



Υλοποίηση τεχνικών κλιμάκωσης (Scaling Techniques)

Μάριος Κατσαρός AM:19026

Επιβλέπων Καθηγητής: Σαμαράς Νικόλαος

Θεσσαλονίκη, 2 Νοεμβρίου 2020

Σκοπός διπλωματικής εργασίας

Σκοπός της εργασίας είναι η υλοποίηση των τεχνικών κλιμάκωσης γραμμικών προβλημάτων σε CPU, με την βοήθεια της γλώσσας προγραμματισμού `python`, για την αποτελεσματικότερη επίλυση γενικών γραμμικών προβλημάτων από τους λύτες. Επίσης πέρα από την υλοποίηση των τεχνικών σκοπός είναι και η εκτέλεση υπολογιστικής μελέτης για να εξακριβωθεί ποια από τις τεχνικές παρουσιάζει καλύτερους υπολογιστικούς χρόνους.

Θεωρητικό Υπόβαθρο



Επιχειρησιακή Έρευνα

- Επιχειρησιακή έρευνα ονομάζεται η επιστήμη που επικεντρώνεται στην αποτελεσματική χρήση της τεχνολογίας για την λήψη σωστών αποφάσεων σε προβλήματα που χρειάζεται η κατανομή διαθέσιμων πόρων.
- Σύμφωνα με την επιχειρησιακή έρευνα, γίνεται ανάλυση του προβλήματος, προσπάθεια εύρεσης βέλτιστης λύσης, ανάπτυξη μοντέλου επίλυσης του προβλήματος καθώς και έλεγχος και εξέταση των αποτελεσμάτων που βρέθηκαν(Δαρζέντας, 1999).
- Μια από τις μεθόδους υλοποίησης της επιχειρησιακής έρευνας είναι και ο γραμμικός προγραμματισμός.

Θεωρητικό Υπόβαθρο



Γραμμικός Προγραμματισμός

- Ο γραμμικός προγραμματισμός ή γραμμική βελτιστοποίηση είναι μία ευρέως χρησιμοποιούμενη τεχνική μαθηματικής μοντελοποίησης για τον καθορισμό της βέλτιστης κατανομής των πόρων ανάμεσα σε ανταγωνιστικές απαιτήσεις (Κώστογλου Β., 2015).
- Η λέξη προγραμματισμός ορίζει την αναζήτηση της καλύτερης δυνατής επιλογής ανάμεσα σε διαφορετικές εκδοχές.
- Ο γραμμικός προγραμματισμός εγγυάται την άριστη λύση του διατυπωμένου μοντέλου (Κώστογλου Β., 2015).

Γραμμικός Προγραμματισμός - Μορφή Προβλήματος



$$\max/\min z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

$$\text{s.t.: } a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2$$

.....

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m$$

$$x_j \geq 0, (j = 1, 2, \dots, n)$$

όπου: $c_j, a_{ij}, b_i \in \mathbb{R}$ ($i = 1, 2, \dots, m$ και $j = 1, 2, \dots, n$) και x_j είναι οι άγνωστες μεταβλητές του προβλήματος που πρέπει να υπολογιστούν ώστε η συνάρτηση z να λάβει την ελάχιστη ή την μέγιστη τιμή της αντίστοιχα και να ικανοποιούνται οι περιορισμοί του προβλήματος (Λεμεσιανός Α., 2014).

Γραμμικός Προγραμματισμός - .mps αρχεία



Μορφή αρχείου .mps:

```
NAME          TESTPROB
ROWS
N  COST
L  LIM1
G  LIM2
E  MYEQN
COLUMNS
    XONE      COST          1   LIM1          1
    XONE      LIM2          1
    YTWO      COST          4   LIM1          1
    YTWO      MYEQN         -1
    ZTHREE    COST          9   LIM2          1
    ZTHREE    MYEQN         1
RHS
    RHS1      LIM1          5   LIM2          10
    RHS1      MYEQN         7
BOUNDS
UP BND1      XONE          4
LO BND1      YTWO          -1
UP BND1      YTWO          1
ENDATA
```

For comparison, here is the same model written out in lp-format:

```
min: +XONE +4 YTWO +9 ZTHREE;
LIM1: +XONE +YTWO <= 5;
LIM2: +XONE +ZTHREE >= 10;
MYEQN: -YTWO +ZTHREE = 7;
XONE <= 4;
YTWO >= -1;
YTWO <= 1;
```

source:<http://lpsolve.sourceforge.net/5.0/mps-format.htm>



ΕΛΛΗΝΙΚΗ
ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ

Τεχνικές Κλιμάκωσης

- Η κλιμάκωση, φέρει το γραμμικό πρόβλημα στην καλύτερη δυνατή μορφή για να μπορεί να επιλυθεί πιο εύκολα από έναν λύτη γραμμικών προβλημάτων (Ip-solver).
- Η κλιμάκωση, παρά το γεγονός ότι περιλαμβάνει ένα υπολογιστικό κόστος, καθώς το πρόβλημα για να κλιμακωθεί χρειάζεται χρόνο, βοηθάει στο να λυθούν πιο γρήγορα τα γραμμικά προβλήματα και να παράγουν καλύτερα αποτελέσματα.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ
ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ

Τεχνικές Κλιμάκωσης που παρουσιάστηκαν

- Arithmetic mean
- de Buchet($p=1$)
- de Buchet($p=2$)
- deBuchet($p=\infty$)
- Entropy
- Equilibration
- Geometric Mean
- IBM-MPSX
- L_p -Norm ($p=1$)
- L_p -Norm($p=2$)
- L_p -Norm($p=\infty$)

Υλοποίηση τεχνικών κλιμάκωσης(Scaling Techniques) , Μάριος Κατσαρός AM:19026, Νοέμβριος 2020



ΕΛΛΗΝΙΚΗ
ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ

Μεθοδολογία

- Παρουσίαση των τεχνικών κλιμάκωσης
- Υλοποίηση αλγορίθμων
 - Μετατροπή γραμμικών προβλημάτων από τα .mps αρχεία σε κανονική μορφή
 - Υλοποίηση των τεχνικών σε CPU με την χρήση της Python.
- Υπολογιστική μελέτη
 - Εκτέλεση υπολογιστικής μελέτης.
 - Παρουσίαση αναλυτικά των χρόνων για κάθε πρόβλημα και κάθε τεχνική.
- Συμπεράσματα
- Μελλοντικές Επεκτάσεις

Υπολογιστική Μελέτη

- Πραγματοποιήθηκε μια υπολογιστική μελέτη ανάμεσα σε 136 γνωστά γραμμικά προβλήματα.
- Καταμετρήθηκαν οι χρόνοι υλοποίησης των τεχνικών για κάθε πρόβλημα ξεχωριστά.
- Παρουσίαση αναλυτικά των χρόνων υλοποίησης
- Οι χρόνοι που παρουσιάζονται είναι σε δευτερόλεπτα

Αποτελέσματα: ship04s



ΕΛΛΗΝΙΚΗ
ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

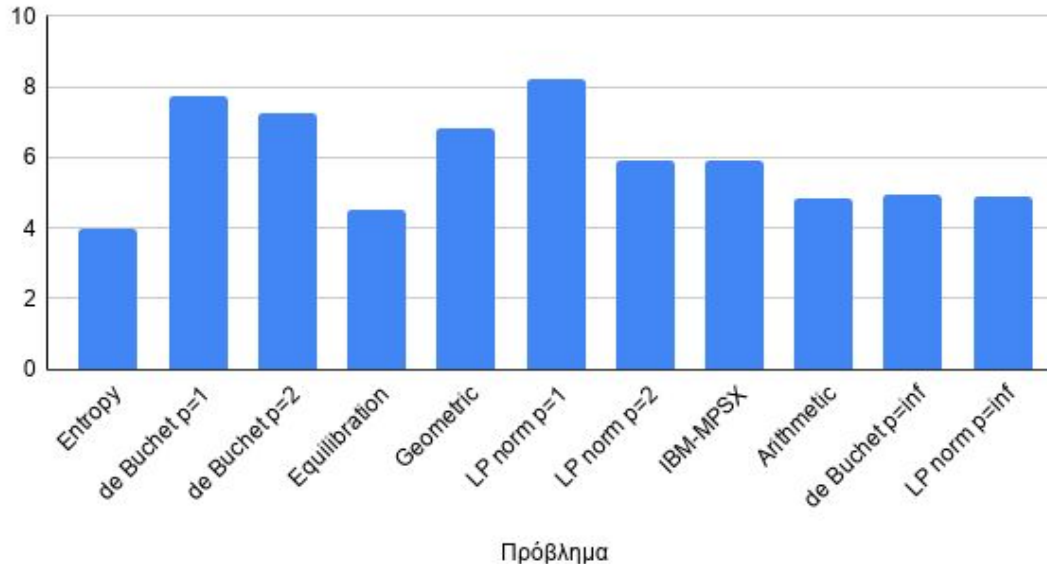
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ

Πρόβλημα:

Μεταβλητές: 2568

Περιορισμοί: 1110

ship04s



Αποτελέσματα: scfxm1-2r-32



ΕΛΛΗΝΙΚΗ
ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

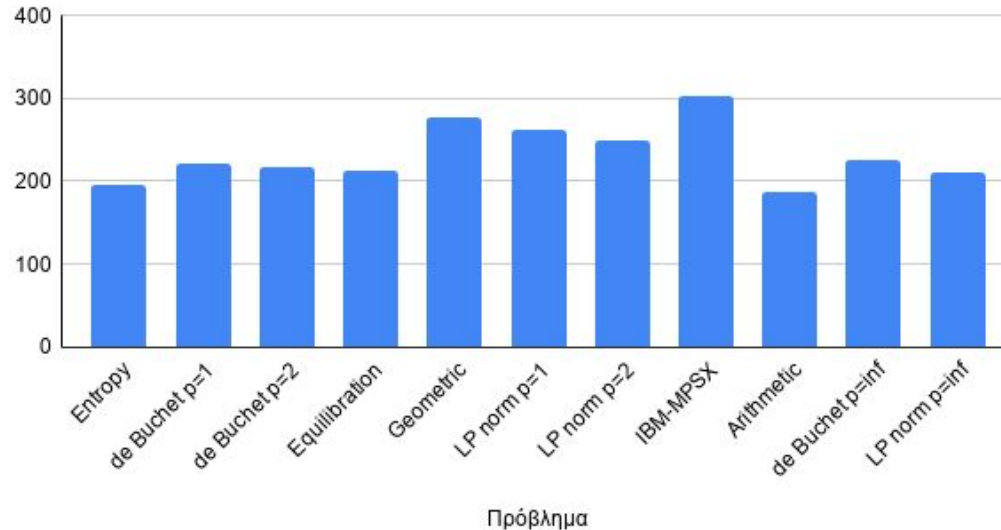
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ

Πρόβλημα:

Μεταβλητές: 7314

Περιορισμοί: 4828

scfxm1-2r-32



Αποτελέσματα sctap1-2r-216



ΕΛΛΗΝΙΚΗ
ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

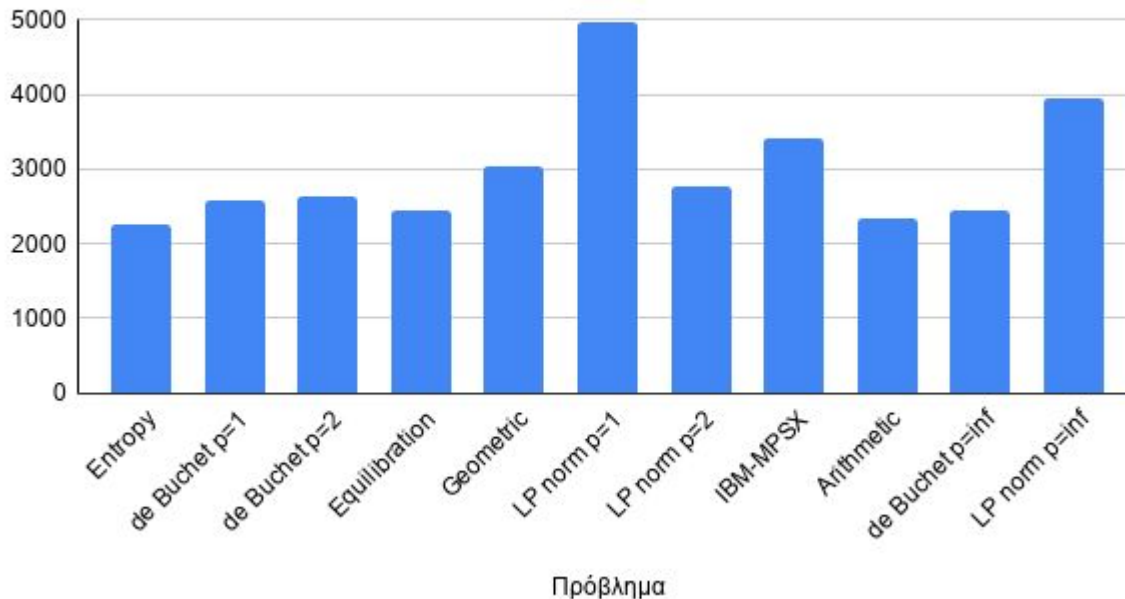
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ

Πρόβλημα:

Μεταβλητές: 20784

Περιορισμοί: 12990

sctap1-2r-216





ΕΛΛΗΝΙΚΗ
ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ

Συμπεράσματα

- Είναι δυνατή η υλοποίηση των τεχνικών κλιμάκωσης σε CPU μέσω της Python.
- Σε μικρά γραμμικά προβλήματα η απόκλιση ανάμεσα στους χρόνους υλοποίησης των τεχνικών κλιμάκωσης δεν είναι πολύ μεγάλη
- Σε μεσαία και μεγάλα όμως γραμμικά προβλήματα η απόκλιση είναι αρκετά μεγάλη
- Παρατηρήθηκε ότι οι τεχνικές του αριθμητικού μέσου (arithmetic mean) και της εντροπίας (entropy) παρουσιάζουν τους πιο γρήγορους χρόνους υλοποίησης για όλα τα γραμμικά προβλήματα
- Αντίθετα, η τεχνική Lp Norm για $p=1$ παρουσιάζει τους πιο αργούς χρόνους.

Μελλοντικές Επεκτάσεις

- Η υλοποίηση της αντίστοιχης υπολογιστικής μελέτης σε GPU για ακόμα καλύτερους χρόνους υλοποίησης.
- Η σύγκριση των χρόνων των τεχνικών κλιμάκωσης που παρατηρήθηκαν με την Python με άλλες γλώσσες προγραμματισμού
- Η σύγκριση των χρόνων των τεχνικών κλιμάκωσης που παρατηρήθηκαν με την Python με γνωστά λογισμικά.

Αναφορές

- Δαρζέντας Ε.(1999). Επιχειρησιακή Έρευνα, Πανεπιστήμιο Αιγαίου Τμήμα Μαθηματικών
- Κώστογλου Β. (2015). Επιχειρησιακή Έρευνα. Θεσσαλονίκη: Εκδόσεις Τζιόλα.
- Λεμεσιανός Α.(2014). Γραμμικός Προγραμματισμός [pdf], available at :
https://apothetirio.teiep.gr/xmlui/bitstream/handle/123456789/1047/fin_20070236.pdf?sequence=1
- Ploskas N., Samaras N. (2007) Linear Programming using Matlab®, Springer International Publishing



Ευχαριστώ για την προσοχή σας!