 πλαίσίων	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="4"/>	▼	10	0	0	0	0	0	0	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 15 πλαίσίων	<input type="text" value="10"/>	<input type="text" value="5"/>	▼	0	0	0	100	0	0	0	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 16 πλαίσίων	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="5"/>	▼	0	0	0	0	0	0	0	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 17 πλαίσίων	<input type="text" value="10"/>	<input type="text" value="5"/>	▼	10	0	100	0	0	0	0	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 18 πλαίσίων	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="6"/>	▼	0	0	0	0	0	0	0	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 19 πλαίσίων	<input type="text" value="10"/>	<input type="text" value="6"/>	▼	0	0	0	0	0	0	0	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 20 πλαίσίων	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="6"/>	▼	10	0	0	0	100	100	0	100
				0	0	0	0	0	0	0	0
				10	0	0	0	0	0	0	0
				0	0	0	0	0	0	0	0
				0	0	0	0	0	0	0	0
				10	0	0	0	0	0	0	0
Διάρκεια Μελισσοκομικής Άνοιξης	<input type="text" value="30"/>			0	0	0	0	0	0	0	0
Περίοδος Επιθεωρήσεων	<input type="text" value="7"/>										100
				νέα:	90	νέα:	200	νέα:	0	νέα:	600
				Σύνολο	890.0						
				Οκ							

Εικόνα 6. Τυχαίο παράδειγμα

Σε κάθε βήμα στην αριστερή στήλη φαίνεται πώς είναι το μελισσοκομείο πριν την αναδιάταξη και στη δεξιά πώς θα γίνει μετά. Ακόμη, η προτελευταία γραμμή δείχνει πόσα πλαίσια με μέλισσες θα αποσπαστούν από το μελισσοκομείο στο βήμα αυτό και στην τελευταία, η βέλτιστη λύση. Στο βήμα 1 μετά την αναδιάταξη όλα τα μελισσοσμήνη θα γίνουν 13 πλαίσίων και θα αποσπαστούν 90 πλαίσια. Στο βήμα 2 πριν την αναδιάταξη των μελισσοσμηνών όλα τα μελισσοσμήνη θα είναι 17 πλαίσίων, μετά

την αναδιάταξη θα γίνουν 15 πλαίσια και θα αποσπαστούν 200 πλαίσια. Συνολικά θα αποσπαστούν 890 πλαίσια από το μελισσοκομείο.

## 5. Διερεύνηση Κατανομών Μελισσοσμηνών

Τα γραμμικά μοντέλα δείχνουν ποια πρέπει να είναι η κατανομή των πόρων αναλογικά. Για τον λόγο αυτό θα γίνει μελέτη ποσοστιαία, δηλαδή θα μελετηθούν τα αποτελέσματα διαφόρων κατανομών 100 μελισσοσμηνών. Όπως έχει παρατηρηθεί, τα μεγαλύτερα μελισσοσμήνη έχουν, πέρα από τον μεγαλύτερο πληθυσμό και μεγαλύτερη ανάπτυξη, έτσι αναμένεται να φέρουν καλύτερα αποτελέσματα. Η μελέτη αυτή έρχεται να ποσοτικοποιήσει τη σημασία που έχει η πληθικότητα των μελισσοσμηνών με τα οποία θα ξεκινήσει ένας μελισσοκόμος τη μελισσοκομική άνοιξη. Ακόμη, θα γίνει υπολογισμός του κόστους που προκύπτει από τον περιορισμό (Π6'), δηλαδή το κόστος που έχουν οι μελισσοκόμοι στις περιοχές αυτές, για να ικανοποιηθεί η απαίτηση τους να έχουν μελισσοσμήνη μίας πληθικότητας. Επιπλέον, θα γίνει σύγκριση των αποφάσεων του μοντέλου, όταν στο τέλος της μελισσοκομικής άνοιξης απαιτείται τα μελισσοσμήνη να είναι πληθικότητας 10 αντί για 20.

Έτσι θα γίνει προσέγγιση των εξής κατανομών:

1. Κανονική Κατανομή
2. Ομοιόμορφη
3. Πληθικότητας 6 πλαισίων
4. Πληθικότητας 12 πλαισίων

Για κάθε κατανομή θα μελετηθούν και για τις δυο περιοχές μελέτης τα εξής σενάρια:

### A. Μοναδική πληθικότητα

Σε αυτό το σενάριο λαμβάνεται υπόψη η απαίτηση των μελισσοκόμων όλα τα μελισσοσμήνη να είναι μοναδικής πληθικότητας και όλα τα αρχικά μελισσοσμήνη στο τέλος να είναι πληθικότητας 20 πλαισίων.

Για την επίλυσή του χρησιμοποιήθηκε το γραμμικοποιημένο(πρακτικό) μοντέλο, δηλαδή η αντικειμενική συνάρτηση (14), με τους περιορισμούς: (Π1'), (Π2'), (Π3'), (Π4'), (Π5'), (Π6'),(Π7'),(Π8')(Π9'), (Mc1'), (Mc2'), (Mc3') και (Mc4').

### B. Πολλαπλές περιπτώσεις πληθικότητας

Σε αυτό το σενάριο δεν λαμβάνεται υπόψη η απαίτηση των μελισσοκόμων όλα τα μελισσοσμήνη να είναι μοναδικής πληθικότητας, όμως όλα τα αρχικά μελισσοσμήνη στο τέλος θα είναι πληθικότητας 20 πλαισίων. Το σενάριο αυτό

θα βοηθήσει στον υπολογισμό του κόστους που έχει η απαίτηση των μελισσοκόμων για μοναδική πληθικότητα.

Για την επίλυσή του χρησιμοποιήθηκε το γραμμικό(θεωρητικό) μοντέλο, δηλαδή η αντικειμενική συνάρτηση (14), με τους περιορισμούς: (Π1), (Π2), (Π3), (Π4), (Π5), (Π6) και (Π7).

#### C. Μοναδική πληθικότητα και τελικά μελισσοσμήνη 10 πλαισίων

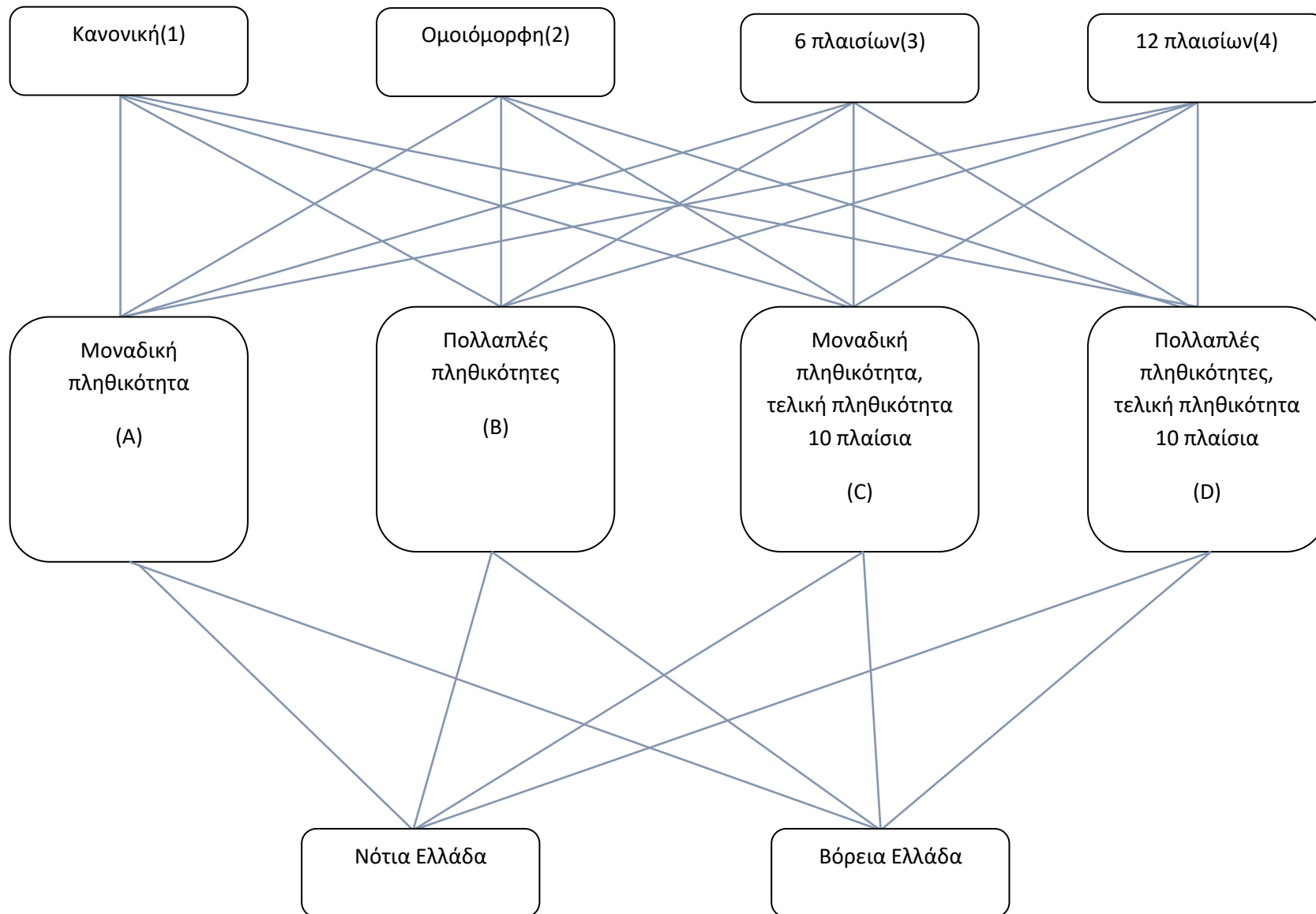
Σε αυτό το σενάριο λαμβάνεται υπόψη η απαίτηση των μελισσοκόμων όλα τα μελισσοσμήνη να είναι μοναδικής πληθικότητας και όλα τα αρχικά μελισσοσμήνη στο τέλος να είναι πληθικότητας 10 πλαισίων. Σκοπός του σεναρίου είναι να ελέγξει αν θα αλλάξει και πώς τη διαδικασία η τελική πληθικότητα των μελισσοσμηνών.

Για την επίλυσή του χρησιμοποιήθηκε το γραμμικοποιημένο(πρακτικό) μοντέλο, δηλαδή η αντικειμενική συνάρτηση (14), με τους περιορισμούς: (Π1'), (Π2'), (Π3'), (Π4'), (Π6'), (Π7'),(Π8'),(Π9'), (Mc1'), (Mc2'), (Mc3'),(Mc4') και (T1').

#### D. Πολλαπλές πληθικότητες και τελικά μελισσοσμήνη 10 πλαισίων

Σε αυτό το σενάριο δεν λαμβάνεται υπόψη η απαίτηση των μελισσοκόμων όλα τα μελισσοσμήνη να είναι μοναδικής πληθικότητας όμως όλα τα αρχικά μελισσοσμήνη στο τέλος θα είναι πληθικότητας 10 πλαισίων. Το σενάριο αυτό θα βοηθήσει στον υπολογισμό του κόστους που έχει η απαίτηση των μελισσοκόμων για μοναδική πληθικότητα και αν η τελική πληθικότητα επηρεάζει τη διαδικασία.

Για την επίλυσή του χρησιμοποιήθηκε το γραμμικό(θεωρητικό) μοντέλο, δηλαδή η αντικειμενική συνάρτηση (14), με τους περιορισμούς: (Π1), (Π2), (Π3), (Π4), (Π6), (Π7) και (T1).



Σχήμα 2. Οργανόγραμμα συνθέσεων

Πίνακας 4. Συγκεντρωτικά τα μοντέλα και οι περιορισμοί για όλα τα σενάρια

Σενάριο	A	B	C	D
Αντικειμενική Συνάρτηση	(14)			
(Π1)		✓		✓
(Π2)		✓		✓
(Π3)		✓		✓
(Π4)		✓		✓
(Π5)		✓		
(Π6)		✓		✓
(Π7)		✓		✓
(Π1')	✓		✓	
(Π2')	✓		✓	
(Π3')	✓		✓	
(Π4')	✓		✓	
(Π5')	✓		✓	
(Π6')	✓			
(Π7')	✓		✓	
(Π8')	✓		✓	
(Π9')	✓		✓	
(Mc1')	✓		✓	
(Mc2')	✓		✓	
(Mc3')	✓		✓	
(Mc4')	✓		✓	
(T1)				✓
(T1')			✓	



Πίνακας 5. Συγκεντρωτικά όλα τα σενάρια

Σενάριο	Ενότητα	Εικόνα	Περιοχή μελέτης		Πληθικότητα		Κατανομή			
			Νότια	Βόρεια	Μοναδική	Πολλαπλές	Κανονική	Ομοιόμορφη	6 πλαϊσίων	12 πλαϊσίων
Σενάριο 1ο	5.1.1.1	8	✓		✓		✓			
Σενάριο 2ο	5.1.1.2	9		✓	✓		✓			
Σενάριο 3ο	5.1.2.1	10	✓			✓	✓			
Σενάριο 4ο	5.1.2.2	11		✓		✓	✓			
Σενάριο 5ο	5.1.3.1	12	✓		✓		✓			
Σενάριο 6ο	5.1.3.2	13		✓	✓		✓			
Σενάριο 7ο	5.1.4.1	15	✓			✓	✓			
Σενάριο 8ο	5.1.4.2	16		✓		✓	✓			
Σενάριο 9ο	5.2.1.1	18	✓		✓			✓		
Σενάριο 10ο	5.2.1.2	19		✓	✓			✓		
Σενάριο 11ο	5.2.2.1	20	✓			✓		✓		
Σενάριο 12ο	5.2.2.2	21		✓		✓		✓		
Σενάριο 13ο	5.2.3.1	22	✓		✓			✓		
Σενάριο 14ο	5.2.3.2	23		✓	✓			✓		
Σενάριο 15ο	5.2.4.1	24	✓			✓		✓		
Σενάριο 16ο	5.2.4.2	25		✓		✓		✓		
Σενάριο 17ο	5.3.1.1	27	✓		✓				✓	
Σενάριο 18ο	5.3.1.2	28		✓	✓				✓	
Σενάριο 19ο	5.3.2.1	29	✓			✓			✓	
Σενάριο 20ο	5.3.2.2	30		✓		✓			✓	
Σενάριο 21ο	5.3.3.1	31	✓		✓				✓	
Σενάριο 22ο	5.3.3.2	32		✓	✓				✓	
Σενάριο 23ο	5.3.4.1	33	✓			✓			✓	
Σενάριο 24ο	5.3.4.2	34		✓		✓			✓	
Σενάριο 25ο	5.4.1.1	36	✓		✓					✓
Σενάριο 26ο	5.4.1.2	37		✓	✓					✓
Σενάριο 27ο	5.4.2.1	38	✓			✓				✓
Σενάριο 28ο	5.4.2.2	39		✓		✓				✓
Σενάριο 29ο	5.4.3.1	40	✓		✓					✓
Σενάριο 30ο	5.4.3.2	41		✓	✓					✓
Σενάριο 31ο	5.4.4.1	42	✓			✓				✓
Σενάριο 32ο	5.4.4.2	43		✓		✓				✓

## 5.1 Κανονική Κατανομή

	Πλήθος
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 3 πλαίσίων	1
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 4 πλαίσίων	1
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 5 πλαίσίων	1
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 6 πλαίσίων	3
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 7 πλαίσίων	4
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 8 πλαίσίων	5
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 9 πλαίσίων	10
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 10 πλαίσίων	12
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 11 πλαίσίων	13
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 12 πλαίσίων	13
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 13 πλαίσίων	12
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 14 πλαίσίων	10
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 15 πλαίσίων	5
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 16 πλαίσίων	4
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 17 πλαίσίων	3
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 18 πλαίσίων	1
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 19 πλαίσίων	1
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 20 πλαίσίων	1

Εικόνα 7. Πλήθος μελισσοσμηνών κανονικής (κατά προσέγγιση) κατανομής

Το πλήθος των πλαίσίων με μέλισσες είναι 1.150 και κατανέμεται σε 100 μελισσοσμήνη.

### 5.1.1 Μοναδική Πληθικότητα(Κανονική Κατανομή)

Σε αυτήν την ενότητα χρησιμοποιείται το μοντέλο 1Α.

#### 5.1.1.1 Νότια Ελλάδα

Στην εικόνα 8 φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τη Νότια Ελλάδα. Η βέλτιστη τιμή είναι 4.301 νέα πλαίσια με μέλισσες. Επιπλέον τα 100 αρχικά μελισσοσμήνη θα είναι πληθικότητας 20 πλαίσίων, δηλαδή θα προκύψουν ακόμη  $20 \cdot 100 - 1.150 = 850$  πλαίσια.

Στο βήμα	1	Στο βήμα 2	Στο βήμα 3	Στο βήμα 4	Στο βήμα 5	Στο βήμα 6	Στο βήμα 7	Στο βήμα 8	Στο βήμα 9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	100	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	100	0	100	0	100	0	100
4		100		0		0		0	
3		0		0		0		0	
1		0		0		0		0	
1		0		0		0		0	
0		0		0		0		0	
1		0	100	100	100	100	100	100	100
νέα:	1	νέα: 100	νέα: 600	νέα: 600	νέα: 600	νέα: 600	νέα: 600	νέα: 600	νέα: 600
Σύνολο	4301.0								

**Εικόνα 8. Τα αποτελέσματα στη Νότια Ελλάδα με μοναδική πληθικότητα**

Αρχικά δίνεται μεγαλύτερη έμφαση στην επένδυση πλαισίων στα αρχικά μελισσοσμήνη, προκειμένου να αξιοποιηθεί η μέγιστη ανάπτυξη η οποία επιτυγχάνεται, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 20 πλαισίων.

#### 5.1.1.2 Βόρεια Ελλάδα

Στην εικόνα 9 φαίνονται τα αντίστοιχα αποτελέσματα που προκύπτουν για τη Βόρεια Ελλάδα. Η βέλτιστη τιμή είναι 2.547 νέα πλαίσια με μέλισσες. Επιπλέον και τα 100 αρχικά μελισσοσμήνη θα είναι πληθικότητας 20 πλαισίων, δηλαδή θα προκύψουν ακόμη  $20 \cdot 100 - 1.150 = 850$  πλαίσια.

Στο βήμα	1	Στο βήμα 2	Στο βήμα 3	Στο βήμα 4	Στο βήμα 5	Στο βήμα 6	Στο βήμα 7	Στο βήμα 8	Στο βήμα 9								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
12	100	0	0	0	0	0	0	0	0								
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
13	0	0	100	0	0	0	0	0	0								
12	0	100	0	0	0	0	0	0	0								
10	0	0	0	0	100	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
5	0	0	0	100	0	0	0	0	0								
4	0	0	0	0	0	100	0	100	0								
3		0	0	0	100	0	0	0	0								
1		0	0	0	0	0	0	0	0								
1		0	0	0	0	0	0	0	0								
1		0	0	0	100	100	100	100	100								
νέα:	147	νέα:	100	νέα:	200	νέα:	100	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	400
Σύνολο	2547.0																

**Εικόνα 9. Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα με μοναδική πληθικότητα**

Αρχικά, δεν αποσπάται ο μέγιστος αριθμός πλαισίων από το μελισσοκομείο αλλά τα πλαίσια με μέλισσες επενδύονται στα αρχικά μελισσοσμήνη, ώστε να γίνει αξιοποίηση της μέγιστης ανάπτυξης, η οποία επιτυγχάνεται, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας μεγαλύτερης των 15 πλαισίων.

## 5.1.2 Πολλαπλές Περιπτώσεις Πληθικότητας (Κανονική Κατανομή)

Σε αυτήν την ενότητα χρησιμοποιείται το μοντέλο 1B.

### 5.1.2.1 Νότια Ελλάδα πολλαπλές περιπτώσεις πληθικότητας

Στην εικόνα 10 φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τη Νότια Ελλάδα, αν αγνοηθεί η απαίτηση των μελισσοκόμων να έχουν στο μελισσοκομείο μελισσοσμήνη μίας πληθικότητας. Η βέλτιστη τιμή είναι 4.356 νέα πλαίσια με μέλισσες. Επιπλέον τα 100 αρχικά μελισσοσμήνη θα είναι πληθικότητας 20 πλαισίων, δηλαδή θα προκύψουν ακόμη  $20 \cdot 100 - 1.150 = 850$  πλαίσια.

Στο βήμα	1	Στο βήμα 2	Στο βήμα 3	Στο βήμα 4	Στο βήμα 5	Στο βήμα 6	Στο βήμα 7	Στο βήμα 8	Στο βήμα 9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	44	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	44	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	55	1	100	0	100	0	100	0	100
4		0	0	0	0	0	0	0	0
3		0	0	0	0	0	0	0	0
1		0	0	0	0	0	0	0	0
1		0	0	0	0	0	0	0	0
0		0	0	0	0	0	0	0	0
1		55	100	100	100	100	100	100	100
νέα:	2	νέα:	154	νέα:	600	νέα:	600	νέα:	600
Σύνολο	4356.0								

Εικόνα 10. Τα αποτελέσματα στη Νότια Ελλάδα με πολλαπλές πληθικότητες

Στα πρώτα δύο βήματα δεν αποσπώνται πολλά πλαίσια από το μελισσοκομείο, αλλά επενδύονται στα αρχικά μελισσοσμήνη και σε αυτήν την περίπτωση, ώστε να αξιοποιηθεί η μέγιστη ανάπτυξη η οποία επιτυγχάνεται, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 20 πλαισίων. Η διαφορά με τη μέθοδο μίας πληθικότητας εντοπίζεται στην αναδιάταξη στο 1<sup>ο</sup> βήμα, όπου έχουμε τρεις διαφορετικές περιπτώσεις πληθικότητας, 11 πλαισίων, 15 πλαισίων και 20 πλαισίων. Η τιμή της βέλτιστης λύσης βελτιώνεται κατά 55 πλαίσια.

### 5.1.2.2 Βόρεια Ελλάδα πολλαπλές πληθικότητες

Στην εικόνα 11 φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τη Βόρεια Ελλάδα, αν αγνοηθεί η απαίτηση των μελισσοκόμων να έχουν στο μελισσοκομείο μελισσοσμήνη μίας πληθικότητας. Η βέλτιστη τιμή είναι 2.638 νέα πλαίσια με μέλισσες. Επιπλέον τα 100 αρχικά μελισσοσμήνη θα είναι πληθικότητας 20 πλαισίων, όπως και στην προηγούμενη ερώτηση, δηλαδή θα προκύψουν ακόμη  $20 \cdot 100 - 1.150 = 850$  πλαίσια.

Στο βήμα	1	Στο βήμα 2	Στο βήμα 3	Στο βήμα 4	Στο βήμα 5	Στο βήμα 6	Στο βήμα 7	Στο βήμα 8	Στο βήμα 9								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
4	9	0	0	0	0	0	0	0	0								
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
10	0	9	0	0	0	0	0	0	0								
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
13	91	0	33	0	0	0	0	0	0								
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
5	0	91	0	33	0	0	0	0	0								
4	0	0	67	0	100	0	100	0	100								
3		0	0	0	0	0	0	0	0								
1		0	0	0	0	0	0	0	0								
1		0	0	0	0	0	0	0	0								
1		0	67	100	100	100	100	100	100								
νέα:	1	νέα:	2	νέα:	235	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	400
Σύνολο	2638.0																

Εικόνα 11. Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα με πολλαπλές πληθικότητες

Στα πρώτα δύο βήματα δεν αποσπώνται πλαίσια από το μελισσοκομείο αλλά και σε αυτήν την περίπτωση επενδύονται στα αρχικά μελισσοσμήνη, ώστε να αξιοποιηθεί η μέγιστη ανάπτυξη, η οποία επιτυγχάνεται, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 15 πλαισίων και πάνω. Η διαφορά με τη μέθοδο μίας πληθικότητας εντοπίζεται στην αναδιάταξη στο 1<sup>ο</sup> βήμα και στο 2<sup>ο</sup> βήμα, όπου έχουμε δύο διαφορετικές περιπτώσεις πληθικότητας, 9 και 15 πλαισίων για το 1<sup>ο</sup> βήμα, 15 και 20 πλαισίων για το 2<sup>ο</sup> βήμα. Η τιμή της βέλτιστης λύσης βελτιώνεται κατά 91 πλαίσια.

### **5.1.3 Μοναδική Πληθικότητα και τελικά μελισσοσμήνη 10 πλαισίων(Κανονική Κατανομή)**

Σε αυτήν την ενότητα χρησιμοποιείται το μοντέλο 1C.

#### **5.1.3.1 Νότια Ελλάδα**

Στην εικόνα 12 φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τη Νότια Ελλάδα, αν απαιτηθεί από τους μελισσοκόμους, κατά το πέρας της μελισσοκομικής άνοιξης να έχουν στο μελισσοκομείο μελισσοσμήνη πληθικότητας 10 πλαισίων. Η βέλτιστη τιμή είναι 5.301 νέα πλαίσια με μέλισσες. Επιπλέον και τα 100 αρχικά μελισσοσμήνη θα είναι πληθικότητας 10 πλαισίων, δηλαδή σε αυτήν την περίπτωση από τα 1.150 πλαίσια που υπήρχαν αρχικά στο μελισσοκομείο θα μείνουν 1.000 ( $10 \cdot 100$ ).

Στο βήμα	1	Στο βήμα 2	Στο βήμα 3	Στο βήμα 4	Στο βήμα 5	Στο βήμα 6	Στο βήμα 7	Στο βήμα 8	Στο βήμα 9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	100
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	100	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	100	0	100	0	100	0	100
4		100		0		0		0	
3		0		0		0		0	
1		0		0		0		0	
1		0		0		0		0	
0		0		0		0		0	
1		0	100	100	100	100	100	100	100
νέα:	1	νέα: 100	νέα: 600	νέα: 600	νέα: 600	νέα: 600	νέα: 600	νέα: 600	νέα: 1600
Σύνολο	5301.0								

**Εικόνα 12. Τα αποτελέσματα στη Νότια Ελλάδα με μοναδική πληθικότητα και τελική πληθικότητα 10 πλαισίων**

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα με αυτά της εικόνας 8 γίνεται αντιληπτή μια ομοιότητα και στα βήματα των δύο περιπτώσεων. Πιο συγκεκριμένα οι διαδικασίες που πρέπει να ακολουθηθούν είναι σε όλα τα βήματα οι ίδιες με εξαίρεση το τελευταίο βήμα, όπου τα τελικά μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 10 πλαισίων. Μάλιστα, η διαφορά των βέλτιστων λύσεων είναι αυτή ακριβώς, δηλαδή  $1.000 ((20 - 10) \cdot 100)$  πλαίσια. Με αυτήν τη διαδικασία αξιοποιείται η μέγιστη ανάπτυξη (+6) που επιτυγχάνεται, όταν το μελισσοσμήνος είναι πληθικότητας 20 πλαισίων.

### 5.1.3.2 Βόρεια Ελλάδα

Στην εικόνα 13 φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τη Βόρεια Ελλάδα, αν απαιτηθεί από τους μελισσοκόμους κατά το πέρας της μελισσοκομικής άνοιξης να έχουν στο μελισσοκομείο μελισσοσμήνη πληθικότητας 10 πλαισίων. Η βέλτιστη τιμή είναι 3.547 νέα πλαίσια με μέλισσες. Επιπλέον και τα 100 αρχικά



μελισσοσμήνη θα είναι πληθικότητας 10 πλαισίων. Σε αυτήν την περίπτωση από τα 1.150 πλαίσια που υπήρχαν αρχικά στο μελισσοκομείο θα μείνουν 1.000 ( $10 \cdot 100$ ).

Στο βήμα	1	Στο βήμα 2	Στο βήμα 3	Στο βήμα 4	Στο βήμα 5	Στο βήμα 6	Στο βήμα 7	Στο βήμα 8	Στο βήμα 9								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
5	0	0	0	0	0	0	0	0	100								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
12	100	0	0	0	0	0	0	0	0								
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
13	0	0	100	0	0	0	0	0	0								
12	0	100	0	0	0	0	0	0	0								
10	0	0	0	0	100	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
5	0	0	0	100	0	0	0	0	0								
4	0	0	0	0	0	0	100	0	100								
3		0	0	0	100	0	0	0	0								
1		0	0	0	0	0	0	0	0								
1		0	0	0	0	0	0	0	0								
1		0	0	0	100	100	100	100	100								
νέα:	147	νέα:	100	νέα:	200	νέα:	100	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	1400
Σύνολο	3547.0																

**Εικόνα 13. Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα με μοναδική πληθικότητα και τελική πληθικότητα 10 πλαισίων**

Όπως και στην αντίστοιχη περίπτωση της Νότιας Ελλάδας, έτσι και εδώ οι διαδικασίες που πρέπει να ακολουθηθούν είναι σε όλα τα βήματα οι ίδιες, με εξαίρεση το τελευταίο βήμα, το οποίο θα επηρεάσει και τη βέλτιστη. Μάλιστα, η διαφορά των βέλτιστων λύσεων είναι πάλι, 1.000 ( $(20 - 10) \cdot 100$ ) πλαίσια. Σε κάθε βήμα της διαδικασίας αξιοποιείται η μέγιστη ανάπτυξη (+4) που επιτυγχάνεται, όταν το μελισσοσμήνος είναι πληθικότητας μεγαλύτερης των 15 πλαισίων. Αυτό εύκολα μπορεί να φανεί, αν προστεθεί στο μοντέλο ένας περιορισμός π.χ.  $w_{15}(5) = 100$ . Τα αποτελέσματα φαίνονται στην εικόνα 14 :

Στο βήμα	1	Στο βήμα 2	Στο βήμα 3	Στο βήμα 4	Στο βήμα 5	Στο βήμα 6	Στο βήμα 7	Στο βήμα 8	Στο βήμα 9								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
5	0	0	0	0	0	0	0	0	100								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
12	100	0	0	0	0	0	0	0	0								
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
13	0	0	100	0	100	0	0	0	0								
12	0	100	0	0	0	0	0	0	0								
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	100	0	0	0								
5	0	0	0	100	0	100	0	0	0								
4	0	0	0	0	0	0	0	100	0								
3		0		0		0		0									
1		0		0		100		0									
1		0		0		0		0									
1		0		0		0		100									
1		0		0		0		0	100								
νέα:	147	νέα:	100	νέα:	400	νέα:	100	νέα:	200	νέα:	900	νέα:	0	νέα:	300	νέα:	1400
Σύνολο	3547.0																

**Εικόνα 14.** Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα με μοναδική πληθικότητα, τελική πληθικότητα 10 πλαισίων και στο 5ο βήμα τα μελισσοσμήνη να είναι πληθικότητας 15 πλαισίων

Όπως προαναφέρθηκε, η βέλτιστη λύση δεν μεταβάλλεται. Αυτό μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι ένας μελισσοκόμος στη Βόρεια Ελλάδα έχει ευχέρεια ως προς τις αποφάσεις του, καθώς μπορεί να αποφασίσει κατά τη διάρκεια των βημάτων του την τελική πληθικότητα των μελισσοσμηνών του. Η τελική πληθικότητα δεν θα επηρεάσει τις κινήσεις του, με την προϋπόθεση ότι σε κάθε βήμα γίνεται αξιοποίηση της βέλτιστης ανάπτυξης (+4).

#### 5.1.4 Πολλαπλές Πληθικότητες και τελικά μελισσοσμήνη 10 πλαισίων(Κανονική Κατανομή)

Σε αυτήν την ενότητα χρησιμοποιείται το μοντέλο 1D.

#### 5.1.4.1 Νότια Ελλάδα

Στην εικόνα 15 φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τη Νότια Ελλάδα, αν απαιτηθεί από τους μελισσοκόμους, κατά το πέρας της μελισσοκομικής άνοιξης να έχουν στο μελισσοκομείο μελισσοσμήνη πληθικότητας 10 πλαισίων και αγνοηθεί η απαίτηση των μελισσοκόμων να έχουν στο μελισσοκομείο μελισσοσμήνη μίας πληθικότητας. Η βέλτιστη τιμή είναι 5.356 νέα πλαίσια με μέλισσες. Επιπλέον και τα 100 αρχικά μελισσοσμήνη θα είναι πληθικότητας 10 πλαισίων, δηλαδή σε αυτήν την περίπτωση από τα 1.150 πλαίσια που υπήρχαν αρχικά στο μελισσοκομείο θα μείνουν 1.000 ( $10 \cdot 100$ ).

Στο βήμα	1	Στο βήμα 2	Στο βήμα 3	Στο βήμα 4	Στο βήμα 5	Στο βήμα 6	Στο βήμα 7	Στο βήμα 8	Στο βήμα 9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	100
0	44	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	44	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	55	1	100	0	100	0	100	0	100
4		0	0	0	0	0	0	0	0
3		0	0	0	0	0	0	0	0
1		0	0	0	0	0	0	0	0
1		0	0	0	0	0	0	0	0
0		0	0	0	0	0	0	0	0
1		55	100	100	100	100	100	100	100
νέα:	2	νέα: 154	νέα: 600	νέα: 600	νέα: 600	νέα: 600	νέα: 600	νέα: 600	νέα: 1600
Σύνολο	5356.0								

**Εικόνα 15. Τα αποτελέσματα στη Νότια Ελλάδα με πολλαπλές πληθικότητες και τελική πληθικότητα 10 πλαισίων**

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα με αυτά της εικόνας 9 γίνεται αντιληπτή μια ομοιότητα και στα βήματα των δύο περιπτώσεων. Πιο συγκεκριμένα οι διαδικασίες που πρέπει να ακολουθηθούν είναι σε όλα τα βήματα οι ίδιες, με εξαίρεση το τελευταίο βήμα, όπου τα τελικά μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 10 πλαισίων. Μάλιστα, η

διαφορά των βέλτιστων λύσεων είναι αυτή ακριβώς, δηλαδή  $1.000 ((20 - 10) \cdot 100)$  πλαίσια. Με αυτήν τη διαδικασία αξιοποιείται η μέγιστη ανάπτυξη (+6) που επιτυγχάνεται, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 20 πλαισίων.

#### 5.1.4.2 Βόρεια Ελλάδα

Στην εικόνα 16 φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τη Βόρεια Ελλάδα, αν απαιτηθεί από τους μελισσοκόμους κατά το πέρας της μελισσοκομικής άνοιξης να έχουν στο μελισσοκομείο μελισσοσμήνη πληθικότητας 10 πλαισίων και αγνοηθεί η απαίτηση των μελισσοκόμων να έχουν στο μελισσοκομείο μελισσοσμήνη μίας πληθικότητας. Η βέλτιστη τιμή είναι 2.638 νέα πλαίσια με μέλισσες. Επιπλέον και τα 100 αρχικά μελισσοσμήνη θα είναι πληθικότητας 20 πλαισίων, δηλαδή θα προκύψουν ακόμη  $20 \cdot 100 - 1.150 = 850$  πλαίσια.

Στο βήμα	1	Στο βήμα 2	Στο βήμα 3	Στο βήμα 4	Στο βήμα 5	Στο βήμα 6	Στο βήμα 7	Στο βήμα 8	Στο βήμα 9								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
4	9	0	0	0	0	0	0	0	0								
5	0	0	0	0	0	0	0	0	100								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
10	0	9	0	0	0	0	0	0	0								
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
13	91	0	33	0	0	0	0	0	0								
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
5	0	91	0	33	0	0	0	0	0								
4	0	0	67	0	100	0	100	0	100								
3		0	0	0	0	0	0	0	0								
1		0	0	0	0	0	0	0	0								
1		0	0	0	0	0	0	0	0								
1		0	67	100	100	100	100	100	100								
νέα:	1	νέα:	2	νέα:	235	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	1400
Σύνολο	3638,0																

**Εικόνα 16. Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα με πολλαπλές πληθικότητες και τελική πληθικότητα 10 πλαισίων**

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα με αυτά της εικόνας 11 γίνεται αντιληπτή μια ομοιότητα και στα βήματα των δύο περιπτώσεων. Πιο συγκεκριμένα οι διαδικασίες που πρέπει να ακολουθηθούν είναι σε όλα τα βήματα οι ίδιες, με εξαίρεση το τελευταίο

βήμα, όπου τα τελικά μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 10 πλαισίων. Μάλιστα, η διαφορά των βέλτιστων λύσεων είναι αυτή ακριβώς, δηλαδή  $1.000 ((20 - 10) \cdot 100)$  πλαίσια. Με αυτήν τη διαδικασία αξιοποιείται η μέγιστη ανάπτυξη (+4) που επιτυγχάνεται, όταν το μελισσοσμήνος είναι πληθικότητας 15 πλαισίων και μεγαλύτερη.

### 5.1.5 Σχολιασμός(Κανονική Κατανομή)

Στον πίνακα 4 φαίνονται συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα από κάθε σενάριο, όπως αυτά περιγράφηκαν στην εισαγωγή της ενότητας.

**Πίνακας 6. Τα αποτελέσματα της κανονικής κατανομής**

	Κανονική	
Αρχικά πλαίσια	1.150	
περιοχή	Νότια	Βόρεια
A	4.301	2.547
B	4.356	2.638
C	5.301	3.547
D	5.356	3.638

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, συγκρίνοντας τα αποτελέσματα μεταξύ των σεναρίων A-C και B-D η διαφορά είναι 1.000 πλαίσια με μέλισσες σε κάθε περίπτωση, δηλαδή η διαφορά που παρατηρείται στο τελευταίο βήμα. Ακόμα, σε κάθε περίπτωση το κόστος της μοναδικής πληθικότητας παραμένει ίδιο.

Σε περίπτωση που το πλήθος των μελισσοσμηνών ακολουθεί κανονική κατανομή, ο μελισσοκόμος πρέπει στην αρχή να αποφασίσει, αν επιθυμεί-αξίζει να έχει μελισσοσμήνη πολλαπλών πληθικότητων ή θα είναι όλα μίας πληθικότητας σε κάθε βήμα. Δε χρειάζεται να αποφασιστεί από την αρχή η πληθικότητα που θα έχουν στο τέλος τα μελισσοσμήνη. Η απόφαση αυτή είναι απαραίτητο να γίνει πριν το τελευταίο βήμα, αρκεί σε κάθε βήμα να αξιοποιείται η μέγιστη ανάπτυξη.

## 5.2 Ομοιόμορφη Κατανομή

	Πλήθος
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 3 πλαίσιων	2
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 4 πλαίσιων	6
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 5 πλαίσιων	6
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 6 πλαίσιων	6
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 7 πλαίσιων	6
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 8 πλαίσιων	6
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 9 πλαίσιων	6
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 10 πλαίσιων	6
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 11 πλαίσιων	6
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 12 πλαίσιων	6
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 13 πλαίσιων	6
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 14 πλαίσιων	6
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 15 πλαίσιων	6
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 16 πλαίσιων	6
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 17 πλαίσιων	6
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 18 πλαίσιων	6
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 19 πλαίσιων	6
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 20 πλαίσιων	2

Εικόνα 17. Πλήθος μελισσοσμυνηών ομοιόμορφης (κατά προσέγγιση) κατανομής

Το πλήθος των πλαίσιων με μέλισσες είναι 1.150 και κατανέμεται σε 100 μελισσοσμύνη.

### 5.2.1 Μοναδική Πληθικότητα(Ομοιόμορφη Κατανομή)

Σε αυτήν την ενότητα χρησιμοποιείται το μοντέλο 2Α.

#### 5.2.1.1 Νότια Ελλάδα

Στην εικόνα 18 φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τη Νότια Ελλάδα. Η βέλτιστη τιμή είναι 4.268 νέα πλαίσια με μέλισσες. Επιπλέον και τα 100 αρχικά μελισσοσμύνη θα είναι πληθικότητας 20 πλαίσιων, δηλαδή θα προκύψουν ακόμη  $20 \cdot 100 - 1.150 = 850$  πλαίσια.



Στο βήμα	1	Στο βήμα	2	Στο βήμα	3	Στο βήμα	4	Στο βήμα	5	Στο βήμα	6	Στο βήμα	7	Στο βήμα	8	Στο βήμα	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	100	0	100	0	100	0	100	0	100	0	100
6		0		0		100		0		0		0		0		0	
6		0		0		0		0		0		0		0		0	
6		0		0		0		0		0		0		0		0	
2		0		0		0		100		100		100		100		100	
νέα:	136	νέα:	100	νέα:	200	νέα:	100	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	400
Σύνολο	2536.0																

**Εικόνα 19. Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα με μοναδική πληθικότητα**

Στα πρώτα βήματα αποσπώνται λιγότερα πλαίσια από το μελισσοκομείο, καθώς γίνεται προσπάθεια τα μελισσοσμήνη να γίνουν πληθικότητας μεγαλύτερης του 15, ώστε να αξιοποιηθεί η μέγιστη ανάπτυξη, η οποία επιτυγχάνεται, όταν τα μελισσοσμήνη είναι αυτής της πληθικότητας.

## 5.2.2 Πολλαπλές Περιπτώσεις Πληθικότητας (Ομοιόμορφη Κατανομή)

Σε αυτήν την ενότητα χρησιμοποιείται το μοντέλο 2B.

### 5.2.2.1 Νότια Ελλάδα πολλαπλές περιπτώσεις πληθικότητας

Στην εικόνα 20 φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τη Νότια Ελλάδα, αν αγνοηθεί η απαίτηση των μελισσοκόμων να έχουν στο μελισσοκομείο μελισσοσμήνη μίας πληθικότητας. Η βέλτιστη τιμή είναι 4.320 νέα πλαίσια με μέλισσες. Επιπλέον και τα 100 αρχικά μελισσοσμήνη θα είναι πληθικότητας 20 πλαισίων, δηλαδή θα προκύψουν ακόμη  $20 \cdot 100 - 1.150 = 850$  πλαίσια.



Στο βήμα	1	Στο βήμα 2	Στο βήμα 3	Στο βήμα 4	Στο βήμα 5	Στο βήμα 6	Στο βήμα 7	Στο βήμα 8	Στο βήμα 9								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	48	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	48	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	52	0	100	0	100	0	100	0	100								
6		0	0	0	0	0	0	0	0								
6		0	0	0	0	0	0	0	0								
6		0	0	0	0	0	0	0	0								
6		0	0	0	0	0	0	0	0								
0		0	0	0	0	0	0	0	0								
2		52	100	100	100	100	100	100	100								
νέα:	0	νέα:	120	νέα:	600	νέα:	600	νέα:	600	νέα:	600	νέα:	600	νέα:	600	νέα:	600
Σύνολο	4320.0																

**Εικόνα 20. Τα αποτελέσματα στη Νότια Ελλάδα με πολλαπλές πληθικότητες**

Στα πρώτα βήματα δεν αποσπώνται πλαίσια από το μελισσοκομείο, αλλά επενδύονται στα αρχικά μελισσοσμήνη και σε αυτήν την περίπτωση, ώστε να αξιοποιηθεί η μέγιστη ανάπτυξη, η οποία επιτυγχάνεται, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 20 πλαισίων. Η διαφορά με τη μέθοδο μίας πληθικότητας εντοπίζεται στην αναδιάταξη στο 1<sup>ο</sup> βήμα, όπου έχουμε δύο διαφορετικές περιπτώσεις πληθικότητας, 11 πλαισίων και 20 πλαισίων. Η τιμή της βέλτιστης λύσης βελτιώνεται κατά 52 πλαίσια. Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι, όπως και στην ενότητα 5.1.2.1, έχει γίνει επιλογή των ίδιων πληθικοτήτων, για να κατανεμηθούν τα πλαίσια.

#### 5.2.2.2 Βόρεια Ελλάδα πολλαπλές πληθικότητες

Στην εικόνα 21 φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τη Βόρεια Ελλάδα, αν αγνοηθεί η απαίτηση των μελισσοκόμων να έχουν στο μελισσοκομείο μελισσοσμήνη μίας πληθικότητας. Η βέλτιστη τιμή είναι 2.625 νέα πλαίσια με

μέλισσες. Επιπλέον και τα 100 αρχικά μελισσοσμήνη θα είναι πληθικότητας 20 πλαίσια, δηλαδή θα προκύψουν ακόμη  $20 \cdot 100 - 1.150 = 850$  πλαίσια.

Στο βήμα	1	Στο βήμα 2	Στο βήμα 3	Στο βήμα 4	Στο βήμα 5	Στο βήμα 6	Στο βήμα 7	Στο βήμα 8	Στο βήμα 9								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	10	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	1	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	10	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	1	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	89	0	35	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	1	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	89	0	35	0	0	0	0	0								
6	0	0	64	1	100	0	100	0	100								
6		0		0		0		0									
6		0		0		0		0									
6		0		0		0		0									
2		0	64	100	100	100	100	100	100								
νέα:	1	νέα:	3	νέα:	221	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	400
Σύνολο	2625.0																

**Εικόνα 21. Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα με πολλαπλές περιπτώσεις πληθικότητας**

Στα πρώτα βήματα δεν αποσπώνται πλαίσια από το μελισσοκομείο αλλά επενδύονται στα αρχικά μελισσοσμήνη και σε αυτήν την περίπτωση, ώστε να αξιοποιηθεί η μέγιστη ανάπτυξη, η οποία επιτυγχάνεται, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 20 πλαίσια. Η διαφορά με τη μέθοδο μίας πληθικότητας εντοπίζεται στην αναδιάταξη στο 1<sup>ο</sup> βήμα και στο 2<sup>ο</sup> βήμα, όπου έχουμε δύο διαφορετικές περιπτώσεις πληθικότητας, 9 και 15 πλαίσια για το 1<sup>ο</sup> βήμα και 15, 16 και 20 πλαίσια για το 2<sup>ο</sup> βήμα. Η τιμή της βέλτιστης λύσης βελτιώνεται κατά 89 πλαίσια.

### 5.2.3 Μοναδική Πληθικότητα και τελικά μελισσοσμήνη 10 πλαίσια(Ομοιόμορφη Κατανομή)

Σε αυτήν την ενότητα χρησιμοποιείται το μοντέλο 2C.

### 5.2.3.1 Νότια Ελλάδα

Στην εικόνα 22 φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τη Νότια Ελλάδα, αν απαιτηθεί από τους μελισσοκόμους, κατά το πέρας της μελισσοκομικής άνοιξης να έχουν στο μελισσοκομείο μελισσοσμήνη πληθικότητας 10 πλαισίων. Η βέλτιστη τιμή είναι 5.268 νέα πλαίσια με μέλισσες. Επιπλέον και τα 100 αρχικά μελισσοσμήνη θα είναι πληθικότητας 10 πλαισίων, δηλαδή σε αυτήν την περίπτωση από τα 1.150 πλαίσια που υπήρχαν αρχικά στο μελισσοκομείο, θα μείνουν 1.000 ( $10 \cdot 100$ ).

Στο βήμα	1	Στο βήμα	2	Στο βήμα	3	Στο βήμα	4	Στο βήμα	5	Στο βήμα	6	Στο βήμα	7	Στο βήμα	8	Στο βήμα	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	100	100	0	100	0	100	0	100	0	100	0	100	0	100	0	0
6		0		0		0		0		0		0		0		0	
6		0		0		0		0		0		0		0		0	
6		0		0		0		0		0		0		0		0	
6		0		0		0		0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0		0		0		0		0	
2		0		100		100		100		100		100		100		100	
νέα:	68	νέα:	0	νέα:	600	νέα:	600	νέα:	600	νέα:	600	νέα:	600	νέα:	600	νέα:	1600
Σύνολο	5268.0																

**Εικόνα 22. Τα αποτελέσματα στη Νότια Ελλάδα με μοναδική πληθικότητα και τελική πληθικότητα 10 πλαισίων**

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα με αυτά της εικόνας 20 γίνεται αντιληπτή μια ομοιότητα και στα βήματα των δύο περιπτώσεων. Πιο συγκεκριμένα οι διαδικασίες που πρέπει να ακολουθηθούν είναι σε όλα τα βήματα οι ίδιες με εξαίρεση το τελευταίο βήμα, όπου τα τελικά μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 10 πλαισίων. Μάλιστα, η διαφορά των βέλτιστων λύσεων είναι αυτή ακριβώς, δηλαδή  $1.000 ((20 - 10) \cdot 100)$

πλαίσια. Με αυτήν τη διαδικασία αξιοποιείται η μέγιστη ανάπτυξη (+6) που επιτυγχάνεται, όταν το μελισσοσμήνος είναι πληθικότητας 20 πλαισίων.

### 5.2.3.2 Βόρεια Ελλάδα

Στην εικόνα 23 φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τη Βόρεια Ελλάδα, αν απαιτηθεί από τους μελισσοκόμους, κατά το πέρας της μελισσοκομικής άνοιξης να έχουν στο μελισσοκομείο μελισσοσμήνη πληθικότητας 10 πλαισίων. Σε κάθε βήμα στην αριστερή στήλη φαίνεται πώς είναι το μελισσοκομείο πριν την αναδιάταξη και στη δεξιά πώς θα γίνει μετά. Ακόμη, η προτελευταία γραμμή δείχνει πόσα πλαίσια με μέλισσες θα αποσπαστούν από το μελισσοκομείο στο βήμα αυτό. Η βέλτιστη τιμή είναι 3.547 νέα πλαίσια με μέλισσες. Επιπλέον και τα 100 αρχικά μελισσοσμήνη θα είναι πληθικότητας 10 πλαισίων, δηλαδή σε αυτήν την περίπτωση από τα 1.150 πλαίσια που υπήρχαν αρχικά στο μελισσοκομείο θα μείνουν 1.000 ( $10 \cdot 100$ ).

Στο βήμα	1	Στο βήμα	2	Στο βήμα	3	Στο βήμα	4	Στο βήμα	5	Στο βήμα	6	Στο βήμα	7	Στο βήμα	8	Στο βήμα	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	100	0	100	0	100	0	100	0	100	0	0
6		0		0		100		0		0		0		0		0	
6		0		0		0		0		0		0		0		0	
6		0		0		0		0		0		0		0		0	
2		0		0		0		100		100		100		100		100	
νέα:	136	νέα:	100	νέα:	200	νέα:	100	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	1400
Σύνολο	3536.0																

**Εικόνα 23. Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα με μοναδική πληθικότητα και τελική πληθικότητα 10 πλαισίων**

Όπως και στην αντίστοιχη περίπτωση της Νότιας Ελλάδας, έτσι και εδώ οι διαδικασίες που πρέπει να ακολουθηθούν είναι σε όλα τα βήματα οι ίδιες με εξαίρεση το τελευταίο βήμα, το οποίο θα επηρεάσει και τη βέλτιστη. Μάλιστα, η διαφορά των βέλτιστων λύσεων είναι πάλι  $1.000 ((20 - 10) \cdot 100)$  πλαίσια. Σε κάθε βήμα της διαδικασίας αξιοποιείται η μέγιστη ανάπτυξη (+4) που επιτυγχάνεται, όταν το μελισσοσμήνος είναι πληθικότητας μεγαλύτερης των 15 πλαισίων

#### **5.2.4 Πολλαπλές Πληθικότητες και τελικά μελισσοσμήνη 10 πλαισίων(Ομοιόμορφη Κατανομή)**

Σε αυτήν την ενότητα χρησιμοποιείται το μοντέλο 2D.

##### **5.2.4.1 Νότια Ελλάδα**

Στην εικόνα 24 φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τη Νότια Ελλάδα, αν απαιτηθεί από τους μελισσοκόμους κατά το πέρας της μελισσοκομικής άνοιξης να έχουν στο μελισσοκομείο μελισσοσμήνη πληθικότητας 10 πλαισίων και αγνοηθεί η απαίτηση των μελισσοκόμων να έχουν στο μελισσοκομείο μελισσοσμήνη μίας πληθικότητας. Σε κάθε βήμα στην αριστερή στήλη φαίνεται πώς είναι το μελισσοκομείο πριν την αναδιάταξη και στην δεξιά πώς θα γίνει μετά. Ακόμη, η προτελευταία γραμμή δείχνει πόσα πλαίσια με μέλισσες θα αποσπαστούν από το μελισσοκομείο στο βήμα αυτό. Η βέλτιστη τιμή είναι 5.320 νέα πλαίσια με μέλισσες. Επιπλέον και τα 100 αρχικά μελισσοσμήνη θα είναι πληθικότητας 10 πλαισίων, δηλαδή σε αυτήν την περίπτωση από τα 1.150 πλαίσια που υπήρχαν αρχικά στο μελισσοκομείο θα μείνουν  $1.000 (10 \cdot 100)$ .

Στο βήμα	1	Στο βήμα 2	Στο βήμα 3	Στο βήμα 4	Στο βήμα 5	Στο βήμα 6	Στο βήμα 7	Στο βήμα 8	Στο βήμα 9								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	48	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	48	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	52	0	100	0	100	0	100	0	100								
6		0	0	0	0	0	0	0	0								
6		0	0	0	0	0	0	0	0								
6		0	0	0	0	0	0	0	0								
6		0	0	0	0	0	0	0	0								
0		0	0	0	0	0	0	0	0								
2		52	100	100	100	100	100	100	100								
νέα:	0	νέα:	120	νέα:	600	νέα:	600	νέα:	600	νέα:	600	νέα:	600	νέα:	600	νέα:	1600
Σύνολο	5320.0																

**Εικόνα 24. Τα αποτελέσματα στη Νότια Ελλάδα με πολλαπλές πληθικότητες και τελική πληθικότητα 10 πλαισίων**

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα με αυτά της εικόνας 20 γίνεται αντιληπτή μια ομοιότητα και στα βήματα των δύο περιπτώσεων. Πιο συγκεκριμένα οι διαδικασίες που πρέπει να ακολουθηθούν είναι σε όλα τα βήματα οι ίδιες με εξαίρεση το τελευταίο βήμα, όπου τα τελικά μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 10 πλαισίων. Μάλιστα, η διαφορά των βέλτιστων λύσεων είναι αυτή ακριβώς, δηλαδή  $1.000 ((20 - 10) \cdot 100)$  πλαίσια. Με αυτήν τη διαδικασία αξιοποιείται η μέγιστη ανάπτυξη (+6) που επιτυγχάνεται, όταν το μελισσοσμήνος είναι πληθικότητας 20 πλαισίων.

#### 5.2.4.2 Βόρεια Ελλάδα

Στην εικόνα 25 φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τη Βόρεια Ελλάδα, αν απαιτηθεί από τους μελισσοκόμους, κατά το πέρας της μελισσοκομικής άνοιξης να έχουν στο μελισσοκομείο μελισσοσμήνη πληθικότητας 10 πλαισίων και αγνοηθεί η απαίτηση των μελισσοκόμων να έχουν στο μελισσοκομείο μελισσοσμήνη μίας πληθικότητας. Σε κάθε βήμα στην αριστερή στήλη φαίνεται πώς είναι το

μελισσοκομείο πριν την αναδιάταξη και στην δεξιά πώς θα γίνει μετά. Ακόμη, η προτελευταία γραμμή δείχνει πόσα πλαίσια με μέλισσες θα αποσπαστούν από το μελισσοκομείο στο βήμα αυτό. Η βέλτιστη τιμή είναι 3.625 νέα πλαίσια με μέλισσες. Επιπλέον τα 100 αρχικά μελισσοσμήνη θα είναι πληθικότητας 10 πλαισίων, δηλαδή σε αυτήν την περίπτωση από τα 1.150 πλαίσια που υπήρχαν αρχικά στο μελισσοκομείο θα μείνουν 1.000 ( $10 \cdot 100$ ).

Στο βήμα	1	Στο βήμα 2	Στο βήμα 3	Στο βήμα 4	Στο βήμα 5	Στο βήμα 6	Στο βήμα 7	Στο βήμα 8	Στο βήμα 9								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	10	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	1	0	0	0	0	0	0	0	100								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	10	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	1	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	89	0	35	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	1	0	0	0	0	0	0								
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
6	0	89	0	35	0	0	0	0	0								
6	0	0	64	1	100	0	100	0	100								
6		0	0	0	0	0	0	0	0								
6		0	0	0	0	0	0	0	0								
6		0	0	0	0	0	0	0	0								
2		0	64	100	100	100	100	100	100								
νέα:	1	νέα:	3	νέα:	221	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	1400
Σύνολο	3625.0																

**Εικόνα 25. Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα με πολλαπλές πληθικότητες και τελική πληθικότητα 10 πλαισίων**

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα με αυτά της εικόνας 21 γίνεται αντιληπτή μια ομοιότητα και στα βήματα των δύο περιπτώσεων. Πιο συγκεκριμένα οι διαδικασίες που πρέπει να ακολουθηθούν σε όλα τα βήματα είναι οι ίδιες με εξαίρεση το τελευταίο βήμα, όπου τα τελικά μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 10 πλαισίων. Μάλιστα, η διαφορά των βέλτιστων λύσεων είναι αυτή ακριβώς, δηλαδή  $1.000 ((20 - 10) \cdot 100)$  πλαίσια. Με αυτήν τη διαδικασία αξιοποιείται η μέγιστη ανάπτυξη (+4) που

επιτυγχάνεται, όταν το μελισσοσμήνος είναι πληθικότητας 15 πλαισίων και μεγαλύτερη.

### 5.2.5 Σχολιασμός(Ομοιόμορφη Κατανομή)

Στον πίνακα 5 φαίνονται συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα από κάθε σενάριο, όπως αυτά περιγράφηκαν στην εισαγωγή της ενότητας.

**Πίνακας 7. Τα αποτελέσματα της ομοιόμορφης κατανομής**

κατανομές	Ομοιόμορφη	
Αρχικά πλαίσια	1.150	
περιοχή	Νότια	Βόρεια
A	4.268	2.536
B	4.320	2.625
C	5.268	3.536
D	5.320	3.625

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω συγκρίνοντας τα αποτελέσματα μεταξύ των σεναρίων A-C και B-D η διαφορά είναι 1.000 πλαίσια με μέλισσες σε κάθε περίπτωση, δηλαδή η διαφορά που παρατηρείται στο τελευταίο βήμα. Ακόμα, σε κάθε περίπτωση το κόστος της μοναδικής πληθικότητας παραμένει ίδιο.

Ομοίως με την προηγούμενη περίπτωση, στα μελισσοσμήνη που ακολουθούν την ομοιόμορφη κατανομή ο μελισσοκόμος πρέπει στην αρχή να αποφασίσει αν επιθυμεί-αξίζει να έχει μελισσοσμήνη πολλαπλών πληθικότητων ή θα είναι όλα μίας πληθικότητας σε κάθε βήμα. Δε χρειάζεται να αποφασιστεί από την αρχή η πληθικότητα που θα έχουν στο τέλος τα μελισσοσμήνη. Η απόφαση αυτή είναι απαραίτητο να γίνει πριν το τελευταίο βήμα, αρκεί σε κάθε βήμα να αξιοποιείται η μέγιστη ανάπτυξη.



### 5.3 Πληθικότητα 6 πλαισίων

	Πλήθος
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 3 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 4 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 5 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 6 πλαισίων	100
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 7 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 8 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 9 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 10 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 11 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 12 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 13 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 14 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 15 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 16 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 17 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 18 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 19 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 20 πλαισίων	0

Εικόνα 26. Πλήθος μελισσοσμηνών, όταν όλα τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 6 πλαισίων

Το πλήθος των πλαισίων με μέλισσες είναι 600 και κατανέμεται σε 100 μελισσοσμήνη.

#### 5.3.1 Μοναδική Πληθικότητα(Πληθικότητα 6 πλαισίων)

Σε αυτήν την ενότητα χρησιμοποιείται το μοντέλο 3Α.

##### 5.3.1.1 Νότια Ελλάδα

Στην εικόνα 27 φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τη Νότια Ελλάδα. Η βέλτιστη τιμή είναι 3.300 νέα πλαίσια με μέλισσες. Επιπλέον και τα 100 αρχικά μελισσοσμήνη θα είναι πληθικότητας 20 πλαισίων, δηλαδή θα προκύψουν ακόμη  $20 \cdot 100 - 600 = 1.400$  πλαίσια.



Στο βήμα	1	Στο βήμα	2	Στο βήμα	3	Στο βήμα	4	Στο βήμα	5	Στο βήμα	6	Στο βήμα	7	Στο βήμα	8	Στο βήμα	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
100	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	100	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	100	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100	100	0	100	0	100	0	100
0		0		0		0		0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0		0		100		100		100	
νέα:	0	νέα:	0	νέα:	100	νέα:	0	νέα:	300	νέα:	0	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	400
Σύνολο	1600.0																

**Εικόνα 28. Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα με μοναδική πληθικότητα**

Στα πρώτα βήματα δεν αποσπώνται πολλά πλαίσια από το μελισσοκομείο αλλά επενδύονται στα αρχικά μελισσοσμήνη, ώστε να αξιοποιηθεί η μέγιστη ανάπτυξη, η οποία επιτυγχάνεται, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας μεγαλύτερης των 15 πλαισίων.

### 5.3.2 Πολλαπλές Περιπτώσεις Πληθικότητας (Πληθικότητα 6 πλαισίων)

Σε αυτήν την ενότητα χρησιμοποιείται το μοντέλο 3B.

#### 5.3.2.1 Νότια Ελλάδα πολλαπλές περιπτώσεις πληθικότητας

Στην εικόνα 29 φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τη Νότια Ελλάδα, αν αγνοηθεί η απαίτηση των μελισσοκόμων να έχουν στο μελισσοκομείο μελισσοσμήνη μίας πληθικότητας. Η βέλτιστη τιμή είναι 3.442 νέα πλαίσια με μέλισσες. Επιπλέον και τα 100 αρχικά μελισσοσμήνη θα είναι πληθικότητας 20 πλαισίων, δηλαδή θα προκύψουν ακόμη  $20 \cdot 100 - 600 = 1.400$  πλαίσια.

Στο βήμα	1	Στο βήμα 2	Στο βήμα 3	Στο βήμα 4	Στο βήμα 5	Στο βήμα 6	Στο βήμα 7	Στο βήμα 8	Στο βήμα 9
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	64	0	0	0	0	0	0	0	0
100	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	35	0	73	0	15	0	0	0	0
0	0	64	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	35	0	73	0	15	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	26	0	84	0	100	0	100
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	26	84	100	100	100	100	100
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	26	84	100	100	100	100	100
νέα:	0	νέα:	0	νέα:	0	νέα:	442	νέα:	600
Σύνολο	3442.0								

**Εικόνα 29. Τα αποτελέσματα στη Νότια Ελλάδα με πολλαπλές περιπτώσεις πληθικότητας**

Στα πρώτα τρία βήματα δεν αποσπώνται πλαίσια από το μελισσοκομείο αλλά επενδύονται στα αρχικά μελισσοσμήνη και σε αυτήν την περίπτωση, ώστε να αξιοποιηθεί η μέγιστη ανάπτυξη, η οποία επιτυγχάνεται, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 20 πλαισίων. Η διαφορά με τη μέθοδο μίας πληθικότητας εντοπίζεται στην αναδιάταξη από το 1<sup>ο</sup> βήμα, όπου έχουμε δύο διαφορετικές περιπτώσεις πληθικότητας, 8 πλαισίων και 11 πλαισίων, μέχρι και το 3<sup>ο</sup> βήμα. Η τιμή της βέλτιστης λύσης βελτιώνεται κατά 142 πλαίσια σε σχέση με την αντίστοιχη περίπτωση της μοναδικής πληθικότητας.

#### 5.3.2.2 Βόρεια Ελλάδα πολλαπλές πληθικότητες

Στην εικόνα 30 φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τη Βόρεια Ελλάδα, αν αγνοηθεί η απαίτηση των μελισσοκόμων να έχουν στο μελισσοκομείο μελισσοσμήνη μίας πληθικότητας. Η βέλτιστη τιμή είναι 1.775 νέα πλαίσια με

μέλισσες. Επιπλέον και τα 100 αρχικά μελισσοσμήνη θα είναι πληθικότητας 20 πλαίσιων, δηλαδή θα προκύψουν ακόμη  $20 \cdot 100 - 600 = 1.400$  πλαίσια.

Στο βήμα	1	Στο βήμα	2	Στο βήμα	3	Στο βήμα	4	Στο βήμα	5	Στο βήμα	6	Στο βήμα	7	Στο βήμα	8	Στο βήμα	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
100	1	33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	66	0	70	0	17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	66	0	70	0	17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	26	0	82	0	45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	26	0	82	0	45	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	55	0	100	0	100	0	100	0	100	0	100
0		0		0		0		0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0		0		0		0		0	
0		0		0		0		55		100		100		100		100	
νέα:	0	νέα:	0	νέα:	0	νέα:	0	νέα:	175	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	400
Σύνολο	1775.0																

**Εικόνα 30. Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα με πολλαπλές περιπτώσεις πληθικότητας**

Στα πρώτα τέσσερα βήματα δεν αποσπώνται πλαίσια από το μελισσοκομείο αλλά επενδύονται στα αρχικά μελισσοσμήνη και σε αυτήν την περίπτωση, ώστε να αξιοποιηθεί η μέγιστη ανάπτυξη, η οποία επιτυγχάνεται, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας μεγαλύτερης των 15 πλαίσιων. Η διαφορά με τη μέθοδο μίας πληθικότητας εντοπίζεται στην αναδιάταξη στα πρώτα τέσσερα βήματα. Η τιμή της βέλτιστης λύσης βελτιώνεται κατά 175 πλαίσια.

### 5.3.3 Μοναδική Πληθικότητα και τελικά μελισσοσμήνη 10 πλαίσιων(Πληθικότητα 6 πλαίσιων)

Σε αυτήν την ενότητα χρησιμοποιείται το μοντέλο 3C.

### 5.3.3.1 Νότια Ελλάδα

Στην εικόνα 31 φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τη Νότια Ελλάδα, αν απαιτηθεί από τους μελισσοκόμους, κατά το πέρας της μελισσοκομικής άνοιξης να έχουν στο μελισσοκομείο μελισσοσμήνη πληθικότητας 10 πλαισίων. Η βέλτιστη τιμή είναι 4.300 νέα πλαίσια με μέλισσες. Επιπλέον και τα 100 αρχικά μελισσοσμήνη θα είναι πληθικότητας 10 πλαισίων, δηλαδή σε αυτήν την περίπτωση από τα 600 πλαίσια που υπήρχαν αρχικά στο μελισσοκομείο θα μείνουν 1.000 (+400).

Στο βήμα	1	Στο βήμα	2	Στο βήμα	3	Στο βήμα	4	Στο βήμα	5	Στο βήμα	6	Στο βήμα	7	Στο βήμα	8	Στο βήμα	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
100	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100
0	0	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	100	100	0	100	0	100	0	100	0	100	0	0
0		0		0		0		0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0		0		0		0		0	
0		0		0		0		100		100		100		100		100	
νέα:	0	νέα:	200	νέα:	100	νέα:	0	νέα:	600	νέα:	600	νέα:	600	νέα:	600	νέα:	1600
Σύνολο	4300.0																

**Εικόνα 31. Τα αποτελέσματα στη Νότια Ελλάδα με μοναδική πληθικότητα και τελική πληθικότητα 10 πλαισίων**

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα με αυτά της εικόνας 27 γίνεται αντιληπτή μια ομοιότητα και στα βήματα των δύο περιπτώσεων. Πιο συγκεκριμένα οι διαδικασίες που πρέπει να ακολουθηθούν είναι σε όλα τα βήματα οι ίδιες με εξαίρεση το τελευταίο βήμα, όπου τα τελικά μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 10 πλαισίων. Μάλιστα, η διαφορά των βέλτιστων λύσεων είναι αυτή ακριβώς, δηλαδή  $1.000 ((20 - 10) \cdot 100)$



διαδικασίας αξιοποιείται η μέγιστη ανάπτυξη (+4) που επιτυγχάνεται, όταν το μελισσοσμήνος είναι πληθικότητας μεγαλύτερης των 15 πλαισίων.

### **5.3.4 Πολλαπλές Πληθικότητες και τελικά μελισσοσμήνη 10 πλαισίων(Πληθικότητα 6 πλαισίων)**

Σε αυτήν την ενότητα χρησιμοποιείται το μοντέλο 3D.

#### **5.3.4.1 Νότια Ελλάδα**

Στην εικόνα 33 φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τη Νότια Ελλάδα, αν απαιτηθεί από τους μελισσοκόμους κατά το πέρας της μελισσοκομικής άνοιξης να έχουν στο μελισσοκομείο μελισσοσμήνη πληθικότητας 10 πλαισίων και αγνοηθεί η απαίτηση των μελισσοκόμων να έχουν στο μελισσοκομείο μελισσοσμήνη μίας πληθικότητας. Η βέλτιστη τιμή είναι 4.442 νέα πλαίσια με μέλισσες. Επιπλέον και τα 100 αρχικά μελισσοσμήνη θα είναι πληθικότητας 10 πλαισίων, δηλαδή σε αυτήν την περίπτωση από τα 600 πλαίσια που υπήρχαν αρχικά στο μελισσοκομείο θα μείνουν 1.000 (+400).



Στο βήμα	1	Στο βήμα 2	Στο βήμα 3	Στο βήμα 4	Στο βήμα 5	Στο βήμα 6	Στο βήμα 7	Στο βήμα 8	Στο βήμα 9
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	64	0	0	0	0	0	0	0	0
100	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	100
0	35	0	73	0	15	0	0	0	0
0	0	64	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	35	0	73	0	15	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	26	0	84	0	100	0	100
0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0	
0		0	26	84	100	100	100	100	100
νέα:	0	νέα:	0	νέα:	0	νέα:	442	νέα:	600
Σύνολο	4442.0								

**Εικόνα 33. Τα αποτελέσματα στη Νότια Ελλάδα με πολλαπλές πληθικότητες και τελική πληθικότητα 10 πλαισίων**

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα με αυτά της εικόνας 29 γίνεται αντιληπτή μια ομοιότητα και στα βήματα των δύο περιπτώσεων. Πιο συγκεκριμένα οι διαδικασίες που πρέπει να ακολουθηθούν είναι σε όλα τα βήματα οι ίδιες με εξαίρεση το τελευταίο βήμα, όπου τα τελικά μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 10 πλαισίων. Μάλιστα, η διαφορά των βέλτιστων λύσεων είναι αυτή ακριβώς, δηλαδή  $1.000 ((20 - 10) \cdot 100)$  πλαίσια. Με αυτήν τη διαδικασία αξιοποιείται η μέγιστη ανάπτυξη (+6) που επιτυγχάνεται, όταν το μελισσοσμήνος είναι πληθικότητας 20 πλαισίων.

#### 5.3.4.2 Βόρεια Ελλάδα

Στην εικόνα 34 φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τη Βόρεια Ελλάδα, αν απαιτηθεί από τους μελισσοκόμους, κατά το πέρας της μελισσοκομικής άνοιξης να έχουν στο μελισσοκομείο μελισσοσμήνη πληθικότητας 10 πλαισίων και αγνοηθεί η απαίτηση των μελισσοκόμων να έχουν στο μελισσοκομείο μελισσοσμήνη μίας πληθικότητας. Η βέλτιστη τιμή είναι 2.775 νέα πλαίσια με μέλισσες. Επιπλέον τα

100 αρχικά μελισσοσμήνη θα είναι πληθικότητας 10 πλαισίων, δηλαδή σε αυτήν την περίπτωση από τα 600 πλαίσια που υπήρχαν αρχικά στο μελισσοκομείο θα μείνουν 1.000 (+400).

Στο βήμα	1	Στο βήμα 2	Στο βήμα 3	Στο βήμα 4	Στο βήμα 5	Στο βήμα 6	Στο βήμα 7	Στο βήμα 8	Στο βήμα 9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	33	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
100	1	33	0	0	0	0	0	0	0
0	66	0	70	0	17	0	0	0	0
0	0	1	3	0	1	0	0	0	100
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	66	0	70	0	17	0	0	0
0	0	0	0	3	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	26	0	82	0	45	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	26	0	82	0	45	0
0	0	0	0	1	0	0	55	0	100
0		0	0	0	0	0	0	0	0
0		0	0	0	0	0	0	0	0
0		0	0	0	0	0	0	0	0
0		0	0	0	55	100	100	100	100
νέα:	0	νέα:	0	νέα:	0	νέα:	175	νέα:	400
νέα:	400	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	1400
Σύνολο	2775.0								

**Εικόνα 34. Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα με πολλαπλές πληθικότητες και τελική πληθικότητα 10 πλαισίων**

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα με αυτά της εικόνας 30 γίνεται αντιληπτή μια ομοιότητα και στα βήματα των δύο περιπτώσεων. Πιο συγκεκριμένα οι διαδικασίες που πρέπει να ακολουθηθούν σε όλα τα βήματα είναι οι ίδιες με εξαίρεση το τελευταίο βήμα, όπου τα τελικά μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 10 πλαισίων. Μάλιστα, η διαφορά των βέλτιστων λύσεων είναι αυτή ακριβώς, δηλαδή  $1.000 ((20 - 10) \cdot 100)$  πλαίσια. Με αυτήν τη διαδικασία αξιοποιείται η μέγιστη ανάπτυξη (+4) που επιτυγχάνεται, όταν το μελισσοσμήνος είναι πληθικότητας 15 πλαισίων και μεγαλύτερη.

### 5.3.5 Σχολιασμός (Πληθικότητα 6 πλαισίων)

Στον πίνακα 6 φαίνονται συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα από κάθε σενάριο, όπως αυτά περιγράφηκαν στην εισαγωγή της ενότητας.

**Πίνακας 8. Τα αποτελέσματα 100 μελισσοσμηγών 6 πλαισίων**

κατανομές	6 πλαισίων	
Αρχικά πλαίσια	600	
περιοχή	Νότια	Βόρεια
A	3.300	1.600
B	3.442	1.775
C	4.300	2.600
D	4.442	2.775

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, συγκρίνοντας τα αποτελέσματα μεταξύ των σεναρίων A-C και B-D η διαφορά είναι 1.000 πλαίσια με μέλισσες σε κάθε περίπτωση, δηλαδή η διαφορά που παρατηρείται στο τελευταίο βήμα. Ακόμα, σε κάθε περίπτωση το κόστος της μοναδικής πληθικότητας παραμένει ίδιο.

Ομοίως με την προηγούμενη περίπτωση, όταν τα 100 μελισσοσμήνη στην αρχή της μελισσοκομικής άνοιξης είναι 6 πλαισίων ο μελισσοκόμος πρέπει στην αρχή να αποφασίσει αν επιθυμεί-αξίζει να έχει μελισσοσμήνη πολλαπλών πληθικότητων ή θα είναι όλα μίας πληθικότητας σε κάθε βήμα. Δε χρειάζεται να αποφασιστεί από την αρχή η πληθικότητα που θα έχουν στο τέλος τα μελισσοσμήνη. Η απόφαση αυτή είναι απαραίτητο να γίνει πριν το τελευταίο βήμα, αρκεί σε κάθε βήμα να αξιοποιείται η μέγιστη ανάπτυξη.

## 5.4 Πληθικότητα 12 πλαισίων

	Πλήθος
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 3 πλαισίων	0
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 4 πλαισίων	0
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 5 πλαισίων	0
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 6 πλαισίων	0
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 7 πλαισίων	0
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 8 πλαισίων	0
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 9 πλαισίων	0
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 10 πλαισίων	0
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 11 πλαισίων	0
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 12 πλαισίων	100
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 13 πλαισίων	0
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 14 πλαισίων	0
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 15 πλαισίων	0
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 16 πλαισίων	0
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 17 πλαισίων	0
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 18 πλαισίων	0
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 19 πλαισίων	0
Μελισσοσμύνη πληθικότητας 20 πλαισίων	0

**Εικόνα 35.** Πλήθος μελισσοσμηγών, όταν όλα τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 12

Το πλήθος των πλαισίων με μέλισσες είναι 1.200 και κατανέμεται σε 100 μελισσοσμήνη.

### 5.4.1 Μοναδική Πληθικότητα (Πληθικότητα 12 πλαισίων)

Σε αυτήν την ενότητα χρησιμοποιείται το μοντέλο 4Α.

#### 5.4.1.1 Νότια Ελλάδα

Στην εικόνα 36 φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τη Νότια Ελλάδα. Η βέλτιστη τιμή είναι 4.400 νέα πλαίσια με μέλισσες. Επιπλέον και τα 100 αρχικά μελισσοσμήνη θα είναι πληθικότητας 20 πλαισίων, δηλαδή θα προκύψουν ακόμη  $20 \cdot 100 - 1.200 = 800$  πλαίσια.





Στο βήμα	1	Στο βήμα 2	Στο βήμα 3	Στο βήμα 4	Στο βήμα 5	Στο βήμα 6	Στο βήμα 7	Στο βήμα 8	Στο βήμα 9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	33	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	33	0	0	0	0	0	0	0
100	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	66	1	100	0	100	0	100	0	100
0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0	
0		66		100		100		100	
νέα:	2	νέα:	264	νέα:	600	νέα:	600	νέα:	600
Σύνολο	4466.0								

**Εικόνα 38. Τα αποτελέσματα στη Νότια Ελλάδα με πολλαπλές περιπτώσεις πληθικότητας**

Στο 1<sup>ο</sup> βήμα αποσπώνται μόλις 2 πλαίσια από το μελισσοκομείο. Στο 2<sup>ο</sup> βήμα αποσπώνται τα πλαίσια που «περισσεύουν» από το μελισσοκομείο, στα επόμενα βήματα γίνεται αξιοποίηση της μέγιστης ανάπτυξης, η οποία επιτυγχάνεται, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 20 πλαισίων. Η διαφορά με τη μέθοδο μίας πληθικότητας εντοπίζεται στην αναδιάταξη από το 1<sup>ο</sup> βήμα, όπου έχουμε τρεις διαφορετικές περιπτώσεις πληθικότητας, 11, 15 και 20 πλαισίων. Η τιμή της βέλτιστης λύσης βελτιώνεται κατά 66 πλαίσια σε σχέση με την αντίστοιχη περίπτωση της μοναδικής πληθικότητας.

#### 5.4.2.2 Βόρεια Ελλάδα πολλαπλές πληθικότητες

Στην εικόνα 39 φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τη Βόρεια Ελλάδα, αν αγνοηθεί η απαίτηση των μελισσοκόμων να έχουν στο μελισσοκομείο μελισσοσμήνη μίας πληθικότητας. Η βέλτιστη τιμή είναι 2.700 νέα πλαίσια με





### 5.4.3.1 Νότια Ελλάδα

Στην εικόνα 40 φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τη Νότια Ελλάδα, αν απαιτηθεί από τους μελισσοκόμους κατά το πέρας της μελισσοκομικής άνοιξης να έχουν στο μελισσοκομείο μελισσοσμήνη πληθικότητας 10 πλαισίων. Η βέλτιστη τιμή είναι 5.400 νέα πλαίσια με μέλισσες. Επιπλέον και τα 100 αρχικά μελισσοσμήνη θα είναι πληθικότητας 10 πλαισίων, δηλαδή σε αυτήν την περίπτωση από τα 1.200 πλαίσια που υπήρχαν αρχικά στο μελισσοκομείο θα μείνουν 1.000.

Στο βήμα	1	Στο βήμα	2	Στο βήμα	3	Στο βήμα	4	Στο βήμα	5	Στο βήμα	6	Στο βήμα	7	Στο βήμα	8	Στο βήμα	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
100	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	100	0	100	0	100	0	100	0	100	0	100	0	100	0	0
0		0		0		0		0		0		0		0		0	
0		100		0		0		0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0		0		0		0		0	
0		0		100		100		100		100		100		100		100	
νέα:	0	νέα:	200	νέα:	600	νέα:	600	νέα:	600	νέα:	600	νέα:	600	νέα:	600	νέα:	1600
Σύνολο	5400.0																

**Εικόνα 40. Τα αποτελέσματα στη Νότια Ελλάδα με μοναδική πληθικότητα και τελική πληθικότητα 10 πλαισίων**

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα με αυτά της εικόνας 36 γίνεται αντιληπτή η ομοιότητα στα βήματα των δύο περιπτώσεων. Πιο συγκεκριμένα οι διαδικασίες που πρέπει να ακολουθηθούν είναι σε όλα τα βήματα οι ίδιες με εξαίρεση το τελευταίο βήμα, όπου τα τελικά μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 10 πλαισίων. Μάλιστα, η διαφορά των βέλτιστων λύσεων είναι αυτή ακριβώς, δηλαδή 1.000  $((20 - 10) \cdot 100)$



διαδικασίας αξιοποιείται η μέγιστη ανάπτυξη (+4) που επιτυγχάνεται, όταν το μελισσοσμήνος είναι πληθικότητας μεγαλύτερης των 15 πλαισίων.

#### **5.4.4 Πολλαπλές Πληθικότητες και τελικά μελισσοσμήνη 10 πλαισίων(Πληθικότητα 12 πλαισίων)**

Σε αυτήν την ενότητα χρησιμοποιείται το μοντέλο 4D.

##### **5.4.4.1 Νότια Ελλάδα**

Στην εικόνα 42 φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τη Νότια Ελλάδα, αν απαιτηθεί από τους μελισσοκόμους κατά το πέρας της μελισσοκομικής άνοιξης να έχουν στο μελισσοκομείο μελισσοσμήνη πληθικότητας 10 πλαισίων και αγνοηθεί η απαίτηση των μελισσοκόμων να έχουν στο μελισσοκομείο μελισσοσμήνη μίας πληθικότητας. Η βέλτιστη τιμή είναι 5.466 νέα πλαίσια με μέλισσες. Επιπλέον και τα 100 αρχικά μελισσοσμήνη θα είναι πληθικότητας 10 πλαισίων, δηλαδή σε αυτήν την περίπτωση από τα 1.200 πλαίσια που υπήρχαν αρχικά στο μελισσοκομείο θα μείνουν 1.000.



άνοιξης να έχουν στο μελισσοκομείο μελισσοσμήνη πληθικότητας 10 πλαισίων και αγνοηθεί η απαίτηση των μελισσοκόμων να έχουν στο μελισσοκομείο μελισσοσμήνη μίας πληθικότητας. Η βέλτιστη τιμή είναι 3.700 νέα πλαίσια με μέλισσες. Επιπλέον τα 100 αρχικά μελισσοσμήνη θα είναι πληθικότητας 10 πλαισίων, δηλαδή σε αυτήν την περίπτωση από τα 1.200 πλαίσια που υπήρχαν αρχικά στο μελισσοκομείο θα μείνουν 1.000.

Στο βήμα	1	Στο βήμα 2	Στο βήμα 3	Στο βήμα 4	Στο βήμα 5	Στο βήμα 6	Στο βήμα 7	Στο βήμα 8	Στο βήμα 9								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	100								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
100	100	0	20	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	100	0	20	0	0	0	0	0								
0	0	0	80	0	100	0	100	0	100								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0								
0	0	0	80	100	100	100	100	100	100								
νέα:	0	νέα:	0	νέα:	300	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	400	νέα:	1400
Σύνολο	3700.0																

**Εικόνα 43. Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα με πολλαπλές πληθικότητες και τελική πληθικότητα 10 πλαισίων**

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα με αυτά της εικόνας 39 γίνεται αντιληπτή μια ομοιότητα και στα βήματα των δύο περιπτώσεων. Πιο συγκεκριμένα οι διαδικασίες που πρέπει να ακολουθηθούν σε όλα τα βήματα είναι οι ίδιες με εξαίρεση το τελευταίο βήμα, όπου τα τελικά μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 10 πλαισίων. Μάλιστα, η διαφορά των βέλτιστων λύσεων είναι αυτή ακριβώς, δηλαδή  $1.000 ((20 - 10) \cdot 100)$  πλαίσια. Με αυτήν τη διαδικασία αξιοποιείται η μέγιστη ανάπτυξη (+4) που επιτυγχάνεται, όταν το μελισσοσμήνος είναι πληθικότητας 15 πλαισίων και

μεγαλύτερη. Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα με αυτά της εικόνας 41 παρατηρείται ότι η βέλτιστη λύση δε βελτιώνεται, ακριβώς όπως και στην περίπτωση που η τελική πληθικότητα είναι 20 πλαίσια.

#### 5.4.5 Σχολιασμός(Πληθικότητα 12 πλαισίων)

Στον πίνακα 7 φαίνονται συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα από κάθε σενάριο, όπως αυτά περιγράφηκαν στην εισαγωγή της ενότητας.

**Πίνακας 9. Τα αποτελέσματα 100 μελισσοσμηνών 12 πλαισίων**

κατανομές	12 πλαισίων	
Αρχικά πλαίσια	1.200	
περιοχή	Νότια	Βόρεια
A	4.400	2.700
B	4.466	2.700
C	5.400	3.700
D	5.466	3.700

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω συγκρίνοντας τα αποτελέσματα μεταξύ των σεναρίων A-C και B-D η διαφορά είναι 1.000 πλαίσια με μέλισσες σε κάθε περίπτωση, δηλαδή η διαφορά που παρατηρείται στο τελευταίο βήμα. Ακόμα, σε κάθε περίπτωση το κόστος της μοναδικής πληθικότητας παραμένει ίδιο.

Ομοίως με την προηγούμενη περίπτωση, στα μελισσοσμήνη που ακολουθούν αυτήν την κατανομή ο μελισσοκόμος πρέπει στην αρχή να αποφασίσει αν επιθυμεί αξίζει να έχει μελισσοσμήνη πολλαπλών πληθικότητων ή θα είναι όλα μίας πληθικότητας σε κάθε βήμα. Δε χρειάζεται να αποφασιστεί από την αρχή η πληθικότητα που θα έχουν στο τέλος τα μελισσοσμήνη. Η απόφαση αυτή είναι απαραίτητο να γίνει πριν το τελευταίο βήμα, αρκεί σε κάθε βήμα να αξιοποιείται η μέγιστη ανάπτυξη.

## 5.5 Αποτελέσματα

Στον πίνακα 8 φαίνονται συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα όλων των κατανομών, όλων των σεναρίων, όπως αυτά περιγράφηκαν στην εισαγωγή της ενότητας.

**Πίνακας 10. Τα αποτελέσματα 100 μελισσοσμηγών για όλες τις κατανομές**

κατανομές	Κανονική		Ομοιόμορφη		6 πλαίσια		12 πλαίσια	
Αρχικά πλαίσια	1.150		1.150		600		1.200	
περιοχή	Νότια	Βόρεια	Νότια	Βόρεια	Νότια	Βόρεια	Νότια	Βόρεια
A	4.301	2.547	4.268	2.536	3.300	1.600	4.400	2.700
B	4.356	2.638	4.320	2.625	3.442	1.775	4.466	2.700
C	5.301	3.547	5.268	3.536	4.300	2.600	5.400	3.700
D	5.356	3.638	5.320	3.625	4.442	2.775	5.466	3.700

Η διαφορά μεταξύ Νότιας και Βόρειας Ελλάδας είναι εμφανής. Η διαφορά είναι τόσο έντονη, που σε οποιοδήποτε σενάριο η καλύτερη τιμή για τη Βόρεια Ελλάδα είναι χαμηλότερη από τη χειρότερη τιμή της Νότιας Ελλάδας.

Η κανονική κατανομή, η ομοιόμορφη κατανομή και τα 12 πλαίσια έχουν αρχικά παρόμοιο αριθμό πλαίσια και τα αποτελέσματα τους είναι πολύ κοντινά. Η κατανομή των 100 μελισσοσμηγών σε μελισσοσμήνη των 6 πλαίσια, αν και αρχικά έχει συνολικά 600 πλαίσια, που είναι περίπου τα μισά από τις υπόλοιπες, οι λύσεις δεν είναι διπλάσιες. Παρόλα αυτά οι λύσεις είναι εμφανώς μικρότερες. Στον πίνακα 9 φαίνονται οι λύσεις των δύο κατανομών και η διαφορά της δεύτερης από την πρώτη.

**Πίνακας 11. Πίνακας σύγκρισης αποτελεσμάτων 100 μελισσοσμηγών 6 πλαίσια με 100 μελισσοσμήνη 12 πλαίσια**

		6-πλαίσια	12-πλαίσια	διαφορά
<b>Μοναδική πληθικότητα</b>	N. Ελλάδα	3.300	4.400	1.100
	B. Ελλάδα	1.600	2.700	1.100
<b>Πολλαπλές πληθικότητες</b>	N. Ελλάδα	3.442	4.466	1.024
	B. Ελλάδα	1.775	2.700	925

Η διαφορά της βέλτιστης τιμής δε δίνει μια πλήρη εικόνα, καθώς τα μελισσοσμήνη που ξεκίνησαν με πληθικότητα 6 πλαίσια χρειάστηκαν 1.400 πλαίσια, ώστε να έχουν πληθικότητα 20 πλαίσια, ενώ τα μελισσοσμήνη που ξεκίνησαν με 12 πλαίσια, χρειάστηκαν 800 πλαίσια.

## 6. Διερεύνηση Κατανομών Πλαισίων

Όπως αναφέρθηκε και στο κεφάλαιο 5, τα γραμμικά μοντέλα δείχνουν ποια πρέπει να είναι η κατανομή των πόρων αναλογικά. Για τον λόγο αυτό η μελέτη γίνεται ποσοστιαία, σε αυτό το κεφάλαιο θα μελετηθούν τα αποτελέσματα διαφόρων κατανομών 100 πλαισίων. Όπως έχει παρατηρηθεί, τα μεγαλύτερα μελισσοσμήνη έχουν, πέρα από τον μεγαλύτερο πληθυσμό και μεγαλύτερη ανάπτυξη. Έτσι αναμένεται να φέρουν καλύτερα αποτελέσματα. Στο κεφάλαιο αυτό μελετάται η σημασία που έχει το πλήθος των βασιλισσών, άρα και των μελισσοσμηνών, που έχει στην κατοχή του ο μελισσοκόμος στην αρχή της μελισσοκομικής άνοιξης. Επιπλέον, θα γίνει σύγκριση των αποφάσεων του μοντέλου, όταν στο τέλος της μελισσοκομικής άνοιξης απαιτείται τα μελισσοσμήνη να είναι πληθικότητας 10 αντί για 20.

Έτσι θα γίνει μελέτη των εξής περιπτώσεων:

5. 25 μελισσοσμήνη πληθικότητας 4 πλαισίων
6. 20 μελισσοσμήνη πληθικότητας 5 πλαισίων
7. 10 μελισσοσμήνη πληθικότητας 10 πλαισίων
8. 5 μελισσοσμήνη πληθικότητας 20 πλαισίων

Για κάθε κατανομή θα μελετηθούν και για τις δυο περιοχές μελέτης τα εξής σενάρια:

### A. Μοναδική πληθικότητα

Σε αυτό το σενάριο λαμβάνεται υπόψη η απαίτηση των μελισσοκόμων όλα τα μελισσοσμήνη να είναι μοναδικής πληθικότητας και όλα τα αρχικά μελισσοσμήνη στο τέλος να είναι πληθικότητας 20 πλαισίων.

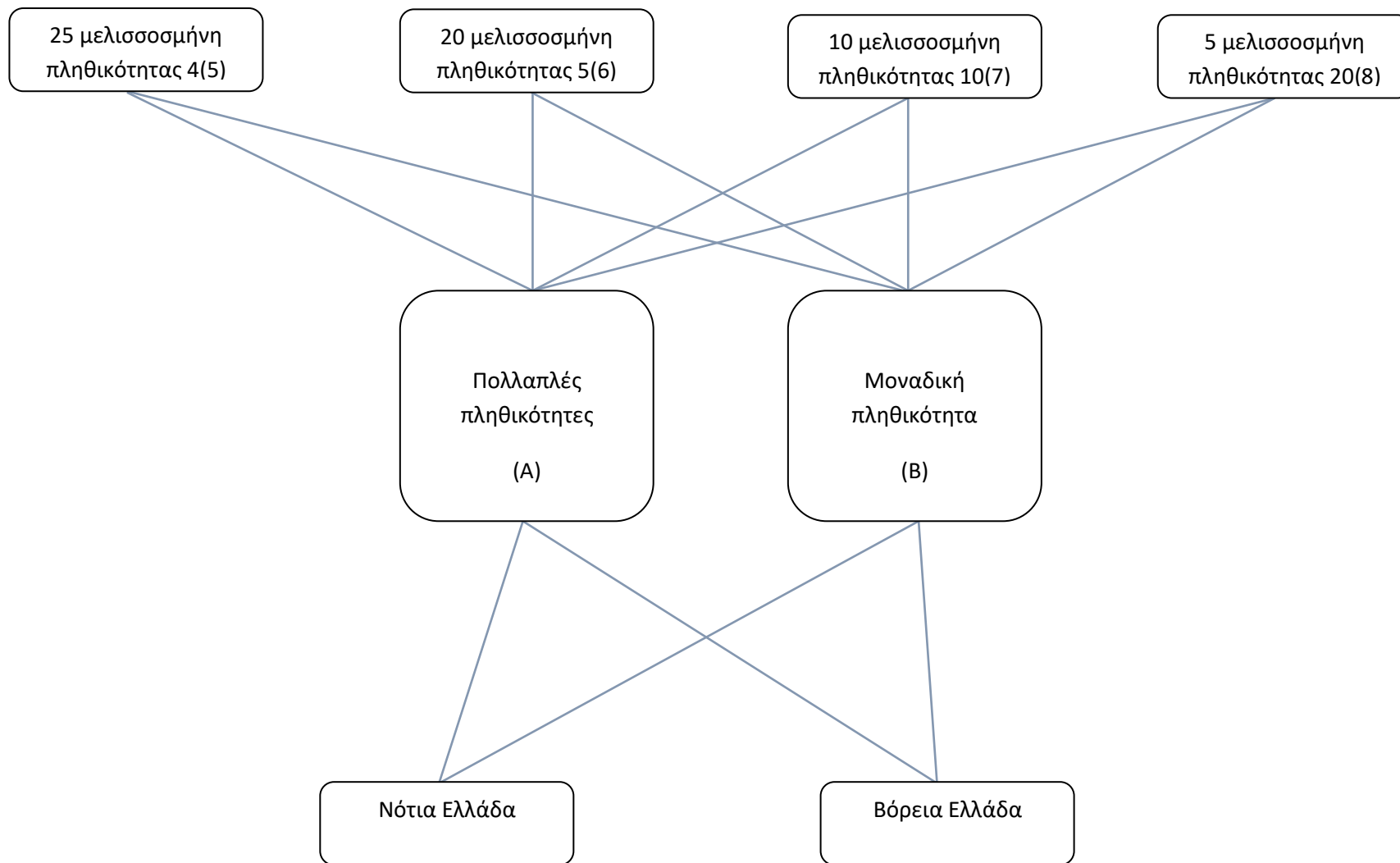
Για την επίλυσή του χρησιμοποιήθηκε το γραμμικοποιημένο(πρακτικό) μοντέλο, δηλαδή η αντικειμενική συνάρτηση (14), με τους περιορισμούς: (Π1'), (Π2'), (Π3'), (Π4'), (Π5'), (Π6'),(Π7'),(Π8')(Π9'), (Mc1'), (Mc2'), (Mc3') και (Mc4').

### B. Πολλαπλές περιπτώσεις πληθικότητας

Σε αυτό το σενάριο δεν λαμβάνεται υπόψη η απαίτηση των μελισσοκόμων όλα τα μελισσοσμήνη να είναι μοναδικής πληθικότητας, όμως όλα τα αρχικά μελισσοσμήνη στο τέλος θα είναι πληθικότητας 20 πλαισίων. Το σενάριο αυτό θα βοηθήσει στον υπολογισμό του κόστους που έχει η απαίτηση των μελισσοκόμων για μοναδική πληθικότητα.

Για την επίλυσή του χρησιμοποιήθηκε το γραμμικό(θεωρητικό) μοντέλο, δηλαδή η αντικειμενική συνάρτηση (14), με τους περιορισμούς: (Π1), (Π2), (Π3), (Π4), (Π5), (Π6) και (Π7).





Σχήμα 3. Οργανόγραμμα συνθέσεων

Πίνακας 12. Συγκεντρωτικά τα μοντέλα και οι περιορισμοί για όλα τα σενάρια

Σενάριο	A	B
Αντικειμενική Συνάρτηση	(14)	
(Π1)		✓
(Π2)		✓
(Π3)		✓
(Π4)		✓
(Π5)		✓
(Π6)		✓
(Π7)		✓
(Π1')	✓	
(Π2')	✓	
(Π3')	✓	
(Π4')	✓	
(Π5')	✓	
(Π6')	✓	
(Π7')	✓	
(Π8')	✓	
(Π9')	✓	
(Mc1')	✓	
(Mc2')	✓	
(Mc3')	✓	
(Mc4')	✓	

**Πίνακας 13. Συγκεντρωτικά όλα τα σενάρια**

Σενάριο	Ενότητα	Εικόνα	Περιοχή μελέτης		Πληθικότητα		Κατανομή			
			Νότια	Βόρεια	Μοναδική	Πολλαπλές	4-πλαισίων	5-πλαισίων	10 πλαισίων	20 πλαισίων
Σενάριο 1ο	6.1.1.1	45	✓		✓		✓			
Σενάριο 2ο	6.1.1.2	46		✓	✓		✓			
Σενάριο 3ο	6.1.2.1	47	✓			✓	✓			
Σενάριο 4ο	6.1.2.2	48		✓		✓	✓			
Σενάριο 5ο	6.2.1.1	50	✓		✓			✓		
Σενάριο 6ο	6.2.1.2	51		✓	✓			✓		
Σενάριο 7ο	6.2.2.1	52	✓			✓		✓		
Σενάριο 8ο	6.2.2.2	53		✓		✓		✓		
Σενάριο 9ο	6.3.1.1	55	✓		✓				✓	
Σενάριο 10ο	6.3.1.2	56		✓	✓				✓	
Σενάριο 11ο	6.3.2.1	57	✓			✓			✓	
Σενάριο 12ο	6.3.2.2	58		✓		✓			✓	
Σενάριο 13ο	6.4.1.1	60	✓		✓					✓
Σενάριο 14ο	6.4.1.2	61		✓	✓					✓
Σενάριο 15ο	6.4.2.1	62	✓			✓				✓
Σενάριο 16ο	6.4.2.2	63		✓		✓				✓

## 6.1 Μελισσοσμήνη Πληθικότητας 4 πλαισίων

Διπλωματική εργασία	
	Πλήθος
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 3 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 4 πλαισίων	25
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 5 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 6 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 7 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 8 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 9 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 10 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 11 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 12 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 13 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 14 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 15 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 16 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 17 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 18 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 19 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 20 πλαισίων	0

**Εικόνα 44.** Πλήθος μελισσοσμηνών, όταν τα πλαίσια κατανέμονται σε μελισσοσμήνη πληθικότητας 4 πλαισίων

Όταν τα 100 πλαίσια διανέμονται σε μελισσοσμήνη πληθικότητας 4 πλαισίων, θα δημιουργηθούν 25 μελισσοσμήνη.

### 6.1.1 Μοναδική Πληθικότητα(4 πλαισίων)

Σε αυτήν την ενότητα χρησιμοποιείται το μοντέλο 5A.

#### 6.1.1.1 Νότια Ελλάδα

Στην εικόνα 45 φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τη Νότια Ελλάδα. Θα αποσπαστούν 675 πλαίσια από το μελισσοκομείο. Ακόμη, επειδή τα μελισσοσμήνη στο βήμα 9 θα γίνουν πληθικότητας 20, θα δημιουργηθούν ακόμη  $25 \cdot (20 - 4) = 400$  πλαίσια με μέλισσες.

Στο βήμα	1	Στο βήμα 2	Στο βήμα 3	Στο βήμα 4	Στο βήμα 5	Στο βήμα 6	Στο βήμα 7	Στο βήμα 8	Στο βήμα 9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	25	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	25	25	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	25	25	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	25	25	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	25	0	25	0
0	0	0	0	0	0	0	25	0	25
0	0	0	0	0	0	0	0	25	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	25
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	25	25	25	25
νέα:	0	νέα:	0	νέα:	0	νέα:	75	νέα:	150
Σύνολο	675.0								150

**Εικόνα 45.** Τα αποτελέσματα για τη Νότια Ελλάδα, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 4 πλαισίων και η αναδιάταξη γίνεται με μοναδική πληθικότητα

Στα πρώτα βήματα δεν αποσπώνται πλαίσια από το μελισσοκομείο, αλλά επενδύονται στα αρχικά μελισσοσμήνη, ώστε να γίνει αξιοποίηση της μέγιστης ανάπτυξης η οποία επιτυγχάνεται, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 20 πλαισίων.

#### **6.1.1.2 Βόρεια Ελλάδα**

Στην εικόνα 46 φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τη Βόρεια Ελλάδα. Πιο αναλυτικά, θα αποσπαστούν 200 πλαίσια από το μελισσοκομείο. Ακόμη, επειδή τα μελισσοσμήνη στο βήμα 9 θα γίνουν πληθικότητας 20, θα δημιουργηθούν ακόμη  $25 \cdot (20 - 4) = 400$  πλαίσια με μέλισσες.



Στο βήμα	1	Στο βήμα 2	Στο βήμα 3	Στο βήμα 4	Στο βήμα 5	Στο βήμα 6	Στο βήμα 7	Στο βήμα 8	Στο βήμα 9
0	10	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	10	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	15	0	15	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	10	0	17	0	2	0	0
0	0	15	0	15	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	10	0	17	0	2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	7	0	22	0	25
0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0	
0		0		7		22		25	
νέα:	0	νέα:	0	νέα:	0	νέα:	118	νέα:	150
Σύνολο	718.0								

**Εικόνα 47. Τα αποτελέσματα για τη Νότια Ελλάδα, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 4 πλαισίων και η αναδιάταξη γίνεται με πολλαπλές πληθικότητες**

Στα πρώτα βήματα δεν αποσπώνται πλαίσια από το μελισσοκομείο, αλλά επενδύονται στα αρχικά μελισσοσμήνη και σε αυτήν την περίπτωση, ώστε να γίνει αξιοποίηση της μέγιστης ανάπτυξης η οποία επιτυγχάνεται, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 20 πλαισίων. Η τιμή της βέλτιστης λύσης βελτιώνεται κατά 43 πλαίσια. Η διαφορά με τη μέθοδο μίας πληθικότητας εντοπίζεται στην αναδιάταξη στα πρώτα τέσσερα βήματα, όπου έχουμε δύο ή τρεις διαφορετικές περιπτώσεις πληθικότητας.

Στο 1<sup>ο</sup> βήμα δημιουργούνται 15 μελισσοσμήνη πληθικότητας 8 πλαισίων και 10 μελισσοσμήνη πληθικότητας 3 πλαισίων. Με αυτόν τον τρόπο γίνεται αξιοποίηση της ανάπτυξης των 8 πλαισίων (+4), δηλαδή συνολικά στο επόμενο βήμα θα προστεθούν  $15 \cdot (+4) + 10 \cdot (+2) = 80$  πλαίσια, ενώ αν παρέμεναν 6 πλαισίων, θα είχαν

ανάπτυξη +3 και συνολικά θα δημιουργούνταν  $25 \cdot (+3) = 75$  πλαίσια με μέλισσες. Αναλόγως γίνονται οι αναδιατάξεις και στα υπόλοιπα βήματα.

### 6.1.2.2 Βόρεια Ελλάδα πολλαπλές πληθικότητες

Στην εικόνα 48 φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τη Βόρεια Ελλάδα, αν αγνοηθεί η απαίτηση των μελισσοκόμων να έχουν στο μελισσοκομείο μελισσοσμήνη μίας πληθικότητας. Η βέλτιστη τιμή είναι 280 νέα πλαίσια με μέλισσες. Επιπλέον και τα 25 αρχικά μελισσοσμήνη θα είναι πληθικότητας 20 πλαισίων, δηλαδή θα προκύψουν ακόμη  $25 \cdot (20 - 4) = 400$  πλαίσια.

Στο βήμα	1	Στο βήμα 2	Στο βήμα 3	Στο βήμα 4	Στο βήμα 5	Στο βήμα 6	Στο βήμα 7	Στο βήμα 8	Στο βήμα 9								
0	7	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	2	7	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
25	0	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	16	0	18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	16	0	18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	6	0	22	0	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	6	0	22	1	13	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	11	1	24	0	4	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	11	0	24	0	4	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	21	0	25	0	25	0	
0		0		0		0		0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0		1		21		25		25	
νέα:	0	νέα:	0	νέα:	0	νέα:	0	νέα:	0	νέα:	0	νέα:	80	νέα:	100	νέα:	100
Σύνολο	280.0																

**Εικόνα 48.** Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 4 πλαισίων και η αναδιάρθρωση γίνεται με πολλαπλές πληθικότητες

Στα πρώτα έξι βήματα δεν αποσπώνται πλαίσια από το μελισσοκομείο, αλλά επενδύονται στα αρχικά μελισσοσμήνη και σε αυτήν την περίπτωση, ώστε να αξιοποιηθεί η μέγιστη ανάπτυξη η οποία επιτυγχάνεται, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας μεγαλύτερης των 15 πλαισίων. Η τιμή της βέλτιστης λύσης βελτιώνεται



κατά 80 πλαίσια. Η διαφορά με τη μέθοδο μίας πληθικότητας εντοπίζεται στην αναδιάταξη στα πρώτα έξι βήματα, όπου έχουμε δύο ή τρεις διαφορετικές περιπτώσεις πληθικότητας.

Στο 1<sup>ο</sup> βήμα δημιουργούνται 16 μελισσοσμήνη πληθικότητας 6 πλαισίων, 2 μελισσοσμήνη πληθικότητας 4 πλαισίων και 7 μελισσοσμήνη πληθικότητας 3 πλαισίων. Με αυτόν τον τρόπο αξιοποιείται η ανάπτυξη των 6 πλαισίων (+2), δηλαδή συνολικά στο επόμενο βήμα θα προστεθούν  $16 \cdot (+2) + 2 \cdot (+1) + 7 \cdot (+1) = 41$  πλαίσια, ενώ αν παρέμεναν 5 πλαισίων, θα είχαν ανάπτυξη +1 και συνολικά θα δημιουργούνταν  $25 \cdot (+1) = 25$  πλαίσια με μέλισσες. Αναλόγως γίνονται οι αναδιατάξεις και στα υπόλοιπα βήματα.

## 6.2 Μελισσοσμήνη Πληθικότητας 5 πλαισίων

Διπλωματική εργασία	
	Πλήθος
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 3 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 4 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 5 πλαισίων	20
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 6 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 7 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 8 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 9 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 10 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 11 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 12 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 13 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 14 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 15 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 16 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 17 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 18 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 19 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 20 πλαισίων	0

**Εικόνα 49.** Πλήθος μελισσοσμηνών, όταν τα πλαίσια κατανέμονται σε μελισσοσμήνη πληθικότητας 5 πλαισίων

Όταν τα 100 πλαίσια διανέμονται σε μελισσοσμήνη πληθικότητας 5 πλαισίων, θα δημιουργηθούν 20 μελισσοσμήνη.

### 6.2.1 Μοναδική Πληθικότητα(5 πλαισίων)

Σε αυτήν την ενότητα χρησιμοποιείται το μοντέλο 6Α.

#### 6.2.1.1 Νότια Ελλάδα

Στην εικόνα 50 φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τη Νότια Ελλάδα. Θα αποσπαστούν 560 πλαίσια από το μελισσοκομείο. Ακόμη, επειδή τα μελισσοσμήνη στο βήμα 9 θα γίνουν πληθικότητας 20 θα δημιουργηθούν ακόμη  $20 \cdot (20 - 5) = 300$  πλαίσια με μέλισσες.










στην αναδιάταξη στα πρώτα πέντε βήματα, όπου έχουμε δύο ή τρεις διαφορετικές περιπτώσεις πληθικότητας.

Στο 1<sup>ο</sup> βήμα τα μελισσοσμήνη χωρίζονται σε δύο πληθικότητες 10 μελισσοσμήνη πληθικότητας 3 πλαισίων και 10 μελισσοσμήνη πληθικότητας 9 πλαισίων. Με αυτόν τον τρόπο γίνεται αξιοποίηση της ανάπτυξης των 9 πλαισίων (+3), δηλαδή συνολικά στο επόμενο βήμα θα προστεθούν  $10 \cdot (+3) + 10 \cdot (+1) = 40$  πλαίσια. Παρ' όλα αυτά, αν παρέμεναν 6 πλαισίων, θα είχαν ανάπτυξη +2 και συνολικά θα δημιουργούνταν  $20 \cdot (+2) = 40$  πλαίσια με μέλισσες, οπότε η ανάπτυξη θα παρέμενε η ίδια.

### 6.3 Μελισσοσμήνη Πληθικότητας 10 πλαισίων

 Διπλωματική εργασία

	Πλήθος
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 3 πλαισίων	<input type="text" value="0"/>
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 4 πλαισίων	<input type="text" value="0"/>
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 5 πλαισίων	<input type="text" value="0"/>
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 6 πλαισίων	<input type="text" value="0"/>
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 7 πλαισίων	<input type="text" value="0"/>
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 8 πλαισίων	<input type="text" value="0"/>
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 9 πλαισίων	<input type="text" value="0"/>
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 10 πλαισίων	<input type="text" value="10"/>
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 11 πλαισίων	<input type="text" value="0"/>
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 12 πλαισίων	<input type="text" value="0"/>
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 13 πλαισίων	<input type="text" value="0"/>
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 14 πλαισίων	<input type="text" value="0"/>
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 15 πλαισίων	<input type="text" value="0"/>
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 16 πλαισίων	<input type="text" value="0"/>
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 17 πλαισίων	<input type="text" value="0"/>
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 18 πλαισίων	<input type="text" value="0"/>
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 19 πλαισίων	<input type="text" value="0"/>
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 20 πλαισίων	<input type="text" value="0"/>

Εικόνα 54. Πλήθος μελισσοσμηνών, όταν τα πλαίσια κατανέμονται σε μελισσοσμήνη πληθικότητας 10 πλαισίων







### 6.3.2 Πολλαπλές Περιπτώσεις Πληθικότητας(10 πλαισίων)

Σε αυτήν την ενότητα χρησιμοποιείται το μοντέλο 7B.

#### 6.3.2.1 Νότια Ελλάδα πολλαπλές περιπτώσεις πληθικότητας

Στην εικόνα 57 φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τη Νότια Ελλάδα, αν αγνοηθεί η απαίτηση των μελισσοκόμων να έχουν στο μελισσοκομείο μελισσοσμήνη μίας πληθικότητας. Η βέλτιστη τιμή είναι 412 νέα πλαίσια με μέλισσες. Επιπλέον και τα 10 αρχικά μελισσοσμήνη θα είναι πληθικότητας 20 πλαισίων δηλαδή θα δημιουργηθούν ακόμη  $20 \cdot (20 - 10) = 100$  πλαίσια με μέλισσες.

Στο βήμα	1	Στο βήμα 2	Στο βήμα 3	Στο βήμα 4	Στο βήμα 5	Στο βήμα 6	Στο βήμα 7	Στο βήμα 8	Στο βήμα 9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	4	0	1	0	0	0	0	0	0
0	3	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	4	0	1	0	0	0	0	0
0	0	3	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	3	0	9	0	10	0	10	0	10
0		0	0	0	0	0	0	0	0
0		0	0	0	0	0	0	0	0
0		0	0	0	0	0	0	0	0
0		0	0	0	0	0	0	0	0
0		0	0	0	0	0	0	0	0
0		0	0	0	0	0	0	0	0
0		3	9	10	10	10	10	10	10
νέα:	0	νέα:	2	νέα:	50	νέα:	60	νέα:	60
Σύνολο	412.0								

**Εικόνα 57.** Τα αποτελέσματα για τη Νότια Ελλάδα, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 10 πλαισίων και η αναδιάταξη γίνεται με πολλαπλές πληθικότητες

Στο πρώτο βήμα δεν αποσπώνται πλαίσια από το μελισσοκομείο, αλλά επενδύονται στα αρχικά μελισσοσμήνη και σε αυτήν την περίπτωση, ώστε να γίνει αξιοποίηση της μέγιστης ανάπτυξης η οποία επιτυγχάνεται, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 20 πλαισίων. Η τιμή της βέλτιστης λύσης βελτιώνεται κατά 12

πλαίσια. Η διαφορά με τη μέθοδο μίας πληθικότητας εντοπίζεται στην αναδιάταξη στα πρώτα δύο βήματα, όπου έχουμε δύο ή τρεις διαφορετικές περιπτώσεις πληθικότητας.

### 6.3.2.2 Βόρεια Ελλάδα πολλαπλές πληθικότητες

Στην εικόνα 58 φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τη Βόρεια Ελλάδα, αν αγνοηθεί η απαίτηση των μελισσοκόμων να έχουν στο μελισσοκομείο μελισσοσμήνη μίας πληθικότητας. Η βέλτιστη τιμή είναι 246 νέα πλαίσια με μέλισσες. Επιπλέον και τα 20 αρχικά μελισσοσμήνη θα είναι πληθικότητας 20 πλαισίων, δηλαδή θα προκύψουν ακόμη  $10 \cdot (20 - 10) = 100$  πλαίσια.


Στο βήμα	1	Στο βήμα 2	Στο βήμα 3	Στο βήμα 4	Στο βήμα 5	Στο βήμα 6	Στο βήμα 7	Στο βήμα 8	Στο βήμα 9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	3	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	3	0	0	0	0	0	0	0
10	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	6	0	7	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	6	0	7	0	0	0	0	0
0	0	0	2	1	10	0	10	0	10
0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0	
0		0		0		0		0	
0		0	2	10	10	10	10	10	10
νέα:	3	νέα:	2	νέα:	1	νέα:	40	νέα:	40
Σύνολο	246.0								

**Εικόνα 58.** Τα αποτελέσματα στη Βόρεια Ελλάδα, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας 10 πλαισίων και με πολλαπλές περιπτώσεις πληθικότητας

Στα πρώτα τρία βήματα δίνεται έμφαση στην επένδυση στα αρχικά μελισσοσμήνη και σε αυτήν την περίπτωση, ώστε να γίνει αξιοποίηση της μέγιστης ανάπτυξης η οποία επιτυγχάνεται, όταν τα μελισσοσμήνη είναι πληθικότητας

μεγαλύτερης των 15 πλαισίων. Η τιμή της βέλτιστης λύσης βελτιώνεται κατά 6 πλαίσια. Η διαφορά με τη μέθοδο μίας πληθικότητας εντοπίζεται στην αναδιάταξη στα πρώτα τρία βήματα, όπου έχουμε τρεις διαφορετικές περιπτώσεις πληθικότητας.

## 6.4 Μελισσοσμήνη Πληθικότητας 20 πλαισίων

 Διπλωματική εργασία

	Πλήθος
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 3 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 4 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 5 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 6 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 7 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 8 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 9 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 10 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 11 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 12 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 13 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 14 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 15 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 16 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 17 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 18 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 19 πλαισίων	0
Μελισσοσμήνη πληθικότητας 20 πλαισίων	5

**Εικόνα 59.** Πλήθος μελισσοσμηνών, όταν τα πλαίσια κατανέμονται σε μελισσοσμήνη πληθικότητας 20 πλαισίων

Όταν τα 100 πλαίσια διανέμονται σε μελισσοσμήνη πληθικότητας 20 πλαισίων, θα δημιουργηθούν 5 μελισσοσμήνη.

### 6.4.1 Μοναδική Πληθικότητα(20 πλαισίων)

Σε αυτήν την ενότητα χρησιμοποιείται το μοντέλο 8Α.

#### 6.4.1.1 Νότια Ελλάδα

Στην εικόνα 60 φαίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τη Νότια Ελλάδα. Θα αποσπαστούν 270 πλαίσια από το μελισσοκομείο.











## 6.5 Σχολιασμός

Στον Πίνακα 5 είναι συγκεντρωμένα τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την κατανομή των 100 πλαισίων σε μελισσοσμήνη πληθικότητας τεσσάρων, πέντε, δέκα και είκοσι πλαισίων.

**Πίνακας 14. Πίνακας σύγκρισης αποτελεσμάτων 100 πλαισίων, αν κατανεμηθούν σε μελισσοσμήνη 4,5,10 και 20 πλαισίων**

		4-πλαίσια	5-πλαίσια	10-πλαίσια	20-πλαίσια
<b>Μοναδική πληθικότητα</b>	N. Ελλάδα	675	560	400	270
	B. Ελλάδα	200	240	240	180
<b>Πολλαπλές πληθικότητες</b>	N. Ελλάδα	718	618	412	270
	B. Ελλάδα	280	274	246	180

Παρατηρείται ότι οι τιμές είναι φθίνουσες σε κάθε κατάσταση (γραμμή) με εξαίρεση την δεύτερη γραμμή, όπου παρατηρείται μια αύξηση από την 1<sup>η</sup> στήλη στη 2<sup>η</sup> και μετά είναι φθίνουσες.

## 7. Συμπεράσματα και Προτάσεις

Σκοπός της παρούσας διατριβής είναι να βελτιστοποιήσει τη διαδικασία της αναδιάταξης, έτσι ώστε να μπορούν να αποσπαστούν όσο το δυνατόν περισσότερα πλαίσια με μέλισσες από το μελισσοκομείο. Για να πραγματοποιηθεί, αυτό έγινε μια μικρή ανασκόπηση της διαδικασίας αυτής, όπως γίνεται στη φύση. Στη συνέχεια μελετήθηκε η διαδικασία, όπως συμβαίνει σε ένα μελισσοκομείο. Με αυτόν τον τρόπο κατασκευάστηκε ένα μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού το οποίο υπολόγιζε τον βέλτιστο τρόπο αναδιάταξης που θα απέδιδε τη βέλτιστη λύση. Το μοντέλο αυτό έδινε ως αποτέλεσμα περίπλοκες αναδιατάξεις, οι οποίες καθιστούσαν δύσκολη και χρονοβόρα την εφαρμογή του. Για τον λόγο αυτό προστέθηκαν μεταβλητές απόφασης που μετέτρεψαν το μοντέλο σε μη-γραμμικό. Με τη μετατροπή αυτή προέκυψαν δυσκολίες στη διαδικασία της επίλυσης, καθώς τα δυναμικά μοντέλα με πολλές μεταβλητές και περιορισμούς απαιτούν περίπλοκες διαδικασίες για την επίλυση τους. Για να αποφευχθούν οι διαδικασίες αυτές, χρησιμοποιήθηκαν μετατροπές McKormick και το μοντέλο γραμμικοποιήθηκε.

Η επίλυση του μοντέλου έγινε με έναν κώδικα στη γλώσσα προγραμματισμού Python. Πιο συγκεκριμένα, χρησιμοποιήθηκε η βιβλιοθήκη της Pyomo και ο solver 'glpk'. Ακόμη, τοποθετήθηκε ένα Graphical Users Interface (GUI) της μορφής tKinter, ώστε να είναι πιο εύκολη η εισαγωγή των δεδομένων και η προβολή των αποτελεσμάτων. Με αυτόν τον τρόπο αυτό λύθηκε και το πρακτικό και το γραμμικό μοντέλο.

Επιπλέον μελετήθηκαν ορισμένες περιπτώσεις κατανομής πλαισίων και βασιλισσών. Για να επιτευχθεί η μεγιστοποίηση του πληθυσμού που μπορεί να αποσπαστεί από το μελισσοκομείο πρέπει ο μελισσοκόμος να κάνει την καλύτερη δυνατή αναδιάταξη είτε με μοναδική πληθικότητα είτε με πολλαπλές πληθικότητες. Το μοντέλο που αναπτύχθηκε μπορεί να υπολογίσει ποιες είναι οι αναδιατάξεις που θα δώσουν το βέλτιστο αποτέλεσμα και την τιμή της βέλτιστης λύσης. Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι οι αναπτύξεις που θα δοθούν πρέπει να είναι ακριβείς και ρεαλιστικές. Παρόλα αυτά, όσο ακριβείς και ρεαλιστικές κι αν είναι πρέπει ο μελισσοκόμος να θυμάται ότι το μοντέλο είναι θεωρητικό.

Ακόμη, όταν το πλήθος των μελισσοσμηγνών είναι σταθερό, και στη Βόρεια Ελλάδα και στη Νότια το αποτέλεσμα αυξάνεται, όταν το πλήθος των πλαισίων αυξάνεται και αυτό. Όμως αυτό δεν ισχύει, όταν το πλήθος των πλαισίων είναι σταθερό και στις δύο

περιοχές ενδιαφέροντος, καθώς στις περισσότερες περιπτώσεις το μεγαλύτερο πλήθος των μελισσοσμηνών δίνει καλύτερο αποτέλεσμα.

Σε επέκταση της παρούσας έρευνας θα μπορούσε να γίνει μια ανάλυση σχετικά με την εισαγωγή μελιού στην κυψέλη. Δηλαδή, να υπολογιστεί π.χ. με μελισσοκομικές ζυγαριές ποια είναι η ημερήσια ποσότητα μελιού που αποθηκεύεται σε κάθε κυψέλη αναλόγως με την πληθικότητα της. Με αυτόν τον τρόπο γνωρίζοντας την διάρκεια της ανθοφορίας μπορεί να γίνει μεγιστοποίηση της παραγωγής μελιού.

Ακόμη, θα μπορούσε να ερευνηθεί αν αξίζει να γίνει μεταφορά μελισσοσμηνών από τη Βόρεια Ελλάδα στη Νότια, ώστε να εισέλθουν νωρίτερα στη μελισσοκομική άνοιξη. Όπως και το αντίστροφο, δηλαδή τη μεταφορά μελισσοσμηνών από τη Νότια Ελλάδα στη Βόρεια, προκειμένου τα μελισσοσμήνη να παραμείνουν για περισσότερο καιρό στη μελισσοκομική άνοιξη.

## Βιβλιογραφία

Τσάντας, Ν. Δ., & Βασιλείου, Π. Χ. Γ. (2000). Εισαγωγή στην επιχειρησιακή έρευνα. Θεσσαλονίκη: Εκδόσεις Ζήτη

ΧΑΤΖΑΚΗΣ Μ. (2005) Η ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΠΟΙΟΤΙΚΩΝ ΒΑΣΙΛΙΣΣΩΝ ΤΗΣ ΜΕΛΙΣΣΑΣ ΤΡΟΠΟΙ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΙ, Πτυχιακή εργασία, Ηράκλειο: Ηρακλείου ΤΕΙ

Χατζηστεφάνου Ε. (2015) Τα προϊόντα της μέλισσας, Πτυχιακή εργασία, ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ: ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΙΟ ΤΕΙ

Παπαευαγγέλου Χ. Ε. (2017) Η συμβολή της μελισσοκομίας στην ανάπτυξη του πρωτογενούς τομέα στην Ελλάδα: Η περίοδος της οικονομικής κρίσης, Διπλωματική εργασία, ΒΟΛΟΣ: ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

Θρασυβούλου Α., (1998). Πρακτική Μελισσοκομία. Θεσσαλονίκη: Μελισσοκομική Επιθεώρηση

Λιάκος Β., 1993. Σμηγουργία Μελισσοκομική Επιθεώρηση (5)

## Ιστοτοποί

Ιστοσελίδα Βικιπαίδεια, 2007. Μέσος όρος. [online] Available at: <[https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%9C%CE%AD%CF%83%CE%BF%CF%82\\_%CF%8C%CF%81%CE%BF%CF%82](https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%9C%CE%AD%CF%83%CE%BF%CF%82_%CF%8C%CF%81%CE%BF%CF%82)> [Accessed 20 October 2020]

Northwestern, 2015. McCormick envelopes. [online] Available at: <[https://optimization.mccormick.northwestern.edu/index.php/McCormick\\_envelopes](https://optimization.mccormick.northwestern.edu/index.php/McCormick_envelopes)> [Accessed 20 October 2020]

## Παράρτημα

### Παράρτημα Α:Ερωτηματολόγιο

# Ερωτηματολόγιο\_Διπλωματική\_Εργασία \_Εξέλιξη\_μελισσοσμηνών

Ονομάζομαι Αλέξανδρος Τσιροζίδης και στο πλαίσιο της εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας στο Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών στη Διοίκηση Επιχειρήσεων (ΜΒΑ) του Πανεπιστημίου Μακεδονίας (ΠΑΜΑΚ), διεξάγεται μια υποστηρικτική μελέτη σχετικά με την αναπαραγωγή των μελισσοσμηνών την περίοδο της μελισσοκομικής άνοιξης.

Προκειμένου να εκτιμηθεί η γενική κατάσταση στον κλάδο της μελισσοκομίας και να καταγραφούν οι πιθανές διαφοροποιήσεις που παρατηρούνται στη λειτουργία και διαχείριση των μελισσοσμηνών, σας παρακαλούμε να συμπληρώσετε το παρακάτω ερωτηματολόγιο.

Σημειώνεται, ότι το ερωτηματολόγιο είναι ανώνυμο και θα χρησιμοποιηθεί αυστηρά για ερευνητικούς και όχι εμπορικούς σκοπούς.

**\* Απαιτείται**

Σε ποιά περιοχή βρίσκεται το ανοιξιάτικο μελισσοκομείο σας; \*

- Θράκη
- Μακεδονία
- Ήπειρος
- Θεσσαλία
- Στερεά Ελλάδα
- Πελοπόννησος
- Κρήτη
- Νησιά Αιγαίου
- Νησιά Ιονίου

Πόσο διαρκεί η μελισσοκομική άνοιξη στην περιοχή σας; (απάντηση σε μέρες, π.χ. 55) \*

Η απάντησή σας \_\_\_\_\_

Κάθε πόσες μέρες επιθεωρείτε ένα μελίσσι την συγκεκριμένη περίοδο; (απάντηση σε μέρες, π.χ. 5) \*

Η απάντησή σας \_\_\_\_\_

Πόσες φορές "κόβετε" παραφυάδες την συγκεκριμένη περίοδο \*

1

2

3

4

5

Άλλο: \_\_\_\_\_

Χρησιμοποιείτε μόνωση την συγκεκριμένη περίοδο; Εάν ναι ποια μορφή της; \*

1 Τελάρο με φελιζόλ

2 Τελάρα με φελιζόλ

Φελιζόλ

Κηρόπανο

Φοάμ

Όχι δε χρησιμοποιώ.

Άλλο: \_\_\_\_\_

Πόσα μελισσοσμήνη έχετε στην κατοχή σας; \*

- λιγότερα απο 30
- 31 έως 100
- 101 έως 300
- 301 έως 1.000
- περισσότερα απο 1.000





Σε λίγο ολοκληρώνεται!

Δημογραφικές Ερωτήσεις

Πόσα χρόνια ασχολείστε με την μελισσοκομία; \*

- λιγότερο απο 3 χρόνια
- περισσότερα απο 3 χρόνια λιγότερο απο 10 χρόνια
- περισσότερα απο 10 χρόνια

Πόσο χρονών είστε; \*

- Κάτω των 18
- 18-25
- 25-40
- 40-65
- 65+

Τα υπόλοιπα μέλη της οικογένεια σας ασχολούνται με τα μελίσσια; \*

- Ναι
- Όχι

## Η οικογένειά σας ασχολείται με τη μελισσοκομία

Πόσα άτομα εκτός από εσάς; \*

Η απάντησή σας \_\_\_\_\_

Σε ποιές εργασίες \*

- Συρμάτωμα-κέρωμα τελάρων
- Βάψιμο κυψέλης
- Επιθεωρήσεις
- Μεταφορές
- Τρύγο στο μελισσοκομείο
- Τρύγο στο εργαστήριο

Πόσες γενιές έχουν ασχοληθεί με την μελισσοκομία στην οικογένειά σας;

- 1η γενιά
- 2η γενιά
- 3η γενιά
- 4η γενιά
- Παραπάνω από 4 γενιές



```

    return True

else:

    return False

reg = window.register(acceptNumber)

entries=[Entry(window,textvariable=0, width=5),Entry(window,textvariable=0,
width=10),Entry(window,textvariable=0, width=10)]

for i in range (3,21):

    var.append(IntVar())

    lbl = Label(window, text="Μελισσοσμήνη πληθικότητα %s πλαίσιων " %i)

    lbl.grid(column=0, row=i)

    entries.append(Entry(window,textvariable=var[i-3], width=8))

    entries[i].grid(column=1, row=i)

    entries[i].config(validate="key", validatecommand =(reg, '%P'))

combo = [Combobox(window),Combobox(window),Combobox(window)]

for i in range (3,21):

    combo.append(Combobox(window,width=5))

    combo[i]['values']= (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10)

    combo[i] .grid(column=2, row=i, padx=1, pady=1)

    if(i<=7):

        combo[i].current(0)

    elif(i<=10):

        combo[i].current(1)

    elif(i<=20):

        combo[i].current(2)

    lbl = Label(window, text="Διάρκεια Μελισσοκομικής Άνοιξης ")

    lbl.grid(column=0, row=26)

    entr2 = Entry(window,textvariable=var2,width=8)

    entr2.grid(column=1, row=26)

    entr2.config(validate="key", validatecommand =(reg, '%P'))

```

```

lbl = Label(window, text="Περίοδος Επιθεωρήσεων")

lbl.grid(column=0, row=27)

entr3 = Entry(window, textvariable=var3, width=8)

entr3.grid(column=1, row=27)

entr3.config(validate="key", validatecommand =(reg, '%P'))

diarkeia_melissokomikis_anoixis=0

meres_episkepsewn=0

def clicked_ok():

    for i in range (3,21):

        arxika_melissia[i]=int(entries[i].get())

        anptyxi[i]=int(combo[i].get())

    diarkeia_melissokomikis_anoixis=int(entr2.get())

    meres_episkepsewn=int(entr3.get())

    vimata=diarkeia_melissokomikis_anoixis//meres_episkepsewn

    plithikotita_meta_tin_anadiataxi = range(0,21)

    model = pyo.ConcreteModel()

    model.Con=pyo.ConstraintList()

    print('Το πλήθος των επισκέψεων θα είναι: %s ' % vimata )

    plithos_vimatwn = range(0,vimata+1)

    model.meta=pyo.Var(plithikotita_meta_tin_anadiataxi,
    plithos_vimatwn, domain=pyo.NonNegativeIntegers)

    model.apofasis=pyo.Var(plithikotita_meta_tin_anadiataxi,
    plithos_vimatwn, domain=pyo.Binary)

    model.nea=pyo.Var(plithos_vimatwn, domain=pyo.NonNegativeIntegers, initialize=0)

    model.w=pyo.Var(plithikotita_meta_tin_anadiataxi,
    plithos_vimatwn, domain=pyo.NonNegativeIntegers, initialize=0)

    s=0

    for i in range (3,21):

        s=s+arxika_melissia[i]

    print('Το πλήθος των μελισσοσμηνών είναι %s' %s )

```



```

model.Con.add(expr = model.meta[i,p]==0)

model.Con.add(expr = model.apofasis[i,p]==0)

model.Con.add(expr = model.w[i,p]==0)

for p in range (0,vimata):

    for i in range (3,21):

        model.Con.add(expr = model.prin[i+anptyxi[i],p+1]==model.w[i,p])

    for i in range (3,21+max_anptyxi):

        if test[i]==0:

            model.Con.add(expr = model.prin[i,p+1]==0)

for p in range (1,vimata+1):

    for i in range (3,21):

        model.Con.add(expr = model.w[i,p]>=0)

        model.Con.add(expr = model.w[i,p]>=model.meta[i,p]+s*model.apofasis[i,p]-s)

        model.Con.add(expr = model.w[i,p]<=model.apofasis[i,p]*s)

        model.Con.add(expr = model.w[i,p]<=model.meta[i,p])

for p in range (1,vimata+1):

    model.Con.add(expr = sum(model.apofasis[i,p] for i in range (3,21))==1)

for p in range (1,vimata+1):

    model.Con.add(expr = sum(i*model.prin[i,p] for i in range
(0,21+max_anptyxi))==model.nea[p]+sum(i*model.w[i,p] for i in range (0,21)))

    model.Con.add(expr = s==sum(model.w[i,p] for i in range (0,21)))

for p in range (1,vimata+1):

    model.Con.add(expr = sum(model.apofasis[i,p] for i in range(0,21))==1)

model.Con.add(expr = s ==model.w[20,vimata])

opt = pyo.SolverFactory('glpk')

opt.solve(model)

print("Η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι: ")

print(pyo.value(model.Obj))

print("Η βέλτιστη λύση είναι")

```

```

for i in range (0,vimata+1):
    print(model.nea[i].value)
print("ο πίνακας πριν")
for p in range (0,vimata+1):
    print('στο βήμα %s ' %p)
    for i in range (0,21+max_anaptyxi):
        print(model.prin[i,p].value)
print ("ο πίνακας μετά")
for p in range (0,vimata+1):
    print('στο βήμα %s ' %p)
    for i in range (0,21):
        print(model.w[i,p].value)
lbl = Label(window, text="Σύνολο")
lbl.grid(column=3, row=24+max_anaptyxi+1)
lbl = Label(window, text=pyo.value(model.Obj))
lbl.grid(column=4, row=24+max_anaptyxi+1)
for p in range (1,vimata+1):
    lbl = Label(window, text="Στο βήμα")
    lbl.grid(column=2*p+1, row=2)
    lbl = Label(window, text=p)
    lbl.grid(column=2*(p+1), row=2)
    for i in range (3,21):
        lbl = Label(window, text=int(model.w[i,p].value))
        lbl.grid(column=2*(p+1), row=i)
        lbl = Label(window, text="νέα:")
        lbl.grid(column=2*p+1, row=23+max_anaptyxi+1)
        lbl = Label(window, text=int(model.nea[p].value))
        lbl.grid(column=2*(p+1), row=23+max_anaptyxi+1)

```





```

lbl.grid(column=1, row=2)

var=[]

def acceptNumber(inp):

    if inp.isdigit():

        return True

    elif inp is "":

        return True

    elif inp is ".":

        return True

    else:

        return False

reg = window.register(acceptNumber)

entries=[Entry(window,textvariable=0, width=5),Entry(window,textvariable=0,
width=10),Entry(window,textvariable=0, width=10)]

for i in range (3,21):

    var.append(IntVar())

    lbl = Label(window, text="Μελισσοσμήνη πληθικότητας %s πλαίσιων " %i)

    lbl.grid(column=0, row=i)

    entries.append(Entry(window,textvariable=var[i-3], width=8))

    entries[i].grid(column=1, row=i)

    entries[i].config(validate="key", validatecommand =(reg, '%P'))

combo = [Combobox(window),Combobox(window),Combobox(window)]

for i in range (3,21):

    combo.append(Combobox(window,width=5))

    combo[i]['values']= (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10)

    combo[i].grid(column=2, row=i, padx=1, pady=1)

    if(i<=7):

        combo[i].current(0)

    elif(i<=10):

```

```

        combo[i].current(1)

    elif(i<=20):

        combo[i].current(2)

lbl = Label(window, text="Διάρκεια Μελισσοκομικής Άνοιξης ")
lbl.grid(column=0, row=26)

entr2 = Entry(window,textvariable=var2,width=8)
entr2.grid(column=1, row=26)

entr2.config(validate="key", validatecommand =(reg, '%P'))

lbl = Label(window, text="Περίοδος Επιθεωρήσεων")
lbl.grid(column=0, row=27)

entr3 = Entry(window,textvariable=var3,width=8)
entr3.grid(column=1, row=27)

entr3.config(validate="key", validatecommand =(reg, '%P'))

diarkeia_melissokomikis_anoixis=0
meres_episkepsewn=0

def clicked_ok():

    for i in range (3,21):

        arxika_melissia[i]=int(entries[i].get())

        anptyxi[i]=int(combo[i].get())

    diarkeia_melissokomikis_anoixis=int(entr2.get())

    meres_episkepsewn=int(entr3.get())

    vimata=diarkeia_melissokomikis_anoixis//meres_episkepsewn

    plithikotita_meta_tin_anadiataxi = range(0,21)

    model = pyo.ConcreteModel()

    model.Con=pyo.ConstraintList()

    print('Το πλήθος των επισκέψεων θα είναι: %s ' % vimata )

    plithos_vimatwn = range(0,vimata+1)

    model.meta=pyo.Var(plithikotita_meta_tin_anadiataxi,
plithos_vimatwn,domain=pyo.NonNegativeIntegers)

```



```

for p in range (0,vimata+1):
    for i in range (0,3):
        model.Con.add(expr = model.prin[i,p]==0)
        model.Con.add(expr = model.meta[i,p]==0)
    for p in range (0,vimata):
        for i in range (3,21):
            model.Con.add(expr = model.prin[i+anaptyxi[i],p+1]==model.meta[i,p])
        for i in range (3,21+max_anaptyxi):
            if test[i]==0:
                model.Con.add(expr = model.prin[i,p+1]==0)
    for p in range (1,vimata+1):
        model.Con.add(expr = sum(i*model.prin[i,p] for i in range
(0,21+max_anaptyxi))==model.nea[p]+sum(i*model.meta[i,p] for i in range (0,21)))
        model.Con.add(expr = sum(model.prin[i,p] for i in range
(0,21+max_anaptyxi))==sum(model.meta[i,p] for i in range (0,21)))
    model.Con.add(expr = s ==model.meta[20,vimata])
    opt = pyo.SolverFactory('glpk')
    opt.solve(model)
    print("Η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι: ")
    print(pyo.value(model.Obj))
    print("Η βέλτιστη λύση είναι")
    for i in range (0,vimata+1):
        print(model.nea[i].value)
    print("ο πίνακας πριν")
    for p in range (0,vimata+1):
        print('στο βήμα %s ' %p)
        for i in range (0,21+max_anaptyxi):
            print(model.prin[i,p].value)
    print ("ο πίνακας μετά")

```

```

for p in range (0,vimata+1):
    print('στο βήμα %s ' %p)
    for i in range (0,21):
        print(model.meta[i,p].value)
lbl = Label(window, text="Σύνολο")
lbl.grid(column=3, row=24+max_anaptyxi+1)
lbl = Label(window, text=pyo.value(model.Obj))
lbl.grid(column=4, row=24+max_anaptyxi+1)
for p in range (1,vimata+1):
    lbl = Label(window, text="Στο βήμα")
    lbl.grid(column=2*p+1, row=2)
    lbl = Label(window, text=p)
    lbl.grid(column=2*(p+1), row=2)

    for i in range (3,21):
        lbl = Label(window, text=int(model.meta[i,p].value))
        lbl.grid(column=2*(p+1), row=i)
        lbl = Label(window, text="véα:")
        lbl.grid(column=2*p+1, row=23+max_anaptyxi+1)
        lbl = Label(window, text=int(model.nea[p].value))
        lbl.grid(column=2*(p+1), row=23+max_anaptyxi+1)
    for i in range (3,21+max_anaptyxi):
        lbl = Label(window, text=int(model.prin[i,p].value))
        lbl.grid(column=2*p+1, row=i)

lbl = Label(window, text=" ")
lbl.grid(column=0, row=21)
btn = Button(window, text="Οκ", command=clicked_ok, width=10)
btn.grid(column=3, row=48)

```



```

    return True

elif inp is ".":
    return True

else:
    return False

reg = window.register(acceptNumber)

entries=[Entry(window,textvariable=0, width=5),Entry(window,textvariable=0,
width=10),Entry(window,textvariable=0, width=10)]

for i in range (3,21):
    var.append(IntVar())

    lbl = Label(window, text="Μελισσοσμήνη πληθικότητας %s πλαισίων " %i)

    lbl.grid(column=0, row=i)

    entries.append(Entry(window,textvariable=var[i-3], width=8))

    entries[i].grid(column=1, row=i)

    entries[i].config(validate="key", validatecommand =(reg, '%P'))

combo = [Combobox(window),Combobox(window),Combobox(window)]

for i in range (3,21):
    combo.append(Combobox(window,width=5))

    combo[i]['values']= (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10)

    combo[i].grid(column=2, row=i, padx=1, pady=1)

    if(i<=7):
        combo[i].current(0)

    elif(i<=10):
        combo[i].current(1)

    elif(i<=20):
        combo[i].current(2)

lbl = Label(window, text="Διάρκεια Μελισσοκομικής Άνοιξης ")

lbl.grid(column=0, row=26)

entr2 = Entry(window,textvariable=var2,width=8)

```



```

entr2.grid(column=1, row=26)

entr2.config(validate="key", validatecommand =(reg, '%P'))

lbl = Label(window, text="Περίοδος Επιθεωρήσεων")

lbl.grid(column=0, row=27)

entr3 = Entry(window, textvariable=var3, width=8)

entr3.grid(column=1, row=27)

entr3.config(validate="key", validatecommand =(reg, '%P'))

diarkeia_melissokomikis_anoixis=0

meres_episkepsewn=0

def clicked_ok():

    for i in range (3,21):

        arxika_melissia[i]=int(entries[i].get())

        anaptyxi[i]=int(combo[i].get())

    diarkeia_melissokomikis_anoixis=int(entr2.get())

    meres_episkepsewn=int(entr3.get())

    vimata=diarkeia_melissokomikis_anoixis//meres_episkepsewn

    plithikotita_meta_tin_anadiataxi = range(0,21)

    model = pyo.ConcreteModel()

    model.Con=pyo.ConstraintList()

    print('Το πλήθος των επισκέψεων θα είναι: %s ' % vimata )

    plithos_vimatwn = range(0,vimata+1)

    model.meta=pyo.Var(plithikotita_meta_tin_anadiataxi,
plithos_vimatwn, domain=pyo.NonNegativeIntegers)

    model.apofasis=pyo.Var(plithikotita_meta_tin_anadiataxi,
plithos_vimatwn, domain=pyo.Binary)

    model.nea=pyo.Var(plithos_vimatwn, domain=pyo.NonNegativeIntegers, initialize=0)

    model.w=pyo.Var(plithikotita_meta_tin_anadiataxi,
plithos_vimatwn, domain=pyo.NonNegativeIntegers, initialize=0)

    s=0

    for i in range (3,21):

```



```

for i in range (0,3):

    model.Con.add(expr = model.prin[i,p]==0)

    model.Con.add(expr = model.meta[i,p]==0)

    model.Con.add(expr = model.apofasis[i,p]==0)

    model.Con.add(expr = model.w[i,p]==0)

for p in range (0,vimata):

    for i in range (3,21):

        model.Con.add(expr = model.prin[i+anptyxi[i],p+1]==model.w[i,p])

    for i in range (3,21+max_anptyxi):

        if test[i]==0:

            model.Con.add(expr = model.prin[i,p+1]==0)

for p in range (1,vimata+1):

    for i in range (3,21):

        model.Con.add(expr = model.w[i,p]>=0)

        model.Con.add(expr = model.w[i,p]>=model.meta[i,p]+s*model.apofasis[i,p]-s)

        model.Con.add(expr = model.w[i,p]<=model.apofasis[i,p]*s)

        model.Con.add(expr = model.w[i,p]<=model.meta[i,p])

for p in range (1,vimata+1):

    model.Con.add(expr = sum(model.apofasis[i,p] for i in range (3,21))==1)

for p in range (1,vimata+1):

    model.Con.add(expr = sum(i*model.prin[i,p] for i in range
(0,21+max_anptyxi))==model.nea[p]+sum(i*model.w[i,p] for i in range (0,21)))

    model.Con.add(expr = s==sum(model.w[i,p] for i in range (0,21)))

for p in range (1,vimata+1):

    model.Con.add(expr = sum(model.apofasis[i,p] for i in range(0,21))==1)

model.Con.add(expr = s ==model.w[10,vimata])

opt = pyo.SolverFactory('glpk')

opt.solve(model)

print("Η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι: ")

```

```

print(pygo.value(model.Obj))

print("Η βέλτιστη λύση είναι")

for i in range (0,vimata+1):
    print(model.nea[i].value)

print("ο πίνακας πριν")

for p in range (0,vimata+1):
    print('στο βήμα %s ' %p)
    for i in range (0,21+max_anaptyxi):
        print(model.prin[i,p].value)

print ("ο πίνακας μετά")

for p in range (0,vimata+1):
    print('στο βήμα %s ' %p)
    for i in range (0,21):
        print(model.w[i,p].value)

lbl = Label(window, text="Σύνολο")

lbl.grid(column=3, row=24+max_anaptyxi+1)

lbl = Label(window, text=pygo.value(model.Obj))

lbl.grid(column=4, row=24+max_anaptyxi+1)

for p in range (1,vimata+1):
    lbl = Label(window, text="Στο βήμα")
    lbl.grid(column=2*p+1, row=2)
    lbl = Label(window, text=p)
    lbl.grid(column=2*(p+1), row=2)
    for i in range (3,21):
        lbl = Label(window, text=int(model.w[i,p].value))
        lbl.grid(column=2*(p+1), row=i)
        lbl = Label(window, text="νέα:")
        lbl.grid(column=2*p+1, row=23+max_anaptyxi+1)

```



```

lbl = Label(window, text="Ανάπτυξη")

lbl.grid(column=2, row=2)

lbl = Label(window, text="Πλήθος")

lbl.grid(column=1, row=2)

var=[]

def acceptNumber(inp):

    if inp.isdigit():

        return True

    elif inp is "":

        return True

    elif inp is ".":

        return True

    else:

        return False

reg = window.register(acceptNumber)

entries=[Entry(window,textvariable=0, width=5),Entry(window,textvariable=0,
width=10),Entry(window,textvariable=0, width=10)]

for i in range (3,21):

    var.append(IntVar())

    lbl = Label(window, text="Μελισσοσμήνη πληθικότητας %s πλαισίων " %i)

    lbl.grid(column=0, row=i)

    entries.append(Entry(window,textvariable=var[i-3], width=8))

    entries[i].grid(column=1, row=i)

    entries[i].config(validate="key", validatecommand =(reg, '%P'))

combo = [Combobox(window),Combobox(window),Combobox(window)]

for i in range (3,21):

    combo.append(Combobox(window,width=5))

    combo[i]['values']= (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10)

    combo[i].grid(column=2, row=i, padx=1, pady=1)

```

```

if(i<=7):
    combo[i].current(0)
elif(i<=10):
    combo[i].current(1)
elif(i<=20):
    combo[i].current(2)

lbl = Label(window, text="Διάρκεια Μελισσοκομικής Άνοιξης ")
lbl.grid(column=0, row=26)

entr2 = Entry(window, textvariable=var2, width=8)
entr2.grid(column=1, row=26)

entr2.config(validate="key", validatecommand =(reg, '%P'))

lbl = Label(window, text="Περίοδος Επιθεωρήσεων")
lbl.grid(column=0, row=27)

entr3 = Entry(window, textvariable=var3, width=8)
entr3.grid(column=1, row=27)

entr3.config(validate="key", validatecommand =(reg, '%P'))

diarkeia_melissokomikis_anoixis=0
meres_episkepsewn=0

def clicked_ok():
    for i in range (3,21):
        arxika_melissia[i]=int(entries[i].get())
        anptyxi[i]=int(combo[i].get())

    diarkeia_melissokomikis_anoixis=int(entr2.get())
    meres_episkepsewn=int(entr3.get())

    vimata=diarkeia_melissokomikis_anoixis//meres_episkepsewn

    plithikotita_meta_tin_anadiataxi = range(0,21)

    model = pyo.ConcreteModel()

    model.Con=pyo.ConstraintList()

```





```

for i in range (0,21+max_anaptyxi):
    model.Con.add(expr = model.prin[i,0]==0)

for i in range (0,21):
    model.Con.add(expr = model.meta[i,0]==arxika_melissia[i])

for p in range (0,vimata+1):
    for i in range (0,3):
        model.Con.add(expr = model.prin[i,p]==0)
        model.Con.add(expr = model.meta[i,p]==0)

for p in range (0,vimata):
    for i in range (3,21):
        model.Con.add(expr = model.prin[i+anaptyxi[i],p+1]==model.meta[i,p])

    for i in range (3,21+max_anaptyxi):
        if test[i]==0:
            model.Con.add(expr = model.prin[i,p+1]==0)

for p in range (1,vimata+1):
    model.Con.add(expr = sum(i*model.prin[i,p] for i in range
(0,21+max_anaptyxi))==model.nea[p]+sum(i*model.meta[i,p] for i in range (0,21)))

    model.Con.add(expr = sum(model.prin[i,p] for i in range
(0,21+max_anaptyxi))==sum(model.meta[i,p] for i in range (0,21)))

model.Con.add(expr = s ==model.meta[10,vimata])

opt = pyo.SolverFactory('glpk')

opt.solve(model)

print("Η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι: ")

print(pyo.value(model.Obj))

print("Η βέλτιστη λύση είναι")

for i in range (0,vimata+1):
    print(model.nea[i].value)

print("ο πίνακας πρίν")

for p in range (0,vimata+1):

```

```

print('στο βήμα %s ' %p)

for i in range (0,21+max_anptyxi):

    print(model.prin[i,p].value)

print ("ο πίνακας μετά")

for p in range (0,vimata+1):

    print('στο βήμα %s ' %p)

    for i in range (0,21):

        print(model.meta[i,p].value)

lbl = Label(window, text="Σύνολο")

lbl.grid(column=3, row=24+max_anptyxi+1)

lbl = Label(window, text=pyo.value(model.Obj))

lbl.grid(column=4, row=24+max_anptyxi+1)

for p in range (1,vimata+1):

    lbl = Label(window, text="Στο βήμα")

    lbl.grid(column=2*p+1, row=2)

    lbl = Label(window, text=p)

    lbl.grid(column=2*(p+1), row=2)

    for i in range (3,21):

        lbl = Label(window, text=int(model.meta[i,p].value))

        lbl.grid(column=2*(p+1), row=i)

        lbl = Label(window, text="νέα:")

        lbl.grid(column=2*p+1, row=23+max_anptyxi+1)

        lbl = Label(window, text=int(model.nea[p].value))

        lbl.grid(column=2*(p+1), row=23+max_anptyxi+1)

    for i in range (3,21+max_anptyxi):

        lbl = Label(window, text=int(model.prin[i,p].value))

        lbl.grid(column=2*p+1, row=i)

lbl = Label(window, text=" ")

```

```
lbl.grid(column=0, row=21)
```

```
btn = Button(window, text="Ok", command=clicked_ok, width=10)
```

```
btn.grid(column=3, row=48)
```

```
window.mainloop()
```